Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Ingeniería Industrial y Turismo

Departamento de Ingeniería Industrial

Trabajo de diploma

Modelo matemático para determinar el plan de producción de la Empresa de Producciones Electromecánicas de Villa Clara

Autora: Maite Blanco Martínez

Tutores: Dr. C. Fernando Marrero Delgado

Ms. C. Andrey Vinajera

2013

Resumen

La planificación de la producción es el primer proceso del ciclo directivo y de una planeación adecuada depende el buen funcionamiento empresarial. Este proceso se desarrolla en los distintos niveles jerárquicos de la empresa y para cada uno de ellos existen herramientas certificadas que apoyan la toma de decisiones en cuanto a este proceso. La presente investigación está encaminada a facilitar la elaboración del plan de producción, tomando como objeto de estudio práctico la Unidad Empresarial de Base (UEB) Fábrica de fusibles y desconectivos de Villa Clara perteneciente a la EPE, teniendo en cuenta un período de tiempo determinado para el trabajo. El estudio se origina a partir de la existencia de altos niveles de inventarios que traen como consecuencia el aumento en los costos de almacenamiento y de producción lo que ha devenido en la disminución de la ganancia. Por estas razones se aplicó un modelo matemático siguiendo el procedimiento de Hillier y Lieberman (1990) con el fin de obtener los valores necesarios para la planeación de la producción, el cual es ideal para realizar la planificación agregada a un nivel táctico, teniendo lugar una amplia revisión bibliográfica sobre aspectos relacionados con este tema. Para el logro de los objetivos trazados se emplearon técnicas de recopilación de información como entrevistas y revisión de documentos archivados en la empresa objeto de estudio práctico.

Summary

Planning is the first production cycle process management and proper planning depends on the business functioning. This process takes place at different hierarchical levels of the company and for each of them are certified tools that support decision-making in regard to this process. This research is intended to facilitate the development of the production plan, taking as case study under Base Business Unit (BSU) Factory desconectivos fuses and Villa Clara belonging to EPE, given a period of time to the work. The study originates from the existence of high inventory levels that result in increased costs and production storage which has become the decrease gain. For these reasons, a mathematical model was applied following the method of Hillier and Lieberman (1990) in order to obtain the values needed for production planning, which is ideal for aggregate planning at the tactical level, taking place extensive literature review on issues related to this topic. To achieve the objectives outlined were used information-gathering techniques such as interviews and review of documents filed with the company under study practical.

Índice

Introducción	1
1.1. Estrategia para la construcción del marco teórico referencial de la investigación	5
1.2. Planificación de la producción.....	6
1.2.1. Conceptos básicos.....	9
1.2.2. Planificación de la producción en Cuba	12
1.3. Producción de artículos electromecánicos	12
1.3.1. Planificación de la producción de artículos electromecánicos en Cuba	13
1.4. Técnicas de Investigación de Operaciones para la planificación de la producción. Programación lineal.....	13
1.4.1. Supuestos de la Programación lineal.....	16
1.5. Conclusiones parciales del capítulo	18
Capítulo II. Fundamentación del procedimiento matemático de Programación lineal.....	19
2.1. Introducción.....	19
2.2. Análisis de la situación actual de la planificación de la producción en la UEB Fábrica de fusibles y desconectivos.....	19
2.2.1 Caracterización general de laUEB Fábrica de fusibles y desconectivos ..	19
2.2.2. Análisis de la planificación de la producción en la UEB objeto de estudio	22
2.3. Definición de los componentes del modelo matemático de Programación lineal.....	22
2.4. Conclusiones parciales del capítulo	27
Capítulo III. Modelación matemática y solución de la Programación lineal para determinar el plan de producción.....	28
3.1. Introducción.....	28
3.2.Modelo matemático de Programación lineal	28

3.2.Solución e interpretación.....	31
3.3. Conclusiones parciales del capítulo	33
Conclusiones	34
Recomendaciones	35
Bibliografía	36
Anexos	

Introducción

Hoy día las empresas están obligadas a tomar constantes decisiones, con el objetivo de lograr un mejor funcionamiento, que les permita satisfacer las necesidades de los clientes y aportar mayores ganancias a la organización. Muchos son los caminos seguidos por las administraciones en búsqueda de la optimización del sistema empresarial. Uno de los principios fundamentales para el logro de estos fines es funcionar a través de una planeación de la producción adecuada, donde se integren los términos: inventarios, recursos, tanto materiales, humanos, financieros como de tiempo, y producción terminada. Partiendo de una buena planificación de la producción se puede obtener un plan que satisfaga la demanda, a un costo mínimo y que maximice los beneficios. La planeación de la producción, es una respuesta operativa para optimizar la producción de un bien o servicio (Herrera, 2011).

Los planes dan a la organización sus objetivos y fijan el mejor procedimiento para obtenerlos. Además permiten:

- que los miembros realicen las actividades acordes a los objetivos y procedimientos escogidos,
- que la organización consiga y dedique los recursos que se requieren para alcanzar sus objetivos, y
- que el progreso en la obtención de los objetivos sea vigilado y medido, para imponer medidas correctivas en caso de ser insatisfactorio.

Toda producción deberá ser planificada integralmente teniendo en cuenta la demanda solvente a cubrir y las características de los compradores, respaldada además con un plan de negocios que guíe desde la compra de la materia prima hasta la realización de lo producido (Lio, 2000).

En la literatura se recogen diversas técnicas de planificación de la producción; entre ellas se encuentran aquellas que buscan optimizar los recursos de la organización y que están relacionadas con la Investigación de Operaciones (Herrera, 2011).

La Investigación de Operaciones (OR) es un método que permite encontrar las relaciones óptimas que mejor operen un sistema, dado un objetivo específico (Prawda, 2004). Un elemento principal de la OR es el modelo matemático, aunque existen diversas técnicas para la resolución de estos modelos (Taha, 2004).

Kaufmann (1978) y Taha (2004) resaltan la importancia de la técnica de Programación lineal (PL). Esta es una técnica matemática cuyo objetivo es la determinación de soluciones óptimas a los problemas económicos en los que intervienen recursos limitados entre actividades competitivas. Además es un método matemático que permite asignar una cantidad fija de recursos a la satisfacción de varias demandas, de tal forma que mientras se optimiza algún objetivo, se satisfacen otras condiciones definidas (Angel-León, 2003). Varios autores como Martin et al. (1993), Chen y Wang (1997), Ryu y Pistikopoulos (2004), Kanyalkar y Adil (2005), Oh y Karimil (2006) y Jung et al. (2008) presentan un modelo de Programación lineal para la planificación de la producción.

La Unidad Empresarial de Base (UEB) Fábrica de fusibles y desconectivos de Villa Clara perteneciente a la EPE, de la Unión Eléctrica del MINBAS, tiene como objeto social la producción y comercialización de forma mayorista de componentes electrotécnicos y electromecánicos, así como la prestación de servicios de calibración y pruebas eléctricas a componentes electrotécnicos a las entidades de la Unión Eléctrica. El proceso de planificación de la producción en la UEB Fábrica de fusibles y desconectivos es realizado de forma empírica, sin analizar posibles alternativas que lleven a la obtención de mayores beneficios o menores costos. Es por tal motivo que la Programación lineal pudiera ser de gran utilidad para el logro de tal objetivo.

Debido a esta situación, existen actualmente en la UEB Fábrica de fusibles y desconectivos altos niveles de inventario (inicial, en proceso y de productos terminados), aumento en los costos de almacenamiento y de producción, por lo que han disminuido los beneficios de la misma; todos estos elementos anteriormente abordados resumen la **situación problemática** de la investigación.

El **problema científico** radica en la necesidad de elaborar el plan de producción de una manera técnicamente justificada para reducir el exceso de inventarios y el aumento en los costos de almacenamiento; para esto se planteó la **hipótesis de la investigación** siguiente: es posible obtener el plan de producción de la empresa si se desarrolla un modelo matemático de Programación lineal que contemple todas las limitaciones presentes en el

proceso y que esté encaminado a minimizar los costos, para lograr así mayores beneficios en la organización. Esta hipótesis quedará validada si:

- Se aplica un modelo matemático que permita la elaboración del plan de producción de la empresa objeto de estudio.
- El modelo propuesto puede emplearse en la UEB Fábrica de fusibles y desconectivos.
- Se obtienen los valores correspondientes para el proceso de planeación en la entidad.
- Los resultados alcanzados permitirán a la organización realizar un plan de producción que logre minimizar los costos, perfeccionando el funcionamiento organizacional y apoyando la mejora continua.

El **objetivo general** de esta investigación es desarrollar un modelo matemático de Programación lineal para realizar la planificación de la producción de artículos electromecánicos.

