

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

**Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Electroenergética**



TRABAJO DE DIPLOMA

**Material didáctico sobre el tema “Componentes Simétricas”
para orientar el estudio independiente de los estudiantes de la
carrera Ingeniería Eléctrica según Plan E**

Autor: Rafael Luis Rivero Navarro

Tutores: Dr. C. Ileana Moreno Campdesuñer

MSc. Juan Curbelo Cancio

Santa Clara

2017

"Año 59 de la Revolución"

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Electroenergética



TRABAJO DE DIPLOMA

Material didáctico sobre el tema “Componentes Simétricas” para orientar el estudio independiente de los estudiantes de la carrera Ingeniería Eléctrica

Autor: Rafael Luis Rivero Navarro.

Email: rafaeln@nauta.cu

Tutores: Dr. C. Ileana Moreno Campdesuñer

Email: imoreno@uclv.edu.cu

MSc. Juan Curbelo Cancio

Email: jcurbelo@uclv.edu.cu

Santa Clara

2017

"Año 59 de la Revolución"



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería Eléctrica, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Tutor

Firma del Jefe de
Departamento donde se
defiende el trabajo

Firma del Responsable de
Información Científico-Técnica

PENSAMIENTO

"La Alegría de ver y entender es el más perfecto don de la naturaleza"

Albert Einstein

AGRADECIMIENTOS

A mi madre por su apoyo incondicional en todo momento.

A mi padre por su preocupación constante.

A mis tutores por toda la ayuda que me han proporcionado en la realización de este trabajo, la Dr. C Ileana Moreno Campdesuñer y al MsC, Juan CurbeloCancio.

A todos mis compañeros de año.

A aquellas personas que de una forma u otra influyeron en la realización de este trabajo.

DEDICATORIA

A esa persona tranquila y calmada que se ha preocupado por mis desvelos no solo en la realización de este proyecto, sino a lo largo de toda mi carrera, mi madre Belkys Lisset Navarro Estela.

A mi padre que no se cansó de seguirme los pasos a lo largo del proyecto, velando que todo estuviese perfecto, Juan de Dios Rivero Berovides.

A mi hermanita, aunque no tenga conocimiento en la materia, es otro de los que empuja a este pobre estudiante a convertirse en un ingeniero.

A todos mis compañeros de año, en especial, aquellos con los que compartí mi estancia en la beca, que más que amigos y compañeros fueron mis hermanos.

TAREA TÉCNICA

- Búsqueda y estudio de la bibliografía relacionada con el tema *Componentes simétricas*.
- Estudio de los contenidos fundamentales acerca del empleo del programa Matlab y su simulador Simulink, que permitan elevar los conocimientos en el área de la programación y simulación.
- Selección de manera adecuada y coherente, de ejercicios que respondan a los objetivos del tema *Componentes simétricas* de la asignatura CE II en el plan de estudios E.
- Solución de los ejercicios seleccionados, verificando la solución de manera parcial o total con el Matlab y llevar a cabo la simulación de los circuitos, empleando el simulador Simulink.
- Elaboración, como resultado final del trabajo, de un material didáctico que contenga la solución analítica de los ejercicios seleccionados, la solución parcial o total con ayuda del Matlab y los resultados de la simulación junto a los archivos .mdl correspondientes.
- Organización adecuada del informe de tesis, basándose en un diseño metodológico estratégico según la didáctica de la asignatura CE II, Plan E y las orientaciones y normas aprobadas por el MES.

Firma del Autor

Firma del Tutor

RESUMEN

Cada año de estudio en los institutos de educación superior, se exige una mayor calidad de aprendizaje en los estudiantes, esto lleva consigo una serie de transformaciones en los planes de estudio, con el objetivo de sintetizar, pero a la vez, enseñar de una manera más precisa y rápida. En este trabajo se hará mención de dichas transformaciones desde el plan de estudio A hasta el E, el actual, con mayor precisión en la asignatura CE III, impartida en la carrera Ingeniería Eléctrica en la Universidad Central Marta Abreu de las Villas, análisis que ayudara a un mayor entendimiento al uso del método de las Componentes Simétricas para la solución de ejercicios de la asignatura. Tema que será abordado con el desarrollo de ejercicios con el apoyo del Matlab y su simulador el Simulink.

Tabla de contenidos

| | |
|--|----|
| Introducción | 1 |
| CAPITULO 1. Fundamentación teórico–metodológica acerca de la necesidad de los materiales didácticos para orientar el estudio independiente en la disciplina Circuitos Eléctricos y Mediciones del Plan E. | 4 |
| 1.1 Generalidades sobre el Plan de estudio E..... | 4 |
| 1.2 El estudio independiente | 8 |
| 1.3 Los Materiales Didácticos..... | 10 |
| 1.4 El plan de estudios E para la disciplina Circuitos Eléctricos | 10 |
| 1.5 Conclusiones del Capítulo | 16 |
| Capítulo 2. Componentes Simétricas..... | 17 |
| 2.1 Introducción..... | 17 |
| 2.2 Método de las componentes simétricas..... | 17 |
| 2.3 Operador de fase | 18 |
| 2.4 Componentes simétricas de un sistema trifásico de cantidades | 20 |
| 2.5 Propiedades de los circuitos con respecto a las componentes simétricas de las corrientes y las tensiones | 22 |
| 2.5.1 Sistema estrella-estrella sin conexión entre neutros | 23 |
| 2.5.2 Sistema estrella-estrella con conexión entre neutros | 27 |
| 2.5.3 Sistema delta-delta | 29 |
| 2.5.4 Conexión estrella-delta | 33 |
| 2.5.5 Conexión delta-estrella | 34 |
| 2.6 Cálculo de las componentes de corriente y tensión en cargas trifásicas balanceadas en paralelo | 34 |
| 2.7 Cálculo de la potencia trifásica por el método de las componentes simétricas .. | 35 |
| 2.8 Conclusiones del capítulo | 37 |
| CAPÍTULO 3. Ejemplos resueltos | 38 |
| Conclusiones | 55 |
| Recomendaciones | 56 |
| Referencias bibliográficas | 57 |
| Anexo 1: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 1 | 60 |
| Anexo 2: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 2..... | 61 |
| Anexo 3: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 3..... | 62 |

| | |
|--|----|
| Anexo 4: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 4..... | 63 |
| Anexo 5: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 5..... | 64 |
| Anexo 6: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 6..... | 65 |
| Anexo 7: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 7..... | 66 |
| Anexo 8: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 8..... | 68 |
| Anexo 9. Problemas propuestos. | 69 |

Introducción

Para nadie es desconocido el debate que coexiste al interior de la definición de material, recurso, medio, auxiliar didáctico. En este sentido se reconoce la importancia del apoyo en “algo” para vincular los conocimientos disciplinarios con la realidad[1]. En la formación de los universitarios a lo largo de generaciones los materiales didácticos han tenido un papel fundamental.

Un material didáctico es un instrumento que facilita la enseñanza-aprendizaje, se caracteriza por despertar el interés del estudiante, adaptándose a sus características, por facilitar la labor docente, por ser sencillo, consistente y adecuado a los contenidos; crea lazos entre las diferentes disciplinas, y sobre todo, liberan en los estudiantes la creatividad, la capacidad de observar, comparar y hacer sus propias elaboraciones[2].

Es por ello que se debe recuperar la riqueza de los medios y materiales didácticos producidos, o incorporados tanto a la práctica académica de los docentes, como al estudio independiente de los estudiantes[1].

La carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Central “Marta Abreu” de las Villas, siguiendo la propuesta de reestructuración de carreras, implementada por el Ministerio de Educación Superior (MES), se encuentra en un proceso de ordenación, a través del cual diversas asignaturas reducirán sus temarios y cantidad de horas de clases. Una condición muy importante para lograr este proceso es garantizar la interrelación que debe existir entre la teoría y la práctica, y aumentar el empleo de los materiales didácticos[3]. Dentro de estas asignaturas se encuentran las pertenecientes a la disciplina Circuitos Eléctricos (CE), la cual es la base de las carreras Ingeniería Eléctrica, Ingeniería en Telecomunicaciones y Electrónica e Ingeniería Automática que se estudian en la facultad de Ingeniería Eléctrica ya que la mayoría de las materias posteriores dependen de los conocimientos adquiridos en la misma.

El tema “Método de las componentes Simétricas” es uno de los más vinculados con la práctica y debido a la disminución de su tiempo docente, se hace necesario el aumento de las horas de estudio independiente de los estudiantes. Por todo lo planteado anteriormente, el problema científico a resolver es:

¿Cómo facilitar el estudio individual sobre el tema “Componentes Simétricas” según Plan E a los estudiantes de la carrera de Ingeniería Eléctrica?

En Cuba, los planes de estudio de las carreras universitarias se estructuran horizontalmente por año académico y verticalmente por disciplinas. Cada año académico se organiza en períodos lectivos cuya duración estará determinada por las características de la carrera en cuestión. Las pautas a seguir para la conformación de los planes de estudio debe ser la reducción del número de las disciplinas, integrando los contenidos que tengan un hilo conductor común[3]. Desde la creación del Ministerio de Educación Superior en el año 1976, se ha mantenido como una de sus funciones principales el perfeccionamiento continuo de los planes de estudio, que en determinados momentos históricos adquirió tal significación que condujo a transformaciones curriculares[4]. Estas modificaciones se llevan a cabo con el propósito de fortalecer cada vez más la preparación de la docencia y la investigación para la formación de profesionales con un perfil cada vez más amplio, que sean capaces de resolver con independencia y creatividad los problemas generales y frecuentes que se presenten en las diferentes esferas de la actividad profesional[3].

Desde el año 1977 hasta la fecha, se han aplicado cuatro generaciones de planes de estudio, como resultado de los cambios económicos y sociales que ha experimentado el país en respuesta a las condiciones del contexto internacional en que está inmerso[4].

Para solucionar el problema científico, se plantea el siguiente objetivo general:

- Elaborar un material didáctico sobre el tema “Componentes Simétricas” para orientar el estudio independiente de los estudiantes de la carrera Ingeniería Eléctrica.

Para cumplir con dicho objetivo se plantean los objetivos específicos siguientes:

1. Establecer la fundamentación teórico – metodológica acerca de la necesidad de los materiales didácticos para orientar el estudio independiente en la disciplina Circuitos Eléctricos y Mediciones del Plan E.
2. Describir la teoría básica fundamental sobre el Método de las Componentes Simétricas aplicada a la asignatura CE.
3. Solucionar los ejercicios seleccionados de forma teórica y mediante simulación en Matlab.

Este trabajo es un material que contiene la teoría fundamental sobre el tema “Método de las Componentes Simétricas”, ejercicios resueltos y además orienta

a los estudiantes con ejercicios propuestos, por lo que facilitará en gran medida el estudio independiente, vinculando los conocimientos analíticos y los del Simulink, los cuales son de gran utilidad en la práctica.

El trabajo escrito cuenta con una introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones y bibliografía.

En el primer capítulo se describe la fundamentación teórico–metodológica acerca de la necesidad de los materiales didácticos para orientar el estudio independiente en la disciplina Circuitos Eléctricos y Mediciones del Plan E.

En el segundo capítulo se describe la teoría básica fundamental acerca de las componentes simétricas, desarrollando por epígrafes cada uno de sus contenidos principales, de acuerdo al plan de estudios E.

En el tercer capítulo se muestran las soluciones tanto analíticas como simuladas de los diferentes ejercicios y se proponen un conjunto de problemas para ejercitar los conocimientos adquiridos.

CAPITULO 1. Fundamentación teórico–metodológica acerca de la necesidad de los materiales didácticos para orientar el estudio independiente en la disciplina Circuitos Eléctricos y Mediciones del Plan E.

En el capítulo se presenta la fundamentación teórico-metodológica acerca de la necesidad de utilizar materiales didácticos para apoyar el estudio independiente de los estudiantes de la carrera Ingeniería Eléctrica, la cual viene dada por las generalidades del Plan de estudio E y la reestructuración que va a llevarse a cabo en la disciplina Circuitos Eléctricos en cuanto a cantidad de horas y temas a impartir debido a la implementación del nuevo Plan de estudio. Se hará referencia al estudio independiente como pilar fundamental en el proceso de aprendizaje.

1.1 Generalidades sobre el Plan de estudio E

Debido al impacto negativo de la crisis económica mundial sobre el país y la Educación Superior, unido al vertiginoso avance de la ciencia y la tecnología se hace necesario aplicar un conjunto de cambios que tributen al desarrollo de los futuros profesionales. El Ministerio de Educación Superior en El Documento Base Para El Diseño De Los Planes De Estudio “E” [4], da a conocer varios elementos que caracterizan estos cambios, así como la necesidad de implementar este nuevo Plan de Estudio, las bases conceptuales para su conformación y las pautas a seguir para potenciar el tiempo de trabajo del estudiante.

Principales elementos que caracterizan los cambios que tributan al desarrollo de los futuros profesionales:

- Las transformaciones que tienen lugar en la economía y en la sociedad cubanas, debido a la paulatina implementación de los **Lineamientos de la Política Económica y Social del Partido y la Revolución** para actualizar el modelo económico cubano, proceso que requiere de profesionales revolucionarios e integrales, capaces de contribuir al desarrollo futuro del país.

- El injusto y prolongado bloqueo económico del gobierno estadounidense y su **creciente actividad de subversión ideológica** orientada con énfasis al sector académico, que alienta la deserción y estimula el robo de cerebros, con la pretensión de fomentar el desaliento y la ruptura de profesionales, claustros universitarios y estudiantes con la Revolución.
- El **envejecimiento poblacional** y la contracción demográfica del país derivado de múltiples factores socioeconómicos, son elementos que estimulan la necesidad de lograr una respuesta más dinámica a la demanda de profesionales en las diferentes ramas de la ciencia.
- El decrecimiento de la **tasa bruta de escolarización de nivel superior** del país, que es hoy de las más bajas de América Latina.
- La ampliación del **sector no estatal** de la producción y los servicios, que demanda la formación de profesionales.
- El desarrollo de las **tecnologías** sigue revolucionando las esferas de la información y las comunicaciones a un ritmo vertiginoso para la mayoría de los países, entre ellos Cuba, que requiere hacer ingentes esfuerzos para mantener al menos un nivel que favorezca el progreso.
- La **informatización de la sociedad cubana**, aspecto que está provocando transformaciones en todos los sectores de la sociedad, particularmente en la educación.
- La revalorización del concepto de **formación continua** en la educación superior contemporánea, pues las necesidades educativas actuales lo exigen.

El resultado del desarrollo del sistema de educación superior y la situación actual expuesta, demandan cambios cualitativos en el diseño de los planes de estudio vigentes, perfeccionando el modelo de formación de perfil amplio orientado a lograr una mayor pertinencia a las necesidades y demandas socioeconómicas del país, sobre la base de fortalecer la educación durante toda la vida y la formación integral de los estudiantes, mediante un proceso docente educativo que priorice el aprendizaje y también la formación de habilidades para la gestión del conocimiento. Lo anterior justifica el inicio de un

proceso de diseño de una nueva generación de planes de estudio (Plan de estudio "E"). El sistema de formación continua de los profesionales cubanos y el concepto de formación integral fueron las premisas fundamentales para el diseño del Plan de estudio E, ya que las acuciantes necesidades educativas del presente y del futuro no pueden ser satisfechas sino mediante la concepción de una formación continua, que se basa en la idea de que el hombre se educa durante toda la vida y además un reclamo de estos tiempos es el fortalecimiento de la formación integral de los estudiantes, debido a los múltiples problemas que se presentan en el contexto socioeconómico nacional e internacional, y que influyen desfavorablemente en la efectividad del trabajo educativo y político ideológico que se desarrolla con los estudiantes en las universidades.

Bases conceptuales para la elaboración del Plan de estudio E:

- El perfeccionamiento del modelo de formación de perfil amplio:

Se trata de preparar con solidez al profesional en los aspectos que están en la base de toda su actuación profesional, lo que asegura el dominio de los modos de actuación con la amplitud requerida.

- Mayor articulación del pregrado y el posgrado:

Adecuar sistemáticamente los programas de formación de posgrado teniendo en cuenta las necesidades socioeconómicas locales, territoriales y nacionales.

- Lograr una efectiva flexibilidad curricular:

La flexibilidad curricular se debe manifestar fundamentalmente por la existencia de tres tipos de contenidos curriculares (base, propio y optativo/electivo), y permitan la actualización permanente del plan de estudio de la carrera y su adaptación a las necesidades del país, del territorio, al desarrollo del claustro y a los intereses de los estudiantes.

- Mayor grado de racionalidad en el diseño de los planes de estudio:

Mediante la elaboración de programas de disciplinas y de asignaturas comunes para diferentes carreras, siempre que sea posible. Esto favorece el empleo racional de recursos humanos y materiales.

- Mayor nivel de esencialidad en los contenidos de las disciplinas:

Este aspecto se logra mediante la selección de aquellos contenidos que son fundamentales para el logro de los objetivos previstos en la carrera y asegurando una adecuada secuencia lógica y pedagógica de los mismos.

- Potenciar el protagonismo del estudiante en su proceso de formación:

Orientar el proceso de formación más al aprendizaje que a la enseñanza, a priorizar el cómo y no el qué, de manera que se eleve el protagonismo del estudiante y se favorezca su independencia cognoscitiva y creatividad.

- Potenciar el tiempo de auto preparación del estudiante:

Se debe tener en cuenta que el proceso de aprendizaje no se restringe a los tiempos de actividades académicas presenciales. El aprender no se hace desde afuera hacia adentro, se construye internamente a partir de un proceso de reflexión del estudiante.

- Lograr transformaciones cualitativas en el proceso de formación como consecuencia de un amplio y generalizado empleo de las TIC:

Estas transformaciones han de expresarse fundamentalmente en la renovación de concepciones y prácticas pedagógicas que conlleven a reformular el papel del docente y a desarrollar modelos de aprendizaje de los estudiantes distintos a los tradicionales.

En la creación del Plan de estudio E se redactaron pautas para potenciar el tiempo de trabajo del estudiante (Horas lectivas + Horas de estudio independiente).

- La duración máxima de la carrera será de cuatro años.
- Las horas totales del plan de estudio no deben exceder las 3400.
- La práctica laboral debe constituir, como mínimo, el 15% del total de horas del plan de estudio, incluyendo las horas planificadas para el ejercicio de culminación de los estudios. (510 h)
- La cantidad de asignaturas por semestre no debe ser mayor que seis. En el último semestre la cantidad de asignaturas dependerá de las horas que requiera la culminación de los estudios de la carrera.

- El número máximo de exámenes finales será de seis por año académico.
- El currículo base que elabora la CNC hasta el nivel de disciplina, no debe ser superior al 80% del total de horas de la carrera.
- El currículo optativo/electivo no debe ser inferior al 5% del total de horas de la carrera. (170 h)
- El fondo de tiempo de las disciplinas Marxismo-Leninismo, Historia de Cuba y Preparación para la Defensa es el 8% de las horas totales de la carrera, distribuido en 4,5%; 1,5% y 2% respectivamente. (153h, 51h, 68h)

Con la aplicación de estas pautas se lograría una relación de alrededor de una hora de estudio independiente por cada hora lectiva.

1.2 El estudio independiente

El estudio independiente es una actividad orientada a la formación de habilidades intelectuales que permiten la construcción del conocimiento a partir de la reflexión personal, la creatividad y la originalidad, que permite al estudiante realizar proyectos de trabajo que satisfagan sus necesidades y a la vez adquirir las habilidades que desea.[5]. Dentro del estudio independiente se consideran los aspectos:[6]

Motivación:Entendida como estímulos que mueven a la persona a realizar determinadas acciones y persistir en ellas para su culminación y se relaciona directamente con la voluntad y el interés.

Planear: Implica organizar, programar y administrar de modo eficaz los recursos, los materiales de estudio y el tiempo en el que se va a trabajar.

