

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Matemática, Física y Computación



Trabajo para optar por el Título de
Master en Ciencia de la Computación

Métodos inteligentes para la selección de equipos por dos decisores en un ambiente competitivo

Autora

Lic. Marilyn Bello García

Tutores

Dr. Rafael Esteban Bello Pérez

Dra. María Matilde García Lorenzo

2016

Hago constar que el presente Trabajo para optar por el Título de Master en Ciencia de la Computación ha sido realizado en la facultad de Matemática, Física y Computación de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas (UCLV) como parte de la culminación de los estudios de la Maestría en Ciencia de la Computación, autorizando a que el mismo sea utilizado por la institución para los fines que estime conveniente, tanto de forma total como parcial y que además no podrá ser presentado en eventos ni publicado sin la previa autorización de la UCLV.

Firma del Autor

Los abajo firmantes, certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y que el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Tutor

Dra. María M. García Lorenzo

Firma del Tutor

Dr. Rafael E. Bello Pérez

***A mis padres y abuelas,
en especial a mi abuelo Chury***

A mi papá por ser mi paradigma, mi orgullo, mi inspiración, por ser esa persona que me hace reflexionar, por sus palabras tan concretas y directas cuando más las necesité y ante todo, por ser mi tutor y papá a la vez.

A mi mamá por su dedicación, paciencia, por sacrificarse por mí una y mil veces, por su desvelo y sus consejos cuando más los necesité y ante todo, por ser una extraordinaria mamá.

A mi abuela Adelfa porque es mi impulsora cuando estoy decaída y derrotada.

A mi novio por comprenderme, apoyarme y darme toda la paz y tranquilidad necesaria para poder superarme y convertirme en toda una profesional.

A toda mi familia por soportarme, apoyarme y estar presente en cada momento.

A Mary por ser mi ángel guardián y darme su apoyo incondicional en todo momento.

A Ann Nowé por toda su colaboración y tiempo dedicado.

A todos mis compañeros por sus sugerencias y colaboración.

A todas las personas que de alguna manera u otra han contribuido al desarrollo de este trabajo.

RESUMEN

Para garantizar el éxito de una empresa, los directivos deben tomar buenas decisiones en cuanto a la selección de personal. En algunas ocasiones el problema de selección no radica en seleccionar el candidato más idóneo para un puesto, sino en conformar un equipo.

En esta investigación se aborda este problema en un marco diferente al clásico, pues el proceso de selección se realiza en un ambiente competitivo, o sea, cuando dos o más decisores deben conformar sus equipos seleccionando el personal a partir de un mismo conjunto de candidatos y a su vez desean conformar un equipo que sea lo más cercano posible a las preferencias definidas en un ranking. Se demuestra desde el punto de vista estadístico, que mientras más similares sean estos rankings, mayor será la diferencia de estos respecto a los equipos conformados.

En este marco de trabajo surge un conflicto de interés que afecta el resultado final de la selección. Para atenuar el efecto de esta posible incidencia negativa, se propone un método de selección basado en el enfoque de la Teoría de Juegos.

Considerando que es un problema de optimización combinatoria, es necesario lograr una mayor eficiencia en su solución. Para ello se proponen dos métodos basados en la metaheurística Optimización basada en Colonias de Hormigas.

El estudio experimental desarrollado muestra que los tres métodos propuestos permiten conformar equipos que se acercan en gran medida a las preferencias de cada decisor, lográndose un nivel de satisfacción para ambos decisores similar.

ABSTRACT

In order to insure the success of a company, the managers should take good decision during the personnel selection. In some occasions, the problem of selection isn't to choose the candidate more suitable for a job but it is to form a team.

In this research, this problem is tried in a framework different to the classic, due to the process of selection is realized in a competitive environment, that is, when two or more decision makers should to form their teams by choosing the personnel from the same set of candidates; and at the same time, they want to form a team that it is the most near possible to the preferences defined in a ranking. It is shown using statistical test that while more similar are these rankings greater will be the difference of these with respect to the teams resulting.

In this framework, a conflict of interest arises that affects the final result of the selection. In order to attenuate the effect of this possible negative incidence, a method of selection based in the Game Theory is proposed.

Considering that it is a combinatorial optimization problem, it is necessary achieve a greater efficiency in its solution. For this, two methods based in the metaheuristic Ant Colony Optimization are proposed.

The experimental study developed shows that the three methods proposed allow forming teams which are close to the preferences of both decision makers. In this way, a similar grade of satisfaction is obtained for both decision makers.

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1 EL PROBLEMA DE LA SELECCIÓN DE PERSONAL COMO UN PROBLEMA DE TOMA DE DECISIONES	6
1.1. La selección de personal	6
1.1.1. Métodos que abordan la problemática de la selección de personal	7
1.1.2. Un caso de estudio dentro de la selección de personal: La conformación de equipos	11
1.2. La selección de personal como un problema de optimización combinatoria	12
1.2.1. Optimización basada en Colonias de Hormigas	14
1.3. Un nuevo enfoque: El problema de la selección de personal para equipos de trabajo en un ambiente competitivo	21
1.3.1. La Teoría de Juegos	22
1.4. Conclusiones parciales del capítulo	26
CAPÍTULO 2 UNA SOLUCIÓN BASADA EN LA TEORÍA DE JUEGOS PARA EL PROBLEMA DE LA CONFORMACIÓN DE EQUIPOS EN AMBIENTE COMPETITIVO	28
2.1. Formulación del problema de la conformación de equipos en ambiente competitivo	28
2.2. Análisis de la relación: similaridad entre rankings y el resultado final de la selección	29
2.3. Modelo de toma de decisiones para la conformación de equipos basado en el enfoque de la Teoría de Juegos	33
2.4. Estudio experimental	37
2.5. Conclusiones parciales del capítulo	40
CAPÍTULO 3 OPTIMIZACIÓN BASADA EN COLONIAS DE HORMIGAS PARA LA CONFORMACIÓN DE EQUIPOS EN AMBIENTE COMPETITIVO	42
3.1. Sistema de Hormigas para solucionar la problemática de la conformación de equipos en ambiente competitivo	42
3.1.1. Estudio experimental del algoritmo AS-TS	47

3.2. Sistema de Hormigas Max-Min para solucionar la problemática de la conformación de equipos en ambiente competitivo	52
3.2.1. Estudio experimental	55
3.3. Conclusiones parciales del capítulo	59
CONCLUSIONES	60
RECOMENDACIONES	61
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62

INTRODUCCIÓN

Con la creciente competencia en el mercado mundial, las organizaciones modernas se enfrentan a grandes desafíos. La incorporación de nuevo personal o la asignación del ya existente a tareas específicas constituyen una decisión importante, dado que su acierto determinará la futura supervivencia de cualquier organización (empresa, proyecto, u otro tipo de institución).

“Existen muchas formas de mejorar la productividad, pero ninguna es mejor que tomar la decisión de contratación correcta. Una persona que selecciona empleados de excelente calidad genera enormes beneficios.” (López, 1999, Fernández and Baeza, 2011)

La selección de personal es el proceso que elige a las personas más preparadas y capacitadas para ocupar un puesto (Valle Cabrera, 1995, Wayne and Robert, 1997, García et al., 2001, Robertson and Smith, 2001). La misma está dentro de los problemas de decisión de la vida real, es un proceso complejo que se espera sea capaz de colocar el empleado correcto, en el puesto correcto y en el momento oportuno (Kulik et al., 2007).

Entre los métodos tradicionales más utilizados en la selección de personal se encuentran: las pruebas profesionales, los tests, los exámenes médicos, las entrevistas en general y, de modo más selectivo, las pruebas grafológicas (López, 1999, García et al., 2001). Sin embargo, estos métodos por lo general llegan a una conclusión sobre la base de la apreciación subjetiva de los decisores, lo que hace que la exactitud de los resultados sea altamente cuestionable.

La utilización de métodos matemáticos y su aplicación para la toma de decisiones, así como el empleo de técnicas de Inteligencia Artificial en la gestión de las empresas y dentro de ellas de los recursos humanos, se han abordado por varios autores entre los que podemos citar (Fernández et al., 1996, Canós and Liern, 2008, Liao and Chang, 2009, Akhlaghi, 2011, Canós et al., 2011, Baležentis et al., 2012, Mohamed and Ahmed, 2013, Özdemir, 2013, Canós et al., 2014).

Cualidades de los empleados o del personal, tales como el conocimiento, la capacidad, habilidad y otras facultades son vitales para el éxito de cualquier organización. Cuando se emplea más de un criterio para medir la calidad de las soluciones, entonces se habla de un problema de toma de decisiones multicriterio (Ballesteros and Romero, 2013). Por lo anterior, la selección de personal se considera un problema de toma de decisiones.

Los métodos de toma de decisiones multicriterio (*Multi-Criteria Decision Making*, MCDM) resultan ideales para dar solución a este problema específico de toma de decisiones. Estos métodos se dirigen a determinar las preferencias globales entre las alternativas posibles, en ese sentido pueden usarse para seleccionar la mejor alternativa u ordenar las alternativas (construir un ranking).

Conocidos métodos MCDM se han utilizado para resolver este problema (Chen et al., 2009, Afshari et al., 2010, Kelemenis and Askounis, 2010, Krohling and Campanharo, 2011, Baležentis et al., 2012, Büyüközkan et al., 2012, El-Santawy and El-Dean, 2012, Kabak et al., 2012), destacándose por su uso para evaluar los candidatos a partir del grado en que satisfacen los requisitos o criterios de evaluación.

Al concluir un proceso de selección de personal, lo ideal sería encontrar la mejor asignación de personas a puestos. La cantidad de combinaciones posibles, en dimensiones relativamente significativas de puestos a cubrir y empleados disponibles hace que este problema pueda tener un espacio de soluciones demasiado grande. Por esta razón, es un problema de asignación complejo, tratado en la categoría de optimización combinatoria y para el cual no resulta factible la utilización de métodos exactos.

Una buena solución, computacionalmente aceptable, podría obtenerse a partir de métodos heurísticos. En particular, las metaheurísticas poblacionales permiten obtener múltiples soluciones factibles (admisibles), que, aunque no alcancen el óptimo, se acercan a su valor en un tiempo de cómputo razonable.

Optimización basada en Colonias de Hormigas (*Ant Colony Optimization*, ACO) (Dorigo and Stützle, 2004, Parsons, 2005) resulta ser una metaheurística poblacional adecuada en problemas de optimización combinatoria debido a su amplia aplicabilidad y eficiencia en la solución de este tipo de problemas (Dorigo and Gambardella, 1997, Barcos et al., 2002, Bello et al., 2005), sin embargo no se reportan trabajos que aborden la selección de personal.

El problema de la selección de personal puede ser también visto como el problema de conformar un equipo. En este caso el problema no es seleccionar el empleado más adecuado para un empleo, sino seleccionar un conjunto de personas que deben desempeñarse como un equipo.

La mayoría de las investigaciones y publicaciones que abordan la conformación de equipos analizan los factores o indicadores a tener en cuenta para la selección de sus miembros, y en

cómo emplear los métodos de toma de decisiones para conformarlos teniendo en cuenta esos factores, de modo que se logre el trabajo en equipo. En muchos casos el resultado es generar un ranking de los candidatos que sirve de base para la selección (Strnad and Guid, 2010, Agustín-Blas et al., 2011, Ahmed et al., 2013, Dadelo et al., 2014, Infante et al., 2014, Peña et al., 2015).

Este problema se hace más complejo cuando dos o más empleadores (o decisores) realizan el proceso de selección en un ambiente competitivo, o sea, cuando ellos deben conformar sus equipos seleccionando el personal a partir de un mismo conjunto de candidatos. En este marco de trabajo surge un conflicto de interés que afecta el resultado de la selección.

