

Instituto Superior Pedagógico



“Félix Varela Morales”

**Tesis en Opción del Título de Académico de Master
en Ciencias de la Educación.**

Mención en Educación Preuniversitaria.

**Sistema de ejercicios para contribuir al
aprendizaje en la resolución de ecuaciones
exponenciales compuestas en los alumnos de 11^{no}
grado de la Escuela Provincial de Velas “ Marcelo
Salado Lastra de Caibarién.”**

Autor: Lic. Lisandro Ceballo Sánchez.

Tutor: MSC. Gilberto Escobar Vázquez.

Sede: Caibarién. Grupo: Mixto

**Escuela Provincial de Velas: “Marcelo Salado Lastra”
2009**

“ Año del 50 Aniversario de la Revolución ”

“ Hoy buscamos lo que a nuestro juicio debe ser y será un sistema educacional que se corresponda cada vez más con la igualdad, la justicia plena, la autoestima y las necesidades morales y sociales de los ciudadanos en el modelo de sociedad que el pueblo de Cuba se ha propuesto crear ”.

Fidel Castro Ruz**(1)**

__Agradecimientos:_____

A todo el que de una forma u otra han hecho posible este nuevo escalón en mi vida profesional.

- ✓ A mis padres, hermanos y sobrinos fuentes de mi inspiración.
- ✓ A mi tutor por haber contribuido de forma paciente y activa a la elaboración de este trabajo.
- ✓ A mis consultantes.
- ✓ A mis amigos todos.

Las matemáticas han jugado un rol muy importante en el desarrollo del pensamiento lógico de los seres humanos, y en la obtención de bienes materiales a través del desarrollo científico-técnico, pues esta ciencia es base para todas las demás ramas del conocimiento humano.

No pocos la odian, ya sea por ignorancia o por no tener acceso a ella, debido a las desigualdades sociales de este mundo, o porque no tuvieron la suerte de tener un maestro que la hiciera asequible a su entendimiento, desconociendo carencias, motivaciones y preocupaciones; por otro lado, están los que se desvelan y crean por ella, y es, por esas mujeres y hombres que estamos hoy aquí presentando este sistema de ejercicios sobre resolución de ecuaciones exponenciales compuestas. Para corroborar prácticamente este trabajo se seleccionó una muestra de 15 alumnos de la Escuela Provincial de Velas " Marcelo Salado Lastra ", de Caibarién .

El sistema propuesto está dividido en tres subsistemas cuyas actividades están elaboradas de forma tal que transitan por los tres niveles de desempeño, garantizando que puedan ser resueltos por los alumnos en dependencia de su nivel de aprendizaje.

En este sentido la motivación es necesaria e importante, ya que los mueve a estudiar y aprender por convicción y descubrir un universo de significados en la aplicación de propiedades, procedimientos, conceptos, teoremas, etc, en la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas y extender estos conocimientos a otros tipos de ecuaciones compuestas y por ende elevar la preparación de los alumnos y su motivación hacia la asignatura de Matemática. El trabajo consta de dos capítulos. En el primero se abordan los presupuestos teóricos, en el segundo capítulo se determinan y se diagnostican las necesidades que permiten diseñar la propuesta y la validación, según criterio de expertos.

Índice:	Pag.
Introducción	1
Desarrollo:	
Capítulo 1: Fundamentación teórica del sistema de ejercicios propuesto	9
1.1 Fundamentación teórico metodológicos para el tratamiento de las Ecuaciones exponenciales compuestas.	9
1.2 El proceso enseñanza-aprendizaje un reto para el cambio educativo.	13
1.3 Aprendizaje desarrollador.	19
1.4 El trabajo independiente.	21
1.5 El término sistema.	22
Capítulo2: Sistema de ejercicios. Su validación.	26
2.1 Diagnóstico y determinación de las necesidades.	26
2.2 Fundamentación teórico metodológico de la propuesta.	36
2.3 Propuesta y aplicación del sistema.	44
2.3.1 Modelación de la propuesta.	44
2.3.2 Presentación de la propuesta.	45
2.3.3 Conceptualización y operacionalización de la variable dependiente.	67
2.4 Evaluación de la propuesta por criterio de especialistas.	68
2.4.1 Proyección de la intervención práctica.	70
Conclusiones.	74
Recomendaciones.	75
Referencias bibliográficas.	76
Bibliografía.	77
Anexos.	

INTRODUCCIÓN

“La educación comienza con la vida y no termina sino con la muerte”(2).

Es un proceso concientemente organizado, dirigido y sistematizado sobre la base de una concepción pedagógica determinada y cuyo objetivo más general es la formación multilateral y armónica del individuo.

La “**Escuela Cubana**” ha logrado estar a la vanguardia de la educación en América Latina y el Caribe por la total cobertura de los servicios educacionales, a lo que se le une en las últimas décadas los logros mostrados en el alcance de la calidad educativa; esta precisa un claro conocimiento de los objetivos por momentos del desarrollo de los alumnos en correspondencia con los grados y niveles de enseñanza, lo que requiere que su formulación abarque las esferas cognitivas, volitivas y afectivas, del desarrollo de los individuos. La sociedad cubana se plantea la importante necesidad de enriquecer la formación cultural del hombre, cuya preparación lo ponga a la altura del desarrollo del mundo actual; un hombre culto que comprenda los problemas de su contexto y del mundo, en su origen y desarrollo, que lo inserte en la Batallas de Ideas que enfrenta nuestro pueblo, con argumentos sólidos y necesarios para asumir una actitud transformadora, dirigida al alcance de los ideales sociales de nuestra Patria. Lenin en su obra “Cuadernos Filosóficos”, asegura que: “el conocimiento es la aproximación eterna, infinita, del pensamiento al objeto [...]”. Instruir y educar no es tarea fácil, pero los maestros cubanos tenemos el privilegio de pertenecer a una sociedad que no escatima recursos para llevar la educación a cada rincón del país y poder, a través de la clase y con la labor investigativa, educar en el sentido del deber, en la solidaridad, formar valores, capaces de alimentar la autoestima de nuestros niños y jóvenes, y a la vez que sean activos, críticos, reflexivos, independientes y protagónicos en su modo de actuación. El diagnóstico que aplica cada profesor a sus alumnos propicia, unido a toda una serie de acciones complementarias, al conocimiento pleno de las necesidades y potencialidades de estos, en cada paso del saber y del poder; llevándolos siempre a un estadio superior.

Identificación del Problema:

En todas las épocas han existido grandes hombres de ciencias con elevados conocimientos matemáticos y estos han sido adquiridos

generalmente en las escuelas con programas y textos correspondientes a la época en que les ha tocado vivir; pero no todos contamos con las mismas habilidades y facilidades para las matemáticas; pocos la consideran fácil, pero sí muchos la ven difícil, solo 10 alumnos de 40 de un aula, están fuertemente interesados por el aprendizaje de la Matemática, aunque nosotros, lógicamente damos la clase como si todos tuvieran el mismo interés(3).

Todos los Ministerios de Educación, de los diferentes países, se han preocupado por mejorar la Enseñanza de la Matemática, él nuestro también y desde la década del 60 al 70 se han venido realizando diferentes cambios de programas hasta llegar a la actualidad con una profunda revolución educacional. La Matemática siempre ha sido una asignatura útil y base para las demás ciencias, dando solución a los problemas de la vida, modelando problemas sociales, culturales, económicos, políticos, ambientales, etc, despertando el interés de los alumnos por esta ciencia a partir de su utilidad práctica.

¿Cómo enseñar Matemática?, ha sido la interrogante constante de especialista y educadores, en Cuba se han realizado múltiples eventos. Internacional de Pedagogía, Seminarios Nacionales, y esta Maestría en Ciencias de la Educación que permite al profesor validar sus experiencias en el proceso de aprendizaje de sus educandos, saliendo a la luz, vías y estrategias innovadoras que dan respuesta a esta interrogante; después de aplicar algunos métodos empíricos para constatar el **estado actual** del grupo único de onceno grado de la Escuela Provincial de Velas Marcelo Salado Lastra, de Caibarién se obtuvieron los resultados siguientes:

En el grupo de forma general existen buenas condiciones de salud, pues es un centro deportivo de alto rendimiento, por lo que están en condiciones de asimilar los contenidos del grado. Los profesores de nuevo ingreso plantean en la encuesta que no están lo suficiente preparados debido al escaso dominio de esta materia, lo que se hace evidente en los resultados del aprendizaje de sus alumnos, sumando a ello el desconocimiento parcial o total de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, factor decisivo para que el alumno se apropie de los conocimientos científicos y lógicos; los profesores de experiencia

reflejan las dificultades de los libros de texto y otras bibliografías en cuanto a la escasez de ejercicios que transiten por los diferentes niveles del conocimiento, además de la poca motivación de los alumnos debido al escaso dominio de los algoritmos de solución y de las propiedades a aplicar en cada ecuación.

El objetivo de la observación realizada fue determinar qué conocimientos y carencias poseen los estudiantes en Matemática relativo a la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas, para ello se visitaron varias clases a los grupos de oncenso grado del IPVCE Ernesto Guevara de Santa Clara pues el autor trabajó en este centro durante 17 años y considera esta experiencia necesaria para la maestría, en el IPUEC Maria Escobar Laredo y la Escuela Provincial de Velas Marcelo Salado Lastra, ambos de Caibarién, se pudo constatar de forma directa y abierta el comportamiento de los mismos; hay serias dificultades al resolver las ecuaciones lineales y cuadráticas cuando tienen transformaciones, en las ecuaciones fraccionarias, al eliminar los denominadores a partir de multiplicar por el mínimo común múltiplo (m.c.m) y realizar la comprobación; en las ecuaciones con radicales, al elevar al índice del radical y comprobar, en las ecuaciones trigonométricas al aplicar correctamente las identidades básicas y en la generalización de ángulos; en las exponenciales y logarítmicas la aplicación correcta de las propiedades y su comprobación, en las ecuaciones compuestas, identificarlas correctamente, aplicar los algoritmos de solución y las propiedades, así como en la comprobación.

El objetivo esencial de la prueba pedagógica es determinar de forma precisa y objetiva qué conocimientos tienen los alumnos y cuáles son sus principales carencias, haciendo una tabulación de errores, cuantificando los resultados por elementos del conocimiento, arrojando las mayores dificultades en la identificación de la ecuación, el desconocimiento de los algoritmos de solución, la aplicación de las propiedades, conceptos y teoremas.

Se realizó un estudio sobre los programas de décimo y de oncenso grado, las orientaciones metodológicas correspondiente a los programas anteriores para determinar que objetivos se precisan en cada grado sobre la resolución de ecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, radicales,

trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, y por supuesto las ecuaciones compuestas, así invariantes de estos programas, donde se expone resolver con seguridad las ecuaciones a partir del conocimiento de los algoritmos y procedimientos, capaces de aplicar correctamente las propiedades, conceptos, teoremas y definiciones, desarrollando el pensamiento lógico en los alumnos que permita la formación de una concepción materialista del mundo y los prepare para la vida.

A continuación relacionamos las dificultades más significativas:

___ Los libros de textos de 11no y 12mo grados no presentan variedad de ejercicios, ni profundiza en las diferentes vías de solución al resolver las ecuaciones exponenciales compuestas.

___ Los alumnos no se sienten motivados para resolver estas ecuaciones.

___ Pobre dominio de los algoritmos y propiedades a utilizar en las ecuaciones.

___ Profesores noveles que no tienen dominio de este contenido y carecen de la metodología para enseñarla.

___ En los videos o tele clases se trabajan una o dos ecuaciones lo que resulta insuficiente y en muchas ocasiones están por encima de la media.

___ Las bibliografías de consultas, como folletos y el software Eureka contienen ecuaciones exponenciales compuestas con un grado de dificultad bajo o alto.

___ Los profesores tienen que elaborar ejercicios continuamente, de ecuaciones exponenciales compuestas, acorde a los diferentes niveles de asimilación del conocimiento por parte de sus alumnos.

___ En las pruebas de ingreso a la Educación Superior más del 90% contiene ecuaciones compuestas.

Estas dificultades trae consigo que un gran número de alumnos tengan serias carencias en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas, de ahí que alumnos y profesores coincidan que el problema de investigación concebido en esta maestría contribuirá a transformar y perfeccionar la realidad educativa contextualizada a partir de la instrumentación y solución de la propuesta. De esta forma se declara como:

Problema Científico: ¿Cómo contribuir al aprendizaje en la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas, en la asignatura de Matemática, que

poseen los alumnos del 11^{no} grado de la Escuela Provincial de Velas, Marcelo Salado Lastra, de Caibarién?

Objeto de Investigación: Proceso de la Enseñanza- Aprendizaje de la Matemática en el Preuniversitario.

Campo de acción: El proceso de enseñanza aprendizaje en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas en el preuniversitario.

Objetivo General: Proponer un sistema de ejercicios que contribuya al aprendizaje en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas en los alumnos de 11no grado en la Escuela Provincial de Velas, Marcelo Salado Lastra, de Caibarién.

Preguntas Científicas:

1_¿Cuáles son las referentes teóricas-metodológicas que fundamentan el tema de investigación?

2_¿Cuáles son los presupuestos metodológicos y teóricos existentes sobre las ecuaciones exponenciales compuestas en el onceno grado?

3_¿Cómo determinar las principales dificultades de los alumnos en la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas del 11no grado de la Escuela Provincial de Velas, Marcelo Salado Lastra, de Caibarién?

4_¿Cómo elaborar el sistema de ejercicio sobre ecuaciones exponenciales compuestas que contribuya al aprendizaje de los alumnos del 11no grado en la Escuela Provincial de Velas, Marcelo Salado Lastra, de Caibarién?

5_¿Cómo valorar la calidad del sistema de ejercicios propuesto?

6_¿Cómo validar la aplicabilidad y efectividad del sistema de ejercicios propuesto?

Tares de Investigación:

1-- Fundamentación teórico-metodológica sobre el tema de investigación.

2--Diagnosticar el estado del tratamiento de las ecuaciones exponenciales compuestas en 11no grado a través de métodos y técnicas de investigación.

3-Estudiar las bibliografías existentes para establecer los fundamentos que determinan las carencias y necesidades de los alumnos en la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas del 11no grado de la Escuela Provincial de Velas, Marcelo Salado Lastra, de Caibarién.

4--Elaborar un sistema de ejercicios de forma tal que contribuya al aprendizaje en la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas en los alumnos

de 11no grado en la Escuela Provincial de Velas, Marcelo Salado Lastra, de Caibarién.

5--Valoración a través del criterio de los especialistas la eficacia del sistema de ejercicios.

6--Validación del sistema de ejercicios a partir de un preexperimento pedagógico.

DISEÑO METODOLÓGICO

Métodos teóricos

- **Análisis y síntesis**: permite constatar las dificultades por separado, en la resolución de las ecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, radicales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, para poder enfrentar las ecuaciones exponenciales compuestas y luego sintetizar las verdaderas insuficiencias y trazar una estrategia para resolver las mismas.
- **Inducción y deducción**: permitió conocer las características de los alumnos del grupo muestra, sus insuficiencias en la resolución de estas ecuaciones, en la aplicación de los algoritmos de solución, propiedades y definiciones, esto posibilitó llegar a una generalización (por inducción).
- **Método genético**: fue importante para analizar y estudiar el desarrollo de los hechos, procesos y fenómenos educativos en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas, así como los factores que inciden en su solución, atendiendo a la unidad existente entre el análisis histórico-lógico. Esto implicó la unidad de la investigación, en el cual están presente todos los conocimientos necesarios para potenciar la propuesta de solución al problema científico.
- **El enfoque de sistema**: se aprecia al estudiarse la preparación de los alumnos de la Escuela Provincial de Velas, Marcelo Salado Lastra, del oncenno grado, nivel medio superior, como un aspecto que se inserta en la preparación del docente y en la que se integran armónicamente cada uno de los componentes del sistema de ejercicios propuestos(planificación-ejecución-evaluación-rediseño) y para superar las dificultades en el aprendizaje escolar.

Métodos estadísticos–matemáticos

Se utilizó el **análisis porcentual** para establecer estudios comparativos necesarios, en cuanto al estado de la preparación inicial; para comprobar la eficiencia y calidad de la intervención práctica, para el procesamiento estadístico de los resultados de la prueba pedagógica inicial y final elaborándose tablas y gráficos. Con la instrumentación de dimensiones e indicadores en la resolución de ecuaciones exponenciales compuesta, permitiendo ilustrar el avance en el aprendizaje de los alumnos.

Métodos empíricos:

Observación a clases: Constituyó un método para corroborar el estado del aprendizaje en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones exponenciales compuestas en el onceno grado, en la asignatura de Matemática, para la etapa de diagnóstico de necesidades, para así recoger información acerca del nivel de los conocimientos precedentes y las formas de aprendizaje aplicadas por los estudiantes en clases, además para obtener empíricamente la caracterización y carencias de los alumnos en la resolución de estas ecuaciones.

Encuestas: En el diagnóstico de necesidades, para conocer la percepción que tienen profesores y estudiantes en relación con los procesos de aprendizaje que constituyen aspectos medulares del problema a investigar.

Criterio de evaluadores externos: Constituyó una fuente indispensable en la validación de la propuesta y permitió trazar estrategias para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes del preuniversitario. Se aplicó a especialistas con mayor experiencia en la labor investigativo relacionada con las ecuaciones exponenciales compuestas o profesores que han trabajado este contenido con resultados.

Revisión de documentos: se empleó para la revisión de los documentos propios del nivel medio: programas de las asignaturas, orientaciones metodológicas, libros de textos y otras bibliografías complementarias como: folletos, programa Eureka, video clases, tele clases, entre otros.

Variable independiente: Sistema de ejercicios.

Variable dependiente: Contribuir al aprendizaje en la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas en los alumnos del 11no grado de la Escuela Provincial de Velas, Marcelo Salado Lastra, de Caibarién.

La variable dependiente será operacionizada a través de la dimensión:

Cognitiva: Mediante las calificaciones obtenidas y el nivel de desempeño demostrado en el desarrollo de hábitos, habilidades y capacidades en la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas.

Población y muestra:

La población está integradas por 15 estudiantes del onceno grado, coincidiendo con la muestra por ser un grupo único de este nivel de la Escuela Provincial de Velas, Marcelo Salado Lastra, de Caibarién, para un 100% de la matrícula del grado, siguiendo el criterio no probabilística de tipo intencional. El grupo está integrada por 7 hembras y 8 varones, para un 46,67% y un 53,33% respectivamente.

Novedad Científica: Concepción teórico-metodológica concebida en la estrategia de la propuesta caracterizada por: la implicación personal del alumno, la significación del contenido, su relación, integración y transferibilidad de los contenidos adquiridos a nuevas situaciones y al contexto, valor y utilidad de los conocimientos y habilidades adquiridas en función del desarrollo del pensamiento lógico.

Aporte práctico: desde el punto de vista práctico aporta una estrategia que promueve el aprendizaje significativo, prepara al alumno para el trabajo con las ecuaciones exponenciales compuestas, empleando diversas instancias del aprendizaje y tipos de ejercicios que el libro de texto y otras bibliografías no contemplan.

En lo metodológico: Contribuye en la preparación de profesores nobeles, les aporta formas de trabajo que no aparecen o son escasas en las bibliografías existentes en el preuniversitario. La tesis está estructurada en dos capítulos:

En el **capítulo I** se abordan los fundamentos teóricos, psicológicos y pedagógicos sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, aprendizaje desarrollador, el trabajo independiente, reflexiones en torno al término sistema y el tratamiento en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas.

En el **capítulo II** se aborda el diagnóstico y la determinación de necesidades. La Fundamentación y modelación de la propuesta para dar paso a la implementación y validación de esta.

También, se incluyen conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas, bibliografías y Anexos.

CAPÍTULO I. Fundamentación teórica del sistema de ejercicios propuestos.

1.1_Fundamentos teóricos metodológicos para el tratamiento de las ecuaciones exponenciales compuestas:

Contexto Nacional e Internacional:

El comportamiento histórico de los círculos de poder en los Estados Unidos (EU), en su afán de apoderarse de Cuba e intentar destruir la Revolución Cubana, se recrudece con el derrumbe del Campo Socialista, quedando la isla doblemente bloqueada, para dar paso en la década del 90, a un largo “período especial” cayendo abruptamente las exportaciones e importaciones, acrecentándose las carencias de todo tipo, de las cuales el sistema educacional cubano no escapó.

A los ojos de un mundo unipolar, en cabecero por los EU, que fomenta el modelo neoliberal mundial y con ello el fracaso a la solución de los problemas económicos, sociales, políticos, culturales y medios ambientales que azotan el planeta, arrastran a los países a una crisis mundial.

Ejemplo de ello ha sido el movimiento a la izquierda de los países de América del Sur como Argentina, Uruguay, Bolivia, Brasil, Ecuador y Venezuela, a raíz de la toma de conciencia de sus pueblos, fundamentalmente de las capas más desfavorecidas, que durante siglos han sido excluidos y olvidados por gobiernos títeres. Con el liderazgo de Venezuela y el nacimiento de la Alternativa Bolivariana para las Américas (ALBA) queda probado que un **“Mundo Mejor es Posible”**.

La Revolución Cubana en estos procesos ha sido faro y ejemplo, elaborando tácticas y estrategias novedosas, que sobrepasen las fronteras nacionales sin desconocer las particularidades de cada región a partir de las experiencias en el enfrentamiento y búsqueda de soluciones ingeniosas que han permitido la salida paulatina del período especial, compartiéndolas con los pueblos hermanos del tercer mundo y contribuyan con su desarrollo.

El “Apóstol, José Martí” dijo: **“Un pueblo ignorante puede engañarse con la superstición, y hacerse servil. Un pueblo instruido será siempre fuerte y libre”(2).**

La Batalla de Ideas que libra nuestro pueblo encabezada por el Comandante en Jefe, Fidel Castro, busca la elevación del nivel cultural de las masas, prepararlos para la vida, exigiendo una cultura general integral en cada individuo de la sociedad como única vía de defender la revolución y sus conquistas, y les permita comprender los problemas del mundo actual y sus necesidades más apremiantes.

Cuba busca a partir de la revolución educacional elevar la calidad de la educación con el uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones, proyectos que ha llevado a países hermanos como Haití, Bolivia y Venezuela, etc; demostrando su eficacia en la erradicación del analfabetismo y extendido por los pueblos del tercer mundo, convirtiéndose en una esperanza para millones de seres, víctimas del Neoliberalismo y la Asociación de Libre Comercio para las América (ALCA).

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) ve en el proyecto educativo cubano un ejemplo a seguir por los países subdesarrollados, validado por los controles sistemáticos que esta organización realiza; Cuba sigue perfeccionando la calidad de su educación y es pionera en las transformaciones radicales realizadas como:

---la universalización de la enseñanza y su extensionismo.

---el uso de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC).

---las escuelas como parte de las Batallas de Ideas.

---los sistemas de formación de nuevos maestros.

---las transformaciones de la primaria, secundaria básica, el preuniversitario y la ETP.

---la obligatoriedad de la enseñanza primaria y secundaria.

---la amplitud de la enseñanza especial, etc.

El proyecto educativo cubano absorbe el pensamiento educativo de José Martí, su quehacer pedagógico, el magisterio de su palabra, la cual tuvo siempre el sólido soporte del callado y elocuente magisterio de su ejemplo personal, fuente de sabiduría, cultura y profundos valores morales y éticos. Martí era la asignatura pendiente, la concepción de una revolución pospuesta, de los ideales morales, de las aspiraciones de justicia social, de la esperanza frente a las continuas frustraciones. En el alegato hecho por Fidel en “La

Historia me Absolverá” tuvo en sus ideas la mayor expresión. Los educadores cubanos ven en su obra una vía, una luz infinita para moldear a las nuevas y futuras generaciones en la formación del hombre nuevo, que soñara el Che y hecho realidad por el modelo educacional cubano en su búsqueda de una sociedad más justa y equitativa para todos.

La Revolución Cubana, en medio del bloqueo norteamericano y el visto bueno de la Unión Europea, hace enormes esfuerzos por llevar a cada alumno los materiales escolares, uniforme, libros de textos los cuales son parte importantes el proceso de enseñanza-aprendizaje organizando el pensamiento y desarrollando su intelecto, contribuyendo a la formación ideológica acorde a nuestros principios teniendo en cuenta el nivel científico de estos, el encargo social y la edad de los alumnos.

Breve referencia Histórica:

Varios siglos antes de nuestra era (a.n.e) la civilización de los sumerios dejó constancia del uso del trabajo con variables en su álgebra escrita en las célebres tablillas de barro. En el siglo III el matemático griego Diofantos de Alejandría la redescubre en la solución de sus famosos problemas, para representar las variables y el trabajo con estas, utilizó cierto simbolismo, pero los matemáticos que le sucedieron no los conservaron pues crearon sus propios símbolos.

