

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



Tesis de Maestría

Algoritmo de navegación asistida en presencia de perturbaciones para el HRC-AUV

Tesis presentada en opción al grado de

Máster en Automática

Autor: Ing. Jorge Luis Lemus Ramos

Tutor: Dr.C. Luis Hernández Santana

Santa Clara, Cuba

2019

Año 61 de la Revolución

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



Tesis de Maestría

Algoritmo de navegación asistida en presencia de perturbaciones para el HRC-AUV

Autor: Ing. Jorge Luis Lemus Ramos
jlemus@ativc.une.cu

Tutor: Dr.C. Luis Hernández Santana
luishs@uclv.edu.cu

Santa Clara, Cuba

2019

Año 61 de la Revolución

RESUMEN

El desarrollo de sistemas de control de movimiento para vehículos marinos es un tema que motiva diversas investigaciones en todo el mundo. El sistema de navegación constituye la base en la que se centra el control de movimiento y resulta de vital importancia para el buen desempeño de los vehículos. Este trabajo presenta la propuesta de un sistema de navegación asistida basado en el modelo dinámico de un vehículo sumergible autónomo capaz de estimar la intensidad y dirección de las corrientes marinas en el teatro de operaciones. El sistema integra mediciones de sensores inerciales y sistemas de posicionamiento global. Estos se combinan con modelos dinámicos no lineales del comportamiento del vehículo y de las perturbaciones a que se ve sometido a través de un filtro extendido de Kalman. Esta aproximación permite la estimación de las corrientes, las posiciones y las velocidades que constituyen el estado del vehículo en el plano horizontal. También se presentan las derivaciones matemáticas de las ecuaciones que conforman el proceso de estimación. El comportamiento del sistema se evalúa mediante pruebas de simulación que permiten validar su desempeño a partir de modelos matemáticos y conjuntos de datos tomados de sesiones de experimentos desarrolladas con un prototipo.

ÍNDICE

Introducción.....	1
Capítulo 1 Estudio sobre los algoritmos de navegación empleados en vehículos marinos	7
1.1 Definición	7
1.2 El HRC-AUV.....	9
1.2.1 Arquitectura sensorial.....	10
1.3 El problema del control de movimiento en los AUV	12
1.4 El sistema de navegación	14
1.4.1 Navegación <i>Dead-Rocking</i>	14
1.4.2 Sistema de navegación inercial	14
1.4.3 Sistema de posicionamiento global	15
1.4.4 Sistemas de posicionamiento acústico	15
1.4.5 Modelo dinámico para la navegación	16
1.5 Sistemas de navegación asistida en vehículos marinos	17
1.5.1 Efecto de las perturbaciones en el sistema de navegación de un vehículo marino.....	18
1.5.2 Filtro extendido de Kalman	19
1.6 Algoritmo de navegación asistida para el HRC-AUV	21
1.7 Consideraciones finales del Capítulo	22
Capítulo 2 Modelos matemáticos para el <i>HRC-AUV</i>	24
2.1 Sistemas de referencia	24
2.2 Modelado Matemático del HRC-AUV.....	26
2.2.1 Modelo no lineal de 6 GDL	26
2.2.2 Modelo simplificado del oleaje.....	29

2.2.3	Modelo simplificado de las corrientes	30
2.2.4	Modelo matemático para simulación	31
2.3	Modelos matemáticos del HRC-AUV en el plano horizontal	31
2.3.1	Modelo no lineal del subsistema horizontal	32
2.3.2	Modelos de las corrientes en el subsistema horizontal	33
2.3.3	Modelo del efecto del oleaje subsistema horizontal.	34
2.3.4	Modelo de las mediciones de posición para el subsistema horizontal.....	34
2.3.5	Modelo de las mediciones de dirección y velocidad de giro de la MTI-G en el subsistema horizontal.	35
2.3.6	Mediciones de aceleración para el subsistema horizontal.....	35
2.4	Modelo para navegación	37
2.4.1	Función de transición de estado.....	38
2.4.2	Modelo discreto de las mediciones.....	39
2.5	Consideraciones finales del Capítulo	41
Capítulo 3	Algoritmo de navegación	42
3.1	El Filtro Extendido de Kalman	42
3.2	Etapa de corrección	43
3.2.1	Cálculo de la jacobiana de la función de medición.	44
3.2.2	Cálculo de la covarianza de las mediciones.	46
3.2.3	Cálculo de la etapa de corrección en ausencia de mediciones de posición	46
3.3	Etapa de predicción	47
3.3.1	Cálculo de la jacobiana de la función de transición de estado	48
3.3.2	Cálculo de la covarianza del modelo	48
3.3.3	Cálculo de la etapa de predicción en ausencia de las mediciones de posición.	51

3.4 Validación de los resultados.....	51
3.5 Consideraciones finales del Capítulo	56
Conclusiones.....	57
Recomendaciones.....	58
Referencias bibliográficas	59

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1.1 AUV Hugin.	8
Figura 1.2 Robot ICTINEU empleado en actividades de exploracion submarina.....	9
Figura 1.3 Remus6000.....	9
Figura 1.4 Sistema de comunicación HRC-AUV.	10
Figura 1.5 Arquitectura computacional y sensorial del HRC-AUV (Valeriano Medina 2017).....	12
Figura 1.6 Relación de los módulos que componen el sistema de control de misión ...	13
Figura 1.7 Sistema de navegación inercial.....	15
Figura 1.8 Estimación directa mediante EKF	19
Figura 1.9 Estimación indirecta mediante EKF, a) versión no realimentada, b) versión realimentada	20
Figura 1.10 Arquitectura del Sistema de Navegación para el HRC-AUV	21
Figura 2.1 Sistemas de referencia	24
Figura 2.2 Diagrama en bloques del modelo matemático para la simulación del HRC-AUV en presencia de perturbaciones.....	31
Figura 3.1 Diagrama en bloques de la secuencia de ejecución del algoritmo de navegación.....	51
Figura 3.2 Resultados de navegación con datos simulados.	53
Figura 3.3 Velocidad de las corrientes estimada durante la simulación.	54
Figura 3.4 Resultados de navegación con datos experimentales.	55
Figura 3.5 Velocidad de las corrientes estimada durante la navegación.....	56

LISTADO DE TABLAS

Tabla 1.1 Datos geométricos, físicos e inerciales del HRC-AUV (Valeriano Medina 2017).	10
Tabla 2.1 Nomenclatura utilizada para fuerzas, velocidades y posiciones.....	25

INTRODUCCIÓN

El medio marino es un ambiente rico en recursos naturales, desde la biodiversidad que lo habita hasta los minerales que se encuentran en sus profundidades. El hombre en su afán por conquistar la naturaleza desarrolla nuevas formas de adentrarse en las profundidades de los mares y océanos en busca de conocimientos y riquezas.

Dado el peligro que representa el medio marino para la vida del hombre, se hace necesario crear de nuevas herramientas capaces de extender su presencia sin comprometer su integridad física. El desarrollo de vehículos sumergibles ha sido impulsado fundamentalmente por la industria petrolera (Bingham, Drake et al. 2002), las comunicaciones intercontinentales (Pacini, Paoli et al. 2018) y la industria militar (Nicholson and Healey 2008). Estos vehículos han demostrado ser una herramienta sumamente útil para la exploración en la industria petrolera, la supervisión de cables submarinos y las investigaciones de la biodiversidad, entre otros. Así surgen dos tendencias, primeramente están los vehículos operados remotamente (ROV, *Remotely Operated Vehicles*) (Antonelli 2016), que resuelven la ausencia de tripulación pero imponen la restricción de la comunicación constante entre el vehículo y la estación de mando. Por otra parte, se encuentran los vehículos sumergibles autónomos (AUV, *Autónomos Underwater Vehicles*) (Ribas, Rida et al. 2012, Sinha, Jha et al. 2013, Paull, Saeedi et al. 2014, Wynn, Huvenne et al. 2014), los cuales gozan de gran popularidad en la actualidad. Por su autonomía, estos últimos, resuelven algunos aspectos tan desafiantes como la comunicación en el medio acuático, brindan la posibilidad de la coordinación de grupos de dispositivos y no requiere la presencia constante de un operador humano; lo cual los convierten en el centro de interés de las investigaciones relacionadas con estos temas.

Varios centros de investigación y universidades del mundo han mostrado un creciente interés en los AUV, debido a las ventajas que ofrecen y el mercado que se genera a su alrededor:

- Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología (NTNU), Noruega (Fossen and Ross 2006, Perez, Smogeli et al. 2006, Fossen 2008, Breivik and Fossen 2009,

Introducción

Fossen 2011, Caharija, Candeloro et al. 2012, Lekkas 2014, Moe, Caharija et al. 2014, Caharija, Pettersen et al. 2016).

- Instituto Superior Técnico de Lisboa, Portugal(Silvestre and Pascoal 2004, Madhan, Desa et al. 2006, Teixeira 2007)
- Universidad Nacional del Sur, Argentina(Jordán 2008)
- Escuela de Información, Ciencia e Ingeniería; Universidad Oceánica de China (Huang, He et al. 2010)

En Cuba el Centro de Investigación y Desarrollo Naval (CIDNAV)ha venido implementando un prototipo de AUV con capacidades de exploración denominado HRC-AUV. Este proyecto tiene como objetivo fomentar el desarrollo de vehículo submarinos autónomos en el país debido a su aplicabilidad en las investigaciones de los vastos recursos que posee el archipiélago cubano.

Con el objetivo de desarrollar el sistema de supervisión y controlpara el HRC-AUV, el CIDNAVpresenta una propuesta de colaboración al Grupo de Automatización, Robótica y Percepción(GARP) de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas(UCLV). Con este fin se han desarrollado ya varios trabajos en los campos del modelado(Valeriano 2013, Valeriano, Martinez et al. 2013) control(Medina, Tkachova et al. 2016) y guiado(Valeriano Medina, Hernández Julián et al. 2015, Valeriano Medina 2017); desarrollo de arquitectura de hardware y software (Martínez, Rodriguez et al. 2010, Martinez, Rodriguez et al. 2013) y el desarrollo de sistemas de navegación asistida para vehículos submarinos(Martínez 2015, Martinez, Hernandez et al. 2015).

Como resultado del proyecto se obtuvo una primera versión de autopiloto para el HRC-AUV(Martinez, Rodriguez et al. 2013). En esta versión quedó definida la arquitectura de hardware y software para el vehículo y se implementaron los algoritmos desarrollados por GARP para de control de dirección,seguimiento de puntos y seguimiento de caminos en el plano horizontal. Las estrategias de control implementadas requieren de mediciones confiables para su buen funcionamiento, de ahí la necesidad la implementación de un sistema de navegación robusto y preciso.

Introducción

Como el HRC-AUV utiliza sensores de bajo costo con altos niveles de incertidumbre (Martínez, Rodríguez et al. 2010), es necesario el desarrollo de algoritmos de estimación que mejoren la calidad de las mediciones explotando al máximo la arquitectura sensorial a bordo del vehículo. Esto ha dado lugar a investigaciones en la rama de la navegación inercial (INS, *Inertial Navigation System*), asistida por el modelo dinámico para navegación del vehículo (DNVM, *Dynamic Navigation Vehicle Model*) (Martínez 2010, Martínez 2015, Martínez, Hernández et al. 2015). En todos los casos, se trata de soluciones que logran realizar estimaciones de la intensidad de las corrientes marinas, pero con la limitante de que suponen la dirección es constante y conocida durante toda la misión.

En la literatura consultada se presenta la implementación de INS utilizando el DNVM como una fuente independiente de corrección de la velocidad del vehículo (Hegrenæs and Hallingstad 2011). La integración de las diferentes fuentes de información se lleva a cabo a partir de la implementación de un filtro extendido de Kalman (EKF, *Extended Kalman Filter*). En las investigaciones desarrolladas por GARP, el centro del algoritmo de navegación lo constituye un EKF basado en el DNVM (Martínez 2015, Martínez, Hernández et al. 2015). Esta aproximación resulta preferible en el caso del HRC-AUV debido a las bajas prestaciones de los sensores inerciales instalados. Esta condición ha dado lugar al desarrollo de modelos matemáticos de alta precisión para el HRC-AUV (Valeriano, Martínez et al. 2013). La utilización del DNVM en el sistema de navegación impone como condición el conocimiento de la intensidad y dirección de las corrientes marinas en el teatro de operaciones (Martínez 2015). En las investigaciones desarrolladas por GARP (Martínez 2015) este problema se intenta resolver de forma separada. La intensidad de las corrientes se estima directamente a partir de la integración del DNVM con las mediciones de los sensores a bordo del vehículo y el INS. Por su parte, para estimar la dirección de las corrientes, los investigadores establecen un conjunto de maniobras en círculo que se realizan en superficie antes de comenzar cada misión. Estas maniobras, a partir de procedimientos matemáticos, permiten calcular el ángulo de incidencia de las corrientes sobre el vehículo. Los inconvenientes asociados a esta aproximación son los siguientes:

Introducción

- La dirección de las corrientes, una vez estimada, se considera constante. Esta aproximación resulta viable en mar abierto. En zonas con islotes, bahías, etc, la dirección de las corrientes puede variar en dependencia de la configuración del teatro de operaciones e incluso con el paso del tiempo, debido a cambios en las mareas y otros factores.
- La dirección de las corrientes se estima en superficie, mientras que la misión se desarrolla sumergido en profundidades medias donde las condiciones de las corrientes pueden variar.

En este sentido, la variación en la dirección de las corrientes con respecto a los valores calculados inicialmente introduce errores en el sistema de navegación que resultan impredecibles y potencialmente nocivos para el desempeño del HRC-AUV.

El **problema científico** que motiva esta investigación plantea: Debido al efecto que sobre la navegación provocan las corrientes, no se dispone para el caso de un vehículo sub-actuado como el HRC-AUV, de un algoritmo de navegación que permita la estimación directa de la intensidad y dirección de las corrientes marinas.

En correspondencia con el problema planteado, el **objetivo general** de este trabajo es: *Diseñar un algoritmo de navegación basado en el DNM del HRC-AUV que incluya la estimación en tiempo real, tanto de la dirección como de la intensidad de las corrientes marinas.*

Para poder alcanzar el **objetivo general** se deben completar los siguientes **objetivos específicos**:

- Analizar los fundamentos teóricos relacionados con los algoritmos de navegación para vehículos marinos.
- Definir el modelo dinámico para la navegación del vehículo.
- Desarrollar el algoritmo de navegación basado en un filtro extendido de Kalman.
- Evaluar mediante simulación la validez del algoritmo.

Introducción

Para el desarrollo de la investigación, se plantea como **hipótesis** *que es posible estimar tanto la intensidad como la dirección de las corrientes marinas mediante un algoritmo de navegación basado en un filtro extendido de Kalman que integre las mediciones de los sensores a bordo del vehículo, así como el modelo dinámico.*

Para cumplir con los objetivos del trabajo se consideran las siguientes **tareas investigativas**:

- Revisión de la bibliografía disponible acerca de los AUV, sus aplicaciones y principales líneas de investigación en cuanto a los sistemas de navegación.
- Obtención del modelo dinámico no lineal para navegación.
- Obtención del modelo de las mediciones a partir de la arquitectura sensorial a bordo del vehículo.
- Obtención de las ecuaciones que describen el proceso de estimación del EKF.
- Obtención de las ecuaciones que describen la evolución de la covarianza en el EKF.
- Cálculo de las matrices de covarianza asociadas al modelo dinámico obtenido y a las mediciones.
- Validación de los algoritmos de estimación mediante simulación utilizando modelos matemáticos de referencia y datos registrados en experimentos realizados con el HRC-AUV.

La **novedad científica** consiste en haber obtenido un algoritmo de navegación asistida basada en el modelo dinámico no lineal con estimación tanto de intensidad como de dirección en tiempo real de las corrientes marinas. En este algoritmo se integran las mediciones de los acelerómetros con las salidas del DNVM en la implementación del EKF, lo cual constituye una mejora respecto a las implementaciones de este tipo de algoritmos que se emplean para la navegación de vehículos marinos.