Los estudios existentes ignoran el conflicto de preferencias y las interacciones estratégicas entre los decisores, debido a sus intereses en competencia. La Teoría de Juegos (*Game Theory*, GT) (Von Neumann and Morgenstern, 2007, Barreto et al., 2008, Binmore, 2008) describe las situaciones envueltas en conflictos en los cuales el beneficio es afectado por las acciones y contra reacciones de oponentes inteligentes.

En este sentido GT es un enfoque apropiado para tratar con problemas de resolución de conflictos (Madani and Lund, 2011, Ballesteros and Romero, 2013, Yang et al., 2013, Fontanini and Ferreira, 2014), sin embargo la problemática de la conformación de equipos no ha sido abordada siguiendo este enfoque.

De lo anteriormente expuesto se deriva el **problema científico** siguiente:

Como lograr la conformación de equipos en ambientes competitivos a partir de rankings de candidatos que expresan las preferencias de cada decisor, reduciendo la complejidad computacional de este proceso en el cálculo de soluciones eficaces.

Para contribuir a la solución del problema científico antes planteado, se formuló la siguiente **hipótesis general de investigación**:

La representación del espacio de solución de problemas como un espacio abstracto de búsqueda similar al empleado por las técnicas de la Inteligencia Artificial, permite formular métodos para abordar la problemática de la conformación de equipos en ambientes competitivos de forma eficiente y eficaz.

En conformidad con la hipótesis de investigación identificada, el **objetivo general** de la investigación consiste en:

Desarrollar métodos basados en el enfoque de la Inteligencia Artificial para la selección de personal desde la perspectiva de la conformación de equipos donde se involucren dos decisores de forma competitiva.

Este objetivo general fue desglosado en los **objetivos específicos** siguientes:

- Formular el problema de la conformación de equipos en ambientes competitivos a partir de los rankings de preferencias de cada decisor.
- Resolver el problema de la conformación de equipos en ambientes competitivos a partir de los rankings de preferencias de cada decisor utilizando el enfoque de la Teoría de Juegos.
- Resolver el problema de la conformación de equipos en ambientes competitivos a partir de los rankings de preferencias de cada decisor desde la perspectiva de las metaheurísticas buscando incrementar la eficiencia del proceso.

Ambos enfoques de solución se basan en ver la solución del problema desde dos perspectivas. La primera es verlo como un problema de juego, donde dos adversarios compiten para conformar los equipos que se acercan más a sus preferencias. La segunda es ver el problema como un problema de optimización discreta donde el espacio de búsqueda son los posibles subconjuntos de candidatos y el objetivo es encontrar los subconjuntos que más se acercan a las preferencias de ambos decisores.

La **novedad científica** principal que aporta esta investigación radica en la formulación de un nuevo problema en el contexto de la formación de equipos, en el cual dos decisores conforman sus equipos a partir de un único conjunto de candidatos y guiándose por sus respectivos rankings de preferencias; aportándose también métodos de solución a este problema basados en el enfoque de la Inteligencia Artificial.

El **valor teórico** de la investigación está directamente vinculado con su novedad científica, al formularse un nuevo problema en el contexto de la formación de equipos y aportando métodos de solución para ese problema.

El **valor práctico** de la tesis radica en dotar a los decisores de nuevo métodos computacionales para la conformación de equipos en condiciones diferentes al proceso usual de selección de personal.

La tesis se estructura en tres capítulos. En el capítulo 1 se describe la problemática de la selección del personal y se abordan distintos métodos existentes en la literatura para enfrentar

la misma, analizándose la conformación de equipos como una de las aristas de esta. Además se plantea un nuevo enfoque para esta problemática, profundizándose en dos métodos que pueden ser aplicables para resolver la misma.

Seguidamente en el segundo capítulo se formaliza la problemática de la conformación de equipos en ambiente competitivo, y se propone un método basado en el enfoque de la Teoría de Juegos para dar solución a la misma; evaluándose su eficacia a partir de un estudio experimental.

El capítulo 3 aborda la solución a la problemática a partir de la metaheurística Optimización basada en Colonias de Hormigas. Se proponen dos métodos basados en los modelos Sistemas de Hormigas y Sistemas de Hormigas Max-Min combinados con Hormigas Multitipo, demostrándose su eficiencia y eficacia con respecto al otro método propuesto.

Este documento culmina con las conclusiones, seguidamente las recomendaciones derivadas de la investigación y finalmente la bibliografía consultada.

CAPÍTULO 1 EL PROBLEMA DE LA SELECCIÓN DE PERSONAL COMO UN PROBLEMA DE TOMA DE DECISIONES

En este capítulo se describe la problemática de la selección del personal y se abordan distintos métodos existentes en la literatura para enfrentar la misma, analizándose la conformación de equipos como una de las aristas de esta. La selección de personal se analiza como un problema complejo de toma de decisiones, el cual se tratará desde la perspectiva de la optimización combinatoria. Se plantea un nuevo enfoque para esta problemática, la selección de personal para equipos de trabajo en un ambiente competitivo. En el capítulo se profundiza en dos métodos que pueden ser aplicables para resolver el problema, la metaheurística Optimización basada en Colonias de Hormigas por su amplia aplicabilidad y eficiencia en la solución de problemas de optimización discreta, y la Teoría de Juegos como vía para la toma de decisiones en situaciones de conflicto.

1.1. La selección de personal

En el mercado global, las organizaciones actuales se enfrentan a altos niveles de competencia. Como consecuencia, los mercados mundiales demandan a las compañías recursos humanos altamente calificados, lo cual solo se puede alcanzar a partir del empleo de personal potencialmente adecuado.

La incorporación de nuevo personal, o la asignación del ya existente a tareas específicas, constituye una decisión importante, dado que el acierto en esta determinará la propia supervivencia de una empresa. Esto es aplicable a cualquier sector, pero cobra mayor relevancia en aquellos donde la turbulencia o hipercompetencia en que se desarrolla su actividad precisan contar con recursos humanos dotados de flexibilidad y adaptabilidad suficientes, de ahí que una correcta selección del personal redundará en mayor grado en el desarrollo futuro de la empresa.

Diferentes autores definen la selección de personal como:

- “... la elección del individuo adecuado para el cargo adecuado, o escoger entre los candidatos reclutados a los más adecuados, para ocupar un determinado puesto.”(Fernández-Ríos, 1999)
- “... el procedimiento para escoger de un grupo de solicitantes a aquellos individuos mejor capacitados para una posición particular.” (Wayne and Robert, 1997)
- “La elección del individuo adecuado para el cargo adecuado.” (Chiavenato, 1988)

- *“Proceso mediante el que se buscan, eligen e incorporan nuevos trabajadores a una organización.” (Sikula, 1991)*
- *“... proceso mediante el cual se elige a una o varias personas que mejor se ajusten a las características de un trabajo.” (Valle Cabrera, 1995)*
- *“... la ilusión de formar el equipo ideal, que nos llevará a cumplir con los compromisos de la organización.” (Pell, 1996)*

Al analizar estas definiciones, así como las planteadas por otros autores en (Borman et al., 1997, Hough and Oswald, 2000, Robertson and Smith, 2001, Dursun and Karsak, 2010), se identifica como rasgo esencial, que la selección de personal es el proceso que elige a las personas más preparadas y capacitadas para ocupar un puesto. Es un proceso complejo que se espera sea capaz de colocar el empleado correcto, en el puesto correcto y en el momento oportuno (Kulik et al., 2007).

Cualidades como la capacidad, conocimiento, habilidades y otras características personales juegan un importante papel en el éxito de la organización. En (Güngör et al., 2009) se plantea que el principal objetivo de las organizaciones es buscar formas más potentes de ordenar al personal en términos de esas aptitudes.

Según (Chien and Chen, 2008) la selección de personal desempeña una función decisiva en la administración de los recursos humanos, ya que determina la calidad de entrada de personal. Una selección correcta no sólo consigue una asignación óptima del puesto de trabajo, sino que permite optimizar los costos de producción y alcanzar los objetivos corporativos (Alles, 2000, Canós and Liern, 2008).

A continuación se enuncian distintos métodos existentes en la literatura para dar solución a esta problemática.

1.1.1. Métodos que abordan la problemática de la selección de personal

Tradicionalmente, entre los principales métodos y técnicas que se han utilizado en el proceso de selección de personal se encuentran: el método clínico, la entrevista, las muestras de trabajo, la verificación de antecedentes, los tests psicológicos, el examen médico, la grafología, el polígrafo y hasta las pruebas de ADN. Sin embargo, estos métodos tradicionales de selección por lo general, llegan a una conclusión sobre la base de la apreciación subjetiva de los decisores, lo que hace que la exactitud de los resultados sea altamente cuestionable.

Por tanto, se hace necesario utilizar métodos y procedimientos que faciliten con la mayor objetividad posible la solución de este problema, por lo que se está en presencia de un problema que requiere de métodos capaces de integrar una gran diversidad de información expresada en magnitudes y significados diferentes.

Desde hace varias décadas se ha venido desarrollando la utilización de métodos matemáticos, la aplicación de métodos para la toma de decisión y de técnicas de Inteligencia Artificial a la gestión de las empresas y dentro de ellas, los recursos humanos. Entre los trabajos donde se trata el problema están: (Fernández et al., 1996, Hooper et al., 1998, Caballero et al., 2005, Canós, 2005, Canós and Liern, 2008, Rodríguez Bello, 2008, Liao and Chang, 2009, Mohamed and Ahmed, 2013).

La teoría de los conjuntos borrosos (Zadeh, 1994, Zadeh, 1996) ha sido aplicada a los procesos de gestión de recursos humanos por varios autores (Fernández et al., 1996, Canós, 2005, Canós et al., 2011). Esta técnica facilita abordar los problemas de decisión en los que existe imprecisión y ausencia de criterios claramente definidos, es la más generalizada, aunque mayormente se emplea en combinación con otras técnicas de la Inteligencia Artificial o métodos de toma de decisiones.

En (Fernández et al., 1996) se propone un método basado en los algoritmos genéticos que utiliza la teoría de los conjuntos borrosos para tratar la incertidumbre que caracteriza la toma de decisiones relacionadas con la selección de personal.

(Canós et al., 2011) propone un método borroso para la selección de personal basado en la gestión por competencia (Mertens, 1998, Alles, 2000); mientras en (Canós and Liern, 2008, Canós et al., 2014) esta problemática se aborda a partir de técnicas de Soft-Computing.

Una propuesta para tratar el problema de la vaguedad e incertidumbre de los procesos de selección se presenta en (Akhlaghi, 2011), donde se utiliza la teoría de los conjuntos aproximados (*Rough Sets Theory*, RST) (Pawlak, 1982) para dar solución a esta problemática.

Los métodos de toma de decisiones multicriterio (Roy, 1990, Roy, 1996) (*Multi-Criteria Decision Making*, MCDM) resultan ideales para abordar la problemática de la selección de personal. La aplicación de los métodos multicriterio se justifica por el hecho de que en todo proceso de selección se tienen que considerar varias dimensiones, buscándose optimizar la combinación de ellas.

Los métodos MCDM se han trabajado en estudios de selección de personal, destacándose por su uso para evaluar los candidatos a partir del grado en que satisfacen los requisitos o criterios de evaluación, debido a que proporcionan un modelo de agregación de la información. Estos métodos se dirigen a determinar las preferencias globales entre las alternativas posibles. De acuerdo con ese objetivo pueden usarse para seleccionar la mejor alternativa u ordenar las alternativas (construir un ranking).

Conocidos métodos multicriterio como TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) (Yoon, 1980), ELECTRE (*Elimination et Choix Traduisant la Réalité*) (Roy, 1968), PROMETHEE (*Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation*) (Brans et al., 1986), AHP (*The Analytic Hierarchy Process*) (Saaty, 1980) y VIKOR (Opricovic, 1998) se han utilizado para resolver este problema (Chen et al., 2009, Afshari et al., 2010, Boran et al., 2011, El-Santawy and El-Dean, 2012, Perez et al., 2012, Özdemir, 2013).

