

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Control de trayectoria para el *HRC-AUV* considerando el efecto del oleaje y las corrientes marinas

Autor: Héctor Luis Zamora Martell

Tutores: Dr.C. Luis Hernández Santana
Ing. Yunier Valeriano Medina

Santa Clara

2010

“Año 53 de la Revolución”

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Control de trayectoria para el *HRC-AUV* considerando el efecto del oleaje y las corrientes marinas

Trabajo de Diploma

Autor: Héctor Luis Zamora Martell
email: hzamora@uclv.edu.cu

Tutores: Dr.C. Luis Hernández Santana Prof. Titular
Dpto. de Automática, Facultad de Ing. Eléctrica, UCLV
email: lhsantana@uclv.edu.cu

Ing. Yunier Valeriano Medina
Dpto. de Automática, Facultad de Ing. Eléctrica, UCLV
email: yunierv@uclv.edu.cu

Santa Clara

2010

“Año 53 de la Revolución”



Hago constar que el presente Trabajo de Diploma fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Héctor Luis Zamora Martell
Autor

Fecha

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Héctor Luis Zamora Martell
Autor

Fecha

Boris Luis Martínez Jiménez, Dr.C
Jefe del Departamento

Fecha

Responsable ICT o J' de Carrera, (Dr.C., M.Sc. o Ing.)
Responsable de Información Científico-Técnica

Fecha

PENSAMIENTO

“Todo lo que somos es el resultado de lo que hemos pensado; está fundado en nuestros pensamientos y está hecho de nuestros pensamientos”.

Buda

DEDICATORIA

A mis padres,
por todo lo que soy, por su entrega, por ser un motivo de orgullo y un ejemplo.

AGRADECIMIENTOS

A Valerio, el mejor de los tutores.

A mi familia, sin ellos imposible.

A mi novia Anabel, por su compañía.

A mis vecinos, también son mi familia.

A todos mis amigos, que son mis hermanos.

RESUMEN

Los vehículos autónomos sumergibles (AUV, del inglés), se han vuelto muy populares en las investigaciones oceanográficas y las tareas subacuáticas donde no es posible la presencia del hombre. La isla de Cuba no está al margen de estas investigaciones, y por eso, científicos del Grupo de Automatización, Robótica y Percepción (GARP) de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas (UCLV) y el Centro de Investigaciones y Desarrollo Naval (CIDNAV), trabajan en conjunto para el desarrollo de un AUV. En el presente Trabajo de Diploma se exponen los resultados alcanzados en el modelado, ajuste del control y el seguimiento de trayectorias del vehículo *HRC-AUV*.

Un resumen y actualización del modelo matemático del vehículo así como el procedimiento seguido para el modelado de las perturbaciones y las estrategias para contrarrestar su efecto es presentado. El modelo del vehículo incluyendo el efecto de las perturbaciones marinas es validado a partir de datos obtenidos en experimentos realizados por GARP.

Una estrategia de guiado para el seguimiento de trayectorias por parte del vehículo es también abordada. La estrategia que se propone incluye el efecto de las corrientes marinas y su desempeño es comparado con un algoritmo implementado anteriormente, obteniéndose mejores resultados.

TABLA DE CONTENIDO

	<u>Página</u>
PENSAMIENTO	I
DEDICATORIA	II
AGRADECIMIENTOS	III
RESUMEN	IV
Índice de tablas	VIII
Índice de figuras	IX
INTRODUCCIÓN	1
1. MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA	5
1.1. Introducción.	5
1.2. Descripción del proyecto <i>HRC-AUV</i>	7
1.2.1. Hardware y sensores instalados	7
1.3. Modelado matemático de <i>AUVs</i>	8
1.3.1. Modelado del vehículo	9
1.3.2. Características del modelado de las fuerzas ambientales	9
1.4. Filtrado de señales	11
1.4.1. Banda muerta	11
1.4.2. Métodos de filtrado convencional	11
1.4.3. Observadores de estado	12
1.4.4. Filtro de Kalman	12
1.5. Control de trayectoria del vehículo	13
1.6. Consideraciones finales del capítulo	14
2. MODELADO DEL VEHÍCULO Y LAS PERTURBACIONES MARINAS	15
2.1. Introducción.	15

2.2.	Presentación de la nomenclatura	16
2.3.	Modelado del <i>HRC-AUV</i>	18
2.3.1.	Ecuaciones dinámicas del movimiento	18
2.3.2.	Modelo de 6 <i>GDL</i> del <i>HRC-AUV</i>	22
2.3.3.	Modelo Dinámico Linealizado	23
2.3.4.	Identificación de los parámetros dinámicos	25
2.4.	Modelado de las perturbaciones	26
2.4.1.	Ecuaciones fundamentales para modelar el oleaje	27
2.4.2.	Aproximación lineal del espectro del oleaje	29
2.4.3.	Simulación del oleaje	30
2.4.4.	Ecuaciones para el modelado de las corrientes marinas	30
2.4.5.	Modelo bidimensional de las corrientes	32
2.4.6.	Simulación de las corrientes oceánicas	34
2.5.	Simulación del modelo de 6 <i>GDL</i> del <i>HRC-AUV</i> considerando el efecto de las perturbaciones marinas	35
2.5.1.	Simulación del modelo de 6 <i>GDL</i> del <i>HRC-AUV</i>	36
2.5.2.	Simulación del modelo de 6 <i>GDL</i> del <i>HRC-AUV</i> considerando las corrientes marinas y el oleaje	36
2.5.3.	Validación del modelo de 6 <i>GDL</i> del <i>HRC-AUV</i> considerando las corrientes marinas y el oleaje	38
2.6.	Consideraciones finales del capítulo	39
3.	CONTROL DE TRAYECTORIA DEL <i>HRC-AUV</i>	40
3.1.	Introducción	40
3.2.	Filtrado de señales	41
3.3.	Ajuste del autopiloto	41
3.4.	Sistema de guiado	45
3.4.1.	Ley de control	48
3.5.	Simulación del sistema de guiado del <i>HRC-AUV</i>	48
3.6.	Análisis económico	50
3.7.	Consideraciones finales del capítulo	50
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	52
	APÉNDICES	58

A.	Anexo 1	59
B.	Anexo 2	64

Índice de tablas

<u>Tabla</u>		<u>Página</u>
2-1. Notación utilizada para <i>AUVs</i>		17
2-2. Parámetros geométricos e inerciales del <i>HRC-AUV</i>		22
3-1. Valores del controlador <i>PI-D</i>		42
3-2. Corrección del controlador <i>PI-D</i>		45

Índice de figuras

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
1-1. Esquema general.	8
2-1. Sistema de coordenadas con la definición de ángulos y velocidades.	16
2-2. Obtención del espectro JONSWAP.	29
2-3. Diagrama de bloques de simulación de las olas.	31
2-4. Simulación de las olas.	32
2-5. Definición de α_c y β_c (Fossen, 1994).	33
2-6. Obtención de V_c y β_c , (Fossen, 1994).	34
2-7. Diagrama de simulación de las corrientes en 2D.	35
2-8. Simulación de las corrientes.	35
2-9. Simulación del modelo de 6 <i>GDL</i> sin el efecto de las perturbaciones.	37
2-10. Simulación considerando el efecto de las perturbaciones.	37
2-11. Simulación del modelo y la trayectoria obtenida con <i>GPS</i>	38
3-1. Esquema de control del <i>HRC-AUV</i>	41
3-2. Lugar geométrico de las raíces y diagrama de Bode.	42
3-3. Respuesta del lazo interno ante una entrada paso unitario.	43
3-4. Diagrama de Bode del filtro obtenido.	44
3-5. <i>LGR</i> y <i>DB</i> con filtro añadido.	44
3-6. Comparación de las señales realimentadas.	45
3-7. Estrategia de guiado <i>LOS</i>	46

3-8. Definición de los giros.	47
3-9. Comparación de las estrategias <i>LOS</i>	47
3-10. Trayectoria registrada en experimento.	49
3-11. Comparación del seguimiento de trayectoria	49

INTRODUCCIÓN

Los vehículos autónomos sumergibles (*Underwater Autonomous Vehicle, AUV*) tienen amplias aplicaciones a nivel mundial. Las facilidades para misiones de reconocimiento, supervisión de áreas específicas y cumplimiento de misiones en lugares de difícil acceso, hacen que muchas instituciones y universidades en el mundo investiguen en este tema, (Fossen, 2006; Liang, 2008; Jordán, 2008; Miskovic, 2008a).

En países como Cuba, donde la población reside cerca del mar, y este constituye una fuente de alimentos, de recursos minerales y atracción turística; la utilización de estos vehículos autónomos se hace necesaria. Es por eso que el Centro de Investigación y Desarrollo Naval (*CIDNAV*) y el Grupo de Automatización, Robótica y Percepción (*GARP*) de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, se encuentran desarrollando un prototipo de *AUV*. El *CIDNAV* se ocupa de la parte constructiva del vehículo, mientras que el *GARP*, aprovechando su experiencia en este campo, (Pineda, 2009; Martínez, 2009; Cañizares, 2010; Guerra, 2010; García, 2010; Sosa, 2010) trabaja en el desarrollo de un autopiloto que permita al vehículo cumplir las misiones encomendadas de forma autónoma. Este proyecto se ha nombrado *HRC-AUV*.

Hasta el momento los miembros del *GARP* han desarrollado el hardware y software de bajo nivel (Guerra, 2010; Martínez, 2010), el software de supervisión y control (Rodríguez, 2011), la instalación de sensores (Martínez, 2010), el modelado dinámico del *HRC-AUV* y la estrategia de control de rumbo diseñada a partir del modelo del *HRC-AUV* (Cañizares, 2010; Hernández, 2011).

Estos resultados han sido corroborados en pruebas experimentales que suman más de 30 horas de trabajo continuo, lográndose resultados satisfactorios, (Hernández, 2011; Rodríguez, 2011; Martínez, 2010).

Con esta investigación se pretende continuar trabajando en el modelado y control del *HRC-AUV*. Si bien se cuenta con el modelo dinámico y una primera versión de un sistema de control de rumbo, se hace necesario diseñar una estrategia de control que le permita al móvil seguir una trayectoria determinada sin que el oleaje y las corrientes marinas ocasionen un error considerable. Por tanto, se propone estudiar el efecto de estas perturbaciones e incluirlas en el modelo dinámico del vehículo. Luego, tomar medidas para el tratamiento de estas señales y diseñar una estrategia de control de trayectoria considerando las principales tendencias mundiales en este tema.

Teniendo en cuenta lo expresado anteriormente, se decide establecer los objetivos del trabajo de diploma.

Objetivos:

Objetivo general:

- Diseñar un sistema de control de trayectoria para el *HRC-AUV* considerando el efecto del oleaje y las corrientes marinas.

Objetivos específicos:

- Analizar de las tendencias mundiales, estrategias más utilizadas y resultados obtenidos a nivel mundial en el control de trayectoria de *AUVs*.
- Incluir el efecto de las corrientes marinas en el modelo del *HRC-AUV*.
- Validar el modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV* considerando el efecto del oleaje y las corrientes.
- Diseñar la estrategia de control de seguimiento de trayectoria. Sintonizar los controladores.
- Evaluar el diseño realizado mediante simulación.

Para lograr el cumplimiento de los objetivos propuestos se llevaron a cabo las siguientes **Tareas de Investigación:**

- Estudio del marco teórico y definición de la estrategia a desarrollar.

- Modelado de las corrientes marinas.
- Simulación del modelo de 6 *GDL* y de las perturbaciones que lo afectan.
- Simulación y ajuste de las estrategias convencionales y no convencionales de control de trayectoria para el *HRC-AUV*.
- Utilización de herramientas de simulación que permitan evaluar el diseño realizado.
- Elaboración de un informe que contenga los resultados de la investigación.

Posibles resultados:

Con este proyecto se pretende dar continuidad al desarrollo de un autopiloto para el vehículo sumergible desarrollado por el *CIDNAV*. Luego de finalizada esta investigación se contará con un sistema de control para seguimiento de trayectoria que le permitirá al *HRC-AUV* seguir una ruta sin que los efectos de las corrientes marinas provoquen errores notables. La ejecución de este proyecto proporcionará soluciones novedosas en el ámbito nacional a problemáticas actuales vinculadas a los vehículos marinos. Con el desarrollo de un autopiloto que permita la navegación autónoma del móvil se logrará un ahorro para el país, pues se podrían llevar a cabo misiones que en la actualidad solo pueden ser realizadas por países desarrollados dueños de esta tecnología.

Estructura y contenido de la tesis

La tesis, posterior a esta introducción, incluye tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos. Los contenidos de los capítulos en forma resumida son los siguientes:

CAPÍTULO 1: En el primer capítulo se realiza un análisis crítico de la literatura especializada consultada. Se presentan los principales conceptos que se tratan en este trabajo, introduciendo el tema del control de trayectoria de vehículos subacuáticos. Se plantea la panorámica general existente en torno al problema que se aborda y se detalla la arquitectura general de todo el sistema instalado en el *HRC-AUV*.

CAPÍTULO 2: El segundo capítulo contiene un resumen del modelo dinámico del *HRC-AUV*. Seguidamente se explica el procedimiento realizado para incluir en el modelo

del vehículo el efecto que provocan las corrientes marinas y el oleaje. Se valida el modelo de 6 *GDL* determinado para el *HRC-AUV*, incluido el efecto de las perturbaciones, utilizando datos de experimentos reales.

CAPÍTULO 3: En el tercer capítulo se presenta la estrategia de control para el seguimiento de trayectoria del *HRC-AUV*. Se dan a conocer los resultados obtenidos mediante simulación de la estrategia diseñada y por último se muestra el análisis económico.

Capítulo 1

MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA

1.1. Introducción.

En los últimos años, con el avance tecnológico, el hombre ha contado con las herramientas necesarias para sustituirle en aquellas tareas que le resultan repetitivas y peligrosas. En la actualidad estas tareas son desempeñadas por sistemas automatizados que permiten alcanzar un mayor rendimiento, aumentar la productividad y ofrecer mayor seguridad en su ejecución. La ingeniería de control ha tenido la vanguardia en estos adelantos, ya que es la encargada de encontrar las soluciones a estos problemas utilizando tecnología de punta y logrando, por lo general, la creación de sistemas autónomos capaces de hacer operaciones complicadas tan satisfactoriamente como el propio ser humano.

Un sistema autónomo tiene la capacidad de percibir, modelar, planificar y actuar sin la intervención, o con muy poca participación de supervisores humanos. En tal sentido, los vehículos autónomos subacuáticos han tenido un gran avance como herramienta para la exploración y navegación submarina.

Los *AUVs* son vehículos motorizados que se trasladan en un medio acuático y realizan diferentes misiones sin llevar a bordo operadores humanos ([Fjellstad, 1994](#)). Su capacidad de navegación autónoma le permite ejecutar tareas previamente programadas. Los *AUVs* se han convertido en una herramienta poderosa para un sin número de aplicaciones científicas, medioambientales y militares.

Los prototipos de *AUVs* en el ámbito científico poseen características especiales. Generalmente son vehículos pequeños y de bajo costo ([Wernli, 2000](#)), tales son los casos del Odyssey, del “Instituto de Tecnologías de Massachusetts” (MIT) ([Jakuba, 2003](#)) y el

AUV Morpheus, de la “Universidad Atlántica de Florida” (Wernli, 2000). No obstante, existen prototipos comerciales actualmente en operación como son los casos del HUGIN (Hegrenaes, 2007; Jalving, 2004), el AQUA EXPLORER 2 (Kim, 2002, 2003), el Explorer y el CETUS II (Wernli, 2000).

Importantes universidades e institutos de todo el mundo llevan a cabo proyectos de desarrollo de estos vehículos. Algunos ejemplos lo constituyen la “Universidad de BEIHANG” de China (Liang, 2008) y la “Universidad de Zagreb” de Croacia (Miskovic, 2008a,b), la “Agencia de ciencia y tecnología de tierra y mar” en Japón (Yoshida, 2008) y la “Universidad de Newcastle” en Australia (Pérez, 2008). Con respecto al tema de modelado y control de trayectoria, que constituye el centro de la presente investigación, resaltan por su aporte científico los trabajos de la “Universidad Técnica de Lisboa” (Encarnação, 2002) y la “Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología” (NTNU) (Skjetne, 2005). Esta última posee una gran cantidad de publicaciones ampliamente referenciadas en la bibliografía consultada, destacando por su calidad aquellos en los que ha intervenido el profesor Thor I. Fossen (Fossen, 1994, 2006, 2008b).