La diversidad de símbolos empleados por los matemáticos de la época trajo como consecuencia un lenguaje común para poder comunicarse e interpretarse entre ellos; por ejemplo, una ecuación como $2x^2 - 3x + 5 = 0$ la expresaban utilizando palabras, entre ellas la palabra **cosa** para significar la variable. De este modo la ecuación anterior se expresa como:

“El duplo de la cosa al cuadrado, menos el triplo de la cosa, más cinco es igual a cero”.(3)

El tiempo fue transcurriendo, los siglos pasaban y los matemáticos seguían trabajando fuertemente, entre ellos están Johann Meuller (1494), Lucas Pacioli (1494), Francisco de Vietta (1560), finalmente en 1619 René Descartes representó la ecuación casi como en el presente $2xx - 3x + 5 \alpha 0$. En la actualidad todo es mucho más fácil.

En la Grecia antigua 200 a.n.e Herón de Alejandría tenía ya la noción de radical y así puede apreciarse en su famosa fórmula. En las obras hindúes quizás

aparece por primera vez un símbolo para representar radicales en su escritura algebraica sincopada, Brahmagupta (siglo VII) y después Bhaskara (siglo XII), utilizan para representar la $\sqrt{5}$ el símbolo **ka5**, en que **ka**, es la abreviatura de la palabra **karana** que equivale a irracional. Posteriormente otros matemáticos trabajan en este tema como: Nicolás Oresme (1355), Rafael Bombelli (1560), Cristoff Rudolff (1525) introduce el símbolo radical actual en su libro “Die Coss” (1552).

También en la Grecia antigua tuvo sus orígenes la trigonometría (del griego trigonom triángulo: metros medida) y en Egipto. En el siglo II el matemático Hiparco, nacido en Nicea, Asia Menor y considerado el más destacado de los astrónomos griegos, inicia el uso de una tabla de cuerdas de la circunferencia que en cierto modo equivalía a una tabla rudimentaria de valores del seno, también había introducido, en su astronomía, la división sexagesimal de los babilonios y del matemático Claudio Tolomeo, continuando su estudio en su obra “Almagesto”, en este siglo calcula una tabla de cuerdas y llega a expresiones en las que sí se cambia la palabra “cuerda” por “doble del seno del arco mitad” con las que se podrían obtener algunas de las fórmulas de nuestra actual trigonometría. En el siglo IV una obra hindú los supera; en el siglo IX el astrónomo Al Battani usa, además del seno, la tangente y la cotangente y da un paso importante al aplicar, en cierto modo, el álgebra a la trigonometría. En los siglos venideros trabajan el persa Nassir Eddin (1250), J. Muller (1464), Francisco de Viatta (1570) desarrolla, con el álgebra simbólica, la trigonometría obteniendo por procedimientos algebraicos casi todas las identidades fundamentales de la actual trigonometría elemental.

En 1600 a.n.e en las tablillas de barro con escrituras cuneiforme de la época babilónica se hallan algunos cuadros con las potencias de los números muy parecidos a las actuales tablas de logaritmos; en ellas se ilustran problemas donde se plantean cuestiones tales como: a qué exponente hay que elevar un número para obtener otro también preferido, actualmente es, ¿cuál es el logaritmo de este último número en un sistema cuya base es el primero de los números dados?

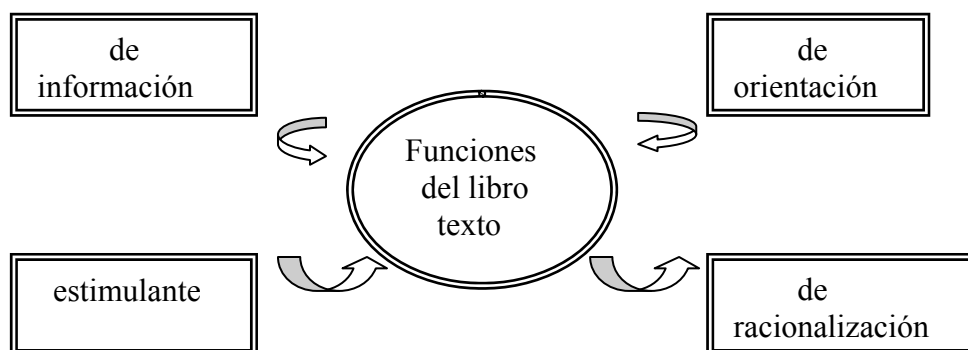
En el 250 a.n.e el extraordinario matemático griego Arquímedes de Siracusa, en su obra “Arenario” menciona la propiedad de los exponentes que conduciría a la creación de los logaritmos. La idea definitiva de los logaritmos se debe al

matemático escocés Juan Neper (1595), él utilizó como base para sus logaritmos un número irracional designado por la letra “e” aproximadamente igual a 2,718281... y en su honor estos logaritmos se le denominan *logaritmos neperianos*.

Como se aprecia en esta breve referencia histórica tomada de los libros de textos de 10mo y 11no grados del nivel medio superior da una idea de la incesante búsqueda del conocimiento humano y como este no se manifiesta de la noche a la mañana, sino en años, siglos de desvelos, sacrificios, voluntad y sistematicidad de geniales hombres de ciencias; dejándonos un legado inagotable de sabiduría, que todavía científicos de hoy, tratan de dilucidar la información de pergaminos antiguos.

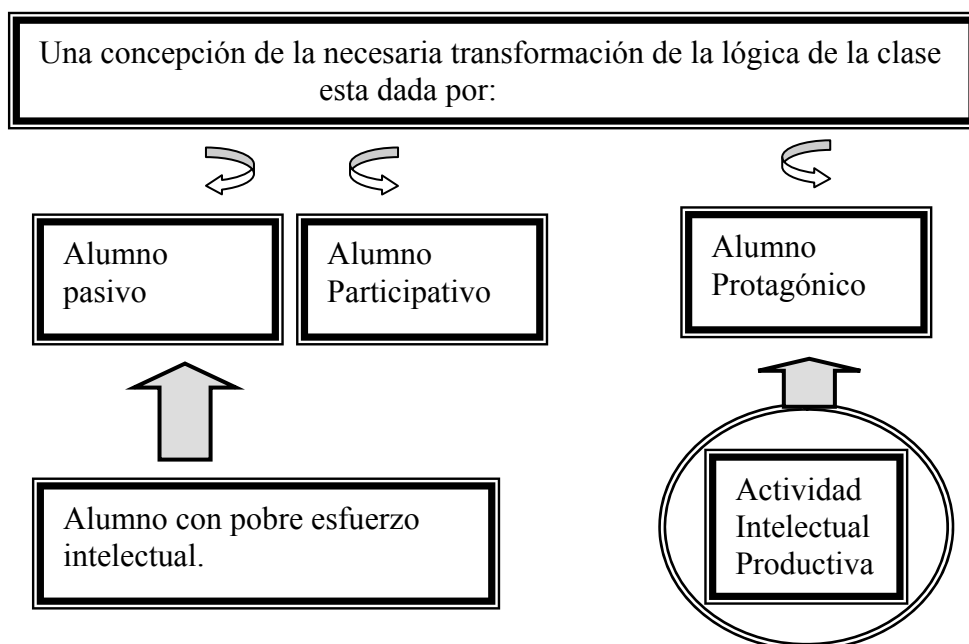
1.2-El proceso enseñanza-aprendizaje un reto para el cambio educativo.

El libro de texto orienta al alumno hacia los objetivos del saber y del poder, apoya al profesor en la dirección del proceso de enseñanza y en la asimilación activa de sus alumnos a partir de un determinado volumen científico y estimular la búsqueda de otros nuevos. El libro de texto cumple con las siguientes funciones:



El estado de aprendizaje de la Matemática sigue preocupando a muchos; padres, directores, y hasta los propios alumnos ven con desaliento que no decrece el nivel de reprobados o la baja calidad de sus notas en los exámenes y en los cursos de formación básica general. La comunidad científica se afana en la búsqueda de vías que conduzcan a la solución de esas problemáticas sin resultados convincentes; psicólogos, matemáticos y educadores laboran incesantemente desde hace ya varias décadas para eliminar la paradoja que

“conforman el creciente significado científico y social de la Matemática y el bajo nivel de aprovechamiento escolar durante su aprendizaje”(4).



El maestro debe planificar coherentemente el sistema de actividades extraclases y de estudio independiente que exija del alumno creatividad y una práctica científica investigativa que implique una aplicación inmediata de los contenidos presentados.

En Cuba, los medios audiovisuales rebasan el espacio del aula y trasciende al entorno de la escuela, lo que implica la incorporación de estos recursos a todo el proceso educativo: tareas extraescolares, las relaciones escuela comunidad y las escuelas de educación familiar.

Hoy tenemos un conjunto de software educativos instalados en los centros educacionales como medios de enseñanza, los cuales son utilizados continuamente por alumnos y profesores; la asignatura de Matemática cuenta con el “Eureka” cuyas potencialidades enriquecen el trabajo individual, la auto evaluación y el buen desempeño de la clase; propiciando el desarrollo del pensamiento lógico y formas de control en los complejos de materias recibidos por ellos.

Lograr una posición activa requiere que la participación del alumno haya implicado un esfuerzo intelectual que demande orientarse en la tarea,

reflexionar, valorar, suponer, llegar a conclusiones, argumentar y utilizar el conocimiento para generar nuevas estrategias, entre otras acciones.

El impacto de las tecnologías educativas y el movimiento de la Matemática moderna son dos ejemplos de los esfuerzos de la comunidad científica y muchos otros proyectos didácticos dirigidos a ese fin.

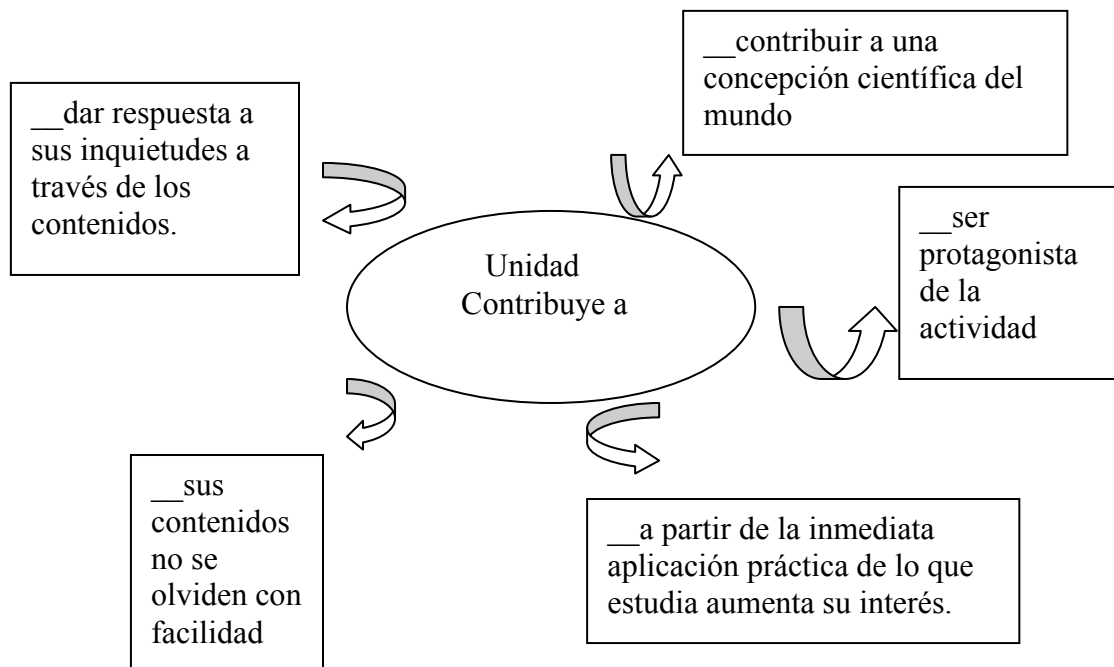
La Matemática es la ciencia que enseña a razonar, ella como razonamiento constituye fusión de tres importantes tendencias de este siglo relacionados con el desarrollo del pensamiento: **el constructivismo, la instrucción heurística y la enseñanza por problemas**; además de ser base e instrumento de las de más ciencias.

El pensamiento matemático requiere tanto del pensamiento inductivo como del deductivo, pues en esta disciplina se generaliza frecuentemente a partir de observaciones de casos particulares para elaborar hipótesis, que después por medio del pensamiento deductivo se verificará o negará, mediante la utilización de contra ejemplos. El razonamiento matemático no puede desarrollarse de forma aislada ya que constituye un proceso que surge a partir de la repetición de experiencias, por lo que influye en la personalidad, puesto que están presentes en él, vivencias y experiencias del alumno. Esto puede lograrse cuando en la clase se pide a los alumnos que describan objetos y procesos, que formulen propiedades, que interactúen con los software educativos, enciclopedias, etc, a partir de una correcta planificación y orientación del profesor desde la clase con un uso adecuado de los medios audiovisuales, fomentando el pensamiento lógico y desarrollando el lenguaje que permita expresarlo, capaz de hacerlo interactuar con su medio, resolver sus problemas a partir de una concepción materialista del mundo, haciendo suyo el pensamiento marxista que conduzca a la formación del hombre nuevo que la Revolución Socialista necesita y soñó el Che.

Como dijera Fidel:

“Vamos a multiplicar los conocimientos y la cultura de nuestra población, vamos a multiplicar las riquezas espirituales a un ritmo como jamás se ha hecho en la historia de un país”(5).

Uno de los contenidos de la enseñanza de la Matemática en el nivel medio superior es la resolución de ecuaciones en los grados 10mo, 11no, 12mo, a través de estas unidades los alumnos deben:



El fin del preuniversitario es la formación integral del joven en su forma de sentir, pensar y de actuar en la escuela, en la familia y la comunidad a partir de una cultura política y profesional aplicando el principio estudio trabajo, que evidencie protagonismo, incondicionalidad en la defensa de la construcción del proyecto socialista y en la elevación conciente de la continuidad de estudios superiores en carreras pedagógicas territorialmente.

En la enseñanza preuniversitaria, por el nivel de desarrollo que deben haber alcanzado los estudiantes en la maduración de sus procesos psíquicos, se tendrán en cuenta los niveles superiores de aprendizaje como son:.

Nivel de Familiarización.

Contenido: Comienza a tener contacto con este. No puede utilizarlo.

Situación problemática planteada: No es capaz de resolver situaciones aún.

Nivel de Reproducción.

Contenido: El contenido es conocido.

Situación problemática planteada: La situación planteada es conocida.

Nivel de Producción o Aplicación.

Contenido: El contenido es conocido.

Situación problemática planteada: La situación planteada es nueva pero dispone de todos los elementos para resolverla.

Nivel de Creación.

Contenido: No dispone de todos los elementos.

Situación problemática planteada: La situación planteada es nueva y no dispone de todos los elementos para resolverla.

Este tiene lugar en el preuniversitario durante la realización de las actividades docentes, las que se organizan en asignaturas, disciplinas y áreas, y tiene como propósito esencial contribuir al desarrollo y la formación integral de la personalidad de los alumnos.

Al trabajo con las ecuaciones se dedica gran parte del tiempo en toda la Enseñanza de la Matemática, varios complejos de materias y unidades temáticas tratan de una forma explícita esta importante Línea Directriz.

Las ecuaciones desempeñan una función importante en las asignaturas de las ciencias naturales, así como en otros campos de la enseñanza y, principalmente, en las especialidades técnicas y la práctica profesional. También representan un medio para reflejar determinadas relaciones de la realidad objetiva. Aquí radican puntos de referencias esenciales para la educación ideológica de los alumnos.

En oncenso grado además de resolver ecuaciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas se profundiza en el trabajo con las ecuaciones exponenciales compuestas, las cuales integran propiedades, conceptos y teoremas, etc, estudiados en este grado o los que le antecedieron.

A los ejercicios en la enseñanza de la matemática se le atribuyen funciones específicas como la educativa, instructiva de desarrollo y de control.

Estas funciones no se presentan aisladas unas de las otras, aunque en cada ejercicio pueda aparecer una o más de ellas como rectora.

La **función instructiva** se refiere a la formación en los alumnos de un determinado sistema de conocimientos, habilidades y hábitos en las distintas etapas de su asimilación.

La **función educativa** está relacionada con la formación en los alumnos de una concepción dialéctico materialista del mundo. Ubica en el centro de su atención la formación de las ideas, valores, convicciones y cualidades morales, el desarrollo de intereses cognoscitivos, la independencia y hábitos de trabajo

escolar, entre otras aspiraciones educativas reflejadas en los objetivos generales de las transformaciones.

La **función de desarrollo** centra su atención en fomentar el pensamiento de los alumnos, en particular a la formación de cualidades del pensamiento científico; a propiciar que los estudiantes conozcan como se aprende y puedan auto dirigir y controlar su aprendizaje, en el dominio de procedimientos eficaces de la actividad intelectual.

En la enseñanza de la Matemática los ejercicios constituyen históricamente una vía para obtener información sobre lo aprendido por los estudiantes, y permiten realizar correcciones en su saber y poder, así como en las estrategias de enseñanza aprendizaje utilizadas hasta ese momento.

De este modo la **función de control** está directamente vinculada al planteamiento y la resolución de ejercicios. Esta última, en compañía de una adecuada comunicación profesor-alumno, alumno-alumno y alumno con sí mismo, son piedras angulares de la función de control y constituyen una premisa importante para la realización de la función didáctica evaluación.

Los principios del proceso de enseñanza-aprendizaje, denominados generalmente principios didácticos, tienen su origen en la sistematización de la práctica educacional, y se remontan a la época de Comenius, en cuya brillante obra Didáctica Magna , sobre la base de un enfoque religioso y naturalista, estableció un conjunto de requisitos para enseñar "todo a todos" con "facilidad y agrado."

La estructura de los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje se apoya en los tipos de contenidos, los que constituyen la base del sistema:

- Acción (hábitos, habilidades, capacidades, modos de actuación).
- Conocimientos (concepto, principios, juicios, leyes, categorías).
- Valoraciones (convicciones, ideales, intereses, valores).
- Experiencia creadora (imaginación, proyección futura, aportes a la búsqueda metodológica).

En el análisis del proceso de enseñanza-aprendizaje como un sistema íntegro se requiere tener en cuenta:

- La interacción entre los componentes (internas). Se refiere al proceso de influencias mutuas.

- La interacción entre los componentes (externas). Se refiere a las conexiones entre los componentes del sistema.
- La interrelación se establece a partir de las relaciones del coordinador y de subordinación.

Coordinador: nivel de relaciones mutuas entre los componentes del sistema, que no limitan las relaciones entre dos elementos, ni las relaciones de subordinación.

Subordinación: Dependencia de un elemento del sistema sobre otro.

1.3-Aprendizaje desarrollador.

Un aprendizaje desarrollador es aquel que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora de la cultura, propiciando el desarrollo de su auto-perfeccionamiento constante, de su autonomía y autodeterminación, en íntima conexión con los necesarios procesos de socialización, compromiso y responsabilidad.

La existencia misma del ser humano como ser social y dotado de una psiquis, tiene un origen y una mediatización social e histórica: es a través de la educación, en su más amplia acepción que el individuo entra en contacto con la experiencia humana y se la apropia. El proceso de apropiación constituye la forma exclusivamente humana de aprendizaje.

El proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador y formativo constituye la vía mediatizadora fundamental para la adquisición consciente del legado histórico cultural de la humanidad, en forma de conocimientos, habilidades, hábitos, sentimientos, valores y actitudes o comportamientos acordes con las exigencias sociales del momento.

La enseñanza de la matemática con esta concepción científica y desarrolladora, tiene que promover un aprendizaje interactivo, reflexivo y cooperativo en todos los alumnos sin el cual pierde su sentido.

L.S.Vigotsky señala: “ la zona de desarrollo potencial no es otra cosa que la instancia del nivel de desarrollo actual determinado por la capacidad de resolver individualmente un problema y el nivel de desarrollo potencial determinado a través de la solución del mismo problema bajo la guía de un adulto o en colaboración de un compañero más capaz (Vigotsky 1979).

El proceso enseñanza – aprendizaje de la matemática es desarrollador, si en cada uno de los alumnos:

- Se logra la adquisición de los conocimientos, las habilidades y capacidades matemáticas requeridas para realizar aprendizajes durante toda su vida.
- Se potencia el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia a la autorregulación.
- Se promueve el desarrollo integral de la personalidad.

Por enseñanza desarrolladora, entenderemos:

[...]el proceso sistémico de transmisión de la cultura en la institución escolar en función del encargo social, que se organiza a partir de los niveles de desarrollo actual y potencial de los y las estudiantes, y conduce el tránsito continuo hacia niveles superiores de desarrollo, con la finalidad de formar una personalidad integral y autodeterminada, capaz de transformarse y de transformar su realidad en un contexto histórico concreto.

La concepción del proceso de enseñanza -aprendizaje que se plantea supone, además, una visión integral, que reconozca no solamente sus componentes estructurales, sino también las relaciones que se establecen entre los mismos, y entre ellos y el propio proceso como un todo. Una comprensión más rica, que incluya a protagonistas, niveles y relaciones como elementos integrantes de su estructura.

Consecuentemente, el diseño del proceso abarcará dialécticamente los componentes tradicionalmente reconocidos (objetivo, contenido, método, medio, evaluación) como elementos mediatizadores de las relaciones entre los protagonistas (alumno/a, profesor/a, grupo), y también, de manera muy especial, incluirá las relaciones que se establecen entre ellos. Se destaca aquí el papel del problema como un elemento significativo que expresa, precisamente, el carácter dialéctico del proceso de enseñanza -aprendizaje .

Un requisito básico para que el educador pueda potenciar, de manera científica e intencional - y no empírica o intuitivamente - los tipos de aprendizajes necesarios, es decir, aquellos que propician en sus alumnos el crecimiento y enriquecimiento integral de sus recursos como seres humanos, en otras palabras, los aprendizajes desarrolladores.

"Un aprendizaje desarrollador debe potenciar en los alumnos la apropiación activa y creadora de la cultura. Representa, además, aquella manera de aprender y de implicarse en el propio aprendizaje, que garantiza el tránsito de un control del mismo por parte del profesor al control del proceso por parte de los alumnos, y por ende, conduce al desarrollo de actitudes, motivaciones, así como de las herramientas necesarias para el dominio de aquello que llamamos aprender a aprender, y aprender a crecer de manera permanente". (6)

1.4-El trabajo independiente

El autor de este trabajo considera que el **trabajo independiente**, es el estudio que permite apreciar la referencia a tres rasgos fundamentales: actividad, creatividad e independencia, es decir la participación de los alumnos como agentes de ejecución, el uso de las habilidades y de la información que poseen en situaciones similares o nuevas y el trabajo por sí mismo, sin la orientación directa y constante del profesor, este último solo cumple una función de orientador o facilitar para el desarrollo de la actividad.

Todo cuanto se ha expuesto en relación con el trabajo independiente, su valor positivo e importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje adquiere su mayor connotación si se analiza la concepción del aprendizaje de L. S. Vigotsky quien considera que el aprendizaje es una actividad social y no sólo un proceso de realización individual como se había sostenido, una actividad de producción y reproducción del conocimiento mediante el cual el joven asimila los modos sociales de actividad y la interacción y más tarde en la escuela los fundamentos del conocimiento científico bajo interacción social (Vigotsky 1979).

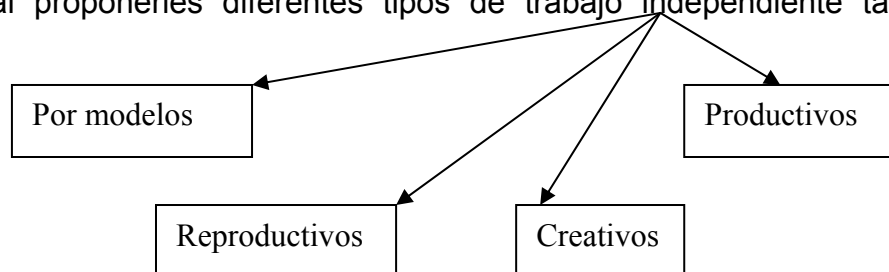
El trabajo independiente es una actividad que se debe tener presente en todo momento, más aún si se trata de una asignatura como la Matemática. En este sentido son importante los siguientes indicadores:

- ▶ Existencia de habilidades básicas y conocimiento previos.
- ▶ Dirigidos al colectivo o diferencias individuales.
- ▶ Aportar nuevos conocimientos o crear hábitos y habilidades.
- ▶ El empleo de medios de enseñanza para lograrlo.

► Distribución adecuada de tareas.

El trabajo independiente es un método de enseñanza, una vía para el desarrollo de hábitos y habilidades indispensables que permite el desarrollo de la independencia cognoscitiva, pues esta constituye un factor potencializador para formar una personalidad nueva, más autónoma con mayor confianza en sí misma, y mejor autoestima, por lo que es una premisa que facilita la actividad creadora e innovadora del hombre.