TOPSIS es un método de ordenamiento que permite identificar las soluciones de un conjunto finito de alternativas. El principio básico es ordenar (construir un ranking) las alternativas por similitud a una solución ideal. En (Kelemenis and Askounis, 2009, Polychroniou and Giannikos, 2009, Dursun and Karsak, 2010, Kelemenis and Askounis, 2010, Krohling and Campanharo, 2011) se propone un método de análisis multicriterio difuso para dar solución a la problemática en cuestión. Este método utiliza la concepción del método TOPSIS e incorpora la lógica difusa. Una extensión de TOPSIS utilizando la teoría gris (*grey theory*) se propone en (Wang, 2009).

En (Afshari et al., 2010) se aplica el método ELECTRE en un problema real de selección de personal. El principio básico que sigue este método consiste en dividir las alternativas en dos subconjuntos -las más y las menos favorables- utilizando una relación de sobreclasificación (*outranking*) mediante la comparación por pares, para identificar la mejor alternativa.

Los métodos PROMETHEE y ELECTRE, surgen con el propósito de ayudar al decisor en los problemas de selección o de ordenamiento de alternativas posibles sometidas a una evaluación multicriterio, donde además los criterios se encuentran generalmente en conflicto entre sí. Ambos forman parte de los llamados métodos de sobreclasificación. En (Kangas et al., 2001) se proponen dos variantes de estos métodos. Otra propuesta de aplicación del método PROMETHEE integrando a la lógica difusa para la evaluación y selección de personal es la de (Chen et al., 2009).

En (El-Santawy and El-Dean, 2012) se aborda la problemática de la selección utilizando el método VIKOR a un problema real. Este método, al igual que el método TOPSIS, se basa en el ordenamiento de un conjunto de alternativas frente a criterios en conflicto utilizando un índice de orden basado en la proximidad a la solución ideal. A diferencia de TOPSIS este método introduce el concepto de índice jerarquización para medir proximidad a la solución ideal.

AHP es una metodología de trabajo que permite mejorar la toma de decisiones complejas cuando existen múltiples criterios o atributos mediante la descomposición del problema en una estructura jerárquica. Esto permite subdividir un atributo complejo en un conjunto de atributos más sencillos y determinar cómo influyen cada uno de esos atributos individuales en la decisión. Esa influencia está representada por la asignación de los pesos que se da o asigna a cada atributo o criterio. El método AHP establece dichos pesos a través de comparaciones pareadas (uno a uno), con lo que se facilita la objetividad del proceso evitando el uso de la intuición en la toma de decisiones. En (Sarkis and Seol, 2006, Golec and Kahya, 2007, Huang et al., 2009, Büyüközkan et al., 2012) se propone un método AHP que utiliza la lógica difusa y en (Güngör et al., 2009) se presenta la variante difusa denominada FAHP (*Fuzzy Proceso Analítico Jerárquico*).

En (Dağdeviren, 2010) se propone un modelo híbrido entre una variante de TOPSIS y ANP (*Analytic Network Process*) (Saaty, 2001). ANP, al igual que AHP, es un método de evaluación y decisión multicriterio. Este modelo utiliza ANP para analizar la estructura del problema de selección y determinar los pesos de los criterios; y emplea una modificación de TOPSIS para obtener un ranking final. En (Kabak et al., 2012) se propone otra combinación de variantes difusas aplicada a un caso real de selección de personal, donde se combinan ANP Fuzzy, TOPSIS Fuzzy y ELECTRE Fuzzy.

Por otra parte en (Zhang and Liu, 2011) se presenta una propuesta que combina métodos multicriterio con manejo de datos difusos y análisis relacional de grises (*Grey Relation Analysis*, GRA) (Chan and Tong, 2007).

La computación con palabras (Herrera and Martínez, 2000, Herrera et al., 2009) también se ha utilizado en función de enfrentar la problemática de la selección, por ejemplo en (Baležentis et al., 2012) se propone una variante difusa de MULTIMOORA (Brauers and Zavadskas, 2006) que permiten la toma de decisiones en grupo.

Todos estos estudios ofrecen mecanismos y técnicas a partir de los cuales se puede establecer un orden entre los candidatos, y de esta manera brindar los criterios para la toma de decisión en la ubicación final en un puesto de trabajo y con ello facilitar el proceso de selección de personal.

1.1.2. Un caso de estudio dentro de la selección de personal: La conformación de equipos

En algunas ocasiones el problema de la selección de personal no radica en seleccionar el candidato más idóneo para un puesto, sino que el problema es conformar un equipo a partir de un conjunto de candidatos; es decir, encontrar el subconjunto más idóneo para satisfacer determinado propósito. En este caso el problema no es seleccionar el empleado más adecuado para un empleo, sino seleccionar un conjunto de personas que deben desempeñarse como un equipo.

El éxito o el fracaso de cualquier equipo radican en las capacidades y habilidades de los miembros que lo componen. Son numerosos los factores y criterios a considerar en la selección de un equipo. Una variedad de enfoques para la selección de los miembros de un equipo se han propuesto en la literatura, la mayoría de ellos dirigidos a conformar equipos en el campo de los negocios y la industria. Todos estos centrados en formar un equipo capaz de resolver una tarea común en colaboración o lograr un objetivo determinado de manera cooperativa (Zzkarian and Kusiak, 1999, Chen and Lin, 2004, Dereli et al., 2007, Gronau et al., 2007, Durmusoglu and Kulak, 2008, Kelemenis and Askounis, 2009, Shipley and Johnson, 2009, Wi et al., 2009, Feng et al., 2010, Hayano et al., 2014, Wang and Zhang, 2015).

Métodos de búsqueda heurística, como los algoritmos genéticos, se han utilizado para optimizar el proceso de conformación de equipo. Por ejemplo en (Strnad and Guid, 2010) se propone un modelo analítico basado en un algoritmo genético difuso para la formación de equipos de proyectos y (Agustín-Blas et al., 2011) aborda este problema a partir de un algoritmo genético de agrupamiento híbrido paralelo.

En particular, la conformación de equipos de proyectos de software es otra área donde se evidencia esta problemática. Una selección adecuada del personal que formará los equipos de desarrollo es crucial, e influye directamente en la efectividad del proceso. En este contexto, autores como (Acuña and Juristo, 2004, Barreto et al., 2008, André, 2009, Otero et al., 2009, Ampuero and de la Peña, 2010, André et al., 2011, Ampuero et al., 2012, Infante et al., 2014, Peña et al., 2015) han abordado esta problemática desde diferentes perspectivas. En (Peña et

al., 2015) se propone un método de optimización aproximado, específicamente el algoritmo genético NSGA-II basado en el concepto de Dominancia de Pareto. A su vez (Infante et al., 2014) aborda esta problemática como un problema de optimización combinatorio multiobjetivo y propone diferentes variantes multiobjetivo de los algoritmos metaheurísticos: Búsqueda Tabú (Balicki, 2007), Recocido Simulado (Suman and Kumar, 2006, Haidine and Lehnert, 2008) y Escalador de Colinas (Díaz, 2001) para darle solución.

Otra área de aplicación está en la conformación de equipos de deportes y aunque la literatura actual es muy limitada, podemos encontrar algunos autores que la abordan como (Boon and Sierksma, 2003, Merigó and Gil-Lafuente, 2011, Ahmed et al., 2013, Tavana et al., 2013).

En (Ahmed et al., 2013) se describe esta problemática como un problema de optimización multiobjetivo discreto a partir de un algoritmo genético, específicamente el NSGA-II, para la formación de un equipo de cricket. La metodología de trabajo que se utiliza en este estudio es genérica y puede ampliarse para otros deportes.

Por otra parte, en (Tavana et al., 2013) se propone un sistema de inferencia borroso (Kruse et al., 1994, Zadeh, 1996) para tratar el proceso de selección de jugadores y la formación de equipos de fútbol, como un problema de toma de decisiones multicriterio complejo con objetivos contrapuestos y en (Dadelo et al., 2014) se trata la formación de un equipo de baloncesto mediante la construcción de rankings a partir del método TOPSIS.

Dada la importancia y complejidad de la conformación de un equipo adecuado, se continúa investigando en este campo, aunque sigue siendo un problema abierto.

1.2. La selección de personal como un problema de optimización combinatoria

Al concluir un proceso de selección de personal, lo ideal sería encontrar la mejor asignación de personas a puestos. La cantidad de combinaciones posibles, en dimensiones relativamente significativas, de puestos a cubrir y empleados disponibles (situación típica en empresas medianas o grandes) puede convertirse en un problema con un espacio de soluciones demasiado grande. Este problema de asignación es complejo, considerándose un problema de optimización combinatoria.

Una gran cantidad de problemas de optimización no pueden ser resueltos usando métodos exactos, es decir, no es posible encontrar su solución óptima con esfuerzos computacionales aceptables aunque se cuenten con computadoras de alta velocidad, incluso operando en paralelo.

La mayoría de los problemas de optimización combinatoria están incluidos en la clase NP-completos, ya que no existen algoritmos exactos con complejidad polinómica que permitan resolverlos.

Se han desarrollado varias metaheurísticas para solucionar estos problemas de optimización, entre ellas se encuentran: Búsqueda Tabú (*Tabu Search*, TS) (Glover, 1989), Recocido Simulado (*Simulated Annealing*, SA) (Kirkpatrick and Vecchi, 1983), Escalador de Colinas (*Hill Climbing*) (Rich and Knight, 1994), GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) (Marques-Silva and Sakallah, 1999), Algoritmos Genéticos (*Genetic Algorithms*, GA) (Goldberg, 1989, Yamada and Nakano, 1992), Optimización mediante Mallas Dinámicas (*Dynamic Mesh Optimization*, DMO) (Puris and Bello, 2009), Optimización basada en Enjambre de Partículas (*Particle Swarm Optimization*, PSO) (Eberhart and Kennedy, 1995, Adly and Abd-El-Hafiz, 2004), Colonia Artificial de Abejas (*Artificial Bee Colony*, ABC) (Karaboga, 2005, Karaboga, 2010), Optimización basada en Colonias de Hormigas (*Ant Colony Optimization*, ACO) (Dorigo and Di Caro, 1999, Dorigo et al., 1999, Dorigo et al., 2000, Dorigo, 2001, Dorigo and Stützle, 2003, Rasmussen et al., 2003, Dorigo and Stützle, 2004, Parsons, 2005), entre otras.

De esta última trataremos a continuación, debido a su amplia aplicabilidad y eficiencia en la solución de problemas de optimización combinatoria.

Utilizando ACO se han resuelto diferentes tipos de problemas, entre los que se encuentran: el problema del Viajero Vendedor (*Travelling Salesman Problem*, TSP) (Dorigo et al., 1996, Dorigo and Gambardella, 1997); el problema de Asignación Cuadrática (*Quadratic Assignment*, QAP) (Stützle and Dorigo, 1999, Demirel and Toksarı, 2006); la secuenciación de tareas o Job Shop Scheduling (JSSP) (Van Der Zwaan and Marques, 1999); la ordenación secuencial (Gambardella and Dorigo, 2000); diversos problemas de aprendizaje automático, principalmente en el diseño de algoritmos de aprendizaje para estructuras de representación del conocimiento: (Casillas et al., 2000, Parpinelli et al., 2001, García and Coello, 2002, Parpinelli et al., 2002); entre otras (Bullnheimer et al., 1999, Silva et al., 2001, Barcos et al., 2002, Bello et al., 2005).

1.2.1. Optimización basada en Colonias de Hormigas

Esta metaheurística, propuesta para resolver problemas complejos de optimización combinatoria, tiene su fuente de inspiración en el comportamiento de colonias de hormigas reales.

Las hormigas son capaces de seguir la ruta más corta en su camino de ida y vuelta entre la colonia y una fuente de abastecimiento. Al desplazarse, cada una va dejando un rastro de una sustancia química llamada feromona a lo largo del camino seguido, "transmitiéndose información" entre ellas de esta forma. Considere la Figura 1.1 donde se observa cómo las hormigas establecen el camino más corto.