Para realizar un plan de estudio independiente se dan las sugerencias siguientes:

- Identificar el tiempo libre y decidir cuánto de ese tiempo se va a dedicar al estudio.
- Identificar qué objetivos se han logrado y cuáles no, y tomar acciones de mejora.
- Revisar los objetivos de estudio y a partir de ellos orientar las actividades de aprendizaje.

- Reducir las interrupciones o distracciones.

El estudio independiente es un proceso de formación gradual de los estudiantes, que se caracteriza por el establecimiento de metas y objetivos educativos personales, basados en el reconocimiento de las propias posibilidades, y apoyado en un sistema motivacional que responde a necesidades y expectativas propias según el contexto grupal y social en que el individuo se desarrolla. Se desprende de lo anterior que la caracterización del estudio independiente necesariamente debe comprender tanto aspectos del contexto social como los propios del individuo, aunque la relevancia que adquieren estos últimos se hace evidente cuando pretendemos que el estudiante desarrolle procesos motivacionales, habilidades para el estudio y el establecimiento de metas propias que implican un reconocimiento de la responsabilidad en el propio aprendizaje. El estudiante puede organizar psicológicamente la información e incorporarla a su esquema de conocimiento cuando la presentación de esa información para su aprendizaje sigue un patrón lógico y sistemático. Algunos consideran que tal debiera ser la función de la enseñanza y es el sentido de determinadas propuestas generadas dentro de la didáctica. Actualmente, los profesionales de la educación han empezado a tomar en cuenta la necesidad de apoyar al estudiante con una multiplicidad de apoyos didácticos para la apropiación de los contenidos académicos. La secuenciación, jerarquización, esquematización de los contenidos, el mapa conceptual, las redes semánticas, la enseñanza de conceptos y procedimientos, en fin, los diferentes apoyos recogidos en propuestas curriculares, planes didácticos y materiales educativos están dirigidos a tratar de lograr esa correspondencia entre lo que se enseña y lo que se aprende. Dentro de una perspectiva de tecnología educativa, los materiales didácticos resultan ser refuerzos valiosos para hacer cada vez más eficientes las formas de aprender los contenidos curriculares, a través de su presentación y enseñanza. Pero si se piensa que el aprendiz se aproxima al conocimiento de una manera particular e idiosincrática, la eficiencia en el aprendizaje depende también de la disposición y el entrenamiento del propio sujeto en las formas estratégicas y particulares de aprender. La tecnología del aprendizaje toma en cuenta tanto las estrategias didácticas como las de aprendizaje para apoyar al

sujeto que busca conocer. Esto no es algo nuevo en la tecnología educativa que contempla el proceso integral de enseñanza – aprendizaje. Sin embargo, la confluencia de estrategias provenientes de quien enseña y de quien aprende resulta de una importancia capital en el estudio independiente, sobre todo cuando se considera la posibilidad de ubicar en ambos roles a la misma persona, con el apoyo de medios didácticos[7].

1.3 Los Materiales Didácticos

Conjunto de informaciones, orientaciones, actividades y propuestas que el sistema a distancia elabora para guiar al alumno en su proceso de aprendizaje y que están contenidos en un determinado soporte (impreso, audiovisual, informático). Los materiales cumplen una función muy importante, pues tienen una finalidad de enseñanza y expresan una propuesta pedagógica. Enseñan en tanto guían el aprendizaje de los alumnos, presentando y graduando los contenidos y las actividades, transmitiendo información actualizada sobre la temática del curso, planteando problemas, alentando la formulación de preguntas y el debate del grupo. Incrementan la motivación de nuestros alumnos con desarrollos serios, interesantes y atractivos. Pero, también, deberán proveer al alumno de una estructura organizativa capaz de hacerle sentir que está haciendo un curso, no sólo leyendo un material. Nos referimos aquí a la estructura que vincula los conocimientos previos con los nuevos aportes y que establece o ayuda a establecer las futuras conexiones de los mismos apoyando de este modo al alumno para que teja la trama de relaciones necesarias para el aprendizaje. [8]

Los materiales educativos deben ser un apoyo para el docente y no su reemplazo. Las guías y manuales de trabajo son herramientas que permiten aproximarse al conocimiento y que facilitan la construcción de los conceptos, pero no deben sustituir los procesos cognoscitivos de los estudiantes. En síntesis, los sistemas paratextuales son necesarios para afianzar los procesos de construcción del conocimiento pero no son en sí mismos el conocimiento. [9]

1.4 El plan de estudios E para la disciplina Circuitos Eléctricos

La disciplina Circuitos Eléctricos constituye uno de los pilares principales de la carrera, ya que en ella se estudia el análisis de los circuitos lineales en tres

direcciones: análisis de circuitos resistivos, análisis en el dominio del tiempo y análisis en el dominio de la frecuencia. Utilizando la ley de Ohm y las leyes de Kirchhoff se presentan un conjunto de herramientas analíticas que acompañarán el desempeño del estudiante durante toda su vida profesional.

La disciplina no solo aborda el análisis de circuitos eléctricos, sino además se ocupa en algunos temas, del diseño de configuraciones eléctricas con determinadas prestaciones garantizando el cumplimiento de requerimientos funcionales. También, a través de las prácticas de laboratorio, se persigue el desarrollo en el futuro ingeniero de las habilidades necesarias para la ejecución de tareas propias del perfil eléctrico en la vida laboral y en otras disciplinas, así como la confrontación y verificación de los conocimientos teóricos. Así, se contribuye a formar en el estudiante un método científico de trabajo. Además, se utiliza la computadora como una herramienta de trabajo para abordar tareas de análisis y diseño, con énfasis en la utilización de programas de simulación del funcionamiento de circuitos eléctricos para verificar la veracidad de los resultados obtenidos al aplicar los métodos analíticos. De este modo, se garantiza la utilización de un enfoque acorde con las tendencias actuales del desarrollo científico técnico.

En el trabajo “Estrategia didáctica para potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje de los Circuitos Eléctricos en el Plan E” [10], se hace un resumen de cómo quedará conformada la disciplina Circuitos Eléctricos con la implementación del Plan de Estudio E, del cual se tomaron los siguientes datos.

A partir del análisis realizado en los planes de estudio de las carreras de perfil eléctrico que actualmente se estudian en el país y teniendo en cuenta los núcleos básicos de la disciplina, se propuso una disminución en horas para la misma, quedando 160 horas totales para cada una y se determinó que cada CES distribuyera las mismas y las ubicara pertinentemente de acuerdo a su currículo propio. Para el caso de la FIE, se proponen dos asignaturas ubicadas en el segundo año de las carreras y con la misma distribución de horas divididas en dos asignaturas, según se observa en la tabla 1.1.

Tabla 1.1. Ubicación y organización de las asignaturas de la disciplina Circuitos Eléctricos

| Asignaturas | Ubicación | Horas |
|-------------|--------------|-------|
| CE I | 3er semestre | 80 |
| CE II | 4to semestre | 80 |

Con respecto al plan de estudios D hay una reducción del número de horas tal como se muestra en la tabla 1.2, donde se aprecia que en las carreras de Ingeniería Eléctrica e Ingeniería en Telecomunicaciones y Electrónica hay asignadas 32 horas menos para impartir prácticamente los mismos contenidos, mientras que en la carrera de Ingeniería Automática la situación es menos drástica.

Tabla 1.2. Distribución de horas por carreras para los planes de estudios D y E.

| Carrera | Ing. Eléctrica | | Ing. Tele y Electrónica | | Ing. Automática | |
|------------------|----------------|-----|-------------------------|-----|-----------------|-----|
| | D | E | D | E | D | E |
| Asignatura | | | | | | |
| CE I | 64 | 80 | 64 | 80 | 64 | 80 |
| CE II | 64 | 80 | 64 | 80 | 64 | 80 |
| CE III | 64 | | 64 | | 48 | |
| Total | 192 | 160 | 192 | 160 | 176 | 160 |
| Diferencia (h)/% | 32/16,666 | | 32/16,666 | | 16/9 | |

En la tabla 1.3 se muestra la relación de temas que se proponen para las diferentes carreras y que suman un total de diecisiete, observándose que ocho son comunes a todas y que existe un tema común para ITE e IA y otro para IE e IA.

Tabla 1.3. Relación de temas por carreras.

| Temas | IE | ITE | IA |
|---|----|-----|----|
| I. Análisis de redes resistivas lineales simples. Corriente, tensiones y potencia. Fuentes dependientes e independientes. Resistor, ley de Ohm. Leyes de Kirchhoff. Transformaciones serie y paralelo. Divisores de tensión y corriente. Transformación delta-estrella. Transformaciones de fuentes. Amplificadores operacionales ideales, configuraciones simples. | x | x | x |
| II. Métodos generales de solución y teoremas en circuitos lineales. Métodos de las corrientes de mallas y tensiones de nodos. Teoremas de Superposición, Thevenin, Norton y máxima transferencia de potencia. | x | x | x |
| III. Análisis de las redes dinámicas en el dominio del tiempo. Capacitores e inductores. Cálculo de circuitos dinámicos de primer y segundo orden. | x | x | x |
| IV. Circuitos lineales en CA. Análisis de circuitos eléctricos con estímulos periódicos sinusoidales. Definiciones básicas del método fasorial. Leyes de Ohm y Kirchhoff en régimen de corriente alterna (CA). Transformaciones, reducción a circuitos equivalentes y métodos generales en régimen de CA. Potencia en CA. Factor de potencia. Mejoramiento del factor de potencia. | x | x | x |
| V. Cuadripolos. Redes de dos puertos: cuadripolos. Parámetros de admitancia, impedancia, híbridos y de transmisión. | x | x | x |
| VI. Circuitos acoplados. Transformadores Circuitos acoplados magnéticamente. Circuitos sencillos con inductancia mutua. Transformador ideal y lineal. | x | x | x |
| VII. Respuesta de frecuencia. Frecuencia compleja, funciones de Redes, respuesta en frecuencia, fenómeno de resonancia. | x | x | x |
| VIII. Análisis de CE aplicando la Transformada de Laplace Análisis de circuitos en el dominio S: aplicación de la transformada de Laplace al análisis de circuitos eléctricos. | x | x | x |
| IX. Análisis de Fourier Análisis de circuitos monofásicos con estímulos periódicos no sinusoidales y estímulos aperiódicos. | | x | x |

| | | | | |
|-------|--|---|---|---|
| X. | Régimen no sinusoidal periódico Análisis de circuitos monofásicos con estímulos periódicos no sinusoidales. | x | | |
| XI. | Síntesis de filtros pasivos y activos Aproximaciones para obtener funciones transferenciales. Diseño de Filtros pasivos y activos. | | x | |
| XII. | Síntesis de filtros activos Aproximaciones para obtener funciones transferenciales. Diseño de Filtros activos. | | | x |
| XIII. | Redes útiles para comunicaciones Diseño de dispositivos eléctricos de interés en las comunicaciones utilizando la teoría de los parámetros imágenes: atenuadores resistivos, redes de adaptación de impedancias | | x | |
| XIV. | Circuitos trifásicos. Circuitos polifásicos: Sistemas polifásicos. Sistemas monofásicos de tres hilos balanceados y desbalanceados. Conexión YY trifásica, Conexión $\Delta\Delta$ trifásica, Conexión Y Δ trifásica. Medición de potencia en sistemas trifásicos | x | | x |
| XV. | Componentes simétricas. Componentes simétricas de sistemas de voltajes desbalanceados. Ecuaciones generales. Aplicación del método de las componentes simétricas en la solución de circuitos trifásicos desbalanceados por voltaje. | x | | |
| XVI. | Circuitos trifásicos no sinusoidales. Concepto de estímulo periódico no sinusoidal. Valor eficaz. Potencia. Análisis de circuitos monofásicos y trifásicos en régimen no sinusoidal. Circuitos trifásicos balanceados en presencia de armónicos. Medida de potencia en circuitos trifásicos balanceados en presencia de armónicos | x | | |
| XVII. | Circuitos no lineales Definiciones básicas sobre elementos no lineales. Sus características. Algunos dispositivos resistivos prácticos. Método estructural. | x | | |

A partir de este análisis y con el objetivo de organizar las asignaturas se propone que CE I tenga la distribución que se muestra en la tabla 1.4.

Tabla 1.4. Organización y distribución de horas de la asignatura CE I para el Plan E.

| Temas | C | C.P | L | Ev. | Total |
|--|----------|------------|----------|------------|--------------|
| I. Análisis de redes resistivas lineales simples. | 8 | 10 | 2 | 2 | 22 |
| II. Métodos generales de solución y teoremas en circuitos lineales | 6 | 8 | 2 | 2 | 18 |
| III. Análisis de las redes dinámicas en el dominio del tiempo. | 4 | 8 | 2 | 2 | 16 |
| IV. Circuitos lineales en CA. | 4 | 16 | 2 | 2 | 22 |
| Total | 22 | 42 | 8 | 8 | 80 |
| % | 27,5 | 52,5 | 10 | 10 | 100 |

Leyenda: C: Conferencias, C.P: Clases Prácticas, L: Laboratorios, Ev.: Evaluación

Para esta distribución se tuvo en cuenta que estuvieran incluidos todos los temas que forman la base conceptual de la asignatura y se pasaron para la asignatura CE II aquellos temas que se consideren de aplicación de estos contenidos. Dado que en la FIE de la UCLV existe una sola disciplina para todas las carreras, se considera pertinente tener la asignatura CE I común para todas, lo que contribuye a la mejor preparación metodológica de la misma.

Como se aprecia en la propia tabla 4, se destina un 62,5% a actividades de tipo prácticas y solo el 27,5% a clases magistrales o conferencias, lo que mantiene la política de los últimos planes de estudio de darle mayor protagonismo a los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Para el caso de la asignatura CE II, son diferentes propuestas, en dependencia de la carrera. La tabla 1.5 tiene la misma información que la 4 respecto a organización y distribución de horas por temas.

Tabla 1.5. Organización y distribución de horas de la asignatura CE I para el Plan E. para la carrera de Ingeniería Eléctrica

| Temas | C | C.P | L | Ev. | Total |
|---|------|------|----|-----|-------|
| I. Cuadripolos | 2 | 4 | 2 | 1 | 9 |
| II. Circuitos acoplados. Transformadores | 4 | 4 | - | 1 | 5 |
| III. Respuesta de frecuencia | 6 | 10 | 2 | 2 | 20 |
| IV. Análisis de CE aplicando la Transformada de Laplace | 2 | 4 | - | 1 | 7 |
| V. Régimen no sinusoidal periódico | 2 | 2 | - | 1 | 5 |
| VI. Circuitos trifásicos | 4 | 8 | 2 | .5 | 14.5 |
| VII. Componentes simétricas | 2 | 2 | - | 1 | 5 |
| VIII. Circuitos trifásicos no sinusoidales. | 2 | 2 | 2 | .5 | 6.5 |
| IX. Circuitos no lineales | 2 | 2 | - | - | 4 |
| Total | 26 | 38 | 8 | 8 | 80 |
| % | 32,5 | 47,5 | 10 | 10 | 100 |

Como se observa en la tabla 5 también hay un % superior de horas dedicadas a las actividades de carácter práctico.

1.5 Conclusiones del Capítulo

1. Debido a la reducción de las horas presenciales de las asignaturas, que trae consigo la implementación del Plan de estudio E, se hace necesario un aumento en el tiempo que los estudiantes dedican al estudio independiente.
2. La elaboración de materiales para apoyar al estudio independiente será de gran importancia para lograr una preparación óptima de los estudiantes.
3. Los materiales didácticos tomarán un papel preponderante dentro del Plan de estudio E pero en ningún momento deben sustituir al profesor, sino que este debe orientar a los estudiantes cómo utilizarlos para su mejor provecho.
4. La asignatura Circuitos Eléctricos que es la base de las carreras de la Facultad de Ingeniería Eléctrica propone los temas que deben ser impartidos en el Plan E, de acuerdo a las orientaciones recibidas, manteniendo un mayor número de horas dedicadas a las actividades prácticas.

Lo anterior constituye la justificación para la elaboración de esta tesis que es un material complementario, el cual será de gran ayuda en la preparación de los estudiantes, apoyando su estudio independiente.

Capítulo 2. Componentes Simétricas

2.1 Introducción

En el estudio de los circuitos polifásicos frecuentemente se encuentra un sistema desbalanceado de cantidades que pueden ser: corrientes, tensiones, flujos magnéticos, etcétera. El origen de estos desbalances pueden ser cualquier fallo asimétrico, como por ejemplo un cortocircuito monofásico, en el cual una línea se abre y cae a tierra. Otra causa pudiera ser la apertura o recierre monofásico o bifásico de un interruptor en caso de fallo. A pesar que la transmisión, distribución y generación de la energía eléctrica sea perfectamente simétrica y balanceada; es frecuente el tener que analizar sistemas sometidos a regímenes desbalanceados.

En estos casos se recurre al método de transformar este sistema de n cantidades desbalanceadas en n sistemas de cantidades balanceadas, que son las llamadas componentes simétricas de las cantidades originales.

Una vez obtenidas las componentes simétricas se obtiene la respuesta del circuito a cada una de ellas y finalmente, se antitransforman los resultados parciales obtenidos para llegar a la respuesta buscada.[11]

2.2 Método de las componentes simétricas.

De acuerdo con lo anterior, un sistema de tres cantidades complejas desbalanceadas A , B , C , como se muestra en la figura 2.1 a), puede descomponerse en tres sistemas balanceados, cada uno de los cuales tendrá las siguientes características:

- Componentes de secuencia positiva, la misma que la de las cantidades originales, iguales en magnitud y desplazadas 120° en fase, unas de otras figura 2.1 b).
- Componentes de secuencia negativa, contraria a la de las cantidades originales, iguales en magnitud y desplazadas 120° en fase, una de otras figura 2.1 c).
- Componentes de secuencia cero, consistentes en tres magnitudes iguales sin desplazamiento de fase entre ellas figura 2.1 d)

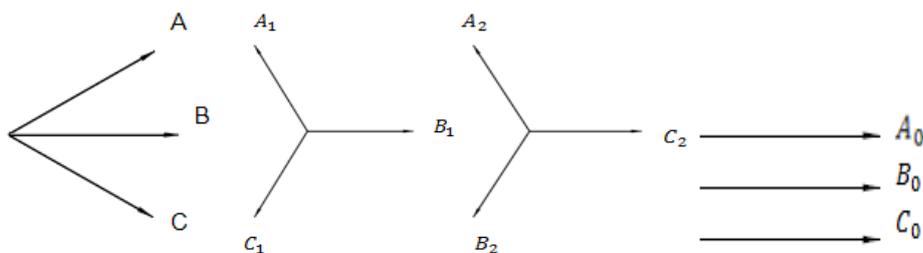


Figura 2.1 a) Figura 2.1b) Figura 2.1 c) Figura 2.1d)

Figura 2.1 Sistema de tres cantidades complejas desbalanceadas A, B, C, descompuestas en tres sistemas balanceados.

Es frecuente denominar la secuencia positiva como a, b, c, y la negativa como a, c, b. Si las cantidades originales fuesen tensiones es común denominarlas V_A, V_B, V_C . Para indicar las componentes de secuencia positiva, negativa y cero, se utilizan los subíndices 1, 2 y 0 respectivamente. De modo que V_{B2} denota la componente de tensión de secuencia negativa de la fase B; V_{a0} la componente de tensión de la fase A y así con todas las demás.