Es importante que el alumno se prepare para que sea agente de su propio aprendizaje, al proponerles diferentes tipos de trabajo independiente tales como:



Fomentar el aprendizaje productivo es un deber de todo profesor, lograr desarrollar las habilidades, hábitos y capacidades, es fundamental para alcanzar la independencia cognoscitiva. Excesivo tutelaje y la falta de incentivación y orientación en los momentos claves resulta nocivo.

Al trabajar con independencia las ecuaciones exponenciales compuestas, se eleva el desarrollo intelectual del alumno con el fin de alcanzar niveles cualitativamente superiores en el pensamiento, esto exige determinadas formas de organizar la actividad escolar en el aprendizaje del contenido de enseñanza que lo hagan pasar de la simple y mecánica repetición, a la aplicación de los conocimientos a la vida.

El estudio independiente se organiza, dentro del aula, como parte de la clase y se ha de consignar en la estructura de la misma y asignársele el tiempo que se le dedicará. También se puede organizar fuera de la clase.

El autor ha considerado necesario para una mejor comprensión de los elementos teóricos precedente en esta investigación definir el siguiente concepto:

Autonomía: Es considerado como la posibilidad del individuo de actuar de forma independiente y libre con un nivel libre de ayuda.

Independencia cognoscitiva: Es una cualidad de la personalidad que se caracteriza por dos factores: en primer lugar, por un conjunto de medios que adquiere el individuo (conocimientos, habilidades y hábitos); en segundo lugar, por las relaciones de los individuos hacia el proceso de enseñanza aprendizaje, sus resultados y condiciones de realización. El trabajo independiente puede utilizar diversos procedimientos, técnicas, medios entre los cuales se encuentra: tomar notas de clase, trabajar con el texto, consultar bibliografía, preparar ponencia, hacer resúmenes, navegar en un software, solucionar sus tareas, visionar una video-clase.

1.5-El término sistema.

F. Engels expresaba: “El mundo es un sistema único, o sea un todo relacionado, pero el conocimiento de este sistema supone el conocimiento de toda la naturaleza y la historia” “Toda la naturaleza al alcance de nosotros conforma un determinado sistema, como un determinado conjunto de relaciones de cuerpo ” Toda la naturaleza se presenta ante nosotros como un determinado sistema de relaciones y procesos.” (Cabrera, 2000) Como se aprecia, el sistema es una totalidad integrada por elementos que se interrelacionan e interaccionan.

En Cuba se manifiestan las primeras inquietudes docentes en José de la luz y Caballero, Enrique José Varona, José Agustín Caballero, Félix Varela y José Martí, se evidencia el interés de cada uno por la estimulación de las facultades intelectuales del alumno y la necesidad de propiciar su actividad independiente.

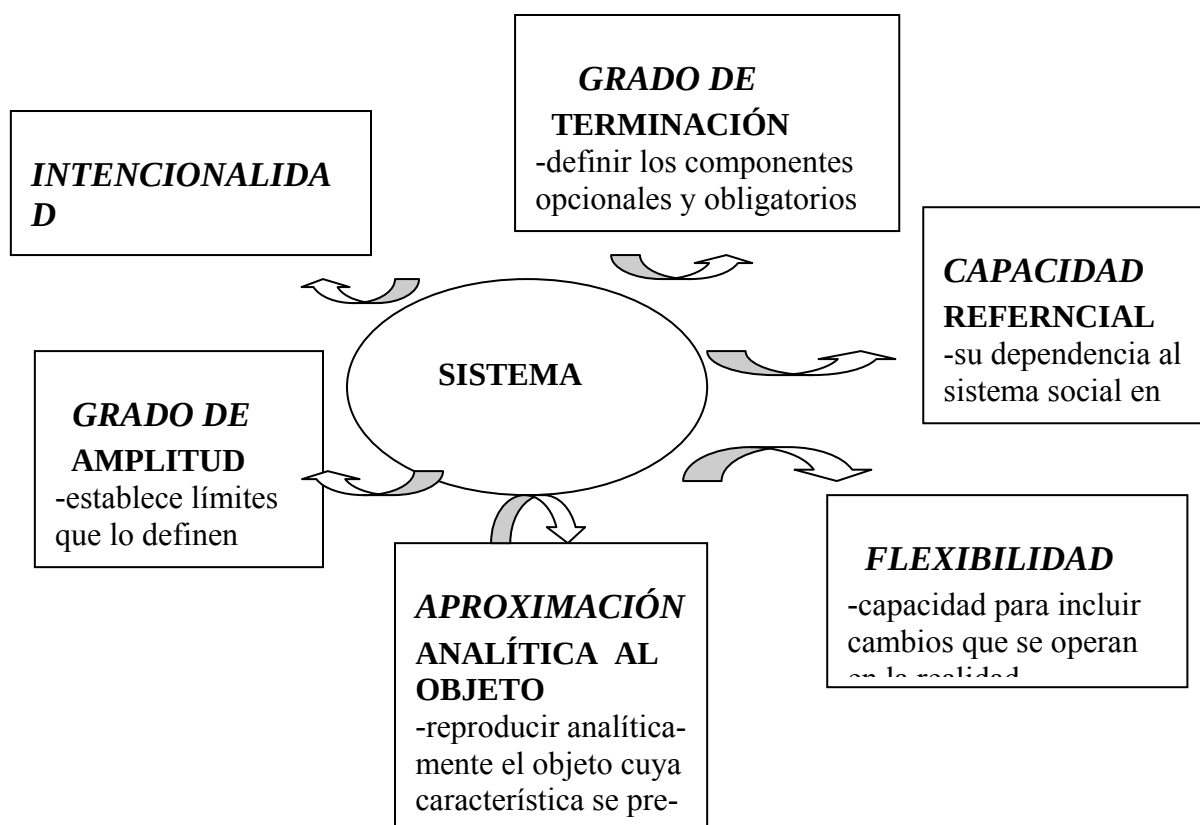
El sistema como resultado científico pedagógico:

La idea del sistema como resultado científico pedagógico no aparece en la literatura que se ha revisado, ni siquiera en la clasificación que la doctora Viciado ofrece. Sin embargo, reiteradamente se encuentra en informes de investigación, tesis de maestría, artículos científicos, tesis de doctorado.

Así aparecen propuestas de sistemas de diferente índole: sistemas didácticos, sistemas de actividades, sistemas de acciones, sistemas de medios, entre otros.

Este es uno de los criterios que se utiliza para promover la idea de asumir al sistema como un tipo particular de resultado científico en las Ciencias Pedagógicas.

El sistema como resultado científico pedagógico, además de reunir las características generales de los sistemas reales (totalidad, centralización, jerarquización, integridad) debe reunir las siguientes características particulares. Martín Serrano señala los siguientes: (Serrano, M.1982.)



El sistema como enfoque metodológico:

El enfoque de sistema en su forma actual, condicionado por las peculiaridades de la revolución científico técnica, utiliza en toda su plenitud el caudal de las ideas, los principios y los procedimientos concretos de investigación de los sistemas reales de la realidad e integra cada día más los avances que se producen en la cibernética y la computación. Por ello, no resulta fácil sintetizar todo el volumen de conocimiento que se ha venido acumulando en este campo.

En este sentido, es importante señalar, que en las investigaciones en sistema se ha venido diferenciando dos esferas suficientemente especializadas: el teórico- metodológico y la aplicada.

Existen dos grandes grupos complementarios de diseños para la investigación sistémica:

Perspectivas en donde las distinciones se concentran en la relación entre el todo y las partes. La cualidad esencial de un sistema está dada por la interdependencia de las partes que lo integran y el orden que subyace a tal interdependencia.

Perspectivas en donde las distinciones conceptuales se concentran en las corrientes de entrada y salida del sistema (procesos de frontera) mediante los cuales el sistema establece una relación con su ambiente.

En ambos casos, algunos autores recomiendan la aplicación de la “Dinámica de sistemas” o “análisis sistemático” que es una metodología para construcción de modelos de sistemas sociales mediante el uso de lenguajes formalizados.

Los requisitos para la finalización de un sistema son los siguientes:

1-Que el objeto tenga una organización sistémica.

Esta organización sistémica existe cuando sus componentes reúnen las siguientes características:

- a)Han sido seleccionados. (Implicación)
- b)Se distinguen entre sí. (Diferenciación)
- c)Se relacionan entre sí. (Dependencia)

Un elemento del sistema es implicado cuando su pertenencia es necesaria para que el sistema funcione o permanezca organizado como tal.

Son diferenciados aquellos elementos cuyas diferencias recíprocas o entre sus comportamientos son necesarias para que el sistema funcione o permanezca organizado como tal.

Un elemento es parte (dependiente) del sistema cuando se relaciona directamente con al menos otro componente y estas relaciones son necesarias para que el sistema funcione.

Deben además poseer las siguientes propiedades formales inherentes a todo tipo de sistema:

- **Totalidad:** El sistema no es solamente un conjunto, sino un conjunto de elementos interconectados que permiten una cualidad nueva.

- **Centralización:** En determinados elementos del sistema la interacción rige al resto de las interacciones. Tiene un papel rector. Existe una relación principal o conjunto de relaciones principales que le permiten al sistema cumplir con su función.
- **Complejidad:** La complejidad es inherente al propio concepto de sistema y por lo tanto es la cualidad que define la existencia o no del sistema. Implica el criterio de ordenamiento y organización interior tanto de los elementos como de las relaciones que se establecen entre ellos. Los elementos que se organizan en un sistema se denominan “componentes del sistema”
- **Jerarquización:** Los componentes del sistema se ordenan de acuerdo a un principio a partir del cual se establece cuáles son los subsistemas y cuáles los elementos.
- **Adaptabilidad:** Propiedad que tiene el sistema de modificar sus estados, procesos o características de acuerdo a las modificaciones que sufre el contexto.
- **Integración:** Un cambio producido en cualquiera de sus subsistemas produce cambios en los demás y en el sistema como un todo.

La teoría general de los sistemas, en resumen, según diferentes autores es, en sentido amplio una forma científica de aproximación y representación de la realidad y al mismo tiempo orientación hacia una práctica científica distinta como paradigma científico. Su objetivo se asocia a la formulación y derivación de principios aplicables a los sistemas en general, sin importar la naturaleza de sus componentes, ni las leyes o fuerzas que los gobiernan.

CAPÍTULO 2. Sistema de ejercicios. Su validación.

2.1-Diagnóstico y determinación de las necesidades.

Teniendo en cuenta el modelo del preuniversitario se realiza la caracterización del grupo único de oncenso grado de la Escuela Provincial de Velas, Marcelo Salado Lastra, del municipio de Caibarién.

En cuanto a la dimensión I Desarrollo Físico no existen alumnos con problemas de salud, pues son atletas de alto rendimiento por lo que no tienen ningún impedimento para asimilar los contenidos de las diferentes asignaturas; en la dimensión II Desarrollo de la esfera inductiva se determina que el 100%, los 15 alumnos, están motivados para continuar estudios en la educación superior, 10 en Licenciatura en Cultura Física, de estos, 8 manifiestan poca perseverancia y 2 no son sistemáticos en los estudios; los 5 restantes son perseverantes en el estudio y tienen como meta las pruebas de ingreso a la Educación Superior.

En la dimensión III Esfera ejecutora existen dificultades en algunas operaciones racionales del pensamiento tales como: la comparación, la abstracción y la generalización; la memoria más utilizada es la mecánica, presente en el 73,33%, que representa 11 estudiantes, pues no realizan una utilización lógica y creativa de los conocimientos.

Poseen pocos hábitos de estudio y en esto influye la práctica del deporte pues terminan extenuados; tienen dificultades con el cálculo numérico y se manifiesta en la comprobación de las ecuaciones a resolver. El grupo cuenta con cinco alumnos aventajados.

En la dimensión IV Aspectos generales se puede señalar que las tareas las realizan para cumplir, en ocasiones tienen poca calidad pues no se utilizan las diferentes fuentes de investigación que tienen a su alcance.

Su formación política ideológica es buena así como su desarrollo cultural.

Mantienen buenas relaciones entre ellos y se ayudan mutuamente en las diferentes actividades que planifica el grupo y la escuela, son cariñosos y afectuosos.

Por lo que se puede concluir que existen condiciones favorables desde el punto de vista sociodemográficas para desarrollar las diferentes actividades del proceso docente educativo.

La fase de diagnóstico estuvo dirigida al estudio y caracterización de la dimensión cognitiva. Después de analizados los resultados de los instrumentos empíricos aplicados se obtuvo lo siguiente:

Encuesta a profesores.

Se aplica encuestas a los profesores que les impartieron clase en la secundaria, los cuales son del centro, pues la mayoría de ellos transitan de séptimo a noveno grado y del décimo hasta el duodécimo grado, con el mismo grupo, también se aplicó en el preuniversitario, los institutos politécnicos de los servicios y de contabilidad del municipio de Caibarién y del IPVCE Ernesto Guevara, de Santa Clara(que hacen un total de 20 profesores) para constatar el tipo de trabajo independiente y medios que más utilizan, así como las dificultades más frecuentes que presentan los alumnos en la resolución de ecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, radicales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.(**ver anexo 1**)

Al responder la pregunta uno sobre la utilización del trabajo independiente con las ecuaciones, 11 profesores respondieron que si trabajan este método, lo que representa un 55% y 6 refieren que no lo realizan para un 30% y a veces respondieron 3 profesores, el 15%.

En la pregunta dos, los profesores manifestaron que el tipo de trabajo independiente que predomina es el reproductivo con un 60% (12 profesores), el método heurístico lo emplean 5 profesores, el 25% y la creación, la desarrolla 3 profesores para un 15%.

Se comprobó que el mayor por ciento de los profesores emplean el método de reproducción con modelo, dirigido a perfeccionar las habilidades y los hábitos de carácter práctico y cognoscitivo.

A la pregunta, qué medios prefieren utilizar, 14 profesores (70%) refieren los tradicionales, 4 los audiovisuales, para un 20% y solo 2 (10%) los software educativos.

Todos los encuestados creen que existe un aprendizaje extraclase. Ellos opinan que el estudio independiente (colectivo o individual) no se ha garantizado en los escolares y atenta contra la adquisición de conocimientos, hábitos y capacidades, por lo que el mayor por ciento de los alumnos presentan un aprendizaje inadecuado e insuficiente, carente de creatividad.

Las principales dificultades que presentan los alumnos al resolver ecuaciones, opinión del total de encuestado(20), al responder la quinta interrogante, plantean que no identifican correctamente las ecuaciones, no dominan los algoritmos de solución y no aplican correctamente las propiedades, definiciones y teoremas, lo que les imposibilita resolver las ecuaciones exponenciales compuestas.

Después de encuestar a esta cantidad de profesores, de variada procedencia, se constató que los alumnos presentan serias dificultades en este contenido, son generalmente lentos, carecen de procedimientos a la hora de resolver ecuaciones exponenciales compuestas y no se sienten motivados para hacerlo debido a estas carencias. Esta situación se refleja en las comprobaciones de conocimientos, operativos de calidad, encuentros de conocimientos, evaluaciones sistemáticas, controles parciales, pruebas finales y pruebas de ingreso a la Educación Superior.

Se aplica una **encuesta** a 15 alumnos (**ver anexo 2**)

Cuando se le pregunta a los alumnos si se sienten motivados para resolver ejercicios sobre ecuaciones exponenciales compuestas, cuatro alumnos manifiestan estar motivados siempre, para un 26,67%, un alumno manifestó que casi siempre está motivado, para un 6,67%, mientras que tres alumnos, el 20%, revelaron estar motivados a veces, y siete alumnos declararon, nunca estar motivados, lo que constituye el 46,67%; luego el 66,67% de la muestra están en las dos últimas categorías, es decir 10 alumnos.

Estos datos demuestran que existe poca motivación en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas.

En la pregunta dos, se indagó sobre si podían trabajar por sí solos los ejercicios de las video clase y las tele clases, tres alumnos pueden siempre resolver los ejercicios que allí se presentan, para un 20%, el 6,67% lo puede hacer casi siempre, que representa un alumno. El 13,33%, dos alumnos, plantean que a veces pueden resolver los ejercicios por sí solos y los 9 alumnos restantes, coinciden en plantear que nunca pueden resolverlos, para un 60%; luego en las dos últimas categorías está el 73,33%, es decir, once alumnos.

Al profundizar en las posibles causas de la poca motivación, entre las más mencionadas, se encuentran:(orden creciente)

- El grado de dificultad es el mismo para todos los alumnos.(12 alumnos, que representa el 80%).
- No siempre se tiene acceso a trabajar con el Software Eureka, por lo que se ven limitados a los libros de textos de 10^{mo} , 11^{no} y 12^{mo} grado y éstos cuentan con pocos ejercicios de ecuaciones exponenciales compuestas, 11 alumnos (el 73,33%)
- Dominan las propiedades y algoritmos de trabajo pero no saben aplicarlos el 73,33%,que representa 11 alumnos.
- No dominan las propiedades, definiciones y algoritmos de trabajo de las ecuaciones el 73,33%, que representa 11 alumnos.

Estos datos demuestran que existen grandes dificultades en el trabajo independiente de los alumnos. Cuando se les pregunta sobre los principales problemas en la resolución ecuaciones exponenciales compuesta plantean:

- Identificar las ecuaciones, 10 alumnos(66,67%).
- Dominio de los algoritmos de trabajo de las ecuaciones, 10 alumnos (66,67%).
- Aplicar las propiedades de las potencias, 9 alumnos(60%).
- Aplicar las propiedades logarítmicas, 10 alumnos(66,67%).
- Aplicar definiciones, teoremas e identidades trigonométricas, 9 alumnos(60%).
- Resolver ecuaciones exponenciales compuestas,12 alumnos(80%).

Los resultados anteriores se pueden verificar en el **anexo 3**.

Dentro de los métodos empíricos también se utilizó **revisión de documentos(ver anexo 4)**.

Se emplea para la revisión de los documentos propios del nivel medio: programas de la asignatura, orientaciones metodológicas, libros de texto y otras bibliografías complementarias como: folletos, programa de la colección futuro (Eureka), video clases, tele clases, entre otros.

El análisis, realizada a la muestra, del Expediente Acumulativo del Escolar permitió caracterizar la trayectoria de los alumnos en los diferentes niveles transcurridos, obteniéndose los siguientes datos: los resultados en el promedio general de las notas en las diferentes asignaturas no es favorable, pues el

46,67% de los alumnos tienen un promedio inferior a 80 puntos en cada uno de los niveles, es decir siete alumnos, esto demuestra un inadecuado aprovechamiento escolar; las asignaturas que más inciden son Matemática, Física y Química, es decir las ciencias exactas, manifestándose serias dificultades con el desarrollo del pensamiento lógico; otra asignatura es Español-Literatura donde está afectado la habilidad comprensión de texto debido al pobre vocabulario y al el escaso desarrollo en el pensamiento lógico, demostrando el impacto negativo que ha tenido en el índice académico general; solo dos alumnos han participado en concurso Municipales de conocimientos lo que demuestra el bajo nivel de motivación por la Matemática. Las ecuaciones se introducen en primer grado, utilizando ejemplos sencillos de forma intuitiva y por reflexiones lógicas desde 1^{ro} a 5^{to} grado, ya en 6^{to} grado se introduce la teoría de ecuaciones y proporcionalidad, en 7^{mo} se trabajan las “ecuaciones”, en 8^{vo} se le da solución a ecuaciones lineales y en 9^{no} a la ecuaciones de segundo grado; en estos tres niveles se desarrolla el trabajo algebraico que desde 1^{ro} a 5^{to} se evitó para seguir profundizando en el nivel medio superior con las ecuaciones fraccionarias, radicales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas en los grados 10^{mo} y 11^{no} , en este último profundizar en las ecuaciones compuestas para volverlo hacer en grado 12^{mo} en la unidad de sistematización.

En 10^{mo} grado se debe sistematizar las operaciones con polinomios, las factorizaciones a partir de las necesidades de resolver determinados tipos de ecuaciones, como cuadráticas y fraccionarias, en las primeras se destaca el trabajo con el discriminante(D), como el caso $D < 0$ para resaltar la insuficiencia del conjunto de los números reales y la necesidad de una posterior ampliación como lo han hecho anteriormente con otros dominios numéricos, y en la segunda, el trabajo con las proporciones, procedimientos con fracciones algebraicas y con números los fraccionarios.

Estas unidades en 10^{mo} , 11^{no} y 12^{mo} grados tienen los siguientes objetivos:

- » Resolver ecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias.
- » Comprender la importancia de la comprobación de las ecuaciones.
- » Resolver ecuaciones con radicales que requieren una o dos elevaciones al cuadrado.

» Comprender la importancia de la comprobación de las ecuaciones con radicales, cuando se realizan operaciones que no son equivalentes.

» Resolver ecuaciones trigonométricas aplicando las identidades básicas y la generalización del concepto de ángulo y otros recursos algebraicos.

» Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

» **Resolver ecuaciones compuestas.**

Observación de clases en 11^{no} grado(ver anexo 5).

El objetivo de este método es conocer cómo se realiza la atención a las diferencias individuales, orientación y control de la tarea, determinar qué conocimientos y carencias poseen los alumnos en la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas, así como la bibliografía que se orienta para el estudio independiente. Para ello se visitaron 22 clases a profesores de los preuniversitarios en el campo "Coronela María Escobar Laredo", IPVCE "Ernesto Guevara", y el Instituto Politécnico de Economía "Marcelo Salado", todos profesores y alumnos de onceavo grado, donde se pudo observar de forma directa y abierta el comportamiento y desempeño de estos.

Se observa poca preparación de algunos docentes en cuanto a la selección y variedad de ejercicios, existen problemas metodológicos a la hora de concebir los ejercicios por parte de los profesores noveles, pues las bibliografías disponibles carecen de diversidad y abundancia; al analizar los resultados de la observación de las clases se revelaron dificultades que evidencian que aún se mantienen en las instituciones escolares elementos negativos de una enseñanza tradicional, donde prevalece en la mayoría de las clases de matemática un proceso direccional y pasivo, caracterizados por:

1-No uso de los conocimientos previos (antecedentes negativos)

2-No utilización integral del diagnóstico.

3-Los sistemas de tareas que se emplean son únicos para todos los alumnos.

4-Predomina el trabajo independiente reproductivo sobre el resto de los tipos de trabajo independiente.

5-Las tareas van dirigidas a que el alumno encuentre la solución y una vez conseguida esta, en la mayoría de los casos, no se revisan otras vías de solución.

6-Las tareas no son adecuadamente estimuladas por el profesor, la ayuda que este brinda a los alumnos para su realización es excesiva hasta el punto de señalarle la vía de solución, la bibliografía que se utiliza fundamentalmente es el libro de texto, desconociéndose en la mayoría de los casos los software educativos.

7-Los profesores noveles no tienen amplio dominio de la materia y no pueden explotar todas las posibilidades de los ejercicios propuestos, manifestándose debilidades en las preparaciones metodológicas.

El control de la tarea se dirige exclusivamente a la solución y no a las acciones realizadas por el alumno, es decir, el control no se dirige al procedimiento de solución. La observación a clases frontales donde se trabajan las ecuaciones exponenciales compuestas permitió corroborar que el nivel de independencia es insuficiente y el trabajo independiente no se desarrolla de forma sistemática y esto atenta contra la preparación adecuada y eficiente que exige el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los profesores desarrollan aún un proceso direccional pasivo y reproductivo que atenta contra el aprendizaje desarrollador.

Estas problemáticas han traído como consecuencia la desmotivación de los alumnos y el endeudamiento de su trabajo independiente.

Luego de realizados estos análisis y con el fin de profundizar en el nivel real de los alumnos desde el punto de vista cognoscitivo, se aplicó una prueba pedagógica, pues esta constituye una dimensión significativa. Se elaboró a partir de objetivos esenciales del grado y priorizando aquellos que tienen mayor incidencia en los exámenes de ingreso a la Educación Superior, así como otros en los que se comprobó existen dificultades y que tienen aplicación en contenidos que recibe el alumno posteriormente o están contempladas en el programa de enseñanza.

Prueba Pedagógica. (ver anexo 6)

El objetivo esencial de esta prueba es determinar de forma precisa y objetiva, en la muestra, qué conocimientos tienen los alumnos y cuáles son sus

principales dificultades, haciendo una tabulación de errores y cuantificando los resultados por elementos del conocimiento.

La pregunta uno tiene como objetivo constatar el dominio de los alumnos en las propiedades de potencias y logarítmicas a través de un ejercicio de verdaderos o falsos argumentando los falsos. Cuando se realizó la tabulación de errores se analizaron 165 posibles respuestas correctas y se obtuvo un 29,09% de respuestas correctas, es decir 48, desglosadas de la forma siguiente: en el inciso a) y b) 5 alumnos respondieron correctamente para un 33,33% en cada caso, en el inciso c), 4 alumnos para un 26,66%, el d) respondieron correctamente 6 alumnos que representa 40%, el 20% respondió correctamente el inciso e) que representa 3 alumnos, en el f) 5 alumnos respondieron correctamente que representa el 33,33% y en los incisos g, h e i respondieron correctamente 4 alumnos para un 26,66% en cada inciso, solo el 20% respondió correctamente el inciso j) que son 3 alumnos y 5 alumnos respondieron correctamente el inciso k) que representa un 33,33%.