Estructura y contenido del informe:

Esta tesis incluye introducción y tres capítulos, conclusiones, recomendaciones y referencias bibliográficas. Los contenidos de los capítulos, de forma resumida, son los siguientes:

Capítulo 1:

En el primer capítulo se presenta una descripción general de los AUV, sus características principales y aplicaciones. También se brinda una descripción detallada del HRC-AUV. Luego se establecen las bases para el desarrollo del sistema de control de misión analizando sus estructuras y la importancia de la estimación de las corrientes marinas para la función de navegación. Posteriormente se analizan las diferentes alternativas para la implementación del sistema de navegación del HRC-AUV teniendo en cuenta la necesidad de la estimación de las corrientes marinas y las características de la arquitectura sensorial del vehículo. Finalmente se define la estructura del sistema de navegación y los procedimientos a seguir en su implementación.

Capítulo 2:

El segundo capítulo aborda los modelos para el HRC-AUV. Primeramente, se presenta el modelo matemático para la simulación; el cual ha sido tratado con anterioridad en otros trabajos desarrollados por GARP. Posteriormente se procede a la derivación del modelo matemático para navegación atendiendo al esquema y las técnicas seleccionadas y enfatizando en la estimación de las corrientes.

Capítulo 3:

El tercer capítulo aborda el desarrollo del sistema de navegación basado en el modelo desarrollado en el Capítulo 2. Primeramente, se establecen las bases para la implementación del EKF. Posteriormente se procede al desarrollo matemático de las ecuaciones que permiten el cálculo de las diferentes etapas por las que transita el proceso de estimación. Finalmente se presenta el sistema de navegación como un todo. La validación de los resultados se lleva a cabo mediante simulación utilizando modelos matemáticos de referencia y datos experimentales adquiridos en sesiones de trabajo con el HRC-AUV.

CAPÍTULO 1

ESTUDIO SOBRE LOS ALGORITMOS DE NAVEGACIÓN EMPLEADOS EN VEHÍCULOS MARINOS

En este capítulo se abarcan las generalidades relacionadas con los AUV y sus principales aplicaciones. Se describen las técnicas de modelado aplicadas a vehículos similares al HRC-AUV. Se describen las características estructurales del HRC-AUV, así como los sistemas de supervisión y control que lo acompañan. Se analiza detenidamente la función de navegación como centro de todo el Sistema de Control de Misión. Se establece la importancia de la estimación de las corrientes para la utilización de modelos dinámicos en sistemas de navegación para los AUV. Se establecen las bases estructurales y los procedimientos para el desarrollo del sistema de navegación con estimación de corrientes para el HRC-AUV.

1.1 Definición

Los AUV constituyen el tema de interés de esta investigación. Un AUV es un submarino que porta consigo una fuente de energía y unidad de cómputo, donde se ejecutan soluciones de control que le permite cumplir tareas predefinidas sin la intervención humana (Fjellstad 1994, Blidberg 2001, Antonelli 2008). Los AUV son vehículos relativamente pequeños, autopropulsados y no tripulados que pueden operar totalmente bajo agua lejos del alcance de algún centro de control y comunicación (Fernandes 2003). Usualmente se programan para ejecutar variadas misiones subacuáticas y pueden ser lanzados y recuperados en zonas bajas de la costa o en mar abierto. Típicamente tienen forma cilíndrica de 2 a 10 m de longitud y de 0,2 a 1,3 m de diámetro. La mayor parte del espacio interno del AUV es ocupado con las fuentes de energía y propulsión, así como con la instrumentación necesaria para el control. Estos vehículos operan, según el modelo y las especificaciones de construcción, desde zonas bajas cercanas a la superficie, como es el caso del Remus100, hasta grandes profundidades casi

Estudio sobre los algoritmos de navegación empleados en vehículos marinos desconocidas para el ser humano llegando a alcanzar los 6 000 m en el caso del Remus6000(Nicholson and Healey 2008).

El desarrollo de los AUV brinda una herramienta de alta tecnología capaz de extender la presencia del hombre en el medio marino. Estas ventajas son explotadas extensivamente por un diverso número de usuarios en diferentes entornos(Rodriguez 2011).

Un ejemplo claro de la aplicación de esta tecnología lo constituye el AUV Hugin (Gorset 2007) presentado en la Figura 1.1. Este AUV, desarrollado por *Kongsberg Maritime* y *Forsvarets Forsknings Institute (FFI)* de Noruega, está dispuesto para el mapeo de alta precisión del fondo marino, vigilancia y reconocimiento de minas. La comunicación con la superficie se realiza con señales acústicas.



Figura 1.1AUV Hugin.

En (Carreras, Ridaó et al. 2012) se discute la inspección visual del fondo subacuático utilizando el AUV que se muestra en la Figura 1.2.



Figura 1.2 Robot ICTINEU empleado en actividades de exploración submarina.

Esta aplicación desarrollada por el Instituto de Informática y Aplicaciones de Girona, España; permite la generación de un mosaico geo referenciado a partir de las imágenes capturadas por el vehículo.



Figura 1.3 Remus6000.

En la Figura 1.3 se muestra el *Remus6000* (Nicholson and Healey 2008). Este AUV de propósito comercial cuenta con una gran cantidad de sensores opcionales que van desde cámaras hasta sistemas de mapeo acústico, que lo convierten en una herramienta tremendamente versátil en el medio acuático.

1.2 El HRC-AUV

El HRC-AUV es un prototipo desarrollado por el CIDNAV para la exploración del fondo marino. Este último llevó a cabo el diseño mecánico y la construcción del vehículo, mientras que el GARP, se ocupa del diseño computacional y sensorial permitiéndole la posibilidad de maniobrar de forma autónoma con cierta independencia. El vehículo, por diseño, se desplaza a una velocidad constante de aproximadamente 2 m/s, además, posee timones de dirección y profundidad. Como estos elementos no son capaces de producir fuerzas y momentos de control

en todos los grados de libertad del HRC-AUV, este vehículo se considera sub-actuado (Do and Pan 2009). En la Tabla 1.1 se presentan los datos geométricos y físicos asociados al HRC-AUV.

Tabla 1.1 Datos geométricos, físicos e inerciales del HRC-AUV (Valeriano Medina 2017).

Parámetros	Descripción	Valor
m	masa	4094.56 [kg]
L	largo	9.46 [m]
R	radio	0.4 [m]
I_{xx}	momento de inercia	450.1 [kgm ²]
I_{yy}	momento de inercia	21 010.4 [kgm ²]
I_{zz}	momento de inercia	20 816 [kgm ²]
I_{xz}	momento de inercia	275.44 [kgm ²]
BG	distancia entre el CG y el CF	[0; 0; 22 [mm]] ^T
δ_T	ángulo de deflexión del timón horizontal	$\pm 30^\circ$
δ_E	ángulo de deflexión del timón vertical	$\pm 30^\circ$

El vehículo cuenta con unidades de cómputo a bordo que se enlazan con una estación de operación remota a través de un *módem RF* y el protocolo RS-232 como se muestra en la Figura 1.4. La estación de operación remota, permite la planificación de misiones y su supervisión dependiendo del alcance de los medios de comunicación. El vehículo debe ser capaz de llevar a cabo las misiones sin necesidad de intervención por parte del operador, por lo cual resulta indispensable dotarlo de sensores y sistemas que permitan la navegación y el control de trayectoria (Martinez, Rodriguez et al. 2013).

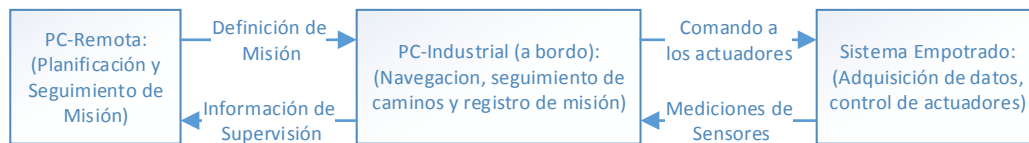


Figura 1.4 Sistema de comunicación HRC-AUV.

1.2.1 Arquitectura sensorial

El HRC-AUV cuenta con una arquitectura sensorial de bajo costo, la cual se compensa con procesamiento avanzado de los datos adquiridos permitiendo el

ajuste del proyecto a las condiciones económicas del país (Martínez, Rodríguez et al. 2010). En la Figura 1.5 se muestra la arquitectura computacional y sensorial a bordo del HRC-AUV (Martínez, Rodríguez et al. 2013).

El vehículo cuenta con un conjunto de sensores orientados a la función de navegación:

- MTI-G: Unidad de movimiento inercial, sensor tridimensional capaz de medir aceleración, velocidad de giro e intensidad del campo magnético de la tierra en tres ejes coordenados ortogonales; lo cual le permite brindar información de orientación y aceleración del vehículo en el espacio. También cuenta con un receptor GPS, el cual solo se activa mientras el vehículo se desplaza en la superficie. Este sensor brinda las principales mediciones que se deben integrar al sistema de navegación.
- RPM-Motor: Tacómetro óptico que genera una señal de frecuencia proporcional a la velocidad de rotación de la propela.
- Posición de los actuadores: Potenciómetro lineal proporcional a la elongación de los pistones acoplados a los mandos de dirección y profundidad.
- Presión de Agua: Se utiliza para medir la presión de la columna de agua sobre el vehículo y estimar entonces la profundidad.

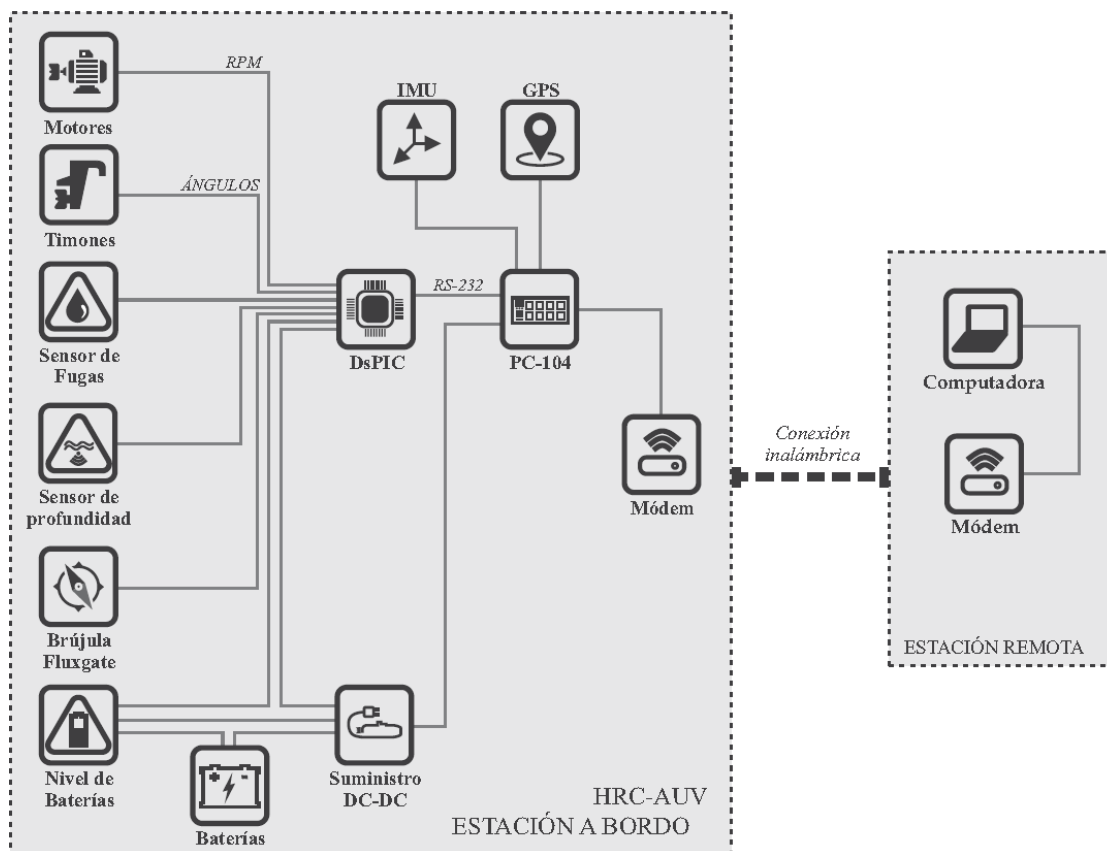


Figura 1.5 Arquitectura computacional y sensorial del HRC-AUV (Valeriano Medina 2017).

Además de los sensores orientados a la navegación el sistema cuenta con interruptores de nivel para la detección oportuna de fugas de agua dentro del casco y medidores de voltaje de batería para monitorizar el estado de las mismas. Los sensores de velocidad de giro del motor y posición de actuadores, se utilizan como realimentación para el sistema de control de los actuadores. Resulta importante resaltar que estas variables constituyen las entradas de control del sistema, por lo cual son utilizadas junto a modelos matemáticos del HRC-AUV para la estimación de su velocidad y posición.

1.3 El problema del control de movimiento en los AUV

En la sección 1.1 se establece conceptualmente que el potencial de los AUV se basa en su capacidad de realizar tareas predefinidas sin la intervención de operadores, para lo cual debe contar con un sistema de control de movimiento que le permita realizar dichas misiones.

La estructura de un sistema de control de movimiento(Lekkas 2014) consta de cuatro módulos principales:

1. Planificación de Trayectorias: Se refiere al módulo encargado de la generación del conjunto de puntos de consigna que conforman la trayectoria a seguir por el AUV de acuerdo con los requerimientos que demanda la misión objetivo y las condiciones medioambientales y características del teatro de operaciones.
2. Guiado: Se refiere al módulo responsable de calcular continuamente los valores de referencia de posición y velocidad a ser utilizados por el sistema de control de movimiento de acuerdo con la trayectoria planificada.
3. Navegación: Se refiere al módulo responsable de determinar la posición y orientación del vehículo, así como su curso y la distancia navegada integrando las mediciones de los sensores dispuestos para este propósito.
4. Control: Se refiere al módulo responsable de determinar la amplitud de las acciones de control necesarias para satisfacer un objetivo determinado.

Estos módulos se pueden analizar en conjunto con el vehículo como se muestra en la Figura 1.6. El diseño de cada uno de ellos parte de la caracterización del problema en cuestión o la naturaleza de la misión a ejecutar.

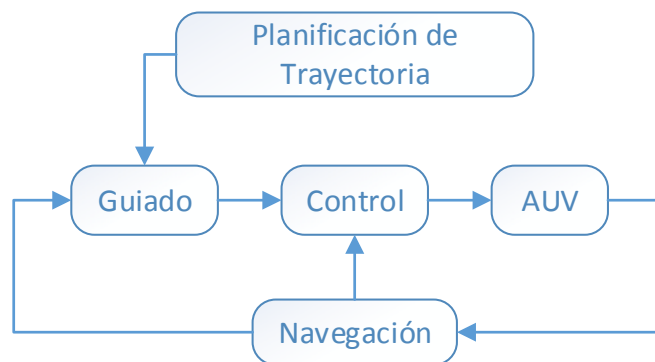


Figura 1.6 Relación de los módulos que componen el sistema de control de misión

El contenido de este trabajo se concentra en el desarrollo del sistema de Navegación para el HRC-AUV como base del resto del sistema de control de movimiento. Este debe aprovechar la arquitectura sensorial descrita en la sección 1.2.1 para estimar el estado del vehículo de forma tal que permita la posterior ejecución de los algoritmos de control y guiado definidos para el sistema de control de movimiento del HRC-AUV.

1.4 El sistema de navegación

El sistema de navegación atiende la medición y estimación de las variables necesarias para el control y el guiado, de aquí su relevancia especial en el sistema de control de movimiento. Para acometer esta tarea se pueden encontrar en la literatura diversas alternativas con diferentes niveles de complejidad y precisión, las cuales se describen a continuación.

1.4.1 Navegación *Dead-Rocking*

Consiste en la integración de la velocidad del vehículo con el objetivo de estimar su trayectoria. Los sistemas basados en este método suelen utilizar estimados de velocidad calculados de forma empírica en relación a la potencia aplicada a la propela. La dirección se mide mediante sensores magnéticos. Este método tiende a acumular errores que crecen con el tiempo por la integración (LaPointe 2006). Las imprecisiones en la estimación de la velocidad, así como los errores de los sensores magnéticos empleados de forma independiente, hacen que este método no sea recomendable para vehículos que se desplazan a bajas velocidades e intervienen en misiones relativamente prolongadas, como es el caso del HRC-AUV.

1.4.2 Sistema de navegación inercial

Conceptualmente, la *navegación inercial* es la técnica que utiliza mediciones de acelerómetros y giróscopos para estimar la posición y orientación de un objeto a partir de su posición, orientación y velocidad iniciales (Woodman 2007).