Los *AUVs* son también en Cuba una esfera de investigación debido a su situación geográfica. El “Centro de Investigación y Desarrollo Naval” (*CIDNAV*) conjuntamente con el “Grupo de Automatización, Robótica y Percepción” (*GARP*), cooperan en el desarrollo de un prototipo de *AUV* de bajo costo. En tal sentido, se ha desarrollado la arquitectura del hardware y el software de bajo nivel (Guerra, 2010), se obtuvo el modelo matemático del vehículo y se dieron los primeros pasos en el diseño del sistema de control (Cañizares, 2010), además del software de supervisión de alto nivel, (Rodríguez, 2011) y la navegación (Martínez, 2010). La presente investigación pretende dar continuidad al proyecto de desarrollo de un autopiloto para el *HRC-AUV*, en cuanto al modelado y el control de mismo.

1.2. Descripción del proyecto *HRC-AUV*

El *HRC-AUV* es un vehículo tipo “cigar”, con una estructura similar al *HUGIN* 4500 (Hegrenaes, 2007) o al *STARFISH* (Sangekar, 2008). Es un *AUV* de 9,5 *m* de longitud y un peso aproximado de 4100 *kg*. Presenta una velocidad crucero de 1.9 *m/s* y está capacitado para maniobrar a profundidades de hasta 10 *m* con un propulsor y dos timones de cola.

1.2.1. Hardware y sensores instalados

La arquitectura del sistema se muestra en la Figura 1-1. El segmento de hardware a bordo está compuesto por dos unidades de cómputo y una unidad de suministro de potencia DC-DC (Rodríguez, 2011; Martínez, 2010). Las unidades de cómputo son una PC industrial (PC-104) y un sistema empotrado *DsPIC* 30F4013 que comparten las tareas de adquisición de los datos de los sensores, el control del vehículo y la navegación.

El segmento remoto (en tierra o superficie) está compuesto por una laptop que ejecuta el software de alto nivel, brindando al operador una interfaz de monitoreo, control y teleoperación del vehículo.

A continuación se relacionan los sensores incorporados al sistema:

- Profundidad: Cerabar T PMP 131, sensor analógico de Endress+Hauser. Empleado para el estatus y la navegación.
- GPS: XL12, sensor digital de Garmin. Empleado para el estatus y la navegación.
- Posición de los timones: MLO-POT-225-TLF, sensor analógico de Festo.
- Nivel de carga de las baterías: sensor analógico.
- Unidad de medición inercial (IMU): MTi de Xsens. Empleado para el estatus y la navegación.
- Revoluciones del propulsor: sensor digital.
- Sensor de filtración: sensor digital.

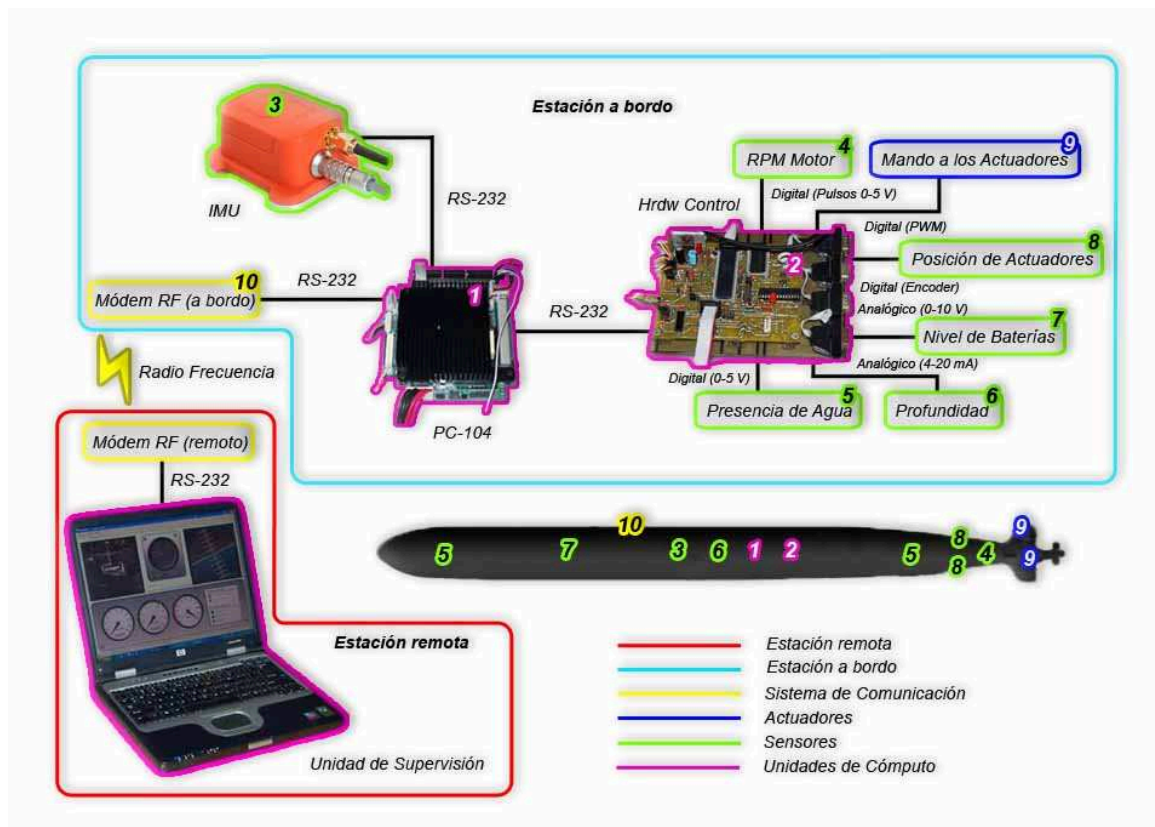


Figura 1-1: Esquema general.

1.3. Modelado matemático de AUVs

El origen de las fuerzas que actúan en el submarino determinan en gran medida la forma de obtención de los parámetros del modelo matemático (Cañizares, 2010). Estas fuerzas tienen diferentes orígenes:

Hidrodinámicas

- Masas añadidas debido a la inercia del fluido que envuelve al móvil.
- El amortiguamiento potencial de radiación inducida provocado por la energía transferida de las olas generadas en la superficie.

Hidrostáticas

- Las fuerzas de restablecimiento descritas por Arquímedes (peso y flotabilidad).

Fuerzas de propulsión y torques debido a los motores y actuadores

- Hélices.
- Timones.

- Estabilizadores.

Fuerzas ambientales

- Efecto del oleaje.
- Corrientes marinas.

En la presente investigación se prestará especial atención al efecto que las fuerzas ambientales tienen sobre el desempeño del vehículo. Se pretende obtener un modelo para el oleaje y la corrientes marinas, dentro de la cuales el *AUV* debe operar, se tratarán diferentes estrategias para contrarrestar la acción de estas perturbaciones y se validará el modelo obtenido mediante datos reales.

1.3.1. Modelado del vehículo

El modelado matemático del vehículo fue el principal objetivo del trabajo de investigación de J. R. Cañizares ([Cañizares, 2010](#)). Con este fin se empleó un procedimiento basado en la geometría del *AUV* y algunos parámetros se determinaron mediante la identificación experimental.

En el capítulo 2 de la presente investigación, se presentará un resumen del procedimiento matemático y experimental seguido para la obtención del modelo del *HRC-AUV*. A dicho modelo se le pretende incorporar el efecto de las perturbaciones marinas y sobre la base del mismo diseñar una estrategia de control para el seguimiento de trayectorias. En esta investigación se continuará empleando el método de modelado propuesto por Fossen ([Fossen, 1994](#)), tanto para los parámetros dinámicos del vehículo como para el oleaje y las corrientes marina.

1.3.2. Características del modelado de las fuerzas ambientales

Oleaje generado por el viento

El análisis del oleaje con objetivos de modelado y control se divide en dos partes fundamentales. Se considera un efecto llamado de primer orden que consiste en el movimiento

oscilatorio provocado por el paso de las olas y un efecto llamado de segundo orden que trata las fuerzas y momentos de deriva inducidos en el vehículo.

El proceso de generación de las olas a causa del viento comienza con pequeñas ondas que aparecen en la superficie del agua. Estas continúan creciendo hasta que finalmente quiebran y su energía es disipada ([Fossen, 1994](#)). Un mar “desarrollado completamente”, es aquel en el que el viento ha soplado por cierto período de tiempo y las elevaciones pueden asumirse estadísticamente estables. Si se observan irregularidades de las olas en la dirección predominante del viento, de manera que las crestas sean unidireccionales con separación entre ellas variable pero se mantienen paralelas, se conoce como mar irregular de “crestas elevadas”. Finalmente, cuando las irregularidades son a lo largo de las crestas de las olas en el sentido del viento, se refiere a un mar de “crestas pequeñas” o “confuso” ([Fossen, 2008a](#)).

Se observa que un mar de crestas elevadas comienza con ondas que crean un espectro con un pico a relativa alta frecuencia; y un mar completamente desarrollado con crestas muy elevadas presenta olas grandes formando un espectro con un pico de baja frecuencia.

Existen diferentes formulaciones para hallar el espectro del oleaje partiendo de datos como la fuerza del viento, la profundidad del mar, la gravedad, el área que ocupa la masa de agua donde se realiza el experimento, la frecuencia y el período fundamental de las olas. En este sentido, se encuentra el espectro propuesto por Neumann en 1952. Un poco después aparece un espectro más sofisticado propuesto por Bretschneider en 1959, y de la misma manera aparece el conocido como Pierson-Moskowitz en 1963 ([Fossen, 1994](#)).

La propuesta de formulación del espectro para las olas generadas por el viento asumiendo un mar no desarrollado completamente, una profundidad finita y un área limitada de superficie de agua, es el espectro adoptado como estándar en 1984 ([Fossen, 1994](#)). El espectro conocido como JONSWAP (Joint North Sea Wave Project) será empleado en la presente investigación como base para la obtención de una función de transferencia de segundo orden que represente el efecto del oleaje en el sistema de control.

Por su parte, las corrientes en las capas superiores de los océanos son principalmente generadas por el sistema de vientos atmosféricos sobre la superficie del mar, además, el intercambio de calor y las variaciones de salinidad provocan componentes adicionales. Al rotar la Tierra, la fuerza de Coriolis hace girar las corrientes a la derecha en el hemisferio norte y hacia la izquierda en el hemisferio sur, además de las mareas provocadas por la interacción gravitacional, dando lugar a que en las regiones costeras se aprecie notablemente su efecto ([Fossen, 1994](#)). En la presente investigación se obtiene un modelo sencillo de las corrientes marinas y se aplica una ley de guiado para contrarrestar el efecto que provocan en el desempeño autónomo del vehículo.

1.4. Filtrado de señales

El efecto del componente oscilatorio del oleaje generalmente se contrarresta por métodos clásicos de filtrado obteniéndose respuestas casi siempre satisfactorias. No obstante, existen esquemas variados basados en técnicas de “banda muerta”, observadores de estado y filtro de Kalman ([Fossen, 1994](#)).

1.4.1. Banda muerta

El empleo de la técnica de banda muerta, tiene el inconveniente que suprime los movimientos de baja frecuencia de pequeña amplitud, por lo que se ve afectada la exactitud del autopiloto en el mantenimiento del rumbo. En general se recomiendan técnicas más sofisticadas de filtrado en los sistemas de control modernos ([Fossen, 1994](#)).

1.4.2. Métodos de filtrado convencional

Cuando el ancho de banda del sistema es suficientemente pequeño, los movimientos de alta frecuencia del timón pueden ser suprimidos con el empleo de un filtro paso bajo de primer orden. Esta condición es difícil de satisfacer para vehículos marinos pequeños, como son los submarinos, si se les compara con buques de carga y grandes tanqueros referidos en la literatura ([Fossen, 1994](#)). Una solución alternativa es el empleo de filtros de orden superior, por ejemplo, uno de Butterworth de cuarto orden.

La desventaja principal del filtrado paso bajo es que una fase en atraso adicional es introducida en el sistema, y esta se incrementa con el orden del filtro. Otra desventaja de esta estrategia surge cuando la frecuencia del sistema y la frecuencia de la perturbación -que es variable- tienen magnitudes similares, entonces el filtrado paso bajo es pobre o nulo.

Una alternativa son los filtros supresores de banda. La bibliografía consultada ([Fossen, 1994](#)) sugiere el empleo filtros “notch” en cascada, como un caso especial de los supresores.

Lo más atractivo en materia de filtrado convencional, es el empleo de filtros “notch” de orden superior y filtros paso bajo en cascada ([Fossen, 1994](#)). Aunque no escapa al problema de la fase en atraso, esta estrategia será evaluada posteriormente mediante simulación.

1.4.3. Observadores de estado

Una alternativa al filtrado convencional es la aplicación de observadores de estado. Un observador de estado puede ser diseñado para separar los componentes de baja frecuencia del movimiento y el ruido de la medición usando sendos modelos del vehículo y el oleaje.

1.4.4. Filtro de Kalman

En la mayoría de los casos la medición de las velocidades de un *AUV* no está disponible. Las estimaciones de estas velocidades se hacen a través de un observador de estado, pero las mediciones presentan ruido debido al oleaje y las corrientes, así como el ruido propio de los sensores. Las variaciones lentas de las perturbaciones deben ser contrarrestadas por el sistema de control, mientras que el movimiento oscilatorio a causa del primer efecto del oleaje no debe entrar en el lazo de realimentación. Para lograr este desempeño se requiere emplear un filtro de Kalman.

Aunque constituye una herramienta muy poderosa, además de su complejidad y recursos en materia de cómputo, la desventaja del filtrado de Kalman consiste en que la varianza del proceso y el ruido de la medición varían con el estado del mar, por tanto,

un número elevado de ganancias deben ser calculadas ([Fossen, 1994](#)). Si bien en la presente investigación no se tendrá en cuenta esta variante, no se descarta su utilización más adelante en trabajos futuros de *GARP*.

1.5. Control de trayectoria del vehículo

La maniobrabilidad de un *AUV* se trata de diversas maneras en el ámbito científico. No sólo las estrategias de control que se siguen son muy variadas, sino que la forma en la que se aborda el problema también es diferente y muchas veces los autores se detienen a explicar cómo ven el problema de forma particular ([Lapierre, 2007](#); [Encarnação, 2002](#); [Skjetne, 2005](#)). Las diferencias fundamentales radican en el propósito del vehículo, las consideraciones de diseño, exigencias de desempeño y características de las zonas donde se pretende navegar. En este sentido se responde la pregunta: ¿Qué se desea hacer?

No obstante, existen aspectos en común que serán explicados a continuación para comprender el control y el guiado de estos vehículos.

Los sistemas de control y guiado están compuestos de dos ramas fundamentales: sistemas de control de posición, con autopilotos para el rumbo considerando el balanceo y el cabeceo iguales a cero o constantes; y el control de trayectoria, para seguir una trayectoria predefinida o previamente trazada, con el comportamiento cinemático deseado.

Según su naturaleza, T. I. Fossen hace una clasificación ([Fossen, 2011b](#)) que resulta suficiente y abarca el enfoque dado por varios autores ([Lapierre, 2007](#); [Encarnação, 2002](#); [Skjetne, 2005](#)):

- Regulación del punto de ajuste: es un caso especial donde la posición del vehículo se elige constante.
- Rastreo de trayectoria: el objetivo es forzar el sistema a seguir una trayectoria deseada. Esta trayectoria deseada puede ser generada por modelos de referencia y con restricciones espaciales y temporales.

- Seguimiento de trayectoria: es el seguimiento de una trayectoria predefinida. Generalmente no tiene restricciones de tiempo a lo largo de la ruta, pero si espaciales y de exactitud, como la presencia de obstáculos.

Producto de la imposibilidad de controlar la velocidad del vehículo, de las estrategias antes mencionadas, el seguimiento de trayectoria resulta la opción viable a implementar en el *HRC-AUV*, por lo que el objetivo de esta investigación es el diseño de un algoritmo de control que le permita al *HRC-AUV* seguir una ruta preestablecida con el menor error posible.

1.6. Consideraciones finales del capítulo

Una vez concluido este capítulo, queda evidenciada la importancia que tienen los vehículos autónomos sumergibles en el ámbito científico mundial, notando que relevantes universidades y centros de investigación desarrollan estas tecnologías. Específicamente el modelado y el control de trayectorias son temáticas fundamentales. En la mayoría de la literatura consultada no se tiene en cuenta el modelado de las perturbaciones, ni se dan variantes para contrarrestar su efecto.

En tal sentido, de los procedimientos estudiados, se concluyó que la metodología empleada por el profesor T. I. Fossen, para el modelado del oleaje y las corrientes marinas, resulta la idónea a aplicar en el *HRC-AUV*.

De la variantes de control de trayectoria estudiadas, se determinó que el seguimiento de trayectoria será la estrategia a implementar en el *HRC-AUV*.

Capítulo 2

MODELADO DEL VEHÍCULO Y LAS PERTURBACIONES MARINAS

2.1. Introducción.

La obtención del modelo matemático es una de las tareas más importantes para el correcto funcionamiento de un *AUV*. La mayor parte de los resultados y el cumplimiento satisfactorio de las misiones dependen de la precisión y exactitud del mismo (Cañizares, 2010). En el presente capítulo se resume la obtención del modelo matemático del *HRC-AUV*. Se modelan las perturbaciones con el objetivo de contrarrestar su efecto y evitar acciones de control excesivas que empobrezcan el desempeño del sistema.