Si un sistema de tres cantidades desbalanceadas se descompone en tres sistemas balanceados, según se ha establecido, entonces es posible que cada una de las cantidades originales no es más que la suma de sus componentes de secuencia cero, positiva y negativa; o sea:

$$A = A_0 + A_1 + A_2 \text{ Ec(2.1)}$$

$$B = B_0 + B_1 + B_2 \text{ Ec(2.2)}$$

$$C = C_0 + C_1 + C_2 \text{ Ec (2.3)[12]}$$

Y este resultado se muestra en la figura 2.2

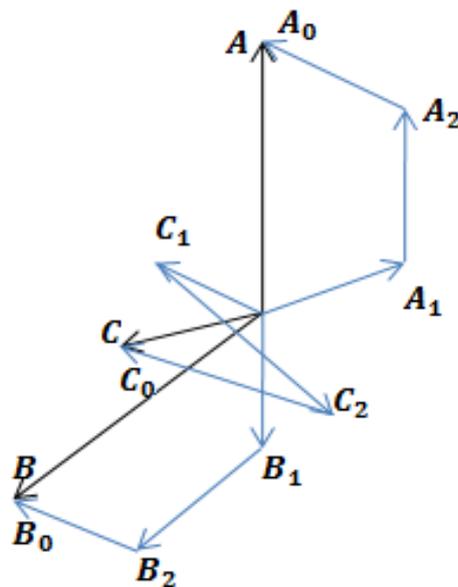


Figura 2.2 La suma de las componentes de secuencia cero, positiva y negativa da como resultado un sistema desbalanceado.

2.3 Operador de fase

Por constituir las componentes de secuencia positiva un sistema trifásico balanceado, compuesto por tres vectores iguales en magnitud y desplazados 120° , y de la misma forma para la secuencia negativa; es conveniente trabajar con un operador que realice tal desplazamiento.

Se utiliza generalmente, la letra a para denotar un operador de fase tal, que hace girar a una cantidad compleja 120° en sentido positivo, dejando inalterable la magnitud de esa cantidad.

De manera que:

$$a = 1 \angle 120^\circ = e^{j\left(\frac{2\pi}{3}\right)} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + j \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = -0,5 + j0,866 \text{Ec (2.4)}$$

La operación sucesiva del operador a sobre sí mismo daría por resultado:

$$a^2 = 1 \angle 240^\circ = e^{j\left(\frac{4\pi}{3}\right)} = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + j \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = -0,5 - j0,866 \text{Ec (2.5)}$$

$$a^3 = 1 \angle 0^\circ = e^{j2k\pi} = 1 \text{Ec (2.6)}$$

En general:

$$a^{3n} = 1 \text{Ec (2.7)K, } n \in \mathbb{N}$$

$$a^{3n+1} = a \text{Ec (2.8)}$$

$$a^{3n+2} = a^2 \text{Ec (2.9)}$$

De la manera que se ha definido el operador a se desprende que $1, a, a^2$ no son más que las tres raíces cúbicas de la unidad, constituyendo un sistema de tres vectores iguales en magnitud en equilibrio figura 2.3, por tanto:

$$1 + a + a^2 = 0 \text{Ec (2.10)}$$

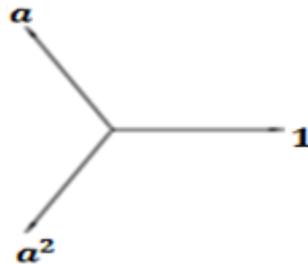


Figura 2.3 Operadores de giro, a, a^2, a^3 .

Es importante resaltar que si bien para el operador j se cumple que:

$j = \angle 90^\circ$ y $-j = \angle -90^\circ$, no puede plantearse tal afirmación en el caso de a , ya que:

$$a = \angle 120^\circ, \text{ pero } -a = a * (-1) = 1 \angle 120^\circ * 1 \angle 180^\circ = 1 \angle 300^\circ = 1 \angle -60^\circ [11]$$

Según se muestra en la figura 2.4

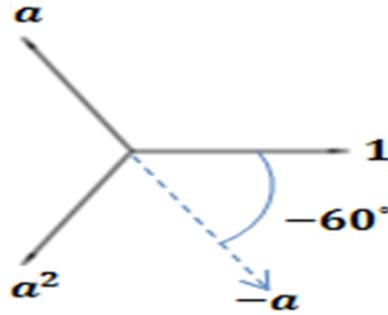


Figura 2.4 Multiplicación del operador de giro a por -12.

2.4 Componentes simétricas de un sistema trifásico de cantidades

El sistema de ecuaciones formado por 2.1, 2.2, 2.3 permite realizar la síntesis de las cantidades desbalanceadas a partir de sus componentes simétricas.

Haciendo uso del operador de fase a es posible expresarlas componentes simétricas de dos de las fases en términos de la otra. Esta fase es normalmente, la fase A.

Sean: (A_1, B_1, C_1) , (A_2, B_2, C_2) y (A_0, B_0, C_0) los sistemas de secuencia positiva, negativa y cero, respectivamente.

Señaladas las propiedades del operador a, descritas en las ecuaciones 2.4 y 2.5 es fácil comprender que:

$$B_1 = a^2 A_1 \text{ y } C_1 = a A_1$$

Y esto se muestra en la figura 1.5.

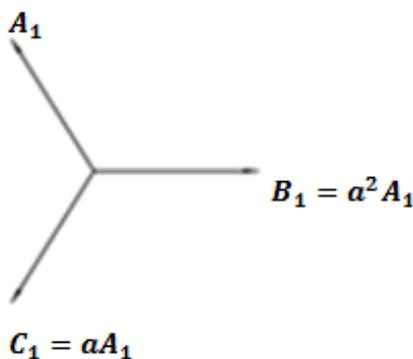


Figura 2.5 Componentes de secuencia positiva.

De forma similar:

$$B_2 = a A_2 \text{ y } C_2 = a^2 A_2$$

Por constituir un sistema de secuencia negativa como aparece en la figura 1.6.

Finalmente, $B_0 = C_0 = A_0$ al constituir un sistema de secuencia cero, o sea, de tres cantidades en fase.

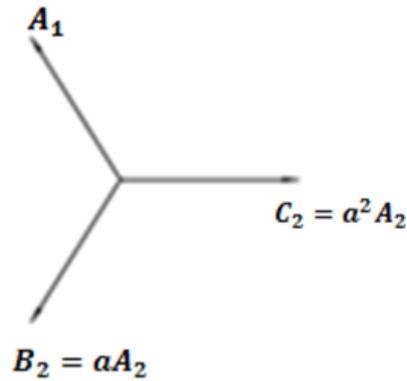


Figura 2.6 Componentes de secuencia negativa.

Entonces el sistema de ecuaciones formado por 2.1, 2.2 y 2.3 puede escribirse en términos de las cantidades de la fase A solamente como:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 \mathbf{E}c \quad (2.11)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}_0 + a^2 \mathbf{A}_1 + a \mathbf{A}_2 \mathbf{E}c \quad (2.12)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}_0 + a \mathbf{A}_1 + a^2 \mathbf{A}_2 \mathbf{E}c \quad (2.13)$$

Y en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \mathbf{E}c \quad (2.14) \quad [14]$$

A partir del sistema de ecuaciones 2.11, 2.12, 2.13 o de la ecuación matricial 2.14 es posible encontrar las componentes simétricas \mathbf{A}_0 , \mathbf{A}_1 y \mathbf{A}_2 .

Procediendo a partir del sistema de ecuaciones, si se suman las tres expresiones se llega a que:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} = (1 + a^2 + a)\mathbf{A}_1 + (1 + a + a^2)\mathbf{A}_2 + 3\mathbf{A}_0$$

$$\text{Pero } 1 + a + a^2 = 0$$

Por tanto

$$\mathbf{A}_0 = \frac{1}{3}(\mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}) \mathbf{E}c \quad (2.15)$$

Que es la componente de secuencia cero.

Multiplicando la ecuación 2.12 por a y la 2.13 por a^2 y sumando las tres, se tiene que:

$$\mathbf{A} + a\mathbf{B} + a^2\mathbf{C} = (1 + a + a^2)\mathbf{A}_1 + (1 + a^2 + a)\mathbf{A}_2 + 3\mathbf{A}_0$$

Por consiguiente:

$$\mathbf{A}_1 = \frac{1}{3}(\mathbf{A} + a\mathbf{B} + a^2\mathbf{C}) \mathbf{E}c \quad (2.16)$$

Que es la componente de secuencia positiva.

Multiplicando la ecuación 2.12 por a^2 y la 2.13 por a y sumando las tres, se obtiene:

$$\mathbf{A} + \mathbf{a}^2\mathbf{B} + \mathbf{aC} = (\mathbf{1} + \mathbf{a} + \mathbf{a}^2)\mathbf{A}_1 + 3\mathbf{A}_2 + (\mathbf{1} + \mathbf{a}^2 + \mathbf{a})\mathbf{A}_0$$

Y por tanto:

$$\mathbf{A}_2 = \frac{1}{3}(\mathbf{A} + \mathbf{a}^2\mathbf{B} + \mathbf{aC})$$

Que es la componente de secuencia negativa.[15]

Entonces las ecuaciones 2.15, 2.16, 2.17 constituyen las componentes de secuencia cero, positiva y negativa de las cantidades A, B, C, respectivamente.

Para obtener las componentes simétricas a partir de la ecuación matricial, se tendrá que, si en 2.14 se hace,

$$\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \end{bmatrix} \mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix}$$

Sustituyendo en 2.14 queda la ecuación matricial en forma compacta: $\mathbf{D} = \alpha\mathbf{A}_i$

Para obtener \mathbf{A}_i se premultiplica a ambos lados por α^{-1}

$$\alpha^{-1}\mathbf{D} = \alpha^{-1}\alpha\mathbf{A}_i$$

Pero $\alpha^{-1}\alpha = \mathbf{1}$ donde $\mathbf{1}$ es la matriz identidad, por tanto:

$$\mathbf{A}_i = \alpha^{-1}\mathbf{D}$$

Y la ecuación matricial 2.18 permite calcular las componentes simétricas del sistema desbalanceado A, B, C, la cual en forma desarrollada puede escribirse:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} * \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ \mathbf{1} & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix}$$

Donde evidentemente,

$$\alpha^{-1} = \frac{1}{3} * \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ \mathbf{1} & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \end{bmatrix} [16]$$

2.5 Propiedades de los circuitos con respecto a las componentes simétricas de las corrientes y las tensiones

En los circuitos trifásicos se reconocen varias formas de asociación de las fases del generador y la carga, a saber:

- Sistema estrella-estrella sin conexión entre neutros (generador y carga conectados en estrella).
- Sistema estrella-estrella con conexión entre neutros (generador y carga conectados en estrella).
- Sistema delta-delta (generador y carga conectados en delta).
- Sistema estrella-delta.

- Sistema delta-estrella.

Para cada una de ellas, se cumplen diferentes propiedades particulares con respecto a las componentes simétricas de corrientes y tensiones.

A continuación se analizará cada asociación y se derivarán sus principales propiedades.[17]

2.5.1 Sistema estrella-estrella sin conexión entre neutros

Este tipo de conexión muchas veces se simboliza como Y-Y sin neutro y se muestra en la figura 2.7. Se supone que la fuente trifásica impone el sistema de tensiones balanceado V_A , V_B , V_C , mostrando en la figura 2.8.

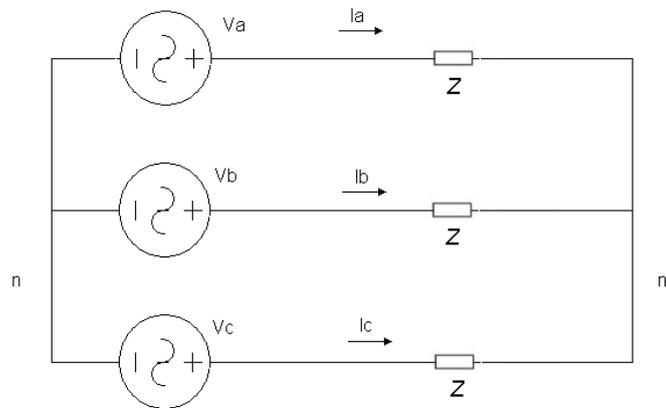


Figura 2.7 Fuente desbalanceada.

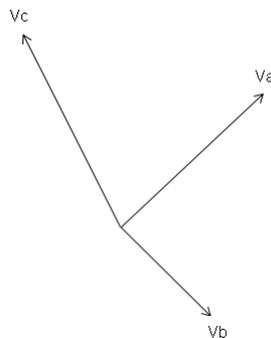


Figura 2.8 Sistema de voltajes desbalanceados.

Para resolver esa red se va aplicar el método de las componentes simétricas y para ello es necesario descomponer el sistema formado por las tensiones de fase V_A , V_B , V_C en sus componentes de secuencia cero, positiva y negativa.

Se aplicarán entonces las ecuaciones 2.15, 2.16 y 2.17 o en su lugar la ecuación matricial 2.18. Esto da por resultado las tensiones.

$$V_{A0}, V_{A1}, V_{A2}$$

Con estos valores y el operador a pueden obtenerse las componentes simétricas de secuencia positiva y negativa. En otras palabras: para la secuencia cero:

$$V_{B0} = V_{C0} = V_{A0}$$

Para la secuencia positiva:

$$V_{B1} = a^2 V_{A1}, \quad V_{C1} = a V_{A1}$$

Para la secuencia negativa:

$$V_{B2} = a V_{A2}, \quad V_{C2} = a^2 V_{A2}$$

Las tensiones V_{A1}, V_{B1}, V_{C1} constituyen un sistema trifásico balanceado de secuencia a, b, c luego, puede resolverse por fase simplemente mediante la ley de Ohm.[18]

Como consecuencia de que $V_{n'n} = 0$; $I_{A1} = \frac{V_{A1}}{Z}$ y a partir de las propiedades del operador a vistas en el epígrafe 1.3 puede plantearse que:

$$I_{B1} = a^2 I_{A1}; I_{C1} = a I_{A1}$$

Para los voltajes de línea $V_{AB} = V_{A1} - V_{B1} = V_{A1} - a^2 V_{A1} = (1 - a^2)V_{A1}$, pero $(1 - a^2) = \sqrt{3}L30^\circ$ (ver figura 2.9), como corresponde a un sistema trifásico balanceado de secuencia positiva. Para el resto de los voltajes de línea.

$$V_{BC1} = a^2 V_{AB1}, \quad V_{CA1} = a V_{AB1}$$

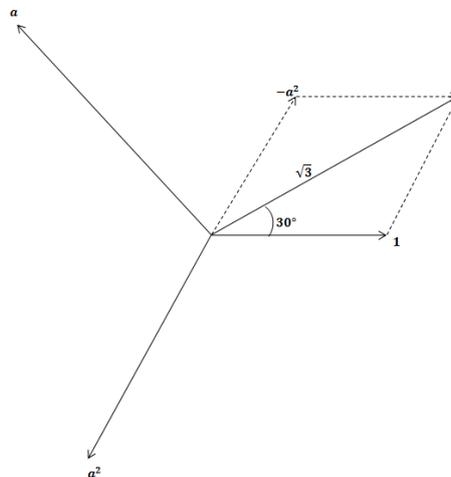


Figura 2.9 Determinación gráfica de $1 - a^2$.

Las tensiones V_{A2}, V_{B2}, V_{C2} constituyen un sistema de voltaje trifásico balanceado, pero de secuencia a, c, b (secuencia negativa) que también puede resolverse por la ley de de Ohm, puesto que:

$$V_{n'n2} = 0$$

Entonces:

$$I_{A2} = \frac{V_{A2}}{Z}; \quad I_{B2} = a I_{A2}; \quad I_{C2} = a^2 I_{A2}$$

En este caso, para los voltajes de línea:

$$V_{AB2} = V_{A2} - V_{B2} = V_{A2} - aV_{A2} = (1 - a)V_{A2}$$

Pero, $(1 - a) = \sqrt{3}L - 30^\circ$ ver figura 2.10

Y por tanto: $V_{AB2} = \sqrt{3}V_{A2}L - 30^\circ$ o sea, que el voltaje de línea V_{AB2} de secuencia negativa es $\sqrt{3}$ veces mayor que el voltaje de fase V_{A2} , pero tiene 30° de atraso con respecto a este.

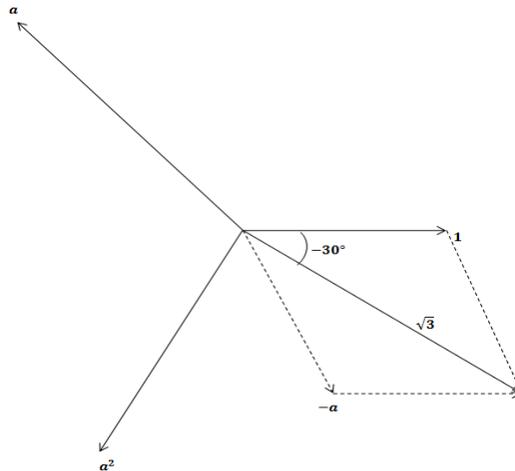


Figura 2.10 Determinación gráfica de $1 - a$.

Las tensiones V_{A0} , V_{B0} , V_{C0} constituyen un sistema de tres voltajes iguales en magnitud y fase, y el análisis difiere al de los anteriores.[19]

Si se fuera a calcular, por ejemplo, el voltaje de líneas V_{A0} , o sea, el voltaje de línea de secuencia cero, este sería:

$$V_{AB0} = V_{A0} - V_{B0} = 0$$

Y lo mismo sucede para el resto de los voltajes de líneas V_{BC0} y V_{CA0} : por tanto, en un sistema Y-Y sin neutro, no existe voltaje de secuencia cero entre líneas; a pesar de existe en las fases del generador.

Para calcular las corrientes de secuencia cero por las líneas I_{A0} , I_{B0} , I_{C0} , sería necesario plantear algún método general de solución.

Por ejemplo, el de los voltajes de nodo. A partir de la figura 1.11 φ_n , $\frac{3}{Z} = \frac{3V_0}{Z}$, esto implica que

$$\varphi_n = V_0$$

Y cualquier corriente de línea tendría por expresión:

$$I_L = \frac{V_0 - V_0}{Z} = 0$$

Lo que significa que:

$$I_{A0} = I_{B0} = I_{C0} = 0$$

Y se puede concluir que en un sistema Y-Y sin neutro, no circula corriente de secuencia cero por las líneas.

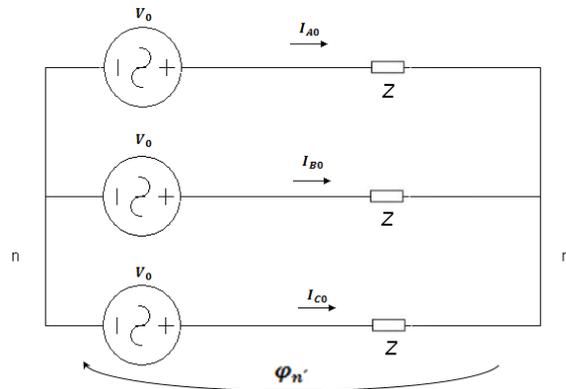


Figura 2.11 Por un sistema Y-Y sin neutro, no circula corriente de secuencia cero por las líneas.

En este caso se acaba de demostrar que todo el voltaje de secuencia cero generado está aplicado entre neutros, puesto que $\varphi_{n'n} = V_0$

Como conclusión se afirma que para un sistema estrella-estrella sin conexión entre neutros, se cumplen las siguientes propiedades, con referencia a las componentes simétricas de las corrientes y las tensiones.

Las componentes de secuencia positiva constituyen un sistema trifásico balanceado, cumpliéndose todas las propiedades inherentes a los mismos.[20]

Las componentes de secuencia negativa constituyen también un sistema trifásico balanceado, cumpliéndose las propiedades inherentes a los mismos, con la sola excepción de que el voltaje de líneas V_L atrasa 30° al voltaje de fase V_F .

El sistema de secuencia cero es un sistema de tres voltajes en fase y en este caso:

- No existe voltaje de secuencia cero entre líneas, a pesar de que si existe en las fases del generador.
- No circula corriente de secuencia cero por las líneas y por tanto, no habrá voltaje de secuencia cero en las fases de la carga.
- Como consecuencia de lo anterior, entre los neutros aparece el voltaje de secuencia cero.