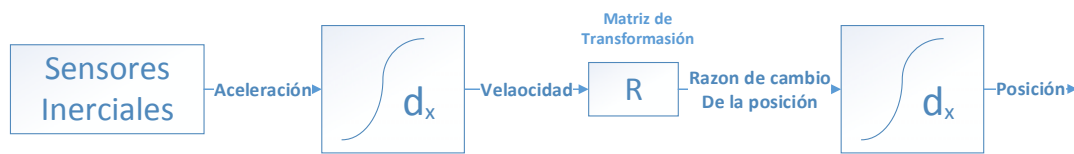


Figura 1.7 Sistema de navegación inercial

En la Figura 1.7 se muestra la representación del proceso. El mismo consta de doble integración de las mediciones de aceleración. Los errores de medición de los sensores inerciales provocan un crecimiento exponencial en los errores de la posición estimada. Esta situación provoca un deterioro acelerado de la precisión de la estimación si no se cuenta con fuentes adicionales de información para su corrección (Martínez, Hernández et al. 2015).

1.4.3 Sistema de posicionamiento global

El sistema de posicionamiento global (GPS, *Global Positioning System*) es un sistema de navegación basado en satélites desarrollado por el departamento de defensa de los Estados Unidos de América, como parte del programa NAVSTAR. Cuenta con 24 o más satélites dispuestos en 6 órbitas de 4 o más satélites cada una (Grewall 2007, Farrell 2008).

Un receptor de GPS de uso comercial, presenta un periodo de refrescamiento del orden de los segundos. Para aplicaciones de navegación de vehículos autónomos, este periodo es insuficiente, por lo que normalmente, el GPS aparece integrado con otros sistemas de navegación, como el INS (Grewal and Andrews 2008).

El HRC-AUV, cuenta con un receptor de GPS que solamente se puede aprovechar durante las operaciones en superficie. Este debe ser integrado en el sistema de navegación como una opción de corrección solamente cuando se encuentre disponible.

1.4.4 Sistemas de posicionamiento acústico

Los sistemas de posicionamiento acústico, se encuentran constituidos por transmisores acústicos externos al vehículo desplegados en el entorno donde se desarrolla la misión y un transductor instalado en el vehículo (LaPointe 2006). La

distancia entre el vehículo y los transmisores, cuya posición es conocida, se calcula a partir del tiempo de vuelo de la señal acústica y una estimación de la velocidad del sonido en la columna de agua entre el transmisor y el vehículo.

Este método, aunque brinda una referencia global de posición al sistema de navegación bajo el agua, presenta el inconveniente inherente a la necesidad del despliegue de los transmisores antes del desarrollo de la misión. El posicionamiento acústico se presenta como una alternativa al GPS cuando el sistema se encuentra sumergido, ya que este último pierde la cobertura bajo el agua. En el caso del HRC-AUV, no se cuenta con un sistema de este tipo, por lo que su sistema de navegación carece de una medición global de posición una vez que se sumerge.

1.4.5 Modelo dinámico para la navegación

La obtención de un modelo matemático que describa adecuadamente el comportamiento dinámico del vehículo, constituye una tarea indispensable y compleja (Valeriano, Martinez et al. 2013). El éxito de las funciones de simulación y diseño dependen gran medida de la exactitud y precisión que se logre en dichos modelos.

El conocimiento que se obtiene acerca de la dinámica del vehículo a través del proceso de modelado, puede y ha sido aprovechado en el incremento de las prestaciones de los sistemas de navegación basados en sensores inerciales (Ma, Sukkarieh et al. 2003, Bryson and Sukkarieh 2004, Hegrenaes 2008).

Además de las características estructurales de la embarcación, los movimientos de las embarcaciones marinas se encuentran afectados por vientos, olas y corrientes marinas, los cuales también deberán ser modelados (Fossen 2011)

En (Valeriano 2013) se desarrolla la metodología para el modelado del HRC-AUV a partir de juegos de datos recolectados en sesiones de experimentos. Con esta metodología se ha obtenido un modelo dinámico no lineal de seis grados de libertad (DOF, *Degrees of Freedom*), que incluye los efectos de las perturbaciones marinas y que ha sido validado mediante simulación y pruebas

experimentales (Valeriano Medina 2017). Esto hace posible la utilización de modelos dinámicos de alta precisión en los algoritmos de navegación concebidos para el vehículo.

1.5 Sistemas de navegación asistida en vehículos marinos

Los sistemas de navegación asistida, generalmente presentan combinaciones de INS con GPS. Esto se debe fundamentalmente al amplio desarrollo alcanzado por la tecnología GPS desde el punto de vista comercial y a los avances en el ámbito de los sensores inerciales.

La arquitectura sensorial destinada a la función de navegación desplegada en el *HRC-AUV* consta de sensores inerciales de bajo costo y GPS, cuya señal se pierde al sumergirse. Es por esta razón que la alternativa del DNVM resulta necesaria en aras de mejorar la calidad de las mediciones aportadas por el sistema de navegación al sistema de control de movimiento en general.

En este sentido se aprecia en la literatura la tendencia a utilizar el DNVM como una medición más en el sistema de navegación (Hegrenaes and Hallingstad 2011). En (Martínez 2015, Martinez, Hernandez et al. 2015) se plantea la implementación de un sistema de navegación basado en el DNVM. Esta técnica persigue mitigar el efecto nocivo que aporta la incertidumbre de los sensores de bajo costo a partir del modelo matemático y la medición de las acciones de control aplicadas al vehículo.

El algoritmo desplegado en (Martinez, Hernandez et al. 2015) utiliza un modelo linealizado alrededor del punto de operación para la navegación. Además, se plantea la necesidad de la estimación de la intensidad de las corrientes considerando que estas no cambian de dirección. En esta aproximación se plantean un conjunto de maniobras preestablecidas que permiten la estimación de la dirección de las corrientes antes del comienzo de la misión. Esta alternativa presenta el inconveniente de que no se estima en tiempo real la dirección de las corrientes, las cuales constituyen entradas al modelo dinámico del *HRC-AUV*.

Con el objetivo de incrementar las prestaciones alcanzadas hasta el momento por el HRC-AUV, a partir de aquí se plantea un sistema de navegación basado en el modelo dinámico no lineal para navegación del vehículo y asistido, fundamentalmente, por las mediciones de la IMU y el GPS, cuando este último se encuentre disponible. Este sistema debe incluir tratamiento a las perturbaciones, fundamentalmente la estimación tanto de la intensidad como de la dirección de las corrientes marinas, eliminando la necesidad de maniobras o procedimientos ajenos al desarrollo de la misión objetivo para la cual se utiliza el vehículo.

1.5.1 Efecto de las perturbaciones en el sistema de navegación de un vehículo marino.

Las perturbaciones a considerar para aplicaciones que involucren a embarcaciones en el medio marino son: la fuerza de los vientos, el oleaje y las corrientes marinas (Fossen 2011). En el caso de los vehículos subacuáticos, la fuerza de los vientos resulta irrelevante ya que el vehículo se encuentra sumergido prácticamente en su totalidad aun cuando opera cerca de la superficie. En la medida que el vehículo se aleja de la superficie y se sumerge, el fenómeno del oleaje pierde relevancia, aunque durante la navegación cercana a la superficie debe ser tratado adecuadamente. En este sentido, existen investigaciones relacionadas en el GARP que resuelven el filtrado del efecto oscilatorio del oleaje (García García, Valeriano Medina et al. 2015). De esta manera se da solución a las afectaciones provocadas por el oleaje, restando analizar y solucionar las provocadas por las corrientes marinas. Estas perturbaciones introducen componentes de velocidad en el vehículo, que de no ser consideradas por los modelos de navegación acarrearán errores que se propagan de forma exponencial hacia la estimación de posición. Además, provocan desviaciones en las trayectorias preestablecidas durante las misiones de seguimiento (Caharija, Candeloro et al. 2012, Lekkas 2014, Moe, Caharija et al. 2014).

Por las razones antes expuestas, resulta de vital importancia la estimación en tiempo real del efecto perturbador asociado a las corrientes marinas para la

correcta implementación de un sistema de navegación basado en el modelo dinámico no lineal del HRC-AUV.

Para concretar la implementación del sistema de navegación, como se ha venido estableciendo, deben integrarse estimaciones basadas en el modelo dinámico no lineal del HRC-AUV con mediciones de la IMU y GPS, las cuales se registran a diferentes frecuencias y en ocasiones pueden no estar disponibles.

1.5.2 Filtro extendido de Kalman

El método de integración por excelencia, en la literatura consultada, en aplicaciones de navegación que involucran INS, GPS y DNVM es el Filtro Extendido de Kalman (EKF, *Extended Kalman Filter*)(Rogers 2003, Hegrenaes 2008, Hegrenaes and Hallingstad 2011, Martínez 2013, Martinez, Hernandez et al. 2015). En (Martínez 2013) se presenta una descripción general de las formulaciones más comunes en la literatura del *EKF*:

- Estimación directa: en esta variante (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) el estado estimado en el *EKF* es el resultado final de la estimación:

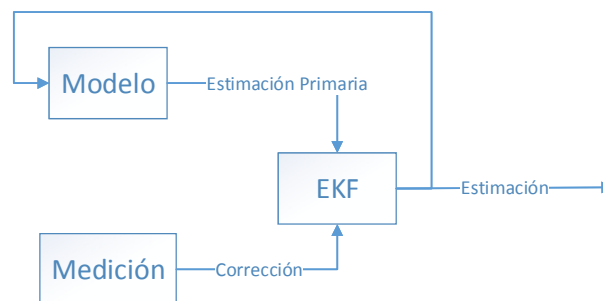


Figura 1.8 Estimación directa mediante EKF

Esta variante acarrea el inconveniente de que, si falla el filtro, se pierde completamente la estimación.

- Estimación indirecta: en esta variante (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**) el estado estimado en el EKF son los errores de la

estimación primaria, los cuales se restan al final para obtener la estimación corregida:

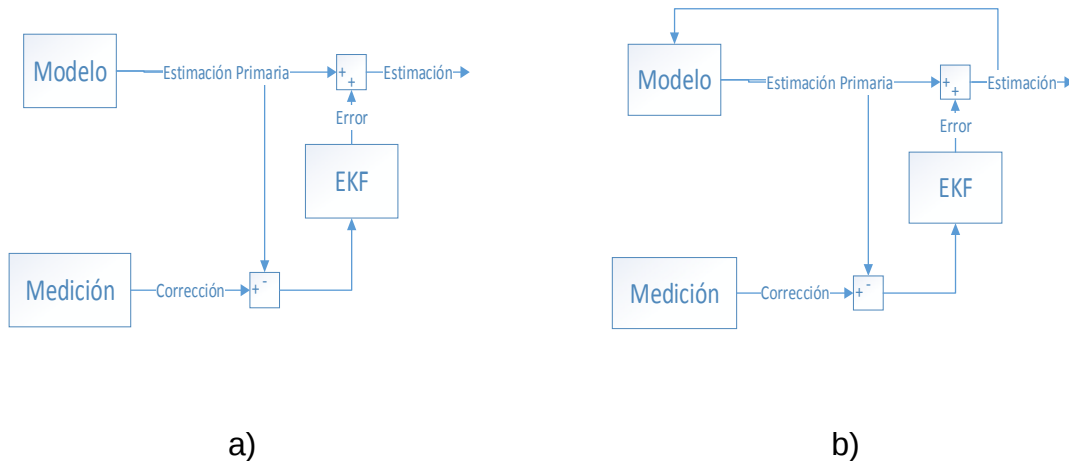


Figura 1.9 Estimación indirecta mediante EKF,
a) versión no realimentada, b) versión realimentada

Esta variante presenta la ventaja de que, si falla el filtro, la estimación primaria permanece disponible como resultado parcial, lo cual le brinda robustez. Se presenta en dos versiones (Grewal and Andrews 2008):

- o **Forward**: en esta versión los errores estimados nunca afectan la estimación primaria y solamente se corrige la estimación final (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** a). Esta variante presenta el inconveniente de que la información primaria nunca se corrige, por lo que, dependiendo de la aplicación, los errores pueden crecer indefinidamente aun cuando la estimación final converja, lo cual acarrea el riesgo de una incompatibilidad numérica.
- o **Feedback**: en esta versión el estado corregido se realimenta hacia la estimación primaria (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** b). Esta variante presenta la ventaja del aprovechamiento de la corrección durante el proceso de estimación primaria, lo cual elimina el riesgo de incompatibilidad numérica presente en la versión forward.

1.6 Algoritmo de navegación asistida para el HRC-AUV

Por lo antes expuesto, la estructura seleccionada para la implementación del EKF en el algoritmo de navegación para el HRC-AUV es la estimación indirecta en versión realimentada (Figura 1.10).

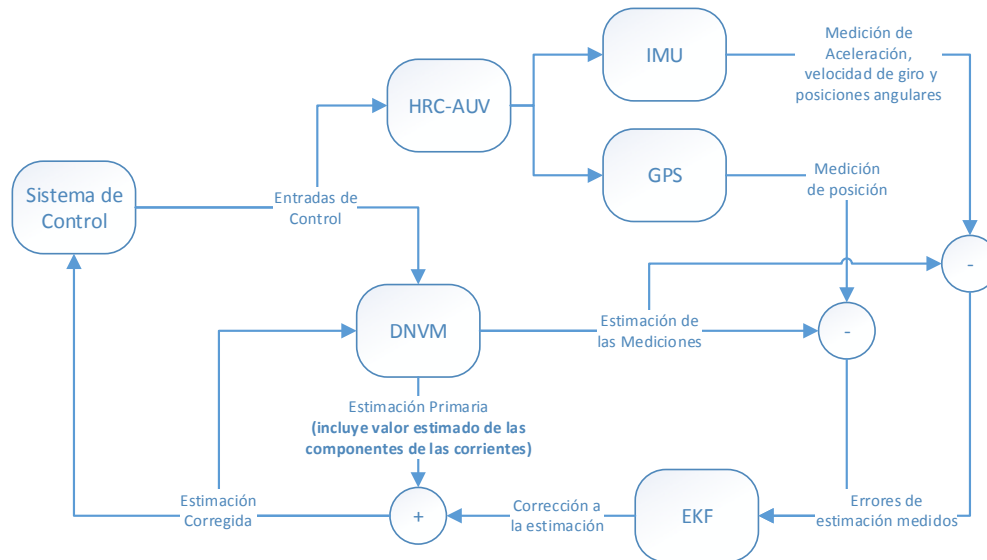


Figura 1.10Arquitectura del Sistema de Navegación para el HRC-AUV

En el esquema presentado en la Figura 1.10 las mediciones tanto de posición como de aceleración, dirección y velocidad de giro, obtenidas del GPS y la IMU respectivamente se comparan directamente con los resultados del DNVM, y entran como señales de error al EKF. Esta arquitectura difiere de las propuestas presentadas en la literatura consultada, donde se abordan siempre las estimaciones del DNVM de forma independiente a la mecanización del INS a partir de las mediciones de aceleración. En el esquema, también se especifica que el estado del DNVM, debe incluir las componentes del vector velocidad de las corrientes marinas, las cuales definen la dirección e intensidad de las corrientes que afectan al vehículo.

De esta forma, se integran las mediciones de los sensores instalados a bordo del HRC-AUV con los modelos que describen la dinámica del vehículo y las perturbaciones que lo afectan dando lugar a un algoritmo de navegación basado

en EKF capaz de estimar el efecto que provocan sobre el vehículo las corrientes marinas.

1.7 Consideraciones finales del Capítulo

- A pesar de los diversos estudios que se han realizado sobre los vehículos marinos, todavía persisten desafíos relacionados con: diseño de una arquitectura sensorial concebida para la navegación, dinámica no lineal, entradas de control insuficientes, dificultades en la obtención de los modelos dinámicos, afectaciones que provocan las perturbaciones marinas, así como otras complejidades asociadas con el diseño y funcionamiento del sistema de navegación.
- La utilización de un procedimiento de modelado analítico y semi empírico, combinado con la realización de pruebas experimentales donde se emplean técnicas de identificación, posibilita la obtención de representaciones dinámicas que describen el comportamiento del vehículo, y que incluyen los efectos que provocan las perturbaciones marinas durante la navegación. Estos modelos son de utilidad para el diseño de algoritmos de navegación, así como para su evaluación mediante simulación.
- Las principales limitaciones que presenta la arquitectura sensorial instalada a bordo del HRC-AUV para la navegación son: las bajas prestaciones del sensor inercial utilizado y la falta de una medición absoluta de posición una vez que el vehículo se sumerge. Estas limitaciones dificultan la implementación de algoritmos de navegación que aseguren la estimación precisa de las variables que se utilizan para el guiado y el control del vehículo.
- Es posible obtener el modelo dinámico para navegación del HRC-AUV a partir de su modelo no lineal de 6-DOF, teniendo en cuenta las características geométricas e inerciales, así como los efectos que sobre la dinámica del vehículo provocan las perturbaciones marinas en el plano horizontal.
- Se propone para el vehículo sub-actuado HRC-AUV, un algoritmo de navegación basado en un filtro extendido de Kalman que permita estimar

tanto la intensidad como la dirección de las corrientes marinas mediante la integración de las mediciones de los sensores a bordo con el modelo dinámico.