A modo de conclusión se puede decir que en el indicador reconocer las propiedades de las potencias, 4 alumnos se evaluaron de muy bien(MB), 2 de bien(B), 2 de regular(R) y 7 de mal(M), para un 60% evaluados entre R y M, que son 9 alumnos.

En reconocer las propiedades de logaritmos los resultados fueron idénticos con respecto al anterior, pues 4 alumnos se evaluaron de MB y 2 de B, 2 de regular y 7 alumnos tuvieron categoría de M para un 60% entre estos dos últimos indicadores.

En la pregunta dos se comprobó si son capaces de resolver ecuaciones sencillas lineales, cuadráticas, fraccionarias, radicales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

En este indicador, 2 alumnos se evaluó de MB , 4 alumnos obtuvieron B, es decir solo el 26,67% estaba aprobado, mientras que el 60% resultaron evaluados de R o M.

Como se comprueba existen más alumnos evaluados de M o R que los evaluados de B o MB, siendo mínima la cantidad de alumnos con notas de excelencia (solamente 2 alumnos).

Estos resultados corroboran que existen dificultades en el aprendizaje de estos alumnos, que se evidencian fundamentalmente de la siguiente forma: en el inciso a) 12 alumnos respondieron correctamente para un 80%, en el b) 11 para un 73,33%, en el inciso c) referido a ecuación fraccionaria se obtuvo un 40% de respuestas correctas que representa 6 alumnos, el inciso d) 9 responden correctamente para un 60%, en el inciso e) respondieron correctamente 4 alumnos el 26,67%, aquí se demuestra que no hay dominio de las identidades trigonométricas básicas, en el inciso f) solo 7 para un 46,67% aquí el elemento más afectado es la aplicación de las propiedades de las potencias y en el g) 7 alumnos para un 46,67% de respuestas correctas y el elemento más afectado es la aplicación de las propiedades logarítmicas y la definición de logaritmo.

Podemos concluir que el indicador referido a aplicar correctamente el algoritmo de solución de las ecuaciones de un total de 105 posibles respuestas correctas se obtuvo 56 respuestas correctas para un 53,33%.

En la tercera pregunta del pretest el indicador que se comprobó fue resolver ecuaciones exponenciales compuestas obteniéndose los resultados siguientes: en los inciso a y b) solo dos alumnos resolvieron correctamente, para un 13,33%, en cada inciso, el resto resolvió parcialmente o dejó el ejercicio en blanco para un 86,67%, quedando de la siguiente forma: evaluado de MB dos para un 13,33%, de B uno que es el 6,67%, uno de regular, para un 6,67% y 11 alumnos evaluados de M para un 73,33%.

Estos datos nos permiten concluir la existencia de barreras que conspiran en contra de la enseñanza de la Matemática y que implican afectación en la motivación hacia el estudio de la asignatura en estos alumnos y ellas son:

- ◆ Los alumnos poseen poco desarrollo de las habilidades propias de la asignatura, lo cual dificulta la comprensión de los nuevos contenidos y la profundización que se requiere para cumplir los objetivos de este nivel.
- ◆ Los alumnos poseen pobre desarrollo en el pensamiento lógico y escaso dominio de recursos, que le permitan trazar estrategias de trabajo, para actuar con independencia, al resolver las tareas que se les proponen.
- ◆ Las video clases no siempre están en correspondencia con el nivel real de los alumnos y ofrecen pocas posibilidades para su atención diferenciada.

Por la importancia que tiene el contenido de las ecuaciones exponenciales compuestas, en el onceno grado y la dificultades que presentan los alumnos; fundamentada en la revisión de los programas de estudio, libros de textos, video clases, folletos, software educativos, en especial la Colección Futuro y dentro de esta el Software Eureka, las encuestas a alumnos y profesores, las visitas a clases, realizadas a profesores con experiencia en la asignatura; así como la experiencia profesional del autor, poco más de 22 años de trabajo, de ellos 17 años en el IPVCE Ernesto Guevara, de Santa Clara, se comparten el criterio siguiente:

___ Los libros de textos de 11^{no} y 12^{mo} grado no profundizan en el contenido referido a las ecuaciones exponenciales compuestas, no hay variedad, ni cantidad de ejercicios en ellos.

___ En las videos o tele clases se trabajan uno o dos ejercicios que resultan insuficiente.

___ Las bibliografías de consultas, como el folleto de ejercicios, ¿Cómo estas en Matemática? y el Software Eureka contienen ejercicios con un grado de dificultad alto o muy bajo.

___ Los profesores tienen que elaborar ejercicios continuamente teniendo en cuenta los diferentes niveles de desempeño de sus alumnos.

___ Los profesores generales integrales no tienen dominio de este contenido.

___ El 98% de las pruebas de ingreso a la Educación Superior contiene un ejercicio donde hay que resolver una ecuación compuesta.

A modo de conclusión, se puede afirmar que los alumnos no han tenido una trayectoria positiva en los diferentes niveles de enseñanza con relación al aprendizaje de la Matemática, pudiendo constituir esto un indicador del bajo nivel motivacional presente en la muestra estudiada.

Después de analizado los resultados de los instrumentos empíricos aplicados se obtuvo lo siguiente:

Estado actual

- Dificultades en identificar las ecuaciones.
- Dificultades en resolver ecuaciones sencillas lineales, cuadráticas, fraccionarias, radicales, logarítmicas y exponenciales.
- Deficiente dominio de los algoritmos de solución de las ecuaciones.
- Deficiente dominio de las propiedades de las potencias y logarítmicas, así como las definiciones y teoremas conocidos.
- Serias dificultades al resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

Estado deseado

- Identifiquen las ecuaciones estudiadas.
- Dominen sus algoritmos de solución.
- Dominen las propiedades de las potencias, logarítmicas y sepan aplicarlas.
- Dominen los teoremas, definiciones conocidas y sepan aplicarlos.
- Resuelvan ecuaciones exponenciales compuestas.

Realizando la comparación entre el estado actual y el estado deseado se declaran las siguientes **necesidades educativas**.

1-Contribuir a elevar la motivación de los alumnos para resolver las ecuaciones exponenciales compuestas.

2-Identificar las ecuaciones estudiadas.

3-Potenciar el conocimiento sobre las propiedades de las potencias y logarítmicas.

4-Reconocer y aplicar los algoritmos de solución de las ecuaciones estudiadas.

5-Fortalecer los valores de la responsabilidad y la laboriosidad a través del trabajo independiente a partir de la propuesta de ejercicios.

2.2 Fundamentación teórico metodológico de la propuesta.

El proceso de enseñanza aprendizaje en las nuevas condiciones requiere de transformaciones. El nuevo enfoque constituye una concepción científica y desarrolladora del proceso de enseñanza aprendizaje, incluye la utilización de las nuevas tecnologías de la informática y la comunicación, lo cual modifica sensiblemente las vías de expresión del contenido, los métodos de trabajo y por tanto las formas de organización del proceso.

La tendencia a la multidisciplinariedad en sus distintas manifestaciones (intradisciplinariedad, interdisciplinariedad, transdisciplinariedad), propia de la producción acelerada del conocimiento, influye de manera muy significativa en el diseño y práctica de la enseñanza.

Por último este proceso se debe caracterizar por enfatizar en el necesario equilibrio entre la unidad y la diversidad, mediante la presencia de elementos generales, válidos para diferentes manifestaciones y niveles del proceso, y su expresión en forma que puedan ser aplicados o desarrollados no solo en contextos diversos, sino también en función de la diversidad natural, psicosocial, socioeconómica y cultural del protagonista del proceso. Esta característica está estrechamente relacionada con la conjugación de la masividad y la calidad, otro de los desafíos planteados a la educación cubana.

Las diferentes asignaturas que conforman el plan de estudio han sido concebidas según este enfoque: El uso de las video clases como vía fundamental de la clase de Matemática en el preuniversitario trae como consecuencia la necesidad de su contextualización, pues se debe tener en cuenta el diagnóstico del grupo para que cada profesor utilice, además de los ejercicios que se propongan en las video clases, otros que correspondan a las necesidades y potencialidades de sus alumnos.

El sistema de ejercicios está sustentado en el Paradigma Histórico Social de Vigotsky, basado fundamentalmente en que una de las formas de trabajo en la Matemática es la grupal, por lo que alcanza gran dimensión la Zona de Desarrollo próximo del referido psicólogo ruso, que la define como la distancia que existe entre la capacidad individual de un niño (lo que puede hacer por sí solo) y la capacidad que tiene para ejecutar algo con ayuda (lo que hace con ayuda de otros más capaces) (7), la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado al resolver ecuaciones exponenciales compuestas de manera individual, y el nivel de desarrollo potencial, determinado mediante la solución

de ejercicios con la guía de un adulto o en colaboración de alumnos más capaces.

Además, para la elaboración del sistema se tuvo en consideración los siguientes **principios**:

- Principio de la diferenciación o individualización de los ejercicios.
- Principio del incremento gradual del grado de dificultad de los ejercicios.
- Principio de la influencia recíproca de lo grupal y lo individual en la actividad cognoscitiva.
- Principio del incremento sistemático de la actividad y la independencia de los alumnos en el proceso docente.

La individualización está condicionada fundamentalmente por los intereses y gustos, preferencias, aspiraciones de los alumnos, nivel de desarrollo intelectual, así como por la existencia de ejercicios de diferentes grados de complejidad y dificultad que cada alumno percibe de manera diferente. Esto está garantizado al tomarse en cuenta el diagnóstico integral del grupo.

El incremento gradual del grado de dificultad de los ejercicios es un principio didáctico inviolable que sigue la lógica del aprendizaje, de lo más simple a lo más complejo. Estos ejercicios están organizados en cada uno los temas de acuerdo a este principio y presupone la posibilidad de que sean utilizados previamente otros ejercicios menos complejos obtenidos de la bibliografía básica si se considera necesario.

El principio de la influencia recíproca de lo individual y lo grupal, se pone de manifiesto en el sistema de relaciones, que pueden establecerse en el propio proceso de solución de los ejercicios, donde los alumnos pueden interactuar de acuerdo a sus potencialidades, así como en el propio análisis de las diferentes vías de solución planteadas por ellos; cada cual pondrá su sello personal a la solución de los ejercicios, que luego de analizadas, servirán para arribar a conclusiones colectivas al respecto.

El principio del incremento sistemático de la actividad y la independencia de los alumnos en el proceso docente, son esenciales, pues permite la formación de acciones que propician la solución independiente de los ejercicios y consecuentemente el desarrollo de la independencia cognoscitiva. Este aspecto se pone de manifiesto en los ejercicios, al contar en algunos casos, con niveles de ayuda que contribuyen a la orientación para la acción como un

primer momento, lo cual influirá en la formación de las acciones necesarias para luego poder actuar con independencia al solucionar ejercicios más complejos.

Para su instrumentación pueden tomarse en cuenta las siguientes recomendaciones metodológicas:

1- Para garantizar su efectividad debe tomarse en cuenta el diagnóstico integral de los alumnos.

2- Los ejercicios pueden ser utilizados en las diferentes formas de organización del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y en cualquiera de sus momentos, según las necesidades de los alumnos.

3-Cada actividad debe pasar por las siguientes etapas: orientación y planificación, ejecución o realización de la acción, regulación de la acción y comprobación o ajuste.

Se pueden organizar algunas clases especiales para las que el alumno debe prepararse con antelación en la solución de las tareas. Pueden ser clases de seminario, clases prácticas u otras formas.

Pueden ser utilizadas algunas formas de organización durante las clases que propicien las formas de trabajo cooperado: en dúos, grupos o equipos, entre otros.

Resulta necesario establecer algunas precisiones de las acciones a desarrollar en cada una de las etapas por la que debe pasar cada actividad, las cuales se realizan a continuación.

Orientación y planificación: Ella satura al resto de las acciones componentes, porque de acuerdo con el grado de adecuación al objeto, su grado de generalización y la posibilidad que tenga el individuo de disponer de todos los recursos cognoscitivos para efectuar el trabajo independiente y un plan de acción propio en la solución de los ejercicios, se logrará el éxito en menor o mayor medida.

Por ello es necesario el análisis minucioso por parte del profesor del diagnóstico integral de los alumnos para que puedan ser orientadas las tareas según su nivel real de conocimientos y ofrecer los niveles de ayuda que ellos requieran.

Además, en esta etapa, deben incluirse las orientaciones relacionadas con los medios y métodos a utilizar para garantizar el conocimiento de los elementos

que necesitan aplicar en la solución de las tareas; entiéndase contenidos a estudiar, bibliografía a utilizar, el empleo del software, entre otras.

A esta fase pertenece la decisión del profesor del objetivo con que será introducido cada ejercicio atendiendo a la función que debe cumplir (comprensión del nuevo contenido, dominio de los contenidos, sistematización y generalización de los contenidos o auto evaluación del aprendizaje) así como el momento de la clase y la forma de organización que utilizará.

Realización o ejecución de la acción: En esta etapa los alumnos resolverán los ejercicios de acuerdo a las orientaciones dadas por el profesor, sus posibilidades reales y pondrán su sello personal a la realización de las tareas orientadas.

Regulación de la acción: Esta fase tiene dos vertientes, la regulación que se efectúa durante el propio proceso de realización de la actividad, es decir, durante el trabajo de los alumnos al resolver los ejercicios, en el análisis de los resultados obtenidos y de las vías de solución utilizadas, y el control que se realiza del resultado logrado, teniendo en cuenta la evaluación sistemática, los controles parciales y la prueba final, así como los indicadores valorativos creados sobre la base de la proyección inicial.

Comprobación o ajuste: Se desarrolla sobre la base de la reflexión y la valoración crítica de lo logrado en relación con lo planificado para poder reajustar el proceso de aplicación de la propuesta, por lo que sirve de concatenación con el siguiente ciclo del proceso cognoscitivo.

Para la propuesta se tendrán en cuenta los aspectos siguientes:

- ▶ ***Se pondrán ejercicios de verdadero o falso para reconocer las propiedades de las potencias, logarítmicas, definiciones y teoremas estudiados.***
- ▶ ***Se propondrán ejercicios de ecuaciones conocidas resueltas para analizar el algoritmo de solución aplicado.***
- ▶ ***Se propondrán ejercicios para que resuelva ecuaciones conocidas y exprese el algoritmo de solución utilizado.***
- ▶ ***Se pondrán ejercicios de ecuaciones exponenciales compuestas resueltas para colocar en un esquema las propiedades, definiciones o teoremas aplicados.***

► ***El segundo bloque, se le darán las ecuaciones exponenciales compuestas resueltas pero cada paso de solución esta totalmente desordenadas para que se les de un orden lógico en el proceso de solución.***

► ***También se les darán ecuaciones exponenciales semiresueltas y tendrán que completar los espacios en blancos, aplicar teoremas y propiedades de las potencias y logarítmicas dejándolas plasmadas en un esquema según correspondan en el proceso de solución.***

► ***En el tercer bloque de ejercicios se les propone resolver ecuaciones exponenciales compuestas.***

En correspondencia con los contenidos, se seleccionan los métodos.

Los métodos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo a la concepción desarrolladora deben ser, según apuntan: Doris Castellanos Simons, Beatriz Castellanos Simons, Miguel Jorge Llivina Lavigne y Mercedes Silverio Gómez:

1-Ser esencialmente productivos y su utilización requiere de una concepción de sistema, por cuanto cada uno cumple funciones determinadas en el proceso en estrecha relación con los diferentes contenidos.

2-Garantizar la participación activa de los docentes en la búsqueda del conocimiento, su cuestionamiento, el planteamiento y la resolución de problemas, la aplicación y valoración de soluciones, potenciado su repercusión en la actividad cognoscitiva, práctica y valorativa.

3-Propiciar el trabajo grupal en armonía con el individual. La atención a la diversidad requiere de ambas formas de trabajo, para garantizar el carácter cooperativo del aprendizaje y el pleno desarrollo individual del docente con el apoyo de todos sus compañeros.

4-El desarrollo de habilidades de orientación, planificación, supervisión o control, y evaluación. Para ello es necesario estimular la reflexión y el

desarrollo de conocimientos sobre sí mismos como sujetos de aprendizaje, y estimular, igualmente, la producción y el uso de adecuadas estrategias cognitivas, meta cognitivas y de apoyo al aprendizaje que eleven la eficiencia del mismo.

5-Potenciar el desarrollo del autoconocimiento, autocontrol, la autovaloración y la auto evaluación, en correspondencia con el carácter activo y consciente del aprendizaje, en aras de la autorregulación del alumno.

Es necesario utilizar diversas y variadas formas de organización en el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.

Esto permitirá un enfoque más integral, más rico, del aprendizaje al poder diseñar un sistema de acciones más diverso y que abarque una gama más amplia de actividades para los alumnos. El reconocer tres protagonistas en el proceso de enseñanza aprendizaje supone diseñar actividades atendiendo a los docentes y al grupo, no como mero espacio, sino como un actor del proceso que tiene características muy propias, lo que amplía las posibilidades de planificación, aunque suponga mayor exigencia metodológica.

La evaluación debe contribuir a un diagnóstico dinámico, continuo e integral del docente, para lo cual puede apoyarse en algunos principios del diagnóstico psicopedagógico de ahí que las actividades evaluativas y los instrumentos de evaluación deban:

- ✓ Propiciar el diagnóstico de la actividad intelectual productivo-creadora (de su componente procesal y operacional) y del desarrollo alcanzado en las habilidades de reflexión y regulación meta cognitiva.
- ✓ Estar dirigidas a determinar en qué medida el aprendizaje realizado por los alumnos es significativo y cómo logra implicarse en la formación de motivaciones, sentimientos, actitudes y valores.
- ✓ Poner el énfasis en establecer la calidad de los nuevos aprendizajes, es decir, su solidez y duración, sus posibilidades de ser recuperado, generalizado y transferido a nuevas situaciones, es decir, su funcionalidad.

Todas las ramas de las Matemáticas, por muy diferentes que ellas parezcan, están unidas por lo general, este objeto lo constituyen las relaciones cuantitativas y las formas espaciales del mundo real.

La composición de la Matemática, como cualquier otra ciencia está dada por hechos acumulados en el transcurso de la historia; por suposiciones científicas, basadas en hechos, que se someten posteriormente a una verificación experimental; por teorías y leyes matemáticas, así como por su correspondiente metodología.

El conocimiento de la historia de la ciencia contribuye a la elaboración de la concepción materialista del mundo en los científicos. La historia demuestra que lo importante, lo determinante de una ciencia como la matemática, lo constituyen las exigencias de la realidad material. Además deja claro que las relaciones cuantitativas y las formas espaciales estudiadas se engruesan en relación indisoluble con las exigencias de la técnica y las ciencias naturales, completando cada vez más el rico contenido de la definición de las matemáticas.

La aparición de las matemáticas en las ciencias naturales ocurre como resultado de la aplicación de las teorías matemáticas existentes a los problemas prácticos y de la elaboración de nuevos métodos para su solución.

A su vez, la práctica, y en particular la técnica, penetra en las matemáticas como insustituible medio auxiliar de investigación científica que cambia mucho la faz de las matemáticas, pero ninguno jamás podrá sustituirla, por muy perfecta que sea.

El campo de aplicación de las matemáticas se amplía constantemente, no es posible ponerle un límite, el crecimiento de las aplicaciones es una de las evidencias de la existencia y fortalecimiento de las matemáticas con otras ciencias.

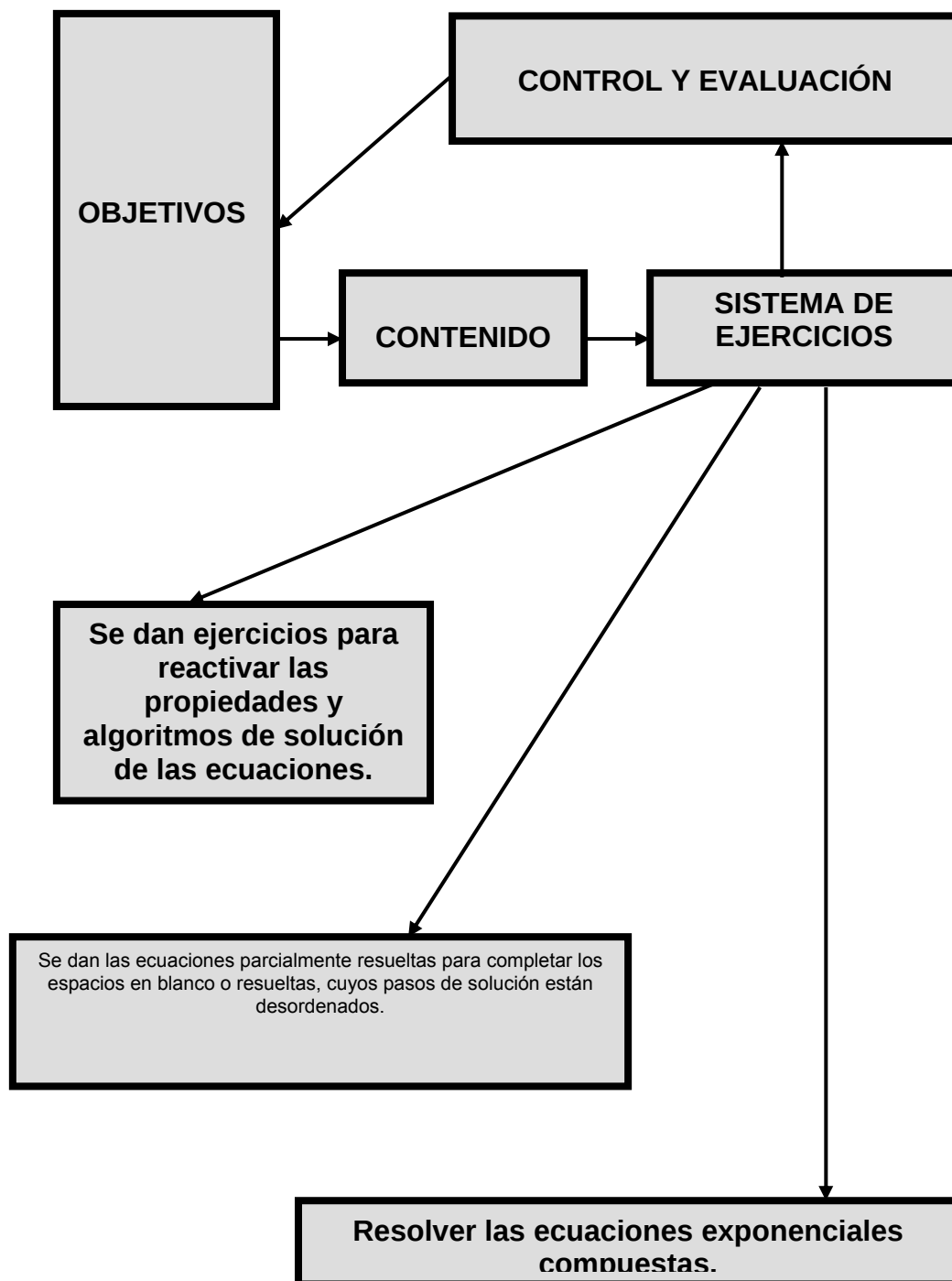
En las ecuaciones lineales y cuadráticas las dificultades están cuando llevan transformaciones, es decir el uso de los signos de agrupación, además en las cuadráticas el uso del discriminante y descomposición factorial que no sean las triviales, en las radicales esta la aplicación de las propiedades de las raíces y la elevación al índice del radical cuando hay más de una elevación a este y en particular $(a \pm b)^n$, en las trigonométricas el uso de las identidades, fórmulas de

reducción y generalización de ángulos, las exponenciales y logarítmicas los procedimiento, la aplicación de las propiedades y definiciones. Además en las operaciones combinadas no se nota seguridad y rapidez a la hora de resolver los ejercicios, presentando muchos errores en el orden operacional y otros ya señalados anteriormente. En las ecuaciones exponenciales compuestas identificar los enlaces que estas presentan para determinar el algoritmo de solución que se debe aplicar, es una dificultad permanente en los estudiantes que unido a las carencias mencionadas propician los malos resultados en su resolución. Existen problemas metodológicos a la hora de concebir los ejercicios por parte de los profesores, pues estos no están concebido para que el alumno tenga como fin la resolución de ecuaciones exponenciales compuesta, ya sea por no aplicar y renovar el diagnóstico o por no hacer una correcta selección de los ejercicios, así como la variedad de estos.