Este modelo brindará a la organización una herramienta que les permita conocer las cantidades óptimas a fabricar. Esto facilita la respuesta de la organización ante la demanda, considerando las restricciones del sistema productivo, logrando así minimizar los costos para obtener las utilidades de la producción.

Los **objetivos específicos** son los siguientes:

- Construir el marco teórico referencial, derivado de la revisión bibliográfica de la literatura más actualizada sobre aspectos relacionados con la planificación de la producción, producción de artículos electromecánicos y la Programación lineal como técnica de Investigación de Operaciones para planificar la producción, así como la situación actual de la empresa de productos electromecánicos en Cuba.
- Análisis del estado actual del proceso de planificación de la producción en la UEB Fábrica de fusibles y desconectivos de Villa Clara.
- Elaborar el modelo matemático de Programación lineal para minimizar los costos.
- Solucionar el modelo matemático propuesto, interpretar los resultados obtenidos y proponer acciones para su implementación.

Para cumplir con los objetivos específicos planteados, el trabajo se estructuró de la forma siguiente: *Capítulo 1*, en el cual se realiza un amplio análisis

bibliográfico, donde se exponen un grupo de aspectos que facilitan la comprensión y entendimiento de términos y definiciones que serán objeto de análisis en el desarrollo de la investigación; *Capítulo I*, en el cual se expone el procedimiento propuesto para la elaboración de la planificación de la producción y el *Capítulo III*, en el cual se refleja la aplicación del procedimiento descrito en el capítulo anterior, así como los resultados obtenidos, las conclusiones del desarrollo de la investigación, un conjunto de recomendaciones que marcan la continuidad de la misma y los anexos que complementarán los análisis de la investigación.

Capítulo I. Marco teórico y referencial de la investigación

1.1. Estrategia para la construcción del marco teórico referencial de la investigación

El presente capítulo tiene como objetivo principal presentar una revisión bibliográfica que permita construir las bases fundamentales que sustenten el problema científico a solucionar en la investigación. Se consultó bibliografía especializada y actualizada, tanto nacional como internacional, analizando el criterio de varios autores sobre los temas a abordar, posibilitando una mejor comprensión de las temáticas utilizadas a lo largo de la investigación, acorde a lo planificado en el hilo conductor que se muestra en la Figura 1.1.

Figura 1.1. Hilo conductor del marco teórico referencial de la investigación.

1.2. Planificación de la producción

La planificación de la producción es un proceso complejo, en el que hay que tener en cuenta muchos factores y considerar ciertos objetivos. Por esta razón no es posible tenerlos en cuenta a la vez, por lo que se debe establecer una metodología racional si se desea obtener resultados útiles. Se consideran diferentes niveles de planificación relacionados entre sí, con distintos niveles de detalle, y plazos de tiempo para llevarlos a cabo.

La producción puede ser planificada a un corto, mediano o largo plazo. La visión a corto plazo se enfoca en el uso más eficiente de lo que una empresa ya tiene, la visión a mediano plazo se centra en ajustes, tales como la contratación, el despido, el aumento de inventario o la expectativa de los pedidos y la planificación a largo plazo se centra en las decisiones más importantes de una empresa, que influyen en la capacidad. Por lo general, las empresas tienen planes de producción separados para los diferentes horizontes temporales. Aunque una empresa puede centrar sus esfuerzos en un horizonte determinado, incluso excluyendo los demás, es beneficioso mantener un enfoque en el largo plazo, incluso si ese enfoque es amplio.

Planificación táctica

La planificación táctica significa establecer los planes de acción necesarios y/o las metas u objetivos tácticos que conduzcan al logro y cumplimiento de los objetivos. La planeación táctica se reduce a lo esencialmente urgente, con los resultados específicos que deben alcanzarse en el futuro inmediato y cómo deben distribuirse los recursos. Es posible hacer planeación táctica sin referirse a un plan estratégico formal, pero el rendimiento tenderá a hacerse principalmente reactivo hacia lo que está sucediendo ahora.

Esta planeación tiene la responsabilidad de tomar decisiones relacionadas con el pronóstico de la demanda a mediano plazo, la planeación de la materia prima (gestión de compras), la estrategia a seguir con la fuerza de trabajo (factor humano), con el plan de producción a nivel agregado, así como con el plan de capacidad, la política de inventarios, la gestión de calidad, y el mantenimiento, entre otras.

Planeación Agregada

La planificación agregada (PA) se refiere a la relación entre la oferta y la demanda de la producción a mediano plazo, hasta aproximadamente 12 meses hacia el futuro. Especifica cómo trabaja la empresa durante un año para alcanzar las metas dentro de las restricciones existentes de capacidad de sus equipos y sus instalaciones (Krajewsky & Ritzman, 2000).

Schroeder (1993) la define como el plan de producción a mediano plazo, factible desde el punto de vista de la capacidad, que contribuye a cumplir el plan estratégico con la mayor eficacia, dando cumplimiento a los objetivos tácticos del subsistema de operaciones. Incluye decisiones relacionadas con tiempo extra, contratación, despido, subcontratación y nivel de inventario.

Esta planeación tiene como objetivo establecer niveles de producción generales a mediano plazo al enfrentarse a una demanda fluctuante o poco segura. Se puede acotar también, que esta planificación no sólo determina los niveles de producción que se plantean sino también la mezcla apropiada de los recursos a utilizar. Esta planeación toma como responsables los jefes del nivel gerencial o jefaturas junto con las jefaturas o empleados claves para producir planes tácticos para sus propias unidades, al igual que para toda la empresa.

Sus funciones básicas según Schroeder (1993), Narasimhanm (1999), Gaither y Frazier (2000), Sipper y Bulfin (2001), consisten en:

- permitir la conexión del departamento de operaciones con la alta dirección y con el resto de las áreas funcionales,
- ser el origen del proceso de planificación y control a desarrollar por la dirección de operaciones, y
- ser uno de los instrumentos de control del plan estratégico, en cuyo marco las distintas áreas acuerdan, en términos agregados, lo que va a producirse y lo que va a estar disponible para la meta.

Para la formulación de un plan agregado es necesario partir de las condiciones existentes en el sistema organizacional de la orientación formulada en el plan estratégico de la compañía, es decir, partiendo de la misión, visión, objetivos corporativos y políticas de la empresa, así como de las restricciones y

limitaciones del sistema natural y de su entorno inmediato (Ramos-Gómez, 2002).

El establecimiento del plan agregado se puede considerar complejo, ya que viene condicionado por varios factores, tales como: las distintas fuentes generadoras de demanda, los objetivos estratégicos, las disponibilidades de recursos materiales y financiación.

El plan agregado debe responder a las necesidades de producción derivadas de la demanda prevista, para resolver esto tiene dos posibilidades:

1. Actuar sobre la demanda, pudiéndose lograr a través de acciones comerciales como variación del precio, generación de nuevos productos y promociones.

2. Actuar sobre la capacidad, aumentándola o disminuyéndola mediante medidas de ajuste, para adaptarse a la demanda, siendo las más comunes las siguientes:

- Contratación y despido.
- Horas extras.
- Utilización de tiempos ociosos (interrumpidos).
- Programación de vacaciones.
- Subcontratación.
- Producir más en un período de baja y compensar la demanda en un período de alta.

Métodos para la planificación agregada

Para la resolución del problema de la planificación agregada de la producción, la mayoría de los métodos se pueden clasificar en tres grupos: comparación de alternativas; reglas de decisión y programación matemática.

Los métodos de comparación de alternativas consisten en generar varios planes alternativos y seleccionar uno en función de uno o más criterios. Para ello puede hacerse uso de gráficos y de hojas de cálculo. Alford (1945) presenta un método gráfico para planificar la producción a nivel agregado.

Los métodos con reglas de decisión proporcionan un plan agregado (nivel de producción, tamaño de la plantilla, horas extras, niveles de stock, entre otros) a partir de los datos (pronósticos de demanda, costes, stock actuales, etc.), mediante un conjunto de expresiones matemáticas que pueden ser lineales o no. Holt et al. (1995) formalizan la PA mediante el método de la *regla de*

decisión lineal (LDR), el cual se basa en el desarrollo de una función cuadrática de los costes asociados con la nómina regular, cambios en la cantidad de producción, stock, horas extras, nuevas contrataciones y despidos.

El primer modelo de programación matemática para PA es el de Bowman (1956), en el que se asimila la PA a un problema de transporte. Hanssmann y Hess (1960), construyen un modelo de Programación lineal para la planificación agregada que es equivalente al modelo LDR en su estructura general. Para la PA se han propuesto numerosos modelos de programación matemática: de Programación lineal (PL), de Programación lineal entera mixta (PLEM) y de Programación no lineal (PNL).

