

# Procedimiento para el análisis energético de sistemas de bombeo centrífugos

*\*Por: Hamzeh Ziad Mohammad Ali Dauod<sup>1</sup>, Carlos A. de Leon Benítez<sup>2</sup>, Ignacio Pérez Abril<sup>3</sup>, Víctor Rolando Jara González<sup>4</sup>*

## Resumen

El renovado interés por el uso eficiente de la energía, ha hecho que el empleo del control de velocidad por variación de frecuencia para la regulación del flujo en sistemas de bombeo, se haya convertido en la actualidad en la opción más atractiva con este fin, lo cual hace que sea preciso obtener con la mayor precisión posible el ahorro de energía en comparación con otros medios mecánicos utilizados con este objetivo. En este trabajo se desarrolla un procedimiento matemático que permite relacionar las variables de control del sistema hidráulico con las variables de comportamiento del motor eléctrico que acciona la bomba, de modo que quedan resueltas las limitaciones de aplicación de las leyes de afinidad en sistemas con elevada carga estática inicial.

## Palabras Claves:

Leyes de afinidad, bombas centrifugas, ahorro de energía.  
Procedure to energetic analysis of centrifugal pumping systems

## Abstract

The renewed interest in the efficient use of energy, has made the use of speed control by frequency variation for flow control in pumping systems, has now become the most attractive option for this purpose, which makes it necessary to obtain as accurately as possible energy saving in comparison with other mechanical means used for this purpose. In this work a mathematical procedure that relates the control variables of the hydraulic system with variable behavior of the electric motor driving the pump so that the constraints are resolved to implement the affinity laws in systems with high static charge develops initial.

## Keywords:

Affinity law, centrifugal pumps, energy saving.

## 1. Introducción

**H**oy en día, aproximadamente 22% de la energía suministrada a los motores eléctricos es adquirida por los sistemas de bombeo [1, 2,3]. Debido al

renovado interés en el ahorro de energía, el empleo de accionamientos eléctricos de frecuencia variable (AEFV), se ha convertido en la mejor opción para su empleo en los sistemas de bombeo, lo que se traduce en un importante ahorro energético en comparación con medios mecánicos

para ajustar el flujo en dichos sistemas [3, 4,5]. Hay un gran número de tipos de bombas que se utilizan en aplicaciones industriales, las más difundidas son las bombas centrífugas.

La aplicación de las leyes de afinidad de centrífuga bombas debe hacerse con cautela [6]. Generalmente, pueden ser aplicadas cuando el sistema de bombeo tiene una alta carga de fricción en comparación con la carga estática. Esto es debido a que las leyes de afinidad son más precisas cuando se aplican entre las curvas de rendimiento que están a una misma eficiencia de la bomba [1] Las leyes de afinidad consideran que la disminución de la velocidad no afecta la eficiencia de la bomba. Esta aproximación puede ser considerada como válida hasta una reducción de velocidad igual a 0.7 veces la velocidad nominal [7]. Sin embargo, la eficiencia en el nuevo punto de operación debe ser chequeada en todos los casos, especialmente en sistemas con alta carga estática [8,9].

No tener en cuenta lo planteado anteriormente, conlleva a una incertidumbre en los cálculos de los potenciales de ahorro de energía en las diferentes variantes de control de flujo en los sistemas de bombeo. El procedimiento desarrollado en este trabajo permite relacionar las variables que caracterizan el sistema hidráulico con las variables de comportamiento del motor que acciona la bomba, de modo que se logra disminuir la incertidumbre en el cálculo de los potenciales de ahorro de energía cuando se analiza la factibilidad de empleo de los variadores de velocidad en estas aplicaciones.

## 2. Materiales y métodos

### 2.1 Leyes de afinidad

Las leyes de afinidad gobiernan las relaciones entre velocidad, presión de descarga y potencia de entrada de la bomba y permiten predecir el rendimiento de una bomba a una velocidad que no sea la característica.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (1)$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \left[\frac{N_1}{N_2}\right]^2 \quad (2)$$

$$\frac{BHP_1}{BHP_2} = \left[\frac{N_1}{N_2}\right]^3 \quad (3)$$

Dónde:

Q: Flujo volumétrico (m3/hr.)