2.3 Propuesta y aplicación del sistema.

2.3.1 Modelación de la propuesta.

Esquema de la propuesta de ejercicios.



2.3.2-Presentación de la propuesta.

Subsistema I: Se presentarán tres tipos de ejercicios, el primero es para reactivar los algoritmos de solución de cada una de las ecuaciones estudiadas hasta el onceno grado; un segundo ejercicio para el trabajo independiente y un

tercer ejercicio donde se le dan las ecuaciones exponenciales resueltas para que en un esquema coloque las propiedades y definiciones aplicadas.

Objetivos: Identificar las ecuaciones estudiadas así como sus algoritmos de solución, propiedades y definiciones aplicadas. Resolver ecuaciones lineales, cuadráticas, fraccionarias, radicales, trigonométricas, logarítmicas y exponenciales sencillas.

Contenido: Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

Metodología empleada: El primer y tercer ejercicio propuesto se realizará en elaboración conjunta, y el segundo para trabajar de forma independiente, en cada caso se analizarán en la revisión las diferentes vías de solución.

Formas de control: Se aplicarán en clases prácticas, seminarios, encuentros de conocimientos, evaluaciones sistemáticas y trabajos de controles parciales.

Actividades a desarrollar:

Ejercicio #1:

Dadas las siguientes ecuaciones:

I -Identifíquelas.

II-Describa sus algoritmos de solución y las propiedades aplicadas.

Ejemplo:

	<u>Algoritmo.</u>	<u>Propiedades.</u> a, b y c reales
$(x-1)^2 - 3x(x-2) = 1-4[x-(2x-2)]$	eliminar signos de	$(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$
$x^2 - 2x + 1 - 3x + 6 = 1 - 4x + 8x - 8$	agrupación.	$a(b \pm c) = ab \pm ac$
$-2x^2 + 4x + 1 = 4x - 7$	ecuación cuadrática	considerar la regla de
$-2x^2 + 8 = 0$	reducir términos semejantes	los signos.
$x^2 - 4 = 0$	e igualar a cero.	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
$(x+2)(x-2) = 0$	descomponer en factores.	$a \cdot b = 0$ entonces $a=0$ ó $b=0$
$x = -2$ ó $x = 2$	igualar a cero cada factor.	

Prueba $x = -2$ hacer la prueba para cada valor.

MI: $(-2-1)^2 - 3(-2)(-2-2) = (-3)^2 + 6(-4)$
 $= 9 - 24 = -15$

MD: $1 - 4[-2 - (2(-2) - 2)] = 1 - 4[-2 + 6]$

MI = MD

De manera análoga se prueba para

$X=2$.

$S = \{-2; 2\}$ dar respuesta.

$$\text{a) } 3 - (x + 1) = 2x - 4$$

$$3 - x - 1 = 2x - 4$$

$$2x + x = 2 + 4$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

$$\text{b) } \frac{1}{2}(x - 1) = \frac{3}{4}x + \frac{5}{6}$$

$$6(x - 1) = 9x + 10$$

$$6x - 6 = 9x + 10$$

$$-10 - 6 = 9x - 6x$$

$$3x = -16$$

$$x = -\frac{16}{3}$$

$$\text{c) } 2y - 5[3y - 7(4y - 9)] = 66$$

$$2y - 5[3y - 28y - +63] = 66$$

$$2y - 5[-25y + 63] = 66$$

$$2y + 125 - 135 = 66$$

$$127y = 66 + 315$$

$$y = \frac{381}{127}$$

$$y = 3$$

$$d) \quad x(x+9)=2x-12 \quad \text{-----}$$

$$x^2+9x=2x-12$$

$$x^2+9x-2x+12=0$$

$$x^2+7x+12=0$$

$$(x+4)(x+3)=0$$

$$x=-4 \text{ ó } x=-3$$

$$e) \quad 2x(3x+5)=-(2x+5)^2-5x \quad \text{-----}$$

$$6x^2+10x=-\left(4x^2+20x+25\right)-5x$$

$$6x^2+10x=-4x^2-20x-25-5x$$

$$10x^2+35x+25=0$$

$$2x^2+7x+5=0$$

$$(2x+5)(x+1)=0$$

$$x=-\frac{5}{2} \text{ ó } x=-1$$

$$f) \quad (t+5)^2-(t+5)=2 \quad \text{-----}$$

$$t^2+10t+25-t-5=2$$

$$t^2+9t+20-2=0$$

$$t^2+9t+18=0$$

$$(t+3)(t+6)=0$$

$$t=-3 \text{ ó } t=-6$$

2^{da} Vía de trabajo

Haciendo $t+5=a$

$$a^2-a-2=0$$

$$(a-2)(a+1)=0$$

$$a=2 \text{ ó } a=-1$$

sustituyendo el valor de "a"

$$t+5=2 \text{ ó } t+5=-1$$

$$t=-3 \quad t=-6$$

$$g) \quad \frac{5(x-1)}{x+1} = \frac{2x+1}{x-1} \quad \text{-----}$$

$$5(x-1)^2=(2x+1)(x-1)$$

$$5(x^2-2x+1)=2x^2-2x+x-1$$

$$5x^2-10x+5=2x^2-x-1$$

$$3x^2-9x+6=0$$

$$x^2-3x+2=0$$

$$(x-2)(x-1)=0$$

$$x=2 \text{ ó } x=1$$

R/ NS.

$$h) \frac{5}{x-2} + \frac{x-6}{x^2-4x+4} = 2$$

$$\frac{5}{x-2} + \frac{x-6}{(x-2)^2} = 2$$

$$5(x-2)+x-6=2(x^2-4x+4)$$

$$5x-10+x-6=2x^2-8x+8$$

$$6x-16=2x^2-8x+8$$

$$2x^2-14x+24=0$$

$$x^2-7x+12=0$$

$$(x-3)(x-4)=0$$

$$x=3 \text{ ó } x=4$$

$$i) \sqrt{x+2} + 1 = 0$$

$$\sqrt{x+2} = -1 \quad \text{R/ NS}$$

$$j) \sqrt{2x-1} - \sqrt{3x-4} = 0$$

$$(\sqrt{2x-1})^2 = (\sqrt{3x-4})^2$$

$$2x-1=3x-4$$

$$3x-2x=4-1$$

$$x=3$$

$$k) \sqrt{x+9} - x^{\frac{1}{2}} = 1$$

$$(\sqrt{x+9})^2 = (1+\sqrt{x})^2$$

$$x+9=1+x+2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x}=8$$

$$(\sqrt{x})^2 = 4^2$$

$$x=16$$

$$l) \quad \sin 2x = \sin x \quad \text{para } x \in [0; 2\pi]$$

$$2\sin x \cos x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2\cos x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \text{ ó } 2\cos x - 1 = 0$$

$$x = 0 \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pi, \quad x = 2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3} \in I_c$$

$$I_{V_c} \quad 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$x = \frac{5\pi}{3}$$

m) $2\cos^2 x + \sin x = 1$ para $x \in (\pi; 2\pi]$ -----

$$2(1 - \sin^2 x) + \sin x = 1$$

$$2 - 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$-2\sin^2 x + \sin x + 1 = 0$$

$$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

$$(2\sin x + 1)(\sin x - 1) = 0$$

$$\sin x = -\frac{1}{2} \quad \text{ó} \quad \sin x = 1 \text{ NS (no tiene solución)}$$

↓

$$III_c \quad \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \quad IV_c \quad 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

$$x = \frac{7\pi}{6} \quad x = \frac{11\pi}{6}$$

n) $\cos 2x + 5\cos x = 2$ -----

$$2\cos^2 x - 1 + 5\cos x - 2 = 0$$

$$2\cos^2 x + 5\cos x - 3 = 0$$

$$(2\cos x - 1)(\cos x + 3) = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \quad \text{ó} \quad \cos x = -3 \text{ NS}$$

$$I_c \quad x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$$

$$II_c \quad \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$$

$$n^{\circ}) 2\cos x - \frac{\cos 2x}{\operatorname{sen} x} = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$$

$$2\cos x \operatorname{sen} x - \cos 2x = 1$$

$$2\cos x \operatorname{sen} x - (2\cos^2 x - 1) = 1$$

$$2\cos x \operatorname{sen} x - 2\cos^2 x + 1 = 1$$

$$2\cos x \operatorname{sen} x - 2\cos^2 x = 0$$

$$2\cos x (\operatorname{sen} x - \cos x) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad \text{ó} \quad \operatorname{sen} x - \cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad \text{ó} \quad \operatorname{sen} x = \cos x$$

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = 1$$

$$\tan x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

$$I_c : x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \quad \uparrow \mapsto III_c : \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

$$k \in \mathbb{Z} \qquad x = \frac{5\pi}{4} + k\pi$$

$$\tilde{n}) \quad 10^{x+72} + 1 = 0 \quad \text{-----}$$

$$10^{x+72} = -1 \text{ NS}$$

$$o) \quad 12^{2x+4} - 1 = 0 \quad \text{-----}$$

$$12^{2x+4} = 1$$

$$12^{2x+4} = 12^0$$

$$2x+4=0$$

$$2x=-4$$

$$x=-2$$

$$p) \quad 9^{x^2+1} = 3\sqrt{3} \quad \text{-----}$$

$$(3^2)^{x^2+1} = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

$$3^{-2x^2+2} = 3^{1+\frac{1}{2}}$$

$$-2x^2+2=1,5$$

$$2x^2-2+1,5=0$$

$$2x^2-0,5=0$$

$$4x^2-1=0$$

$$(2x+1)(2x-1)=0$$

$$x=-\frac{1}{2} \text{ ó } x=\frac{1}{2}$$

$$q) \quad \left[(\sqrt{2})^x \right]^{x+3} = 0,5 \quad \text{-----}$$

$$\left[\left(2^{\frac{1}{2}} \right)^x \right]^{x+3} = \frac{1}{2}$$

$$\left[2^{\frac{x}{2}} \right]^{x+3} = 2^{-1}$$

$$2^{\frac{x(x+3)}{2}} = 2^{-1}$$

$$\frac{x(x+3)}{2} = -1$$

$$x^2+3x=-2 \quad x^2+3x+2=0 \quad (x+2)(x+1)=0 \quad x=-2 \text{ ó } x=-1$$

r) $5^{2x} - 4 \cdot 5^x - 5 = 0$ Sustituyendo "a" -----
 $(5^x)^2 - 4 \cdot 5^x - 5 = 0$ $5^x = 5 \quad \text{ó} \quad 5^x = -1$
Haciendo $5^x = a$ $x = 1 \quad \uparrow \text{NS}$
 $a^2 - 4a - 5 = 0$
 $(a - 5)(a + 1) = 0$
 $a = 5 \quad \text{ó} \quad a = -1$

s) $3^{x+1} + 3^{x-2} = \frac{28}{9}$ -----
 $3 \cdot 3^x + \frac{3^x}{3^2} = \frac{28}{9}$
 $27 \cdot 3^x + 3^x = 28$
 $28 \cdot 3^x = 28$
 $3^x = 1$
 $3^x = 3^0$
 $x = 0$

t) $\log_2(2x+3) = 3^{\log_3 2}$ $2x+3 = 4$ -----
 $\log_2(2x+3) = 2$ $2x = 1$
 $2x+3 = 2^2$ $x = 0,5$

u) $\log_3(x+1) + \log_3(x+4) = \log_3(2+8x)$ $(x-2)(x-1) = 0$ -----
 $\log_3[(x+1)(x+4)] = \log_3(2+8x)$ $x = 2 \quad \text{ó} \quad x = 1$
 $x^2 + 5x + 4 = 2 + 8x$
 $x^2 - 3x + 2 = 0$

v) $\log_3(x-1) + \log_3(2x+1) - 2\log_9(x-3) = 3$ $2x^2 - x - 1 = 27x - 81$
 $\log_3[(x-1)(2x+1)] - 2\log_3(x-3) = 3$ $2x^2 - 28x + 80 = 0$
 $\log_3(2x^2 - x - 1) - 2\frac{1}{2}\log_3(x-3) = 3$ $x^2 - 14x + 40 = 0$
 $\log_3 \frac{2x^2 - x - 1}{x-3} = 3$ $(x-4)(x-10) = 0$
 $\frac{2x^2 - x - 1}{x-3} = 3^3$ $x = 4 \quad \text{ó} \quad x = 10$
 $2x^2 - x - 1 = 27(x-3)$

Ejercicio # 2:

Dadas las siguientes ecuaciones:

I -Identifíquelas.

II-Resuélvelas y describa su algoritmo de solución, así como las propiedades aplicadas.

a) $z - 2(1 - 3z) = 6 + 3(1 - z)$ R/ $z = 1, 1$

b) $(x+1)(x-1) - (x+6)^2 = 1,5$ R/ $x = -3, 2$

c) $15x = 3(2 - 3x^2)$ R/ $x = 1/3$ ó $x = -2$

d) $(x+2)^2 = 2x(x+2) + 3$ R/ $x = -2$ ó $x = 2$

e) $\frac{7}{x+1} + \frac{5}{x-3} = \frac{20}{x^2 - 4x + 3}$ R/ el vacío.

f) $\frac{2}{x^2 - x - 2} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{8}{x^2 - 1}$ R/ $x = 3$

g) $\sqrt{x^2 - 7} + 1 = x$ R/ $x = 4$

h) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-6} = 2$ R/ el vacío.

i) $\cos 2x = \cos^2 x$ R/ $x = k\pi ; k \in \mathbb{Z}$

j) $6\cos x + 4\sin^2 x = 2$ para $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ R/ $x = 0$ ó $x = \frac{\pi}{3}$

k) $2^{x-2} = \frac{16}{2^{x-4}}$ R/ $x = 5$

l) $\frac{x^2}{4 \cdot 2} : 4 = \sqrt[5]{32^x}$ R/ $x = -1$ ó $x = 2$

m) $\log_3(2x+1) - 2\log_9(x-1) - 1 = 0$ R/ $x = 4$

n) $\log_2(x^2 + 2x - 7) - \log_2(x-1) = 5^{\log_5 2}$ R/ $x = 3$

Ejercicio # 3:

Dadas las soluciones de las siguientes ecuaciones, coloque en los rectángulos en blanco del esquema, la identificación de la ecuación, los algoritmo de trabajo, propiedades y definiciones aplicadas, etc(ver Memento página 59). El inciso "a" a modo de ejemplo:

a) $2^{2x+1} \cdot 4^{5x-2} = 1$

$$2^{2x+1} \cdot (2^2)^{5x-2} = 2^0$$

$$2^{2x+1} \cdot 2^{10x-4} = 2^0$$

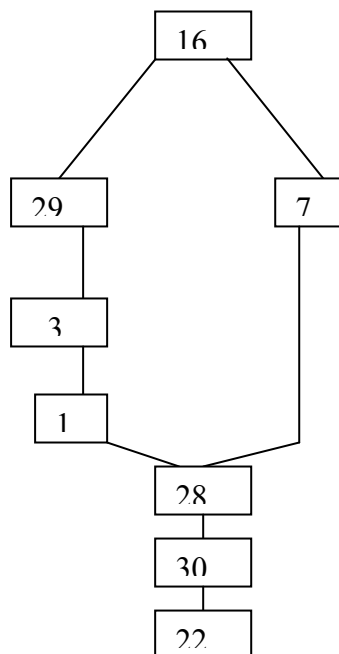
$$2^{2x+1+10x-4} = 2^0$$

$$12x - 3 = 0$$

$$12x = 3$$

$$x = \frac{3}{12}$$

$$x = 0,25$$



b)

$$9^{x^2} = \frac{3^{x+2}}{27}$$

$$\left(3^2\right)^{x^2}=\frac{3^{x+2}}{3^3}$$

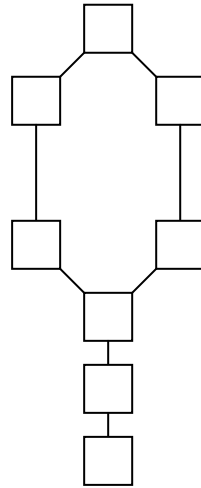
$$3^{2x^2} = 3^{x+2-3}$$

$$2x^2 = x+2-3$$

$$2x^2 - x + 1 = 0$$

$$(2x+1)(x-1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ ó } x = 1$$



c)

$$5 \cdot 25^x = \frac{5^{4,5}}{\sqrt{5}}$$

$$5 \cdot (5^2)^{\frac{3}{x}} = \frac{5^{4,5}}{5^{0,5}}$$

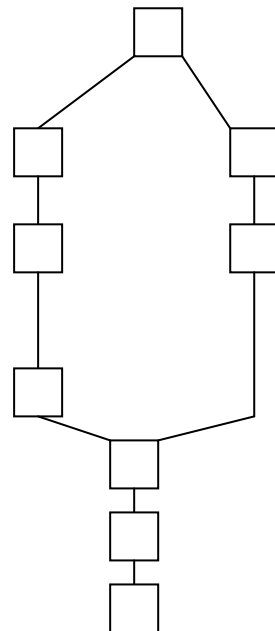
$$5 \cdot 5^x = 5^{4,5-0,5}$$

$$5^{1+\frac{6}{x}} = 5^4$$

$$1 + \frac{6}{x} = 4$$

$$x+6=4x$$

$$x = 2$$



$$d) \quad 7^{\sqrt{x+5}} \cdot \sqrt{49} = 7^x$$

$$7^{\sqrt{x+5}} \cdot 7 = 7^x$$

$$7^{\sqrt{x+5}+1} = 7^x$$

$$\sqrt{x+5} = x-1$$

$$(\sqrt{x+5})^2 = (x-1)^2$$

$$x+5 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x = 4 \text{ ó } x = -1$$

$$e) \quad 2^{\text{sen}x} = 4^{\frac{\text{sen}2x}{2}}, x \in [0; 2\pi)$$

$$2^{\text{sen}x} = \left(2^2\right)^{\frac{\text{sen}2x}{2}}$$

$$2^{\text{sen}x} = 2^{\frac{2 \cdot \text{sen}2x}{2}}$$

$$\text{sen}x = \text{sen}2x$$

$$2\text{sen}x \cos x - \text{sen}x = 0$$

$$\text{sen}x(2\cos x - 1) = 0$$

$$\text{sen}x = 0 \text{ ó } \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = 0, x = \pi \quad I_c: x = \frac{\pi}{3}, \quad II_c: 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$f) \quad \frac{6^{\cos 2x}}{36^{\text{sen}x}} = \frac{1}{6^{\cos^2 x + 3}}$$

$$\frac{6^{\cos 2x}}{(6^2)^{\text{sen}x}} = 6^{-\left(\cos^2 x + 3\right)}$$

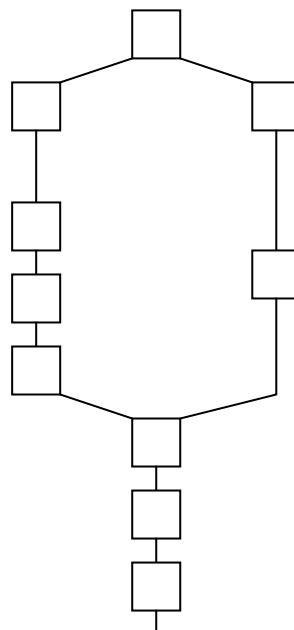
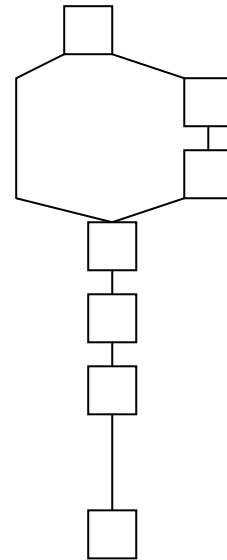
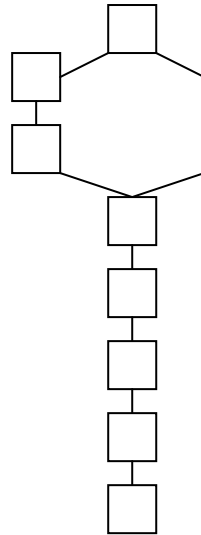
$$\frac{6^{\cos 2x}}{6^{2\text{sen}x}} = 6^{-\cos^2 x - 3}$$

$$6^{\cos 2x - 2\text{sen}x} = 6^{-\cos^2 x - 3}$$

$$1 - 2\text{sen}^2 x - 2\text{sen}x = -\left(1 - \text{sen}^2 x\right) - 3$$

$$1 - 2\text{sen}^2 x - 2\text{sen}x = -1 + \text{sen}^2 x - 3$$

$$3\text{sen}^2 x + 2\text{sen}x - 5 = 0$$



$$(3\operatorname{sen}x + 5)(\operatorname{sen}x - 1) = 0$$

$$\operatorname{sen}x = -\frac{5}{3} \text{ ó } \operatorname{sen}x = 1$$

$$\text{NS} \quad x = \frac{\Pi}{2} + 2k\Pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{g)} \quad 3^{\log_2(x+1)} \cdot 5^{\log_5 9} = (\sqrt{3})^{\log \sqrt{2} 3}$$

$$3^{\log_2(x+1)} \cdot 9 = (3^{0,5})^{\log_{2,5} 3}$$

$$3^{\log_2(x+1)} \cdot 3^2 = 3^{0,5 \cdot 2 \log_2 3}$$

$$3^{\log_2(x+1)+2} = 3^{\log_2 3}$$

$$\log_2(x+1) + \log_2 4 = \log_2 3$$

$$\log_2(4[x+1]) = \log_2 3$$

$$4x + 4 = 3$$

$$4x = -1$$

$$x = -0,25$$

$$\text{h)} \quad 3^{2x} - 8 \cdot 3^x = 9$$

$$(3^x)^2 - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$$

$$\text{Haciendo } 3^x = a$$

$$a^2 - 8a - 9 = 0$$

$$(a-9)(a+1) = 0$$

$$a = 9 \text{ ó } a = -1$$

Sustituyendo "a"

$$3^x = 9 \text{ ó } 3^x = -1$$

$$3^x = 3^2 \quad \text{NS}$$

$$x = 2$$

$$\text{i)} \quad 4^x + 2 = 3 \cdot 2^x$$

$$(2^2)^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$$

$$(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$$

$$\text{Haciendo } 2^x = a$$

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

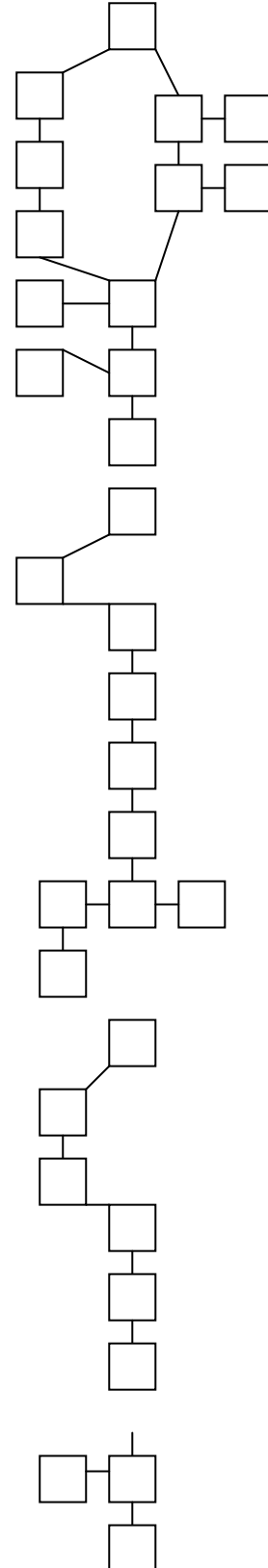
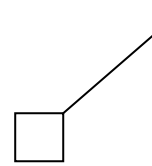
$$(a-1)(a-2) = 0$$

$$a = 1 \text{ ó } a = 2$$

Sustituyendo "a"

$$2^x = 1 \text{ ó } 2^x = 2$$

$$2^x = 2^0, \quad x = 0 \quad x = 1$$



j) $4^{2\sin x} + 2^{2\sin x + 1} = 24$

$$(2^2)^{2senx} + 2^{2senx}.2 = 24$$

$$\left(2^{2\text{sen}x}\right)^2 + 2.2^{2\text{sen}x} - 24 = 0$$

Haciendo $2^{2\text{sen}x} = a$

$$a^2 + 2a - 24 = 0$$

$$(a + 6)(a - 4) = 0$$

$$a = -6 \text{ ó } a = 4$$

Sustituyendo "a"

$$2^{2\text{senx}} = -6 \text{ ó } 2^{2\text{senx}} = 4$$

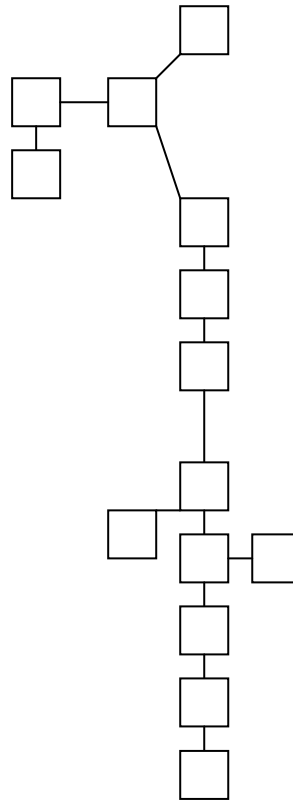
↑

$$NS \quad 2^{2\text{senx}} = 2^2$$

$$2\operatorname{sen} x = 2$$

$$\text{sen} x = 1$$

$$x = \frac{\Pi}{2} + 2k\Pi; k \in \mathbb{Z}$$



MEMENTO:

Potencias : $a \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1; b \in \mathbb{R}, b > 0; s, r \in \mathbb{Z}$.

$$1) a^r \cdot a^s = a^{r+s} \qquad 4) a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r \qquad 7) a^0 = 1$$

$$2) a^r : a^s = \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s} \qquad 5) a^r : b^r = \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b} \right)^r$$

$$3) \left(a^r \right)^s = \left(a^s \right)^r = a^{r \cdot s} \qquad 6) a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

Logaritmos : $a, b \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1, b > 0, c \in \mathbb{R}, c > 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, y \neq 0$.

$$8) \log_a b = x \text{ si y solo si } b = a^x \qquad 13) \log_a b^x = x \log_a b$$

$$9) \log_a a = 1 \qquad 14) \log_a y^b = \frac{1}{y} \log_a b ,$$

$$10) \log_a 1 = 0$$

$$15) \log_a b = \log_a c \text{ entonces } b = c$$

$$11) \log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$12) \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

Para identificar la ecuación:

16)Exponencial Lineal 17)Exponencial Cuadrática 18)Exponencial Fraccionaria 19)Exponencial Radical 20)Exponencial Trigonométrica

21)Exponencial Logarítmica.