La planificación agregada se refiere a las decisiones tácticas para determinar las actividades y los recursos de la empresa a medio plazo. El plan agregado debe ser coherente con el plan estratégico, a largo plazo, y su desagregación progresiva determina planes y programas operativos, a corto plazo. La planificación agregada puede ser la principal herramienta formal de coordinación de las áreas funcionales de la empresa.

La planificación de la producción es un término asignado a los distintos tipos de técnicas de planificación diseñadas para maximizar la producción y la rentabilidad. Entender los conceptos de planificación de la producción es útil para cualquier empresa que busque mejorar la eficiencia y los ahorros de costos.

1.2.1. Conceptos básicos

La planificación de la producción es un proceso continuo cuyo objeto es determinar anticipadamente decisiones que permitan optimizar el uso de los recursos productivos.

Rathenau (1918) y Urwick (1984), coinciden en que toda aquella persona que esté familiarizada con la industria apreciará la enorme ventaja que se obtiene de un análisis de las necesidades en un período determinado, si es posible, para todo el año. Indica que cuando uno conoce, a intervalos regulares de tiempo, la cantidad de producción que será demandada, es posible desarrollar programas para la manufactura y distribuir el trabajo, con el objetivo de alcanzar un pleno rendimiento para la empresa, disminuir los stocks, economizar el capital y su interés, y en general, aumentar la efectividad (eficiencia+eficacia).

Refiriéndose a la planificación Dominguez-Machuca et al. (1995) plantea que se trata de proyectar el futuro deseado, los medios necesarios y las actividades a desarrollar para conseguirlo.

Según Graves (1981), la planificación de la producción se puede definir como la asignación de recursos limitados a las actividades de producción disponibles en el tiempo, para satisfacer algún conjunto de criterios, donde el objetivo es desarrollar un plan que satisfaga la demanda de los clientes a un costo mínimo y que maximice el beneficio de la organización. Por lo general, el problema de planificación consiste en un conjunto de tareas que se deben realizar y los criterios pueden involucrar las compensaciones entre la terminación temprana y tardía de una tarea, y entre el inventario de retención para la tarea y frecuentes cambios de producción. El contexto de planificación de muchos es establecer una construcción importante de jerarquía de planificación, es decir, una estructura del proceso de planificación de una manera jerárquica, ordenando las decisiones de acuerdo con su importancia relativa.

El proceso de planificación y control de la producción debe seguir un enfoque jerárquico, en el que se logre una integración vertical entre los objetivos estratégicos, tácticos y operativos del sistema productivo y además se establezca su relación horizontal con el resto de áreas funcionales de la empresa (Companys, 1989) y (Miranda Gonzalez, 2005).

Dominguez-Machuca et al. (1995) apoyando el planteamiento defendido por otros autores, plantea que las actividades productivas y muy especialmente la planificación y el control deben de seguir un enfoque jerárquico, que permita la coordinación entre los objetivos, planes y actividades de los niveles estratégicos, tácticos y operativos, coincidiendo la autora de esta investigación con dichos autores.

Existen varias formas de estructurar el proceso de planificación y control de la producción con un enfoque jerárquico (Vollmann, 2000). Aunque la esencia siempre sea la misma, se prefiere utilizar el criterio de Dominguez-Machuca et al. (1995) que plantea cinco fases que componen el proceso de planificación y control de la producción:

1. Planificación estratégica o a largo plazo.
2. Planificación agregada o a medio plazo.

3. Programación maestra.
4. Programación de componentes.
5. Ejecución y control.

Para Dominguez-Machuca et al. (1995) las cinco fases anteriormente expuestas se deberán llevar a cabo en cualquier empresa manufacturera, independientemente de su tamaño y actividad que realice, aunque, lógicamente la forma en que éstas se desarrollen dependerá de las características propias del sistema productivo, siendo un factor común ineludible el enfoque jerárquico. Dicho autor también aclara que el proceso de planificación y control de la producción debe desarrollarse de forma coordinada con la integración tanto en sentido vertical, de lo global a lo concreto, como en sentido horizontal entre las diferentes áreas, siendo este criterio, según la bibliografía consultada, el que mejor enfoque presenta al considerar la integración en ambos sentidos. Por otra parte algunos autores como Companys Pascual (1989), Adam (1991) y Chase y Alquilano (1995), establecen un concepto integrador en el sentido vertical, y no expresan claramente la integración en el sentido horizontal.

La figura 1.2 resume las principales fases mencionadas junto con los planes que de ellos se derivan, relacionando por un lado, los niveles de planificación empresarial y por otro la planificación y gestión de la capacidad.

Figura 1.2. Proceso de Planificación y control de la producción. Fuente: Domínguez Machuca José Antonio (1995).

1.2.2. Planificación de la producción en Cuba

En Cuba se práctica la planificación socialista que no es solo un proceso técnico, económico y organizativo que ayuda a las empresas a encauzar sus acciones en el cumplimiento de sus objetivos a corto y mediano plazo sino que es un proceso que expresa la voluntad de priorizar el aporte de las empresas estatales a la sociedad por encima de cualquier interés colectivo o individual, y para asegurar el desarrollo de las empresas en correspondencia con los requerimientos de la economía nacional ("Decreto Ley 281," 2007).

La economía cubana ha estado influenciada por diferentes factores de orden interno tales como la baja eficiencia, descapitalización de la capacidad productiva y la infraestructura, envejecimiento y estancamiento en el crecimiento poblacional, que han impulsado a que la alta dirección del país, actualmente esté creando la base para futuros cambios, en todas las esferas que así lo ameriten. En los lineamientos de la política económica y social, aprobados en el último Congreso del Partido Comunista de Cuba, se presenta en el capítulo 1: modelo de gestión económica, en sus lineamientos generales, el número 1, el cual plantea que: el sistema de planificación socialista continuará siendo la vía principal para la dirección de la economía nacional, y a su vez deberá transformarse en sus aspectos metodológicos y organizativos para dar cabida a las nuevas formas de gestión y de dirección de la economía nacional.

1.3. Producción de artículos electromecánicos

En ingeniería, la electromecánica es la combinación de las ciencias del electromagnetismo, de la ingeniería eléctrica y la ciencia de la mecánica. Los dispositivos electromecánicos son los que combinan partes eléctricas y mecánicas para conformar su mecanismo. Ejemplos de estos dispositivos son los motores eléctricos, metro contadores, fusibles, gabinetes, entre otros, así como las ya obsoletas calculadoras mecánicas y máquinas de sumar, los relés, las válvulas a solenoide, las diversas clases de interruptores y llaves de selección eléctricas.

Las empresas electromecánicas son aquellas que se dedican a la fabricación de equipos e instalaciones electromecánicas industriales, incluyen el diseño y

fabricación de equipos, máquinas y repuestos para industrias tan diversas como la cementera, naval, petrolera, minera y otras, con énfasis en la industria de generación, transmisión y distribución de energía eléctrica.

En el sector eléctrico, uno de los productos ó dispositivos electromecánicos más utilizados son los de protección de los sistemas eléctricos de distribución, los que han venido adquiriendo cada vez mayor importancia ante el crecimiento acelerado de las redes eléctricas y la exigencia de un suministro de energía a los consumidores con una calidad de servicio cada vez mayor.

En la literatura científica disponible no hay evidencias de conceptos generales sobre la planificación de artículos electromecánicos.

1.3.1. Planificación de la producción de artículos electromecánicos en Cuba

En Cuba existe una sola empresa encargada de la producción de artículos electromecánicos, la Empresa de Producciones Electromecánicas, localizada en el municipio de Santa Clara, la cual planea su producción contra los pedidos realizados por los clientes y analiza a su vez, datos históricos que muestren posibles variaciones de estas demandas a lo largo de todo el año.

1.4. Técnicas de Investigación de Operaciones para la planificación de la producción. Programación lineal

Los cambios revolucionarios originaron gran aumento en la división del trabajo y la separación de las responsabilidades administrativas en las organizaciones. Sin embargo esta revolución creó nuevos problemas que ocurren hasta la fecha en muchas empresas. Estos problemas, y la necesidad de encontrar la mejor forma de resolverlos, proporcionaron el surgimiento de la Investigación de Operaciones, la que aspira determinar la mejor solución, la más óptima, para un problema de decisión con la restricción de recursos limitados. Los inicios de la Investigación de Operaciones (OR) se remontan a los años 1759 cuando el economista Quesnay comienza a utilizar modelos primitivos de programación matemática. Existen diferentes técnicas de OR que contribuyen a la elaboración del plan de producción, el cual busca el cumplimiento eficaz de los objetivos de la organización, para obtener como resultado la efectividad en el alcance de las metas. Schroeder (1993), Fogarty y others (1994), Chase y Arquilano (1995), Noori y Radfort (1998) y Krajewsky y Ritzman (2000), coinciden en que estas pueden agruparse de la forma siguiente:

1. De prueba y error (gráficos y tablas)

Son los más utilizados en la práctica, debido a su fácil comprensión y utilización, teniendo como desventajas que la mecánica de cálculo es larga, además de ser muy difícil llegar a la mejor solución.