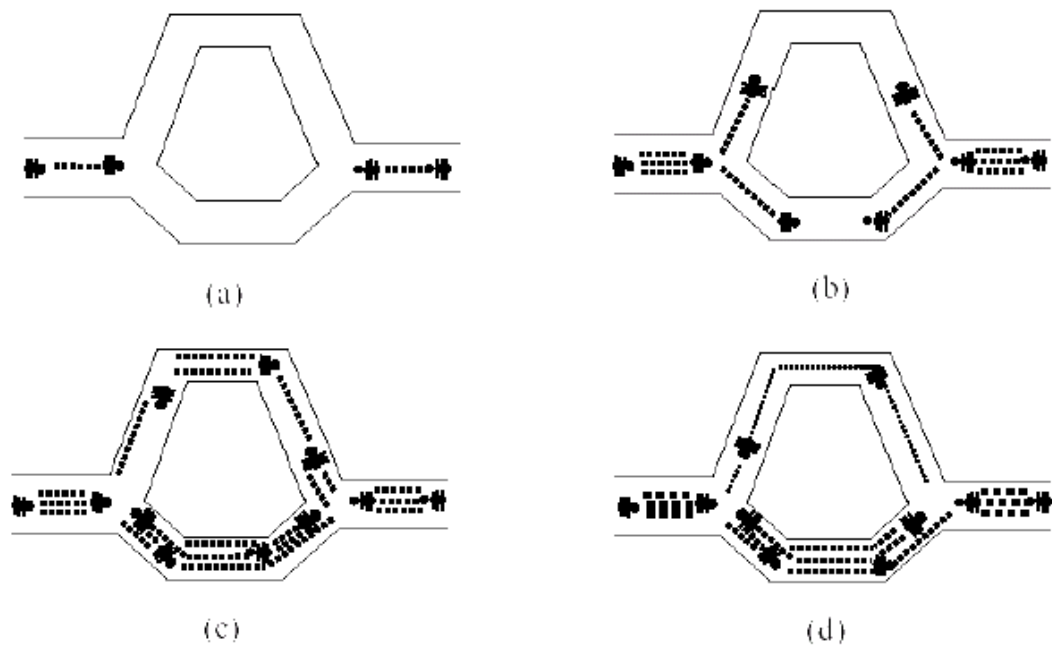


Figura 1.1: Comportamiento de las hormigas reales.

Al iniciar la búsqueda de alimento, una hormiga aislada se mueve a ciegas, es decir, sin ninguna señal que pueda guiarla. Las hormigas llegan a un punto donde tienen que decidir por uno de los caminos que se les presenta, lo que resuelven de manera aleatoria. En consecuencia, la mitad de las hormigas se dirigirán en una dirección y las demás en la otra. Ya que las hormigas se mueven aproximadamente a una velocidad constante, las que eligieron el camino más corto alcanzarán el otro extremo más rápido que las que tomaron el camino más largo, quedando depositada mayor cantidad de feromona por unidad de longitud. La mayor densidad de feromonas depositadas en el trayecto más corto hace que éste sea más deseable para las siguientes hormigas y por lo tanto, la mayoría elige transitar por él. Considerando que la

evaporación de la sustancia química hace que los caminos menos transitados sean cada vez menos deseables y la realimentación positiva en el camino con más feromona, resulta claro que al cabo de un tiempo casi todas las hormigas transiten por el camino más corto.

En analogía con el ejemplo biológico, los algoritmos de ACO se basan en una colonia de hormigas artificiales, esto es, unos agentes computacionales simples que trabajan de manera cooperativa y se comunican mediante rastros de feromona artificiales (Dorigo and Stützle, 2003).

Estos algoritmos son esencialmente constructivos: en cada iteración del algoritmo, cada hormiga construye una solución al problema recorriendo un grafo de construcción. Cada arista del grafo, que representa los posibles pasos que la hormiga puede dar tiene asociada dos tipos de información que guían el movimiento de la hormiga:

- Información heurística, que mide la preferencia heurística de moverse desde el nodo r hasta el nodo s , o sea, de recorrer la arista a_{rs} . Se denota por η_{rs} . Las hormigas no modifican esta información durante la ejecución del algoritmo.
- Información de los rastros de feromona artificiales, que mide la “deseabilidad aprendida” del movimiento de r a s . Imita a la feromona real que depositan las hormigas naturales. Esta información se modifica durante la ejecución del algoritmo dependiendo de las soluciones encontradas por las hormigas. Se denota por τ_{rs} .

El modo de operación básico de un algoritmo de ACO (Dorigo and Stützle, 2003, Dorigo and Stützle, 2004, Dorigo et al., 2006) es como sigue: las hormigas artificiales de la colonia se mueven, concurrentemente y de manera asíncrona, a través de los estados adyacentes del problema. Este movimiento se realiza siguiendo una regla de transición que está basada en la información local disponible en los nodos del grafo. Esta información local incluye la información heurística y memorística (rastros de feromona) para guiar la búsqueda.

Al moverse por el grafo, las hormigas construyen incrementalmente soluciones. Opcionalmente, las hormigas pueden depositar feromona cada vez que crucen un arco mientras que construyen la solución. A este proceso se le llama actualización en línea paso a paso de los rastros de feromona. Una vez que cada hormiga ha generado una solución, se evalúa ésta y puede depositar una cantidad de feromona en función de la calidad de su solución. A este proceso se le llama, actualización en línea a posteriori de los rastros de

feromona. Esta información guiará la búsqueda de las otras hormigas de la colonia en el futuro.

El modo de operación genérico de un algoritmo de ACO incluye también la evaporación de los rastros de feromona y se usa como un mecanismo que evita el estancamiento en la búsqueda y permite que las hormigas busquen y exploren nuevas regiones del espacio. Adicionalmente, también se pueden ejecutar acciones opcionales que no tienen un contrapunto natural y se utilizan para implementar tareas desde una perspectiva global que no pueden llevar a cabo las hormigas por la perspectiva local que ofrecen. Ejemplos de estas son, observar la calidad de todas las soluciones generadas y depositar una nueva cantidad de feromona adicional sólo en las transiciones asociadas a algunas soluciones, o aplicar un procedimiento de búsqueda local a las soluciones generadas por las hormigas antes de actualizar los rastros de feromona. En ambos casos, estas funciones reemplazan la actualización en línea a posteriori de feromona y el proceso pasa a llamarse actualización fuera de línea de rastros de feromona.

La estructura de un algoritmo de ACO genérico es la siguiente:

```
Procedimiento Metaheurística_ACO ()
  Inicialización_de_parámetros
  Mientras (criterio_de_terminación_no_satisfecho)
    Programación_de_actividades
      Construir_soluciones_de_las_hormigas ()
      Actualizar_feromona ()
      Evaporación_de_feromona ()
      Acciones_de_optimización_adicionales () {opcional}
    Fin Programación_de_actividades
  Fin Mientras
Fin Procedimiento
```

Para estos métodos existen distintos criterios de parada, entre los que se encuentran: alcanzar un número máximo de iteraciones o ciclos; obtener una solución con una calidad deseada; alcanzar un tiempo límite o predeterminado de procesamiento; obtener un número máximo de evaluaciones de la función objetivo, entre otros criterios.

1.2.1.1. Principales algoritmos basados en Colonias de Hormigas

Se han propuesto varios modelos de la metaheurística ACO, entre ellos se encuentran: el Sistema de Hormigas (*Ant System*, AS) (Dorigo et al., 1996), el Sistema de Colonia de Hormigas (*Ant Colony System*, ACS) (Dorigo and Gambardella, 1997), el Sistema de Hormigas Max-Min (*Max-Min Ant System*, MMAS) (Stützle and Hoos, 2000), el Sistema de Hormigas con Ordenación (*Rank-Based Ant System*) (Bullnheimer et al., 1997), el Sistema de la Mejor-Peor Hormiga (*Best-Worst Ant System*) (Cordon et al., 2000), Hormigas Multitipo (*Multi-type Ants*) (Van Dyke Parunak and Brueckner, 2000, Nowé et al., 2004, Vrancx, 2004, Vrancx et al., 2006), entre otros.

En general, las diferencias fundamentales entre estos modelos radican en la regla de transición de estados que utilizan para la construcción de las soluciones y en el tratamiento que le dan a los rastros de feromona. En el contexto de este trabajo se describen, el Sistema de Hormigas, el Sistema de Hormigas Max-Min y el Sistema de Hormigas Multitipo.

El **Sistema de Hormigas** constituyó el primer algoritmo de ACO. Inicialmente, se presentaron 3 variantes distintas: Hormiga-Densidad (*Ant-Density*), Hormiga-Cantidad (*Ant-Quantity*) y Hormiga-Ciclo (*Ant-Cycle*), que se diferenciaban en la manera en que se actualizaban los rastros de feromona. En los dos primeros, las hormigas depositaban feromona mientras construían sus soluciones, con la diferencia de que la cantidad de feromona depositada en el algoritmo hormiga-densidad es constante, mientras que la depositada en hormiga-cantidad dependía directamente de la deseabilidad heurística de la transición η_{rs} . Por último, en hormiga-ciclo, la deposición de feromona se lleva a cabo una vez que la solución está completa. Esta última variante era la que obtenía mejores resultados y es la que se conoce como AS en la literatura actual.

AS se caracteriza por el hecho de que la actualización de feromona se realiza una vez que todas las hormigas han completado sus soluciones, y se lleva a cabo como sigue: primero, todos los rastros de feromona se reducen en un factor constante, implementándose de esta manera la evaporación de feromona según la ecuación (1.1):

$$\tau_{rs}(t+1) = (1 - \rho) * \tau_{rs}(t), \rho \in (0,1] \quad (1.1)$$

Donde ρ se conoce como constante de evaporación y es la encargada de reducir los rastros de feromona para evitar el estancamiento de las soluciones y τ_{rs} la cantidad de feromona asociada al arco a_{rs} .

A continuación, cada hormiga de la colonia deposita una cantidad de feromona en función de la calidad de su solución, según la ecuación (1.2):

$$\tau_{rs}(t+1) = \tau_{rs}(t) + \Delta \tau_{rs}^k, \quad \forall a_{rs} \in S_k \quad (1.2)$$

Donde $\Delta \tau_{rs}^k = f(C(S_k))$ representa la cantidad de feromona a depositar por la hormiga k en cada arco a_{rs} que pertenece a su solución encontrada S_k . Este valor depende de la calidad de dicha solución $C(S_k)$.

Las soluciones en el AS se construyen como sigue. En cada paso de construcción, una hormiga k escoge ir al siguiente nodo con una probabilidad que se calcula según (1.3):

$$P_{rs}^k(t+1) = \begin{cases} \frac{[\tau_{rs}(t)]^{\alpha} [\eta_{rs}]^{\beta}}{\sum_{s \in N_r^k} [\tau_{rs}(t)]^{\alpha} [\eta_{rs}]^{\beta}} & , \quad \text{if } s \in N_r^k \\ 0 & , \quad \text{if } s \notin N_r^k \end{cases} \quad (1.3)$$

Donde N_r^k es el vecindario alcanzable por la hormiga k cuando se encuentra en el nodo r . Los parámetros α y β controlan el proceso de búsqueda. Para $\alpha=0$ se tiene una búsqueda heurística estocástica clásica, mientras que para $\beta=0$ sólo el valor de la feromona tiene efecto. Un valor de $\alpha < 1$ lleva a una rápida situación de convergencia (*stagnation*) (Dorigo et al., 1999). El vector P_{rs}^k contiene las probabilidades de visitar cada uno de los nodos de la vecindad N_r^k por la hormiga k . El valor τ_{rs} representa el elemento (r, s) en la matriz de feromona y η_{rs} representa el valor heurístico que mide la calidad de un estado s a partir del estado r .