La presentación del modelado estará dividida en dos partes fundamentales. La primera de estas resume y actualiza el trabajo de diploma de J. R. Cañizares (Cañizares, 2010), y expone la metodología de obtención de los parámetros estáticos y dinámicos del vehículo, partiendo de la geometría del mismo y de pruebas experimentales para hallar los coeficientes que serán abordadas con posterioridad. Se presenta el modelo de 6 Grados de Libertad (6 *GDL*), luego el lateral de 3 *GDL* que se linealiza para el diseño del sistema de control y el ajuste del autopiloto. En una segunda parte, se obtiene el modelo de las perturbaciones a las que está sujeto el *AUV* y se llevan a cabo pruebas de simulación donde se aprecia su efecto. Por último se valida el modelo de 6 *GDL* obtenido para el *HRC-AUV* considerando el efecto de las perturbaciones.

El presente capítulo está organizado de la siguiente manera:

- Presentación de la nomenclatura.
- Modelado del vehículo *HRC-AUV*.

- Modelado de las perturbaciones.
- Simulación del modelo de 6 *GDL*.

2.2. Presentación de la nomenclatura

Dinámicamente un *AUV* se puede considerar como un sólido rígido con 6 *GDL*: tres coordenadas para los movimientos de traslación y otras tres para los movimientos de rotación, presentando relaciones dinámicas altamente no lineales y acopladas (Cañizares, 2010). Es común dividir el estudio de la dinámica en dos grupos, un primer grupo que trata solamente la influencia de la geometría del cuerpo sobre el movimiento, y un segundo grupo que enmarca el análisis de las fuerzas que causan el movimiento (Fossen, 1994).

El movimiento de un *AUV* se describe respecto a un sistema de referencia inercial. Por las características de los vehículos marinos, se considera que un sistema de referencia situado en tierra (*OE*) es un sistema inercial y los ejes $x - y - z$ tienen sentido positivo hacia el Norte, Este y el centro de la Tierra, respectivamente.

La Figura 2-1 muestra la notación para los movimientos de rotación y traslación del vehículo referidos a *OE* (Fossen, 1994). Las velocidades lineales y angulares están referidas a un sistema de coordenadas situado en el móvil (*OB*).

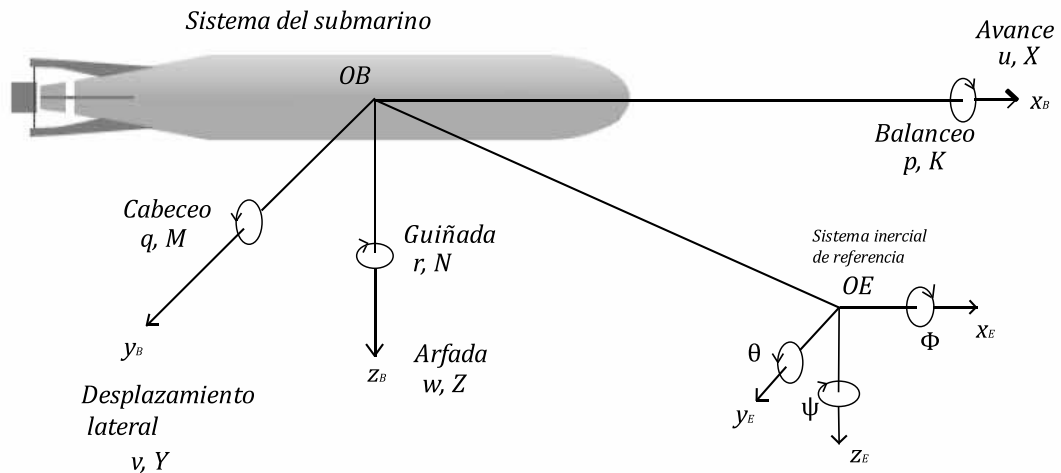


Figura 2-1: Sistema de coordenadas con la definición de ángulos y velocidades.

La Tabla 2-1 muestra de forma resumida la nomenclatura que describe los movimientos, las fuerzas y los momentos que actúan sobre el *AUV* (SNAME, 1950).

Tabla 2–1: Notación utilizada para AUVs.

Traslación	Fuerza	Velocidad lineal	Posición
Avance	X	u	x
Desplazamiento lateral	Y	v	y
Arfada	Z	w	z
Rotación	Momento	Velocidad angular	Ángulo
Balanceo	K	p	ϕ
Cabeceo	M	q	θ
Guiñada	N	r	ψ

Según la notación mostrada, se tiene el vector velocidad (ν) referido al sistema de coordenadas fijo en el vehículo:

$$\nu = \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{bmatrix} \text{ con } \nu_1 = \begin{bmatrix} u, v, w \end{bmatrix}^T \text{ y } \nu_2 = \begin{bmatrix} p, q, r \end{bmatrix}^T \quad (2.1)$$

y el vector posición y orientación, referido al sistema de coordenadas inercial.

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \text{ con } \eta_1 = \begin{bmatrix} x, y, z \end{bmatrix}^T \text{ y } \eta_2 = \begin{bmatrix} \phi, \theta, \psi \end{bmatrix}^T \quad (2.2)$$

Estos vectores se relacionan a través de las transformaciones de ángulos de Euler ([Cañizares, 2010](#); [Fossen, 2006](#)), como se aprecia en el Anexo 1:

$$\dot{\eta} = J(\eta)\nu \quad (2.3)$$

donde:

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} J_1(\eta_2) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & J_2(\eta_2) \end{bmatrix} \quad J_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & (c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi) & (s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta) \\ s\psi c\theta & (c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi) & (s\theta s\psi c\phi - c\psi s\phi) \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}$$

$$J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & t\theta s\phi & t\theta c\phi \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix}$$

con: $c* = \cos(*)$, $s* = \sin(*)$ y $t* = \tan(*)$, y notando que $\theta \neq \frac{\pi}{2}$.

2.3. Modelado del *HRC-AUV*

Un vehículo autónomo sumergible está sometido a las leyes de la física que describen los movimientos de los sólidos en un ambiente líquido. Atendiendo a estas leyes, se encuentran varios de los parámetros que establece el modelo de 6 *GDL* para este caso. Continuando con el procedimiento elegido para el modelado (Fossen, 2006), se desacopla la dinámica lateral y la longitudinal en modelos de 3 *GDL*, debido a la geometría del móvil que determina poca interacción entre estos subsistemas. Luego, a partir de las condiciones de operación del sistema de control, estos últimos se aproximan a 1 *GDL*.

2.3.1. Ecuaciones dinámicas del movimiento

Las ecuaciones que describen el movimiento del vehículo en el espacio tridimensional pueden obtenerse a partir de las leyes de conservación de los momentos lineales y angulares referidos a un sistema inercial de referencia. En (Fossen, 1994) se demuestra que la segunda ley de Newton puede expresarse para cualquier vehículo subacuático con un sistema de coordenadas fijo al cuerpo de la forma (Cañizares, 2010):

$$\underbrace{M_{RB}\dot{\nu} + C_{RB}(\nu)\nu}_{\text{términos del cuerpo rígido}} + \underbrace{M_A\dot{\nu} + C_A(\nu)\nu + D(\nu)\nu}_{\text{términos hidrodinámicos}} + \underbrace{g(\eta)}_{\text{términos hidrostáticos}} = \tau \quad (2.4)$$

donde el vector de entradas de control $\tau \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ es

$$\tau = [\tau_X, \tau_Y, \tau_Z, \tau_K, \tau_M, \tau_N]^T \quad (2.5)$$

además:

$M_{RB} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ matriz de inercia del cuerpo rígido

$C_{RB}(\nu) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ matriz de fuerzas centrípeta y de Coriolis del cuerpo rígido

$M_A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ matriz de inercia de masas añadidas

$C_A(\nu) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ matriz de fuerzas centrípeta y de Coriolis de masas añadidas

$D(\nu) \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ matriz de amortiguamiento

$g(\eta) \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ vector de momentos gravitacionales y de flotabilidad

La ecuación 2.4 puede representarse de forma compacta como,

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = \tau \quad (2.6)$$

notando que

$$M\dot{\nu} = M_{RB}\dot{\nu} + M_A\dot{\nu} \quad (2.7)$$

y

$$C(\nu)\nu = C_{RB}(\nu)\nu + C_A(\nu)\nu \quad (2.8)$$

Términos del cuerpo rígido

Para hallar los términos del cuerpo rígido se refiere la posición del centro de masa respecto al origen OB en el cuerpo, la cual generalmente coincide con el centro de flotabilidad CB . La distancia entre el centro de gravedad CG y el CB se define como $BG = [BG_x, BG_y, BG_z]^T$. El *HRC-AUV* es un vehículo submarino tipo “cigar” que presenta simetría en los planos $x - y$, $y - z$ y $x - z$, por lo que $BG = [0, 0, BG_z]^T$.

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mBG_z & 0 \\ 0 & m & 0 & -mBG_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mBG_z & 0 & I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ mBG_z & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$C_{RB}(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & mBG_z r & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & mBG_z r & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv - mBG_z p & -mu - mBG_z q & 0 \\ -mBG_z r & mw & -mv + mBG_z p & 0 & -I_{xz}p + I_{zz}r & -I_{yy}q \\ -mw & -mBG_z r & mu + mBG_z q & I_{xz}p - I_{zz}r & 0 & I_{xx}p - I_{xz}r \\ mv & -mu & 0 & I_{yy}q & -I_{xx}p + I_{xz}r & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

donde m es la masa del vehículo que se asume uniformemente distribuida y,

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

es la matriz de inercia referida OB .

Términos hidrodinámicos

Para vehículos sumergibles las fuerzas y los momentos hidrodinámicos son producidos por las masas añadidas y por el amortiguamiento viscoso ([Antonelli, 2006](#)).

La metodología empleada para la obtención de las masas añadidas está basada en los cálculos de un elipsoide alargado con masa uniformemente distribuida m_e y volumen V_e ([Fossen, 1994](#)). Dada la geometría del vehículo, se halla un elipsoide alargado equivalente, y el cálculo de los parámetros se realiza siguiendo esta aproximación ([Estrela~da Silva, 2007](#)).

$$M_A = -diag\{X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}\} \quad (2.11)$$

y

$$C_A(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

El cálculo de la matriz de amortiguamiento $D(\nu)$, constituye la tarea más compleja del modelado de estos vehículos, debido a las no linealidades y al fuerte acoplamiento. Cuando el movimiento es a velocidades medias o bajas y se tiene en cuenta la simetría del móvil, una buena aproximación es considerar este efecto de forma desacoplada. Entonces se desprecian los términos de orden superior y se obtiene una estructura diagonal, solamente con los términos lineales y cuadráticos (Cañizares, 2010).

$$D_L(\nu) = -diag\{X_u, Y_v, Z_w, K_p, M_q, N_r\}$$

$$D_C(\nu) = -diag\{X_{u|u}|u|, Y_{v|v}|v|, Z_{w|w}|w|, K_{p|p}|p|, M_{q|q}|q|, N_{r|r}|r|\}$$

Notando que:

$$D(\nu) = D_L(\nu) + D_C(\nu) \quad (2.13)$$

Para propósitos de control se asume $D(\nu) = D_L(\nu)$ y se considera una buena aproximación asumir que este efecto tiene su origen en las fuerzas viscosas y se describe como se mostró anteriormente.

Términos hidrostáticos

El *HRC-AUV* está diseñado con flotabilidad nula, lo que implica que el peso y la flotabilidad son iguales ($W = B$). Considerando que la distancia entre *CG* y *CB* es

$BG = [0, 0, BG_z]^T$, el vector de momentos gravitacionales y de flotabilidad se obtiene:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} 0, & 0, & 0, & WBG_z c\theta s\phi, & WBG_z s\theta, & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.14)$$

En “Modelado y Control del Vehículo Autónomo Sumergible del *CIDNAV*” (Cañizares, 2010), se aborda en detalles el procedimiento descrito para el modelado del *HRC-AUV*.

2.3.2. Modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV*

El vehículo autónomo sumergible *HRC-AUV* posee una geometría similar al vehículo “*LAUV*” (Estrela~da Silva, 2007), aunque con mayores dimensiones. Los parámetros geométricos e inerciales del *HRC-AUV* se presentan en la Tabla 2–2.

El cálculo de los momentos de inercia se realizó con la ayuda del software “Mechanical Desktop”, obteniéndose $I_{xx}=450,1 \text{ kgm}^2$, $I_{yy}=21\ 010,4 \text{ kgm}^2$, $I_{zz}=20\ 816 \text{ kgm}^2$ e $I_{xz}=275,44 \text{ kgm}^2$. Además se obtuvo que $BG = [0, 0, 22 \text{ mm}]^T$, (Cañizares, 2010).

Tabla 2–2: Parámetros geométricos e inerciales del *HRC-AUV*.

Masa (m)	Velocidad (u_o)	Rev. motor (n)	Longitud (L)	Radio (r)
4094,56 kg	1,9 m/seg	52,36 rad/seg	9,46 m	0,4 m
M. inercia (I_{xx})	M. inercia (I_{yy})	M. inercia (I_{zz})	M. inercia (I_{xz})	BG
450,1 kgm^2	21010,4 kgm^2	20816 kgm^2	275,44 kgm^2	$[0, 0, 22 \text{ mm}]^T$

Para el cálculo de las masas añadidas se aproximó el móvil a un esferoide alargado, obteniéndose: $X_{\ddot{u}}=-250,84 \text{ kg}$, $Y_{\ddot{v}}=Z_{\ddot{w}}=-3\ 834 \text{ kg}$, $K_{\dot{p}}=0$ y $M_{\dot{q}}=N_{\dot{r}}=-15\ 572 \text{ kgm}^2$. Así, la matriz M toma valores:

$$M = \begin{bmatrix} 4345,4 & 0 & 0 & 0 & 91 & 0 \\ 0 & 7929 & 0 & -91 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7929 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -91 & 0 & 450,1 & 0 & -275 \\ 91 & 0 & 0 & 0 & 36582 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -275 & 0 & 36388 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

mientras que $C(\nu)$:

$$C(\nu) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 91r & 7929w & -7929v \\ 0 & 0 & 0 & -7929w & 91r & 4535,4u \\ 0 & 0 & 0 & 7929v - 91p & -4535,4u - 91q & 0 \\ -91r & 7929w & -7929v + 91p & 0 & -275p + 36388r & -36582q \\ -7929w & -91r & 4535,4u + 91q & 275p - 36388r & 0 & 450,1p - 275r \\ 7929v & -4535,4u & 0 & 36582q & -450,1p + 275r & 0 \end{bmatrix}$$

y $g(\eta)$ es:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 890,5c\theta s\phi & 890,5s\theta & 0 \end{bmatrix}^T$$

Los parámetros de la matriz de amortiguamiento $D(\nu)$ y el vector de entradas de control se obtienen a través de pruebas experimentales que son descritas posteriormente.

2.3.3. Modelo Dinámico Linealizado

Como primer paso para la linealización del modelo del *AUV*, se divide el sistema de 6 *GDL* en dos subsistemas considerándose desacoplados o pobremente acoplados, que se emplean en el control del vehículo en los planos $x - z$ y $x - y$ de *OE* respectivamente (Fossen, 2006). Un tercer subsistema es empleado para la navegación (Hegrenaes, 2007), como se muestra a continuación:

- Subsistema longitudinal: estados (u, w, q) y (x, z, θ)
- Subsistema lateral: estados (v, p, r) y (y, ϕ, ψ)
- Subsistema de navegación: estados (u, v, r) y (x, y, ψ)

Subsistema lateral

Para el diseño del autopiloto se emplea solamente el subsistema lateral. Se asumen las variables u, w, p, r, ϕ y θ pequeñas, y la expresión cinemática lateral queda:

$$\dot{\phi} = p, \quad \dot{\psi} = r \quad (2.16)$$

Asumiendo que $u = u_0$, $C(\nu)$ se aproxima (Fossen, 2006):

$$C(\nu) \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 & (m - X_{\dot{u}})u_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})u_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Ahora, la dinámica para el AUV con estados (v, p, r) y (y, ϕ, ψ) queda:

$$\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & -mBG_z & 0 \\ -mBG_z & I_{xx} - K_{\dot{p}} & -I_{xz} \\ 0 & -I_{xz} & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Y_v & 0 & 0 \\ 0 & -K_p & 0 \\ 0 & 0 & -N_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & (m - X_{\dot{u}})u_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})u_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ WBG_z \sin \phi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_Y \\ \tau_K \\ \tau_N \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Para los vehículos donde \dot{p} y p son pequeños y la velocidad $u = u_0$, la ecuación anterior se reduce a:

$$\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & 0 \\ 0 & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Y_v & 0 \\ 0 & -N_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & (m - X_{\dot{u}})u_0 \\ (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})u_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_Y \\ \tau_N \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

La ecuación desacoplada de ψ para variaciones pequeñas alrededor de un punto de operación se escribe como:

$$(I_{zz} - N_{\dot{r}})\ddot{\psi} - N_r\dot{\psi} = \tau_N \quad (2.20)$$

De la matriz de configuración de los actuadores tenemos:

$$\begin{bmatrix} \tau_Y \\ \tau_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 \\ k_2 l_{xT} \end{bmatrix} \delta_T = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_6 \end{bmatrix} \delta_T \quad (2.21)$$

La función de transferencia entre el ángulo del timón de cola δ_T y el rumbo ψ queda:

$$\frac{\psi(s)}{\delta_T(s)} = \frac{b_6}{(I_{zz} - N_{\dot{r}})s^2 - N_r s} \quad (2.22)$$

Las ecuaciones que describen la dinámica de los subsistemas longitudinal y de navegación pueden ser revisadas en la tesis de grado de J. Cañizares ([Cañizares, 2010](#)).