N: Velocidad de la bomba (rpm)

H: Carga de la bomba (m).

BHP: Potencia de entrada en la bomba (kW)

El subíndice 1 indica la condición inicial de operación y el subíndice 2 la condición final.

Según[10], recomienda utilizar una curva de afinidad que intercepte el sistema en la condición final, lo cual es la base para el desarrollo del procedimiento analítico desarrollado en este artículo.

### 2.2 Curva característica del sistema hidráulico

El sistema se caracteriza por un modelo bajo la condición de régimen permanente y turbulento de la forma [3].

$$H_{sist} = H_{est} + K_t \cdot Q^2 \quad (4)$$

Dónde:

$H_{sist}$ : Carga del sistema (m).

$H_{est}$ : Carga estática del sistema (m)

$K_t$ : Coeficiente de resistividad de la tubería (s2/m5)

Se definen como curvas de enlace, aquellas, que sin carga estática, contienen los puntos de operación del sistema de bombeo en condición inicial y final [MANU]. Por tanto de la ecuación (4) para condiciones de régimen turbulento, para el valor de flujo requerido ( $Q_{req}$ ) se obtiene la carga requerida ( $H_{req}$ ) en dicho punto y se cumple que:

$$H_{req} = H_{est} + K_t \cdot Q_{req}^2 \quad (5)$$

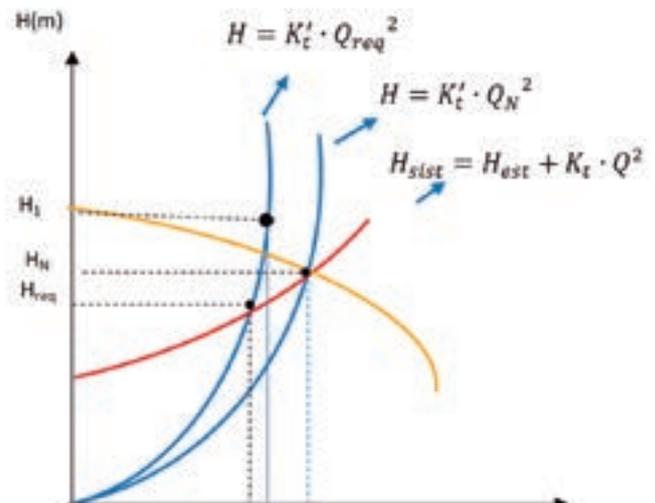


Figura 2.1. Curvas de enlace. Fuente: [autor].

Lapotencia demandada por la bomba se expresa como:

$$P = \frac{\gamma Q H_b}{100 \cdot \eta_o \eta_t} \quad (6)$$

Dónde:

P: Potencia demandada (kW)

$\eta_b, \eta_t$ : Eficiencias de la bomba y la transmisión.

Para el punto de operación en condiciones nominales y de flujo requerido, contenido en las curvas de enlace representadas en la figura 2.1, sustituyendo en la ecuación (3):

$$P_N = \frac{Y \cdot Q_n \cdot k_i \cdot Q_n^2}{100 \cdot \eta_b \cdot \eta_t} \quad (7)$$

$$P_{req} = \frac{Y \cdot Q_{req} \cdot k_i \cdot Q_{req}^2}{100 \cdot \eta_b \cdot \eta_t} \quad (8)$$

Dónde:

$P_N$  y  $P_{req}$ : Potencia nominal y potencia requerida (kW).

El momento se expresa como la relación de potencia entre velocidad, entonces:

$$M_N = \frac{Y \cdot Q \cdot k_i \cdot Q^2}{\eta_b \cdot \eta_t \cdot W_N} \quad (9)$$

$$M_{req} = \frac{Y \cdot Q_{req} \cdot k_i \cdot Q_{req}^2}{\eta_b \cdot \eta_t \cdot W_{req}} \quad (10)$$

Dónde:

$M_N$  y  $M_{req}$ : Momento nominal y momento requerido.