A partir de las propiedades derivadas pueden determinarse las corrientes y tensiones del circuito en términos de sus componentes simétricas, teniendo que:

Corriente de líneas: $I_A = I_{A1} + I_{A2}$

Tensión entre líneas: $V_{AB} = \sqrt{3}V_{A1}L\angle 30^\circ + \sqrt{3}V_{A2}L\angle -30^\circ$

Tensión entre neutros: $V_{n'n} = V_{A0}$

Tensión en la fase de la carga: $V_{A_{carga}} = V_{A1} + V_{A2}$

Para el resto de las fases se aplica el sistema de ecuaciones 2.11, 2.12, 2.13 o la ecuación matricial 2.14 teniendo en cuenta la ausencia de la componente de secuencia cero.[21]

2.5.2 Sistema estrella-estrella con conexión entre neutros

Considérese que la red de la figura 2.12 esta estimulada con un sistema desbalanceado de tensiones como el mostrado en la figura 2.8, del cual se obtienen sus componentes simétricas de la misma forma que en el caso anterior (estrella-estrella sin conexión entre neutros).

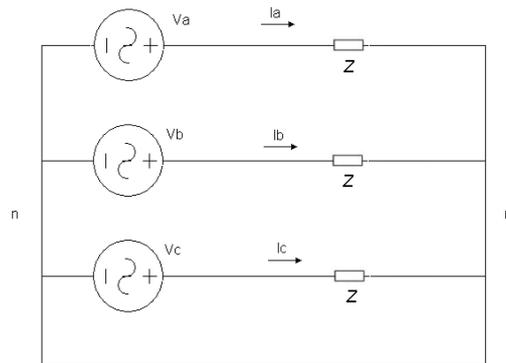


Figura 2.12 Sistema estrella-estrella con conexión entre neutros.

Para los sistemas de componentes simétricas correspondientes a las secuencias, positiva y negativa, por tratarse de sistemas trifásicos balanceados, para los cuales $V_{n'n} = 0$, la existencia de la conexión neutral no afecta en lo absoluto los resultados obtenidos en el epígrafe anterior.

Sin embargo, para la secuencia cero, la ausencia del conductor entre neutros motivaba que $V_{n'n} = V_0$, situación que cambia con la existencia de este conductor, ya que ahora $V_{n'n} = V_0$. Por consiguiente, es de esperar que se vean alterados los resultados del epígrafe anterior y se procederá a analizar la nueva situación.[22]

En la figura 2.13 se ha representado el esquema valido para calcular las corrientes de secuencia cero circulante. Empleando el método de las corrientes de malla, de forma tal que una de las ramas sea siempre el neutro, se tiene que:

$$I_{B0} = I_{C0} = I_{A0} = \frac{V_{A0}}{Z}$$

Y por tanto: $I_{n'n0} = 3I_{A0}$

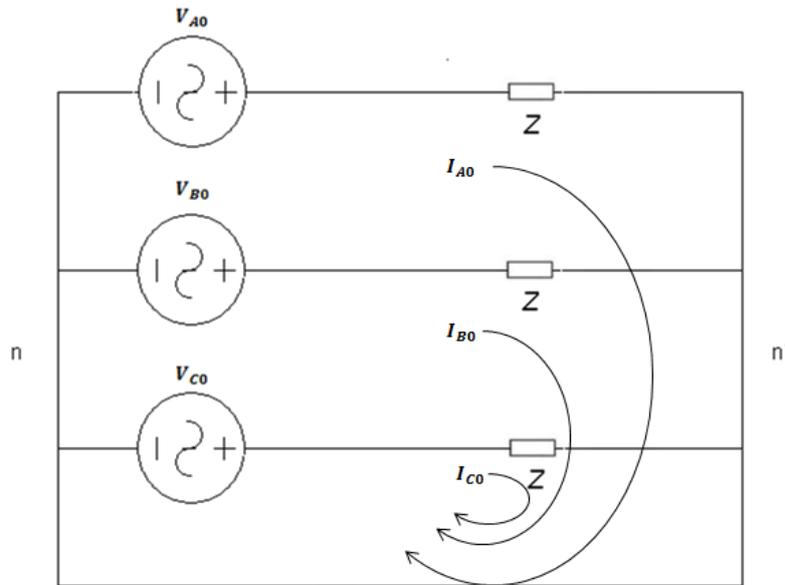


Figura 2.13 Cálculo de las corrientes de secuencia cero empleando el método de las corrientes de mallas.

Como conclusión puede afirmarse que para un sistema Y-Y con neutro, se cumplen las siguientes propiedades en relación con las componentes simétricas de las tensiones y las corrientes.

Para las componentes de secuencia positiva y negativa siguen siendo válidas las propiedades obtenidas para el caso analizado en el epígrafe anterior.[23]

Para el sistema de secuencia cero se tiene:

- No existe voltaje de secuencia cero entre las líneas, a pesar de que si existe en las fases del generador.
- Por las líneas circula la corriente de secuencia cero y por tanto, el voltaje de secuencia cero generado aparece aplicado en las fases de la carga.
- Por el neutro circula la corriente de secuencia cero que es tres veces el valor de la corriente que circula por las líneas.

A partir de las propiedades derivadas pueden determinarse las corrientes y tensiones del circuito en términos de sus componentes simétricas. Teniendo que:

$$\text{Corriente de líneas: } \mathbf{I}_A = \mathbf{I}_{A0} + \mathbf{I}_{A1} + \mathbf{I}_{A2}$$

$$\text{Corriente por el neutro: } \mathbf{I}_n = 3\mathbf{I}_{A0}$$

$$\text{Voltaje entre líneas: } \mathbf{V}_{AB} = \sqrt{3}\mathbf{V}_{A1}L\mathbf{30}^\circ + \sqrt{3}\mathbf{V}_{A2}L - \mathbf{30}^\circ$$

$$\text{Voltaje en la fase de la carga: } \mathbf{V}_{A_{\text{carga}}} = \mathbf{V}_{A_{\text{gen}}}$$

Para el resto de las fases se aplica el sistema de ecuaciones 2.11, 2.12 y 2.13 o la ecuación matricial 2.14, teniendo en cuenta la presencia o no, de la componente de secuencia cero en cada caso.[24]

2.5.3 Sistema delta-delta

Para estudiar el comportamiento de este tipo de asociación, se comenzara por analizar lo que sucede en el generador sin carga conectado en delta, que aparecen la figura 2.14 donde se ha representado el voltaje y la impedancia interna del generador por fase.

Los voltajes generados E_{AB} , E_{BC} , E_{CA} , son desbalanceados y a partir de ellos e igual que en los casos anteriores, se obtienen las componentes de secuencia.

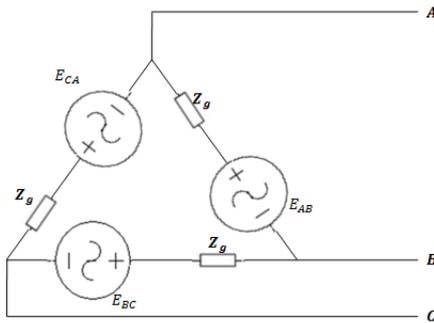


Figura 2.14 Generador sin carga conectado en delta.

Para la secuencia positiva se tendría un esquema como el de la figura 2.15.

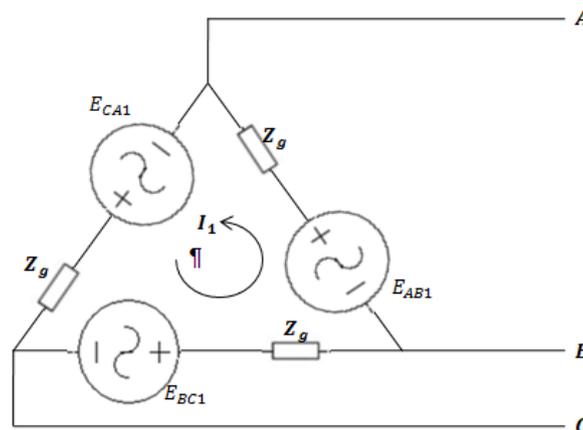


Figura 1.15 Esquema para analizar la componente de secuencia positiva.

Si se quiere obtener la corriente circulante dentro de la delta se tendría que:

$$I_1 = \frac{E_{AB1} + E_{BC1} + E_{CA1}}{3Z_g}$$

Pero $E_{AB1} + E_{BC1} + E_{CA1} = 0$

Por constituir un sistema trifásico balanceado y por tanto, no circula corriente de secuencia positiva dentro de la delta de un generador sin carga.

Por un motivo idéntico, tampoco circula corriente de secuencia negativa dentro de la delta de un generador sin carga.

Para la secuencia cero, se tendría un modelo como el mostrado en la figura 2.16.

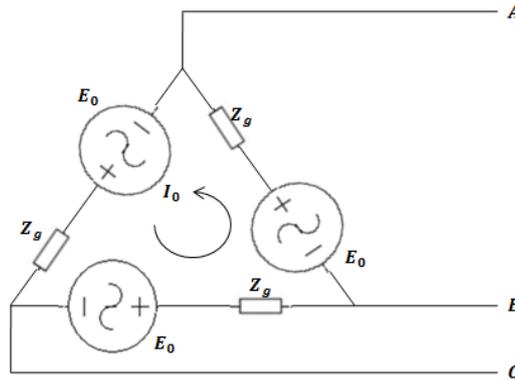


Figura 2.16 Esquema para analizar la componente de secuencia cero.

Si se quisiera obtener la corriente circulante dentro de la delta, se tendría que,

$$I_0 = \frac{3E_0}{3Z_g} = \frac{E_0}{Z_g}$$

Y contrariamente a los resultados obtenidos para la secuencia positiva y negativa, dentro de la delta del generador sin carga, si circula corriente de secuencia cero. Si ahora se deseara conocer el valor del voltaje de línea de secuencia cero, se tendría que:

$$V_{AB0} = E_0 - I_0 Z_g = E_0 - \frac{E_0 * Z_g}{Z_g} = 0$$

Es decir, que a pesar de que en el generador existe voltaje de secuencia cero generado por sus fases, este no existe entre líneas, ya que este voltaje se cae en la impedancia interna del generador debido a que, aun sin carga, la corriente de secuencia cero circula dentro de la delta.

En este punto debe hacerse una consideración interesante.

Para el análisis de las asociaciones precedentes se utilizó un modelo para representar el generador, en el cual se despreció su impedancia interna. Sin embargo, al iniciar el estudio de la asociación en delta, este modelo se sustituyó por otro donde se consideró la impedancia interna.[25]

Supóngase que se utiliza un modelo sin impedancia para representar el generador. En el análisis de la secuencia positiva y negativa no habría habido dificultades mayores. Ahora bien, para la secuencia cero figura 2.17, se tendría que una LKV en la delta daría por resultado:

$$E_0 + E_0 + E_0 = 3E_0 = 0$$

Lo que es evidente contradicción, puesto que el voltaje de secuencia cero generado no es cero.

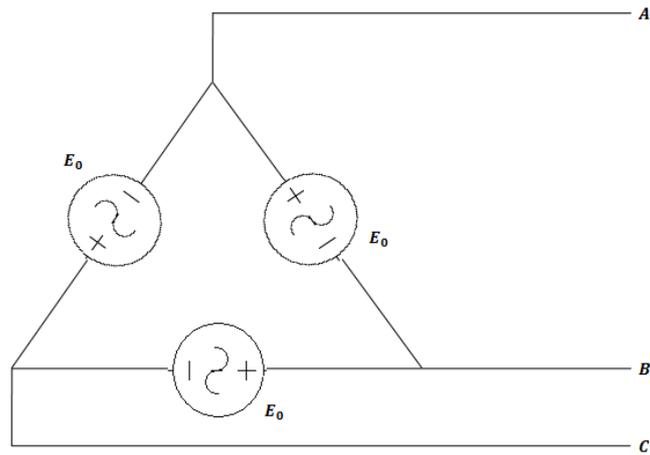


Figura 2.17 Modelo sin impedancia para representar el generador.

Aun mas, esta malla supone que el voltaje entre líneas de secuencia cero es el generado por fase, situación, por demás absurda; ya que esto implica una contradicción evidente con la ley de Kirchoff para voltajes, puesto que la suma de los voltajes de línea tiene que ser cero y esto obliga a que entre líneas solo puede haber voltajes de secuencia positiva y negativa, pero jamás de secuencia cero, y este resultado es, como se ha comprobado, independiente del tipo de asociación. Como conclusión importante puede afirmarse entonces, que el modelo del generador ideal (sin impedancia) no responde a la realidad objetiva del generador en delta suma no es cero y por tanto, este modelo no se puede utilizar para analizar este tipo de asociación.

Se supone ahora el generador con carga, según se muestra en la figura 2.18 donde se han establecido los convenios de referencia positiva.

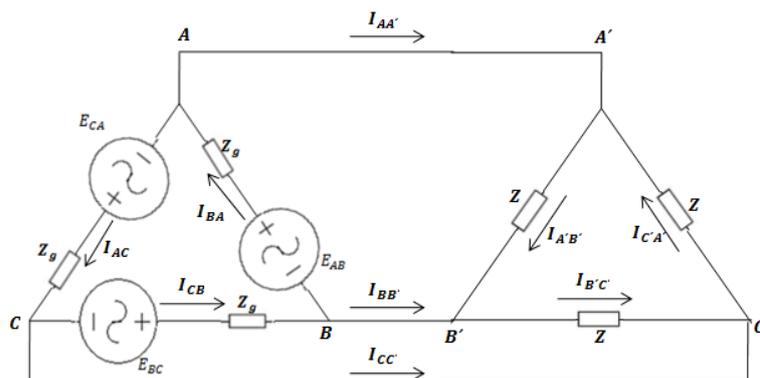


Figura 2.18 Generador con carga.

Para las componentes simétricas de secuencia positiva es posible analizarlo por fase con la simple ley de Ohm, por tratarse de un sistema trifásico balanceado y se tendrá que:

$$I_{BA1} = I_{A'B'1} = \frac{E_{AB1}}{Z_g + Z}$$

$$I_{CB1} = I_{B'CB'1} = a^2 I_{A'B'1}$$

$$I_{AB1} = I_{C'A'1} = a I_{A'B'1}$$

La corriente de línea $I_{AA'1} = I_{A'B'1} - I_{C'A'1} = I_{A'B'1} - a I_{A'B'1} = (1 - a) I_{A'B'1}$

Pero (ver figura 1.10) $(1 - a) = \sqrt{3}L - 30^\circ$

$$\text{Luego: } I_{AA'1} = \sqrt{3} I_{A'B'1} L - 30^\circ$$

Como corresponde a un sistema delta-delta trifásico balanceado de secuencia positiva.

Para el resto de las corrientes de líneas:

$$I_{BB'1} = a^2 I_{AA'1}; I_{CC'1} = a I_{AA'1}$$

Para las componentes simétricas de secuencia negativa se calcularán análogamente, llegándose a la conclusión de que la corriente de la línea $I_{AA'2}$ será $\sqrt{3}$ veces mayor que la de la fase $I_{A'B'2}$ pero adelantará 30° como corresponde a un sistema delta-delta trifásico balanceado de secuencia negativa. Este resultado se puede comprobar fácilmente por el estudiante.

Para analizar el comportamiento de la secuencia cero, se necesita una red como la de la figura 2.19.

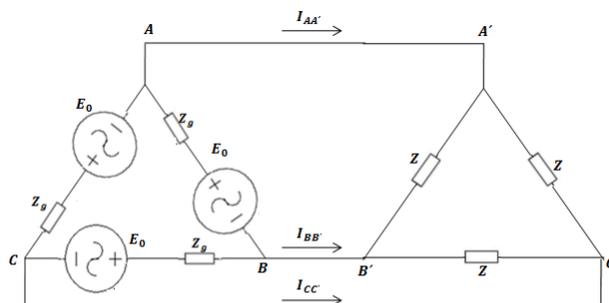


Figura 2.18 Generador con carga.

Antes de colocar la carga $V_{AB0} = V_{BC0} = V_{CA0} = 0$ o sea, entre líneas no existía voltaje de secuencia cero. Al colocar la carga esta situación no se altera, por ser los nodos A, B, C, equipotenciales, entonces por las líneas no circula corriente de secuencia cero, $I_{AA'0} = I_{BB'0} = I_{CC'0} = 0$ y por tanto, tampoco por las fases de la carga. Resumiendo, la situación para la secuencia cero es independiente de que la carga esté o no conectada, más aún, es independiente de que la carga esté conectada en delta o en estrella.

Como conclusión puede afirmarse que para un sistema delta-delta se cumplen las siguientes propiedades en relación con las componentes simétricas de las corrientes y las tensiones:

- El sistema de secuencia positiva constituye un sistema trifásico balanceado, cumpliéndose todo lo inherente a los mismos.
- El sistema de secuencia negativa constituye también un sistema trifásico balanceado, cumpliéndose todo lo inherente a los mismos, con la sola excepción de que la corriente de línea I_L adelanta 30° a la corriente de fase I_F en lugar de atrasarla.
- El sistema de secuencia cero es un sistema de tres voltajes en fase. En este caso:
 1. No es posible representar el generador despreciando su impedancia interna.
 2. La corriente de secuencia cero circula dentro de la delta independientemente de que el generador este con carga o no.
 3. Todo el voltaje de secuencia cero se cae en la impedancia interna del generador y entre líneas, el voltaje de secuencia cero es nulo.
 4. La corriente de secuencia cero no circula por las líneas y por tanto, tampoco por la carga.

A partir de las propiedades derivadas pueden determinarse las corrientes y tensiones del circuito en términos de sus componentes simétricas. Teniendo en cuenta que:

Corriente dentro del generador:

$$I_{BA_{gen}} = I_{BA1} + I_{BA2} + I_{BA0}$$

Corriente dentro de la carga:

$$I_{AB_{carga}} = I_{AB1} + I_{AB2}$$

Corriente por la línea:

$$I_A = \sqrt{3}I_{AB1} \angle -30^\circ + \sqrt{3}I_{AB2} \angle 30^\circ$$

Tensión entre líneas:

$$V_{AB} = V_{AB1} + V_{AB2}$$

Para el resto de las fases se aplica el sistema de ecuaciones 2.11, 2.12, 2.13 o la ecuación matricial 2.14 teniendo en cuenta la presencia o no, de las componentes de secuencia cero en cada caso.[26]

2.5.4 Conexión estrella-delta

El análisis no aporta nada nuevo a lo ya visto para el caso Y-Y sin neutro. La diferencia estaría en que el voltaje en la fase de la carga coincidiría con el voltaje entre líneas. A partir de estos voltajes se calculan las corrientes de secuencia por las fases de la carga y con ellas las corrientes por las líneas.

Por supuesto, se hace evidente que entre líneas no hay voltaje de secuencia cero y por tanto, tampoco corriente de esa secuencia.

Otra posibilidad, muy utilizada, sería transformar la delta en su estrella equivalente y así resolver de una forma adecuada. Una vez obtenidos todos los

valores de tensiones y corrientes se regresa a la delta calculando entonces los valores asociados a la carga original.

2.5.5 Conexión delta-estrella

Se puede derivar las condiciones para este caso a partir de la conexión delta-delta.

En todas las conexiones analizadas, se han supuesto el generador y la carga unidos por conductores ideales sin impedancia, esto no siempre es así, pudiendo presentarse impedancia en las líneas o en el neutro.

Lo anterior no alteraría lo sustancial de todos los análisis realizados, pero los resultados obtenidos no pueden aplicarse mecánicamente, sino que siempre es necesario determinar lo valedero para cada caso en cuestión.

También cuando se analizaba el generador conectado en Y, se despreció su impedancia interna. Sin embargo, es posible que en algunos cálculos por consideraciones técnicas, este criterio no pueda aplicarse. Igualmente el método de análisis utilizado antes es válido, pero los resultados lógicamente no pueden aplicarse en forma mecánica, sino teniendo en cuenta la nueva situación.[27]

2.6 Cálculo de las componentes de corriente y tensión en cargas trifásicas balanceadas en paralelo

En el epígrafe anterior, se han establecido las bases para el cálculo de las corrientes y tensiones para los tipos de conexiones del generador, y para los tipos de carga más generales.

En cualquier caso, y como condición impuesta por la LKV, entre líneas no exista voltaje de secuencia cero, independiente del grado de desbalance existente en los voltajes generados por las fases del generador.