2. Simulación

En esta técnica lo que se hace es elaborar un modelo representativo del sistema estudiado, simulándose el resultado en dependencia de los cambios que se hagan en las variables que lo integran. Ofrece grandes ventajas con el desarrollo de la informática al poder probar un gran número de alternativas, con gran rapidez (Ramos-Gómez, 2002).

3. Métodos analíticos

- a) Programación lineal.
- b) Programación lineal de transporte.
- c) Programación cuadrática.
- d) Técnicas heurísticas.

Cada una de estas técnicas permite determinar una mejor solución para la elaboración del plan en dependencia de la hipótesis planteada, aunque tienen como desventajas precisamente la complejidad inherente a su aplicación y por ende, la necesidad de personal capacitado, así como que no tienen en cuenta las restricciones cualitativas.

Existen otros sistemas de planificación de la producción que por sus características contribuyen a su elaboración, entre ellos se encuentran Justo a Tiempo (Just in Time), Planeación de Requerimientos Materiales (Material Requirement Planning), Planeación de Recursos Productivos (Productive Resources Planning), Planeación de Recursos Empresariales (Enterprise Resources Planning), Teoría de las restricciones (Theory of the restrictions), entre otras.

En particular la Programación lineal surge en 1947, los fundadores de la técnica son George Dantzig, quien publicó el algoritmo simplex, en 1947, John Von Neumann, que desarrolló la teoría de la dualidad en el mismo año, y Leonid Kantoróvich, un matemático ruso, que utiliza técnicas similares en la economía antes de Dantzig y ganó el premio Nobel en economía en 1975. En 1979, otro matemático ruso, Leonid Khachiyan, diseñó el llamado Algoritmo del elipsoide, a través del cual demostró que el problema de la Programación lineal es resoluble de manera eficiente, es decir, en tiempo polinomial

(Khachiyan, 1979).

Según Dantzig y Thapa (1997) la PL se refiere a la maximización o minimización de una función objetivo lineal de muchas variables sujetas a linealidad y restricciones de desigualdad.

La PL se puede ver como parte de un gran desarrollo revolucionario que ha dado a la humanidad la posibilidad de establecer objetivos generales y trazar un camino de las decisiones específicas que deben adoptarse con el fin de lograr "mejor" sus metas cuando se enfrentan con situaciones prácticas de gran complejidad. Como características externas deben existir varias soluciones para un determinado problema, se debe fijar algún criterio de decisión y debe haber interdependencia entre las variables que conforman la función objetivo y las restricciones. Por otro lado dentro de las internas se encuentran que las variables deben ser de tipo lineal, la función objetivo debe ser lineal y las relaciones de las variables deben ser de tipo lineal (Angel-León, 2003).

La Programación lineal en la toma de decisiones puede utilizarse para dar solución a problemas de transporte, de asignación o distribución de personal o máquina, de evolución de cotizaciones, de análisis de actividades, de formulación de dietas, de mezclas óptimas, de producción, de proveedor, del agente viajero, del control de inventario, de horarios de presupuestos, de planeación, entre otros.

Desde el momento en que fue propuesta por primera vez la Programación lineal y sus extensiones muchos han llegado a utilizarla ampliamente. A continuación se exponen algunas de sus aplicaciones, desde sus inicios hasta la actualidad en diversos sectores de la economía mundial. Para ver otras áreas en las cuales ha sido aplicada la PL consultar anexo 1.

Martin et al. (1993) presentan un modelo de Programación lineal para la planificación de la producción, distribución y operaciones de inventario en la industria del sector del vidrio.

Chen y Wang (1997) propone un modelo de Programación lineal para resolver la planificación integrada del aprovisionamiento, producción y distribución en una Cadena de suministro del sector del acero.

En Ryu y Pistikopoulos (2004) se plantea un enfoque de modelado binivel, compuesto por dos modelos de programación lineal, uno para la planificación

de la producción y otro para la planificación de la distribución. Estos modelos consideran posteriormente la incertidumbre de demanda, recursos y capacidades, al ser reformulados mediante Programación lineal multiparamétrica.

Por otro lado, Kanyalkar y Adil (2005) presentan un modelo de Programación lineal para la planificación agregada y detallada de la producción y la distribución dinámica en una Cadena de suministro multiproducto y multiplanta.

Oh y Karimil (2006) proponen un modelo de Programación lineal que integra la planificación de la producción y distribución para una multinacional del sector químico en un entorno multiplanta, multiperiodo y multiproducto. Este modelo considera, además, datos de carácter fiscal y financiero, tales como los impuestos asociados a la actividad o las amortizaciones.

Por último, Jung et al. (2008) comparan modelos de Programación lineal para entornos de planificación de la producción y el transporte centralizada y descentralizada.

La Programación lineal constituye un importante campo de la optimización por varias razones, muchos problemas prácticos de la Investigación de Operaciones pueden plantearse como problemas de Programación lineal. Históricamente, las ideas de PL han inspirado muchos de los conceptos centrales de la teoría de optimización tales como la dualidad, la descomposición y la importancia de la convexidad y sus generalizaciones. Del mismo modo, es muy usada en la microeconomía y la administración de empresas, ya sea para aumentar al máximo los ingresos o reducir al mínimo los costos de un sistema de producción. Algunos ejemplos fueron mostrados anteriormente.

1.4.1. Supuestos de la Programación lineal

Proporcionalidad: la contribución de cada actividad al valor de la función objetivo Z es proporcional al nivel de la actividad x_j , representado por el término $C_j x_j$ en la función objetivo. Del mismo modo, la contribución de cada actividad a la izquierda de cada restricción funcionales proporcional hasta el nivel de la actividad x_j , como se representa por el término a_{ij} en la restricción. Por lo tanto, esta hipótesis descarta cualquier exponente distinto de 1 para cualquier variable en cualquiera de los términos de cualquier función.

Aditividad: aunque la hipótesis de proporcionalidad excluye exponentes distintos de 1, ella no prohíbe términos de productos cruzados. La aditividad no descarta esta última posibilidad, tal como se resume a continuación. Cada función en un modelo de Programación lineal (ya sea la función objetivo o la función en el lado izquierdo de una restricción funcional) es la suma de las contribuciones individuales de las actividades respectivas.

Divisibilidad: se refiere a los valores permitidos para las variables de decisión. Las variables de decisión en un modelo de Programación lineal puede tener cualquier valor, incluyendo valores no enteros, que satisfagan las funcionales y las restricciones de no negatividad. Por lo tanto, estas variables no se limitan a sólo valores enteros. Dado que cada variable de decisión representa el nivel de alguna actividad, se supone que las actividades se pueden ejecutar en los niveles fraccionales.

Certeza: este último supuesto se refiere a los parámetros del modelo, es decir, los coeficientes en la función objetivo C_j , los coeficientes de las limitaciones funcionales a_{ij} y las limitaciones funcionales de b_i . Éste es el valor asignado a cada parámetro de un modelo de Programación lineal, se asume, es una constante conocida. En aplicaciones reales, el supuesto certidumbre rara vez se cumple con precisión. En la PL, por lo general los modelos están formulados para seleccionar algún curso de acción futuro. Por lo tanto, los valores de los parámetros utilizados se basan en una predicción de las condiciones futuras, que introduce inevitablemente un cierto grado de incertidumbre.

El cumplimiento de estos supuestos posibilita la aplicación de un modelo de Programación lineal; ésta herramienta estándar que hoy en día, ha salvado muchos miles o millones de dólares para la mayoría de las empresas o negocios, incluso de tamaño moderado en los distintos países industrializados del mundo, y su uso se ha ido extendiendo rápidamente en otros sectores de la sociedad.