CAPÍTULO 2

MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL *HRC-AUV*

Para el diseño del algoritmo de navegación y su validación mediante simulación, es necesario determinar los modelos no lineales del HRC-AUV. Para ello, resulta de vital importancia, establecer los sistemas de referencia y la nomenclatura acorde con la literatura especializada en la materia.

2.1 Sistemas de referencia

El desarrollo matemático de los modelos requiere establecer dos sistemas de referencia como se muestra en la Figura 2.1.

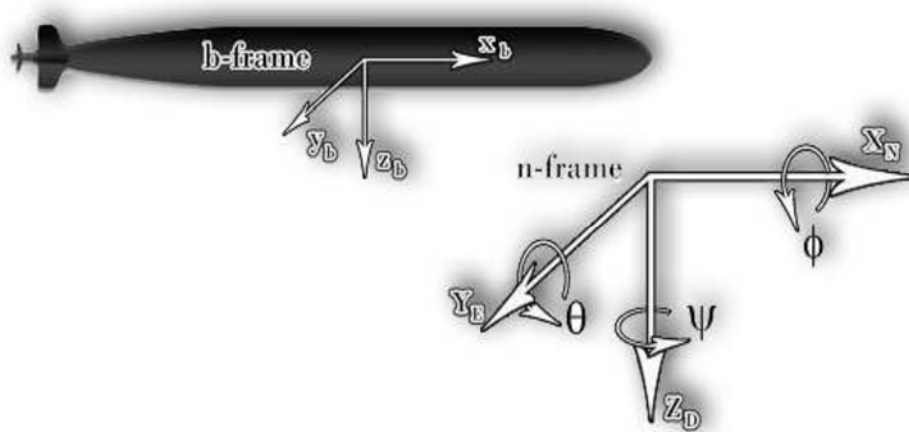


Figura 2.1 Sistemas de referencia

- **n-frame:** Si se desprecian los efectos de la rotación, se puede definir un sistema cartesiano ortogonal inercial a partir de un punto cualquiera sobre la superficie terrestre con los ejes n_x , n_y y n_z apuntando hacia el norte, este y abajo (hacia el centro de la tierra) respectivamente
- **b-frame:** Es un sistema cartesiano ortogonal no inercial ubicado en el centro de masa del vehículo y orientado según la actitud del mismo.

En la Tabla 2.1 se muestra la nomenclatura utilizada para las fuerzas y momentos angulares, velocidades lineales y angulares, posición u orientación (Valeriano 2013).

Tabla 2.1 Nomenclatura utilizada para fuerzas, velocidades y posiciones

Traslación	Fuerza	Velocidad lineal	Posición
Avance	X	u	x
Desplazamiento Lateral	Y	v	y
Arfada	Z	w	z
Rotación	Momento	Velocidad angular	Angulo
Balanceo	K	p	ϕ
Cabeceo	M	q	θ
Guiñada	N	r	ψ

Así, se definen los vectores: posición (2-1) referido al **n-frame**, velocidad (2-2) referido al **b-frame** y el de fuerzas y momentos (2-3) referido igualmente al sistema de referenciab-frame.

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \end{bmatrix} \text{ donde } \begin{matrix} \boldsymbol{\eta}_1 = [x & y & z]^T \\ \boldsymbol{\eta}_2 = [\phi & \theta & \psi]^T \end{matrix} \quad 2-1$$

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_1 \\ \boldsymbol{v}_2 \end{bmatrix} \text{ donde } \begin{matrix} \boldsymbol{v}_1 = [u & v & w]^T \\ \boldsymbol{v}_2 = [p & q & r]^T \end{matrix} \quad 2-2$$

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 \\ \boldsymbol{\tau}_2 \end{bmatrix} \text{ donde } \begin{matrix} \boldsymbol{\tau}_1 = [X & Y & Z]^T \\ \boldsymbol{\tau}_2 = [K & M & N]^T \end{matrix} \quad 2-3$$

La relación cinemática entre ambos sistemas de referencias se puede formulara partir de la matriz de transformación de ángulos de Euler ($J(\boldsymbol{\eta})$) de la siguiente forma:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{v} \quad 2-4$$

donde:

$$J(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} J_{1(\boldsymbol{\eta})} & \mathbf{0}_{(3 \times 3)} \\ \mathbf{0}_{(3 \times 3)} & J_{2(\boldsymbol{\eta})} \end{bmatrix} \quad 2-5$$

$$J_1(\eta) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & s\theta s\psi c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad 2-6$$

$$J_2(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & t\theta s\phi & t\theta c\phi \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix} \quad 2-7$$

Nótese que en las ecuaciones 2-6 y 2-7, $c * = \cos(*)$, $s * = \sin(*)$ y $t * = \tan(*)$.

2.2 Modelado Matemático del HRC-AUV

Los modelos matemáticos que caracterizan la dinámica de los vehículos marinos contienen parámetros que resultan complejos de obtener. Entre estos términos se encuentran los de: cuerpo rígido, masas añadidas, amortiguamiento viscoso y términos hidrostáticos(Fossen 2011).

Para determinar los modelos dinámicos de embarcaciones marinas se emplean distintos métodos que van desde las pruebas a escala, identificación, los computacionales basados en dinámica de fluidos y los procedimientos analíticos y semi-empíricos(Fossen 2011). Para el caso del HRC-AUV, en investigaciones anteriores se ha adoptado un procedimiento analítico y semi-empírico que se combina con pruebas experimentales específicas(Valeriano, Martinez et al. 2013) que permiten la obtención de un modelo dinámico de 6 DOF.

2.2.1 Modelo no lineal de 6 GDL

La dinámica para un vehículo que se desplaza en el agua a mar abierto(Fossen 2011), puede ser descrita como:

$$\underbrace{\mathbf{M}_{rb}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{rb}(\mathbf{v})\mathbf{v}}_{\text{Términos del cuerpo rígido}} + \underbrace{\mathbf{M}_a\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{D}_a(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r + \mathbf{C}_a(\mathbf{v})\mathbf{v}}_{\text{Términos hidrodinámicos}} + \underbrace{\mathbf{g}(\eta)}_{\text{Términos hidrostáticos}} = \boldsymbol{\tau} \quad 2-8$$

donde:

$\mathbf{M}_{rb}$	Matriz de masa y momentos de inercia del cuerpo rígido
$\mathbf{C}_{rb}(\mathbf{v})$	Matriz de Coriolis del cuerpo rígido
$\mathbf{M}_a$	Matriz de masa y momentos de inercia de las masas añadidas
$\mathbf{D}_a(\mathbf{v}_r)$	Matriz de Amortiguamiento
$\mathbf{C}_a(\mathbf{v})$	Matriz de Coriolis de las masas añadidas

$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$	Vector de momentos gravitacionales y de flotabilidad
$\boldsymbol{\tau}$	Vector de fuerzas y momentos
$\mathbf{v}_r$	Velocidad del vehículo relativa a la masa del agua

Con el objetivo de simplificar las definiciones de los términos de la ecuación 2-8 se establece el centro del sistema de referencia **b-frame** (OB) sobre el centro de flotabilidad (CB) (Fossen 2011), asimismo se asume que el centro de gravedad (CG) se encuentra ubicado sobre el eje z_B , por lo que su posición en el **b-frame** quedaría definida como:

$$\mathbf{BG} = [BG_x \quad BG_y \quad BG_z]^T = [0 \quad 0 \quad BG_z]^T$$

siendo BG_z la distancia entre el CG y el CB .

Además se asume que el sistema cumple la condición de flotabilidad nula con lo cual, los términos de la ecuación 2-8 se pueden definir como (Valeriano Medina 2017):

$$\mathbf{M}_{rb} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mBG_z & 0 \\ 0 & m & 0 & -mBG_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mBG_z & 0 & I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ mBG_z & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad 2-9$$

$$\mathbf{C}_{rb}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & mBG_z r & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & mBG_z r & -u \\ 0 & 0 & 0 & mv - mBG_z p & -mu - mBG_z p & 0 \\ -mBG_z r & mw & -mv + mBG_z p & 0 & -I_{xz} p + I_{zz} r & I_{yy} q \\ -mw & -mBG_z r & mu + mBG_z p & I_{xz} p - I_{zz} r & 0 & I_{xx} p - I_{xz} p \\ mv & -mu & 0 & I_{yy} q & -I_{xx} p + I_{xz} p & 0 \end{bmatrix} \quad 2-10$$

$$\mathbf{M}_a = -diag\{X_{\ddot{u}} \quad Y_{\ddot{v}} \quad Z_{\ddot{w}} \quad K_{\ddot{p}} \quad M_{\ddot{q}} \quad N_{\ddot{r}}\} \quad 2-11$$

$$\mathbf{C}_a(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}} w & Y_{\dot{v}} v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}} w & 0 & X_{\dot{u}} u \\ 0 & 0 & 0 & Y_{\dot{v}} v & -X_{\dot{u}} u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}} w & Y_{\dot{v}} v & 0 & -N_{\dot{r}} r & M_{\dot{q}} q \\ Z_{\dot{w}} w & 0 & X_{\dot{u}} u & N_{\dot{r}} r & 0 & -K_{\dot{p}} p \\ Y_{\dot{v}} v & -X_{\dot{u}} u & 0 & -M_{\dot{q}} q & K_{\dot{p}} p & 0 \end{bmatrix} \quad 2-12$$

$$\mathbf{D}_a(\mathbf{v}_r) = -diag\{X_u + X_{u|u}|u_r| \quad Y_v \quad Z_w \quad K_p \quad M_q \quad N_r\} \quad 2-13$$

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad WBG_z c \theta s \phi \quad WBG_z s \theta \quad 0]^T \quad 2-14$$

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_4 \\ 0 & b_5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix} \quad 2-15$$

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_c \quad 2-16$$

donde:

m	Masa del vehículo
$X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}$	Términos de masas añadidas
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xz}$	Momentos Inerciales
$X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r$	Términos lineales de la matriz de amortiguamiento
$X_{u u }$	Término cuadrático de la matriz de amortiguamiento
$\mathbf{v}_c$	Velocidad de las corrientes
b_1, b_2, b_3, b_4, b_5	Términos de ganancias de vector de entradas de control
n	Velocidad de rotación de la propela
δ_T	Ángulo del timón horizontal
δ_E	Ángulo del timón vertical

Los términos del cuerpo rígido, así como las fuerzas y momentos gravitacionales se determinan a partir de los datos geométricos e inerciales del vehículo. Por su parte, de acuerdo con el procedimiento de modelado empleado, para calcular los parámetros de relacionados con las masas añadidas primeramente se debe aproximar la geometría del vehículo a un elipsoide alargado. De esta forma se pueden utilizar las expresiones analíticas que se reportan en la literatura (Fossen 2011). Por último, los términos más complejos del modelo que son los relativos al amortiguamiento viscoso y a las entradas de control se han calculado a partir de un conjunto de pruebas experimentales realizadas con el vehículo en el mar.

A continuación, se presentan las expresiones derivadas de los cálculos realizados por Valeriano (Valeriano Medina 2017):

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{rb} + \mathbf{M}_a = \begin{bmatrix} 4345,4 & 0 & 0 & 0 & 91 & 0 \\ 0 & 7929 & 0 & -91 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7929 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -91 & 0 & 450,1 & 0 & -275 \\ 91 & 0 & 0 & 0 & 36582 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -275 & 0 & 36582 \end{bmatrix} \quad 2-17$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \mathbf{C}_{rb}(\mathbf{v}) + \mathbf{C}_a(\mathbf{v})$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 91r & 7929w & -7929v \\ 0 & 0 & 0 & -7929w & 91r & 4535,4u \\ 0 & 0 & 0 & -7929v - 91p & -4535,4u - 91p & 0 \\ -91r & 7929w & -7929v + 91p & 0 & -275p + 36388r & -36582q \\ -7929w & -91r & 4535,4u + 91p & -275p - 36388r & 0 & 450,1p - 275r \\ 7929v & -4535,4u & 0 & 36582q & -450,1p + 275r & 0 \end{bmatrix} \quad 2-18$$

$$\mathbf{D}_a(\mathbf{v}_r) = -diag\{-181,45 - 47,49|u_r| \quad -1219,8 \quad -1219,8 \quad -126,62 \quad -9096,9 \quad -9096,9\} \quad 2-19$$

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 890,5c\theta s\phi \quad 890,5s\theta \quad 0]^T \quad 2-20$$

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} 0,1946 & 0 & 0 \\ 0 & 318,39 & 0 \\ 0 & 0 & 661,12 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2644,5 \\ 0 & 1273,56 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix} \quad 2-21$$

Este modelo ha sido validado para su uso en simulaciones con objetivo de diseño y validación de algoritmos de control (Valeriano 2013, Valeriano Medina, Hernández Julián et al. 2015). En este trabajo, el modelo anterior se utiliza como base obtención del modelo matemático del sistema de navegación y para la validación del sistema implementado mediante simulación.

2.2.2 Modelo simplificado del oleaje

En (Valeriano 2013) se presenta la función de transferencia que se muestra en 2-22; **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, la cual emula, aproximadamente, el espectro JONSWAP (Joint North SeaWave Project) (Ochi 1998) para el oleaje al ser excitada por un ruido blanco representado por $\omega_{h(s)}$.

$$y(s) = \frac{K_\omega s}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \omega_{h(s)} \quad 2-22$$

donde:

K_ω	Coeficiente de fuerza
ζ	Factor de amortiguamiento
ω_0	Frecuencia fundamental del oleaje

Esta función permite la simulación de las perturbaciones asociadas al oleaje en la dinámica del HRC-AUV y su efecto en el sistema de control.

2.2.3 Modelo simplificado de las corrientes

Las corrientes marinas constituyen la mayor fuente de perturbaciones asociada a la dinámica de los vehículos sumergibles.

En la ecuación 2-8 se presenta el término de velocidad relativa a la masa de agua ($\mathbf{v}_r$) perturbada por el efecto de la velocidad de las corrientes proyectada en el plano

b-frame como:

$$\mathbf{v}_c = J_1(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\mu}_c \quad 2-23$$

Donde $\boldsymbol{\mu}_c$ es el vector de velocidad de las corrientes referido al plano **n-frame**, el cual se considera de muy lenta variación. Además, despreciando las componentes de rotación de las corrientes, se puede expresar como:

$$\boldsymbol{\mu}_c = \begin{bmatrix} \mu_N \\ \mu_E \\ \mu_D \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad 2-24$$

La magnitud de las corrientes se denota como μ_{ca} , mientras que la dirección de las mismas, respecto al movimiento de la embarcación, se expresa en función de dos ángulos: el ángulo de dirección vertical (α_c) y el ángulo de dirección lateral (β_c). Para esta investigación resulta de interés obtener un modelo bidimensional de las corrientes, por lo que la estructura del vector $\boldsymbol{\mu}_c$ sólo tiene en cuenta a las componentes $(\mu_N; \mu_E)$, considerando que $\alpha_c = 0$. De manera que las ecuaciones

para determinar los términos de μ_c quedan en función de μ_{ca} y de β_c (Valeriano Medina 2017):

$$\mu_c = \begin{bmatrix} \mu_{ca} \cos(\beta_c) \\ \mu_{ca} \sin(\beta_c) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.2.4 Modelo matemático para simulación

A partir de las ecuaciones de la 2-8 a la 2-23, queda establecido el modelo matemático que permite la simulación del comportamiento del vehículo ante la acción de las entradas de control y el efecto de las perturbaciones medioambientales como las corrientes marinas y el oleaje.

En la Figura 2.2 se presenta el diagrama en bloques de dicho modelo.