Ahora bien, la asociación de las cargas a un generador se puede realizar de las formas más diversas.

Por ejemplo, si fuese la mostrada en la figura 2.20, dependiendo de la conexión del generador, será más conveniente llevar la estrella a delta o viceversa: luego se combinan las cargas y se resuelve para las componentes simétricas.

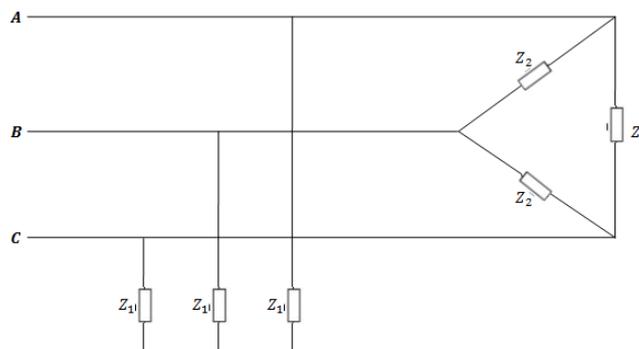


Figura 2.20 Cargas en estrella y en delta en paralelo.

Por ejemplo, suponiendo el generador en Y entonces sería más conveniente llevar la carga # 2 a estrella equivalente. Posteriormente resolver para las componentes simétricas de acuerdo con el circuito que se muestra en la figura 2.21, donde se muestra el diagrama equivalente por fase para la secuencia positiva. Algo similar podría hacerse para la secuencia negativa.

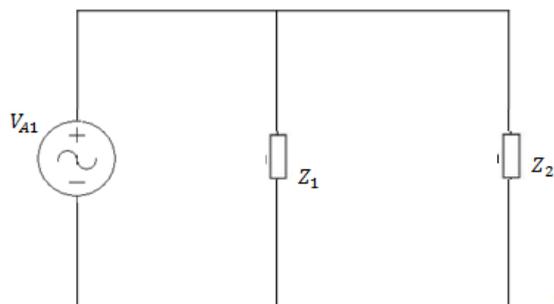


Figura 2.21 Diagrama equivalente por fase para la secuencia positiva.

Para la secuencia cero deberá tenerse mayor cuidado, ya que es necesario analizar previamente la posibilidad de circulación de la corriente de dicha secuencia. Con este propósito se verá si existe conductor neutro entre el generador y las cargas en Y, puesto que así únicamente puede circular esa corriente por la carga. Otra posibilidad es que el generador este en Δ y entonces circulará dentro del generador sin salir a línea. En ningún caso existirá voltaje de secuencia cero entre líneas. Una vez calculadas todas las corrientes y tensiones con el uso del operador a y con las ecuaciones 2.11, 2.12 y 2.13 o con la ecuación matricial 2.14 se sintetizan estos valores llevándolos a los reales.

Para cada caso específico que se pudiera presentar, se deberá analizar antes de comenzar a trabajar, cuál es la mejor variante a utilizar.[28]

2.7 Cálculo de la potencia trifásica por el método de las componentes simétricas

En cualquier sistema trifásico balanceado o no, la potencia total es la suma de las potencias de cada una de las fases.

Se derivara una expresión que permita calcular esta potencia en términos de las componentes simétricas de las tensiones y las corrientes.

Se conoce que en general:

$$S = P + jQ = V * I^*$$

Para el caso de la potencia trifásica:

$$S_{3\phi} = V_A I_A^* + V_B I_B^* + V_C I_C^*$$

Sean:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_A \\ \mathbf{V}_B \\ \mathbf{V}_C \end{bmatrix}; \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_A \\ \mathbf{I}_B \\ \mathbf{I}_C \end{bmatrix} \text{ De ahí que:}$$

$$\mathbf{S}_{3\emptyset} = \mathbf{V}^T \mathbf{I}^* \mathbf{Ec 2.19}$$

Ahora bien:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_A \\ \mathbf{V}_B \\ \mathbf{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{A0} \\ \mathbf{V}_{B0} \\ \mathbf{V}_{C0} \end{bmatrix}$$

$$\text{O } \mathbf{V} = \alpha \mathbf{V}_{Ai} \mathbf{Ec 2.20}[6]$$

Y también:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_A \\ \mathbf{I}_B \\ \mathbf{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{A0} \\ \mathbf{I}_{B0} \\ \mathbf{I}_{C0} \end{bmatrix}$$

$$\text{O } \mathbf{I} = \alpha \mathbf{I}_{Ai} \mathbf{Ec 2.21}$$

Sustituyendo 2.20 y 2.21 en 2.19, se tiene:

$$\mathbf{S}_{3\emptyset} = (\alpha \mathbf{V}_{Ai})^T * (\alpha \mathbf{I}_{Ai})^* \mathbf{Ec 2.22}$$

La conjugada del producto es igual al producto de las conjugadas, luego:

$$\mathbf{I}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \end{bmatrix}^* * \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{A0} \\ \mathbf{I}_{B0} \\ \mathbf{I}_{C0} \end{bmatrix}^* \mathbf{Ec 2.23}$$

La conjugada de una matriz se obtiene conjugando cada uno de sus términos.

Además, si se observa la figura 2.3 se nota que $\mathbf{a}^{2*} = \mathbf{a}$ y lógicamente $\mathbf{a}^* = \mathbf{a}^2$.

Por otra parte, la transpuesta del producto de dos matrices es el producto de las transpuestas en orden inverso, luego:

$$\mathbf{V}^T = (\alpha \mathbf{V}_{Ai})^T = \mathbf{V}_{Ai}^T * \alpha^T = [\mathbf{V}_{A0} \quad \mathbf{V}_{A1} \quad \mathbf{V}_{A2}] * \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \end{bmatrix} \mathbf{Ec 2.24}$$

$$\mathbf{I}^* = \mathbf{I}_{Ai}^* * \alpha^* = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ \mathbf{1} & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{A0}^* \\ \mathbf{I}_{A1}^* \\ \mathbf{I}_{A2}^* \end{bmatrix} \mathbf{Ec 2.25}$$

Sustituyendo 1.24 y 1.25 en 1.19 queda:

$$\mathbf{S}_{3\emptyset} = [\mathbf{V}_{A0} \quad \mathbf{V}_{A1} \quad \mathbf{V}_{A2}] * \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \\ \mathbf{1} & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{A0}^* \\ \mathbf{I}_{A1}^* \\ \mathbf{I}_{A2}^* \end{bmatrix}$$

Ahora bien: $\alpha^T = \alpha$ y $\alpha * \alpha^* = \mathbf{3} * \mathbf{1}$

Donde $\mathbf{1} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$ es la matriz unitaria, luego:

$$S_{3\phi} = 3 * [V_{A0} \quad V_{A1} \quad V_{A2}] * \begin{bmatrix} I_{A0}^* \\ I_{A1}^* \\ I_{A2}^* \end{bmatrix}$$

O de otra forma: $S_{3\phi} = 3 * V_{Ai}^T I_{Ai}^*$

Esta última expresión permite calcular la potencia trifásica en función de las componentes simétricas de la fase A solamente y que desarrollada es:

$$S_{3\phi} = 3 * V_{A0} I_{A0}^* + 3 * V_{A1} I_{A1}^* + 3 * V_{A2} I_{A2}^* [29]$$

2.8 Conclusiones del capítulo

1. En el cálculo de sistemas desbalanceados de transformar dichos sistemas de n cantidades en n sistemas de cantidades balanceadas, a este método se le conoce como método de las componentes simétricas.
2. El operador de fase no es más que la cantidad desfasada entre las componentes de secuencia positiva y negativa.
3. El operador de fase ofrece la posibilidad de representar cada fase respecto a las componentes de la fase A.
4. Existen varios tipos de conexiones, cada cual con sus propiedades a las que el método se ajusta.

CAPÍTULO 3. Ejemplos resueltos

MATLAB es el nombre abreviado de “MATrixLABoratory”. MATLAB es un programa para realizar cálculos numéricos con vectores y matrices. Como caso particular puede también trabajar con números escalares tanto reales como complejos, con cadenas de caracteres y con otras estructuras de información más complejas. Una de las capacidades más atractivas es la de realizar una amplia variedad de gráficos en dos y tres dimensiones.[30]

MATLAB tiene también un lenguaje de programación propio. MATLAB es un gran programa de cálculo técnico y científico. Para ciertas operaciones es muy rápido, cuando puede ejecutar sus funciones en código nativo con los tamaños más adecuados para aprovechar sus capacidades de vectorización. En otras aplicaciones resulta bastante más lento que el código equivalente desarrollado en C/C++ o Fortran. En cualquier caso, el lenguaje de programación de MATLAB siempre es una magnífica herramienta de alto nivel para desarrollar aplicaciones técnicas, fácil de utilizar y que aumenta significativamente la productividad de los programadores respecto a otros entornos de desarrollo. MATLAB dispone de un código básico y de varias librerías especializadas (toolboxes).[31]

Aunque el origen de MATLAB estuvo íntimamente ligado a la manipulación y computación de y con matrices, durante los últimos años ha evolucionado de forma que hoy se puede considerar como un software de propósito general para todas las ramas de la matemática y la ingeniería desde el punto de vista numérico y computacional. También es posible el cálculo simbólico con MATLAB siempre que se disponga del toolbox apropiado; en este caso el Symbolictoolbox. Existen muchos otros toolboxes que, sobre la base del núcleo de MATLAB, proporcionan funciones específicas para el cálculo numérico de ciertas partes concretas de la matemática, la ingeniería y otras ciencias.[30]

MATLAB posee un simulador propio, el Simulink, el cual es una extensión gráfica de MATLAB, destinado a la modelación y simulación de sistemas lineales y no lineales. En el Simulink los sistemas se dibujan en la pantalla como diagramas de bloque. La construcción de un modelo, se simplifica, empleando los numerosos bloques pertenecientes a diferentes librerías. El Simulink está integrado con MATLAB y los datos pueden ser transferidos fácilmente entre los programas.[31]

En los medios universitarios MATLAB se ha convertido en una herramienta básica, tanto para los profesionales e investigadores de centros docentes, como una importante herramienta para el dictado de cursos universitarios, tales como sistemas e ingeniería de control, álgebra lineal, procesamiento digital de imágenes, etc. En el mundo industrial MATLAB está siendo utilizado como herramienta de investigación para la solución de complejos problemas

planteados en la realización y aplicación de modelos matemáticos en ingeniería.[30, 31]

El material didáctico de Componentes Simétricas constará de 8 ejercicios resueltos tanto de forma analítica como simulada. Además, se presentan 5 ejercicios propuestos para el trabajo independiente.

1. En el circuito, los voltajes de fase del generador vienen dados por $V_a = 100 + j0 \text{ V}$, $V_b = -40 - j50 \text{ V}$ y $V_c = 0 + j50 \text{ V}$. La impedancia de fase $Z = 8 + j6 \text{ } \Omega$ y la impedancia del neutro $Z_n = 5 + j0 \text{ } \Omega$. Hallar las corrientes de línea y neutro utilizando el método de las componentes simétricas.

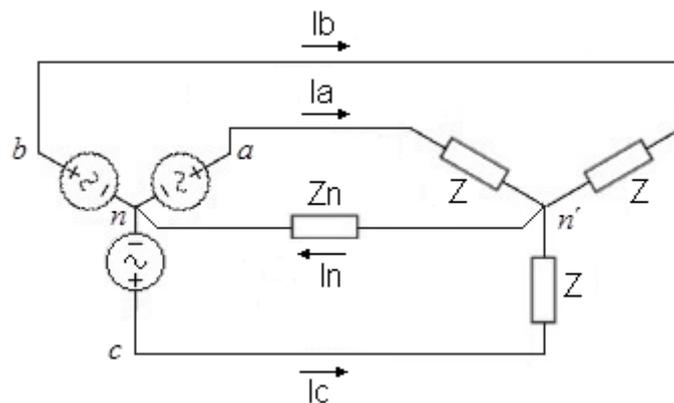


Figura 3.1 Circuito trifásico desbalanceado estrella – estrella con neutro

R:

Cálculo de las componentes simétricas de los voltajes de fase del generador:

Ecuaciones de las componentes de secuencia en función de los voltajes originales:

$$V_{a0} = 1/3(V_a + V_b + V_c)$$

$$V_{a1} = 1/3(V_a + aV_b + a^2V_c)$$

$$V_{a2} = 1/3(V_a + a^2V_b + aV_c)$$

Donde:

$$a = \sphericalangle 120^\circ$$

$$a^2 = \sphericalangle -120^\circ$$

Componentes de secuencia cero:

$$V_{a0} = \frac{1}{3} * (V_a + V_b + V_c) = \frac{1}{3} * (100 + j0 - 40 - j50 + 0 + j50) = 20 + j0$$

$$V_{b0} = V_{a0} = 20 + j0$$

$$V_{c0} = V_{a0} = 20 + j0$$

Componentes de secuencia positiva:

$$V_{a1} = \frac{1}{3} * (V_a + aV_b + a^2V_c) = 68,8 - j11,5 = 69,7\angle -9,5^\circ V$$

$$V_{b1} = a^2V_{a1} = 69,7\angle -129,5^\circ V$$

$$V_{c1} = aV_{a1} = 69,7\angle 110,5^\circ V$$

Componentes de secuencia negativa:

$$V_{a2} = \frac{1}{3} * (V_a + a^2V_b + aV_c) = 11,2 + j11,5 = 16\angle 46^\circ V$$

$$V_{b2} = aV_{a2} = 16\angle 166^\circ V$$

$$V_{c2} = a^2V_{a2} = 16\angle -74^\circ V$$

La suma $V_{a0} + V_{a1} + V_{a2}$ dará evidentemente $100 + j0$ V, lo que demuestra la validez de las ecuaciones.

Cálculo de las corrientes de secuencia:

Secuencia positiva:

$$I_{a1} = \frac{V_{a1}}{Z} = \frac{68,8 - j11,5}{8 + j6} = 4,81 - j5,05 = 6,97\angle -46,5^\circ A$$

$$I_{b1} = 6,97\angle -166,5^\circ A$$

$$I_{c1} = 6,97\angle 73,5^\circ A$$

Secuencia negativa:

$$I_{a2} = \frac{V_{a2}}{Z} = \frac{11,2 + j11,5}{8 + j6} = 1,6 + j0,25 = 1,6\angle 9^\circ A$$

$$I_{b2} = 1,6\angle 129^\circ A$$

$$I_{c2} = 1,6\angle -111^\circ A$$

Secuencia cero:

$$I_{a0} = \frac{V_{a0}}{Z + 3 * Z_n} = \frac{20 + j0}{8 + j6 + 15} = 0,813 - j0,212 = 0,84\angle -14,7^\circ A$$

$$I_{b0} = 0,84\angle -14,7^\circ A$$

$$I_{c0} = 0,84\angle -14,7^\circ A$$

Cálculo de las corrientes de líneas verdaderas:

Las corrientes de líneas verdaderas, se hallan sumando las componentes de secuencia que circulan por cada una de ellas, es decir:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} = 6,97\angle -46,5^\circ + 1,6\angle 9^\circ + 0,84\angle -14,7^\circ = 7,22 - j5,01 A$$

$$I_b = I_{b1} + I_{b2} + I_{b0} = 6,97\angle -166,5^\circ + 1,6\angle 129^\circ + 0,84\angle -14,7^\circ \\ = -6,97 - j0,59 A$$

$$I_c = I_{c1} + I_{c2} + I_{c0} = 6,97 \angle 73,5^\circ + 1,6 \angle -111^\circ + 0,84 \angle -14,7^\circ = 2,22 + j4,958 \text{ A}$$

Cálculo de la corriente por el neutro:

$$I_{n'n} = 3I_{a0} = 3(0,813 - j0,212) = 2,44 - j0,64 \text{ A}$$

Como se puede observar, la solución del ejercicio pasa por el cálculo de dos circuitos trifásicos balanceados pero de diferente secuencia y el tercer circuito se puede hacer coincidir con un circuito monofásico (monolineal) alimentado por un voltaje sinusoidal. La corriente de secuencia cero solo circulará si existe un conductor neutro.

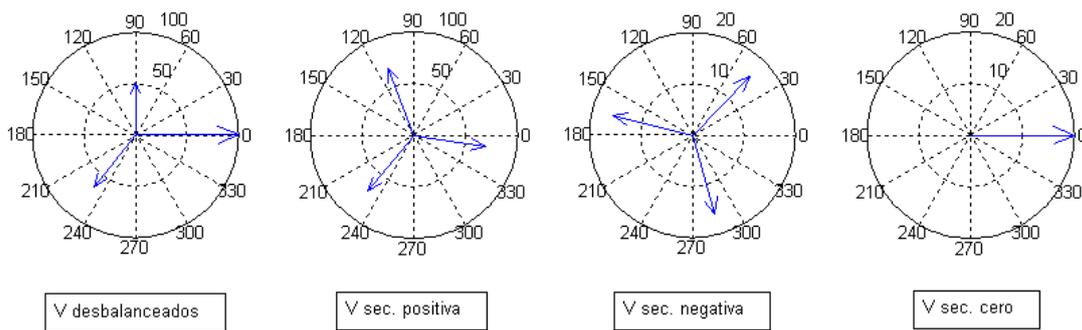
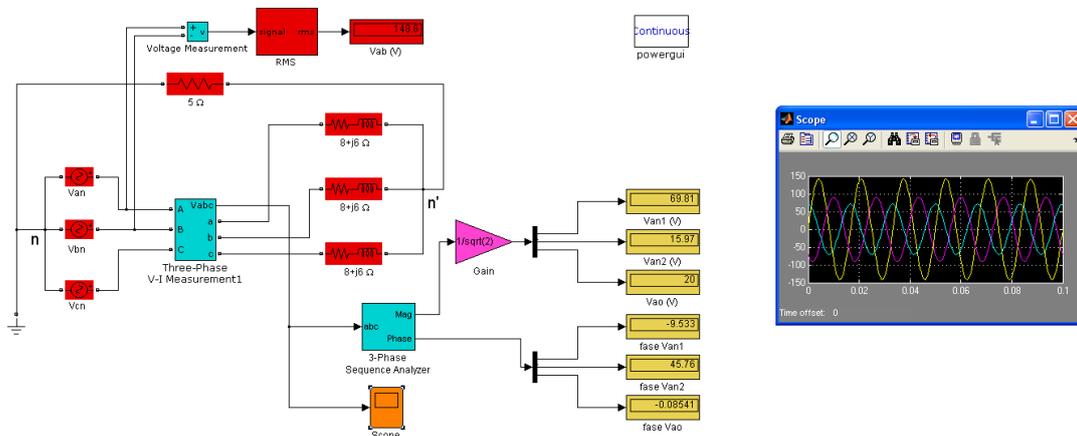


Figura 3.2 Sistemas de voltajes de fase desbalanceados; secuencia positiva; secuencia negativa y secuencia cero (magnitudes (V), ángulos (grados)).

R Simulink:

Determinación de las componentes de secuencia del voltaje de la fase a del generador trifásico desbalanceado



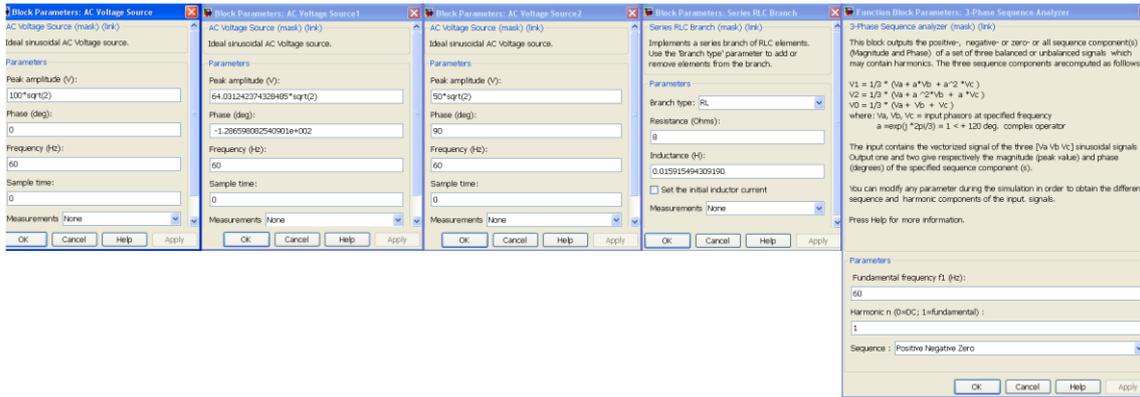


Figura 3.3 Archivo .mdl para determinar las componentes de secuencia del voltaje de la fase a del generador. La pantalla del osciloscopio muestra los voltajes generados por fase en V vs s.