2.3.4. Identificación de los parámetros dinámicos

Los parámetros de la matriz de amortiguamiento $D(\nu)$ y las ganancias del vector de entradas de control τ se obtuvieron a través de la identificación experimental.

El primero de estos experimentos consistió en evaluar diferentes posiciones del timón δ_T y registrar las variaciones de guiñada $\dot{\psi}$ obtenidas en lazo abierto. Los datos registrados fueron procesados con ayuda del software “Matlab”, obteniéndose una función de transferencia de primer orden sin retardo de estructura similar a la ecuación 2.22.

Los resultados de la identificación experimental arrojaron un seguimiento de señal de 45 %. La función de transferencia obtenida constituye el modelo de 1 *GDL* del subsistema lateral, y queda como:

$$\frac{\psi(s)}{\delta_T(s)} = \frac{0,14}{s(4s + 1)} \quad (2.23)$$

Empleando términos conocidos e igualando las ecuaciones 2.22 y 2.23, se obtiene además:

$$-N_r = 9096,9 \frac{Nm}{rad/s}; \quad b_6 = 1273,6 \frac{Nm}{rad};$$

El segundo experimento consistió en remolcar el *HRC-AUV* a diferentes valores de velocidad constante (u) para registrar los valores de fuerza necesarios para realizarlo.

Mientras que un tercer experimento consistió en manejar el estabilizador de cola δ_E con un relé de dos posiciones, de forma tal que el mando fuera una onda cuadrada de amplitud $d = 12$ grados, registrándose los valores de profundidad Z (Cañizares, 2010).

Los datos determinados en estos experimentos (Cañizares, 2010) permitieron llegar a:

$$D(\nu) = -diag\{-181,45 \quad -1219,8 \quad -1219,8 \quad -126,62 \quad -9096,9 \quad -9096,9\}^T$$

Por su parte el vector de entradas de control queda como:

$$\tau = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \\ 0 & b_4 & 0 \\ 0 & 0 & b_5 \\ 0 & b_6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1946 & 0 & 0 \\ 0 & 318,39 & 0 \\ 0 & 0 & -24,1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 96,32 \\ 0 & 1273,6 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

De esta manera se completa el modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV*, según plantea la ecuación 2.6 y es posible calcular el modelo dinámico de 3 *GDL* del *HRC-AUV* definido por la ecuación 2.18.

2.4. Modelado de las perturbaciones

Las principales perturbaciones que afectan a los vehículos subacuáticos durante la navegación lo constituyen el oleaje generado por el viento y las corrientes marinas. La ecuación 2.6 puede ser reescrita en función del efecto provocado por el oleaje y las corrientes como:

$$M\dot{\nu}_r + C(\nu_r)\nu_r + D(\nu_r)\nu_r + g(\eta) = \tau_{olas} + \tau \quad (2.25)$$

donde τ_{olas} representa las fuerzas y momentos provocados por el oleaje y ν_r el término que incluye la velocidad relativa de las corrientes.

En la literatura se reporta un método que permite modelar estas perturbaciones con buena exactitud. Incluir el efecto del oleaje y las corrientes marinas en el modelo general

de 6 *GDL* contribuirá a que el sistema de navegación y el sistema de control para el *HRC-AUV*, diseñados por *GARP*, logren mejores resultados y mayor robustez (Fossen, 1994).

2.4.1. Ecuaciones fundamentales para modelar el oleaje

Las fuerzas y los momentos inducidos por el mar sobre una embarcación rígida están dados por el vector $\tau_{olas} = [X_{olas}, Y_{olas}, N_{olas}]^T$, (Fossen, 1994). El oleaje generado por el viento crea un espectro de frecuencias con un pico de alta frecuencia cuando el mar presenta crestas pequeñas, y forma un pico de baja frecuencia cuando el mar presenta crestas elevadas.

Las olas se representan como una larga suma de componentes de onda, donde la elevación $\zeta(x, t)$ de las crestas propagándose de forma irregular por un eje x positivo se escriben (Fossen, 1994):

$$\zeta(x, t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_i t - k_i x + \phi_i) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} k_i A_i^2 \cos 2(\omega_i t - k_i x + \phi_i) + O(A_i^3) \quad (2.26)$$

donde

- λ , longitud de onda
- k , número de onda
- A , amplitud de onda
- ϕ , ángulo de fase aleatoria uniformemente distribuido entre 0 y 2π

La expresión 2.26 se repite a sí misma después de un tiempo de $2\pi/\Delta\omega$, sugiriendo que un largo número de componentes de onda deben ser calculados, típicamente $N = 1000$. Este problema se evita eligiendo una frecuencia ω_i aleatoria en el intervalo $\Delta\omega$ del espectro de frecuencias.

Una vez hecha esta operación, se puede obtener A_i según:

$$A_i^2 = 2S(\omega_i)\Delta\omega \quad (2.27)$$

donde $S(\omega_i)$ es la función densidad del espectro de las olas.

La teoría lineal de las ondas determina la amplitud de las olas $\zeta(x, t)$ como el primer término de la ecuación 2.26. Así mismo, la teoría de segundo orden añade el término $1/2k_i A_i^2$ a la expresión de $\zeta(x, t)$. El movimiento oscilatorio creado por el oleaje se conoce como perturbación de primer orden y las fuerzas de deriva se conocen como efecto de segundo orden, atendiendo a los dos términos de la ecuación 2.26.

En el estudio de la mayoría de los vehículos acuáticos, la teoría de las ondas de segundo orden se considera suficiente (Fossen, 1994).

Espectro JONSWAP

Una vez aproximada la amplitud de las olas por la ecuación 2.27, es preciso hallar la función densidad de espectro $S(\omega_i)$.

El espectro JONSWAP se emplea para representar las olas generadas por el viento de mares poco desarrollados, donde se considera una profundidad finita y el área del mar limitada. La función densidad de espectro depende de los términos H_s (un tercio de la altura máxima de las olas) y T_1 (período promedio de las olas).

Por la dificultad que representa el cálculo de H_s y T_1 , una variante del espectro JONSWAP determina $S(\omega)$ como función de la velocidad del viento (V) a 10 m de altura sobre el nivel del mar (SNM) y la distancia geográfica hasta la costa (l):

$$S(\omega) = \alpha \frac{g^2}{w^5} \exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^4\right] Y \quad (2.28)$$

De la expresión anterior:

$$\alpha = 0,076 \left[\frac{gl}{V^2}\right]^{-0,22}$$

ω_0 es el pico de frecuencia de las olas o frecuencia fundamental

$$\omega_0 = 2\pi 3,5 \frac{g}{V} \left(\frac{gl}{V^2}\right)^{-0,33} \quad (2.29)$$

g es la aceleración de la gravedad ($9,81m/s$) y Y , se define como:

$$Y = \gamma^{\exp\left[\frac{-(\omega-\omega_0)^2}{2(\sigma\omega_0)^2}\right]}$$

Esta última ecuación para la obtención del espectro JONSWAP, brinda la ventaja de estar en función de magnitudes físicas medibles con facilidad, y por tanto pueden ser corregidas por el operador de la estación en tierra sin mucha dificultad.

La Figura 2-2 muestra la obtención de $S(\omega)$, para una velocidad del viento de 30 km/h ($8,33 \text{ m/s}$) a 10 m SNM y una distancia geográfica de $0,6 \text{ km}$, dando como resultado una frecuencia fundamental de las olas de $\omega_0 = 6,0 \text{ rad/s}$.

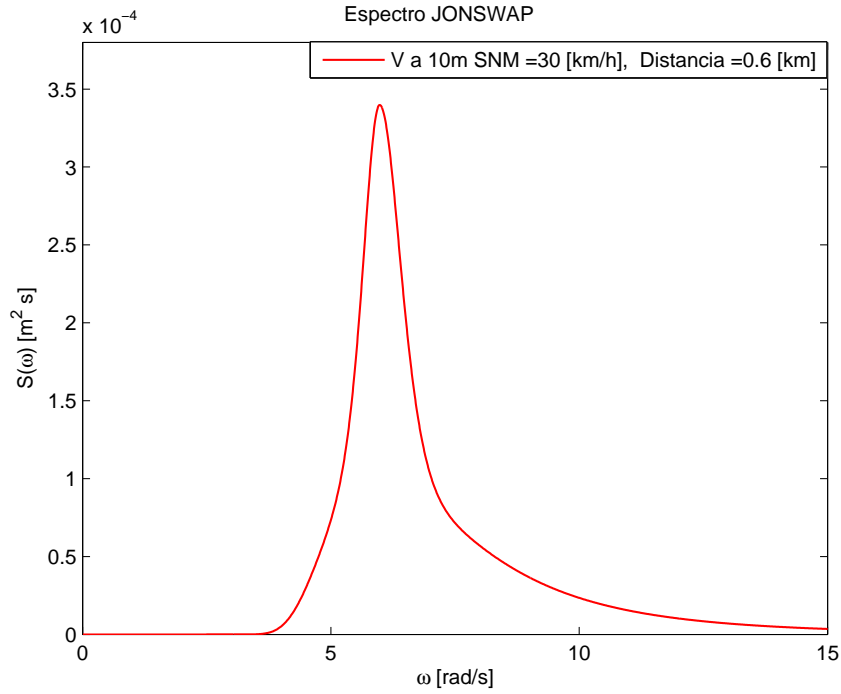


Figura 2-2: Obtención del espectro JONSWAP.

2.4.2. Aproximación lineal del espectro del oleaje

Desde el punto de vista de los sistemas automáticos, resulta muy conveniente tener una aproximación lineal del espectro que pueda ser incluida en los lazos de control. En este sentido, es posible obtener una función de transferencia de segundo orden muy atractiva por su simplicidad y aplicabilidad, siendo $y(s)$ la salida del modelo de las olas:

$$y(s) = h(s)\omega(s) \quad (2.30)$$

donde $\omega(s)$ es un ruido blanco gaussiano de valor medio igual a cero, con espectro de potencia $P_{\omega\omega}(\omega) = 1, 0$.

La función de transferencia que debe ser hallada es $h(s)$:

$$h(s) = \frac{K_\omega s}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (2.31)$$

donde se define

$$K_\omega = 2\zeta\omega_0\sigma_\omega \quad (2.32)$$

siendo σ_ω una constante que describe la intensidad de las olas, ζ es el coeficiente de amortiguamiento, por lo general elegido 0,1, y ω_0 es la frecuencia fundamental de las olas determinada por la ecuación 2.29.

Para un vehículo acuático moviéndose con un vector velocidad de magnitud $U > 0$, se hace necesario corregir el valor de ω_o , debido a que el ángulo entre el rumbo del móvil y a la dirección de las olas β_{olas} varía la frecuencia de las mismas. La nueva frecuencia corregida recibe el nombre de frecuencia de encuentro ω_e . En la presente investigación no se considera el efecto de la frecuencia de encuentro. Se considera que en la mayoría de las aplicaciones prácticas de guiado y posicionamiento, estos modelos simples son suficientes (Fossen, 1994).

2.4.3. Simulación del oleaje

La Figura 2-3 muestra el diagrama para la simulación del efecto que sobre el avance x , el desplazamiento lateral y , y la guiñada ψ , provoca la acción de las olas generadas por el viento. Implementando la aproximación lineal del espectro como se describió anteriormente, con $\sigma_w = 0,5 \text{ m}$, $\zeta = 0,1$ y para el caso se eligió $\omega_0 = 6,0 \text{ rad/seg}$ (período fundamental de las olas de tres segundos). Las ganancias K y $K1$ se eligen de acuerdo al grado de afectación que provocan las olas en el vehículo.

La Figura 2-4 ofrece el resultado de la simulación, donde se aprecia el efecto que produce el oleaje en el avance x , el desplazamiento lateral y y la guiñada ψ .

2.4.4. Ecuaciones para el modelado de las corrientes marinas

El otro factor medioambiental que afecta de manera considerable a los AVUs en el cumplimiento de las misiones programadas son las corrientes marinas (Fossen, 1994). Se

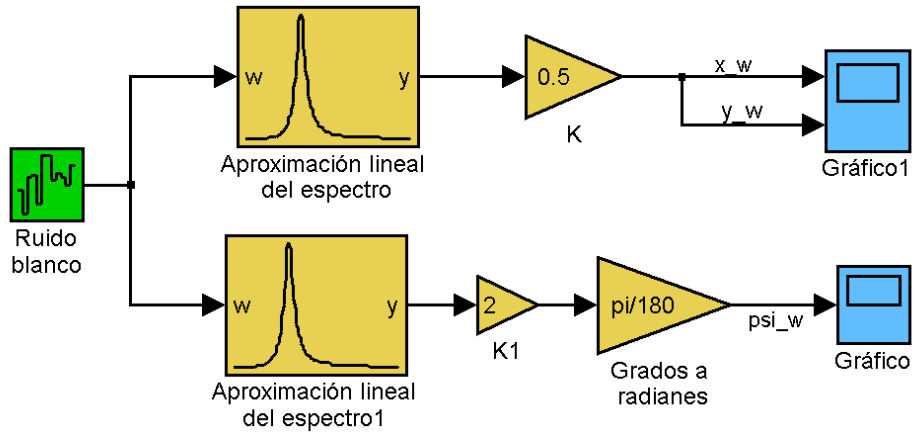


Figura 2-3: Diagrama de bloques de simulación de las olas.

define la velocidad de las corrientes como una suma de componentes de la siguiente forma:

$$V_c = V_t + V_{lw} + V_s + V_m + V_{set-up} + V_d \quad (2.33)$$

Donde

V_t , componente de las mareas.

V_{lw} , componente generada por el viento local.

V_s , componente generada por ondas no-lineales.

V_m , componente generada por las corrientes oceánicas mayores.

V_{set-up} , componente formada por las tormentas.

V_d , componentes de la corriente provocados por súbitos cambios de la densidad en la superficie del océano.

El efecto de las fuerzas y los momentos inducidos por las corrientes puede ser añadido al modelo de 6 *GDL* representando la ecuación del movimiento del *AUV* en términos del vector velocidad relativo ν_r que incluye la velocidad de las corrientes, tal como se muestra en la ecuación 2.25:

$$\nu_r = \nu - \nu_c$$

siendo ν el vector velocidad lineal del vehículo y $\nu_c = [u_c, v_c, w_c, 0, 0, 0]^T$ es el vector velocidad de las corrientes referido a *OB*, considerando que las mismas no generan movimientos de rotación en el vehículo.