1.5. Conclusiones parciales del capítulo

La revisión bibliográfica realizada permitió llegar a las conclusiones siguientes:

- La planificación de la producción es fundamental para el buen desempeño empresarial, ya que integra aspectos técnicos, económicos, sociales y productivos para lograr el cumplimiento de sus objetivos, con el máximo de eficiencia y racionalidad en el uso de sus recursos.
- Dada la situación actual que presenta la planificación de la producción de artículos electromecánicos en Cuba, provista por el exceso de inventario y el aumento en los costos de almacenamiento, se hace necesario la aplicación de técnicas científicamente argumentadas para elaborar la misma, lo cual muestra la adecuada selección del problema científico de esta investigación.
- La literatura consultada recoge un conjunto de técnicas de la Gestión de procesos y la Investigación de Operaciones que permiten la elaboración del plan de producción de una empresa. En particular, la Programación lineal constituye una herramienta útil para definir el plan de producción de artículos electromecánicos en Cuba, al contener en su modelo todas las restricciones que afectan el proceso y permite minimizar la función objetivo.

Capítulo II. Fundamentación del procedimiento matemático de Programación lineal

2.1. Introducción

Para dar solución a la problemática planteada y fundamentar lo expuesto en las conclusiones parciales derivadas de la construcción del marco teórico y referencial de la investigación, se expone en este capítulo un procedimiento para elaborar, de modo técnicamente justificado, el plan de producción de la UEB Fábrica de fusibles y desconectivos de Villa Clara, con el fin de lograr un desempeño adecuado de la organización. El procedimiento a utilizar para llevar a cabo la investigación es un modelo de Programación lineal, el cual se desarrollará a través de una serie de pasos propuestos por (Hillier & Lieberman, 1990).

2.2. Análisis de la situación actual de la planificación de la producción en la UEB Fábrica de fusibles y desconectivos

Para realizar un análisis de la situación actual de la UEB Fábrica de fusibles y desconectivos, en el proceso de planeación de la producción, se tomaron en cuenta las características de la empresa y los resultados obtenidos por ésta en su gestión estratégica en dicho proceso. Con el fin de obtener información relacionada a los inventarios, costos, disponibilidad de materiales, etc., se realizó un análisis del funcionamiento de este primer proceso del ciclo directivo.

2.2.1 Caracterización general de la UEB Fábrica de fusibles y desconectivos

La UEB Fábrica de fusibles y desconectivos de Villa Clara fue creada en enero del año 2000 por la Empresa de Grupos Electrónicos y Servicios Eléctricos (GEYSE) y desde el 01 de abril del año 2007 pertenece a la Empresa de Producciones Electromecánicas (EPE). Su sede principal se encuentra ubicada en la Carretera a Camajuaní, km 4 ½, dentro del área del Politécnico General Lázaro Cárdenas del Río, y posee además dos instalaciones, situada una en Carretera Central, km 307, Banda Placetas, Desvío Universidad, y otra en Calle B, número 34, entre 6ta y Final, Reparto Moro, todas en la ciudad de Santa Clara, provincia de Villa Clara.

Desde su creación ha tenido como objeto social la producción y comercialización de forma mayorista de componentes electrotécnicos y electromecánicos, así como prestar servicios de calibración y pruebas eléctricas a componentes electrotécnicos a las entidades de la Unión eléctrica.

Tiene como política satisfacer las necesidades y expectativas de sus clientes, preservar el medioambiente y garantizar la seguridad y salud de sus trabajadores, lo cual logra a partir de los compromisos de la alta dirección. Estos compromisos son:

- cumplir los requisitos acordados con los clientes y otros suscritos por la organización,
- cumplir la legislación vigente y aplicable a sus actividades y productos,
- prevenir la contaminación asociada a sus actividades, disminuir las emisiones de residuales líquidos, mantener el control y manejo adecuado de los desechos peligrosos,
- utilizar racional y eficazmente los recursos asignados, fomentando el ahorro energético en el desarrollo de sus actividades,
- identificar, evaluar, controlar, minimizar o eliminar de manera continua, los riesgos a la salud, los accidentes y siniestros asociados a sus actividades, manteniendo un ambiente de trabajo seguro,
- realizar la calibración de contadores de energía eléctrica de manera confiable, aplicando una buena práctica profesional, con trazabilidad a patrones nacionales o internacionales, cumpliendo los requisitos de la NC-ISO/IEC 17025:2006 y del órgano acreditador,
- garantizar la competencia del personal de la organización por medio de su motivación y familiarización con la documentación del sistema de gestión integrado y la implementación de las políticas y los procedimientos en su trabajo, y
- revisar y mejorar continuamente el sistema de gestión integrado.

La organización tiene implementado y certificado un sistema de gestión que integra calidad, medio ambiente y seguridad y salud en el trabajo. Los sistemas de gestión de la calidad y medio ambiente cumplen respectivamente los requisitos de la NCISO 9001:2008 y la NC ISO 14001:2004 y se encuentran certificados por la Oficina Nacional de Normalización (ONN) y el Bureau Veritas, mientras que el sistema de gestión de seguridad y salud en el trabajo cumple con la NC 18001:2005 y está certificado por la ONN.

Cuenta además con un laboratorio de calibración de contadores de energía eléctrica el cual demuestra su competencia técnica por medio de la condición de Laboratorio Acreditado por el Órgano Nacional de Acreditación de las República de Cuba (ONARC) según los requisitos de la NC-ISO/IEC 17025:2006. El laboratorio cuenta

con 12 mesas encargadas de realizar pruebas a los contadores con el objetivo de detectar alguna falla antes de que sean vendidos al cliente.

Entre sus principales productos se encuentran el eslabón fusible tipo K de media tensión para 15 kV y 34 kV, los cortacircuitos de expulsión (dropout), los seccionadores monopolares y tripolares, las cadenas de prueba, los guardacabos, la calibración de contadores de energía eléctrica, el ensamblaje de luminarias de alumbrado público y de gabinetes para contadores de energía eléctrica.

Los clientes principales de la entidad lo constituyen las Organizaciones Básicas Eléctricas (OBE) de todas las provincias del país y el municipio especial Isla de la Juventud.

La empresa cuenta con un solo proveedor que es ENERGOIMPORT, única entidad en el país autorizada a la adquisición de los contadores de energía eléctrica en una empresa de la República Popular de China. Este aprovisionamiento es limitado ya que depende del presupuesto que se le apruebe a la cadena para el año, lo que trae como consecuencia que en ocasiones no se puedan cumplir con la demanda de los clientes. Este proceso comienza a partir de que la Unión Nacional Eléctrica (UNE) autoriza el contrato de la cadena con el proveedor. La mayoría de los clientes de la cadena son clientes internos, por lo que los ingresos son en moneda nacional, moneda con la cual no se puede comprar materia prima. Anteriormente se estaba exportando contadores, lo que le permitía obtener ingresos con los cuales se podían comprar más materia prima. Al eliminar esta posibilidad de la cadena, aún más limitado se ve el aprovisionamiento de la cadena.

La organización tiene una plantilla aprobada de 135 trabajadores, cubierta actualmente por 88 hombres y 26 mujeres. Los niveles de producción en los últimos tres años sobrepasan los 15 millones de pesos, a pesar de tener dificultades con la estabilidad en los suministros de materias primas, poseer un equipamiento viejo y obsoleto, poca capacidad para el almacenaje y la transportación de materias primas y materiales, e insuficiente presupuesto para inversiones.

La misión de la empresa es:

“Producir artículos electromecánicos competitivos, que satisfagan las necesidades y expectativas de los clientes nacionales, utilizando para esto un recurso humano altamente capacitado y profesional lo que permite la mejora

continua de nuestros procesos y crear las condiciones para la inserción en el mercado internacional”.

La visión es:

“Ser una empresa reconocida por su liderazgo y competitividad, con tecnología de vanguardia y un recurso humano de excelencia, con sentido de pertenencia, motivado y calificado que integre producción de calidad con una gestión que se anticipe y adapte al cambio, que aprenda de la experiencia e innove permanentemente”.

2.2.2. Análisis de la planificación de la producción en la UEB objeto de estudio

La empresa de producciones electromecánicas es la única de su tipo en el país, por lo que sus productos tienen parte del mercado seguro (nacional). No obstante, estos clientes son muy exigentes con la calidad tanto de los productos como del servicio. Por tal motivo se hace necesario producir los productos y entregarlos en el momento correcto. En los últimos años la empresa ha visto cierta inestabilidad en la obtención de ingresos. Lo anteriormente expuesto se da por la falta de objetividad en la planificación de la producción. La administración de la EPE lleva a cabo el proceso de planificación de la producción basándose en la demanda de sus clientes y analizando, empíricamente y con el uso de datos históricos de la empresa, la posible variación que puede surgir, durante todo el año, en los pedidos concretados. Un aspecto fundamental en la planificación de esta entidad es el hecho de que el Departamento de Producción, al calcular la cantidad de materiales necesarios para cada uno de los productos que comercializan, para, posteriormente, hacer el pedido de los mismos a sus proveedores, analiza el tiempo de demora de estas materias primas y planea teniendo en cuenta el tiempo de arribo de los mismos, lo que provoca que, en ocasiones, el primer semestre no cumplan con la producción y en el segundo semestre ocurra el efecto contrario y exista sobrecumplimiento. Lo anteriormente expuesto justifica el hecho de que la gerencia de la EPE no analizara posibles alternativas que lleven a la obtención de mayores beneficios o menores costos. Es por tal motivo que la Programación lineal pudiera ser de gran utilidad para el logro de tal objetivo.