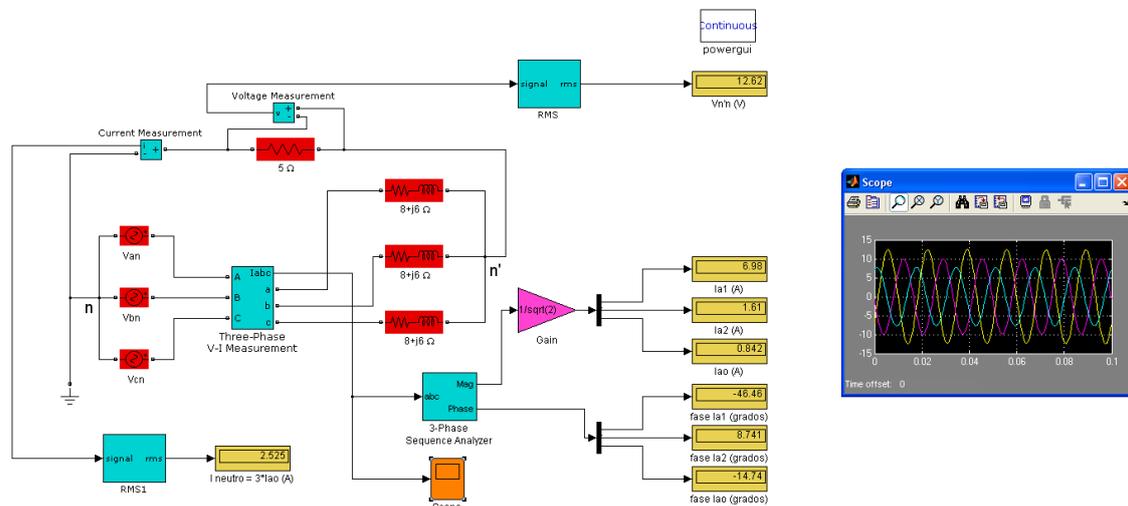


Figura 3.4 Archivo .mdl para determinar las componentes de secuencia de la corriente por la línea a. La pantalla del osciloscopio muestra la intensidad de las corriente que circulan por las líneas en (A) vs tiempo (s).

2. Determinar aplicando el método de las componentes simétricas, la lectura de un amperímetro conectado en el neutro de un circuito Y-Y si se sabe que: $V_a = 150 + j0 V$, $V_b = 0 + j150 V$ y $V_c = 0 V$. La impedancia de fase $Z = 10 + j0 \Omega$ y la impedancia del neutro $Z_n = 5 + j0 \Omega$.

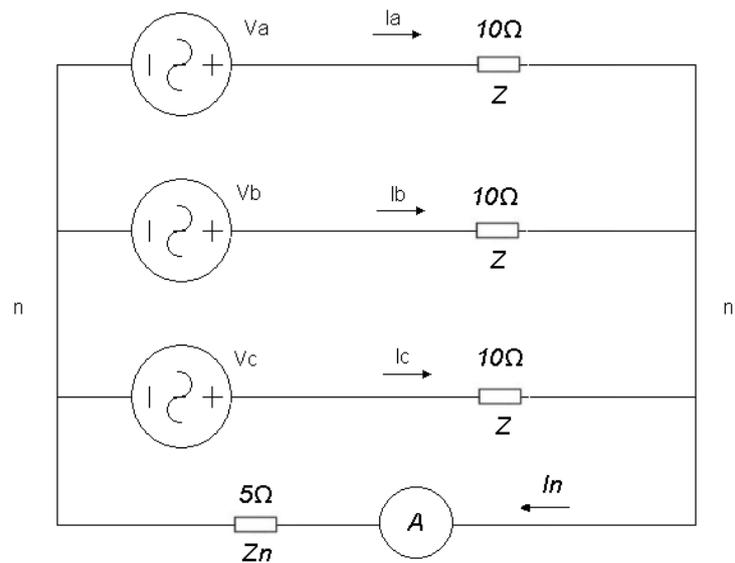


Figura 3.5 Amperímetro conectado en el neutro de un sistema trifásico desbalanceado estrella – estrella.

R:

El amperímetro leerá tres veces la corriente de línea de secuencia cero, por lo que solo es necesario calcular el voltaje V_{a0} :

$$V_{a0} = \frac{1}{3} * (V_a + V_b + V_c) = \frac{1}{3} * (150 + j0 + 0 + j150 + 0) = 50 + j50V$$

$$I_{a0} = \frac{V_{a0}}{Z + 3 * Z_n} = \frac{50 + j50}{10 + 15} = 2 + j2 = 2,82\angle 45^\circ \text{ A}$$

$$I_n = 3I_{a0} = 3 * (2 + j2) = 6 + j6 = 8,48\angle 45^\circ \text{ A}$$

El amperímetro leerá el módulo de la corriente I_n :

$$|I_n| = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8,48 \text{ A}$$

$$\text{Amperímetro} = 8,48 \text{ A}$$

R Simulink:

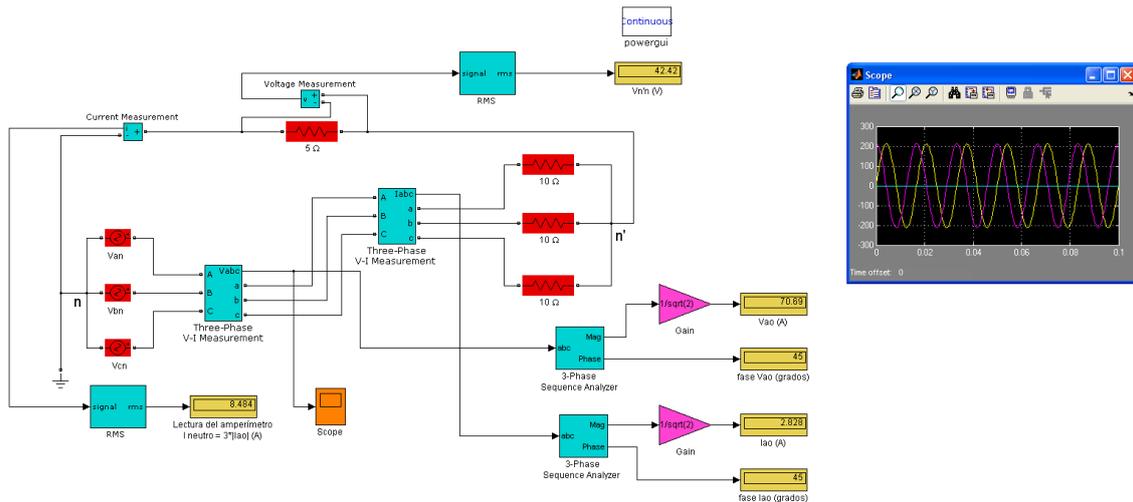


Figura 3.6 Archivo .mdl para determinar la lectura del amperímetro conectado en el neutro. La pantalla del osciloscopio muestra los voltajes generados por fase en V vs s.

3. Se tiene una carga trifásica balanceada conectada en delta, $Z = 6 + j5 \Omega = 7,81 \angle 39,8^\circ \Omega$, y alimentada por un sistema de voltajes trifásicos desbalanceados. Las componentes de secuencia de los voltajes de línea vienen dadas por: $V_{ab1} = 120,7 \angle 20,5^\circ V$ y $V_{ab2} = 27,6 \angle 16^\circ V$. Hallar las corrientes de línea.

R:

Los voltajes de línea nunca tienen componentes de secuencia cero ($V_{ab0} = V_{bc0} = V_{ca0} = 0 V$) y en este ejemplo en que la carga está en delta (sistema de tres líneas), no existirán corrientes de secuencia cero por las fases de la delta ni por las líneas.

Cálculo de las componentes de secuencia de las corrientes por las fases de la carga en delta:

$$I_{ab1} = \frac{V_{ab1}}{Z} = \frac{120,7 \angle 20,5^\circ}{7,81 \angle 39,8^\circ} = 15,45 \angle -19,3^\circ A$$

$$I_{ab2} = \frac{V_{ab2}}{Z} = \frac{27,6 \angle 16^\circ}{7,81 \angle 39,8^\circ} = 3,56 \angle -23,8^\circ A$$

A partir de las componentes de secuencia de las corrientes por la fase ab, pueden hallarse las componentes de secuencia de las corrientes por las fases bc y ca (mediante rotaciones de 120° de acuerdo a la secuencia).

$$I_{bc1} = 15,45 \angle -139,3^\circ A \quad I_{ca1} = 15,45 \angle 100,7^\circ A$$

$$I_{bc2} = 3,56 \angle 96,2^\circ A \quad I_{ca2} = 3,56 \angle -143,8^\circ A$$

Utilizando las componentes de secuencia de las corrientes de fase, se hallan las componentes de secuencia de las corrientes de línea:

$$I_{a1} = (\sqrt{3}L - 30^\circ) * I_{ab1} = 26,76L - 49,3^\circ \text{ A (Secuencia positiva)}$$

$$I_{b1} = 26,76L - 169,3^\circ \text{ A}$$

$$I_{c1} = 26,76L 70,7^\circ \text{ A}$$

$$I_{a2} = (\sqrt{3}L 30^\circ) * I_{ab2} = 6,166L 6,2^\circ \text{ A (Secuencia negativa)}$$

$$I_{b2} = 6,166L 126,2^\circ \text{ A}$$

$$I_{c2} = 6,166L - 113,8^\circ \text{ A}$$

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = 26,76L - 49,3^\circ + 6,166L 6,2^\circ = 30,77L - 40,13^\circ \text{ A}$$

$$(I_{a0} = I_{b0} = I_{c0} = 0)$$

$$I_b = I_{b1} + I_{b2} = 26,76L - 169,3^\circ + 6,166L 126,2^\circ = 30,5L 179,98^\circ \text{ A}$$

$$I_c = I_{c1} + I_{c2} = 26,76L 70,7^\circ + 6,166L - 113,8^\circ = 20,62L 72,12^\circ \text{ A}$$

R Simulink:

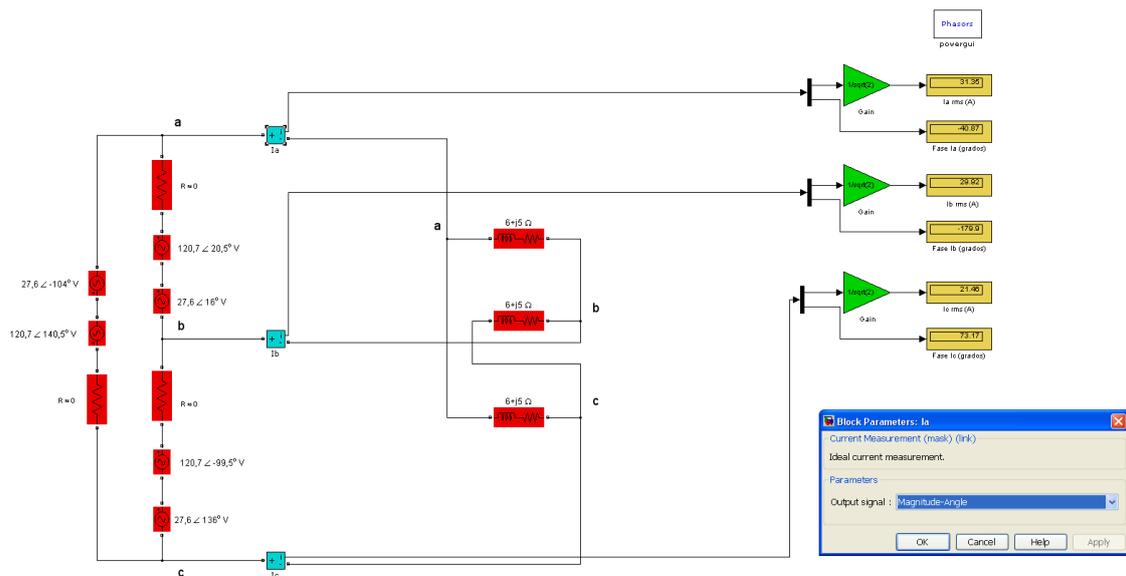


Figura 3.7 Archivo .mdl para determinar las corrientes de línea en un sistema trifásico desbalanceado delta – delta.

4. Se tiene un generador trifásico desbalanceado conectado en Y (con conductor neutro) alimentando una carga trifásica balanceada conectada en Y con $Z = 20 + j0 \Omega$. La impedancia del neutro es $Z_n = 10 + j0 \Omega$. $V_a = 150 + j0 \text{ V}$ y $V_b = V_c = 0 \text{ V}$. Determine I_a e I_n (en forma polar), aplicando el método de las componentes simétricas.

R:

$$V_{a0} = \frac{1}{3} * (V_a + V_b + V_c)$$

$$V_{a0} = \frac{1}{3} * V_a = \frac{1}{3} * (150 + j0) = 50 + j0$$

$$V_{a1} = \frac{1}{3} * (V_a + aV_b + a^2V_c)$$

$$V_{a1} = \frac{1}{3} * V_a = \frac{1}{3} * (150 + j0) = 50 + j0$$

$$V_{a2} = \frac{1}{3} * (V_a + a^2V_b + aV_c)$$

$$V_{a2} = \frac{1}{3} * V_a = \frac{1}{3} * (150 + j0) = 50 + j0$$

$$I_{a0} = \frac{V_{a0}}{Z + 3 * Z_n} = \frac{50 + j0}{20 + 3 * 10} = 1 + j0 \text{ A}$$

$$I_{a1} = \frac{V_{a1}}{Z} = \frac{50 + j0}{20 + j0} = 2,5 + j0 \text{ A}$$

$$I_{a2} = \frac{V_{a2}}{Z} = \frac{50 + j0}{20 + j0} = 2,5 + j0 \text{ A}$$

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} = 6 + j0 = 6 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_n = 3 * I_{a0} = 3 + j0 = 3 \angle 0^\circ \text{ A}$$

R Simulink:

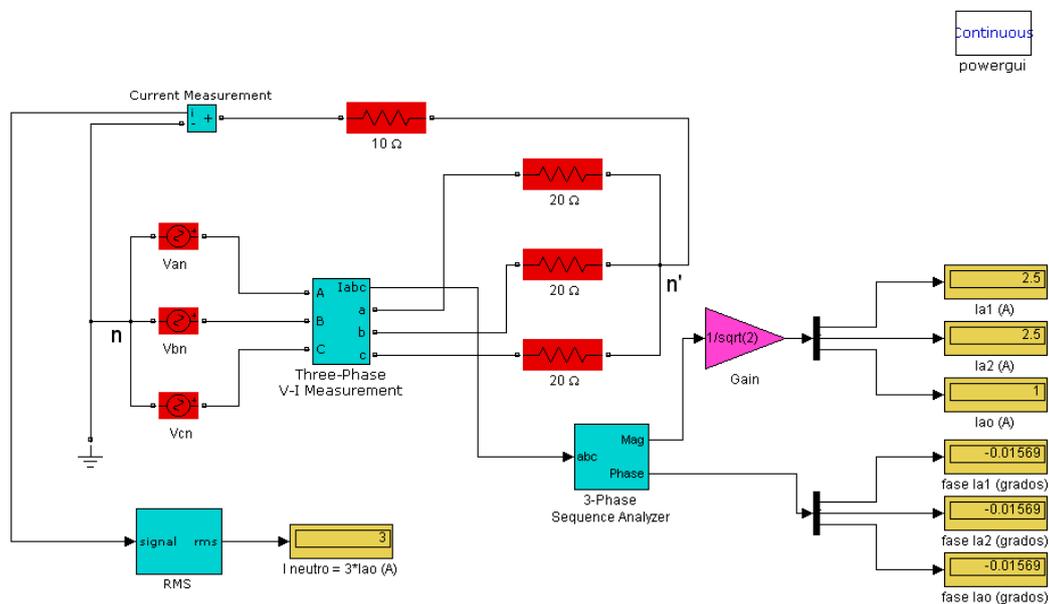


Figura 3.8 Archivo .mdl para determinar las corrientes I_a e I_n en un sistema trifásico desbalanceado estrella – estrella.

5. Un generador trifásico desbalanceado alimenta dos cargas trifásicas balanceadas y conectadas en paralelo. La carga No.1 está conectada en Y con

neutro, siendo $Z_Y = 10 + j0 \Omega$ y $Z_n = 1 + j0 \Omega$. La carga No.2 está conectada en Δ siendo $Z_\Delta = 17,3 + j0 \Omega$. Si $V_{a1} = 100\angle 0^\circ V$, $V_{b2} = 50\angle 30^\circ V$ y $V_{a0} = 26\angle 90^\circ V$. Hallar la indicación de los amperímetros conectados en la fase a de la carga en Y , en la fase ab de la carga en Δ , en el neutro y en la línea "a" (en la salida del generador).

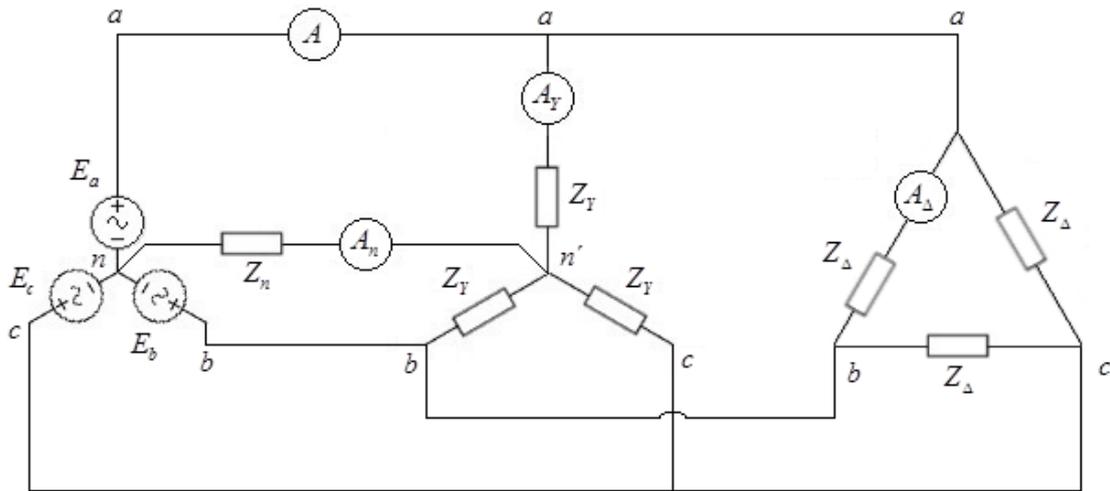


Figura 3.9 Circuito trifásico desbalanceado con cargas trifásicas balanceadas en paralelo.