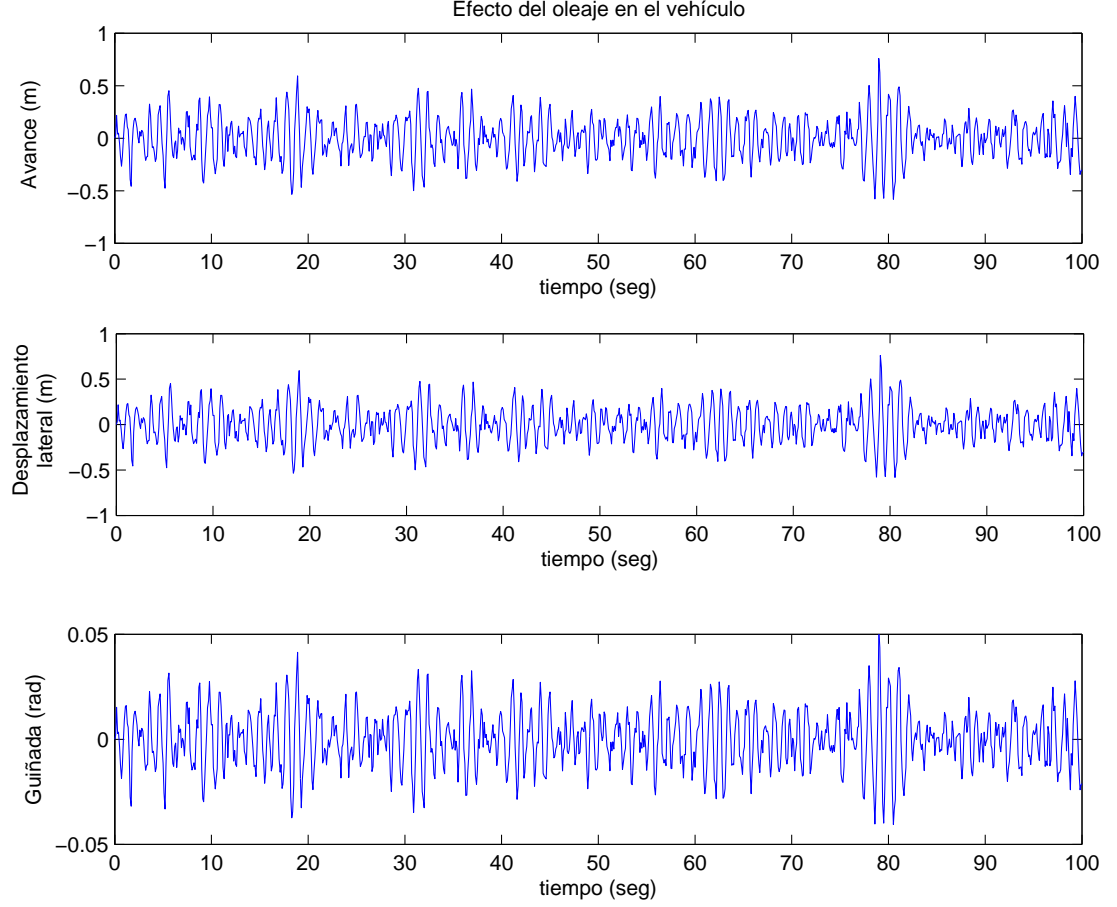


Figura 2–4: Simulación de las olas.

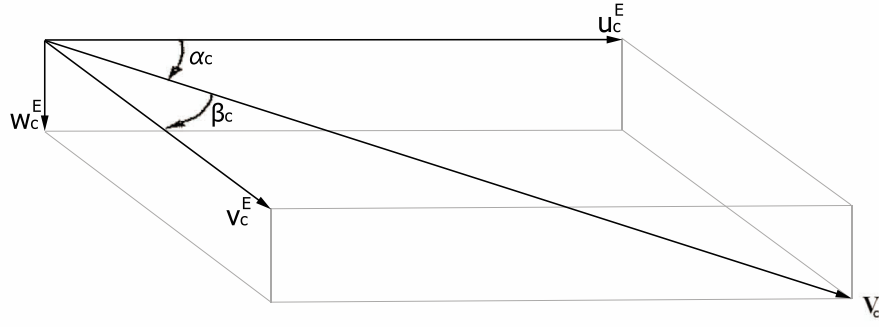
2.4.5. Modelo bidimensional de las corrientes

Las componentes de velocidad fijadas en tierra (u_E, v_E, w_E) se relacionan con la velocidad V_c a través de dos ángulos: el ángulo de ataque α_c y el ángulo de desplazamiento lateral β_c , describiendo la orientación en los ejes y y z respectivamente (Fossen, 1994), según se define en la Figura 2–5.

Para el caso de los vehículos autónomos se realiza un análisis tridimensional de las corrientes. La velocidad promedio de las corrientes en un sistema de referencia inercial haciendo uso de las matrices de transformación, quedaría:

$$u_c^E = V_c \cos \alpha_c \cos \beta_c$$

$$v_c^E = V_c \sin \beta_c$$


 Figura 2–5: Definición de α_c y β_c (Fossen, 1994).

$$w_c^E = V_c \sin \alpha_c \cos \beta_c$$

Ahora bien, en la presente investigación se considera suficiente un análisis bidimensional ($2D$) de las corrientes, analizando únicamente el movimiento en un plano horizontal paralelo al plano $x - y$, y por tanto, las componentes se describen solamente en función de V_c y β_c :

$$u_c^E = V_c \cos \beta_c$$

$$v_c^E = V_c \sin \beta_c$$

Asumiendo ϕ y θ iguales a cero, u_c y v_c según las transformaciones de ángulos de Euler se calculan:

$$\begin{bmatrix} u_c \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c^E \\ v_c^E \end{bmatrix}$$

Aplicando las siguientes identidades trigonométricas:

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b)$$

se obtienen las ecuaciones de las velocidades de las corrientes referidas a OB.

$$u_c = V_c \cos(\beta_c - \psi) \quad (2.34)$$

$$v_c = V_c \sin(\beta_c - \psi) \quad (2.35)$$

La Figura 2-6 muestra gráficamente la obtención de u_c y v_c a partir de la velocidad V_c y los ángulos β_c y ψ .

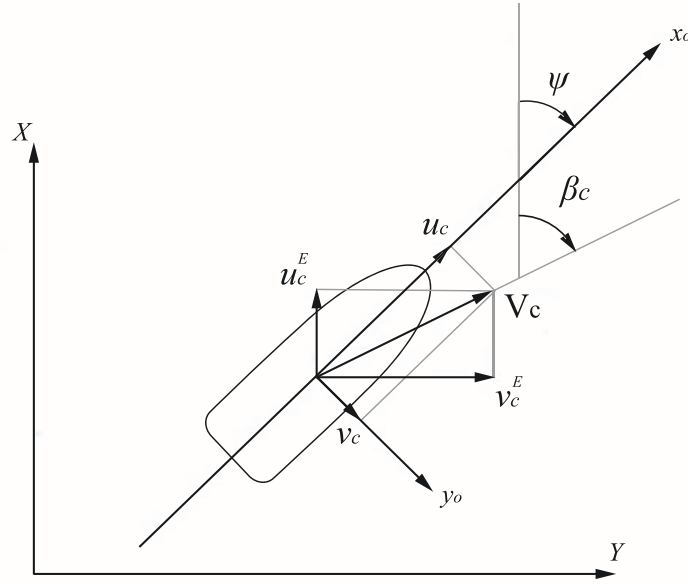


Figura 2-6: Obtención de V_c y β_c , (Fossen, 1994).

2.4.6. Simulación de las corrientes oceánicas

La simulación en computadora de las corrientes oceánicas se emplea para recrear las condiciones de navegación y poder evaluar con mayor exactitud el desempeño de las estrategias adoptadas para contrarrestar su efecto.

Para generar la velocidad promedio de las corrientes, puede ser usado un Proceso Gauss-Markov de primer orden (Fossen, 1994). En la presente investigación, $V_c(t)$ es descrito por la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{V}_c(t) + \mu_0 V_c(t) = \omega(t) \quad (2.36)$$

donde $\omega(t)$ es un ruido blanco gaussiano de valor medio igual a cero y μ_0 una constante que con buena aproximación se elige cero. De manera que se obtiene la velocidad V_c como la integración del ruido blanco. Además, para simular corrientes reales, es necesario limitar $V_c(t)$ de manera que $V_{\min} \leq V_c \leq V_{\max}$ (Fossen, 1994). Un procedimiento similar se realiza para lograr simular la dirección de las corrientes, ángulo β_c . Es importante aclarar que esto es válido solo para simular las corrientes mediante computadora, pues en la realidad es

poco probable que coincidan el valor medio de V_c y el del ángulo de orientación β_c . No obstante, en la literatura consultada (Fossen, 1994) se considera como un procedimiento acertado para la simulación.

La Figura 2-7 muestra el diagrama para la simulación de las corrientes. Por su parte, la Figura 2-8 ofrece la simulación realizada con límites de -0,02 a 0,02.

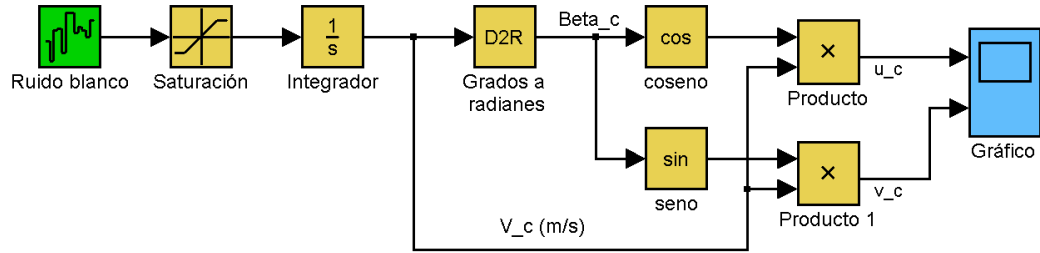


Figura 2-7: Diagrama de simulación de las corrientes en 2D.

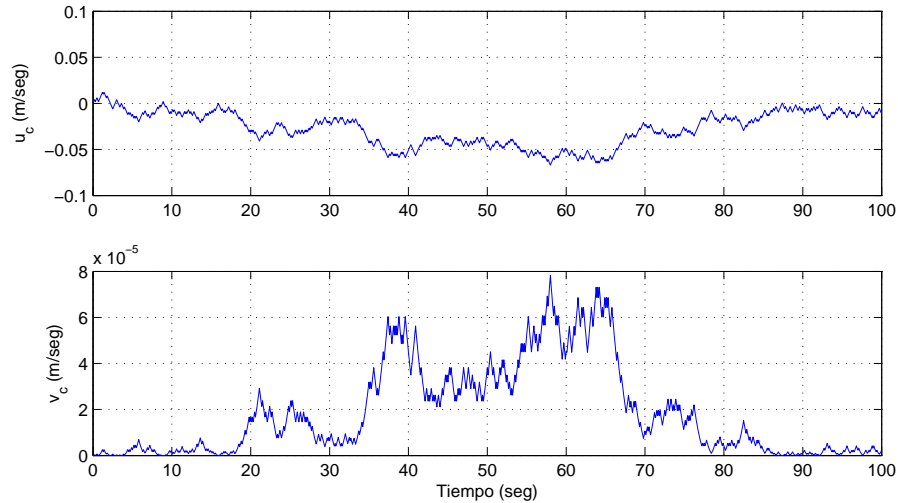


Figura 2-8: Simulación de las corrientes.

2.5. Simulación del modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV* considerando el efecto de las perturbaciones marinas

Una vez obtenido el modelo dinámico de 6 *GDL* del *HRC-AUV* y las perturbaciones que influyen en su dinámica, es posible evaluar mediante simulación el trabajo realizado. Además, se conoce el comportamiento del vehículo en pruebas experimentales realizadas en el mar por lo que es posible validar el modelo obtenido.

2.5.1. Simulación del modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV*

En un primer momento se simuló el modelo de 6 *GDL* sin considerar el oleaje ni las corrientes marinas. Se conoce, por pruebas experimentales realizadas, que ante un valor de deflexión angular constante en el timón horizontal (δ_T), el móvil tiende a realizar una trayectoria circular en el plano $x - y$. Precisamente ese es el comportamiento que se desea simular. Para lo cual se parte de la ecuación 2.4, de donde se despeja la derivada del vector ν quedando en función de los términos del cuerpo rígido, hidrodinámicos, hidrostáticos y del vector de entradas de control. Al integrar $\dot{\nu}$ se obtiene el vector velocidad del vehículo acorde a la ecuación 2.1. Si se integra nuevamente se puede contar con el vector de posición y orientación del vehículo, ecuación 2.2. De esta manera se dispone de los 6 *GDL* como salida del modelo.

No se consideran los términos de Coriolis, esta aproximación aporta un error del 10 % (Groves, 2008), lo cual es aceptable para la aplicación que desarrolla *GARP* si se tiene en cuenta que las mediciones realizadas por los sensores de bajo costo instalados presentan valores superiores de error.

Para la simulación se utilizó el *toolbox MSS* (Pérez, 2009) del Matlab. En la Figura 2-9 se muestra el resultado de la simulación para un valor de $\delta_T = 0,52 \text{ rad}$ y 500 rpm . Como se puede apreciar el vehículo sigue una trayectoria circular en el plano $x - y$, acorde a su dinámica.

2.5.2. Simulación del modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV* considerando las corrientes marinas y el oleaje

En otro experimento se procedió a simular el modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV* dado por la ecuación 2.4, pero considerando el efecto de las corrientes marinas y el oleaje. Las corrientes marinas se simularon según se explicó en el subepígrafe 2.4.6. De igual manera se obtuvo la velocidad de la corriente y la dirección a partir de un ruido blanco *Gaussiano*, Figura 2-7, estableciéndose los límites en 0,02 y $-0,02$. Por su parte el oleaje se simuló acorde al diagrama mostrado en la Figura 2-3. Se trataron de recrear las mismas condiciones del oleaje que se tuvo durante un experimento realizado, $\omega_0 = 6,0 \text{ rad/seg}$,

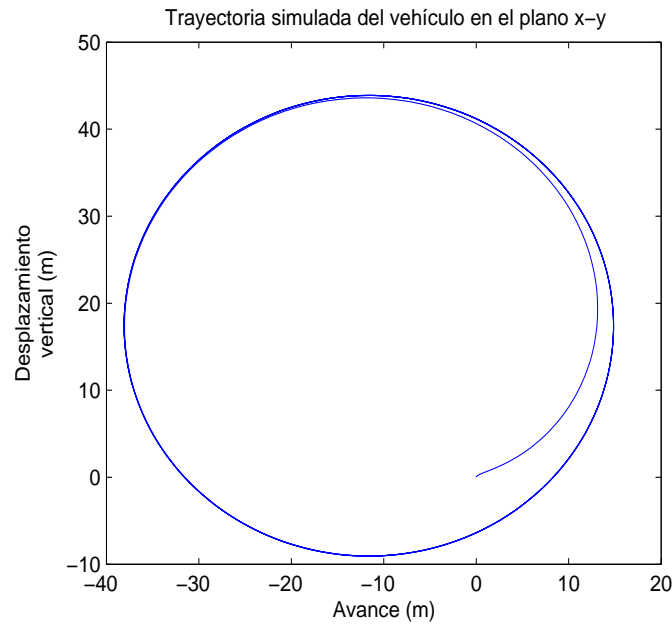


Figura 2-9: Simulación del modelo de 6 *GDL* sin el efecto de las perturbaciones. $\sigma_w = 0,5 \text{ m}$, mientras que las ganancias K y $K1$ se mantuvieron en 0,5 y 2 respectivamente. Los resultados de la simulación se muestran en la Figura 2-10, como se puede apreciar, el vehículo mantiene la tendencia circular en su trayectoria pero desplazado por la corriente.

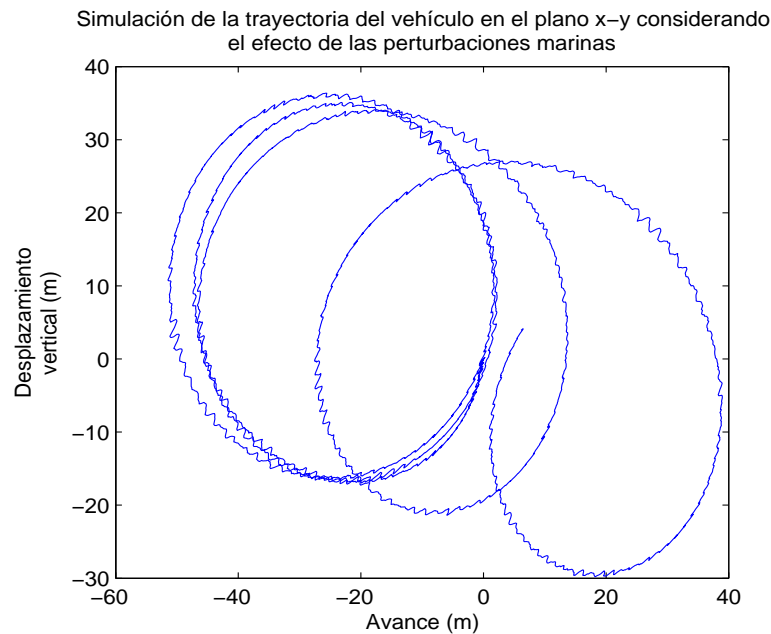


Figura 2-10: Simulación considerando el efecto de las perturbaciones.

2.5.3. Validación del modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV* considerando las corrientes marinas y el oleaje

Para validar el modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV* teniendo en cuenta los efectos que provocan en el vehículo las corrientes marinas y el oleaje, se simuló el modelo tratando de reproducir un experimento realizado en el mar. Los datos de las corrientes marinas fueron estimados a partir de las tramas obtenidas por el *GPS* instalado en el *AUV*. El experimento se realizó el 9 de marzo de 2010, al oeste de La Habana. Se determinó la velocidad de las corrientes marinas de $V_c = 0,21 \text{ m/s}$, mientras que el ángulo de las corrientes $\beta_c = -136 \text{ grados}$ y el ángulo inicial de guiñada del vehículo se estimó en $\psi = -1,35 \text{ rad}$. Por su parte, se conoce que el motor funcionó a 490 rpm y el ángulo de deflexión aplicado fue de $-0,52 \text{ rad}$. Los datos del oleaje son los mismos utilizados en el subepígrafe 2.5.2. La Figura 2-11 muestra en azul la curva obtenida a partir del *GPS*, mientras que en rojo se presenta la gráfica simulada del modelo de 6 *GDL* con sus coeficientes considerando el oleaje y las corrientes. Como se puede observar el comportamiento es similar, quedando validado el modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV*.