El **Sistema de Hormigas Max-Min** ha sido específicamente desarrollado para obtener una fuerte exploración de las soluciones y para mejorar los estancamientos prematuros presentados por los algoritmos de ACO anteriores a él en la solución de algunos problemas discretos. Para obtener esta mejora el MMAS presenta los siguientes aspectos:

1. Explotar las mejores soluciones encontradas durante la ejecución del algoritmo. Después de cada iteración sólo una hormiga adiciona feromona a su camino encontrado. Esta hormiga puede ser la que obtuvo la mejor solución en la iteración actual (mejor solución en la iteración) o la hormiga que ha obtenido la mejor solución desde el inicio de la ejecución hasta el momento (mejor solución global). Estudios desarrollados en (Stützle and Hoos, 2000) muestran que para obtener un mejor rendimiento del MMAS es preciso realizar una actualización en la que se utilicen ambos elementos.

2. Utilizar rangos para los rastros de feromona, de forma tal que ningún rastro sea menor que una cota mínima ni mayor que otra máxima $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$. Estos valores son calculados dinámicamente por el algoritmo (Stützle and Hoos, 2000); de esta forma se logra no tener mucha diferencia entre valores en la matriz de feromona. Para esto, si algún rastro de feromona es menor que el permitido $\tau_{rs} < \tau_{\min}$ será inicializado con el valor mínimo permitido $\tau_{rs} = \tau_{\min}$. Lo mismo sucede para todos los valores de feromona que superan al valor máximo permitido $\tau_{rs} > \tau_{\max}$, $\tau_{rs} = \tau_{\max}$.
3. Adicionalmente, algunos trabajos (Stützle and Hoos, 2000, Pitakaso et al., 2007) proponen que los valores iniciales de feromona al inicio del algoritmo sean $\tau_{\max}$. De esta forma se obtiene una alta exploración del espacio de búsqueda al inicio del algoritmo.

En MMAS las hormigas se mueven del estado r al s de igual manera que se realiza en AS definido por la ecuación 1.3.

Hormigas Multitipo

Los sistemas tradicionales de hormigas dependen en gran medida de la cooperación. Una hormiga actuando por sí sola no puede encontrar una buena solución al problema, sin embargo, una colonia de hormigas cooperantes si lo haría. La cooperación entre las hormigas es regulada por su sistema de comunicación de feromonas. Una hormiga deja feromonas en los caminos a su paso, y otras hormigas son atraídas por estas feromonas. Cuanto mejor sea el camino encontrado por la hormiga, más feromona se deposita. Al usar este sistema, cada hormiga contribuye a la solución global, marcando los caminos que encuentra.

El **Sistema de Hormigas Multitipo** (Vrancx, 2004) introduce la competencia a los algoritmos de hormigas. Los algoritmos multitipo utilizan varias colonias de hormigas. Cada hormiga tiene un tipo, indicando la colonia a la que pertenece. Las hormigas que pertenecen a la misma colonia cooperan de la misma manera que lo hacen las hormigas en los algoritmos tradicionales y las hormigas de diferentes tipos están en competencia directa entre sí. Las colonias colaboran internamente para encontrar buenas soluciones, al tiempo que compiten con las otras colonias por las buenas soluciones. La intención de la competencia es tener diferentes tipos de hormigas que encuentren soluciones disjuntas. Lo cual influye directamente en lograr una mejor exploración del espacio de búsqueda.

Para lograr la competencia, así como la cooperación, el Sistema de Hormigas Multitipo utiliza una versión adaptada de la comunicación de feromonas (Van Dyke Parunak et al., 2002).

Debido a que el sistema de feromonas es la única forma de comunicación entre las hormigas, este tiene que ser extendido para acomodar tanto la colaboración como la competencia.

Cada hormiga deja un trayecto de feromonas que marcan los caminos visitados. Esta feromona, al igual que cada hormiga, ahora tiene un tipo. Las hormigas se encuentran con rastros de feromonas de su propio tipo, o con feromonas extranjeras que dejan otro tipo de hormigas. Las hormigas que pertenecen a la misma colonia se sienten atraídas por las feromonas de su tipo y cooperan igual que antes tratando de encontrar una buena solución juntas. Cuando una hormiga encuentra un rastro de feromonas extranjero, lo repele. Esto asegura que las hormigas que pertenecen a diferentes colonias estén en competencia unas con otras. A medida que cada colonia está tratando de encontrar una solución para el mismo problema, las diferentes colonias compiten por el uso de buenos caminos. La conveniencia general de un camino será determinada por la proporción de intensidad del rastro de feromona extranjero y propio, en lugar de por la intensidad total de feromonas.

1.2.1.2. Pasos a seguir para resolver un problema mediante ACO

Observando las aplicaciones actuales de ACO se pueden identificar algunas directivas sobre cómo atacar problemas utilizando esta metaheurística. Estas directivas se pueden resumir en las seis tareas de diseño que se enumeran a continuación (Dorigo et al., 2006):

1. Representar el problema como un conjunto de componentes (nodos) y transiciones (aristas) a través de un grafo que será recorrido por las hormigas para construir soluciones.
2. Definir de manera apropiada en base a las características del problema, el significado de los rastros de feromona.
3. Definir de manera apropiada la preferencia heurística asociada a cada componente o transición.
4. Si es posible, implementar una búsqueda local eficiente para mejorar las soluciones obtenidas por ACO.
5. Escoger un algoritmo de ACO específico y aplicarlo al problema que hay que solucionar teniendo en cuenta las características propias de cada uno de estos algoritmos.
6. Refinar los parámetros del algoritmo de ACO seleccionado.

1.3. Un nuevo enfoque: El problema de la selección de personal para equipos de trabajo en un ambiente competitivo

La mayoría de las investigaciones y publicaciones sobre selección de personal analizan los factores o indicadores a tener en cuenta para la selección de los miembros de un equipo y en cómo emplear los métodos de toma de decisiones para conformar el mismo. En muchos casos el resultado es generar un ranking de los candidatos que sirve de base para la selección (Feng et al., 2010, Kelemenis and Askounis, 2010, Ampuero et al., 2012, El-Santawy and El-Dean, 2012, Tavana et al., 2013, Dadelo et al., 2014, Hayano et al., 2014, Infante et al., 2014, Peña et al., 2015, Wang and Zhang, 2015).

Este problema se hace más complejo cuando dos o más empleadores (o decisores) realizan el proceso de selección en un ambiente competitivo, o sea, cuando ellos deben conformar sus equipos seleccionando el personal a partir de un mismo conjunto de candidatos.

Los estudios existentes en la selección de personal ignoran el conflicto de preferencias y las interacciones estratégicas entre los decisores, debido a sus intereses en competencia. Este tipo de problema puede surgir en diferentes contextos, a continuación se ilustra esta problemática con ejemplos:

- i. Dos empresas están completando sus recursos humanos. Los departamentos de personal de ambas empresas evalúan y ordenan los candidatos (o sea, construyen un ranking de los candidatos) según diferentes criterios de preferencias. A partir de estos ordenamientos los decisores de cada empresa deben elegir los candidatos que consideren más idóneos teniendo en cuenta el orden de preferencias. Obviamente, los intereses de ambas empresas pueden coincidir sobre los mismos candidatos.
- ii. Se tiene un conjunto de jugadores y se quiere formar dos equipos que compitan entre sí, los dos directores de los futuros equipos establecen un ordenamiento según sus preferencias y luego deben escoger uno a uno a sus jugadores. El propósito de cada director es lograr formar sus equipos lo más cercano posible a lo concebido por ellos. Como los intereses de ambos directores pueden coincidir sobre los mismos jugadores, es altamente probable que no puedan escoger los jugadores según su orden de preferencias.
- iii. Un tercer ejemplo es el siguiente. Suponga una empresa de proyectos, la cual tiene personal para diferentes roles. Tiene que conformar los equipos de trabajo para dos proyectos a desarrollar, de modo que tiene que seleccionar el personal de cada equipo a

partir de sus recursos humanos, el propósito es lograr que ambos equipos sean lo suficientemente competentes pues la empresa quiere desarrollar ambos proyectos exitosamente. En este caso, los mismos decisores son los que tienen que realizar la selección, pero subyace una “competencia” en la conformación de los equipos.

En este marco de trabajo cuando se debe formar dos equipos eligiendo desde un mismo conjunto de candidatos surge un conflicto de interés que afecta el resultado de la selección. El proceso de conformación parte de dos rankings que expresan las preferencias de los decisores sobre los candidatos para cada equipo. De modo que se quiere formar los equipos que sean los más cercanos posibles a esas preferencias. Lo que permite ver el problema como la formación de subconjuntos a partir de un universo que maximice la semejanza con los rankings dados, lo cual define un problema de optimización discreto que pudiera ser resuelto en base a alguna de las técnicas antes descritas, como por ejemplo ACO. Pero también este problema pudiera analizarse desde la perspectiva de la Teoría de Juegos.

1.3.1. La Teoría de Juegos

Un enfoque apropiado para tratar con este tipo de problema de resolución de conflictos es la Teoría de Juegos (*Game Theory*, GT) (Aumann and Hart, 1992, Gibbons, 1993, Davis, 1998, Von Neumann and Morgenstern, 2007, Barreto et al., 2008, Binmore, 2008).

Cuando el proceso de toma de decisiones se produce en un medio competitivo, en muchas ocasiones las consecuencias de las decisiones dependen no sólo de la calidad de la decisión tomada sino de la respuesta que dará un contrario a la decisión tomada. En ese caso, es necesario no solo analizar la utilidad esperada por la decisión a ejecutar sino las posibles respuestas a esa decisión. Uno de los enfoques que permiten modelar este entorno de toma de decisiones es la Teoría de Juegos (Oderanti and De Wilde, 2010, Madani and Lund, 2011, Castillo and Dorao, 2013, Karmperis et al., 2013, Yang et al., 2013, Yang and Wang, 2013, Fontanini and Ferreira, 2014).

La Teoría de Juegos, es el estudio de modelos de conflicto y cooperación entre tomadores de decisiones racionales e inteligentes, donde cada uno maximiza las retribuciones que espera recibir de un conjunto de estrategias, basadas en una secuencia de acciones y reacciones. Un juego consiste en un conjunto de jugadores, un conjunto de movimientos (o estrategias) disponibles para esos jugadores y una especificación de recompensas para cada combinación de estrategias (Funge and Millington, 2009).

Las seis reglas que definen un juego desde la perspectiva de la Teoría de Juegos son:

- Hay al menos dos jugadores.
- El juego comienza por uno o más jugadores tomando una decisión entre las alternativas especificadas.
- Después que el primer movimiento se realiza una cierta situación resulta del mismo. Esta situación determina quien hará el próximo movimiento y cuáles son sus alternativas.
- Las selecciones hechas por los jugadores pueden o no ser conocidas.
- Si un juego se describe en términos de movimientos sucesivos, entonces hay una regla de terminación.
- Cada juego termina en una cierta situación. Cada jugador recibe un pago.

Hay dos formas comunes de representar a los juegos: la forma normal (o estratégica) y la extensiva (Hart, 1992). Los juegos en forma normal se refieren a los cuadros de doble entrada, que conforman una matriz de pagos conteniendo las recompensas (beneficios percibidos por los jugadores), resultado de las diferentes estrategias asumidas.

Cuando un juego se presenta en forma normal, se presupone que todos los jugadores actúan simultáneamente o, al menos, sin saber la elección que toma el otro. Si los jugadores tienen alguna información acerca de las elecciones de otros jugadores el juego se presenta habitualmente en la forma extensiva.

Los juegos en forma extensiva son aquellos que están basados en estructuras de árboles de decisión. Un nodo del árbol representa un punto en el que el jugador toma decisiones. A cada nodo distinto del nodo terminal u hoja del árbol se le asigna el nombre de un jugador, de modo que se sabe quién hace la elección en cada movimiento. El nodo raíz representa la posición inicial del juego, sus sucesores son las posiciones que el primer jugador puede alcanzar, los sucesores de estos nodos son las posiciones resultantes de la réplica del segundo jugador, y así sucesivamente. Las ramas del árbol representan acciones posibles para el jugador. En los nodos terminales se especifica la recompensa obtenida, siendo cada camino de la raíz a un nodo terminal una partida completa del juego.