$W_N$  y  $W_{req}$ : Velocidad nominal y velocidad requerida (rad/s).

En el plano de M (N-m) vs. W (rad/s) (figura 2.2) el momento requerido por la bomba centrífuga puede ser representado por un modelo de la forma  $M = k \cdot w^2$ .

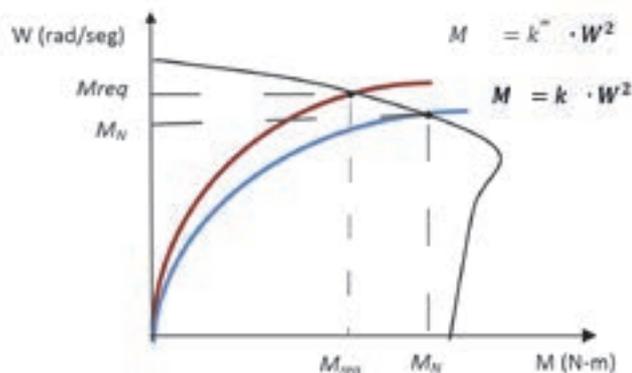


Figura 2.2. Curva características (M VS W). Fuente: [autor]

### 2.3 Ejemplo de aplicación

El procedimiento ha sido aplicado en un sistema de bombeo de guarapo del CAI Hermanos Almejeiras de Villa Clara. El sistema está conformado por tres bombas de idénticas características. Los datos nominales de dichas bombas son:

Flujo Nominal ( $Q_n$ ) – 0.058m<sup>3</sup>/s.

Carga Nominal ( $H_n$ ) – 52m

Eficiencia Nominal ( $\eta_b$ ) – 88%

Velocidad Nominal (N) – 1775rpm.

Datos del motor eléctrico.

Potencia Nominal ( $P_n$ ) – 60hp

Voltaje Nominal ( $V_n$ ) – 460V

Corriente Nominal ( $I_n$ ) – 72A

Eficiencia Nominal ( $\eta_n$ ) – 91.6%

Velocidad Nominal – 1775 rpm.

Factor de Potencia Nominal ( $\cos\theta_n$ ) – 89%

$M_{max}/M_{nom}$  – 2.26

Los datos de flujo y carga para la obtención de la ecuación característica de la bomba:

Tabla 2.1. Datos de la bomba.

$Q_b$ [m <sup>3</sup> /s]	0	0.033	0.041	0.05	0.058
$H_b$ [m]	75	67	65	60	52

Fuente: Información del fabricante.

Utilizando la función “polyfit” del Matlab 10.0 para el ajuste de curvas, basada en el método de los mínimos cuadrados se obtiene el polinomio de la ecuación característica de la bomba:

$$H_b = 5392.2Q^2 - 24.5Q + 73.5 \quad (11)$$

El cálculo del sistema de tuberías consiste en hallar el valor la función  $H=f(Q)$  que caracteriza al mismo, para lo cual es necesario determinar el valor de la constante  $K_f$ , ecuación (4) que depende del estado en que se opera el sistema hidráulico. El valor del flujo estará en función de los requerimientos del proceso tecnológico y éste puede ser obtenido estrangulando el sistema o variando la velocidad del motor manteniendo el sistema a válvula abierta. Para el sistema analizado, partiendo de la información de los especialistas como resultado del cálculo del sistema de tuberías, se tiene que:

$$H_{sist} = 10 + 12343 \cdot Q \quad (12)$$

La potencia demandada por la bomba en condiciones nominales de operación se obtiene aplicando la Ec.6.

$$P = \frac{YQH_b}{100 \cdot \eta_b \cdot \eta_t} = \frac{1164 \cdot 0.058 \cdot 52}{100 \cdot 0.88} = 39.8 \text{ kW}$$

Para calcular el flujo requerido por el proceso se realiza un balance de masa a partir del plan de molienda, de los porcentajes de fibra en la caña, el bagazo y la cantidad de agua suministrada. En esta aplicación el flujo de jugo mezclado requerido para una capacidad de molienda del 90% es de 0.048 m<sup>3</sup>/s con un factor de seguridad del 15%.