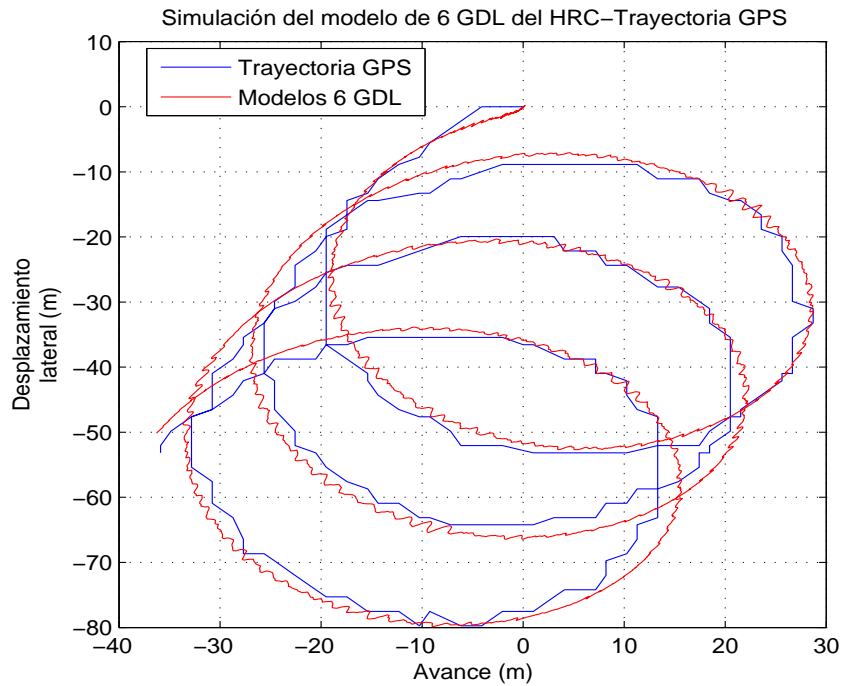


Figura 2-11: Simulación del modelo y la trayectoria obtenida con *GPS*.

2.6. Consideraciones finales del capítulo

En este capítulo se presentó el modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV* y de las perturbaciones medioambientales que inciden sobre el vehículo. A partir del modelo presentado se obtuvo un modelo reducido de 1 *GDL* linealizado de acuerdo a las condiciones de operación. Este modelo linealizado será el empleado en el diseño del control de trayectoria del vehículo.

Mediante simulación se lograron recrear las condiciones de un experimento real realizado por miembros del *GARP*, utilizándose el modelo de 6 *GDL* y de las corrientes y el oleaje se logró un comportamiento similar al observado en la práctica. De esta manera quedó validado el modelo de 6 *GDL* del *HRC-AUV*.

El procedimiento de modelado seguido del vehículo y de las perturbaciones puede ser aplicado a otros *AUV*s de características geométricas similares.

Capítulo 3

CONTROL DE TRAYECTORIA DEL *HRC-AUV*

3.1. Introducción

Un sistema de control de movimiento generalmente está dividido en tres bloques independientes: sistema de guiado, sistema de control y sistema de navegación. Estos bloques interactúan entre sí intercambiando datos y señales.

El guiado es la acción o el sistema que continuamente calcula la posición, velocidad y aceleración deseada para el vehículo; magnitudes que luego serán empleadas por el sistema de control. En muchos casos son usadas técnicas avanzadas de optimización para el cálculo de la trayectoria a seguir. Las mismas tienen como objetivo disminuir el tiempo de navegación, evitar colisiones, optimización del combustible, formación y sincronización de varios vehículos. En la presente investigación se emplea un método reportado de manera muy frecuente en la literatura ([Fossen, 1994](#); [Encarnação, 2002](#)) para el seguimiento de la trayectoria, que consiste en unir mediante líneas rectas y arcos de circunferencia los puntos consecutivos del trayecto que se desea describa el *AUV*. Este método es conocido como línea de visión (Line-of-Sight, *LOS*).

Por su parte, el control es la acción de determinar las fuerzas y momentos necesarios que deben ser suministrados a la embarcación para que satisfaga determinados objetivos. La implementación del algoritmo de control generalmente involucra el diseño de leyes de control *feedback* y *feedforward*. En la aplicación *HRC-AUV*, se ajusta un controlador tipo *PI-D* como autopiloto ([Fossen, 1994](#)) para seguir el punto de ajuste deseado, generado por algoritmo de guiado *LOS*.

La Figura 3-1 muestra la estrategia de control de trayectoria que se presentará en el presente capítulo. Como se puede apreciar, para su implementación se necesita el modelo del vehículo y de las perturbaciones, ya determinados y presentados en el Capítulo 2. El diseño del autopiloto (controlador $PI-D$), ley de guiado, generación de los puntos deseados y el filtrado de señales son abordados en este capítulo.

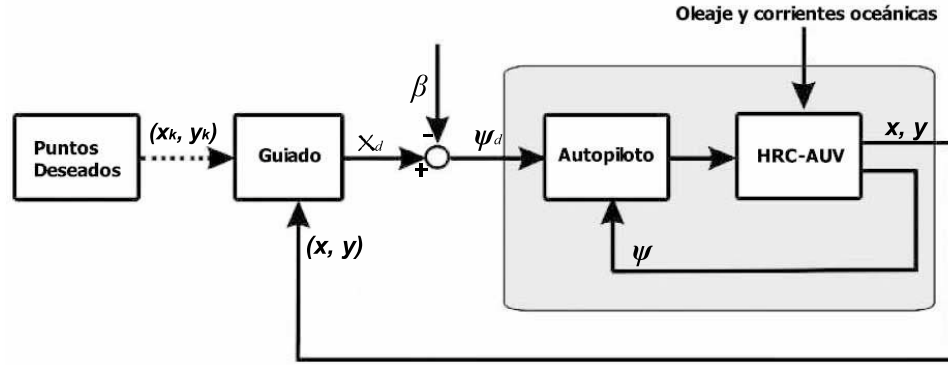


Figura 3-1: Esquema de control del *HRC-AUV*.

3.2. Filtrado de señales

El filtrado de señales se define como la reconstrucción de los componentes de baja frecuencia de las mediciones de posición, guiñada y en algunos casos de las velocidades y las aceleraciones a través de filtros pasivos u observadores de estados (Fossen, 2011c)

El ruido provocado por el oleaje puede estar en muchos casos dentro del ancho de banda del sistema, por lo que las perturbaciones deben ser filtradas antes de realimentar las variables medidas y evitar así acciones de control excesivas. En la presente investigación se diseña un filtro pasivo, que consiste en dos etapas de un filtro “notch” de segundo orden en cascada con un filtro paso bajo de Butterworth de primer orden, según sugiere la literatura consultada. En general este método de filtrado arroja resultados satisfactorios para aplicaciones estándares, pero presenta el inconveniente de introducir fase en atraso al sistema (Fossen, 1994).

3.3. Ajuste del autopiloto

Para el ajuste del autopiloto se empleó el modelo linealizado obtenido en el epígrafe 2.3.3 una vez que se identifican experimentalmente sus parámetros, ecuación 2.23. El ajuste de un $PI-D$ tiene el objetivo de evitar la reacción del punto de ajuste cuando el vehículo

pasa al siguiente punto de la trayectoria, operando la acción derivativa sólo a la señal realimentada.

Utilizando la técnica de ajuste de asignación de polos y ceros, a partir del Lugar Geométrico de las Raíces (*LGR*) del sistema, la Figura 3-2 muestra el *LGR* y el Diagrama de Bode (*DB*) de lazo cerrado y lazo abierto obtenido para el controlador, cuyos valores se relacionan en la Tabla 3-1.

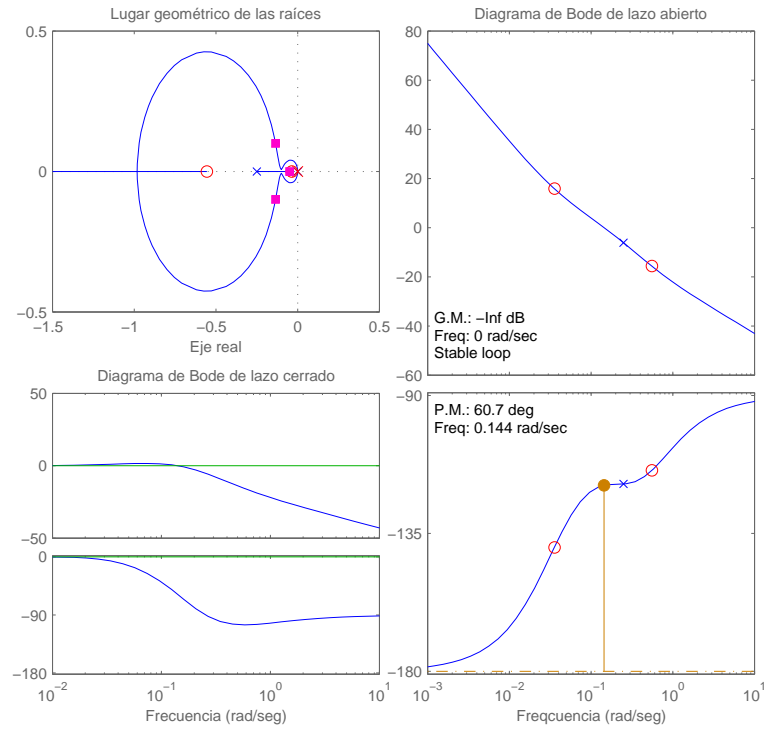


Figura 3-2: Lugar geométrico de las raíces y diagrama de Bode.

Tabla 3-1: Valores del controlador *PI-D*.

<i>PI-D</i>	$P + Ds + I/s$	Valores reales
* * *	P	1,192
* * *	D	2,016
* * *	I	0,04

El diagrama de Bode de lazo cerrado arroja un ancho de banda del sistema de $\omega_b = 0,208 \text{ rad/seg}$. La Figura 3-3 muestra la respuesta de diseño ante una entrada paso unitario, con un tiempo de establecimiento de 67,6 seg y un máximo sobreimpulso del 19,1 %.

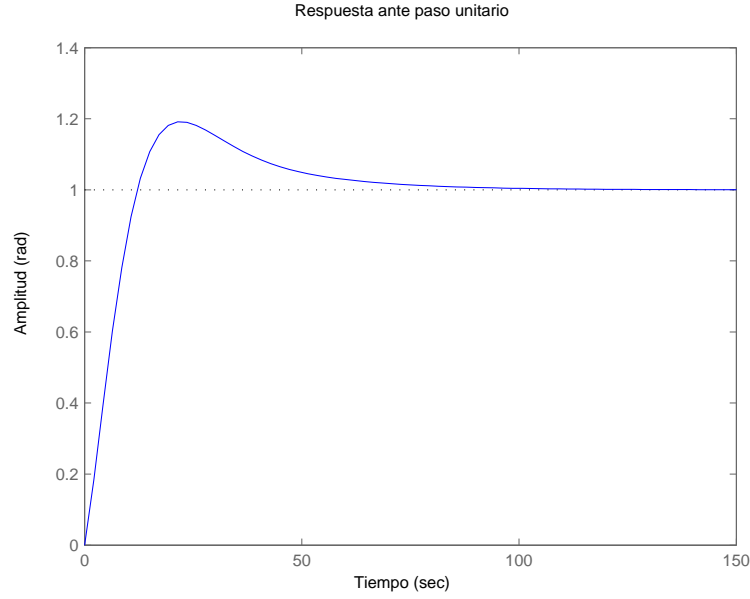


Figura 3–3: Respuesta del lazo interno ante una entrada paso unitario.

Luego de ajustar el autopiloto, se añade el filtro diseñado al lazo de control. La literatura consultada (Fossen, 1994) plantea que la frecuencia de diseño del filtro “notch” (w_n), debe ser igual a la frecuencia de encuentro definida en el epígrafe 2.4.1 ($w_n = w_e$). Como en la presente aplicación no se corrige la frecuencia de encuentro, se elige w_n igual a la frecuencia fundamental del oleaje obtenida a través del espectro de frecuencias JONSWAP en el epígrafe 2.4.1, por tanto $w_n = w_0 = 6 \text{ rad/seg}$.

La función de transferencia de filtro $F(s)$, queda:

$$F(s) = \frac{s^4 + 3s^3 + 119,2s^2 + 162s + 2916}{0,1389s^5 + 5,167s^4 + 76,25s^3 + 558s^2 + 2025s + 2916}$$

La Figura 3–4 muestra el DB del filtro obtenido, el mismo presenta una frecuencia de corte $w_{corte} = 1,95 \text{ rad/seg}$.

El filtro afecta la dinámica del sistema, pues incorpora polos y ceros adicionales. Por lo que es necesario rediseñar el $PI-D$ para contrarrestar su efecto y mantener el estado transiente de la respuesta similar al mostrado en la Figura 3–3.

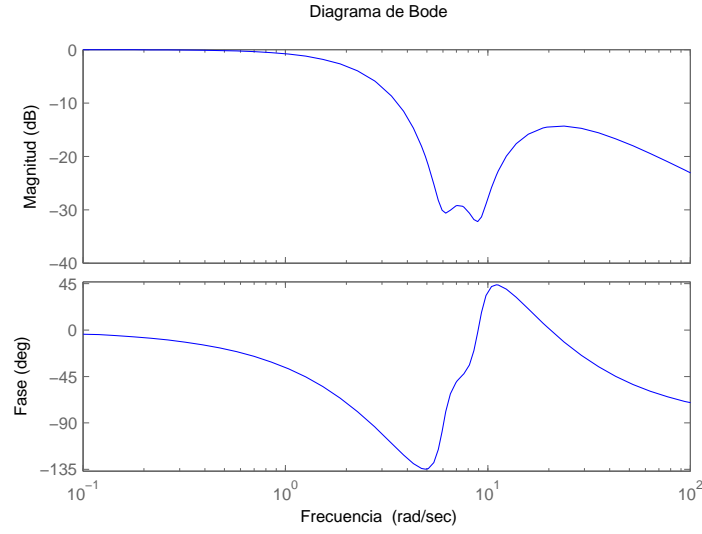
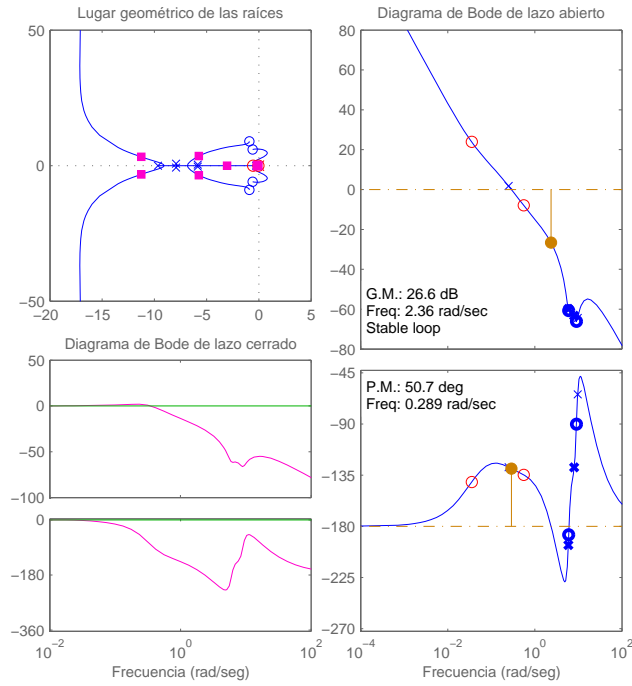


Figura 3-4: Diagrama de Bode del filtro obtenido.

La Figura 3-5 muestra el *LGR* y el *DB* de lazo abierto y lazo cerrado del sistema, incluyendo el controlador *PI-D* cuyos valores se muestra en la Tabla 3-2. El ancho de banda del sistema una vez añadido el filtro es $\omega_b = 0,453 \text{ rad/seg}$.

Figura 3-5: *LGR* y *DB* con filtro añadido.

La Figura 3-6 muestra la comparación de la respuesta al paso del modelo de 6 *GDL* antes y después del filtrado de ψ .

Tabla 3–2: Corrección del controlador $PI-D$.

$PI-D$	$P + Ds + I/s$	Valores
* * *	P	2,98
* * *	D	5,04
* * *	I	0,1

Al ser las condiciones medioambientales cambiantes, la frecuencia fundamental del oleaje varía. El Anexo 2 muestra diferentes configuraciones de filtros y ajustes de autopiloto para diferentes valores de velocidad del viento y distancia hasta la costa.