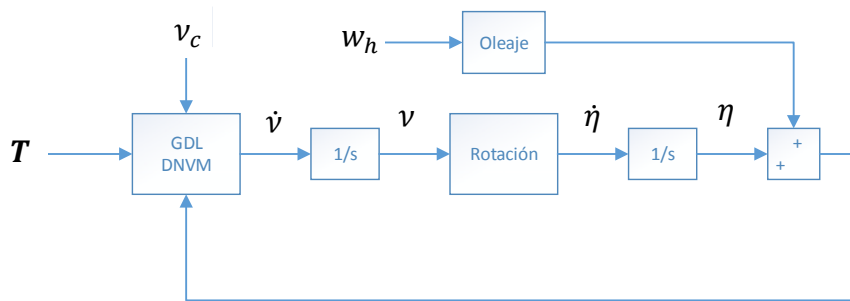


Figura 2.2 Diagrama en bloques del modelo matemático para la simulación del HRC-AUV en presencia de perturbaciones

2.3 Modelos matemáticos del HRC-AUV en el plano horizontal

Con el objetivo de estimar las variables relacionadas con el proceso de navegación, especialmente de las corrientes, es necesario establecer el modelo matemático para el sistema de navegación. El sistema de navegación a desarrollar debe permitir las funciones de control de dirección y seguimiento de caminos curvos en el plano horizontal, para ello es necesario estimar las posiciones y velocidades que definen el movimiento en dicho plano, además de la influencia de las perturbaciones para corregirlas y mejorar la estimación del sistema.

2.3.1 Modelo no lineal del subsistema horizontal

Asumiendo que los valores de z, ϕ, θ, w, p y q son pequeños, se obtiene un modelo reducido de 3 GDL que describe el movimiento del sistema en el plano de navegación(horizontal).

Los vectores de velocidades y posiciones quedan redefinidos como:

$$\begin{aligned}\mathbf{v}' &= [u \quad v \quad r]^T \\ \boldsymbol{\eta}' &= [x \quad y \quad \psi]^T\end{aligned}\tag{2-25}$$

Las ecuaciones 2-4 y 2-8 se pueden reescribir, agrupando términos semejantes y despejando la derivada del vector velocidad ($\dot{\mathbf{v}}'$) como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{v}}' &= \mathbf{M}'^{-1}(\boldsymbol{\tau}'(\mathbf{n}, \delta_T) - \mathbf{C}'(\mathbf{v}')\mathbf{v}' - \mathbf{D}'(\mathbf{v}'_r)\mathbf{v}'_r) + \boldsymbol{\omega}'_v \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}' &= \mathbf{J}'(\boldsymbol{\eta}')\mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega}'_\eta\end{aligned}\tag{2-26}$$

Así, los términos de la ecuación 2-26 quedan definidos como se muestra a continuación.

$$\mathbf{M}' = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}\tag{2-27}$$

$$\mathbf{C}'(\mathbf{v}') = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -(m - Y_{\dot{v}})v \\ 0 & 0 & (m - X_{\dot{u}})u \\ (m - Y_{\dot{v}})v & -(m - X_{\dot{u}})u & 0 \end{bmatrix}\tag{2-28}$$

$$\mathbf{D}'(\mathbf{v}'_r) = -diag\{X_u + X_{u|u}|u_r| \quad Y_v \quad N_r\}\tag{2-29}$$

$$\boldsymbol{\tau}'(\mathbf{n}, \delta_T) = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \\ 0 & b_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \end{bmatrix}\tag{2-30}$$

$$\mathbf{J}'(\boldsymbol{\eta}') = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\tag{2-31}$$

Los términos estocásticos $\boldsymbol{\omega}'_v$ y $\boldsymbol{\omega}'_\eta$ representan errores de modelado. Además de las incertidumbres asociadas al modelo, en el caso del HRC-AUV, los valores de

velocidad del motor (n) y deflexión del timón (δ_T) se obtienen a partir de mediciones, las cuales introducen incertidumbres y deben ser consideradas. Es por esto que las entradas de control se representan como:

$$\begin{aligned} n &= \tilde{n} + \xi_n \\ \delta_T &= \tilde{\delta}_T + \xi_{\delta_T} \end{aligned} \quad 2-32$$

donde:

$\tilde{n}$	<i>Mediciones de la velocidad del motor</i>
$\tilde{\delta}_T$	<i>Mediciones del ángulo de deflexión del timón</i>
ξ_n	<i>Incertidumbres en las mediciones de velocidad del rotor</i>
ξ_{δ_T}	<i>Incertidumbres en las mediciones de deflexión del timón</i>

Sustituyendo 2-32 en 2-30 y aplicando linealización por series de Taylor, se obtiene:

$$\boldsymbol{\tau}'(n, \delta_T) = \boldsymbol{\tau}'(\tilde{n}, \tilde{\delta}_T) + \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{n}}) \begin{bmatrix} \xi_n \\ \xi_{\delta_T} \end{bmatrix} \quad 2-33$$

$$\mathbf{G}(\tilde{\mathbf{n}}) = \left. \frac{\partial \boldsymbol{\tau}'(\mathbf{n}, \delta_T)}{\partial \begin{bmatrix} n \\ \delta_T \end{bmatrix}} \right|_{(\tilde{n}, \tilde{\delta}_T)} = \begin{bmatrix} 2b_1|\tilde{n}| & 0 \\ 0 & b_2 \\ 0 & b_5 \end{bmatrix} \quad 2-34$$

Sustituyendo 2-33 en 2-26 se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{v}}' &= \mathbf{M}'^{-1}(\boldsymbol{\tau}'(\tilde{\mathbf{n}}, \tilde{\delta}_T) - \mathbf{C}'(\mathbf{v}')\mathbf{v}' - \mathbf{D}'(\mathbf{v}'_r)\mathbf{v}'_r) + \boldsymbol{\omega}''_v \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}' &= \mathbf{J}'(\boldsymbol{\eta}')\mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega}'_{\eta} \end{aligned} \quad 2-35$$

Con:

$$\boldsymbol{\omega}''_v = \mathbf{M}'^{-1}\mathbf{G}(\tilde{\mathbf{n}}) \begin{bmatrix} \xi_n \\ \xi_{\delta_T} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\omega}'_v \quad 2-36$$

2.3.2 Modelos de las corrientes en el subsistema horizontal

Teniendo en cuenta las consideraciones descritas en la sección 2.3.1, la ecuación 2-24 se puede reescribir como sigue:

$$\boldsymbol{\mu}'_c = \begin{bmatrix} \mu_N \\ \mu_E \end{bmatrix} \quad 2-37$$

Nótese que $\boldsymbol{\mu}'_c$ ahora representa la componente de velocidad de las corrientes en el plano horizontal. Considerándose de muy lenta variación se puede establecer:

$$\dot{\boldsymbol{\mu}}'_c \approx \boldsymbol{\omega}'_c \quad 2-38$$

Donde $\boldsymbol{\omega}'_c$ es un ruido blanco que representa la incertidumbre asociada a las variaciones que puedan experimentar las corrientes durante el desarrollo de la misión.

La ecuación 2-38 representa entonces el modelo de las perturbaciones introducidas por las corrientes para el sistema de navegación.

2.3.3 Modelo del efecto del oleaje subsistema horizontal.

En (Garcia, Valeriano et al. 2012) se establece la importancia del filtrado de las mediciones de dirección y velocidad de giro con el objetivo de atenuar los efectos nocivos del oleaje en el sistema de control de dirección.

Definiendo $\mathbf{x}_h = [r_h \ \psi_h]^T$ como el efecto del oleaje en las mediciones de dirección y velocidad de giro, se puede establecer, a partir de la ecuación 2-22 la siguiente relación:

$$\dot{\mathbf{x}}_h = \begin{bmatrix} 2\zeta\omega_0 & \omega_0^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_h + \boldsymbol{\omega}'_h \quad 2-39$$

$$\boldsymbol{\omega}'_h = \begin{bmatrix} K_\omega \omega_h \\ 0 \end{bmatrix}$$

La ecuación 2-39 representa el modelo del oleaje asociado a las mediciones de dirección y velocidad de giro para el sistema de navegación. Este modelo se adopta en esta tesis para garantizar una mayor precisión en la estimación de la dirección del vehículo.

2.3.4 Modelo de las mediciones de posición para el subsistema horizontal.

Para corregir los valores estimados a partir de los modelos descritos anteriormente se cuenta con las mediciones de los sensores inerciales y de GPS (*MTI-G*).

Las mediciones de posición se pueden presentar como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_x \\ \xi_y \end{bmatrix} \quad 2-40$$

Donde ξ_x y ξ_y representa la incertidumbre asociada a las mediciones de la unidad de GPS.

Despejando las variables de las mediciones en la ecuación 2-40 se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \xi_x \\ \xi_y \end{bmatrix} \quad 2-41$$

La ecuación 2-41 representa el modelo de las mediciones de posición del HRC-AUV para el sistema de navegación.

2.3.5 Modelo de las mediciones de dirección y velocidad de giro de la MTI-G en el subsistema horizontal.

Las mediciones de dirección (ψ) y velocidad de giro (r) de la *MTI-G* se presentan como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} r \\ \psi \end{bmatrix} + x_h = \begin{bmatrix} \tilde{r} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_\psi \end{bmatrix} \quad 2-42$$

Donde ξ_r y ξ_ψ representa la incertidumbre en las mediciones y x_h modela el efecto perturbador del oleaje.

Despejando las variables de las mediciones en la ecuación 2-42 se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \tilde{r} \\ \tilde{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ \psi \end{bmatrix} + x_h - \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_\psi \end{bmatrix} \quad 2-43$$

La ecuación 2-43 representa el modelo para las mediciones de dirección y velocidad de giro para el sistema de navegación.

2.3.6 Mediciones de aceleración para el subsistema horizontal.

Las derivadas de las velocidades referidas al **b-frame**, quedan definidas a partir de las mediciones de los acelerómetros ($[f_x \ f_y]^T$) como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{f}_x \\ \tilde{f}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_f \\ \xi_f \end{bmatrix} \quad 2-44$$

Integrando la ecuación anterior se obtienen las expresiones para la implementación de un INS en el plano de navegación:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_u \\ \xi_v \end{bmatrix} \quad 2-45$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} = \int \begin{bmatrix} \tilde{f}_x \\ \tilde{f}_y \end{bmatrix} dt \quad \begin{bmatrix} \xi_u \\ \xi_v \end{bmatrix} = \int \begin{bmatrix} \xi_f \\ \xi_f \end{bmatrix} dt$$

Nótese que los términos estocásticos ξ_u y ξ_v asociados a la incertidumbre del INS, no cumplen las condiciones del ruido blanco ya que crecen en el tiempo y presentan correlación con sus valores respectivos en los instantes anteriores.

Para la posterior implementación del sistema de navegación basado en un EKF, resulta indispensable que los términos estocásticos asociados a las mediciones cumplan las condiciones del ruido blanco.

Nótese que el miembro izquierdo de la ecuación 2-44 se puede sustituir en función del vector de velocidades descrito en 2-25 como se muestra a continuación:

$$\mathbf{N}\dot{\mathbf{v}}' = \begin{bmatrix} \tilde{f}_x \\ \tilde{f}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_f \\ \xi_f \end{bmatrix} \quad 2-46$$

donde:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad 2-47$$

Despejando las mediciones en la ecuación 2-46, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}_x \\ \tilde{f}_y \end{bmatrix} = \mathbf{N}\dot{\mathbf{v}}' - \begin{bmatrix} \xi_f \\ \xi_f \end{bmatrix} \quad 2-48$$

La ecuación 2-48 representa el modelo de las mediciones de aceleración para el sistema de navegación.

En este punto se han presentado los modelos reducidos que describen, tanto la dinámica del vehículo en el plano horizontal, como sus relaciones con las mediciones de los sensores a bordo del vehículo. Estos modelos permiten integrar la dinámica del vehículo con las mediciones de aceleración y posición obtenidas a partir de los sensores disponibles. A partir de aquí se procede a definir la una estructura de modelo matemático que se pueda utilizar para el desarrollo del algoritmo de navegación basado en el EKF.

2.4 Modelo paranavegación

Para la implementación del algoritmo de navegación en una plataforma computacional discreta, es necesario desarrollar un modelo matemático basado en ecuaciones de diferencia. Este modelo, además, presenta fuertes no linealidades asociadas fundamentalmente a los fenómenos de fricción viscosa, masas añadidas y a las rotaciones de ángulos de Euler.

De forma general, el modelo discreto no lineal para el sistema de navegación del HRC-AUV, se puede representar de como se muestra en la ecuación 2-49.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \boldsymbol{\omega}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \boldsymbol{\xi}_k \end{aligned} \tag{2-49}$$

donde $\mathbf{x}_k$ se forma a partir del muestreo de las variables a estimar, $\mathbf{u}_k$ a partir de las entradas de control y $\mathbf{y}_k$ a partir de las mediciones disponibles para la estimación.

En la ecuación 2-50 se muestran las composiciones de los vectores de la ecuación 2-49 de acuerdo con la descripción anterior:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [u \quad v \quad r \quad x \quad y \quad \psi \quad r_h \quad \psi_h \quad \mu_N \quad \mu_E]^T \\ \mathbf{u} &= [\tilde{n} \quad \tilde{\delta}_T]^T \\ \mathbf{y} &= [\tilde{x} \quad \tilde{y} \quad \tilde{r} \quad \tilde{\psi} \quad \tilde{f}_x \quad \tilde{f}_y]^T \end{aligned} \tag{2-50}$$

2.4.1 Función de transición de estado

Utilizando un integrador cuadrado, se puede definir la ecuación de transición de estado basada en la derivada del estado en tiempo continuo como se muestra a continuación:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)T \quad 2-51$$

Donde T representa el periodo de muestreo.

Resulta interesante entonces, establecer la derivada ($\dot{\mathbf{x}}$) en función del estado y la entrada:

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{u})\mathbf{u} + \boldsymbol{\omega}_t \quad 2-52$$

Según las ecuaciones 2-35, 2-38 y 2-39, los términos de la ecuación 2-52 quedan definidos como se muestra a continuación.