Dentro de la Teoría de Juegos se pueden encontrar varias clasificaciones de los juegos. Para esto existen diversos criterios como: el número de jugadores, el número de estrategias, la relación entre los jugadores, el tipo de pago, el número de movimientos, la cantidad de información que posee cada jugador, etc.

Dependiendo del número de jugadores los juegos se clasifican como bipersonales (juegos en los que intervienen dos jugadores, o sea, cuando se tiene un adversario) o n-personales.

De acuerdo al intercambio de información entre los jugadores los juegos pueden ser cooperativos o no cooperativos. Un juego cooperativo es un juego en el cual dos o más jugadores no compiten, sino que se esfuerzan por conseguir el mismo objetivo y por lo tanto ganan o pierden en conjunto. En otras palabras, es un juego donde grupos de jugadores (coaliciones) pueden tomar comportamientos cooperativos, pues el juego es una competición entre coaliciones de jugadores y no entre jugadores individuales. Mientras que un juego no cooperativo es uno cuyos jugadores toman decisiones independientemente para su beneficio personal, lo cual no impide que en algunos casos dicha toma de decisiones pueda favorecerlos a todos.

Por otra parte los juegos pueden clasificarse también como juegos de suma constante y de suma variable. Los juegos de suma constante también son llamados juegos de suma cero, porque no importa lo que haga cada jugador, la ganancia total en la participación del juego de todos los competidores es cero; por ejemplo, en el caso de dos jugadores, uno de ellos ganará la parte del pago total que el otro fracasa en obtener, o sea, gana exactamente la cantidad que pierde el oponente.

Mientras que los de suma variable son juegos de suma distinta de cero, porque algunos desenlaces tienen resultados netos mayores o menores que cero. Es decir, la ganancia de un jugador no necesariamente se corresponde con la pérdida de otro. Por ejemplo, un contrato de negocios involucra idealmente un desenlace de suma positiva, donde cada oponente termina en una posición mejor que la que tendría si no se hubiera dado la negociación.

Otra categoría de los juegos es en simultáneos y secuenciales. Los juegos simultáneos son juegos en los que los jugadores se mueven simultáneamente y desconocen los movimientos anteriores de otros jugadores, para representar este tipo de juego se utiliza la forma normal. Por otra parte los juegos secuenciales se representan en forma extensiva y son juegos donde los jugadores si tienen algún conocimiento de estas acciones previas.

Un subconjunto importante de los juegos secuenciales son los juegos de información perfecta. Un juego es de información perfecta si todos los jugadores conocen los movimientos que han efectuado previamente todos los otros jugadores. La mayoría de los juegos estudiados en la Teoría de Juegos son juegos de información imperfecta.

La información perfecta se confunde a menudo con la información completa, que es un concepto similar pero no igual. En un juego de información completa se requiere que cada jugador conozca las estrategias y recompensas de los demás jugadores pero no necesariamente sus movimientos realizados.

Algoritmo Minimax

Minimax es un método de decisión que minimiza la pérdida máxima esperada en juegos con adversario y de información perfecta (Russell and Norvig, 1996, Luger, 2005, Funge and Millington, 2009).

La idea de este algoritmo consiste en comenzar en la posición actual del juego y usar el generador de movimientos legales para generar las posibles posiciones sucesivas hasta un cierto límite de niveles (si es posible porque el juego lo permita, se desarrolla el árbol completo de juego hasta las posiciones finales). Luego se aplica una función de evaluación, que es capaz de decir lo bueno o malo que es cada estado, con respecto a los últimos estados obtenidos y se elige la mejor posición para el jugador correspondiente, llevando los valores un nivel hacia atrás para continuar la evaluación en todos los niveles anteriores.

Habitualmente se suele trabajar con una función de evaluación que devuelve valores positivos para indicar buenas situaciones para el jugador que hace uso del algoritmo, y valores negativos para indicar buenas situaciones para el adversario. Así planteado, el objetivo es maximizar el valor de esta función sobre las posibles jugadas que se pueden hacer desde la posición actual del juego. De este mecanismo es de donde viene el nombre del algoritmo: dada la función evaluadora, el jugador que hace uso del algoritmo intenta maximizar su valor, mientras que el adversario intenta minimizarlo.

A continuación se muestran los pasos de este algoritmo.

1. Identificar al jugador que comienza a jugar como MAX y a su contrincante como MIN.
2. Generar todo el árbol de juego, o sea, se generarán todos los nodos hasta llegar a un nodo terminal.
3. Se calculan los valores de la función de evaluación para cada nodo terminal del árbol construido.
4. Se evalúan los nodos superiores a partir del valor de los inferiores. Según si estos nodos pertenecen a un nivel MAX o un nivel MIN, se elegirán los valores máximos y mínimos representando los movimientos del jugador y del oponente.

5. Se repite el paso 4 hasta llegar al nodo superior (raíz).
6. Elegir la jugada valorando los valores que han llegado al nivel superior.

En la Figura 1.2 se muestra con un ejemplo los pasos de este algoritmo.

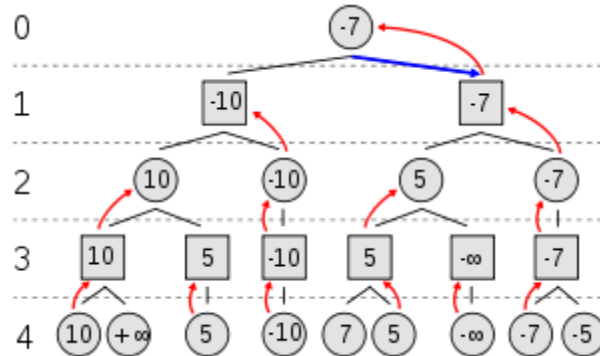


Figura 1.2: Ejemplo del funcionamiento básico del algoritmo Minimax.

El algoritmo explora los nodos del árbol asignándoles un valor numérico mediante una función de evaluación, empezando por los nodos terminales y subiendo hacia la raíz. La función de evaluación definirá lo buena que es la posición para un jugador cuando la alcanza. Se requiere de una estrategia que garantice llegar a estados terminales ganadores independientemente de lo que haga el oponente. Un valor positivo indica la ventaja de un jugador y uno negativo la ventaja del otro. El jugador que espera valores positivos se conoce como MAX y el que espera valores negativos se conoce como MIN.

Existen versiones más avanzadas de este algoritmo como por ejemplo, Minimax con poda Alfa-Beta (Russell and Norvig, 1996), que logran reducir considerablemente el número de nodos a visitar y con ello el tiempo de cálculo del algoritmo.

1.4. Conclusiones parciales del capítulo

El proceso de selección de personal determina la calidad del personal que se incorpora a una organización, por eso desempeña una función importante en la gestión de los recursos humanos. Es un proceso complejo que espera encontrar la asignación correcta de personas a sus puestos, considerándose un problema de optimización combinatoria. Se han propuesto diferentes alternativas para resolver este problema de toma de decisiones, entre ellas las basadas en metaheurísticas.

El problema de la selección de personal puede ser también visto como el problema de conformar un equipo. La mayoría de las investigaciones y publicaciones sobre el tema

analizan los factores o indicadores a tener en cuenta para la selección de los miembros de un equipo, y en cómo emplear los métodos de toma de decisiones para conformar el mismo, en muchos casos el resultado es generar un ranking de los candidatos que sirve de base para la selección.

En esta investigación se plantea una versión más compleja del problema, cuando los decisores realizan el proceso de selección en un ambiente competitivo, o sea, cuando dos (potencialmente más de 2) deben conformar sus equipos seleccionando el personal a partir de un mismo conjunto de candidatos. Esta nueva perspectiva del problema de la selección de equipos no ha sido abordada en la literatura.

Considerando que la metaheurística ACO resulta ser una metaheurística adecuada en problemas de optimización combinatoria, puede ser aplicable en esta clase de problema. También la Teoría de Juegos resulta un enfoque apropiado para tratar con este tipo de problema de resolución de conflictos, sin embargo la problemática de la conformación de equipos no ha sido abordada siguiendo estos enfoques.

CAPÍTULO 2 UNA SOLUCIÓN BASADA EN LA TEORÍA DE JUEGOS PARA EL PROBLEMA DE LA CONFORMACIÓN DE EQUIPOS EN AMBIENTE COMPETITIVO

En este capítulo se aborda el problema de la conformación de equipos en un marco diferente al clásico, pues el proceso se realiza por dos decisores que seleccionan desde un mismo conjunto de candidatos; realizándose también la formalización del mismo. El proceso de selección de candidatos se realiza a partir de rankings de candidatos que expresan las preferencias de los decisores. Desde el punto de vista estadístico, se demuestra que mientras más similares sean los rankings elaborados por los decisores mayor será la diferencia de estos respecto a los equipos finales conformados.

Teniendo en cuenta lo anterior se propone un método basado en el enfoque de la Teoría de Juegos para la conformación de equipos en este ambiente competitivo, para ello se parte de las ideas de resolución de conflictos trabajadas en este enfoque. Por último, se realiza un estudio experimental del método propuesto.

2.1. Formulación del problema de la conformación de equipos en ambiente competitivo

Con el propósito de conformar los equipos, los decisores elaboran un escalafón u ordenamiento (ranking) de los N candidatos de acuerdo a sus intereses. Posteriormente, cada decisor selecciona de forma alterna a los candidatos para integrar los equipos de trabajo que estarán constituidos por $N/2$ miembros. Para ello, tienen en cuenta su orden de preferencias y que el candidato no haya sido seleccionado por el otro decisor. El propósito de cada decisor es obtener un conjunto candidatos que sea lo más similar posible a los que aparecen en las primeras $N/2$ posiciones del ranking. Sin embargo, teniendo en cuenta que ambos decisores seleccionan desde un mismo conjunto de candidatos, existirán probablemente conflictos de intereses entre ambos, el grado de estos dependerá de cuan similares sean los criterios de ordenamiento de ambos, como se mostrará posteriormente en este capítulo.

Formalmente podemos enunciar la problemática de la siguiente forma:

Se tiene un conjunto de N candidatos $C = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$, cada decisor tiene que seleccionar desde este conjunto de candidatos para formar un equipo con $N/2$ miembros (sin pérdida de generalidad se puede considerar que N es número par y se formalizará el problema para dos decisores).

Dos rankings $R = \{R1, R2\}$ se forman desde C , teniendo en cuenta diferentes preferencias para evaluar los candidatos desde la perspectiva de cada decisor. Un decisor $D1$ define un ranking de los candidatos $R1 = \{r_{11}, r_{12}, \dots, r_{1N}\}$ y otro decisor $D2$ define otro ranking $R2 = \{r_{21}, r_{22}, \dots, r_{2N}\}$ ordenados por orden de preferencia decreciente, o sea, $r_{11} \geq r_{12} \geq \dots \geq r_{1N}$ y $r_{21} \geq r_{22} \geq \dots \geq r_{2N}$.

Cada decisor tiene que escoger del conjunto de candidatos C , alternando $D1$ con $D2$ y quisieran escoger lo más cercano posible a su ranking. Como resultado, se construyen dos equipos $R1^* = \{r_{11}, r_{12}, \dots, r_{1d}\}$ y $R2^* = \{r_{21}, r_{22}, \dots, r_{2d}\}$, donde $d = N/2$.

Como los rankings $R1$ y $R2$ pueden tener coincidencias, es altamente probable que no sea posible que los decisores puedan escoger los candidatos que desean, o sea mientras más similares sean los rankings elaborados, mayor será el conflicto de intereses.

En el epígrafe 2.2 se analiza estadísticamente, como la similaridad entre los ordenamientos de los decisores afecta el resultado final del proceso de selección.

2.2. Análisis de la relación: similaridad entre rankings y el resultado final de la selección

El análisis que se presenta, se basa en la idea de que los decisores hacen su selección de acuerdo con el orden establecido en sus rankings (este enfoque puede ser visto como un método simple de solución al problema en cuestión).