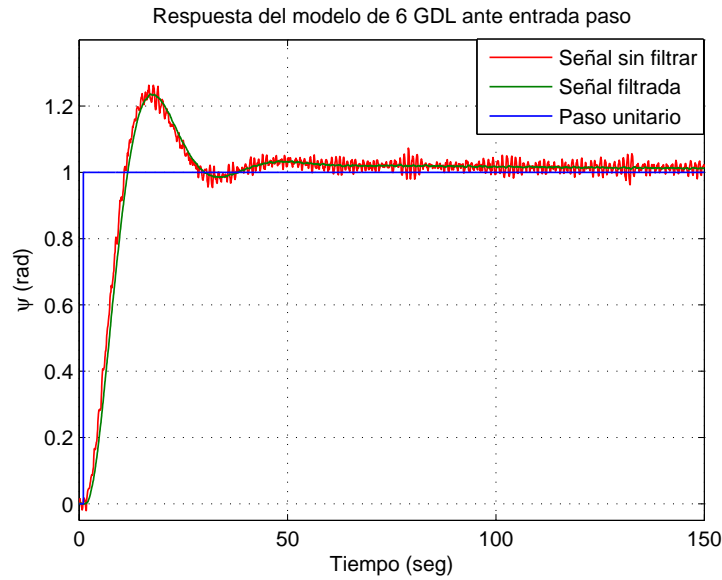


Figura 3–6: Comparación de las señales realimentadas.

3.4. Sistema de guiado

Para generar el valor deseado de guiñada ψ_d como referencia al autopiloto se desarrolló un software por miembros de *GARP*, cuyo algoritmo es abordado por una investigación que se desarrolla a la par de esta, empleando el algoritmo *LOS* para unir mediante líneas rectas los puntos del plano cartesiano que se desea alcance el *AUV*.

La versión que se propone tiene como objetivo alinear el vector velocidad del vehículo con un vector que se extiende desde la posición real del vehículo hasta la línea recta que une los puntos anterior y siguiente de la trayectoria definida por el usuario, este vector es conocido como vector *LOS*. Esta alineación se realiza corrigiendo el ángulo de deslizamiento lateral β (ángulo formado por el vector velocidad del vehículo y su proyección

Mediante el software que en estos momentos desarrolla *GARP*, el usuario crea el vector de coordenadas (x_d, y_d) deseado, definiendo así la ruta que debe seguir el vehículo sin restricciones de tiempo ni espaciales. Constantemente se verifican las coordenadas reales (x, y) del *AUV*, se determina el vector *LOS* hasta el punto sobre la recta y se ejecuta la ley de control para minimizar la distancia perpendicular $e(t)$ del vehículo hasta dicha línea recta entre los puntos (x, y) y (x_{k+1}, y_{k+1}) .

La principal desventaja de este método de guiado con respecto a otros que unen los puntos deseados a través de curvas de interpolación, es que se experimenta un salto en $\dot{\psi}$ al tomar como referencia el punto siguiente. La variación de la guiñada deseada $\dot{\psi} = r$ a lo largo de las líneas rectas es cero, pero en los arcos de circunferencia descritos en las transiciones, será constante (Fossen, 2011a).

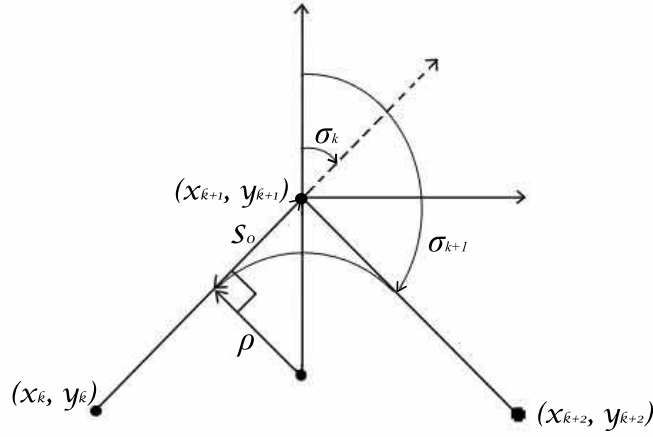
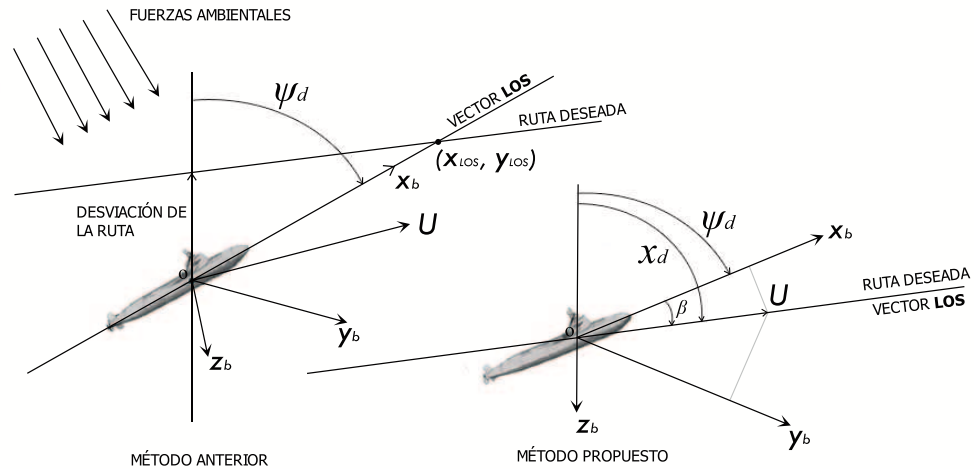


Figura 3–8: Definición de los giros.

Para contrarrestar este efecto se propone iniciar la maniobra semicircular una distancia S_0 anterior al punto, como se muestra la Figura 3–8, y es definida en la ecuación 3.1. Esta distancia está en función del radio mínimo que describe el vehículo ρ , siendo aconsejable tomarla como 2 veces la longitud del vehículo (Fossen, 1994). Entonces, el segmento de trayectoria semicircular entre los puntos consecutivos queda definido según $\{(x_{k+1}, y_{k+1}); \sigma_k; s_{0k}\}$.

$$s_0 = - \left| \frac{\rho}{\tan(\pi + \sigma_{k+1} - \sigma_k)} \right| \quad (3.1)$$

GARP probó en experimentos realizados en el año 2010 la estrategia de guiado que elige el vector $\beta=0$, debido a que no se estima el vector velocidad U del vehículo (Rodríguez, 2011). La Figura 3–9 muestra las diferencias entre la estrategia de guiado anterior y la que se propone en la presente investigación.

Figura 3–9: Comparación de las estrategias *LOS*.

En la aplicación anterior, el método de guiado *LOS* empleado pretendía que el vehículo en su ruta tendiera al punto siguiente de la trayectoria (x_{k+1}, y_{k+1}) , mientras que en la presente investigación se pretende que el *AUV* tienda a la línea recta que une el punto anterior y el punto siguiente de la trayectoria (ruta deseada) definida por el usuario, alineando el vector velocidad del vehículo con el vector *LOS* a través de una ley de control. La ventaja de la estrategia propuesta es que el vehículo debe seguir la línea recta que une los puntos sin que su trayectoria se vea afectada por las corrientes marinas.

3.4.1. Ley de control

Atendiendo a la Figura 3-7 es posible definir la ley de control propuesta (Fossen, 2011a):

$$\psi_d = \chi_d - \beta \quad (3.2)$$

Donde

$$\chi_d = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right) = \sigma_k - \sin^{-1} \left(\frac{e}{LOS} \right) \quad (3.3)$$

El término para la corrección de β se obtiene:

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{v}{u} \right)$$

Quedando finalmente la ley de control:

$$\psi_d = \sigma_k - \sin^{-1} \left(\frac{e}{LOS} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{v}{u} \right) \quad (3.4)$$

3.5. Simulación del sistema de guiado del *HRC-AUV*

Para la simulación del sistema de guiado, se reprodujo primeramente la trayectoria descrita por el *HRC-AUV* en un experimento donde se utilizó el método de guiado sin corrección de β (Rodríguez, 2011; Hernández, 2011) y se registró la posición con *GPS*. La Figura 3-10 muestra la trayectoria del vehículo en condiciones de navegación reales, se evidencia que al asumir $\beta=0$ la distancia perpendicular hasta la ruta deseada está en función de la magnitud de las fuerzas ambientales.

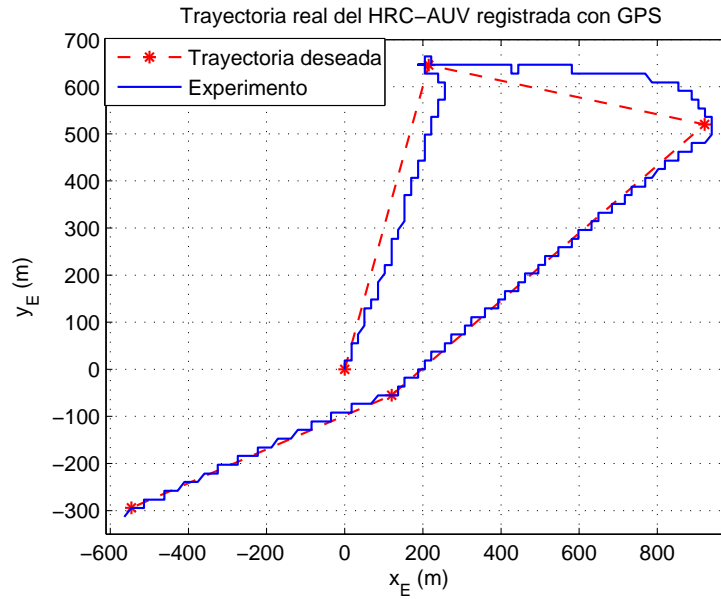


Figura 3-10: Trayectoria registrada en experimento.

Por otra parte, reproduciendo las condiciones reales de navegación (corrientes y oleaje) de forma similar a lo descrito en el subepígrafe 2.5.3, se obtuvo mediante simulación la respuesta del AUV con el algoritmo *LOS* propuesto en la presente investigación. La Figura 3-11 muestra una comparación de las trayectorias descritas real y simulada una vez que se alinea el vector velocidad del móvil con el vector *LOS*.

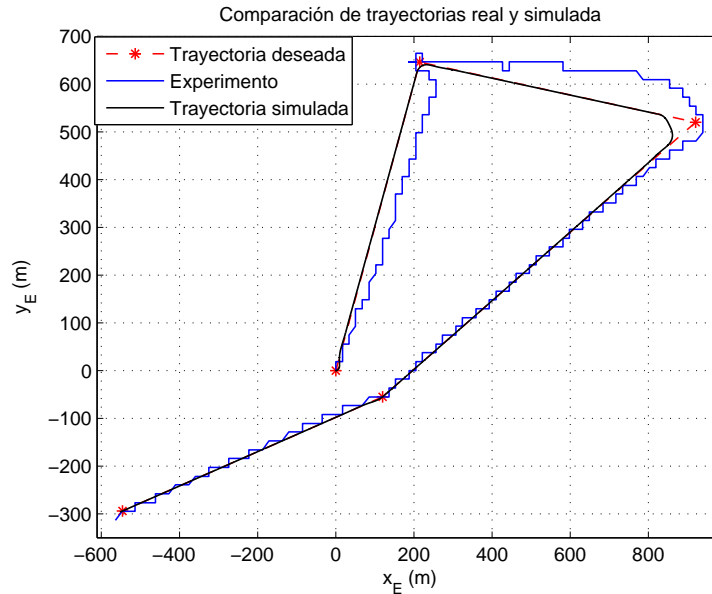


Figura 3-11: Comparación del seguimiento de trayectoria

Como se aprecia, simulando el modelo validado en el subepígrafe 2.5.3 con el sistema de guiado propuesto, se obtiene un mejor seguimiento de la ruta predefinida, aunque el

vehículo está sujeto a las mismas perturbaciones. Resta implementar y someter a pruebas experimentales estos resultados.

3.6. Análisis económico

Los vehículos autónomos sumergibles están valorados entre 1,5 y 2 millones de dólares estadounidenses (*USD*), dependiendo de la calidad del vehículo, de los sensores y equipamiento instalado y de la aplicación a la que se destinará. Normalmente se comercializa el vehículo de manera conjunta con el autopiloto diseñado, lo cual representa que el cliente no podrá acceder a la información necesaria para replicar o reparar el *AUV*. Esto aumenta el valor agregado del vehículo.

El *HRC-AUV* es un vehículo de bajo costo que ha sido totalmente diseñado y construido en Cuba. Todo el equipamiento de hardware y sensores instalados clasifican en la gama baja que proporcionan sus fabricantes, por ejemplo, el sensor inercial instalado en el *HRC-AUV* (MTI-G de Xsens) está valorado en 5 069 *USD*, mientras uno de los utilizados por el proyecto HUGIN se cotiza en 9 000 *USD*. Como se puede apreciar, la diferencia en precio, en calidad y prestaciones es notable.

Para suplir las deficiencias que provoca el sistema de bajo costo instalado, los miembros de *GARP* y *CIDNAV* han tenido que adoptar soluciones ingenieriles basadas fundamentalmente en técnicas de modelado que han requerido un esfuerzo adicional. Lamentablemente en Cuba no existen técnicas que permitan evaluar el costo que implica el dominio del conocimiento.

El prototipo de autopiloto diseñado para el *HRC-AUV* demuestra que es posible realizar en Cuba aplicaciones de este tipo que solo son reportadas en países del primer mundo. El *HRC-AUV* contribuye a la independencia tecnológica del país.

3.7. Consideraciones finales del capítulo

Al contar con el modelo del *HRC-AUV* y de las perturbaciones que lo afectan fue posible diseñar una estrategia de seguimiento de trayectoria para el vehículo. *GARP* probó en experimentos reales una estrategia de guiado con buenos resultados, aunque no tenía en

cuenta el desplazamiento lateral provocado por las corrientes marinas. La estrategia de guiado propuesta en la presente investigación sí tiene en cuenta este desplazamiento.

La estrategia sugerida pretende que el vehículo siga una línea recta entre puntos. Para su implementación fue necesario diseñar un lazo de control de posición y filtrar las señales captadas por los sensores. Esta estrategia fue probada mediante simulación, comparándose con la implementada anteriormente por *GARP*. Los resultados alcanzados demuestran que la estrategia de guiado para el *HRC-AUV* propuesta en esta investigación es superior. Sólo resta probarla en experimentos reales.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Una vez concluida la presente investigación puede decirse que, con el proyecto *HRC-AUV*, se trabaja por primera vez en Cuba en el desarrollo de un vehículo autónomo sumergible, donde además, se han obtenido resultados satisfactorios en el modelado y control del vehículo.

Trabajos anteriores del *GARP* demostraron a partir de los resultados alcanzados, la necesidad de tener en cuenta el efecto de las perturbaciones en el sistema. Por este motivo, se abordó el modelado dinámico del *HRC-AUV* incorporando el efecto de las perturbaciones. El modelo obtenido del *HRC-AUV* ha sido validado mediante simulación y de manera experimental, demostrando su efectividad con los resultados del control de rumbo y el seguimiento de trayectorias.

El procedimiento presentado para la obtención del modelo no lineal basado en la información de la construcción geométrica y de datos experimentales del *AUV*, así como el modelado de las perturbaciones, es un método que puede ser extensible a otros vehículos de geometría similar.

El algoritmo de guiado propuesto, al corregir el efecto de las perturbaciones, pretende superar la técnica anterior implementada por *GARP*. Los resultados de la presente investigación deben someterse a experimentos reales para corroborar los obtenidos en simulación.

Con el presente trabajo de diploma, queda demostrado que proyectos de esta envergadura pueden llevarse a cabo por esfuerzos propios, donde el bajo costo y las pocas prestaciones de los sensores y el hardware, son sorteados con grandes esfuerzos de modelado, control, filtrado de señales y manejo confiable de datos.