2.3. Definición de los componentes del modelo matemático de Programación lineal

El procedimiento propuesto para la elaboración del plan de producción de la EPE es un modelo de Programación lineal, el mismo constituye una técnica determinista, no incluye probabilidades y utiliza un modelo matemático para describir el problema. El término lineal significa que todas las funciones matemáticas del modelo deben ser funciones lineales. En este caso, la palabra programación no se refiere a programación en computadoras; en esencia es un sinónimo de *planeación*. Así, la Programación lineal trata la *planeación de las actividades para obtener un resultado óptimo, esto es, el resultado que mejor alcance la meta especificada (según el modelo) entre todas las opciones de solución* Hillier y Lieberman (1990).

A continuación se presentan una serie de fases o pasos propuestos por Hillier y Lieberman (1990) para realizar un estudio, de manera general, y se explican los elementos fundamentales que se deberán tener en cuenta a la hora de aplicar el modelo matemático de Programación lineal para la elaboración del plan de producción de la UEB objeto de estudio. (Figura 2.1)

Figura 2.1. Metodología para resolver un problema.

El procedimiento propuesto por Hillier y Lieberman (1990) comienza con la definición del problema y la recopilación de datos. En la EPE existen actualmente altos niveles de inventario (inicial, en proceso y de productos terminados), aumento en los costos de almacenamiento y de producción, por lo que se realizará un plan de producción que permita aumentar los beneficios de la misma. El segundo paso consiste en la selección de un modelo matemático que pueda representar el problema presente; existen diferentes herramientas que facilitan el proceso de planificación de la producción, todas ellas aportan información valiosa para la elaboración del plan de producción. Con el objetivo de encontrar la cantidad óptima a producir, para lograr minimizar los costos y por las características de la UEB objeto de estudio, se aplicará el modelo matemático de Programación lineal con el cual se puede obtener un resultado óptimo, teniendo en cuenta las restricciones de los procesos. Para la construcción de cualquier modelo de PLes necesario:

1. *Identificar las variables de decisión:* las variables de decisión son los elementos a través de los cuales se logra el objetivo que se persigue; artículo i a producir (X_j).
2. *Construcción de las restricciones:* para la construcción del sistema de restricciones es necesario cerciorarse que existe realmente una limitación cuantitativa. Este paso es muy importante porque no debe constituir restricción aquello que realmente no esté limitado. Existen diversas técnicas de recopilación de información (encuestas, observación directa, entrevistas, datos históricos, archivos de empresa, etc.), que facilitan la identificación de los recursos limitantes que constituyen una restricción en el modelo matemático de PL. En la presente investigación se utilizan las entrevistas y archivos de empresa, como fichas de costos y documentos de Excel, para determinar dichas limitantes. Las limitantes principales que presenta este proceso de producción radican en la demanda, el fondo de tiempo, el presupuesto y la capacidad de almacenamiento (ver tabla 2.1). Es muy importante definir el signo de la restricción, atendiendo a las características específicas de la limitación que se esté modelando y garantizar que las restricciones sean homogéneas.

Tabla 2.1. Resumen de datos de producción

Producto	Demanda (Febrero 2013)	Fondo de tiempo (h/unidad)	Defectuoso (%)	Costo por Unidad (\$)
Fusibles de 15Kv	23375	204	3	7.51
Fusibles de 30Kv	9895	204	3	7.51
Cuchilla monofásica de 15Kv	200	204	1	116.6
Cortafusible 100 A de 15Kv	400	204	5	9.87
Metro contadores 127V 10-40A	6500	204	1	14.24
Metro contadores 220V 30-120A	1000	204	1	16.42
Gabinetes múltiples P/CCE	150	204	2	235.32

Fuente: Archivos de empresa.

3. *Definición de la función objetivo:* para elaborar la función objetivo el procedimiento es similar. En la misma deben estar todas las variables de decisión, aunque el coeficiente asociado a las mismas sea cero o negativo. La PL como método cuantitativo sólo permite optimizar un objetivo o meta de la entidad económica.

4. *Plantear la condición de no negatividad:* las variables definidas, por lógica, no deben tomar valores negativos. Una actividad económica se realiza o no.

En el tercer paso se desarrollará un procedimiento basado en computadora para la elaboración de soluciones al problema del modelo. Existen diferentes programas útiles para desarrollar este modelo matemático, como el WinQSB, Solver (Excel), Gams, entre otros. En la presente investigación se utilizará el WinQSB, ya que es un excelente software para el desarrollo de problemas de Programación lineal, permite resolver de forma sencilla este tipo de problema y puede ser utilizado por profesionales que quieran tener buenos resultados de producción en la organización.

El cuarto paso el programa será probado a fondo para tratar de encontrar y corregir tantos errores como sea posible, para obtener resultados razonablemente válidos. El quinto paso es la preparación para la aplicación del modelo; y por último el paso número seis es la implementación del sistema según lo prescrito por la dirección.

La presente investigación no abarca la implementación del modelo, solo se asentarán las bases para la elaboración del plan agregado en el mes de febrero, a un nivel táctico. Se presentarán los resultados y se indican los beneficios esperados de la nueva solución, junto con algunas reflexiones sobre la implementación de la solución, es decir, el cambio de la situación existente a la solución optimizada.

2.4. Conclusiones parciales del capítulo

- Este procedimiento puede ser aplicado a todos los sistemas de producción y/o servicios, dadas sus características constructivas, restricciones y resultados.
- Para la modelación del procedimiento propuesto se utilizará el WinQSB, ya que es un excelente software para el desarrollo de problemas de Programación lineal, permite resolver de forma sencilla este tipo de problema y puede ser utilizado por profesionales que quieran tener buenos resultados de producción en la organización.
- Las limitantes del modelo fueron identificadas según la importancia para el logro de los objetivos y alcance de las metas, permitiendo la satisfacción al cliente y la disminución de los costos de producción y almacenamiento.

Capítulo III. Modelación matemática y solución de la Programación lineal para determinar el plan de producción

3.1. Introducción

Teniendo en cuenta el criterio de un grupo de personas involucradas en el proceso de planificación de la producción de la Unidad Empresarial de Base (UEB) Fábrica de fusibles y desconectivos de Villa Clara, se aplicará el procedimiento propuesto, en el mes de Febrero del 2013 ver anexo 2, dada la importancia de los productos que fueron planificados para ese período y a la disponibilidad de tiempo para la investigación que será resumida en esta tesis de diploma. En este capítulo se muestran los resultados obtenidos de la aplicación del modelo matemático de Programación lineal para la realización del plan de producción, con el objetivo de dar solución al problema científico de ésta investigación.

3.2. Modelo matemático de Programación lineal

La Programación lineal puede ser descrito, de forma general, como una función lineal de varias variables, donde se quieren determinar valores no negativos para dichas variables, que maximicen o minimicen el valor de la función lineal, sujeta a un cierto número de limitaciones que asumen la forma de un sistema de ecuaciones y/o inecuaciones lineales. Considerando a n como el número de variables y a m como el número de ecuaciones e inecuaciones y si se cumple que $m=n$ entonces el modelo matemático sería el que se expone a continuación.

$$\text{Min o Max } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n &\{ \leq = \geq \} b_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n &\{ \leq = \geq \} b_2 \\ a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \dots + a_{in}X_n &\{ \leq = \geq \} b_i \quad i = 1, \dots, m \quad (2) \end{aligned}$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

Las expresiones (1), (2) y (3) componen el modelo económico-matemático de Programación lineal. La expresión (1) representa la función que va a ser

optimizada, la cual se denomina *función objetivo* y se representa por la letra Z . Los criterios de optimización dependerán de los objetivos o metas que se quieran alcanzar en la empresa y la prioridad de los mismos.

Los C_j son los coeficientes de la función objetivo. Estas constantes pueden tener diferentes significados, por ejemplo, costos de producción, ganancias, normas de tiempo o de recursos, precios, etc. Las X_j son las variables esenciales o de decisión del modelo que se pretenda diseñar. Cada una representa una actividad económica y sus valores representan los niveles de esas actividades.