22)Algoritmo de Trabajo.

23)NS porque $a^x > 0$.

24)NS porque $-1 \leq \sin x \leq 1$ o $-1 \leq \cos x \leq 1$.

25)Fórmulas de reducción.

26)Cambio de variable.

27)

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, m, n \in \mathbb{Z}, n > 0, a > 0, a \in \mathbb{R}$$

28) Si $a^x = a^y$ entonces $x = y, y \in \mathbb{R}$

29) $a.a.a... = a^N$

30)Ecuación Lineal. 31)Ecuación Cuadrática 32)Ecuación Fraccionaria

33)Ecuación Radical. 35)Ecuación Logarítmica.34)Ecuación Trigonométrica.

Subsistema II: Se presentarán dos tipos de ejercicios, en el primero las ecuaciones exponenciales están resueltas pero sin un orden lógico para que sean ordenadas según su algoritmo de trabajo. En el segundo ejercicio las ecuaciones exponenciales compuestas están parcialmente resueltas y se tiene que completar los espacios en blanco; en ambos casos se elaborarán esquemas donde se plasme las propiedades y definiciones aplicadas, comenzando siempre con la identificación de las ecuaciones.

Objetivos: Identificar las ecuaciones exponenciales compuestas así como sus algoritmos de trabajo, propiedades y definiciones aplicadas. Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

Contenido: Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

Metodología empleada: El primer ejercicio propuesto se realizará en elaboración conjunta y el segundo para trabajar de forma independiente, en cada caso se analizarán en la revisión las diferentes vías de solución.

Formas de control: Se aplicarán en clases prácticas, seminarios, encuentros de conocimientos, evaluaciones sistemáticas y trabajos de controles parciales.

Actividades a desarrollar: Ejercicio #1:

I- Dar un orden lógico a los pasos de solución de los ejercicios.

II- Elabore un esquema similar al ejercicio tres del **sistema I** donde identifique las ecuaciones y coloques las propiedades, teoremas, algoritmos aplicados, ver el memento, página 59.

$$36^{x-1} = 216 \cdot \sqrt[3]{6} \quad \left\{ \begin{array}{l} 6x = 16 \\ 6^{2x-2} = 6^{\frac{10}{3}} \\ x = \frac{16}{6} \\ \left(6^2\right)^{x-1} = 6^3 \cdot 6^{\frac{1}{3}} \\ 6x - 6 = 0 \\ 6^{2x-2} = 6^{3+\frac{1}{3}} \end{array} \right.$$

$$b) \quad 25^x \cdot 5^{\frac{1}{3}} = \frac{125^x}{\sqrt[3]{25}} \quad \left\{ \begin{array}{l} (3x + 1)(x - 1) = 0 \\ 6x + 1 = 9x^2 - 2 \\ 5^{2x + \frac{1}{3}} = \frac{5^{3x^2}}{5^{\frac{2}{3}}} \\ 9x^2 - 6x - 3 = 0 \\ 5^{2x + \frac{1}{3}} = 5^{3x^2 - \frac{2}{3}} \\ x = -\frac{1}{3} \text{ ó } x = 1 \\ (5^2)^{5^{\frac{1}{3}}} = \frac{(5^3)^{x^2}}{(5^2)^{\frac{1}{3}}} \end{array} \right.$$

$$c) \quad \frac{1}{2} \cdot 4^{\frac{1}{x+1}} = \sqrt[3]{8} \cdot 2^{-\frac{1}{x}} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2x^2 - x - 1 = 0 \\ 2^{-1} \cdot 2^{\frac{2}{x+1}} = 2 \cdot 2^{-\frac{1}{x}} \\ x = -0,5 \text{ ó } x = 1 \leftarrow \text{NS} \\ \frac{2}{x+1} - 1 = 1 - \frac{1}{x} \\ 2^{\frac{2}{x+1} - 1} = 2^{1 - \frac{1}{x}} \\ (2x + 1)(x - 1) = 0 \\ 2x - x(x + 1) = x(x + 1) - (x + 1) \\ 2^{-1} \cdot (2^2)^{\frac{1}{x}} = 2 \cdot 2^{-\frac{1}{x}} \\ 2x - x^2 - x = x^2 + x - x - 1 \end{array} \right.$$

$$d) \quad 2^{\sqrt{x+5}} = \frac{4^{0,5x}}{2^7} \quad \left\{ \begin{array}{l} (\sqrt{x+5})^2 = (x-7)^2 \\ x^2 - 15x + 44 = 0 \\ 2^{\sqrt{x+5}} = 2^{x-7} \\ (x-4)(x-11) = 0 \\ x+5 = x^2 - 14x + 99 \\ x = 11 \text{ ó } x = 4 \leftarrow \text{NS} \end{array} \right.$$

II-Completa los cuadrados(ver Memento, página 59).

a) $2^{3x-1} = \frac{4^{x+6}}{8}$

$2^{3x-1} = \frac{(\underline{\quad})^{x+6}}{(\underline{\quad})^3}$

$2^{3x-1} = \frac{2^{\underline{\quad\quad\quad}}}{(\underline{\quad})^3}$

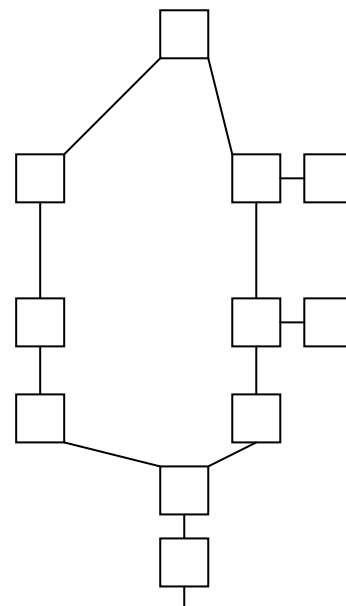
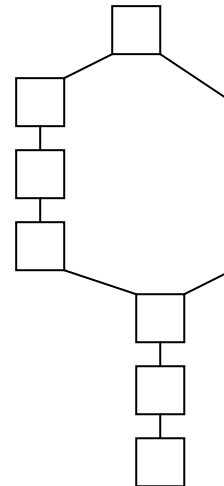
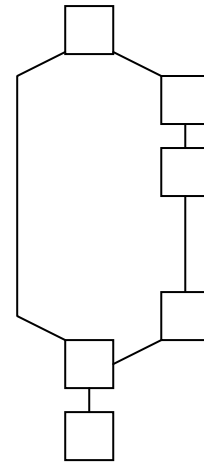
$2^{3x-1} = 2^{\underline{\quad\quad\quad\quad\quad}} \cdot 2^{-3}$

$3x - 1 = \underline{\quad\quad\quad}$

$x = 4$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & \frac{4^{x^2}}{4^{2x}} = 2^{x-2} \\ & 4^{\text{-----}} = 2^{x-2} \\ & (\text{---})^{\text{---}} = 2^{x-2} \\ & 2^{\text{-----}} = 2^{x-2} \\ & \text{-----} = x-2 \\ & \text{-----} = 0 \\ & (2x-1)(\text{---}) = 0 \\ & x = \text{---} \quad \text{ó} \quad x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \frac{5^{\frac{1}{x+1}}}{25^{0,5}} &= 125^{\frac{1}{x}} \cdot (\sqrt{5})^{-1} \\ \frac{5^{\frac{1}{x+1}}}{(\quad)^{0,5}} &= (\quad)^{\frac{1}{x}} \cdot (\quad)^{-1} \\ \frac{5^{\frac{1}{x}}}{5} &= 5^{\quad} \cdot 5^{\quad} \\ 5^{\frac{1}{x} - \quad} &= 5^{\quad} \\ \underline{\quad} &= \frac{3}{x} - \frac{1}{2} \end{aligned}$$



$$2x - 2x(x+1) = 6(x+1) - \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 6x + 6 - x^2 - x$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$(x+2)(\underline{\hspace{1cm}}) = 0$$

$$x = \underline{\hspace{1cm}} \text{ ó } x = -3$$

$$d) \quad (0,25)^{-\frac{\cos 2x}{2}} = \frac{8}{32^{\text{sen}x}}$$

$$(\underline{\hspace{1cm}})^{-\frac{\cos 2x}{2}} = \frac{(\underline{\hspace{1cm}})^3}{(\underline{\hspace{1cm}})^{\text{sen}x}}$$

$$(2^{\text{---}})^{-\frac{\cos 2x}{2}} = \frac{(\underline{\hspace{1cm}})^3}{2^{\text{---}}}$$

$$2^{\text{-----}} = 2^{3^{\text{-----}}}$$

$$\cos 2x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 3 - 5\text{sen}x$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$(2\text{sen}x - 1)(\underline{\hspace{1cm}}) = 0$$

$$\text{sen}x = \underline{\hspace{1cm}} \text{ ó } \text{sen}x = 2$$

$$I_c : \underline{\hspace{2cm}} \quad \uparrow \text{NS}$$

$$II_c : \underline{\hspace{2cm}}$$

$$e) \quad 16.4^{\frac{\sqrt{2x+3}}{2}} = \frac{2^x}{4}$$

$$2^{\text{---}} \cdot (\underline{\hspace{1cm}})^{\frac{\sqrt{2x+3}}{2}} = \frac{2^x}{(\underline{\hspace{1cm}})^2}$$

$$2^{\text{---}} \cdot 2^{\text{---}} = 2^{x-2}$$

$$2^{4+\text{-----}} = 2^{x-2}$$

$$(\sqrt{2x+3})^2 = (\underline{\hspace{1cm}})^{\text{---}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = x^2 - 12x + 36$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

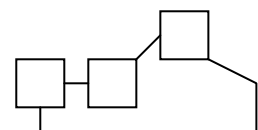
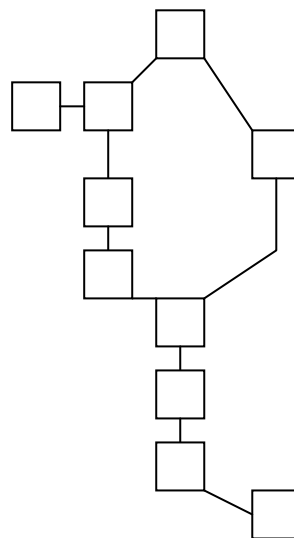
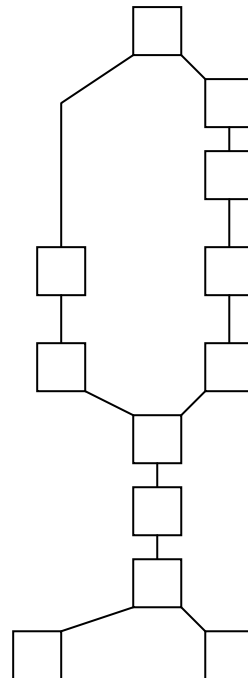
$$(x-11)(\underline{\hspace{1cm}}) = 0$$

$$x = \underline{\hspace{1cm}} \text{ ó } x = 3$$

$$\uparrow \text{NS}$$

$$f) \quad 5^{\log_2(x-0,75)} \cdot 25^{\log_4(4x)} = \log_7 7,$$

$$5^{\log_2(x-0,75)} \cdot (\underline{\hspace{1cm}})^{\log_2 \text{---}(4x)} = 1$$



$$5^{\log_2(x-0,75)} \cdot 5^{2-\log_2(4x)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$5^{\log_2(x-0,75)+\underline{\hspace{2cm}}} = 5^0$$

$$\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$\log_2[4x(\underline{\hspace{2cm}})] = 0$$

$$4x^2 - 3x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$(4x+1)(\underline{\hspace{2cm}}) = 0$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ó } x = 1$$

↑ NS

g)

$$7^{2x} + 5 \cdot 7^x = 6$$

$$(\underline{\hspace{2cm}})^2 + 5 \cdot 7^x - \underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$\text{Haciendo } \underline{\hspace{2cm}} = a$$

$$a^2 + 5 \cdot \underline{\hspace{2cm}} - 6 = 0$$

$$(a+6)(\underline{\hspace{2cm}}) = 0$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ó } a = 1$$

$$\text{Sustituyendo } a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7^x = -6 \text{ ó } \underline{\hspace{2cm}} = 1$$

$$\uparrow \text{ NS } \quad 7^x = (\underline{\hspace{2cm}})^0$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

h)

$$2^{x+1} + 4^{x-1} = 2,25$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \cdot 2^x + \frac{(\underline{\hspace{2cm}})^x}{4} = 2,25$$

$$8 \cdot \underline{\hspace{2cm}} + 4^{\underline{\hspace{2cm}}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(2^{\underline{\hspace{2cm}}})^2 + 8 \cdot (\underline{\hspace{2cm}})^x - \underline{\hspace{2cm}} = 0$$

$$\text{Haciendo } \underline{\hspace{2cm}} = a$$

$$a^2 + 8 \underline{\hspace{2cm}} - 9 = 0$$

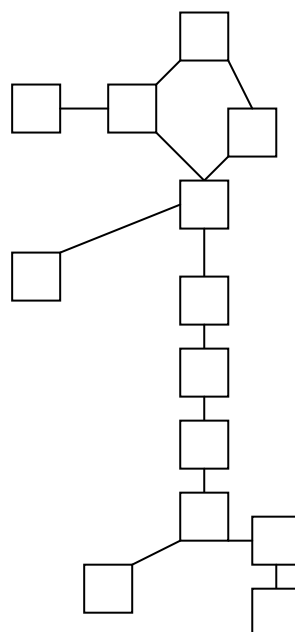
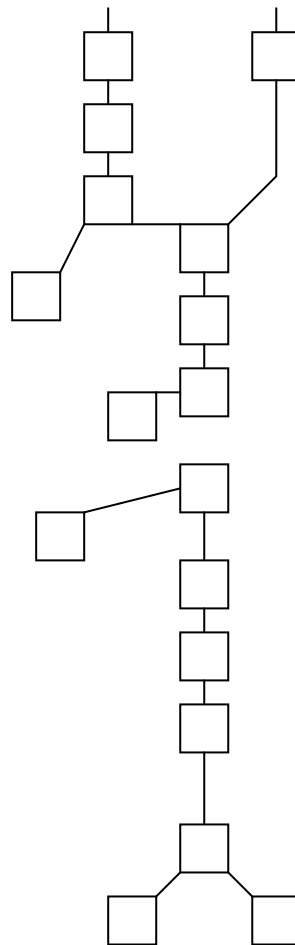
$$(a+9)(\underline{\hspace{2cm}}) = 0$$

$$a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ó } a = 1$$

$$\text{Sustituyendo } a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2^x = -9 \quad 2^x = 2^{\underline{\hspace{2cm}}}$$

$$\uparrow \text{ NS } \quad x = \underline{\hspace{2cm}}$$



Subsistema III: Se presentarán ejercicios que transitan por los tres niveles de desempeño para resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

Objetivos: Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

Contenido: Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

Metodología empleada: Los ejercicios propuestos se realizarán de forma independiente y en la revisión se analizarán las diferentes vías de solución y las propiedades aplicadas.

Forma de control: Se aplicarán en clases prácticas, seminarios, encuentros de conocimientos, evaluaciones sistemáticas y trabajos de controles parciales.

Actividades a desarrollar:

1-I) Resuelve las siguientes ecuaciones. Enumere las propiedades y definiciones aplicadas.

$$a) \quad 4 \cdot 2^{x+3} = 0,5 \quad R/ x = -6$$

$$b) \quad \frac{25^{x-4}}{5^{3x-1}} = 125 \cdot \sqrt{5} \quad R/ x = -\frac{21}{2}$$

$$c) \quad \frac{[3^{(x+1)}]^{(x-1)}}{3^{(x+6)^2}} = \sqrt{27} \quad R/ x = -3,21$$

$$d) \quad 6^{x^2} \cdot 36^{x-2} = 6^{2x} \quad R/ x = \pm 2$$

$$e) \quad \frac{7^{x(x+5)}}{49^x} = 7^{5x} \cdot 343 \quad R/ x = 3 \text{ ó } x = -1$$

$$f) \quad \frac{(\sqrt{2})^{4x} \cdot 4^{x+3}}{16} = 8 \cdot [2^{(x+3)}]^2 \quad R/ x = 1,5$$

$$g) \quad 5^{\frac{x^2+x-4}{x}} = 5 \quad R/ x = \pm 2$$

$$h) \quad 3^x \cdot 3^{\frac{49x}{x^2+2x}} = 27^4 \quad R/ x = 5$$

- i) $2^{\sqrt{x+6}} : 4 = 1$ $\mathbb{R} / x = 3$
- j) $5^{(x+5)^{0,5}} = \frac{25^{\frac{x}{2}}}{5^7}$ $\mathbb{R} / x = 4 \text{ ó } x = 11$
- k) $\frac{36^{\sqrt{x}}}{6} = 6^{\sqrt{2x+1}}$ $\mathbb{R} / x = 4$
- l) $\frac{1}{2} \cdot 4^{\cos x} = \frac{1}{2^{\sin^2 x}}, x \in [\pi; 2\pi]$ $\mathbb{R} / x = \frac{3\pi}{2}$
- m) $\sqrt{7} \cdot 49^{\frac{\cos 2x}{4}} = 7^{\cos x}$ $\mathbb{R} / \begin{cases} x = (2k+1)\frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$
- n) $\frac{[3^{\sin 2x}]^{\cos x}}{9^{0,5 \sin x \cos 2x}} = 1$ $\mathbb{R} / x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$
- ñ) $6^{\log_2(x+1)} \cdot \sqrt{36} = 2^{\log_2 6}$ $\mathbb{R} / x = 0$
- o) $3^{\log(x-2)} \cdot 9^{\log_{100}(x-3)} = 3^{\log 2}$ $\mathbb{R} / x = 4$
- p) $\frac{5^{\log \sqrt{2x^2+7x}}}{\sqrt{5}^{\log x}} = 25^{\log \sqrt{x+2}}$ $\mathbb{R} / x = 1$
- q) $6^{2x} - 4 \cdot 6^x = 5$ $\mathbb{R} / x = 0$
- r) $4^{x-1} + 2^{x-1} = 6$ $\mathbb{R} / x = 2$
- s) $4^{\frac{1}{2} + \log_4 \sqrt{x+2}} - 2^{\log_2 \sqrt{x+2}} = 3$ $\mathbb{R} / x = 7$

2.3.3. Conceptualización y operacionalización de la variable dependiente.

Variable dependiente: Contribuir al aprendizaje de la solución de las ecuaciones exponenciales compuestas en los alumnos del onceno grado de la Escuela Provincial de Velas " Marcelo Salado Lastra " de Caibarién.

Conceptualización de la variable: Ayudar a la enseñanza de las ecuaciones exponenciales compuestas en alumnos del onceno grado de la Escuela Provincial de Velas " Marcelo Salado Lastra " de Caibarién.

La variable dependiente será **operacionalizada** a través de la dimensión

Cognitiva: Determinación de los presupuestos teóricos sobre la solución de ecuaciones exponenciales compuestas y se evaluará a través de indicadores con categorías de MB (muy bien), B(bien), R(regular) y M(mal).

Indicadores

Identificar las ecuaciones.

Dominio de los algoritmos de solución de las ecuaciones.

Dominio de las propiedades de las potencias.

Dominio de las propiedades de los logaritmos.

Dominio de las definiciones, teoremas e identidades básicas trigonométricas.

Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

2.4 Evaluación de la propuesta por criterio de especialistas.

Para comprobar la efectividad de la propuesta del sistema de ejercicios para contribuir al aprendizaje de la solución de las ecuaciones exponenciales compuesta en los alumnos de la Escuela Provincial de Velas " Marcelo Salado Lastra " de Caibarién se valoró 1 profesor de la enseñanza politécnica, 1 de la enseñanza adulto, 1 de la secundaria básica y 7 de la enseñanza preuniversitaria de los municipios de Caibarién y Santa Clara.

El sistema de ejercicios para contribuir al aprendizaje en la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas fue sometido a 10 personas considerados especialistas por su experiencia en la Enseñanza Media Superior. Ellos tuvieron la composición siguiente:(**ver anexo 7**)

Cinco MSc en Ciencias Pedagógicas.

Cuatro profesores de Matemática con más de 15 años de experiencia en la enseñanza preuniversitaria uno de ellos responsable de la asignatura priorizada en el municipio.

Un profesor de matemática de secundaria básica.

Los indicadores solicitados en la valoración del sistema de ejercicios para contribuir al aprendizaje en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas (**ver anexo 8**) arrojaron los resultados siguientes:

1. El 89% de los especialistas respondieron que el sistema de ejercicios para contribuir al aprendizaje en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas es muy necesaria, mientras que el 11%, considera que es necesaria.

2. Todos plantearon que la propuesta está acorde con las necesidades determinadas, pues los resultados obtenidos coinciden con los resultados de los operativos de calidad, evaluaciones sistemáticas y controles parciales.

3. Estos consideran que la propuesta de ejercicios en cada uno de sus subsistema transita por los tres niveles de desempeño, asequible,

orientadora, posee los aspectos necesarios para desarrollar el pensamiento lógico, provoca la transformación en el aprendizaje y desarrollo del trabajo independiente de los alumnos.

4.-La propuesta del sistema de ejercicios está bien estructurada por etapas para su aplicación durante el curso escolar.

5.-Logra cumplir con los objetivos instructivos y formativos del bachiller al concluir el preuniversitario a partir de lo señalado en el Manual del Director.

6.-En el mismo, el alumno desarrolla las habilidades del pensamiento lógico y los prepara para la asimilación de contenidos superiores.

7.Los ejercicios tienen en cuenta el uso pertinente de las técnicas activas del pensamiento, estimulando sus diferentes procesos (análisis, síntesis, abstracción, generalización y comparación).

8.-Permiten dar un tratamiento óptimo a las diferencias individuales.

9.-Posen un adecuado nivel de profundización, exigiendo del alumno la reflexión constante acerca de los procedimientos fundamentales de trabajo para aplicarlos a nuevas situaciones.

10.-Propician el desarrollo de la creatividad.

11.-Se considera pertinente, renovadora y de necesaria aplicación en la práctica escolar.

12.-Se dieron algunas sugerencias que fueron incorporadas para el mejor funcionamiento del sistema.

Por tanto la propuesta fue avalada por el grupo de especialista de manera satisfactoria por lo cual se procedió a su aplicación práctica.

La relación entre el sistema de ejercicios y su efectividad debe manifestarse a través de la dimensión cognitiva cuyo indicador está

relacionado con la calidad de los resultados del aprendizaje de los alumnos.

2.4.1 Proyección de la intervención práctica.

Este sistema se comenzó a validar siguiendo la proyección de la intervención práctica elaborada, teniendo en cuenta el diseño preexperimental.

Acciones	Fecha de Cumplimiento
Actualización del diagnóstico.	Septiembre
Aplicación del subsistema 1.	Octubre-Noviembre
Aplicación del subsistema 2.	Diciembre
Aplicación del subsistema 3.	Enero
Consolidar el trabajo.	Febrero
Promover en matutinos, murales y días de la asignatura.	Mensual.