Para este valor de flujo requerido, la carga requerida es de 59.9 m y la eficiencia de la bomba para esta condición es 85.88%.

La aplicación de las leyes de afinidad para esta nueva condición de requerimiento de flujo del sistema daría como resultado:

$$H_s = H_t \cdot \left[ \frac{Q_s}{Q_t} \right]^2 = 52 \cdot \left[ \frac{0,048}{0,058} \right]^2 = 35,6 \text{ m}$$

$$BHP_s = BHP_t \cdot \left[ \frac{Q_s}{Q_t} \right]^3 = 39,8 \cdot \left[ \frac{0,048}{0,058} \right]^3 = 22,5 \text{ kW}$$

El punto de operación para un flujo de 0,048 m<sup>3</sup>/s y una carga de 35,6 m no intercepta la curva del sistema y se encuentra distante del valor de la carga de la bomba en el intervalo de operación de la misma lo que demuestra que el valor de potencia obtenido es incorrecto y consecuentemente el cálculo del ahorro de energía obtenido la utilizar un AEFV no es el real.

A partir de la ecuación (4) se determina el valor de la constante para la curva de enlace en condiciones nominales  $K'_t$ .

$$k'_t = \frac{10}{(0,058)^2} + 12343 = 15315 \text{ s}^2/\text{m}^5$$

En el punto de operación en condiciones de velocidad variable ( $Q_{req}$ ,  $H_{req}$ ), determinar el valor de la constante de la curva enlace del sistema ( $k'_t$  figura.2.1) aplicando la ecuación (8):

$$k'_t = \frac{10}{(0,048)^2} + 12343 = 16683 \text{ s}^2/\text{m}^5$$

Determinar el valor de  $Q_1$  aplicando la ecuación (9):

$$Q_s = \frac{24,51 + \sqrt{601,2 + 4(16683 + 5392)73,52}}{2(16683 + 5392)} = 0,0572 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para esta condición evaluando en la ecuación característica de la bomba ec. (11) se obtiene que el valor de la carga es 92.5 m.

A partir del valor de velocidad nominal, por las relaciones de flujo capacidad entre el punto ( $Q_1$ ,  $H_1$ ) y ( $Q_{req}$ ,  $H_{req}$ ), aplicando la ley de afinidad a través de las curvas de enlace

son determinados los valores de velocidad y carga requeridos para la nueva condición de operación:

$$\eta'_i = \frac{0,048}{0,0572} \cdot 1775 = 1490 = r \text{ pm}$$

Para esta nueva condición el valor de carga obtenido es de 65,2 m el cual está dentro del rango de operación de la bomba.

La potencia demandada por la bomba en esta nueva condición es de 24,4 kW. Nótese como la diferencia de la potencia demandada por la bomba sería de 2,1 kW, lo cual implicaría que se estarán sobrestimando los niveles de ahorro de energía ya que en un tiempo promedio de 16 horas diarias durante los 140 días de zafra azucarera del año representarían 12,2 MW.h anuales.

### Conclusiones

El procedimiento analítico desarrollado permite disminuir en gran medida la incertidumbre en el cálculo del ahorro de energía que se deriva de la aplicación de (EVFD) en el control del flujo en los sistemas centrífugos de bombeo, con una justificada adecuación de las leyes de afinidad a sistemas con alta carga estática. Se demuestra cómo una inadecuada aplicación de las mismas puede traer consigo cálculos erróneos que pueden propiciar una incorrecta valoración económica en los estudios de factibilidad para la introducción de este equipamiento altamente costoso en las actividades industriales y los servicios. 