La expresión (2) es el sistema de ecuaciones y/o inecuaciones lineales que se va denominar como sistema de restricciones lineales, donde los b_i es decir, los términos independientes pueden tener diferentes significados como son, demandas máximas o mínimas de producción, disponibilidad de recursos, requerimientos mínimos de utilización de determinados recursos, entre otros. Los coeficientes a_{ij} son las constantes asociadas a cada una de las variables en cada una de las restricciones, frecuentemente expresan, de manera general, el consumo unitario de recursos.

La expresión (3) establece que las variables del modelo solo pueden tomar valores no negativos, a esta expresión se le conoce como condición de no negatividad.

El conjunto de soluciones que satisfaga las expresiones (1), (2) y (3) se le conoce como posible solución óptima (Hillier & Lieberman, 1990).

Las **variables del problema** se definirán de la manera siguiente:

X_j : cantidad del producto j a producir en el mes de febrero.

X_1 : fusibles de 15Kv

X_2 : fusibles de 30Kv

X_3 : cuchilla monofásica de 15Kv

X_4 : portafusible 100 A de 15Kv

X_5 : metro contadores 127V 10-40A

X_6 : metro contadores 220V 30-120A

X_7 : gabinetes múltiples P/CCE

Función objetivo:

$$\text{Min } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n$$

Donde los C_j significan el costo unitario de producir el producto j y trae incluido el costo de almacenamiento de ese producto.

$$\text{Min } Z = 7.51X_1 + 7.51X_2 + 116.66X_3 + 9.87X_4 + 14.24X_5 + 16.42X_6 + 235.32X_7$$

La función objetivo está sujeta a las **restricciones** siguientes:

-Presupuesto para materias primas:

$$6.02X_1 + 6.02X_2 + 107.65X_3 + 8.4X_4 + 11.1X_5 + 11.16X_6 + 215X_7 \\ \leq 348854$$

Donde los a_{ij} expresan el costo unitario de materias primas y materiales de producir el producto j y el b_j es el presupuesto para materias primas y materiales disponibles para ese período de tiempo.

-Fondo de tiempo:

$$0.009(X_1 + X_2) \leq 408 \text{ h/mes} \quad 0.007(X_5 + X_6) \leq 408 \text{ h/mes} \\ 0.25X_3 \leq 204 \text{ h/mes} \quad 0.18X_7 \leq 204 \text{ h/mes} \\ 0.08X_4 \leq 204 \text{ h/mes}$$

Donde los a_{ij} expresan la norma de tiempo de producir cada producto j y los b_j el fondo de tiempo disponible para realizar la producción del producto j en ese período de tiempo.

-Demanda:

$$(1 - 0.02)X_1 \geq 23375 \quad (1 - 0.01)X_5 \geq 6500 \\ (1 - 0.02)X_2 \geq 9895 \quad (1 - 0.01)X_6 \geq 1000 \\ (1 - 0.01)X_3 \geq 200 \quad (1 - 0.01)X_7 \geq 150 \\ (1 - 0.03)X_4 \geq 400$$

Donde los a_{ij} representan los porcentajes defectuosos del producto j y los b_j la demanda, esta tiene en cuenta la cantidad de productos del tipo j almacenados el mes anterior.

-Capacidad de almacenamiento:

$$(1 - 0.02)X_1 + (1 - 0.02)X_2 \leq 100000 \text{ u} \\ (1 - 0.03)X_4 \leq 1000 \text{ u}$$

$$(1 - 0.01)X_5 + (1 - 0.01)X_6 \leq 60000 u$$

$$(1 - 0.01)X_7 \leq 1000 u$$

Donde los a_{ij} representan los porcentajes defectuosos del producto j y los b_j la capacidad de almacenamiento disponible para la producción j .

-Condición de no negatividad:

$$X_j \geq 0 \quad j = 1,2,3,4,5,6,7$$

3.2. Solución e interpretación

Los resultados obtenidos de la modelación matemática (ver tabla 3.1), muestran que para minimizar los costos hasta \$428 329.90 es necesario producir 23 853 fusibles de 15Kv y 10 097 de 34Kv, 203 cuchillas monofásicas, 413 portafusibles de 15Kv, 6 566 contadores de 127V y 1 011 de 220V, y un total de 152 gabinetes múltiples; para ver la salida del software ver anexo 3.

Tabla 3.1. Fragmento de los resultados arrojados por el WinQSB

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution
1	Fusibles 15 Kv	23.852,0400	7,5100	179.128,8000
2	Fusibles 34 Kv	10.096,9400	7,5100	75.828,0100
3	Cuchilla monofásica	202,0202	116,6600	23.567,6800
4	Portafusible 15 Kv	412,3711	9,8700	4.070,1030
5	Contadores 127 V	6.565,6570	14,2400	93.494,9500
6	Contadores 220 V	1.010,1010	16,4200	16.585,8600
7	Gabinetes múltiples	151,5152	235,3200	35.654,5500
	Objective	Function	(Min.) =	428.329,9000

A continuación se muestra la comparación entre los costos reales de la producción del mes de Febrero del 2013 y los resultados del modelo matemático propuesto tabla 3.2. La misma demuestra que con la aplicación del modelo matemático de Programación lineal disminuye en \$28918.35 los costos de producción y almacenamiento.

Tabla 3.2. Comparación entre costos reales y costos del modelo de Programación lineal

Productos	Costos (Real)	Costos (Modelo)
Fusibles de 15Kv	177626	179128.80
Fusibles de 30Kv	75182.61	75828.01
Cuchilla monofásica de 15Kv	23652	23567.68
Portafusifle 100 A de 15Kv	3948	4070.10
Metro contadores 127V 10-40A	111328.32	93494.95
Metro contadores 220V 30-120A	30212.8	16585.86
Gabinetes múltiples P/CCE	35298	35654.55
Total	457248.25	428329.90

3.3. Conclusiones parciales del capítulo

- La aplicación del procedimiento propuesto arrojó información importante para mejorar el plan de producción de la UEB objeto de estudio, estableciendo la cantidad óptima a producir para disminuir los costos de producción y almacenamiento.
- Los resultados obtenidos en la modelación matemática permitieron analizar el comportamiento de los costos de producción y almacenamiento, facilitando el establecimiento de una comparación entre estos y los del plan real, evidenciándose la disminución significativas de los mismos con el uso de la Programación lineal.
- Se pudo demostrar que la Programación lineal es una herramienta matemática útil para la elaboración del plan agregado de la producción a un nivel táctico, arrojando resultados importantes para la toma de decisiones.

Conclusiones

Luego de desarrollar la presente investigación se arribó a las conclusiones siguientes:

- La revisión de la bibliografía que conforma el marco teórico referencial del estudio mostró la existencia de distintas técnicas para realizar el proceso de planeación y presentó las ventajas de la aplicación del modelo matemático propuesto.
- El modelo matemático empleado se muestra como una herramienta ventajosa para la planeación de la producción de cualquier empresa, puesto que ofrece valores óptimos de las variables de decisión que permite a la entidad aumentar sus beneficios y disminuir sus gastos.
- La aplicación del modelo matemático en la empresa objeto de estudio evidenció sus ventajas aportándole a esta un procedimiento científico acreditado el cual obtiene resultados óptimos para el perfeccionamiento empresarial y la mejora continua, quedando validada la hipótesis planteada.
- Los resultados que arrojó el empleo de la herramienta matemática propuesta permitieron mejorar el plan agregado de la producción de un mes, logrando minimizar los costos.

Recomendaciones

- Aplicar el modelo propuesto para todo el período de planeación de la Empresa de producciones electromecánicas para el logro de resultados superiores.
- Identificar los resultados arrojados por la herramienta matemática como información significativa para la elaboración del plan de producción y para el perfeccionamiento empresarial.
- Continuar la presente investigación en posteriores presentaciones científicas y publicaciones con el objetivo de perfilar el modelo matemático para aumentar su practicidad.

Bibliografía

1. Adam, E. E. E., R. S. . (1991). Administración de la producción y las operaciones.
2. Alford, L. P. (1945). Production Handbook.
3. Angel-León, G. A. (2003). Manual de investigación de operaciones I.
4. Bowman, E. H. (1956). Production Scheduling by the Transportation Method of Linear Programming. Operations Research.
5. Companys Pascual, R. (1989). Planificación y Programación de la Producción.
6. Companys, R. y C., A. (1989). Organización de la producción I: Dirección de operaciones.
7. Chase, R. B., & Aquilano, N. J. (1995). Dirección y administración de la producción.
8. Chen, M., & Wang, W. (1997). A linear programming model for integrated steel production and distribution planning. International Journal of Operations & Production Management., 17(16), 592-610.
9. Dantzig, G. B., & Thapa, M. N. (1997). *Linear Programming: 1: Introduction* (Vol. 1): Springer.
10. Decreto Ley 281 (2007).
11. Dominguez-Machuca, J. A., et al. (1995). Dirección de operaciones: Aspectos estratégicos en la producción y en los servicios. .
12. Fogarty, W. D., & others. (1994). Administración de la producción e inventarios.
13. Gaither, N., & Frazier, G. (2000). Administración de Producción y Operaciones.
14. Graves, S. C. (1981). A review of production scheduling. *Operations Research*, 29(4), 646-675.
15. Hanssmann, F., & Hess, S. W. (1960). A Linear Programming Approach to Production and Employment Scheduling.
16. Herrera, M. (2011). Programación de la producción. Una perspectiva de productividad y competitividad. *Revista Virtual Pro*.
17. Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (1990). *Introduction to operations research* (Vol. 6): McGraw-Hill New York.