El estudio experimental que se desarrolló parte de tener dos ordenamientos de N candidatos, estos sirven de entrada a un procedimiento denominado SPC (Selección de Personal en Competencia) que ejecuta la selección de los candidatos y calcula las distancias entre los rankings establecidos por ambos decisores $R1$ y $R2$, denotada por $d(R1, R2)$, y la suma las distancias entre $R1^*$ y $R1$, y $R2^*$ y $R2$, denotadas por $d(R1^*, R1)$ y $d(R2^*, R2)$ respectivamente.

Para calcular estas distancias entre rankings se utiliza la distancia Spearman's foot rule (Hart, 1992). Esta medida de distancia entre dos rankings dados σ y τ generados sobre un conjunto finito de objetos U se define por la expresión (2.1):

$$d(\sigma, \tau) = \sum_{i \in U} |\sigma(i) - \tau(i)| \quad (2.1)$$

Donde $\sigma(i)$ representa la posición (u orden) de i en σ (idem para τ).

Algoritmo SPC:

Entrada: ordenamientos R1 y R2.

Salida: lista de candidatos seleccionados por cada decisor R1*, R2* y distancias entre ordenamientos deseados y computados.

P1: Calcular el valor de X usando la expresión (2.1), siendo X la distancia entre R1 y R2, o sea, $X = d(R1, R2)$.

P2: $i_1=1, i_2=1, j_1=1, j_2=1$

P3: Repetir hasta que la lista de candidatos C esté vacía (todos los valores de C son 0):

P31: Seleccionar desde C el elemento indicado por R1 [i_1], si ese elemento no ha sido seleccionado (quiere decir el valor de C en esa posición es diferente de 0) poner el valor R1 [i_1] en R1* [i_2], colocar en la posición que estaba en C el valor 0, $i_1=i_1+1, i_2=i_2+1$; sino $i_1=i_1+1$ y repetir P31.

P32: Seleccionar desde C el elemento indicado por R2 [j_1], si ese elemento no se ha seleccionado (quiere decir el valor de C en esa posición es diferente de 0) poner el valor R2 [j_1] en R2* [j_2], colocar en la posición que estaba en C el valor 0, $j_1=j_1+1, j_2=j_2+1$; sino $j_1=j_1+1$ y repetir P32.

P4: Calcular la distancia entre R1 y R1*, y R2 y R2* a partir de las expresiones d1 (2.2), d2 (2.3) e Y (2.4).

$$d1(R1^*, R1) = \sum_{i=1}^{N/2} |i - \beta(R1^*(i), R1)| \quad (2.2)$$

$$d2(R2^*, R2) = \sum_{i=1}^{N/2} |i - \beta(R2^*(i), R2)| \quad (2.3)$$

Donde $\beta(R1^*(i), R1)$ indica la posición que tiene el candidato que está en la posición i de R1* en el ranking R1; ídem para $\beta(R2^*(i), R2)$.

$$Y = d1(R1^*, R1) + d2(R2^*, R2) \quad (2.4)$$

Para poder analizar la posible relación que existe entre las variables X e Y (que representan la distancia entre los rankings establecidos por ambos decisores R1 y R2 y la suma las distancias entre R1* y R1, y R2* y R2 respectivamente), se realizó una simulación del proceso de selección, para ello se ejecutó el algoritmo SPC 20 veces. Los rankings R1 y R2 se generaron de forma aleatoria. En el estudio, se consideraron los valores de 6, 12 y 18 para N, estos

valores se consideran dimensiones bajas y medias en el proceso de evaluación de alternativas en los procesos de toma de decisiones.

Posteriormente, se realizó un análisis de correlación entre las variables X e Y. La correlación indica la fuerza y la dirección de una relación lineal entre dos variables aleatorias. Existen varios coeficientes con este fin reportados en la literatura: Pearson, que se utiliza cuando las variables son cuantitativas y Spearman y Tau-b de Kendall, que se utiliza mayormente en variables ordinales. En nuestro caso, las variables X e Y en estudio tienen orden, así que se decidió analizar los resultados de los tres coeficientes de correlación. Para ello, se utiliza el procedimiento “Correlaciones bivariadas” del SPSS, el cual calcula el coeficiente de correlación de Pearson, Spearman y Tau-b de Kendall (Puris et al., 2010).

La Tabla 2.1, recoge la información referida a los coeficientes de correlación de Pearson, Spearman y Tau-b de Kendall. Cada celda contiene dos valores referidos al cruce entre las dos variables X e Y para cada valor de N: el valor del coeficiente de correlación y el nivel crítico bilateral que corresponde a ese coeficiente (Sig. bilateral). El nivel crítico permite decidir sobre la hipótesis nula de independencia lineal. Rechazaremos la hipótesis nula de independencia (y concluiremos que existe relación lineal significativa) cuando el nivel crítico sea menor que el nivel de significación establecido. (** La correlación es significativa al nivel 0.01)

		Pearson	Spearman	Tau-b de Kendall
N=6	Coeficiente de correlación	-0.920**	-0.881**	-0.813**
	Sig. (bilateral)	.000	.000	.000
N=12	Coeficiente de correlación	-0.988**	-0.988**	-0.953**
	Sig. (bilateral)	.000	.000	.000
N=18	Coeficiente de correlación	-0.978**	-0.965**	-0.876**
	Sig. (bilateral)	.000	.000	.000

Tabla 2.1: Resultados del coeficiente de correlación de Pearson, Spearman y Tau-b de Kendall y el test de significación asociado.

Como puede observarse en la Tabla 2.1, en todos los casos existe correlación significativa entre las variables X e Y. Además, la correlación es negativa, es decir, que la relación entre las variables es inversa. Esto quiere decir que a medida que aumenta el valor de una variable disminuye el de la otra, o sea, a medida que aumenta la similaridad de los rankings elaborados por los decisores disminuye el grado en que los equipos resultantes del proceso de selección se parecen al ranking inicial.

Con el objetivo de medir el grado de asociación entre las variables X e Y, se obtuvieron las ecuaciones de regresión lineal simple para N=6, N=12 y N=18. La Figura 2.1 muestra los gráficos de dispersión asociados a estas tres ecuaciones. Se coloca la variable dependiente Y en el eje de las ordenadas y la variable independiente X en el eje de las abscisas. En todos los casos se muestra el valor del coeficiente de determinación en la regresión lineal.

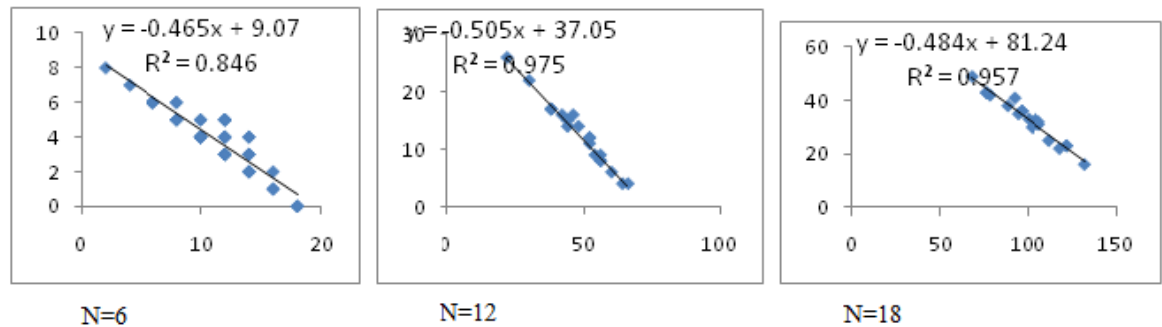


Figura 2.1: Gráficos de dispersión con modelo de regresión lineal simple.

Los tres gráficos de dispersión muestran que la pendiente de las rectas es negativa, por lo que existe una relación inversa entre X e Y. Asimismo, se observa la relación lineal que existe entre las variables X e Y. Los valores de R^2 en los tres casos son: 0.846, 0.975 y 0.95; lo cual significa que la variable independiente X es capaz de explicar hasta un 84.6%, 97.5%, 95.7% de la variabilidad observada en la variable dependiente Y respectivamente.

En la medida en que la distancia entre los rankings elaborados por los decisores crece, decrece la distancia entre el ordenamiento deseado y el equipo conformado finalmente, es decir, se logra una mayor satisfacción de los intereses de ambos decisores.

2.3. Modelo de toma de decisiones para la conformación de equipos basado en el enfoque de la Teoría de Juegos

A partir del resultado mostrado en la sección anterior, el algoritmo simple de selección antes definido resulta insuficiente para poder realizar una selección que maximice la semejanza entre las preferencias de cada decisor expresada en los rankings y los equipos conformados. En esta sección, se propone otro método de solución basado en el enfoque de la Teoría de Juegos.

Analicemos que sucede cuando dos decisores realizan la selección de acuerdo con el orden establecido en sus rankings, tal y como se ilustra en los casos siguientes:

Sea $C = \{1, 2, 3, 4\}$;

Caso 1: Dados $R1 = \{1, 2, 3, 4\}$ y $R2 = \{4, 3, 2, 1\}$, los equipos resultantes serían $R1^* = \{1, 2\}$ y $R2^* = \{4, 3\}$.

Caso 2: Dados $R1 = \{1, 2, 4, 3\}$ y $R2 = \{3, 2, 4, 1\}$, los equipos resultantes serían $R1^* = \{1, 2\}$ y $R2^* = \{3, 4\}$.

En el Caso 1, no hay conflicto de interés de acuerdo a los rankings $R1$ y $R2$, de modo que si $D1$ y $D2$ eligen alternadamente desde C de acuerdo al orden de su preferencia, los conjuntos resultantes $R1^*$ y $R2^*$ van a satisfacer totalmente las preferencias de ambos decisores; mientras que en el Caso 2 hay un conflicto de intereses y $D2$ no puede satisfacer totalmente sus preferencias.

Sin embargo, supongamos para el Caso 2 que $D2$ no hubiese seguido estrictamente el orden que establece su ranking, o sea, si $D1$ selecciona el candidato 1 y $D2$ selecciona el candidato 2 en lugar del 3; ahora $D1$ tendrá que seleccionar el candidato 4, y $D2$ el candidato 3; como resultado se obtiene $R1^* = \{1, 4\}$ y $R2^* = \{2, 3\}$, por lo que ahora $D2$ es el que satisface totalmente sus preferencias.

Esto muestra que existen otras alternativas para mejorar las opciones de los decisores. La idea básica es considerar el ranking de cada decisor como una referencia de preferencias, pero no necesariamente como un orden estricto a seguir en la selección. El ranking de cada decisor se puede ver como una información heurística para realizar el proceso de selección. Entonces el problema es cómo desarrollar una búsqueda heurística que guíe el proceso de selección de modo que se trate de satisfacer las preferencias de ambos decisores.

A continuación se presenta un método basado en la Teoría de Juegos para dar solución a la problemática anterior:

Una primera estrategia para realizar la selección consiste en formular este proceso como un juego. La propuesta se basa en el enfoque de los juegos en forma extensiva, lo que permite la representación explícita de la secuenciación de los posibles movimientos de los jugadores y sus opciones en cada punto de decisión; cada jugador tiene información acerca de los movimientos del otro jugador, así como sus beneficios para todos los posibles resultados del juego. Algunos elementos de esta representación son:

- Un conjunto finito de jugadores; aquí se consideran 2 jugadores.
- Un árbol con raíz, llamado el árbol de juego.
- Cada nodo terminal (hoja) del árbol de juego tiene m-tupla de pagos, es decir, una recompensa por cada jugador al final de cada jugada posible.
- El árbol de juego está estructurado en $N + 1$ niveles (siendo N la cantidad de candidatos).
- La descripción completa del juego, especificada por los parámetros anteriores, es de conocimiento común entre los jugadores.