Recomendaciones

Para establecer la necesaria continuidad que debe tener este trabajo se recomienda lo siguiente:

- Aplicar los resultados obtenidos en esta investigación.
- Continuar con el trabajo de investigación hasta obtener resultados satisfactorios en el lazo de control de profundidad del *HRC-AUV*.
- Desarrollar un sistema de navegación inercial (*INS*), capaz de manejar y predecir fallas del sistema.
- Continuar con el desarrollo de algoritmos de guiado que permitan la ejecución de maniobras más complejas, profundizando en las maniobras semicirculares durante los giros del vehículo.
- Investigar y desarrollar técnicas más avanzadas de filtrado de las señales realimentadas. Implementar observadores de estado y filtrado de Kalman, actualmente en desarrollo por *GARP*.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Antonelli, G. (2006). *Underwater robots*. Vol. 2. 2nd ed.. Springer. Italia.
- Cañizares, J. R. (2010). Modelado y control del vehículo autónomo sumergible del CID-NAV. Tesis de grado. UCLV. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.
- Encarnação, P. M. Martins (2002). Nonlinear Path Following Control Systems for Ocean Vehicles. Tesis doctoral. Universidad Técnica de Lisboa. Lisboa, Portugal.
- Estrela da Silva, J.; Terra, B.; Martins R.; Borges de Sousa J. (2007). Modeling and simulation of the LAUV autonomous underwater vehicle. In: *13th IEEE IFAC International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*. IEEE Control Systems Society. Szczecin, Polonia. pp. 149–153.
- Fjellstad, O. (1994). Control of unmanned underwater vehicles in six degrees of freedom a quaternion feedback approach. Tesis doctoral. NTNU. Noruega.
- Fossen, T. I. (1994). *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. Wiley & Sons.. Nueva York, Estados Unidos.
- Fossen, T. I. (2008a). Environmental disturbances. In: *Marine Control Systems*. Vol. I: Mathematical Modeling of Marine Systems. NTNU. Noruega.
- Fossen, T. I. (2011a). Guidance systems. In: *Guidance and Control*. Vol. II: Motion Control. NTNU. Noruega.
- Fossen, T. I. (2011b). Introduction. In: *Guidance and Control*. Vol. II: Motion Control. NTNU. Noruega.
- Fossen, T. I. (2011c). Sensor and navigation systems. In: *Guidance and Control*. Vol. II: Motion Control. NTNU. Noruega.
- Fossen, T. I.; Johansen, T. A.; Perez T. (2008b). *Underwater vehicles*. Chap. A survey of control allocation methods for underwater vehicles, pp. 109–128. InTech. Vienna,

Austria.

Fossen, T.; Ross, A. (2006). *Advances in unmanned marine vehicles*. Chap. Nonlinear modelling, identification and control of UUVs, pp. 13–42. Vol. 69. Peter Peregrinus LTD. Gran Bretaña.

García, Delvis (2010). Técnicas para el incremento de las prestaciones de los sistemas de navegación inercial de bajo costo para vehículos autónomos.. Tesis de grado. UCLV. Santa Clara, Cuba.

Groves, P. D. (2008). *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*.. GNSS Technology and applications series. Artech House. Londres, Gran Bretaña.

Guerra, C. E. (2010). Diseño e implementación de hardware y software de bajo nivel para vehículo submarino autónomo. Trabajo de diploma. UCLV. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.

Hegrenaes, O.; Hallingstad, O.; Jalving B. (2007). Comparison of mathematical models for the HUGIN 4500 AUV based on experimental data. In: *THE IEEE International Symposium on Underwater Technology*. IEEE. Japón.

Hernández, L.; Valeriano, Y.; Cañizares J. R.; Balaguer L. (2011). Modelado y control del CIDNAV-AUV. In: *XIV Convención y Feria Internacional Informática. X Simposio Internacional de Automatización*. MIC. La Habana, Cuba.

Jakuba, M. V. (2003). Modeling and control of an autonomous underwater vehicle with combined foil/thruster. Tesis de maestría. Massachusetts Institute of Technology. Estados Unidos.

Jalving, B.; Gade, K.; Svartveit K.; Willumsen A.; Sørhagen R. (2004). Dvl velocity aiding in the HUGIN 1000 integrated inertial navigation system. *Modeling, Identification and Control* **25**(4), 223–235.

Jordán, M. A.; Bustamante, J. L. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Adaptive control for guidance of underwater vehicles, pp. 251–278. InTech. Viena, Austria.

- Kim, K.; Ura, T. (2002). 3-Dimensional trajectory tracking control of an AUV R-One Robot considering current interaction. In: *The twelfth (2002) international offshore and polar engineering conference*. The International Society of Offshore and Polar Engineers.
- Kim, K.; Ura, T. (2003). Fuel-optimal guidance and tracking control of AUV under current interaction. In: *The thirteenth (2003) international offshore and polar engineering conference*. The International Society of Offshore and Polar Engineers.
- Lapierre, L.; Soetano, D. (2007). Nonlinear path-following control of an AUV. *Ocean Engineering* **34**, 1734–1744.
- Liang, J.; Wei, H.; Wang T.; Wen L. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Experimental research on biorobotic autonomous undersea vehicle, pp. 173–194. InTech. Viena, Austria.
- Martínez, A.; Rodríguez, Y.; Hernández L.; Guerra C.; Sahli H. (2010). Hardware and software architecture for AUV based on low-cost sensors. In: *The 11th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, ICARCV*. Nanyang Technological University of Singapore. IEEE Xplore. Singapur.
- Martínez, Miguel E. (2009). Desarrollo de sistemas de control para autopiloto de avión de pequeño porte. Trabajo de diploma. UCLV. Dpto. de Automática and Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.
- Miskovic, N.; Vukic, Z.; Barisic M. (2008a). *Underwater vehicles*. Chap. Identification of underwater vehicles for the purpose of autopilot tuning, pp. 327–346. InTech. Viena, Austria.
- Miskovic, N.; Vukic, Z.; Omerdic E. (2008b). Control of UUVs based upon mathematical models obtained from self-oscillations experiments. In: *Second IFAC Workshop Navigation, Guidance and Control of Underwater Vehicles* (Edin.; Thurman Edward. Toal, Daniel.; Omerdic and Jonathan. Horgan, Eds.). Vol. 2. IFAC. Irlanda.
- Pérez, T.; Fossen, T. I. (2008). Joint identification of infinite-frequency added mass and fluid-memory models of marine structures. *Modeling, Identification and Control* **29**(3), 93–102.

- Pérez, T.; Fossen, T. I. (2009). A matlab toolbox for parametric identification of radiation-force models of ships and offshore structure. *Modeling, Identification and Control* **30**(1), 1–15.
- Pineda, L. M. (2009). Modelo matemático de un avión autónomo. Trabajo de diploma. UCLV. Dpto. de Automática and Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.
- Rodríguez, Y.; Lemus, J. L. (2011). Sistema para supervisión y control de vehículo autónomo subacuático. In: *XIV Convención y Feria Internacional Informática*. MIC. La Habana, Cuba.
- Sangekar, M.; Chitre, M.; Koay T. B. (2008). Hardware architecture for a modular autonomous underwater vehicle STARFISH. In: *OCEANS*. IEEE Xplore. Quebec, Canadá. pp. 1 – 8.
- Skjetne, R. (2005). The Maneuvering Problem. Tesis doctoral. NTNU. Noruega.
- SNAME (1950). Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. Technical and research bulletin no. 1-5. SNAME. Nueva York, Estados Unidos.
- Sosa, Richar (2010). Sistema de Navegación Inercial Asistida por Modelo Dinámico para Vehículo Autónomo Sumergible. Tesis de grado. UCLV. Santa Clara, Cuba.
- Wernli, R. L. (2000). Auv commercialization-who's leading the pack?. Technical report. SPAWAR Systems Center San Diego. California, Estados Unidos.
- Yoshida, H. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Fundamentals of underwater vehicle hardware and their applications, pp. 557–582. InTech. Viena, Austria.

APENDICES

Apéndice A

ANEXO 1

Teorema de Rotación de Euler:

Cualquier cambio en la orientación relativa de dos cuerpos rígidos o sistemas de referencias A y B puede ser producido por medio de una rotación simple de B en A si existe una recta L, llamada abscisa de rotación, cuya orientación relativa tanto a A como B permanece inalterada durante el movimiento.

A partir de este teorema se desarrolla el siguiente procedimiento:

Sea a un vector fijo en A y b un vector fijo en B . Luego, el vector b puede ser expresado en términos de a , con un vector unitario $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ paralelo a L alrededor del cual rota B un ángulo β de la forma

$$b = \cos \beta a + (1 - \cos \beta) \lambda \lambda^T a - \sin \beta \lambda \times a \quad (\text{A.1})$$

notando que ϕ, θ o ψ sería el ángulo de rotación (β) para L paralela al eje de coordenadas X, Y o Z de A respectivamente.

Consecuentemente

$$b = \mathbf{C} a \quad (\text{A.2})$$

donde \mathbf{C} puede ser interpretada como una *matriz de rotación* cuya expresión es

$$\mathbf{C} = \cos \beta \mathbf{I} + (1 - \cos \beta) \lambda \lambda^T - \sin \beta S(\lambda) \quad (\text{A.3})$$

notando que \mathbf{I} es la matriz identidad de 3×3 y $S(\lambda)$ es una matriz oblicua simétrica, por lo que cumple con la propiedad $S(\lambda) = -S(\lambda)^T$ y está definida de forma que $\lambda \times a = S(\lambda)a$,

con

$$S(\lambda) = \begin{bmatrix} 0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_3 & 0 & -\lambda_1 \\ -\lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Una vez dicho esto, puede establecerse que las principales matrices de rotación estarán definidas de la forma

$$\mathbf{C}_{X,\phi} = \cos \phi \mathbf{I} + (1 - \cos \phi) \lambda \lambda^T - \text{sen} \phi S(\lambda) \quad (\text{A.5})$$

con

$$\lambda = [\lambda_1, 0, 0]^T = [1, 0, 0]^T$$

$$\mathbf{C}_{Y,\theta} = \cos \theta \mathbf{I} + (1 - \cos \theta) \lambda \lambda^T - \text{sen} \theta S(\lambda) \quad (\text{A.6})$$

con

$$\lambda = [0, \lambda_2, 0]^T = [0, 1, 0]^T$$

y

$$\mathbf{C}_{Z,\psi} = \cos \psi \mathbf{I} + (1 - \cos \psi) \lambda \lambda^T - \text{sen} \psi S(\lambda) \quad (\text{A.7})$$

con

$$\lambda = [0, 0, \lambda_3]^T = [0, 0, 1]^T$$

quedando luego

$$\mathbf{C}_{X,\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_{Y,\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_{Z,\psi} = \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

donde $c* = \cos(*)$ y $s* = \text{sen}(*)$. La notación $\mathbf{C}_{i,\alpha}$ denota un ángulo de rotación α alrededor de la axisa i . Note que toda $\mathbf{C}_{i,\alpha}$ cumple con la siguiente propiedad

$$\mathbf{C}\mathbf{C}^T = \mathbf{C}^T\mathbf{C} = \mathbf{I}; \quad \det \mathbf{C} = 1$$

la cual implica que \mathbf{C} es una matriz ortogonal, o sea

$$\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}^T \quad (\text{A.9})$$

Velocidad lineal:

En este punto puede afirmarse que si el vector a fijo en A tiene la forma $a = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T = \dot{\eta}_1$ en correspondencia con lo mostrado en el epígrafe 2.2 siendo A el sistema de referencia con rigen en OE y si el vector b fijo en B está dado por $b = [u, v, w]^T = \dot{\nu}_1$ siendo B el sistema de referencia con rigen en OB entonces

$$\dot{\nu}_1 = \mathbf{C}\dot{\eta}_1$$

dado que la secuencia lógica de rotación es primero ϕ alrededor de x , luego θ alrededor de y para terminar con ψ alrededor de z

$$\dot{\nu}_1 = \mathbf{C}_{X,\phi} \mathbf{C}_{Y,\theta} \mathbf{C}_{Z,\psi} \dot{\eta}_1$$

luego pasando por la ecuación A.9

$$\dot{\eta}_1 = \mathbf{C}^{-1} \dot{\nu}_1 = [\mathbf{C}_{X,\phi} \mathbf{C}_{Y,\theta} \mathbf{C}_{Z,\psi}]^{-1} \dot{\nu}_1 = [\mathbf{C}_{X,\phi} \mathbf{C}_{Y,\theta} \mathbf{C}_{Z,\psi}]^T \dot{\nu}_1 = \mathbf{C}_{Z,\psi}^T \mathbf{C}_{Y,\theta}^T \mathbf{C}_{X,\phi}^T \dot{\nu}_1$$

$$\dot{\eta}_1 = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \dot{\nu}_1 = J_1(\eta_2) \dot{\nu}_1 \quad (\text{A.10})$$

Velocidad angular:

Por otro lado, el vector de velocidad angular $\nu_2 = [p, q, r]^T$ y el de vector razones de Euler $\dot{\eta}_2 = [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T$ están relacionadas a través de la matriz de transformación $J_2(\eta_2)$ de acuerdo a :

$$\dot{\eta}_2 = J_2(\eta_2) \nu_2 \quad (\text{A.11})$$

Debe notarse que le vector de velocidad angular del cuerpo $\nu_2 = [p, q, r]^T$ no puede ser integrado directamente para obtener la coordenada angular real. Esto se debe al hecho de que $\int_0^t \nu_2(\tau) d\tau$ no tiene ninguna interpretación física inmediata. No obstante, el vector $\eta_2 = [\phi, \theta, \psi]^T$ representará las coordenadas generales propias. La orientación del sistema de referencia fijo al cuerpo con respecto OB al sistema de referencia inercial OE está dada por:

$$\nu_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_{X,\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_{X,\phi} \mathbf{C}_{Y,\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J_2^{-1}(\eta_2) \dot{\eta}_2 \quad (\text{A.12})$$

Expandiendo [A.12](#) queda:

$$J_2^{-1}(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \Rightarrow J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

donde $c* = \cos(*)$, $s* = \sin(*)$ y $t* = \tan(*)$.

Transformación matemática:

A partir de:

$$\eta_1 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta & 0 \\ -s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix}$$

si tomamos los estados \dot{z} y $\dot{\theta}$ tenemos:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \end{bmatrix}$$

expandiendo la expresión anterior

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -s\theta u + c\theta w + 0q \\ 0u + 0w + q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta w + 0q - s\theta u \\ 0w + q + 0u \end{bmatrix}$$

que se reacomoda de la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -s\theta \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (\text{A.14})$$

Apéndice B

ANEXO 2

Diseño de filtros

Como las condiciones del mar son cambiantes, a continuación se proponen diferentes filtros y ajustes para el lazo de control de guiñada.

Filtro completo

Para el diseño de tres etapas de un filtro notch de segundo orden en cascada con un paso bajo de primer orden (filtro completo), la literatura ([Fossen, 1994](#)) sugiere frecuencias de diseño de 0,4, 0,63 y 1.2 *rad/seg* para el filtro notch y para el paso bajo se elige en este caso de 1.2 *rad/seg*.

La ventaja de este filtrado es que el sistema suprime fuertemente una banda determinada, que se supone coincide por diseño con la región del espectro donde se encuentran las perturbaciones más probables. La desventaja que presenta es que introduce fase en atraso al sistema, y esta aumenta con el orden del filtro. Además, cuando el ruido provocado por el oleaje está fuera de la gama de diseño, la inclusión del filtro al sistema pierde validez.

La función de transferencia del filtro $F(s)$, sería:

$$F(s) = \frac{s^6 + 0,406s^5 + 1,608s^4 + 0,3713s^3 + 0,6409s^2 + 0,06461s + 0,0635}{0,8333s^7 + 4,383s^6 + 9,631s^5 + 11,44s^4 + 7,931s^3 + 3,205s^2 + 0,699s + 0,0635}$$

El ajuste propuesto para el controlador *PI-D* sería:

<i>PI-D</i>	$P + Ds + I/s$	Valores
* * *	P	0,4856
* * *	D	1,6872
* * *	I	0,008

Las pruebas de simulación del seguimiento de trayectoria incluyendo el filtro propuesto, arrojan mejores resultados con $P = 2$, $D = 4$ e $I = 0.01$.

Primera configuración

Asumiendo una velocidad del viento sobre el nivel del mar de 20 km/h y una distancia hasta la costa de 500 m , la frecuencia fundamental del oleaje es de $7,3 \text{ rad/seg}$. Se diseña una sola etapa del filtro notch de segundo orden, en cascada con un paso bajo de primer orden:

$$F(s) = \frac{s^2 + 1,46s + 53,29}{0,833s^3 + 13,17s^2 + 59,01s + 53,29}$$

El ajuste propuesto para el controlador $PI-D$ sería:

$PI-D$	$P + Ds + I/s$	Valores
* * *	P	0,852
* * *	D	1,312
* * *	I	0,02

Las pruebas de simulación del seguimiento de trayectoria incluyendo el filtro propuesto en la configuración actual, arrojan mejores resultados con $P = 2$, $D = 1,312$ e $I = 0,02$.

Segunda configuración

Asumiendo una velocidad del viento sobre el nivel del mar de 35 km/h y una distancia hasta la costa de 500 m , la frecuencia fundamental del oleaje es de $5,76 \text{ rad/seg}$. Se diseña una sola etapa del filtro notch de segundo orden, en cascada con un paso bajo de primer orden:

$$F(s) = \frac{s^2 + 1,152s + 33,18}{0,833s^3 + 10,6s^2 + 39,17s + 33,18}$$

$PI-D$	$P + Ds + I/s$	Valores
* * *	P	0,12
* * *	D	1,088
* * *	I	0,02

Las pruebas de simulación del seguimiento de trayectoria incluyendo el filtro propuesto en la configuración actual, arrojan mejores resultados con $P = 2$, $D = 1,088$ e $I = 0,02$.