R:

Componentes de secuencia de los voltajes de fase:

$$V_{a1} = 100\angle 0^\circ V$$

$$V_{b1} = 100\angle -120^\circ V$$

$$V_{c1} = 100\angle 120^\circ V$$

$$V_{a2} = 50\angle -90^\circ V$$

$$V_{b2} = 50\angle 30^\circ V$$

$$V_{c2} = 50\angle 150^\circ V$$

$$V_{a0} = V_{b0} = V_{c0} = 26\angle 90^\circ V$$

Componentes de secuencia de los voltajes de línea:

$$V_{ab1} = (\sqrt{3}\angle 30^\circ)V_{a1} = 100\sqrt{3}\angle 30^\circ V$$

$$V_{ab2} = (\sqrt{3}\angle -30^\circ)V_{a2} = 50\sqrt{3}\angle -120^\circ V$$

$$V_{ab0} = 0 V$$

Componentes de secuencia de la corriente por la línea (fase) a de la estrella:

$$I_{a1} = \frac{V_{a1}}{Z_Y} = \frac{100}{10}\angle 0^\circ = 10\angle 0^\circ A$$

$$I_{a2} = \frac{V_{a2}}{Z_Y} = \frac{50 \angle -90^\circ}{10 \angle 0^\circ} = 5 \angle -90^\circ A$$

$$I_{a0} = \frac{V_{a0}}{Z_Y + Z_n} = \frac{26 \angle 90^\circ}{13 \angle 0^\circ} = 2 \angle 90^\circ A$$

Corriente verdadera por la línea (fase) a de la estrella:

$$I_{aY} = I_{a0} + I_{a1} + I_{a2} = j2 + 10 - j5 = 10 - j3 = 10,44 \angle -16,7^\circ A$$

$$Amperímetro A1 = 10,44 A$$

Componentes de secuencia de la corriente por la fase ab de la delta:

$$I_{ab1} = \frac{V_{ab1}}{Z_\Delta} = \frac{100\sqrt{3} \angle 30^\circ}{10\sqrt{3} \angle 0^\circ} = 10 \angle 30^\circ A$$

$$I_{ab2} = \frac{V_{ab2}}{Z_\Delta} = \frac{50\sqrt{3} \angle -120^\circ}{10\sqrt{3} \angle 0^\circ} = 5 \angle -120^\circ A$$

$$I_{ab} = I_{ab1} + I_{ab2} = 6,16 + j0,67 = 6,19 \angle 6,2^\circ A$$

$$Amperímetro A2 = \sqrt{6,16^2 + 0,67^2} = 6,19 A$$

Corriente verdadera por el conductor neutro:

$$I_n = 3 * I_{a0} = 3 * 2 \angle 90^\circ = 6 \angle 90^\circ A$$

$$Amperímetro A_n = 6 A$$

Componentes de secuencia de la corriente por la línea a de la delta:

$$I_{a1\Delta} = (\sqrt{3} \angle -30^\circ) I_{ab1} = \sqrt{3} \angle -30^\circ * 10 \angle 30^\circ = 10\sqrt{3} \angle 0^\circ A$$

$$I_{a2\Delta} = (\sqrt{3} \angle 30^\circ) I_{ab2} = \sqrt{3} \angle 30^\circ * 5 \angle -120^\circ = 5\sqrt{3} \angle -90^\circ A$$

Corriente verdadera por la línea a de la delta:

$$I_{a\Delta} = I_{a1\Delta} + I_{a2\Delta} = 17,3 - j8,65 = 19,36 \angle -26,56^\circ A$$

Corriente verdadera (total) por la línea a del generador:

$$I_{aT} = I_{a\Delta} + I_{aY} = 27,3 - j11,65 A$$

$$Amperímetro A = \sqrt{27,3^2 + 11,65^2} = 29,68 A$$

R Simulink:

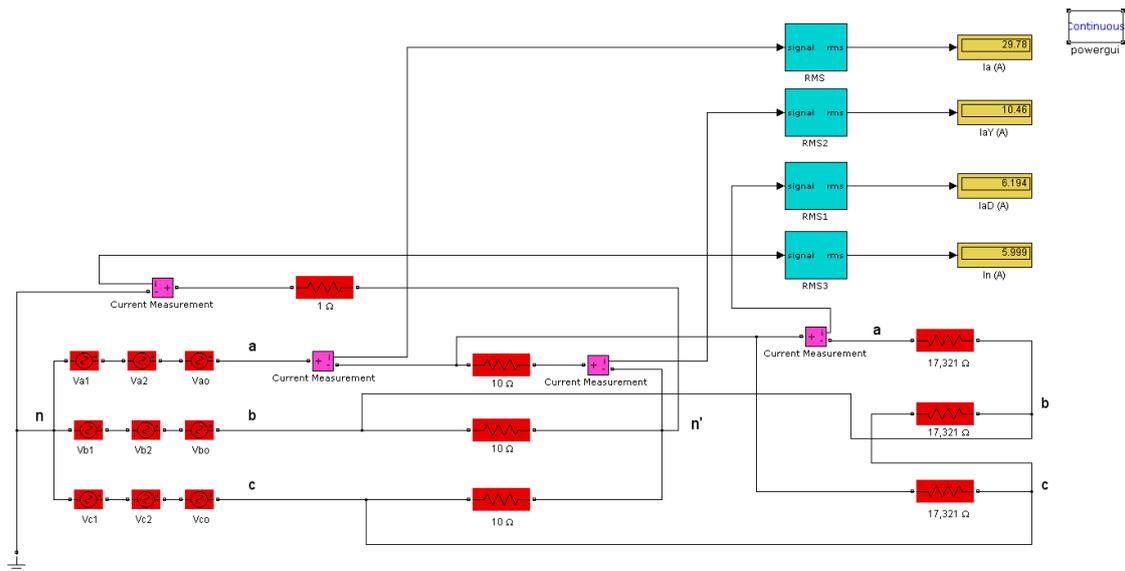


Figura 3.9 Archivo .mdl para determinar las lecturas de los amperímetros.

6. Un sistema trifásico de voltajes desbalanceados, en estrella con neutro, alimenta una carga en estrella balanceada, de impedancia $Z = 16 + j0 \Omega$, siendo la impedancia del neutro $Z_n = 10 + j0 \Omega$. Las componentes de secuencia de los voltajes de línea son: $V_{ab1} = 277 \angle 30^\circ V$ y $V_{ab2} = 133,5 \angle -30^\circ V$. El voltímetro en el neutro indica $60 V$. Determine aplicando el método de las componentes simétricas:

- a - El módulo de la corriente de secuencia cero I_{a0} .
- b - Si la caída de voltaje en la impedancia del neutro es $60 \angle 0^\circ V$, hallar la corriente I_a .
- c - Si se elimina el conductor neutro ($Z_n = \infty$), hallar la lectura del voltímetro (el voltímetro queda conectado entre n' y n).
- d - Halle I_b con el conductor neutro eliminado ($Z_n = \infty$).

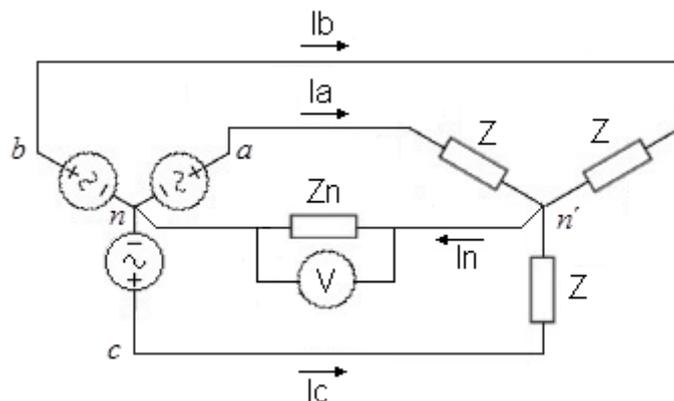


Figura 3.10 Un sistema trifásico de voltajes desbalanceados, en estrella con neutro, alimentando una carga balanceada en estrella.

R:

$$a) \text{ Voltímetro} = |I_n * Z_n| = |3 * I_{a0} * Z_n| = 60 \text{ V}$$

$$\therefore |I_{a0}| = \frac{60}{|3 * Z_n|} = \frac{60}{3 * 10} = 2 \text{ A}$$

Magnitud de la componente de secuencia cero del voltaje de la fase a del generador:

$$|V_{a0}| = |I_{a0} * (Z + 3 * Z_n)| = 2 * (16 + 30) = 92 \text{ V}$$

$$b) V_{n'n} = 3 * I_{a0} * Z_n = 60 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\therefore |I_{a0}| = \frac{60 \angle 0^\circ}{|3 * Z_n|} = \frac{60 \angle 0^\circ}{3 * 10} = 2 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$V_{ab1} = (\sqrt{3} \angle 30^\circ) V_{a1}$$

$$V_{a1} = \frac{V_{ab1}}{\sqrt{3} \angle 30^\circ} = \frac{227 \angle 30^\circ}{\sqrt{3} \angle 30^\circ} = \frac{227}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$I_{a1} = \frac{V_{a1}}{Z} = \frac{\frac{227}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{16 \angle 0^\circ} = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$V_{ab2} = (\sqrt{3} \angle -30^\circ) V_{a2}$$

$$V_{a2} = \frac{V_{ab2}}{\sqrt{3} \angle -30^\circ} = \frac{133,5 \angle -30^\circ}{\sqrt{3} \angle -30^\circ} = \frac{133,5}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$I_{a2} = \frac{V_{a2}}{Z} = \frac{\frac{133,5}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{16 \angle 0^\circ} = 4,82 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} = 16,82 \angle 0^\circ \text{ A}$$

c) Si se elimina el conductor neutro ($Z_n = \infty$):

$$I_{a0} = \frac{V_{a0}}{Z + 3 * Z_n} = 0 \text{ A} \quad V_{n'n'} = V_{a0}$$

\therefore La lectura del voltímetro será $|V_{a0}|$.

$$\text{Voltímetro} = |V_{a0}| = 92 \text{ V}$$

d) Con el conductor neutro eliminado: $I_{b0} = I_{a0} = 0 \text{ A}$

$$I_b = I_{b1} + I_{b2} = a^2 I_{a1} + a I_{a2}$$

$$I_b = a^2 (10 \angle 0^\circ) + a (4,82 \angle 0^\circ)$$

$$I_b = 10 \angle -120^\circ + 4,82 \angle 120^\circ$$

$$I_b = 8,65 \angle -148,84^\circ \text{ A}$$

R Simulink:

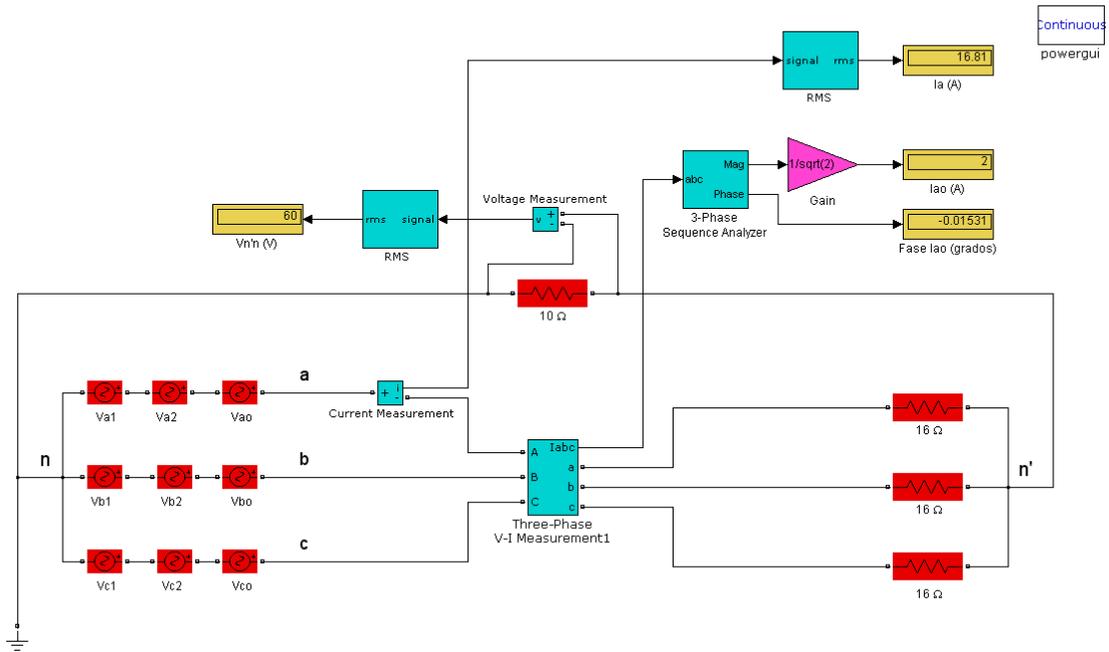


Figura 3.11 Archivo .mdl que muestra la corriente de secuencia cero I_{a0} y la corriente por la línea a .

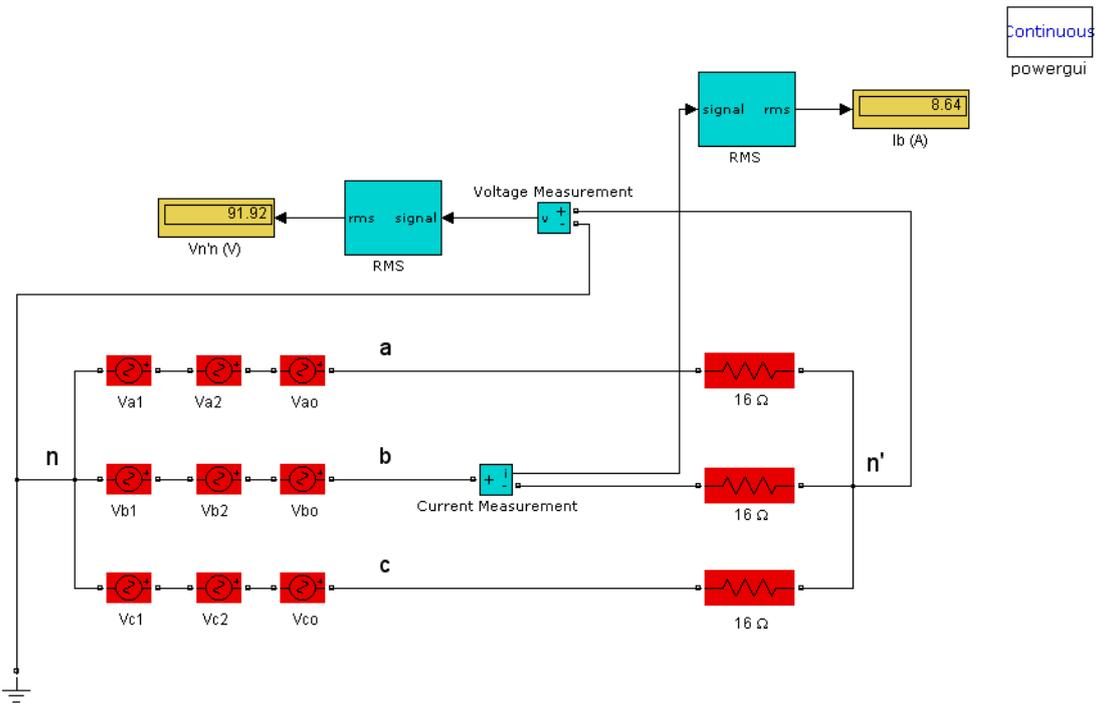


Figura 3.12 Archivo .mdl que muestra el voltaje $V_{n'n}$ y la corriente por la línea b , en un sistema estrella – estrella sin neutro.

7. Una carga trifásica balanceada, conectada en estrella, con impedancia de fase $Z = 20 + j20 \Omega$, se alimenta de un sistema de voltajes de línea

desbalanceados. Las componentes de secuencia de los voltajes de línea son $V_{ab1} = 200\angle 0^\circ V$ y $V_{ab2} = 150\angle 60^\circ V$. Hallar la corriente de línea I_a .

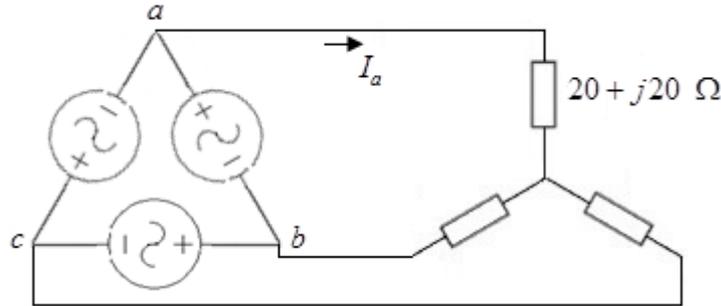


Figura 3.13 Sistema trifásico desbalanceado.

R:

Cálculo de la componente de secuencia positiva del voltaje de la fase a de la carga:

$$V_{ab1} = (\sqrt{3}L30^\circ)V_{a1}$$

$$V_{a1} = \frac{V_{ab1}}{\sqrt{3}L30^\circ} = \frac{200L0^\circ}{\sqrt{3}L30^\circ} = \frac{200}{\sqrt{3}}L-30^\circ V$$

Cálculo de la componente de secuencia positiva de la corriente por la fase a de la carga:

$$I_{a1} = \frac{V_{a1}}{Z} = \frac{\frac{200}{\sqrt{3}}L-30^\circ}{20\sqrt{2}L45^\circ} = 4,1L-75^\circ A$$

Cálculo de la componente de secuencia negativa del voltaje de la fase a de la carga:

$$V_{ab2} = (\sqrt{3}L-30^\circ)V_{a2}$$

$$V_{a2} = \frac{V_{ab2}}{\sqrt{3}L-30^\circ} = \frac{150L60^\circ}{\sqrt{3}L-30^\circ} = \frac{150}{\sqrt{3}}L90^\circ V$$

Cálculo de la componente de secuencia negativa de la corriente por la fase a de la carga:

$$I_{a2} = \frac{V_{a2}}{Z} = \frac{\frac{150}{\sqrt{3}}L90^\circ}{20\sqrt{2}L45^\circ} = 3,07L45^\circ A$$

Corriente verdadera por la línea a de la estrella:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = 4,1L-75^\circ + 3,07L45^\circ = 3,69L-28,99^\circ$$

En un sistema de tres líneas, las corrientes (de línea o de fase) no poseen componentes de secuencia cero.

R Simulink:

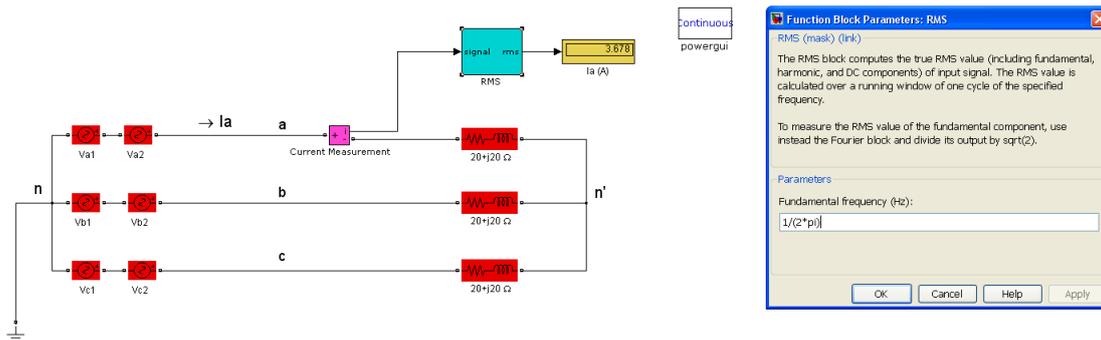


Figura 3.14 Archivo .mdl que muestra el valor eficaz de la corriente de línea I_a .

8. Hallar la lectura del amperímetro conectado en el conductor neutro. $Z = 15 + j0 \Omega$, $Z_n = 5 + j0 \Omega$. Los voltajes de fase del generador son: $V_a = 90 \angle 0^\circ V$, $V_b = 90 \angle -90^\circ V$, $V_c = 90 \angle 90^\circ V$.

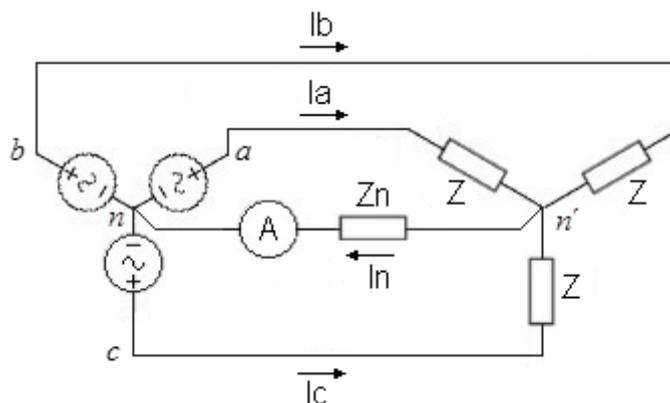


Figura 3.15 Sistema trifásico desbalanceado.