El trabajo con la colección de ejercicios se inició a partir de la semana 2 del curso escolar y se extendió hasta la semana 25. El contenido que se presenta en la propuesta de ejercicios ya ha sido trabajado en 10^{mo} grado lo cual hizo posible aplicar el diagnóstico desde el mismo inicio del curso escolar luego se fueron introduciendo los ejercicios a través de tareas de mantenimiento, tareas extraclases hasta comenzar la unidad de ecuaciones exponenciales, que se inicia con un repaso de las propiedades de las potencias y luego continúa con la solución de las ecuación exponenciales sencillas donde este contenido se aplica constantemente.

El resto de los ejercicios se fueron proponiendo en la medida en que se trabajaron los diferentes contenidos de acuerdo a la dosificación del programa de la asignatura.

Ellos se utilizaron de acuerdo a las necesidades, en diferentes tipos de clases y momentos de ellas. Se vincularon con los del libro de texto, vídeo clases, el software Eureka y el folleto de ejercicios ¿Cómo estas en Matemática? como un complemento.

Después de haber aplicado el sistema de ejercicios se comprobó, mediante diferentes cortes evaluativos que los alumnos habían progresado, se aplicaron evaluaciones según el subsistema trabajado, para garantizar su efectividad se tomó en cuenta el diagnóstico integral de los alumnos, los ejercicios se utilizaron en las diferentes formas de organización del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y en cualquiera de sus momentos, según las necesidades de los alumnos.

En la Instrumentación de las actividades propuestas para la solución de ecuaciones exponenciales compuestas, se aplicó el preexperimento realizando, los mismos instrumentos y técnicas investigativas aplicadas anteriormente (Inicial), por lo que se obtuvieron resultados que sirvieron para constatar los avances deseados.

Se aplicó la encuesta final a los alumnos (postest) (ver anexo 9) obteniéndose los resultados siguientes:

Al responder la pregunta uno , acerca de la motivación para resolver ejercicios sobre solución de ecuaciones exponenciales compuestas 12 alumnos, el 80% manifestó estar motivado siempre y el 6,67%, un alumno, dijo estar motivado casi siempre, entre estas dos categorías tenemos un 86,67% mientras que en la encuesta inicial solo se obtuvo un 33,33%,demostrando que después de aplicada la propuesta se elevó la motivación de los alumnos en un 53,34%; analizando el resto de las respuestas 1 alumno planteó estar motivado a veces y un solo alumno refirió que nunca, que ambas representan un 13,33% y en la encuesta inicial estas dos categorías eran de un 66,67%.

En la pregunta número dos, referente a si podían trabajar independientemente en las vídeo clases y telé clases, 12 alumnos, el 66,67% emitió que siempre resuelven los ejercicios; el 6,67% (un alumno) lo hace casi siempre para un total de 13 alumnos es decir el 86,67% en estos dos indicador de manera positiva mostrando una diferencia de un 60,01% con respecto a la encuesta inicial, 1 alumno planteó resolver a veces los ejercicios y uno dijo no resolverlos

nunca, lo que contrasta con la encuesta inicial, que en estos dos indicadores fue de un 73,33% .

Al realizar el análisis de la tercera pregunta referida a cuáles son las causas que más inciden para la falta de motivación, la encuesta inicial arrojó un 73,33% de alumnos manifestaron no tener dominio del contenido para poder resolver las ecuaciones exponenciales compuestas, en la encuesta final esa cifra disminuyó hasta un 50,33%, pues solo 3 alumnos declararon esa dificultad, que es el 20%; otro de los argumentos planteados se refería a que no tenían por donde estudiar, ahora solo 3 alumnos plantearon esa dificultad, y dentro de las explicaciones que emitieron fue que podían utilizar otro tipo de bibliografía además del sistema de ejercicio ; dos alumno refirieron que los ejercicios no fueron diferenciados, que contrasta con los 11 iniciales.

Entre los elementos de mayores dificultades, que aún perduran, están:

Aplicación de algoritmos de solución, 2 alumnos(13.33%).

Aplicación de las propiedades de las potencias y logarítmicas, así como teoremas, definiciones e identidades trigonométricas, 3 alumnos(20%).

Resolver ecuaciones exponenciales compuestas, 2 alumnos que están en las categorías de R(regular) y M(mal)(el 13.33%).

Prueba pedagógica Final

Con la aplicación de la prueba pedagógica final se pudo constatar que se avanzó en cada uno de los indicadores (**ver anexo 10**), pero aún se debe continuar trabajando.

La prueba pedagógica final (postest) se confeccionó de modo que estuvieran presentes todos los indicadores que se habían presentado al inicio.

En cuanto a la identificación de las ecuaciones el 100% de los alumnos obtuvo MB, en la prueba inicial 5 lo hacían correctamente, en aplicar el algoritmo de solución de las ecuaciones 10 obtuvieron MB y 3 fueron catalogados de B, estos dos indicadores representan el 86,67% de la muestra, mientras que en la prueba inicial solo 5 alumnos están en este rango que representa un 33,33%; un alumno permaneció regular y otro mal que representan ambos el 6,67% que contrasta con el 66,67% de la prueba inicial.

Para el análisis del dominio de las propiedades de las potencias los resultados se comportaron de manera que sigue:

MB: 8 alumnos para un 53,33%; B: 5 alumnos para un 33,33%; R: 1 alumno para un 6,67% y M un alumno para un 6,67%. Si se comparan estos resultados con la prueba pedagógica inicial se puede ver el notable avance que existe entre una y otra pues en el pretest con evaluación de MB y B solo existían 6 alumnos y actualmente hay 13 alumnos para un 46.67% por encima.

El cuarto indicador relacionado con el dominio de las propiedades de logaritmos también progresó en un 46,67% entre los alumnos evaluados de MB y B, están evaluados de MB 10 alumnos el 66,67% y B, 3 alumnos, el 20%, regular 1 alumnos, el 6,67% y mal 1 alumno que representa el 6,67%.

Cuando se comenzó a tabular el indicador número cinco relacionado con el dominio de los teoremas, definiciones e identidades trigonométricas se pudo apreciar el ascenso entre el pretest y el postest pues inicialmente existían 4 alumnos evaluados de MB y en la final existen 9 alumnos para un 33,34% de incremento; con la evaluación de B hay 4 alumnos, superior en un 13,33% pues en la anterior fue de un 13,33%, con regular se tienen 1 alumnos y mal 1, lo que demuestra una disminución del 26,67%, pues en el pretest había un 60% entre R y M.

Con respecto al sexto indicador en el postest 11 alumnos (73,33%) se evaluaron de MB, de B el 13,33%, es decir 13 alumnos para un 86,67% entre estas dos categorías, de regular 1 alumno (6,67%) y de mal 1 alumno el 6,67%. Podemos observar una disminución entre los evaluados de regular y mal en el pretest y en el postest de un 60%.

Los resultados analizados aquí corroboran que la aplicación en la práctica del sistema de ejercicios para contribuir al aprendizaje en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas, contribuye a la motivación, elevar progresivamente el nivel cognitivo de los alumnos y desarrolla la independencia cognoscitiva, además de la perseverancia, la laboriosidad y la responsabilidad; también se verifica que los cambios producidos son altamente significativos, con lo cual se garantiza la validez de la propuesta.

En el **anexo 11** aparece una comparación entre la prueba pedagógica inicial (pretest) y la prueba pedagógica final (postest) representadas en gráficas de barras.

En el **anexo 12** aparecen ejercicios que fueron utilizados para el trabajo con los alumnos aventajados.

Conclusiones

Después de haber analizado los resultados cualitativos de la investigación podemos llegar a las siguientes conclusiones:

- 1) Los presupuestos teóricos-metodológicos fundamentados están dados a partir del análisis de las diferentes fuentes bibliográficas que sustentan la propuesta elaborada, ya que exponen los criterios filosóficos y pedagógicos a tener en cuenta, así como la importancia del tratamiento de las ecuaciones exponenciales compuestas en los estudiantes de oncenso grado del nivel medio superior, siendo esta una de las principales dificultades que presenta la enseñanza de la Matemática.
- 2) Los estudiantes de oncenso grado tienen dificultades a la hora de resolver los distintos tipos de ecuaciones por carecer de procedimientos y una motivación adecuada para enfrentar el estudio de la Matemática; además los profesores generales integrales también las tienen en su mayoría, lo que fue constatado con la aplicación del diagnóstico. Detectamos esta problemática a partir de la aplicación de entrevistas, observación y prueba pedagógica.
- 3) Se elaboró una propuesta metodológica de cómo se concibió el sistema de ejercicios, el cual es novedoso, encaminado a resolver las carencias que presentan los estudiantes de oncenso grado, en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas donde se tiene en cuenta las motivaciones e intereses de los mismos, contribuyendo a disminuir en gran medida a las dificultades detectadas en este contenido constatándose que el sistema aplicado cumplió los objetivos propuestos, pues llevo a los alumnos a un nuevo estadio.
- 4) ***Los especialistas consultados consideran que la propuesta es novedosa, asequible, orientadora y posee los aspectos necesarios para desarrollar el pensamiento lógico, además, plantean que está acorde con las necesidades determinadas en el diagnósticos y es necesaria para la transformación del aprendizaje y desarrollo del trabajo independiente de los alumnos.***

1-Aplicar el sistema de ejercicios a partir del curso 2009-2010 a los estudiantes de onceno grado de la Escuela Provincial de Velas Marcelo Salado Lastra, de Caibarién y proponer al Consejo de Dirección del centro, hacerlo extensivo al Departamento Docente de la ESPA Manuel Piti Fajardo de Santa Clara para su aplicación.

2-Continuar profundizando en la resolución de las ecuaciones exponenciales compuestas con más de un enlace.

Referencias Bibliográficas

(1)Castro Ruz, Fidel. Discurso del 9 de septiembre del 2002. Acto de inauguración de la Escuela experimental José Martí.

(2)Martí Pérez, José. Obras Completas, Tomo 3, 138pág.

(3)Colectivo de autores. Libro de texto de décimo grado. Editorial Pueblo y Educación.

(4)Colección de autores. Tendencias Iberoamericanas en la Educación Matemática. Año 2001.

(5)Castro Ruz, Fidel. Discurso del 28 de septiembre del 2000.

(6) Enqels, Federico: Naturaleza y Sociedad, p.91

(7)L. Vigotsky Cit., p. Ob. 57.

BIBLIOGRAFÍA

1. Álvarez de Zayas, Carlos M: Hacia una escuela de excelencia, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1996.
2. Arteaga Valdés, Eloy: El sistema de tareas para el trabajo independiente creativo de los alumnos en la enseñanza de la Matemática en el nivel Medio Superior. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. ISP "Félix Varela", Villa Clara, 2001.
3. Avalo Hernández, Jacinto. Folleto de ejercicios "¿Cómo estas en Matemática?".
4. Ballester, Sergio y otros: Metodología de la Enseñanza de la Matemática, T.1, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1992.
5. Brito Fernández, Héctor y Viviana González: Psicología general para los ISP, Tomo 1, Editorial Pueblo y Educación, Ministerio de Educación, 1987.
6. Campistrous Pérez, Luis y otros. Matemática Décimo Grado, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana, 1989.
7. Campistrous Pérez, Luis y otros. Matemática Onceno Grado, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana, 1990.
8. Carvajal, Kenelma y Roberto Jardinot: Hacia la transformación del bachillerato cubano. CD-ROM, Maestría en Ciencias de la Educación, Módulo I.
9. Castellanos Doris y otros: Aprender y enseñar en la escuela, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2002.
10. Castellanos Doris y otros: Para promover un aprendizaje desarrollador, Colección Proyectos, Centro de Estudios Educativos, ISPEJV, en Pedagogía a tu alcance, Colección Futuro, CD-ROM, INSTED, Santiago de Cuba, 2005.
11. Colección de autores. Tendencias Iberoamericanas en la Educación Matemática. Año 2001.
12. Colectivo de autores. Batallas de Ideas del Pueblo Cubano. La Habana. Editorial Verde Olivo. Pág. 39.
13. Colectivo de autores. Colección Futuro, Software Eureka.
14. Colectivo de autores. Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática III. Editorial Pueblo y Educación. Año 1985,

15. Colectivo de Autores. Cuaderno Complementario Matemática Octavo Grado, Editorial Pueblo y Educación, C. Habana,2005.
16. Colectivo de Autores. Cuaderno Complementario Matemática. Séptimo Grado, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana,2005.
17. Colectivo de autores. Documentos rectores del Ministerio de Educación para el trabajo Científico – Metodológico de Carácter Teórico – Práctico. La Habana. Editorial de libros para Educación. Año 1976. 173pág.
18. Colectivo de autores. Fundamentos de la investigación educativa, en Maestría en Ciencias de la Educación, Tabloide, segunda parte, Módulo II.
19. Colectivo de autores. Libro de texto de décimo grado. Editorial Pueblo y Educación.
20. Colectivo de autores. Libro de texto de duodécimo grado. Editorial Pueblo y Educación.
21. Colectivo de autores. Libro de texto de onceno grado. Editorial Pueblo y Educación.
22. Colectivo de autores. Materiales básico. Módulo II. Primera parte. Maestría en Ciencias de la Educación.
23. Colectivo de autores. Materiales básico. Módulo II. Segunda parte. Maestría en Ciencias dela Educación.
24. Colectivo de autores. Orientaciones Metodológicas de Matemática décimo grado.
25. Colectivo de autores. Orientaciones Metodológicas de Matemática duodécimo Grado. La Habana. Editorial Pueblo y Educación. Año 1979. 71pág.
26. Colectivo de autores. Orientaciones Metodológicas de Matemática onceno grado. La Habana. Edición Pueblo y Educación. Año 1991.
27. Colectivo de autores. Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana, 1984.
28. Colectivo de autores. Programa de Matemática 10mo. Grado. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana, 1989.
29. Colectivo de autores. Programa de Matemática 10mo. Grado. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana, 2004.
30. Colectivo de autores. Programa de Matemática 11no. Grado. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana,1990.

31. Colectivo de autores. Programa de Matemática 11no. Grado. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana, 2004.
32. Colectivo de autores. Programa de Matemática 12mo. Grado. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana, 1990.
33. Colectivo de autores. Programa de Matemática onceno grado, Ministerio de Educación, vigentes en el curso 2004 – 2005.
34. Colectivo de autores. Programa de Matemática. Noveno Grado. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana, 1991.
35. Colectivo de autores. Programa de Matemática. Octavo Grado. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana, 1990.
36. Colectivo de autores. Programa de Matemática. Séptimo Grado. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana, 1989.
37. Colectivo de autores. Quinto Seminario Nacional para Educadores. La Habana. Editorial Pueblo y Educación. Febrero del 2004. 2pág.
38. Colectivo de autores. Seminario Nacional a Dirigentes, Metodólogos e Inspectores de las Direcciones Provinciales y Municipales. Primera parte. La Habana. Editorial Pueblo y Educación. 1981. 212pág.
39. Colectivo de autores. Seminario Nacional para Educadores. Editorial Pueblo y Educación. Noviembre del 2004.
40. Colectivo de autores. Seminario Nacional para Educadores. Segunda Parte. Editorial Pueblo y Educación. Año 2001.
41. Colectivo de autores. Seminario Nacional para Educadores. Tercera Parte. Editorial Pueblo y Educación.
42. Colectivo de autores. Seminario Nacional para personal docente. Editorial Pueblo y Educación.
43. Danílov M. A.. El proceso de enseñanza en la escuela, Editorial de Libros para la Educación, La Habana, 1978.
44. Diccionario de la Real Academia de la Lengua Española, en Enciclopedia Encarta, 2008.
45. García Batista, Gilberto y otros. El trabajo independiente. Sus formas de realización. Editorial Pueblo y Educación, C. Habana, 2005.
46. INSTED. Eureka, Colección Futuro, CD-ROM, 2005.
47. INSTED. Pedagogía a tu alcance, Colección Futuro, CD-ROM, Santiago de Cuba, 2005.

48. Jandinot, L. R. y otros. Currículo para la formación integral y diferenciada del bachiller cubano. Proyecto Modelo de preuniversitario, en Pedagogía a tu alcance, Colección Futuro, CD-ROM, INSTED, Santiago de Cuba, 2005.
49. Jungk, Werner. Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática, primera parte, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1979.
50. Labarrere Reyes, Guillermina y G. Valdivia. Pedagogía, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1988.
51. López, Josefina y otros. Compendio de Pedagogía, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2002, en Pedagogía a tu alcance, Colección Futuro, CD-ROM, INSTED, Santiago de Cuba, 2005.
52. Márquez, Aleida. Modelo pedagógico para un aprendizaje de excelencia, Santiago de Cuba, 2001, en Pedagogía a tu alcance, Colección Futuro, CD-ROM, INSTED, Santiago de Cuba, 2005.
53. Martí, José. Obras Completas, Tomo 8. Editorial de Ciencias Sociales, C. Habana, 1975.
54. Ministerio de Educación. VI Seminario Nacional para Educadores. Tabloide. La Habana, 2005.
55. Miyares, Arturo y Miyares Escalona José. Matemática Segundo Curso, Editorial Pueblo y Educación. La Habana, 1962.
56. Muñoz Baños, Félix y otros. Complemento Matemática Décimo Grado, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana, 2005.
57. Muñoz Baños, Félix y otros. Matemática Noveno Grado, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana, 1991. o y Educación, Ciudad Habana, 2005.
58. Muñoz Baños, Félix y otros. Matemática Octavo Grado, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana, 1990.
59. Muñoz Baños, Félix y otros. Matemática Séptimo Grado, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana, 1989.
60. Paz Sardía, Antonio. Matemática Cuarto Curso, Editorial Pueblo y Educación. La Habana, 1973.
61. Paz Sardía, Antonio. Matemática Tercer Curso, Editorial Pedagogía. La Habana, 1966.
62. Resolución Ministerial. Invariantes que no deben dejar de evaluarse en las diferentes asignaturas de séptimo grado. Año 2003.
63. Ribnikov. K. Historias de las Matemáticas. Editorial Mir. Moscú.

64. Ríbnikov, K: Historiade las Matemáticas. Editorial Mir Moscú. 1991.
65. Rico Montero, Pilar y M. Silvestre: Proceso de enseñanza aprendizaje. Breve referencia al estado actual del problema, en Compendio de Pedagogía, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2002
66. Rico Montero, Pilar: Algunas características de la actividad del aprendizaje y del desarrollo intelectual de los alumnos, en Compendio de Pedagogía, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2002.
67. Rizo Cabrera ,Celia y otros. Matemática Duodécimo Grado Parte 2, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana, 1991.
68. Rizo Cabrera ,Celia y otros. Matemática Quinto Grado, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana,1989.
69. Rizo Cabrera ,Celia y otros. Matemática Sexto Grado, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad Habana,1990.
70. Rubistein, S. L.: El ser y la conciencia. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1986.
71. Santana De Armas, MSC Hilario. La evaluación del aprendizaje de la Matemática.
72. Santana De Armas, MSC Hilario. Las formas de trabajo y Pensamiento matemático en la enseñanza de la Matemática.
73. Silvestre, O. M. y J. Zilbestein: Hacia una didáctica desarrolladora, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2002.
74. Silvestre, O. M.: Aprendizaje, educación y desarrollo, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1990.
75. Videos clases correspondiente a Temas actuales de la política, la ideología, la ciencia, la tecnología y cultura II.

ANEXO: 1

Encuesta a Profesores:

Objetivo:

Constatar como se realiza el trabajo independiente en la solución de ecuaciones exponenciales compuestas.

Compañero profesor(a):

Con el objetivo de conocer como se realiza el trabajo independiente en las clases de ecuaciones exponenciales compuestas le presento este instrumento que nos permitirá conocer aspectos importante para desarrollar la Tesis de Maestría en Ciencias de la Educación, de la sinceridad de sus respuestas, depende en gran medida el logro de los objetivos propuestos, por lo que agradecemos la colaboración que nos pueda prestar

Muchas gracias.

Cuestionario:

1. ¿Trabaja en sus clases el método de trabajo independiente?
_____ si _____no _____ a veces
2. De las opciones que te ofrecemos a continuación ¿cuál es el tipo de trabajo independiente que más utilizas?
____ reproducción ____ heurístico ____ creación
3. ¿Qué medios de enseñanza prefieren utilizar en tus clases?
____ Tradicionales ____ audiovisuales ____ computación
4. ¿Crees que existe un aprendizaje fuera de la escuela?
____ **si** ____ **no** **¿Por qué?:**
5. **¿Cuáles son las principales dificultades que presentan los alumnos en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas?**

ANEXO: 2

Encuesta a alumnos

Objetivo: Constatar el dominio que poseen los alumnos en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas.

Compañero alumno:

Le presentamos la siguiente encuesta. Sus respuestas serán de gran utilidad para el desarrollo de la Tesis de Maestría en Ciencias de la Educación por lo que agradecemos su más sincera colaboración.

Muchas gracias.

1-En las clases de matemática te sientes motivado para realizar los ejercicios sobre resolución de ecuaciones exponenciales compuestas.

Siempre _____ Casi siempre _____ a veces _____ Nunca _____

2 -Las ejercicios que se presentan en las vídeo clases los puedes responder por sí solo.

Siempre _____ Casi siempre _____ a veces _____ Nunca _____

3 -¿Cuáles son las principales limitaciones que a tu criterio afectan esta motivación?

3.1_ Escasos ejercicios en libros de textos y dificultades en el acceso a otras bibliografías.

3.2_ Los ejercicios están dirigidos para todos los alumnos por igual.

3.3_ Otras. ¿Cuáles?

4- ¿Cuáles son a tu juicio los principales problemas en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas? (puedes marcar más de una opción).

4.1- Identificar las ecuaciones.

4.2-Aplicar el algoritmo de solución de las ecuaciones.

4.3-Aplicar las propiedades de las potencias..

4.4-Aplicar las propiedades de los logaritmos.

4.5-Aplicar los teoremas, definiciones e identidades trigonométricas básicas.

4.6-Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

ANEXO: 3
Resultados de la encuesta inicial a los alumnos.

Indicadores	Siempre	Casi siempre	A veces	nunca
1-En las clases de matemática te sientes motivado para realizar los ejercicios de ecuaciones exponenciales compuestas.	4	1	3	7
2-Los ejercicios que se presentan en las vídeo clases puedes responder por sí solo.	3	1	2	9
3-¿Cuáles son las principales limitaciones que a tu criterio afectan esta motivación?	Pocas ecuaciones exponenciales compuestas en los textos de 11 ^{no} y 12 ^{mo} .			
3.1-Escasos ejercicios en libros de textos y dificultades en el acceso a otras biografías.	12 alumnos			
3.2 Los ejercicios están dirigidos para todos los alumnos por igual.	11 alumnos			
3.3 otras. ¿cuáles?	No se tiene dominio del contenido para dar solución a la ecuaciones, 11 alumnos.			
4-¿Cuáles son a tu juicio las principales dificultades en la solución de estas ecuaciones(puedes marcar más de una opción)				
4.1-Identificarlas.	10			
4.2-Algoritmo de solución.	10			
4.3-Propiedades de Potencia.	9			
4.4-Propiedades de Logaritmo.	10			
4.5-Teoremas, definiciones e. Identidades trigonométricas.	9			
4.6-Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.	12			

ANEXO : 4

Guía para el análisis de documentos normativos de la asignatura matemática.

ASPECTOS A TENER EN CUENTA PARA LA APLICACIÓN DEL MISMO:

- Determinar los objetivos instructivos y formativos, así como las principales habilidades que deben dominar los estudiantes al concluir el bachillerato.
- Determinar los principales contenidos en el programa y libro de texto.
- Elementos del contenido que puede ofrecer mayor grado de dificultad en los alumnos.
- Estructura sistémica de los ejercicios propuestos y de sus orientaciones metodológicas para su tratamiento.
- Determinar las principales insuficiencias del contenido por unidades a impartir.
- Conclusiones parciales y generales de los principales ejercicios del programa (estructura lineal o integradora de los mismos en función de los objetivos de la asignatura en el grado, así como las invariantes de los mismos.)
- Determinar los principales objetivos del programa director de la Matemática.
- Revisión del expediente acumulativo del alumno.

ANEXO: 5

Guía de observación a clases

Objetivo:

Constatar como se realiza la atención a las diferencias individuales y el desempeño que poseen los alumnos en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas.

Objeto de observación: Alumnos y profesores del 11^{no} grado de la enseñanza general media.

Aspectos a observar.

- 1.-Preparación de los docentes.
- 2.-Actitud de los alumnos ante las dificultades para resolver ecuaciones exponenciales compuestas.
- 3.-Tratamiento que se da a las diferencias individuales según el diagnóstico de los alumnos.
- 4.-Orientación, ejecución y control del estudio independiente.
- 5.-Bibliografía básica y de consulta que se utiliza para el estudio.
- 6.-Métodos de enseñanza empleados.