18. Holt, C. C., et al. (1995). A Linear Decision Rule for Production
19. and Employment Scheduling.
20. Jung, H., et al. (2008). An order quantity negotiation model for distributor-driven supply chains. *International Journal of Production Economics.*, 111(111), 147-158. .
21. Kanyalkar, A. P., & Adil, G. K. (2005). An integrated aggregate and detailed planning in a multi-site production environment using linear programming. *International Journal of Production Research.*, 43(20), 4431-4454.
22. Kaufmann, A. (1978). Métodos y modelos de la investigación de operaciones. *Las matemáticas de la empresa., Tomo 1. , p. 565.*
23. Khachiyani, L. (1979). A polynomial algorithm in linear programming., pp. 191-194
24. Krajewsky, L. J., & Ritzman, L. P. (2000). *Administración de Operaciones.*
25. *Estrategia y Análisis.*
26. Lio, D. G. (2000). *Algoritmos Genéticos. P, Arequipa.*
27. Martin, C. H., et al. (1993). Integrated Production, Distribution, and Inventory Planning at Libbey-Owens-Ford., *Interfaces*, 23(23), 68-78.
28. Miranda Gonzalez, F. J. R., S.; Chamorro, A.; Bañegil, T. (2005). *Manual de dirección de operaciones.*
29. Narasimhan, S. (1999). *Planeación de la Producción y Control de*
30. *Inventario.*
31. Noori, H., & Radford, R. (1998). *Administración de operaciones y producción: Calidad total respuesta sensible rápida. .*
32. Oh, H. C., & Karimil, I. A. (2006). Global multiproduct production-distribution planning with duty drawbacks. *Aiche Journal.*, 52(52), 595-610.
33. Prawda, J. (2004). Métodos y modelos de investigación de operaciones. *Modelos determinísticos.*
34. México: Limusa. *Vol. 1, p. 936.*
35. Ramos-Gómez, R. (2002). *Procedimientos para la mejora continua y el perfeccionamiento del sistema de planificación y control del servicio*

- de reparación de motores. Aplicación al caso de la reparación de motores diesel. Doctor en ciencias técnicas, UCLV.
36. Rathenau, W. (1918). The new economy.
 37. Ryu, J. H., Dua, V., & Pistikopoulos, E. N. (2004). A bilevel programming framework for enterprise-wide process networks under uncertainty. *Computers & Chemical Engineering.*, 28(26-27), 1121-1129.
 38. Schroeder, R. G. (1993). Administración de operaciones. Toma de decisiones en la función de operaciones.
 39. Sipper, D., & Bulfin, R. L. (2001). Planeación y Control de las Operaciones.
 40. Taha, H. A. (2004). Investigación de operaciones. p. 848.
 41. Urwick, L. y B., E.F.L. (1984). La historia de management.
 42. Vollmann, T. E. O. (2000). Sistema de Planificación y Control de la
 43. Fabricación.

Anexos

Anexo 1. Áreas en las cuales ha sido aplicada la Programación lineal

Áreas	Objetivos
Agricultura	Encontrar la óptima distribución de recursos, con el fin de maximizar utilidades.
Industria Química	Control de inventarios, horarios, transporte, mezclas óptimas.
Gobierno	Adjudicación de contratos.
Aerolíneas comerciales	Para la programación de vuelos.
Industria de hierro y carbono	Planeación de la producción.
Comunicaciones	Diseño óptimo de redes.
Industria del papel	Problemas de transporte y corte óptimo del papel, para minimizar desperdicios.
Industria del petróleo	Para obtener mezclas óptimas, problemas de transporte y planeación de la producción.
Ferrocarriles	Programación de itinerarios.
Análisis económico	Análisis de inversiones y portafolios.
Hoteles y hospitales	Problemas de dieta y asignación.

Fuente: Angel-León (2003).

Anexo 2. Informe de planificación y cumplimiento de la producción para Febrero del 2013

Productos	PLAN	Precio		IMPORTE		
		MN	MLC	MN	MLC	TOTAL
Fusibles 15 Kv	23375	0.88	1.05	20570.00	24543.75	45113.75
Fusible de 34kV	9895	0.87	1.05	8608.65	10389.75	18998.40
Cuchilla Monofásica 15kV	200	25.8	112.79	5168.00	22558.00	27726.00
Portafusible 100A 15 Kv	400	4.77	38.64	1908.00	15456.00	17364.00
Metro Contadores 127 v 10 - 40 A	6500	3.03	10.57	19695.00	68705.00	88400.00
Metro Contadores 220 v 30 - 120 A	1000	3.64	12.66	3640.00	12660.00	16300.00
Gabinetes Multiples P / Cee	150	48	196.99	7201.50	29548.50	36750.00
TOTAL						250652,15

Fuente: Archivos de empresa.

Productos	Precio		Real	Valor		
	MN	MLC		MN	MLC	Total
Fusibles 15 Kv	0.88	1.05	23652	20813.76	24834.6	45648.36
Fusible de 34kV	0.87	1.05	10011	8709.57	10511.55	19221.12
Cuchilla Monofásica 15kV	25.8	112.79	200	5168	22558	27726
Portafusible 100A 15 Kv	4.77	38.64	400	1908	15456	17364
Metro Contadores 127 v 10 - 40 A	3.03	10.57	7818	23688.54	82636.26	106324.8
Metro Contadores 220 v 30 - 120 A	3.64	12.66	1840	6697.6	23294.4	29992
Gabinetes Multiples P / Cee	48	196.99	150	7201.5	29548.5	36750
TOTAL						283026,28

Fuente: Archivos de empresa.

Anexo 3. Salida del software WinQSB

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Fusibles 15 Kv	24.097,9400	7,5100	180.975,5000	0	basic	0	M
2	Fusibles 34 Kv	10.201,0300	7,5100	76.609,7400	0	basic	0	M
3	Cuchilla monofásica	202,0202	116,6600	23.567,6800	0	basic	0	M
4	Portafusible 15 Kv	421,0526	9,8700	4.155,7900	0	basic	0	M
5	Contadores 127 V	6.565,6570	14,2400	93.494,9500	0	basic	0	M
6	Contadores 220 V	1.010,1010	16,4200	16.585,8600	0	basic	0	M
7	Gabinetes múltiples	153,0612	235,3200	36.018,3700	0	basic	0	M
	Objective	Function	(Min.) =	431.407,9000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Presupuesto	348.823,8000	<=	348.854,0000	30,2168	0	348.823,8000	M
2	FT X1X2	308,6907	<=	408,0000	99,3093	0	308,6907	M
3	FT X3	50,5051	<=	204,0000	153,4949	0	50,5051	M
4	FT X4	33,6842	<=	204,0000	170,3158	0	33,6842	M
5	FT X5X6	53,0303	<=	408,0000	354,9697	0	53,0303	M
6	FT X7	27,5510	<=	204,0000	176,4490	0	27,5510	M
7	D X1	23.375,0000	>=	23.375,0000	0	7,7423	0	23.379,8700
8	D X2	9.895,0000	>=	9.895,0000	0	7,7423	0	9.899,8690
9	D X3	200,0000	>=	200,0000	0	117,8384	0	200,2779
10	D X4	400,0000	>=	400,0000	0	10,3895	0	403,4174
11	D X5	6.500,0000	>=	6.500,0000	0	14,3838	0	6.502,6950
12	D X6	1.000,0000	>=	1.000,0000	0	16,5859	0	1.002,6810
13	D X7	150,0000	>=	150,0000	0	240,1225	0	150,1377
14	Cap almac X1X2	34.298,9700	<=	103.092,0000	68.793,0300	0	34.298,9700	M
15	Cap almac X4	421,0526	<=	1.052,0000	630,9474	0	421,0526	M
16	Cap almac X5X6	7.575,7580	<=	60.606,0000	53.030,2400	0	7.575,7580	M
17	Cap almac X7	153,0612	<=	1.020,0000	866,9388	0	153,0612	M