### Referencias y Bibliografía

- [1] Almeida, A.T., Fonseca, P., Falkner, H. and Bertoldi, P. (2003) Market Transformation of Energy-Efficient Technologies in the EU. Energy Policy, 31, 56375. [http://dx.doi.org/10.1016/S0301-4215\(02\)00100-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0301-4215(02)00100-3).
- [2] Jagtap, S. P., & Pawar, A. N. (2013). Energy Efficiency Evaluation in Pumping System. Modern Mechanical Engineering, 3(04), 171.
- [3] Vodovozov, V., Gevorkov, L., & Raud, Z. (2014). Modeling and Analysis of Pumping Motor Drives in Hardware-in-the-Loop Environment. Journal of Power and Energy Engineering, 2(10), 19.
- [4] Coelho, B., & Andrade-Campos, A. (2014). Efficiency achievement in water supply systems—A review. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 30, 59-84.
- [5] Su, C. L., Chung, W. L., & Yu, K. T. (2014). An Energy-

- Savings Evaluation Method for Variable-Frequency-Drive Applications on Ship Central Cooling Systems. *Industry Applications*, IEEE Transactions on, 50(2), 1286-1294.
- [6] Jones, W. V. (2011, June). Motor selection for centrifugal pump applications made easy. In *Pulp and Paper Industry Technical Conference (PPIC)*, Conference Record of 2011 Annual IEEE (pp. 140-150).
- [7] Ahonen, T., Tamminen, J., Ahola, J. and Kestilä, J. (2012) Frequency-Converter-Based Hybrid Estimation Method for the Centrifugal Pump Operational State. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59, 4803-4809 <http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2011.2176692>
- [8] Finnemore, J. E., & Franzini, J. B. (2002). *Fluid mechanics*. McGraw-Hill.
- [9] Messina, Joseph P. *Pump handbook*. Vol. 3. New York: McGraw-Hill, 1986.
- [10] Carlson, R. (2000). The correct method of calculating energy savings to justify adjustable-frequency drives on pumps. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 36(6), 1725-1733.
- [11] Crane. *Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías*. McGraw-Hill, 1987.
- sistemas eléctricos industriales y calidad de la energía. Colaborador del Instituto de Tecnología Galileo del Amazonas (Brasil).  
ORCID: 0000-0001-9547-6615  
e-mail: iperez@uclv.edu.cu
4. Víctor Rolando Jara González. Ingeniero Eléctrico (UCLV 2015). Profesor instructor del departamento de Electroenergética de la UCLV. Actualmente cursante de la Maestría en Ingeniería Eléctrica en dicha universidad. Especialista en sistemas eléctricos de potencia, sistemas de puesta a tierra y simulación de sistemas. Miembro del Centro de Estudios Electroenergéticos en la UCLV. e-mail: jara@uclv.cu; victorjara91@yahoo.com

**Universidad Central “Marta Abreu de Las Villas” Santa Clara, Villa Clara. Cuba.**

**hamzedziad@yahoo.com, charle@uclv.edu.cu, iperez@uclv.edu.cu, jara@uclv.cu**

### Reseña de los autores

1. HamzehZiad Mohammad Ali Dauod. Ingeniero Electricista (UCLV 2014). Estudiante de Maestría desde 2016, en la Universidad Central ‘Marta Abreu’ de Las Villas (UCLV). Ingeniero de proyecto desde 2014 en la empresa Kildani Engineering & Contracting (KEC), Jordania.  
ORCID:0000-0002-3206-7424  
e-mail hamzehziad@yahoo.com; hali@uclv.cu
2. Carlos Alberto de León Benítez. Ingeniero Eléctrico (UCLV 1983). Profesor Titular de la Facultad de Ingeniería Eléctrica en la UCLV. Jefe del Departamento de Electroenergética en el periodo 2008-2012. Especialista en sistemas eléctricos industriales, máquinas eléctricas y accionamientos. Colaborador del Instituto de Tecnología Galileo del Amazonas (Brasil).  
ORCID: 0000-0003-2749-1134  
e-mail: charle@uclv.edu.cu
3. Ignacio Pérez Abril. Ingeniero Eléctrico (UCLV 1984). Profesor Titular de la Facultad de Ingeniería Eléctrica en la UCLV. Actualmente director del Centro de Estudios Electroenergéticos de la UCLV. Especialista en