ANEXO: 6

Prueba Pedagógica inicial (Pretest)

Objetivo: Diagnosticar el nivel de conocimiento que poseen los alumnos en Matemática sobre la resolución de ecuaciones estudiadas en 10^{mo} y 11^{no} grado y en la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas.

Tipo de diagnostico: Por indicadores.

- Identificar las ecuaciones.
- Aplicar los algoritmos de solución.
- Aplicar las propiedades de las potencias.
- Aplicar las propiedades de logaritmos.
- Aplicar los teoremas, definiciones e identidades trigonométricas básicas.
- Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

Cuestionario

Pregunta # 1: Coloca V o F según corresponda. Justifica los falsos. (Considerar a, b, c, k números reales con, $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, m, n \in \mathbb{Z}, n > 0, r \in \mathbb{R}^*$).

a) $\underline{\hspace{1cm}} a^m + a^n = a^{m+n}$

g) $\underline{\hspace{1cm}} \log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$

b) $\underline{\hspace{1cm}} a^{m \cdot n} = \left(a^m \right)^n = \left(a^n \right)^m$

h) $\underline{\hspace{1cm}} \log_a b^k = k \log_a b$

c) $\underline{\hspace{1cm}} a^{m-n} = a^m - a^n$

i) $\underline{\hspace{1cm}} \log_a (b - c) = \log_a b - \log_a c$

d) $\underline{\hspace{1cm}} \frac{1}{a^{-k}} = a^k$

j) $\underline{\hspace{1cm}}$ Si $\log_a b = \log_a c$ entonces $b = c$

e) $\underline{\hspace{1cm}} a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a} \right)^m$

k) $\underline{\hspace{1cm}} \log_{a^r} b = -\frac{1}{r} \log_a b$

f) $\underline{\hspace{1cm}} a^{\log_a b} = b$

Pregunta # 2: Resuelve:

a) $5x - 2(x - 1) = 2x - 5$

b) $x^2 - 5(x - 1) = 9 - 2x$

c) $\frac{2}{x+2} = \frac{3}{x^2+3}$

d) $\sqrt{x+3} - 3 = x$

e) $\cos 2x = 2\sin^2 x$

f) $2^{x+2} = \frac{8^{2x}}{4^x}$

g) $\log_2 x + 2\log_4(x - 3) = 6^{\log_6 3}$

Pregunta # 3: Resuelve:

a) $\frac{2^x \cdot 8}{16^x} = \sqrt{2}$

b) $\frac{4^{\log_3 x}}{2^{\log_2(2x-2)}} = 3^{\log_3 2}$

ANEXO: 7**Perfil de especialistas que emitieron sus valoraciones sobre la propuesta de ejercicios.**

Especialista	Título académico	Categoría científica	Categoría docente	Años de experiencia	Cargo	Centro de trabajo.
Miriam Valdés.	Lic. en Matemática.	MSc en C. Pedagógicas.	Instructor.	23	Profesor	IPVCE Ernesto Guevara
Francisco Ruiz Hernández.	Lic. en Matemática	MSc en C. Pedagógicas	Auxiliar.	32	Profesor	IPVCE Ernesto Guevara
Lourdes Cintra Rodríguez	Lic. en Matemática	MSc en C. de la educación	Instructor	36	Profesora	Sede Pedagógica Caibarién
Mirian Tejera Acosta	Lic. en Matemática	MSc en C. de la educación	Instructor	22	Profesor	IPE" Lisandro Sanchez"
Lourdes Chanfrau Santos	Lic. en Matemática	--	--	20	Profesora	ESBU" Antonio Arias Aarcía"
Teresa García Vergel	Lic. en Matemática	--	Asistente	24	Profesora	IPUEC "Wilhem Pieck"
Ilana Ruíz Moreno	Lic. en Matemática	--	Instructor	20	Profesora	IPUEC "Luis Arcos Bergnes"
Francisco Rosa	Lic. en Matemática	--	Asistente	22	Profesor	IPVCE Ernesto Guevara
Ricardo Mora LópezCastro	Lic. en Matemática	--	Instructor	31	Profesor	Escuela Provincial de vela " Marcelo Salado"
Yanet Acosta	Lic. en Matemática	MSc en C. de la educación	Instructor		Profesora	FOC" José Martí"

ANEXO: 8

Guía para la valoración de los especialistas.

Compañero:

Solicitamos su cooperación para valorar junto a otros especialistas la propuesta del sistema de actividades ofrecido en este trabajo para contribuir al aprendizaje sobre la resolución de ecuaciones exponenciales compuestas, agradeciendo enfáticamente su colaboración, pues esto ayudará a cumplir nuestro objetivo.

Gracias

Objetivo: Valorar opiniones y criterios sobre la propuesta de ejercicios para dar solución a las ecuaciones exponenciales compuestas.

Nombre y Apellidos: _____

Título: _____

Grado Científico : _____

Categoría docente: _____

Años de experiencia: _____

Cargo: _____

Centro de trabajo _____

Compañero(a)

1. ¿Cómo valora usted la propuesta de ejercicios para dar solución a las ecuaciones exponenciales compuestas?

Muy Necesarias. _____ **Necesarias** _____ **Innecesarias** _____

2. Respecto a la propuesta de ejercicios para dar solución a las ecuaciones exponenciales compuestas ¿cree usted que están acordes a las necesidades determinadas?

Sí _____ **No** _____

¿Por qué ? _____

3-Expresa su opinión general sobre la propuesta de ejercicios para dar solución a las ecuaciones exponenciales compuestas. ¿Qué otros elementos usted sugiere?

ANEXO: 9 .Resultados finales de la encuesta.

Indicadores	Siempre	Casi siempre	A veces	nunca
1-En las clases de matemática te sientes motivado para realizar los ejercicios sobre ecuaciones exponenciales compuestas.	12	1	1	1
2-Los ejercicios que se presentan en las video clases las puedes responder por sí solo.	12	1	1	1
3-¿Cuáles son las principales limitaciones que a tu criterio afectan esta motivación?				
3.1-Escasos ejercicios en libros de textos y dificultades en el acceso a otras biografías.	3 alumnos (20%)			
3.2 Los ejercicios están dirigidos para todos los alumnos por igual.	2 alumnos (13,33)			
3.3 otras. ¿Cuáles?	No se tiene dominio del contenido para poder resolver las ecuaciones 3 alumnos (20%)			
4-¿Cuáles son a tu juicio las principales dificultades en la solución de estas ecuaciones. (puedes marcar más de una opción)				
Identificarlas.	—			
Algoritmos de solución.	2			
Propiedades de las potencias.	2			
Propiedades de logarítmicas.	2			
Aplicar teoremas, definiciones e identidades trigonométricas.	2			
Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.	2			

ANEXO: 10

Prueba Pedagógica final (Postest)

Objetivo: Comprobar los conocimientos adquiridos por los alumnos después de aplicado el sistema de ejercicios sobre la solución de ecuaciones exponenciales compuestas.

Tipo de diagnostico: Por indicadores.

- Identificar las ecuaciones.
- Aplicar los algoritmos de solución.
- Aplicar las propiedades de las potencias.
- Aplicar las propiedades de logaritmos.
- Aplicar los teoremas, definiciones e identidades trigonométricas básicas.
- Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

Cuestionario

Pregunta # 1: 1.1) Completa los espacios en blanco de la columna A y busca la propiedad, teorema, definición correspondiente en la columna B.

Columna A	Columna B
a) $(2x+3)^2 =$ _____	___ $a^x = a^y$ entonces $x = y$
b) $(x+1)(x-2) = 0$	___ $\sqrt[n]{a}$ con n par $a \geq 0$
$x =$ ___ ó $x =$ ___	___ $\log_a b \begin{cases} b > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \end{cases}$
c) $3^{2x} = 3^{5x+1}$	___ $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
$2x =$ _____	___ $ \operatorname{sen} x \leq 1$ o $-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1$ de forma análoga para el coseno.
d) $\log_2(3x+1) = 3$	___ Si $a \cdot b = 0$ entonces $a = 0$ ó $b = 0$
$3x+1 =$ _____	
e) $\sqrt{-3}$ ¡imposible!	
f) $\log(-3)$ ¡imposible!	
g) $\operatorname{sen} x = 2$ ¡imposible!	

1.2) Coloca V o F según corresponda. Justifica los falsos.

- a) ___ El cálculo de $\frac{4 \cdot (2^3)^{0,5}}{\sqrt{2}}$ es 8.
- b) ___ El cálculo de $\frac{\sqrt{81} : 3^0}{27} - 3^{-1}$ es $\frac{1}{3}$

c) $\log_3 15 = 3 + \log_3 5$

d) El cálculo del $\log_{\sqrt{2}} 16$ es 4.

e) El cálculo de $3^{\log_9 4}$ es 4.

Pregunta // 2: Completa los espacios en blanco de las ecuaciones y escribe las propiedades, teoremas, definiciones e identidades trigonométricas que correspondan según los pasos de solución.

a)
$$\frac{5x^2+6x}{25^{-5}} = 25^{0,5}$$

$$\frac{5x^2+6x}{(\quad)^{-5}} = (5^{\quad})^{0,5}$$

$$\frac{5x^2+6x}{5^{\quad}} = 5^{\quad}$$

$$5x^2+6x - \quad = 5^{\quad}$$

$$x^2 + 6x - \quad = \quad$$

$$\quad = 0$$

$$(\quad)^2 = 0$$

$$R/x = \quad.$$

b)
$$2^{\log_2(4\text{sen}^2 x - 3\text{sen} x)} = 4$$

$$2^{\quad} = 2^{\quad}$$

$$\quad = \quad$$

$$\quad = 4$$

$$4\text{sen}^2 x - 3\text{sen} x = \quad$$

$$\quad = 0$$

$$(\quad)(\text{sen} x - 8) = 0$$

$$\text{sen} x = \quad \text{ ó } \text{sen} x = 8$$

$$y = \quad$$

IIIc: $x_1 = \quad$

IVc: $x_2 = \quad$

Prueba para $x_1 = \quad$

MI: $2^{\log_2(\quad)} = 2^{\quad} = 2^{\quad}$ MD: 4

MI MD

De manera análoga se comprueba el valor de x_2

Pregunta # 3: Resuelve:

$$a) 3^{2x^2-3x-9} = \frac{1}{9^{x+3}}$$

$$c) 5^{\sqrt{\sin 2x}} \cdot 25 = \frac{1}{5^{\sin x - 2}}$$

$$d) \frac{2^{\log_3(2x+1)}}{4^{\log_9 x}} = 7^{\log_{49} 4}$$

La siguiente tabla muestra el resultado de la prueba pedagógica inicial y la final por los indicadores:

1-Identificar las ecuaciones.

2-Aplicar el algoritmo de solución de las ecuaciones.

3-Aplicar las propiedades de las potencias.

4-Aplicar las propiedades de los logaritmos.

5-Aplicar los teoremas, definiciones e identidades logarítmicas.

6-Resolver ecuaciones exponenciales compuestas.

☐ Pretest.

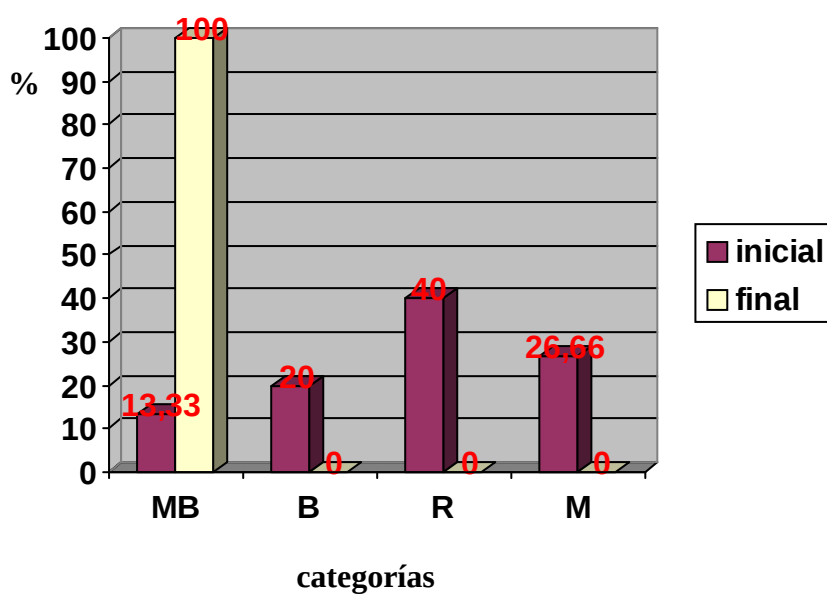
☒ Postes.

Indicadores		MB	%	B	%	R	%	M	%
1	☐	2	13,33	3	20,00	6	40,00	4	26,66
	☒	15	100	0	00,00	0	00,00	0	00,00
2	☐	2	13,33	3	20,00	4	26,66	6	40,00
	☒	10	66,67	3	20,00	1	6,67	1	6,67
3	☐	4	26,66	2	13,33	2	13,33	7	46,67
	☒	8	53,33	4	26,66	1	6,67	1	6,67
4	☐	4	26,66	2	13,33	2	13,33	7	46,67
	☒	10	66,67	3	20,00	1	6,67	1	6,67
5	☐	4	26,66	2	13,33	3	20,00	6	40,00
	☒	9	60,00	4	26,66	1	6,67	1	6,67
6	☐	2	13,33	1	6,67	1	6,67	10	66,67
	☒	11	73,33	2	13,33	1	6,67	1	6,67

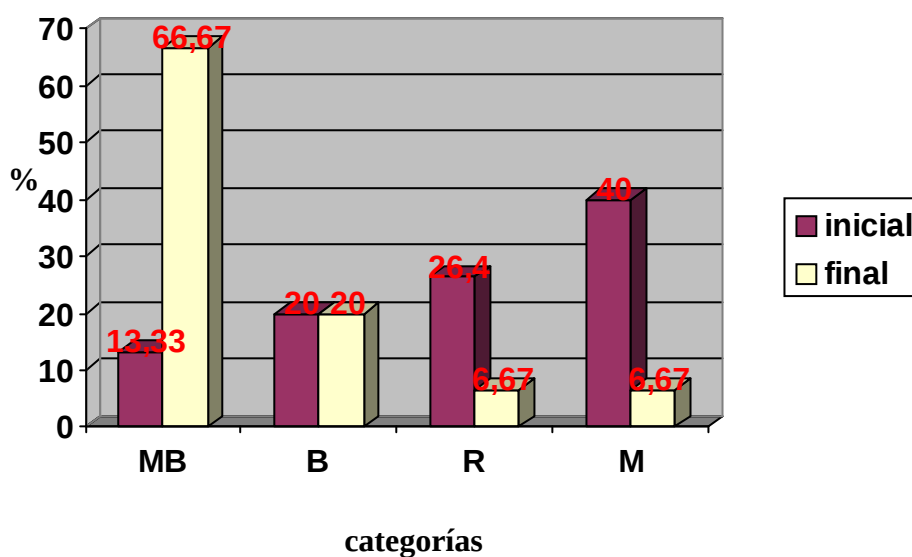
ANEXO: 11

Resultados comparativos entre la prueba pedagógica inicial y la prueba pedagógica final por los indicadores.

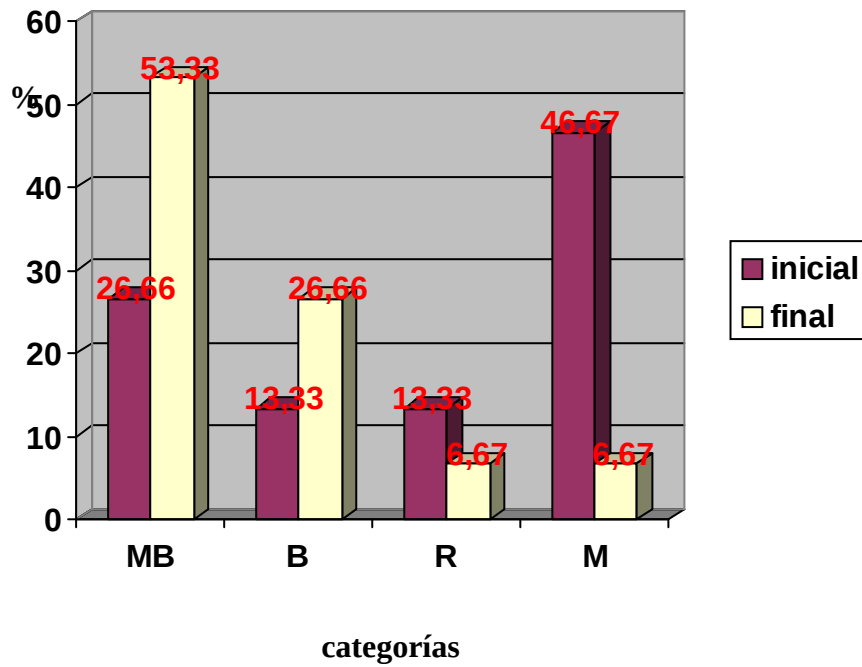
1- Identificar las ecuaciones.



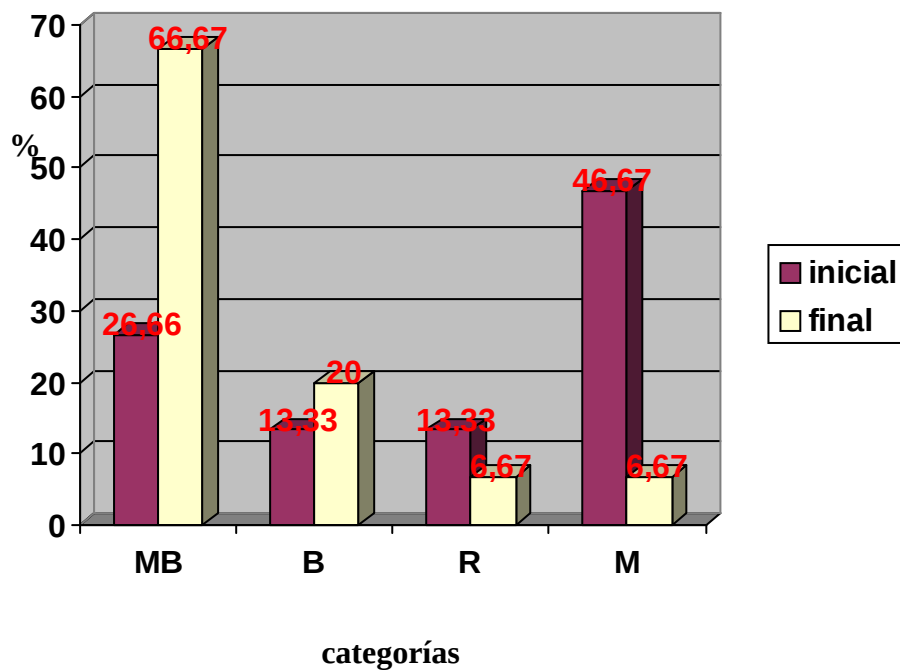
2- Aplicar los algoritmos de solución de las ecuaciones.



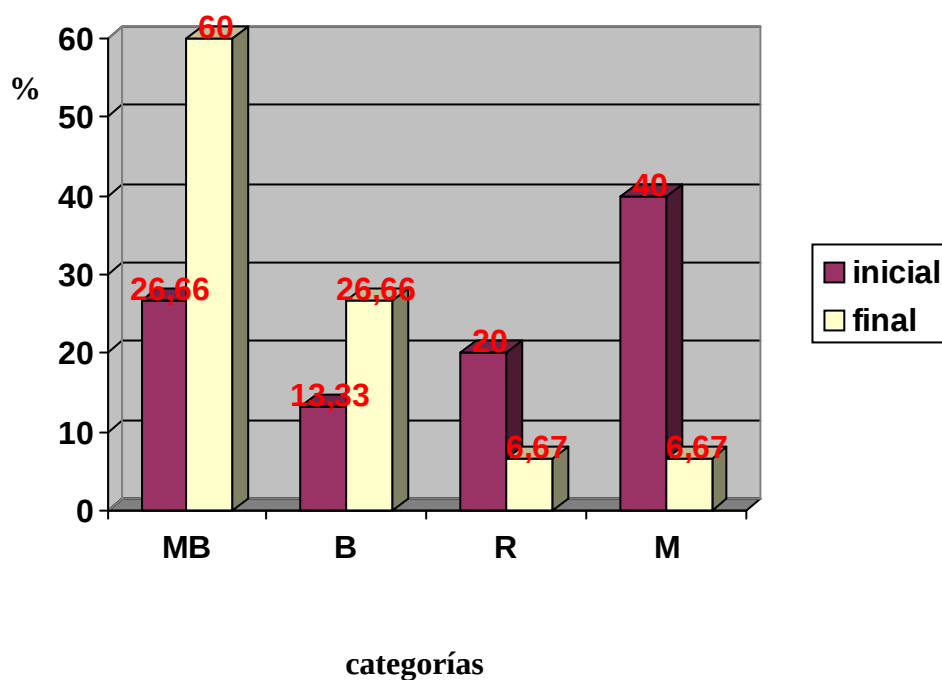
3- Aplicar las propiedades de las potencias.



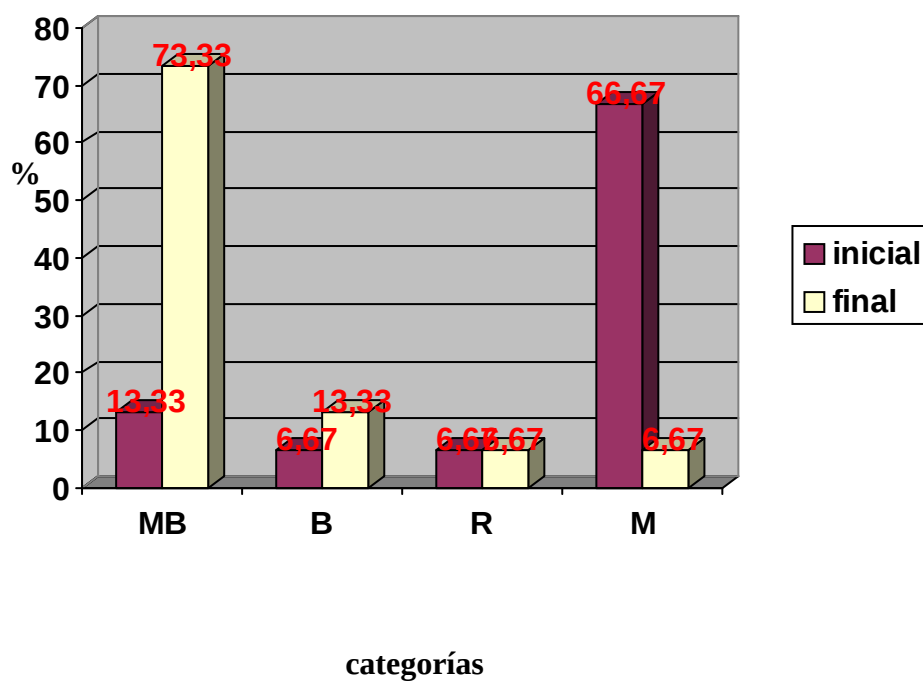
4-Aplicar las propiedades de los logaritmos.



5-Aplicar los teoremas, definiciones e identidades trigonométricas.



6-Resolver las ecuaciones exponenciales compuestas.



ANEXO # 12

Ejercicios adicionales.

- a) $(\sqrt{2})^{2x-4} = 4^{\frac{3x+1}{2}}$
- b) $\frac{3^{x^2}}{9^{2x+3}} = \frac{1}{27^{x-2}}$
- c) $\frac{\operatorname{sen} 2x}{2 \cos x} = 1$
- d) $\frac{5^{\cos 2x}}{25^{\operatorname{sen} x}} = (\sqrt{5})^{\cos^2 x}$
- e) $\frac{6^{(x-3)^{0,5}}}{(36)^{\sqrt{x}}} = \frac{1}{126}$
- f) $9^{\frac{5}{2x-2}} \cdot 3^{\frac{x-6}{(x-2)^2}} = 3$
- g) $4^{\log(4x^2-15)} = \cos \frac{5\pi}{2}$
- h) $\frac{7^{\log_2(x+5)}}{(\sqrt{7})^{\log_4 x}} = 49^{\frac{5}{2}} \cdot 7^{\log_2 3}$
- i) $(\sqrt{2})^{2 \log(\operatorname{sen} x)} \cdot 2^{\log_{100} \left(\frac{\operatorname{sen} 2x}{\cos x} + 7 \right)^2} = 4^{\log(\operatorname{sen} x + 2)}$
- j) $10^{\log 7} \cdot 7^{\log_{36}(x+3)} = 49^{\log_6 \sqrt{13-x}}$
- k) $10^{\sqrt{4 \log x + 1}} \cdot x = 32 \cdot 5^5$
- l) $(25)^x - 6 \cdot 5^x = -5$
- m) $4 - 3^x = 3^{1-x}$