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\mathbf{v}'}^{\mathbf{v}'}(\mathbf{x}) & \mathbf{0}_{(3,3)} & \mathbf{0}_{(3,2)} & \mathbf{A}_{\mu'_c}^{\mathbf{v}'}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{A}_{\mathbf{v}'}^{\eta'}(\mathbf{x}) & \mathbf{0}_{(3,3)} & \mathbf{0}_{(3,2)} & \mathbf{0}_{(3,2)} \\ \mathbf{0}_{(2,3)} & \mathbf{0}_{(2,3)} & \mathbf{A}_{\mathbf{x}_h}^{\mathbf{x}_h} & \mathbf{0}_{(2,2)} \\ \mathbf{0}_{(2,3)} & \mathbf{0}_{(2,3)} & \mathbf{0}_{(2,2)} & \mathbf{0}_{(2,2)} \end{bmatrix} \quad 2-53$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{v}'}^{\mathbf{v}'}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{X_u + X_{u|u||u_r|}}{m - X_{\dot{u}}} & 0 & \frac{(m - Y_{\dot{v}})v}{m - X_{\dot{u}}} \\ 0 & \frac{Y_v}{m - Y_{\dot{v}}} & \frac{-(m - X_{\dot{u}})u}{m - Y_{\dot{v}}} \\ \frac{(m - Y_{\dot{v}})v}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} & \frac{-(m - X_{\dot{u}})u}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} & \frac{N_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \end{bmatrix} \quad 2-54$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{v}'}^{\eta'}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}'(\boldsymbol{\eta}') \quad 2-55$$

$$\mathbf{A}_{\mu'_c}^{\mathbf{v}'}(\mathbf{x}) = - \begin{bmatrix} \frac{X_u + X_{u|u||u_r|}}{m - X_{\dot{u}}} c\psi & \frac{X_u + X_{u|u||u_r|}}{m - X_{\dot{u}}} s\psi 0 \\ -\frac{Y_v}{m - Y_{\dot{v}}} s\psi & \frac{Y_v}{m - Y_{\dot{v}}} c\psi \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2-56$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{x}_h}^{\mathbf{x}_h} = \begin{bmatrix} 2\zeta\omega_0 & \omega_0^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad 2-57$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} b_1|n| & 0 \\ 0 & b_2 \\ 0 & b_5 \end{bmatrix} \quad 2-58$$

$$\boldsymbol{\omega}_t = [\boldsymbol{\omega}''_v \quad \boldsymbol{\omega}'_\eta \quad \boldsymbol{\omega}'_h \quad \boldsymbol{\omega}'_c]^T \quad 2-59$$

Sustituyendo 2-52 en 2-51 se establece:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + (\mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{u})\mathbf{u})T + \boldsymbol{\omega}_t T \quad 2-60$$

Comparando 2-60 con 2-49 se llega a que:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)} &= \mathbf{x}_k + (\mathbf{A}(\mathbf{x}_k)\mathbf{x}_k + \mathbf{B}(\mathbf{u}_k)\mathbf{u}_k)T \\ \boldsymbol{\omega}_k &= \boldsymbol{\omega}_t T \end{aligned} \quad 2-61$$

A partir de los valores establecidos en las ecuaciones de la 2-17 a la 2-21 se establecen los parámetros presentes en las ecuaciones 2-54, 2-56, 2-57 y 2-58, como se muestra a continuación:

$$\mathbf{A}_{v'}^{\dot{v}'}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -0.042 - 0.01|u_r| & 0 & 1.82v \\ 0 & -0.15 & -0.56u \\ -1.82v & 0.56u & -0.25 \end{bmatrix} \quad 2-62$$

$$\mathbf{A}_{\mu_c'}^{\dot{\mu}_c'}(\mathbf{x}) = - \begin{bmatrix} (0.042 + 0.01|u_r|)c\psi & -(0.042 + 0.01|u_r|)s\psi \\ 0.15s\psi & 0.15c\psi \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2-63$$

$$\mathbf{A}_{x_h}^{\dot{x}_h} = \begin{bmatrix} 2.5 & 1.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad 2-64$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} 0.1946|n| & 0 \\ 0 & 318.39 \\ 0 & 1273.56 \end{bmatrix} \quad 2-65$$

2.4.2 Modelo discreto de las mediciones.

A partir de las ecuaciones 2-41, 2-43 y 2-48 se puede establecer el vector de las mediciones ($\mathbf{y}$), descrito en la ecuación 2-50 como se muestra a continuación:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \xi_x \\ \xi_y \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} r \\ \psi \end{bmatrix} + \mathbf{x}_h - \begin{bmatrix} \xi_r \\ \xi_\psi \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}\dot{\mathbf{v}}' - \begin{bmatrix} \xi_f \\ \xi_f \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad 2-66$$

Nótese que la ecuación 2-66 se puede escribir en función del vector de estado ($\mathbf{x}$) como se muestra a continuación:

$$\mathbf{y} = \mathbf{L}\mathbf{x}_k + \mathbf{N}'\dot{\mathbf{x}}_k + \boldsymbol{\xi}_0 \quad 2-67$$

donde:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2-68$$

2-69

$$\mathbf{N}' = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(4 \times 3)} & \mathbf{0}_{(4 \times 7)} \\ \mathbf{N} & \mathbf{0}_{(2 \times 7)} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\xi}_0 = -[\xi_x \quad \xi_y \quad \xi_r \quad \xi_\psi \quad \xi_f \quad \xi_f]^T \quad 2-70$$

Sustituyendo 2-52 en 2-67, se obtiene:

$$\mathbf{y} = (\mathbf{L} + \mathbf{N}'\mathbf{A}(\mathbf{x}_k))\mathbf{x}_k + \mathbf{N}'\mathbf{B}(\mathbf{u}_k)\mathbf{u}_k + \mathbf{N}'\boldsymbol{\omega}_t + \boldsymbol{\xi}_0 \quad 2-71$$

Comparando 2-71 con 2-49 se puede establecer:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) = (\mathbf{L} + \mathbf{N}'\mathbf{A}(\mathbf{x}_k))\mathbf{x}_k + \mathbf{N}'\mathbf{B}(\mathbf{u}_k)\mathbf{u}_k \quad 2-72$$

$$\boldsymbol{\xi}_k = \mathbf{N}'\boldsymbol{\omega}_t + \boldsymbol{\xi}_0 = \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\omega}_k + \boldsymbol{\xi}_0$$

donde:

$$\boldsymbol{\Gamma} = 1/T \mathbf{N}' \quad 2-73$$

Las ecuaciones 2-49, 2-60 y 2-72; definen el modelo matemático no lineal para la navegación del vehículo en el plano horizontal. El modelo es discreto, con representación de parámetros estocásticos de incertidumbre e incluye en su estado al vector que representa los efectos de las corrientes marinas y el oleaje en las mediciones de dirección. Estas características hacen viable su utilización en la implementación de un algoritmo de navegación basado en EKF, que estime tanto la intensidad como la dirección de las corrientes marinas.

2.5 Consideraciones finales del Capítulo

- La existencia de un modelo matemático no lineal de 6-DOF determinado para el vehículo HRC-AUV a partir de un procedimiento analítico y semi-empírico, combinado con pruebas experimentales, facilita la obtención de un modelo simplificado que pueda ser utilizado para el diseño e implementación de un algoritmo de navegación.
- El modelo de las mediciones de aceleración, obtenido a partir de las ecuaciones que representan la mecanización del INS, se integra directamente a la dinámica del vehículo, lo cual favorece la estimación directa de los parámetros que definen las corrientes marinas.
- El modelo matemático para la navegación del vehículo en el plano horizontal es viable para su utilización en la implementación de un algoritmo de navegación basado en EKF, que estime tanto la intensidad como la dirección de las corrientes marinas.

CAPÍTULO 3

ALGORITMO DE NAVEGACIÓN

En la sección 1.4 se establece la importancia del sistema de navegación para el buen funcionamiento del sistema de control de misión. A continuación, se presenta en detalle el desarrollo del sistema de navegación a implementar en el HRC-AUV. El mismo se centra en el DNVM asistido por INS y GPS a partir de un EKF basado en el modelo matemático representado desarrollado en la sección 2.4.

3.1 El Filtro Extendido de Kalman

La implementación del EKF se centra en el modelo matemático no lineal descrito en la ecuación 2-49, la cual se repite a continuación.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \boldsymbol{\omega}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \boldsymbol{\xi}_k \end{aligned} \quad 3-1$$

El estado estimado y el vector de mediciones han quedado definidos en la ecuación 2-50.

El algoritmo del EKF consiste de dos etapas consecutivas y de carácter recursivo denominadas:

Predicción:

Consiste en encontrar el estado estimado en el instante de tiempo k tomando en cuenta el estado inicial $\hat{\mathbf{x}}_0$ y las mediciones desde $\mathbf{y}_1$ hasta $\mathbf{y}_{k-1}$ y se representa en como (Simon 2006):

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \hat{\mathbf{x}}\{\mathbf{x}_0; \mathbf{y}_1; \dots; \mathbf{y}_{k-1}\}$$

Este se conoce como estado estimado a priori. También es necesario encontrar la covarianza del estado estimado a priori, representada como:

$$\mathbf{P}_k^- = E((\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)^T) \quad 3-2$$

Corrección:

Consiste en incorporar la información adquirida de las mediciones en el instante de tiempo k al valor estimado a priori y se representa:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}\{\mathbf{x}_0; \mathbf{y}_1; \dots; \mathbf{y}_k\} \quad 3-3$$

Este se conoce como el estado estimado a posteriori. También se hace necesaria la estimación de la covarianza del estado estimado a posteriori, la cual se representa como:

$$\mathbf{P}_k^+ = E((\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+)^T) \quad 3-4$$

3.2 Etapa de corrección

La función de corrección consiste en actualizar el estado a partir de las mediciones para obtener el estado a posteriori $\hat{\mathbf{x}}_k^+$.

A continuación, se presenta la ecuación que realiza el planteamiento anterior.

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u}_k)) \quad 3-5$$

Donde $(\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u}_k))$ se conoce como la innovación y $\mathbf{K}_k$ (*Ganancia de Kalman*) representa la relación entre la innovación y el estado a posteriori.

El cálculo de $\mathbf{K}_k$ realiza minimizando la traza de la matriz de covarianza del estado a posteriori, como se muestra a continuación:

$$\mathbf{K}_k = \minval(\text{Tr}(\mathbf{P}_k^+)) \quad 3-6$$

Sustituyendo 3-5 en 3-4 se puede establecer la expresión para la covarianza del estado estimado a posteriori ($\mathbf{P}_k^+$) como sigue (Simon 2006):

$$\mathbf{P}_k^+ = E\left(\left(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u}_k))\right)\left(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u}_k))\right)^T\right) \quad 3-7$$

La función de medición ($\mathbf{y}_k$) se puede expresar en términos del estado estimado como se muestra a continuación:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u}_k) + \mathbf{H}_k(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad 3-8$$

Algoritmo de navegación

donde $\mathbf{H}_k$ se define como la jacobiana de la función de medición $\mathbf{h}_{(x,u)}$ con respecto al estado ($\mathbf{x}$) evaluada en el estado estimado a priori ($\hat{\mathbf{x}}_k^-$).

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-} \quad 3-9$$

Sustituyendo 3-8 en 3-7 y agrupando términos semejantes se obtiene:

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) E((\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)^T) (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k E(\xi_k \xi_k^T) \mathbf{K}_k^T \quad 3-10$$

Sustituyendo 3-2 en 3-10 se obtiene:

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k \mathbf{R}_k \mathbf{K}_k^T \quad 3-11$$

Quedando establecido:

$$\mathbf{R}_k = E(\xi_k \xi_k^T) \quad 3-12$$

La expresión alcanzada en 3-11 es equivalente a la que se presenta en 3-13(Simon 2006).

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad 3-13$$

El valor de $\mathbf{K}_k$ se calcula entonces sustituyendo 3-11 en 3-6:La solución se presenta a continuación:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad 3-14$$

Las expresiones de la 3-5 a la 3-14 definen la etapa de corrección, solo resta encontrar los valores de $\mathbf{H}_k$ y $\mathbf{R}_k$

3.2.1 Cálculo de la jacobiana de la función de medición.

Para calcular $\mathbf{H}_k$ es necesario encontrar la jacobiana de la función de medición con respecto al estado.

Así, derivando la función de medición en la ecuación 2-72 se obtiene:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-} = \mathbf{L} + \mathbf{N}' \mathbf{A}'(\hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad 3-15$$

$$A'(\hat{x}_k^-) = \left. \frac{\partial A(x)x}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k^-}$$

Para definir completamente el valor de H_k es necesario encontrar $\frac{\partial A(x)x}{\partial x}$. Este valor se puede representar como se muestra a continuación:

$$A'(x) = \frac{\partial A(x)x}{\partial x} = \begin{bmatrix} A'^{\dot{v}'}_{v'}(x) & A'^{\dot{\eta}'}_{\eta'}(x) & \mathbf{0}_{(3,2)} & A'^{\dot{v}'}_{\mu'_c}(x) \\ A'^{\ddot{\eta}'}_{v'}(x) & A'^{\ddot{\eta}'}_{\eta'}(x) & \mathbf{0}_{(3,2)} & \mathbf{0}_{(3,2)} \\ \mathbf{0}_{(2,3)} & \mathbf{0}_{(2,3)} & A'^{\dot{x}h}_{x_h}(x) & \mathbf{0}_{(2,2)} \\ \mathbf{0}_{(2,3)} & \mathbf{0}_{(2,3)} & \mathbf{0}_{(2,2)} & \mathbf{0}_{(2,2)} \end{bmatrix} \quad 3-16$$

Derivando las ecuaciones en 2-26 con respecto a v' , η' y μ'_c se obtiene:

$$A'^{\dot{v}'}_{v'}(x) = \frac{\partial \dot{v}'}{\partial v'} = - \begin{bmatrix} \frac{-X_u - 2X_{u|u|}|u_r|}{m - X_{\dot{u}}} & \frac{(-m + Y_{\dot{v}})r}{m - X_{\dot{u}}} & \frac{-mv + Y_{\dot{v}}v_r}{m - X_{\dot{u}}} \\ \frac{(m - X_{\dot{u}})r}{m - Y_{\dot{v}}} & \frac{-Y_v}{m - Y_{\dot{v}}} & \frac{mu - X_{\dot{u}}u_r}{m - Y_{\dot{v}}} \\ \frac{(X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})v_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} & \frac{(X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})u_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} & \frac{-N_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \end{bmatrix} \quad 3-17$$

$$A'^{\dot{v}'}_{\eta'}(x) = \frac{\partial \dot{v}'}{\partial \eta'} = \begin{bmatrix} 0_{(1 \times 2)} & \frac{(X_u + 2X_{u|u|}|u_r|)v_c}{m - X_{\dot{u}}} \\ 0_{(1 \times 2)} & \frac{-Y_v}{m - Y_{\dot{v}}} u_c \\ 0_{(1 \times 2)} & 0 \end{bmatrix} \quad 3-18$$

$$A'^{\dot{v}'}_{\mu'_c}(x) = \frac{\partial \dot{v}'}{\partial \mu'_c} = \begin{bmatrix} \left[\frac{X_u + 2X_{u|u|}|u_r|}{m - X_{\dot{u}}} & 0 & 0 \right] \\ 0 & \frac{Y_v}{m - Y_{\dot{v}}} & 0 \end{bmatrix} J'(\eta) \quad 3-19$$

$$A'^{\ddot{\eta}'}_{v'}(x) = \frac{\partial \ddot{\eta}'}{\partial v'} = J'(\eta) \quad 3-20$$

$$A'^{\ddot{\eta}'}_{\eta'}(x) = \frac{\partial \ddot{\eta}'}{\partial \eta'} = \begin{bmatrix} 0_{(2 \times 2)} & \dot{y} \\ 0_{(1 \times 2)} & 0 \end{bmatrix} \quad 3-21$$

Asimismo, derivando la ecuación definida en 2-39 con respecto a x_h se obtiene:

$$A'_{x_h}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \dot{\mathbf{x}}_h}{\partial \mathbf{x}_h} = \begin{bmatrix} 2\zeta\omega_0 & \omega_0^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3.2.2 Cálculo de la covarianza de las mediciones.

En la ecuación 2-72 se establece que:

$$\xi_k = \Gamma \omega_k + \xi_0 \quad 3-22$$

Entonces, se puede calcular:

$$\mathbf{R}_k = E(\xi_k \xi_k^T) = E((\Gamma \omega_k + \xi_0)(\Gamma \omega_k + \xi_0)^T) = \Gamma E(\omega_k \omega_k^T) \Gamma^T + E(\xi_0 \xi_0^T) \quad 3-23$$

A partir de la ecuación 3-23 se puede establecer entonces:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_k &= \Gamma \mathbf{Q}_k \Gamma^T + \mathbf{R}_0 \\ \mathbf{Q}_k &= E(\omega_k \omega_k^T) \quad \mathbf{R}_0 = E(\xi_0 \xi_0^T) \end{aligned} \quad 3-24$$

Nótese que $\mathbf{Q}_k = (\omega_k \omega_k^T)$ y $\mathbf{R}_0 = (\xi_0 \xi_0^T)$ representan las matrices de covarianzas del modelo de transición de estado del vector de mediciones respectivamente.

3.2.3 Cálculo de la etapa de corrección en ausencia de mediciones de posición.

Sin mediciones absolutas de posición, el vector de mediciones de la ecuación 2-50 queda redefinido como se muestra a continuación:

$$\mathbf{y}' = [\tilde{r} \quad \tilde{\psi} \quad \tilde{f}_x \quad \tilde{f}_y]^T = \mathbf{D} \mathbf{y} \quad 3-25$$

donde:

$$\mathbf{D} = [\mathbf{0}_{(2 \times 4)} \quad \mathbf{I}_{(4 \times 4)}] \quad 3-26$$

A partir del nuevo vector de mediciones se establece entonces:

$$\mathbf{h}'(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \mathbf{D} \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad 3-27$$

Derivando la ecuación 3-27 se obtiene:

$$\mathbf{H}'_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}'(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-} = \mathbf{D} \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-} = \mathbf{D}\mathbf{H}_k \quad 3-28$$

Asimismo, el termino estocástico asociado a la incertidumbre en las mediciones queda redefinido como:

$$\boldsymbol{\xi}'_k = \mathbf{D}\boldsymbol{\xi}_k \quad 3-29$$

Quedando redefinida la covarianza como:

$$\mathbf{R}'_k = \mathbf{D}\mathbf{R}_k\mathbf{D}^T \quad 3-30$$

De esta forma, la ganancia de Kalman y la covarianza del estado estimado a posteriori se pueden calcular sustituyendo $\mathbf{H}_k$ y $\mathbf{R}_k$ por $\mathbf{H}'_k$ y $\mathbf{R}'_k$ en las ecuaciones 3-13 y 3-14 como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}'_k &= \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}'_k{}^T (\mathbf{H}'_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}'_k{}^T + \mathbf{R}'_k)^{-1} \\ \mathbf{P}'_k{}^+ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}'_k) \mathbf{P}_k^- \end{aligned} \quad 3-31$$

3.3 Etapa de predicción

A partir el modelo matemático presentado en 3-1 se puede establecer el estado estimado a priori como:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_k^+, \mathbf{u}_k) \quad 3-32$$

La ecuación 3-1 se puede reescribir de forma aproximada como:

$$\mathbf{x}_{k+1} \approx \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_k^+, \mathbf{u}_k) + \mathbf{F}_k(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+) + \boldsymbol{\omega}_k \quad 3-33$$

donde $\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^+}$ es la jacobiana de la función de transición de estado con respecto al vector de estado.