R:

Por el amperímetro solo circula tres veces la componente de secuencia cero I_{a0} :

$$\text{Amperímetro} = 3 * |I_{a0}|$$

Por tanto, solo es necesario calcular el voltaje de secuencia cero V_{a0} para poder hallar I_{a0} :

$$V_{a0} = \frac{1}{3} * (V_a + V_b + V_c) = \frac{1}{3} (90 \angle 0^\circ + 90 \angle -90^\circ + 90 \angle 90^\circ) = 30 \angle 0^\circ V$$

$$I_{a0} = \frac{V_{a0}}{Z + 3 * Z_n} = \frac{30 \angle 0^\circ}{15 + 3 * 5} = 1 \angle 0^\circ A$$

Por tanto:

$$\text{Amperímetro} = 3 * |I_{a0}| = 3 * 1 = 3A$$

R Simulink:

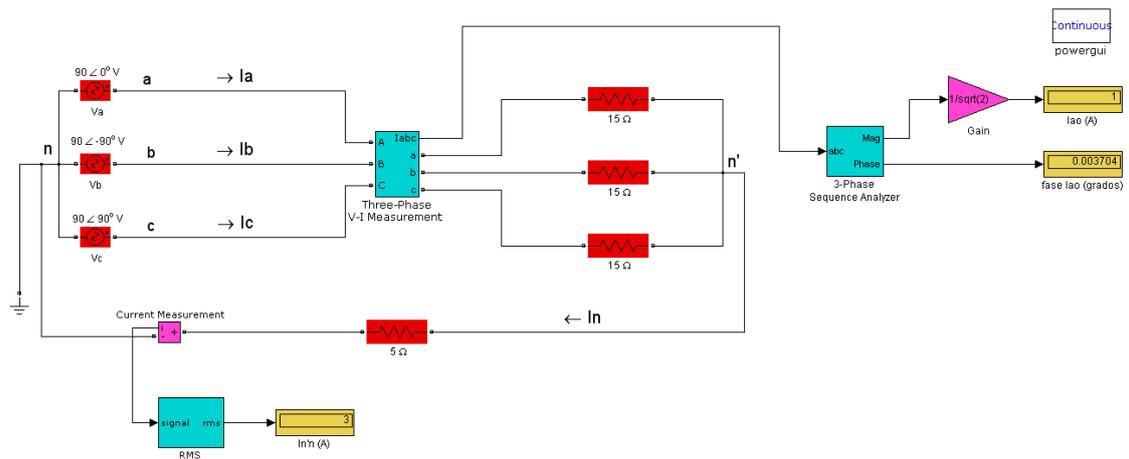


Figura 3.16 Archivo .mdl que muestra la lectura del amperímetro conectado en el conductor neutro.

Conclusiones

Cumpliendo con los objetivos propuestos en el proyecto se arriban a las siguientes conclusiones:

1. Con el análisis de las transformaciones de los planes de estudio desde el plan A hasta el E, se ha puesto en evidencia la cambios necesarios que en estos se emplearon, así como los beneficios que los mismos han aportado al ser guiados sobre la base del desarrollo económico y social del país.
2. Se ha tocado de manera profunda y detallada el tema “Método de las Componentes Simétricas”, dando al lector la facilidad de una rápida y sencilla asimilación del contenido.
3. Con la elaboración de los ejercicios resueltos del tema Método de las Componentes Simétricas con enfoque en la asignatura CE basado en el Plan de Estudios E, se deja un material didáctico para los estudiantes de la Universidad Marta Abreu, con soluciones analíticas y simuladas, se desea una accesible aprehensión del contenido.

Recomendaciones

Divulgar los resultados de esta investigación en las redes informáticas, con el fin de ser utilizados por parte de estudiantes y profesores.

Resolver, en futuros trabajos, ejercicios más complejos y más estrechamente vinculados con la práctica profesional.

Referencias bibliográficas

- [1] V. Fragoso, "Estudio sobre la práctica docente. Recursos y Materiales didácticos.," ed. Universidad Nacional Autónoma de México, 2012.
- [2] "Lineamientos metodológicos para la elaboración de Material Didáctico.," ed: Departamento de Titulación y Exámenes Profesionales, 2012.
- [3] F. M. Rodríguez, "Aplicación del Simulink a la solución de ejercicios de la asignatura CE II según plan de estudio E," Trabajo de diploma, Departamento de Electroenergética, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Santa Clara, 2016.
- [4] "Documento Base Para El Diseño De Los Planes De Estudio "E"," ed: Ministerio de Educación Superior, 2016.
- [5] M. d. I. A. Barba, R. G. García Jurado, and F. Marroquin, "EL ESTUDIO INDEPENDIENTE: PIEZA FUNDAMENTAL DE LA EDUCACIÓN A DISTANCIA," in *Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación a Distancia*.2008.
- [6] C. O. M. Ángeles. (2009) La educación a distancia y el estudio independiente. *Revista e-Formadores*. Pp-6.
- [7] (2012) Estudio Independiente. *Revista: Investigación y desarrollo*.
- [8] M. Galdeano. (2006), Los materiales didácticos en Educación a Distancia (I): Funciones y características. *Recuperado en: http://virtual.unne.edu.ar/paramail/BoletinN20_Articulo_materiales.html*.
- [9] M. Vargas, M. Pérez, and L. M. Saravia, *Materiales educativos: Conceptos en construcción*. Bogotá: Convenio Andrés Bello, 2001.
- [10] I. Moreno, J. Curbelo, and R. Orozco, "Estrategia didáctica para potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje de los Circuitos Eléctricos en el Plan E," presented at the Evento Provincial Universidad 2018, UCLV, 2016.
- [11] Fernando Calero, REBIRTH OF NEGATIVE-SEQUENCE QUANTITIES IN PROTECTIVE RELAYING WITH MICROPROCESSOR-BASED RELAYS, Schweitzer Engineering, Laboratories, Inc. La Paz, Bolivia 2003
- [12] Cátedra de Teoría de Circuitos, Apunte de Componentes simétricas, Versión del 13/03/06
- [13] Manuel Vaz Guedes, Corrente Alternada Sistemas Polifásicos Assimétricos, Universidade do Porto 2005

- [14] Xiaoning Kang, Suonan Jiale, Guobing Song, Wei Fu, Zhiqian Bo, A Novel Three Phase Load Flow Algorithm Based on Symmetrical Components for Distribution System, The International Conference on Electrical Engineering 2009
- [15] Dr. Johan Driesen y Dr. Thierry Van Craenenbroeck, Perturbaciones de Tension, Introduccion al desequilibrio, Katholieke Universiteit Leuven Mayo 2002.
- [16] Wagner, C. F. and Evans, R. D., Symmetrical Components, Krieger Publishing Company, Florida, 1933
- [17] Charles L. Fortescue, "Method of Symmetrical Coordinates Applied to the solution of Polyphase Networks", Transactions of the AIEE, vol 33, pp 1027-1140, 1918.
- [18] Salvador Acevedo, Symmetrical Components, Short Circuit Studies, ELEC 371, 2000
- [19] Alberto G. Martínez – JTP, Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Rosario, CATEDRA: ELECTROTECNIA II, CUADERNILLO: METODO DE LAS COMPONENTES SIMETRICAS, VERSIÓN: 1 - AÑO: 2014
- [20] Cleveland State University Department of Electrical and Computer Engineering, EEC 473/ 571 Power Systems, Chapter 8: The Symmetrical Components 04/21/2009
- [21] Stephen E. Marx, P., Bonneville Power Administration, Malin, Oregon, SYMMETRICAL COMPONENTS 1 & 2, Presented at the 28th Annual HANDS ON RELAY SCHOOL, Washington State University Pullman, Washington, March 12 - 16, 2012
- [23] An Introduction to Symmetrical Components, System Modeling and Fault Calculation, Washington State University Pullman, Washington, March 11 - 15, 2013
- [24] Ralph Fehr, P.E., More Emphasis on Complex Numbers?-The i 's have it!, St. Petersburg Junior College, March 1, 1996
- [25] The discrete Fourier transform for computation of symmetrical components harmonics, H.Henao, Member, IEEE, T.Assaf and G.A.Capolino, Fellow, IEEE, Paper accepted for presentation at 2003 IEEE Bologna Power Tech Conference, June 23th-26th, Bologna, Italy
- [26] J. L. Kirtley Jr., Introduction To Symmetrical Components, Massachusetts Institute of Technology, Department of Electrical Engineering and Computer Science, 2003

- [27] An Introduction to Symmetrical Components, System Modeling and Fault Calculation, Washington State University Pullman, Washington, March 11 - 15, 2013
- [28] Irene Álvarez Bello, Américo Monto Olivera, Rosario Gil Portela, Materiales Complementarios de Circuitos Eléctricos III
- [29] Russell M. Kerchener, George F. Corcoran, Circuitos de Corriente Alterna, Universidad de Maryland
- [30] J. García de Jalón, J. Ignacio, and A. Brazález. (2001). *Aprenda MatLab 6.1 como si estuviera en primero*.
- [31] M. G. Rodríguez, *Introducción rápida a Matlab y Simulink para ciencia e ingeniería*: Ediciones Díaz de Santos, 2003.

Anexo 1: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 1

R Matlab:

```
>> Va=100+0i;Vb=-40-50i;Vc=0+50i;
>> Vao=20+0i;Vbo=20+0i;Vco=20+0i;
>> Va1=69.7*exp(j*-9.5*pi/180);Vb1=69.7*exp(j*-
129.5*pi/180);Vc1=69.7*exp(j*110.5*pi/180);
>> Va2=16*exp(j*46*pi/180);Vb2=16*exp(j*166*pi/180);Vc2=16*exp(j*-
74*pi/180);
>> Vdesbalanceados=[Va Vb Vc];
>> Vsecpositiva=[Va1 Vb1 Vc1];
>> Vsecnegativa=[Va2 Vb2 Vc2];
>> Vseccero=[Vao Vbo Vco];
>> subplot(1,4,1)
>> compass(Vdesbalanceados)
>>subplot(1,4,2)
>>compass(Vsecpositiva)
>>subplot(1,4,3)
>>compass(Vsecnegativa)
>>subplot(1,4,4)
>>compass(Vseccero)
```

Anexo 2: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 2

R Matlab:

```
>> In=6+j*6
```

```
In =
```

```
6.0000 + 6.0000i
```

```
>> [anguloIn, magnitudIn]=cart2pol(6,6)
```

```
anguloIn =
```

```
0.7854
```

```
magnitudIn =
```

```
8.4853
```

```
>>anguloIn=anguloIn*180/pi
```

```
anguloIn =
```

```
45
```

Anexo 3: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 3

R Matlab:

```
>> [a,b]=pol2cart(-49.3*pi/180,26.76)
```

```
a =
```

```
17.4502
```

```
b =
```

```
-20.2877
```

```
>> la1=a+j*b
```

```
la1 =
```

Anexo 4: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 4

R Matlab:

```
>> Va=150+j*0
```

```
Va =
```

```
150
```

```
>>Vb=0
```

```
Vb =
```

```
0
```

```
>>Vc=0
```

```
Vc =
```

```
0
```

```
>>Vao=1/3*(Va+Vb+Vc)
```

```
Vao =
```

```
50
```

```
>>isinf(Vao)
```

```
ans =
```

```
0
```

```
>>isfinite(Vao)
```

```
ans =
```

```
1
```

Anexo 5: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 5

R Matlab:

```
>> lporlineaadelaestrella=10-3i
```

```
lporlineaadelaestrella =
```

```
10.0000 - 3.0000i
```

```
>> lporlineaadeladelta=17.3-8.65i
```

```
lporlineaadeladelta =
```

```
17.3000 - 8.6500i
```

```
>> lporlineaadelgenerador=lporlineaadelaestrella+lporlineaadeladelta
```

```
lporlineaadelgenerador =
```

```
27.3000 -11.6500i
```

```
>> LecturadelamperimetroA=abs(lporlineaadelgenerador)
```

```
LecturadelamperimetroA =
```

```
29.6819
```

Anexo 6: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 6

R Matlab:

```
>> lb1=10*exp(j*-120*pi/180)
```

```
lb1 =
```

```
-5.0000 - 8.6603i
```

```
>> lb2=4.82*exp(j*120*pi/180)
```

```
lb2 =
```

```
-2.4100 + 4.1742i
```

```
>> l=[lb1 lb2]
```

```
l =
```

```
-5.0000 - 8.6603i -2.4100 + 4.1742i
```

```
>> lb=sum(l,1)
```

```
lb =
```

```
-5.0000 - 8.6603i -2.4100 + 4.1742i
```

```
>> lb=sum(l,2)
```

```
lb =
```

```
-7.4100 - 4.4860i
```

```
>>lb=sum(l)
```

```
lb =
```

```
-7.4100 - 4.4860i
```

Anexo 7: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 7

R Matlab:

```
>> Vab1=200*exp(j*0)
Vab1 =
200
>> Z=20+20i
Z =
20.0000 +20.0000i
>> Va1=1/sqrt(3)*exp(j*-30*pi/180)*Vab1
Va1 =
1.0000e+002 -5.7735e+001i
>> Ia1=Va1/Z
Ia1 =
1.0566 - 3.9434i
>> Vab2=150*exp(j*60*pi/180)
Vab2 =
7.5000e+001 +1.2990e+002i
>> Va2=1/sqrt(3)*exp(j*30*pi/180)*Vab2
Va2 =
0.0000 +86.6025i
>> Ia2=Va2/Z
Ia2 =
2.1651 + 2.1651i
>> Ia=Ia1+Ia2
Ia =
3.2217 - 1.7783i
>> Modulola=abs(Ia)
Modulola =
3.6799
>> Angulola=angle(Ia)*180/pi
Angulola =
```

-28.8979

Anexo 8: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 8

R Matlab:

```
>> Va=90;Vb=-90i;Vc=90i;
```

```
>> Z=15+0i;Zn=5+0i;
```

```
>> Va=90;Vb=-90i;Vc=90i;
```

```
>> Vao=1/3*(Va+Vb+Vc)
```

```
Vao =
```

```
30
```

```
>> lao=Vao/(Z+3*Zn)
```

```
lao =
```

```
1
```

```
>> Amperimetro=abs(3*lao)
```

```
Amperimetro =
```

```
3
```

Anexo 9. Problemas propuestos.

Problemas propuestos.

1. Determinar las componentes simétricas de las cantidades:

$$A = 10 \angle 30^\circ; B = 30 \angle -60^\circ; C = 15 \angle 145^\circ.$$

$$\mathbf{R}: a_0 = 5,6 \angle -47,4^\circ; a_1 = 17,6 \angle 44^\circ; a_2 = 8,23 \angle -156^\circ$$

$$b_0 = 5,6 \angle -47,4^\circ; b_1 = 17,6; b_2 = 8,23 \angle -36^\circ$$

$$c_0 = 5,6 \angle -47,4^\circ; c_1 = 17,6 \angle 164^\circ; c_2 = 8,23 \angle 84^\circ$$

2. Las componentes simétricas del voltaje de la fase a de un generador trifásico desbalanceado son: $V_{a0} = 3,5 \angle 122^\circ V$, $V_{a1} = 5,0 \angle -10^\circ V$, $V_{a2} = 1,9 \angle 92^\circ V$. Encontrar y expresar en forma polar, los voltajes de fase del generador.

$$\mathbf{R}: V_a = 5,0 \angle 53^\circ V; V_b = 7,0 \angle -164^\circ V; V_c = 7,0 \angle 105^\circ V$$

3. Obtener las componentes simétricas de la corriente por la línea a , en un sistema desbalanceado de corrientes. $I_a = 1,6 \angle 25^\circ A$; $I_b = 1 \angle 180^\circ A$; $I_c = 0,9 \angle 132^\circ A$.

$$\mathbf{R}: I_{a0} = 0,45 \angle 96,45^\circ A; I_{a1} = 0,94 \angle -0,05^\circ A; I_{a2} = 0,60 \angle 22,31^\circ A$$

4. En el circuito, las componentes simétricas del voltaje de la fase a del generador son: $V_{a0} = 20 + j0 V$; $V_{a1} = 68,8 - j11,5 V$ y $V_{a2} = 11,1 + j11,5 V$. La impedancia de fase $Z = 8 + j6 \Omega$ y la impedancia del neutro $Z_n = 5 + j0 \Omega$. Hallar las corrientes de línea, utilizando el método de las componentes simétricas.

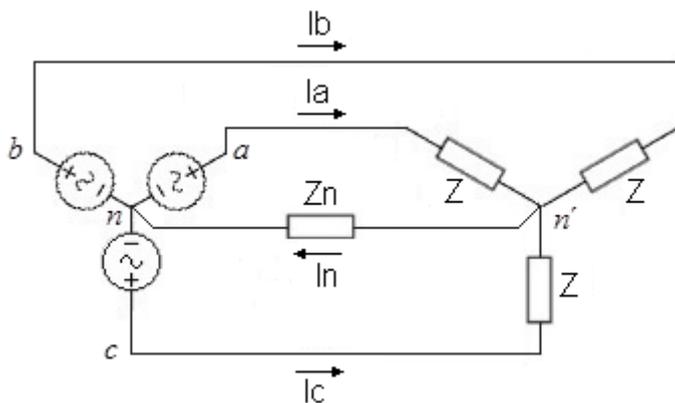


Figura 1: Circuito trifásico desbalanceado estrella – estrella con neutro.

$$\mathbf{R}: I_a = 7,22 - j5,01 A; I_b = -6,97 - j0,59 A; I_c = 2,22 + j4,58 A$$

5. En el circuito, las componentes simétricas del voltaje de la fase a del generador son: $V_{a0} = 20 + j0 V$; $V_{a1} = 68,8 - j11,5 V$ y $V_{a2} = 11,1 + j11,5 V$. La impedancia de fase $Z_{\Delta} = 6 + j5 \Omega$ y la impedancia de línea $Z = 2 + j1 \Omega$. Hallar la corriente que circula por la línea a , utilizando el método de las componentes simétricas.

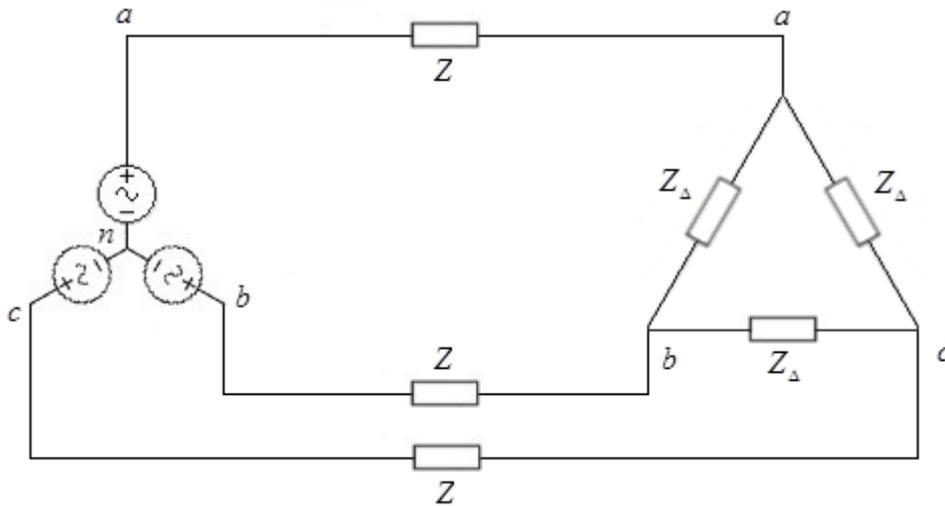


Figura 2: Circuito trifásico desbalanceado estrella – delta.

R: $I_a = 17,08 - j6,21 A$