Sustituyendo 3-33 en 3-32 y aplicando linealización (Ogata 1998) se puede establecer que:

$$\mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \mathbf{F}_k(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+) + \boldsymbol{\omega}_k \quad 3-34$$

Sustituyendo 3-34 en 3-2 se obtiene:

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = E((\mathbf{F}_k(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+) + \boldsymbol{\omega}_k)(\mathbf{F}_k(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+) + \boldsymbol{\omega}_k)^T) \quad 3-35$$

Resolviendo 3-35 se obtiene:

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_k^+ \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k + \mathbf{M}_k + \mathbf{M}_k^T \quad 3-36$$

donde:

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{F}_k E((\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^+) \boldsymbol{\omega}_k^T) \quad 3-37$$

Sustituyendo 3-8 en 3-37 y resolviendo, se obtiene

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{K}_k E(\boldsymbol{\xi}_k \boldsymbol{\omega}_k^T) \quad 3-38$$

Sustituyendo 3-22 en 3-38 y resolviendo, se obtiene:

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{K}_k \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{Q}_k \quad 3-39$$

3.3.1 Cálculo de la jacobiana de la función de transición de estado

Con el objetivo de definir la covarianza del estado a priori en la etapa de predicción es necesario encontrar $\mathbf{F}_k$.

De la ecuación 2-60 se tiene que:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) = \mathbf{x}_k + (\mathbf{A}(\mathbf{x}_k)\mathbf{x}_k + \mathbf{B}(\mathbf{u}_k)\mathbf{u}_k)T$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^+} = \mathbf{I} + \left. \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^+} = \mathbf{I} + \mathbf{A}'(\hat{\mathbf{x}}_k^+)$$

Nótese que $\mathbf{A}'(\mathbf{x})$ está definida en la ecuación 3-16.

3.3.2 Cálculo de la covarianza del modelo

La covarianza del modelo se define como:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_k &= E(\boldsymbol{\omega}_k \boldsymbol{\omega}_k^T) = E(\boldsymbol{\omega}_t \boldsymbol{\omega}_t^T) T \\
&= T \begin{bmatrix} E(\boldsymbol{\omega}''_{v_k} \boldsymbol{\omega}''_{v_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}''_{v_k} \boldsymbol{\omega}'_{\eta_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}''_{v_k} \boldsymbol{\omega}_{h_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}''_{v_k} \boldsymbol{\omega}'_{c_k}^T) \\ E(\boldsymbol{\omega}'_{\eta_k} \boldsymbol{\omega}''_{v_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}'_{\eta_k} \boldsymbol{\omega}'_{\eta_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}'_{\eta_k} \boldsymbol{\omega}_{h_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}'_{\eta_k} \boldsymbol{\omega}'_{c_k}^T) \\ E(\boldsymbol{\omega}_{h_k} \boldsymbol{\omega}''_{v_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}_{h_k} \boldsymbol{\omega}'_{\eta_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}_{h_k} \boldsymbol{\omega}_{h_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}_{h_k} \boldsymbol{\omega}'_{c_k}^T) \\ E(\boldsymbol{\omega}'_{c_k} \boldsymbol{\omega}''_{v_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}'_{c_k} \boldsymbol{\omega}'_{\eta_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}'_{c_k} \boldsymbol{\omega}_{h_k}^T) & E(\boldsymbol{\omega}'_{c_k} \boldsymbol{\omega}'_{c_k}^T) \end{bmatrix} T \quad 3-40
\end{aligned}$$

Conociendo que los elementos $\boldsymbol{\omega}''_v$, $\boldsymbol{\omega}'_\eta$, $\boldsymbol{\omega}_h$ y $\boldsymbol{\omega}'_c$ son ruidos blancos independientes entre sí, por lo que se puede establecer que:

$$\begin{aligned}
E(\boldsymbol{\omega}''_{v_k} \boldsymbol{\omega}'_{\eta_k}^T) &= \mathbf{0}_{(3,3)} \\
E(\boldsymbol{\omega}''_{v_k} \boldsymbol{\omega}_{h_k}^T) &= E(\boldsymbol{\omega}''_{v_k} \boldsymbol{\omega}'_{c_k}^T) = E(\boldsymbol{\omega}'_{\eta_k} \boldsymbol{\omega}_{h_k}^T) = E(\boldsymbol{\omega}'_{\eta_k} \boldsymbol{\omega}'_{c_k}^T) = \mathbf{0}_{(3,2)} \\
E(\boldsymbol{\omega}_{h_k} \boldsymbol{\omega}'_{c_k}^T) &= \mathbf{0}_{(2,2)}
\end{aligned}$$

A partir de la ecuación 2-36 se establece que:

$$\boldsymbol{\omega}''_{v_k} = \mathbf{G}_k \begin{bmatrix} \xi_n \\ \xi_{\delta_T} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\omega}'_{v_k} \quad 3-41$$

Suponiendo que $\mathbf{G}_k \begin{bmatrix} \xi_n \\ \xi_{\delta_T} \end{bmatrix} \gg \boldsymbol{\omega}'_{v_k}$ se puede establecer:

$$\boldsymbol{\omega}''_{v_k} \approx \mathbf{G}_k \begin{bmatrix} \xi_n \\ \xi_{\delta_T} \end{bmatrix}$$

El otro término significativo, de los presentes en la ecuación 3-40 resulta ser $\boldsymbol{\omega}_{h_k}$, ya que representa la dispersión del oleaje en el espectro JONSWAP. Suponiendo que los valores de $\boldsymbol{\omega}_{\eta_k}$ y $\boldsymbol{\omega}_{c_k}$ son despreciables frente a $\boldsymbol{\omega}_{v_k}$ y $\boldsymbol{\omega}_h$ la covarianza del modelo se puede aproximar como:

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} E(\boldsymbol{\omega}''_{v_k} \boldsymbol{\omega}''_{v_k}^T) & \mathbf{0}_{(3,3)} & \mathbf{0}_{(3,2)} & \mathbf{0}_{(3,2)} \\ \mathbf{0}_{(3,3)} & \mathbf{0}_{(3,3)} & \mathbf{0}_{(3,2)} & \mathbf{0}_{(3,2)} \\ \mathbf{0}_{(2,3)} & \mathbf{0}_{(2,3)} & E(\boldsymbol{\omega}_{h_k} \boldsymbol{\omega}_{h_k}^T) & \mathbf{0}_{(2,2)} \\ \mathbf{0}_{(2,3)} & \mathbf{0}_{(2,3)} & \mathbf{0}_{(2,2)} & \mathbf{0}_{(2,2)} \end{bmatrix} \quad 3-42$$

Algoritmo de navegación

Para el primer experimento, utiliza como referencia el modelo de 6-DOF presentado en la sección 2.2. Al mismo se le parametriza utilizando valores nominales de operación del vehículo en cuanto a velocidad de rotación de la propela y nivel de oleaje. Durante la simulación se introducen parámetros de incertidumbre al modelo acorde con los valores estimados en la sección 3.3.2. A partir del estado simulado en el modelo de 6-DOF, se construyen los valores simulados de las mediciones de los sensores basado en los modelos de las mediciones descritos en la sección 2.3. Para la simulación de la incertidumbre inherente a los procesos de medición se introducen señales de naturaleza aleatoria, media 0 y varianza acorde con las especificaciones de precisión referidas en la documentación de la instrumentación instalada. También se simulan las diferencias en la frecuencia de muestreo y la disponibilidad de las mediciones relacionadas con el GPS.

La intensidad de las corrientes se simula con un valor de 0.5 m/s en dirección norte. Nótese que teniendo en cuenta el sistema de referencia **n-frame** descrito en la sección 2.1, los valores de las componentes del vector de velocidad de las corrientes serían $\mu_x = 0.5 \text{ m/s}$ y $\mu_y = 0 \text{ m/s}$.

En un primer momento se habilitan las mediciones de GPS para el proceso de estimación. En un segundo momento, se repite el experimento deshabilitando las mediciones de GPS, simulando las condiciones establecidas para el caso en el que el vehículo se encuentra sumergido. En ambos casos, el algoritmo de navegación debe ser capaz de ofrecer estimaciones de posición en el plano de navegación que mejoren la calidad de las mediciones independientes de los sensores. Los valores estimados del efecto de las corrientes, deben converger a los valores simulados. Así mismo, es de esperar en el segundo momento, que la estimación a falta de mediciones de GPS, diverja ligeramente de la trayectoria simulada.

En la Figura 3.2 se presenta la trayectoria descrita por el vehículo para el primer experimento de simulación numérica. En ella se aprecia en color negro, la medición simulada del GPS, la cual presenta elevados niveles de incertidumbre y

largos periodos de muestreo, de acuerdo con las características del sensor instalado a bordo del HRC-AUV. En la línea continua de color rojo, se representa la estimación teniendo en cuenta las mediciones del GPS. Allí se aprecia cómo se reduce significativamente la incertidumbre con respecto a las mediciones del GPS. En la línea discontinua de color rojo, se representa la estimación sin tener en cuenta las mediciones del GPS. Allí se aprecia una ligera desviación de la estimación con respecto a la trayectoria descrita por el GPS, como consecuencia de los fuertes valores de incertidumbre introducidos a las mediciones de aceleración simuladas de acuerdo con las características del sensor instalado.

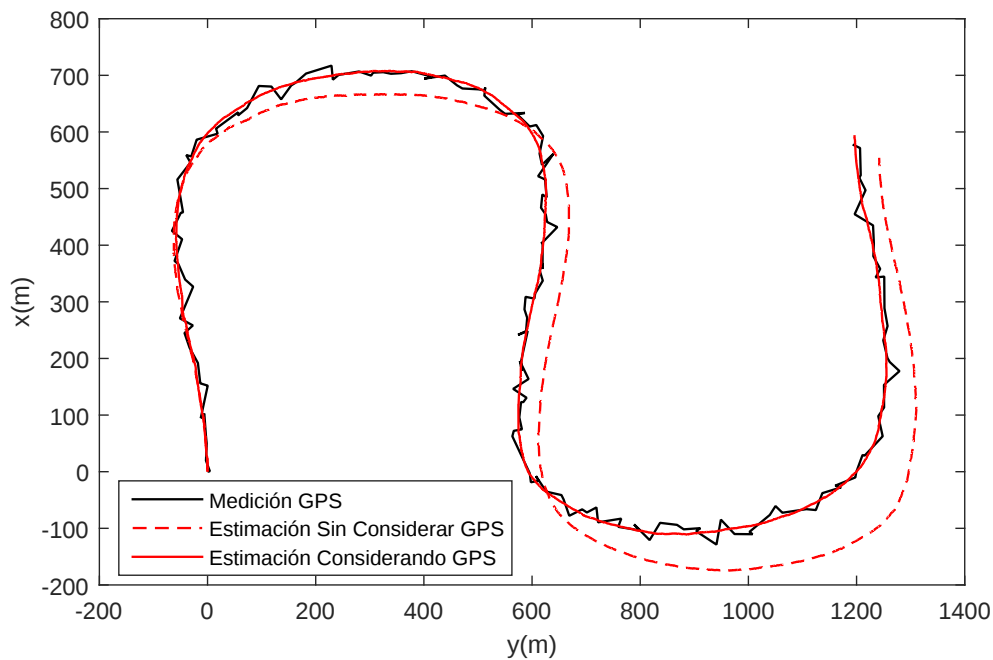


Figura 3.2 Resultados de navegación con datos simulados.

En la Figura 3.3 se aprecia como los valores estimados para las componentes de la velocidad de las corrientes en el plano de navegación. En las líneas punteadas de color azul y rojo se representan los valores simulados para las componentes del vector de las corrientes marinas e dirección norte y este respectivamente. En las líneas continuas también de color azul y rojo, se representa la estimación de las componentes de las corrientes en presencia de mediciones de GPS. Finalmente, en líneas discontinuas, se presentan las estimaciones de las

componentes del efecto de las corrientes en el vehículo en ausencia de mediciones de GPS.

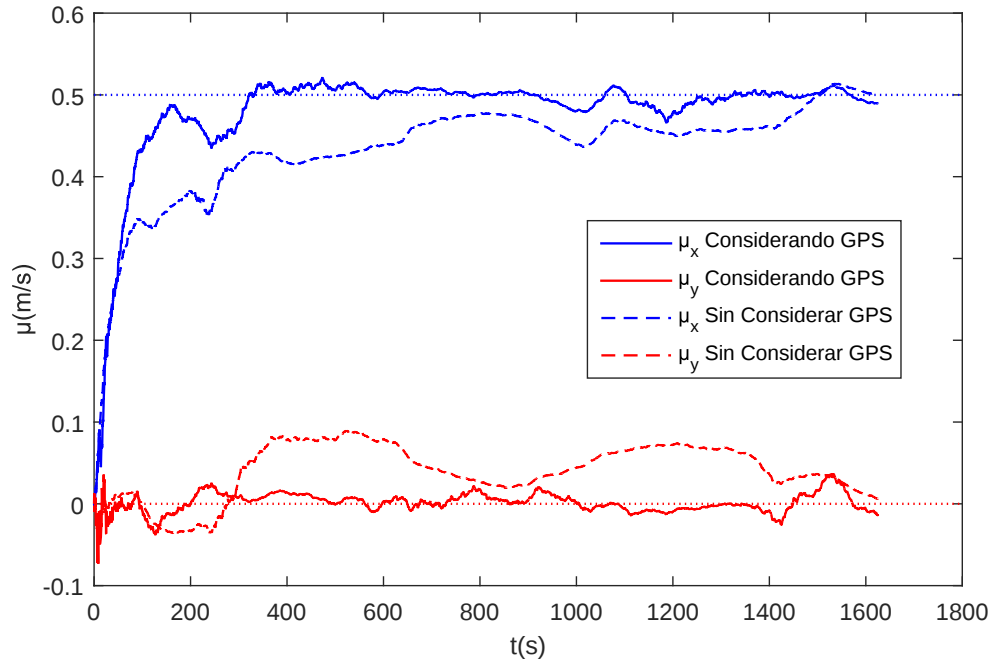


Figura 3.3 Velocidad de las corrientes estimada durante la simulación.

Nótese que ambas estimaciones convergen a los valores simulados. Como era de esperarse, en presencia de mediciones de GPS, la convergencia es más rápida y precisa que en el caso en el que no se dispone de las mismas.

Para un segundo experimento, se utilizan los registros históricos de las mediciones del vehículo durante sesiones de experimento con el HRC-AUV. El recorrido seleccionado consta de tres tramos, en los cuales al sistema de guiado se le estableció como referencia segmentos rectos de trayectoria. Estos registros se realizan a la misma frecuencia de muestreo que operan los sistemas de medición con el objetivo de que puedan ser utilizados posteriormente en la validación de algoritmos de navegación, filtrado de señales entre otros. Es de esperar que el algoritmo de navegación diseñado resulte en estimaciones que mejoren la calidad de las mediciones. Además, es de esperar que la curvatura de la trayectoria descrita por el vehículo coincida con la dirección estimada de las

Algoritmo de navegación

corrientes, ya que las referencias al sistema de control de movimiento del vehículo fueron siempre líneas rectas.

En la Figura 3.4 se muestra el recorrido realizado por el vehículo. En color verde se representan las mediciones del GPS. En color rojo se representan las estimaciones de posición obtenidas a partir del sistema de navegación implementando el algoritmo presentado. En el acercamiento se aprecia cómo se reduce significativamente la incertidumbre con el proceso de estimación. En azul se representa (sobredimensionado) el vector velocidad de las corrientes marinas estimado por el algoritmo. Nótese que la curvatura experimentada por la trayectoria en el primer y tercer tramo coincide con la dirección de las corrientes estimadas por el sistema de navegación.

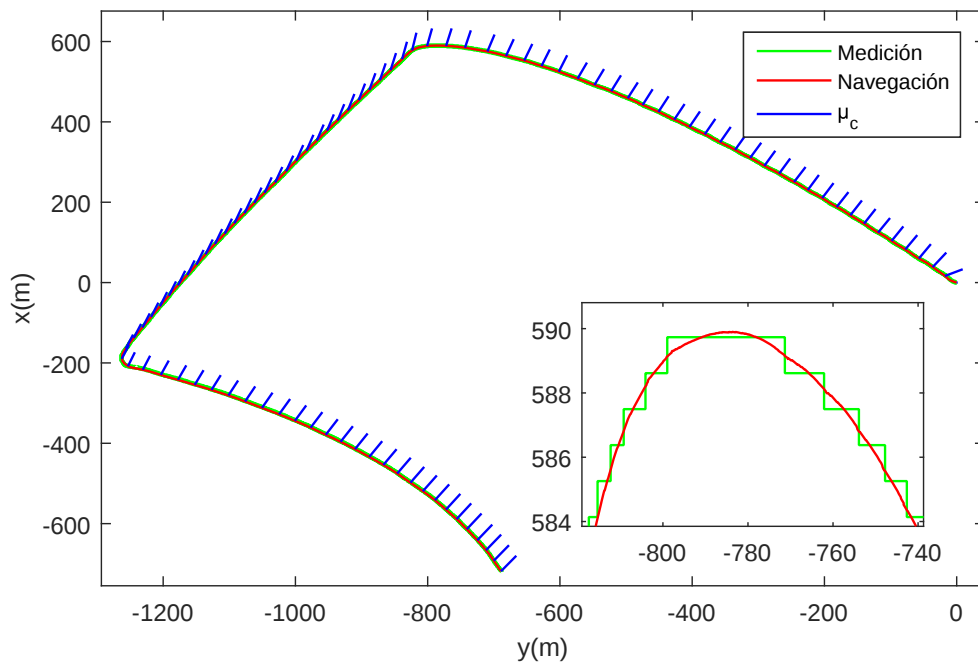


Figura 3.4 Resultados de navegación con datos experimentales.

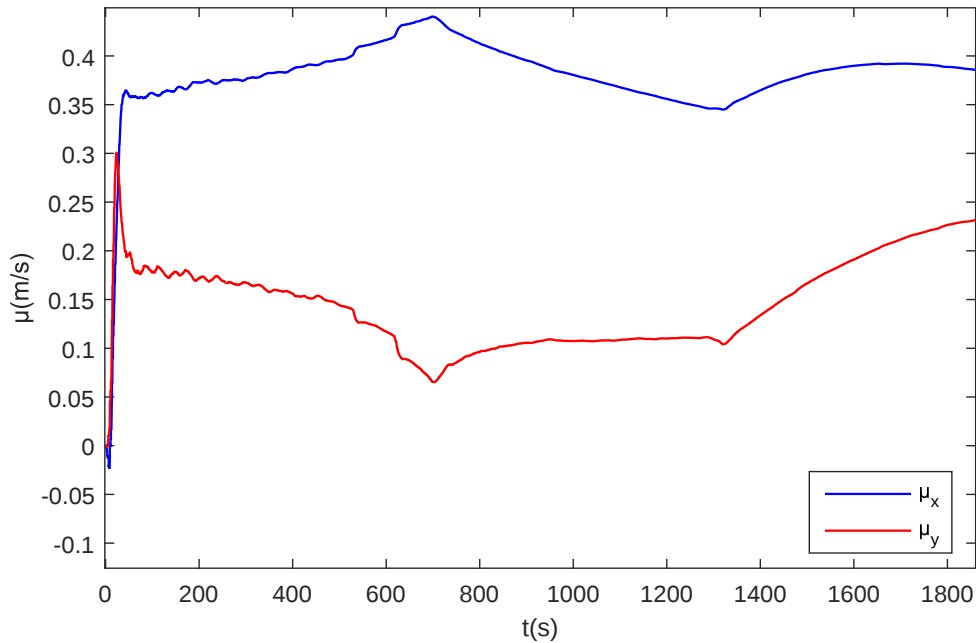


Figura 3.5 Velocidad de las corrientes estimada durante la navegación.

Por otra parte, en la Figura 3.5 se presenta la estimación de las componentes de la velocidad de las corrientes a lo largo de la trayectoria. Observándose cómo convergen rápidamente y varían suavemente con el desplazamiento del vehículo en durante la ejecución de la misión.

3.5 Consideraciones finales del Capítulo

- La implementación de un EKF que integra las mediciones de aceleración con la dinámica del vehículo, permite la estimación de la posición y velocidad del vehículo con un desempeño superior al de otras propuestas analizadas a pesar de la presencia de las corrientes marinas, las complejidades dinámicas y las incertidumbres del modelo.
- El algoritmo de navegación presentado permite la estimación del efecto de las corrientes sobre el vehículo, lo cual queda demostrado mediante simulaciones numéricas.

CONCLUSIONES

Con esta investigación se ha logrado obtener un algoritmo de navegación que permite la estimación en línea del efecto de las corrientes marinas en un vehículo subacuático sub-actuado, lo cual queda demostrado mediante simulación numérica. A partir de estos resultados, se plantean las conclusiones generales siguientes.

- A partir del estudio realizado en la literatura, se establece que la solución para la estimación de las variables necesarias para el guiado y control del vehículo, está dada por un algoritmo de navegación basado en un filtro extendido de Kalman que tiene en cuenta el modelo dinámico de la embarcación y las perturbaciones que afectan su navegación
- Los modelos dinámicos obtenidos para el vehículo subacuático representan tanto la dinámica del sistema como las mediciones de los sensores instalados a bordo de la embarcación y permiten el diseño del algoritmo de navegación.
- Con las simulaciones numéricas realizadas, se demuestra que el algoritmo de navegación basado en EKF, garantiza la estimación en línea tanto de la intensidad como de la dirección de las corrientes marinas, a partir de la integración de la dinámica del vehículo con las mediciones de aceleración y posición disponibles, por lo que constituye una solución factible para el caso del vehículo sub-actuado HRC-AUV.

RECOMENDACIONES

Para establecer la necesaria continuidad de este trabajo científico se recomienda:

- Extender la implementación los algoritmos descritos en este trabajo para su ejecución en los mediosde cómputo abordo del HRC-AUV.
- Continuar el estudio de métodos de navegación asistida que mejoren las prestaciones del sistema de navegación del HRC-AUV.
- Implementar estrategias de guiado que utilicen la estimación de las corrientes para corregir su efecto en los sistemas de control.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Antonelli, G., Fossen, T. I., Yoerger, D. R. (2016). Modeling and Control of Underwater Robots. Springer Handbook of Robotics, Springer International Publishing: 1285–1306.

Antonelli, G. F., T. I.; Yoerger D. R. (2008). Springer Handbook of Robotics, Springer-Verlag: 987–1008.

Bingham, D., et al. (2002). The application of autonomous underwater vehicle (AUV) technology in the oil industry, vision and experiences. Proceedings of the International Federation of Surveyors' 22nd Congress, Washington D.C., U.S.A., International Federation of Surveyors (FIG).

Blidberg, D. R. (2001). The Development of Autonomous Underwater Vehicles (AUVs); A Brief Summary. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Seoul, Korea., IEEE.

Breivik, M. and T. Fossen (2009). Guidance Laws for Autonomous Underwater Vehicles. Underwater Vehicles. A. V. Inzartsev. Vienna, Austria, InTech: 51-76.

Bryson, M. and S. Sukkariéh (2004). Vehicle Model Aided Inertial Navigation for a UAV using Low-cost Sensors. Australasian Conference on Robotics and Automation (ACRA), Canberra.

Caharija, W., et al. (2012). "Relative velocity control and integral LOS for path following of underactuated surface vessels." IFAC Proceedings Volumes**45**(27): 380-385.

Caharija, W., et al. (2016). "Integral line-of-sight guidance and control of underactuated marine vehicles: Theory, simulations, and experiments." IEEE Transactions on Control Systems Technology**24**(5): 1623-1642.

Carreras, M., et al. (2012). "Inspección visual subacuática mediante robótica submarina." Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial**9**(1): 34-45.

Do, K. D. and J. Pan (2009). Control of ships and underwater vehicles: design for underactuated and nonlinear marine systems, Springer Science & Business Media.

Referencias bibliográficas

Farrell, J. A. (2008). Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors. New York, McGraw-Hill

Fernandes, P. G. S., P.; Brierley A. S.; Armstrong F.; Simmonds E. J. (2003). "Dynamics modeling and performance evaluation of an autonomous underwater vehicle." Journal of Marine Science**60**: 7.

Fjellstad, O. E. (1994). Control of unmanned underwater vehicles in six degrees of freedom a quaternion feedback approach. Noruega, NTNU.

Fossen, T. I. (2011). Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control, John Wiley & Sons.

Fossen, T. I. and A. Ross (2006). Nonlinear Modelling, identification and control of UUVs. Advances in unmanned marine vehicles. R. Sutton. London, Great Britain, Peter Peregrinus LTD: 13-42.

Fossen, T. I. J., Tor A. y Perez, Tristan (2008). Underwater vehicles. A. V. Inzartsev, I-Tech.

Garcia, D., et al. (2012). "Wave filtering for heading control of an AUV based on passive observer." Indian Journal of Marine Sciences,**41**: 540-549.

García García, D., et al. (2015). "Sistema de navegación basado en modelo dinámico no lineal de vehículo autónomo sumergible." Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones**XXXVI**(2): 83-97.

Ghahramani, Z. and G. E. Hinton (1996). Parameter estimation for linear dynamical systems. Dept. of Computer Science, University of Toronto, University of Toronto. **1**: 1-6.

Gorset, J. E. (2007). Nonlinear model-based control of slender body AUVs. Noruega, NTNU.

Grewal, M. and A. P. Andrews (2008). KALMAN FILTERING, Theory and Practice Using MATLAB. Hoboken, New Jersey, John Wiley and Sons.

Grewall, M. (2007). Global Positioning Systems, Inertial Navegation, and Integration, John Wiley and Sons.

Referencias bibliográficas

Hegrenaes, O. and O. Hallingstad (2011). "Model-Aided INS With Sea Current Estimation for Robust Underwater Navigation." IEEE Journal of Oceanic Engineering**36**(2): 316 - 337.

Hegrenaes, O. B., E.; Hallingstad, O. (2008). Model-aided inertial navigation for underwater vehicles. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Pasadena, Estados Unidos, IEEE.

Huang, L., et al. (2010). An autonomous navigation algorithm for underwater vehicles based on inertial measurement units and sonar. 2nd International Asia Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (CAR), Wuhan, China, IEEE.

Jordán, M. A. B., J. L. (2008). Adaptive control for guidance of underwater vehicles,. Underwater vehicles. Vienna, Austria, InTech: 251–278.

LaPointe, C. E. (2006). Virtual Long Baseline (VLBL) Autonomous Underwater Vehicle Navigation Using a Single Transponder. Department of Mechanical Engineering. Massachusetts, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology. **Master of Science in Ocean Systems Management: 75.**

Lekkas, A. M. (2014). Guidance and Path-Planning Systems for Autonomous Vehicles. Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology. **Ph.D.**

Ma, X., et al. (2003). Vehicle Model Aided Inertial Navigation. Intelligent Transportation Systems, Shanghai, China, IEEE Xplore.

Madhan, R., et al. (2006). Mechanical design and development aspects of a small AUV-Maya. 7th IFAC Manoeuvring and Control of Marine Craft (MCMC'2006), Lisbon, Portugal.

Martinez, A. (2010). Dynamic Model Aided Inertial Navigation for Autonomous Vehicle. Cuba-Flanders Workshop on Machine Learning and Knowledge Discovery, CF-WML-KD2010, Santa Clara, Cuba.

Martínez, A. (2015). Model aided Inertial Navigation for AUV. Department of Electronics and Informatics. BRUSSEL, VRIJE UNIVERSITEIT BRUSSEL. **PhD.**

Referencias bibliográficas

Martinez, A., et al. (2015). "Model aided navigation with sea current estimation for autonomous underwater vehicle." International Journal of Advanced Robotic Systems.

Martinez, A., et al. (2013). "Diseño de AUV. Arquitectura de hardware y software." Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI**10**(3): 333-343.

Martínez, A., et al. (2010). Hardware and Software Architecture for AUV based on Low-cost Sensors. 11th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, ICARCV, Singapore, IEEE.

Martínez, A. S. (2013). Model aided Inertial Navigation for AUV. Department of Electronics and Informatics, Vrije Universite Brussel.

Medina, Y. V., et al. (2016). "Yaw controller in sliding mode for underwater autonomous vehicle." IEEE Latin America Transactions**14**(3): 1213-1220.

Moe, S., et al. (2014). "Path following of underactuated marine surface vessels in the presence of unknown ocean currents."

Nicholson, J. W. and A. J. Healey (2008). "The present state of autonomous underwater vehicle (auv) applications and technologies." Marine Technology Society Journal**42**.

Ochi, M. K. (1998). Ocean Waves. The Stochastic Approach. Cambridge Ocean Technology Series. Gran Bretaña, Cambridge University Press.

Ogata, K. (1998). Ingeniería de Control Moderna. Mexico., Prentice Hall Hispanoamerica.

Pacini, F., et al. (2018). Integrated communication network for underwater applications: the SWARMS approach. 2018 Fourth Underwater Communications and Networking Conference (UComms), IEEE.

Paull, L., et al. (2014). "AUV Navigation and Localization: A Review." IEEE Journal of Oceanic Engineering**39**(1): 131-149.

Perez, T., et al. (2006). "An Overview of the Marine Systems Simulator (MSS): A Simulink® Toolbox for Marine Control Systems." Modeling, Identification and Control**27**(4): 259-275.

Referencias bibliográficas

Ribas, D., et al. (2012). Delayed state information filter for USBL-aided AUV navigation. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), RiverCentre, Saint Paul, Minnesota, USA, IEEE.

Rodriguez, Y. L., Jorge L. (2011). "Sistema de Software para Supervisión y Control de Vehículo Autónomo Subacuático." XIV Convención y Feria Internacional Informática 2011.

Rogers, R. M. (2003). Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems. Blacksburg, Estados Unidos, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.

Silvestre, C. and A. Pascoal (2004). "Control of the INFANTE AUV using gain scheduled static output feedback." Control Engineering Practice**12**(12): 1501-1509.

Simon, D. (2006). Optimal State Estimation. United States of America., JOHN WILEY & SONS, INC.

Sinha, R. K., et al. (2013). "Design and Development of a Littoral AUV for Underwater Target Localization and Homing Using Vision and SONAR Module." ISRN Robotics.

Teixeira, F. (2007). Terrain-Aided Navigation and Geophysical Navigation of Autonomous Underwater Vehicles. Electrical Engineering. Lisbon, Portugal, Instituto Superior Tecnico. **PhD**: 177.

Valeriano Medina, Y. (2017). ESQUEMA DE GUIADO Y CONTROL PARA EL SEGUIMIENTO DE CAMINOS RECTOS SIN RESTRICCIONES TEMPORALES DE UN VEHÍCULO SUBACUÁTICO SUB-ACTUADO. Departamento de Automática. Santa Clara, Univercidad Central "Marta Abreu" de las Villas. **PhD**.

Valeriano Medina, Y., et al. (2015). "Controlador I LOS para el seguimiento de caminos en línea recta de un vehículo autónomo subacuático." Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones**XXXVI**(2): 15-28.

Valeriano, Y. (2013). Modelo Dinámico para Vehículo Autonomo Sumergible. Automatica y Sistemas Informaticos. Santa Clara, Villa Clara, Cuba, Univercidad Central "Martha Abreu" de las Villas. **Master**.

Referencias bibliográficas

Valeriano, Y., et al. (2013). "Dynamic model for an autonomous underwater vehicle based on experimental data." Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems**19**(2): 175-200.

Woodman, O. J. (2007). An introduction to inertial navigation, University of Cambridge.

Wynn, R. B., et al. (2014). "Autonomous Underwater Vehicles (AUVs): their past, present and future contributions to the advancement of marine geoscience." Marine Geology**352**: 451-468.