Un juego se puede formular como un camino seguido a través de un árbol de juego de la raíz a un nodo terminal. El árbol de juego ayuda a organizar y explorar el impacto de una decisión en el futuro. El juego consta de dos jugadores (decisores) los cuales saben que sus acciones afectan al otro, un conjunto de movimientos o acciones (candidatos) a disposición de los jugadores, y una especificación de recompensa para cada una de las estrategias de combinación; cada jugador quiere maximizar su resultado mediante la elección del conjunto óptimo de candidatos para su equipo.

Un movimiento es la selección de una acción, es decir, la selección de un candidato en cada punto de decisión en el juego, cada jugador puede identificar los movimientos que el oponente hará en respuesta a cada una de sus estrategias, bajo el supuesto de que este oponente actuará racionalmente. Cada jugador quiere maximizar la recompensa por elegir el conjunto óptimo de candidatos para su equipo. La recompensa es el grado en el que los conjuntos resultantes cumplen las preferencias de los decisores.

Teniendo en cuenta que, por lo general, el número de candidatos en los problemas de selección de personal no es demasiado grande, podemos asumir que el árbol de juego puede

ser completamente construido. Cada rama del árbol representa una alternativa distinta a la selección de los candidatos, para cada rama del árbol se generan los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$, estos conjuntos se evalúan para medir en qué medida cumplen con el grado de las preferencias de cada decisor basado en el método Borda-Kendall (BK) (Acuña and Juristo, 2004, Otero et al., 2009). Para N candidatos, el método BK asigna un peso n al primer lugar del ranking, luego se le asigna $n-1$ a la segunda posición y así sucesivamente hasta asignar 1 al último lugar en el ranking. La evaluación final se determina mediante una suma ponderada. La expresión (2.5) se utiliza para evaluar el conjunto R_i^* ($i = 1,2$), donde $\pi(C_j)$ es el valor del candidato C_j de acuerdo con la posición en el ranking R_i .

$$E(R_i^*) = \sum_{C_j \in R_i^*} \pi(C_j) \quad (2.5)$$

Por ejemplo: dado el conjunto de 6 candidatos $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, los rankings $R1 = \{1, 2, 4, 3, 5, 6\}$ y $R2 = \{3, 2, 6, 1, 5, 4\}$, y los equipos resultantes $R1^* = \{1, 2, 4\}$ y $R2^* = \{3, 6, 5\}$. El resultado de aplicar la expresión (2.5) es: $E(R1^*) = 6 + 5 + 4 = 15$, y $E(R2^*) = 6 + 4 + 2 = 12$.

El proceso anterior se formaliza en el algoritmo PS-GT que se presenta seguidamente.

Algoritmo PS-GT:

Entrada: los rankings $R1$ y $R2$ con N candidatos elaborados por los decisores $D1$ y $D2$ respectivamente.

Salida: los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$ de $N/2$ candidatos seleccionados por cada decisor $D1$ y $D2$ respectivamente.

P1: Construir el árbol de juego con N niveles.

P2: Para cada ramificación en el árbol de juego construir los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$.

P3: Calcular la calidad de todos los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$ resultantes del paso P2 usando la expresión (2.5).

P4: Asignar a cada nodo hoja un par $(v1, v2)$, donde $v1$ y $v2$ son la calidad de los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$ respectivamente.

P5: Realizar la evaluación de todos los nodos en un proceso de abajo hacia arriba, desde los nodos hojas hacia la raíz, cada nodo se etiqueta con un par $(v1, v2)$, que corresponde al valor de la mejor alternativa para los decisores en ese nivel.

P6: Hacer un proceso de selección de personal de arriba hacia abajo, o sea, desde el nodo raíz a un nodo hoja en la que los decisores D1 y D2 seleccionan la mejor opción y la agregan a $R1^*$ y $R2^*$ respectivamente. Para la selección de la mejor opción se tienen en cuenta los valores del par $(v1, v2)$ asignados a los nodos en el siguiente nivel. Tomando el nodo que mayor valor de $v1$ o $v2$ tenga, dependiendo si el decisor es D1 o D2 respectivamente.

En el paso **P1**, se generan todos los caminos desde el nodo raíz hasta los nodos hoja. En los niveles impares (1, 3,...) selecciona el decisor D1 y en los niveles pares (2, 4,...) selecciona el decisor D2. Desde el nodo raíz se generan N ramas, estas se etiquetan con los correspondientes N candidatos en el ranking R1, desde los nodos en el nivel 2 se generan N-1 ramas, o sea, de los N candidatos en el ranking R2 se excluye el candidato que fue seleccionado en el nivel superior por el decisor D1, desde los nodos en el nivel 3 se generan N-2 ramas, o sea, de los N candidatos en el ranking del decisor correspondiente a seleccionar se excluyen los dos candidatos que fueron seleccionados en los niveles superiores, o sea, el candidato seleccionado por el decisor D1 y D2. En los siguientes niveles del árbol de juego se repite el proceso, ver ejemplo en la Figura 2.2.

En el paso **P2**, para cada ramificación (un camino desde el nodo raíz hasta un nodo de hoja) se construyen los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$. En el paso **P3** se calcula la calidad $(v1, v2)$ de cada uno de estos conjuntos y se le asignan a los nodos hojas correspondientes en el paso **P4**, ver ejemplo en la Figura 2.2.

En el paso **P5**, desde los nodos hojas hasta la raíz se calculan los valores de cada nodo; el decisor en ese nivel selecciona la mejor alternativa para él y le asigna a ese nodo el valor de esa alternativa. La elección de la mejor alternativa está dada por el nodo al que le corresponda el mayor valor $v1$ (si el decisor es D1) o $v2$ (si el decisor es D2) entre todos los pares.

En el paso **P6**, se realiza el proceso de selección desde el nodo raíz hasta el nodo hoja donde cada decisor D1 y D2 va seleccionado la mejor alternativa para él y la va agregando a los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$ respectivamente.

En la Figura 2.2 se muestra un ejemplo de árbol de juego del proceso de selección de personal para cuando hay 4 candidatos y dos decisores D1 y D2, cada decisor tiene que seleccionar dos candidatos. Los rankings de entrada generados por cada decisor son $R1 = \{1, 2, 4, 3\}$ y $R2 = \{3, 2, 4, 1\}$ para D1 y D2 respectivamente. En rojo se muestra el resultado final del proceso de selección.

La eficacia del método basado en el enfoque de la Teoría de Juegos se investigó por medio de la simulación, es decir, la solución de algunos ejemplos mediante el uso del método propuesto. Esta se muestra comparando el resultado obtenido por el método propuesto con el resultado cuando la selección se realiza de acuerdo al orden establecido por los rankings.

Como indicador para medir la calidad de la solución, es decir la medida que evalúa la calidad de los equipos resultantes, se utiliza la expresión 2.5; mientras mayor sea este valor más se acercan los equipos resultantes conformados a las preferencias de cada decisor, o sea, se logra una mayor satisfacción de sus intereses.

Primer caso (4 candidatos):

i. Dado $R1 = \{1, 3, 4, 2\}$ y $R2 = \{2, 1, 3, 4\}$;

Los equipos resultantes utilizando el algoritmo PS-GT son: $R1^* = \{1, 4\}$ y $R2^* = \{3, 2\}$. El resultado de aplicar la expresión (2.5) es: $E(R1^*) = 6$ y $E(R2^*) = 6$.

Los equipos resultantes siguiendo el orden establecido por los rankings son: $R1^* = \{1, 3\}$ y $R2^* = \{2, 4\}$. El resultado de aplicar la expresión (2.5) es: $E(R1^*) = 7$ y $E(R2^*) = 5$.

ii. Dado $R1 = \{4, 1, 3, 2\}$ y $R2 = \{1, 2, 3, 4\}$;

Los equipos resultantes utilizando el algoritmo PS-GT son: $R1^* = \{1, 4\}$ y $R2^* = \{2, 3\}$. El resultado de aplicar la expresión (2.5) es: $E(R1^*) = 7$ y $E(R2^*) = 5$.

Los equipos resultantes siguiendo el orden establecido por los rankings son: $R1^* = \{4, 3\}$ y $R2^* = \{1, 2\}$. El resultado de aplicar la expresión (2.5) es: $E(R1^*) = 6$ y $E(R2^*) = 7$.

Segundo caso (6 candidatos):

iii. Dado $R1 = \{3, 2, 1, 6, 5, 4\}$ y $R2 = \{5, 2, 3, 6, 4, 1\}$;

Los equipos resultantes utilizando el algoritmo PS-GT son: $R1^* = \{3, 1, 6\}$ y $R2^* = \{2, 5, 4\}$. El resultado de aplicar la expresión (2.5) es: $E(R1^*) = 13$ y $E(R2^*) = 13$.

Los equipos resultantes siguiendo el orden establecido por los rankings son: $R1^* = \{3, 2, 1\}$ y $R2^* = \{5, 6, 4\}$. El resultado de aplicar la expresión (2.5) es: $E(R1^*) = 15$ y $E(R2^*) = 11$.

Es bien conocido, a partir de la Teoría de Juegos, que hay una ventaja para el primer jugador. Consideremos, el siguiente caso extremo: supongamos que hay 6 candidatos y ambos decisores tienen el mismo ranking, $R1 = \{3, 2, 1, 6, 5, 4\}$ y $R2 = \{3, 2, 1, 6, 5, 4\}$. En este caso, el decisor 1 obtiene un resultado mayor en comparación con el decisor 2, simplemente porque al decisor 1 se le permite elegir en primer lugar. Sin embargo, en el caso más realista, la

ventaja de ser capaz de elegir primero es menos probable. En realidad, el uso de nuestro enfoque, hace que el decisor 2 reduzca tanto como sea posible su situación de desventaja, ya que está jugando con una mejor estrategia de respuesta, por lo que el inconveniente de ser el segundo jugador se reduce tanto como sea posible.

En los siguientes ejemplos se muestra que la ventaja de ser el primer decisor no es muy grande en los casos generales. Las tablas 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5 ilustran la ventaja de usar el método propuesto PS-GT.

D2 D1	De acuerdo con el orden establecido por los rankings	Utilizando el algoritmo PS-GT
De acuerdo con el orden establecido por los rankings	$R1^*: \{1,2\}$ $R2^*: \{3,4\}$ $E(R1^*)= 7$, $E(R2^*)= 6$	$R1^*: \{1,4\}$ $R2^*: \{2,3\}$ $E(R1^*)= 6$, $E(R2^*)= 7$
Utilizando el algoritmo PS-GT	$R1^*: \{1,2\}$ $R2^*: \{3,4\}$ $E(R1^*)= 7$, $E(R2^*)= 6$	$R1^*: \{2,1\}$ $R2^*: \{3,4\}$ $E(R1^*)= 7$, $E(R2^*)= 6$

Tabla 2.2: 4 Candidatos, rankings $R1= \{1, 2, 4, 3\}$ y $R2= \{3, 2, 4, 1\}$.

En la Tabla 2.2, D1 selecciona de acuerdo al orden establecido en el ranking y D2 sigue la estrategia de juego, D2 obtiene un mejor resultado (6 y 7 respectivamente); por lo que D1 debe seleccionar mediante la estrategia de juego, porque en otro caso D2 podría obtener un mejor resultado.

D2 D1	De acuerdo con el orden establecido por los rankings	Utilizando el algoritmo PS-GT
De acuerdo con el orden establecido por los rankings	$R1^*: \{3,4,6\}$ $R2^*: \{5,1,2\}$ $E(R1^*)= 15$, $E(R2^*)= 9$	$R1^*: \{3,6,1\}$ $R2^*: \{4,5,2\}$ $E(R1^*)= 13$, $E(R2^*)= 10$
Utilizando el algoritmo PS-GT	$R1^*: \{3,4,6\}$ $R2^*: \{5,1,2\}$ $E(R1^*)= 15$, $E(R2^*)= 9$	$R1^*: \{3,6,1\}$ $R2^*: \{4,5,2\}$ $E(R1^*)= 13$, $E(R2^*)= 10$

Tabla 2.3: 6 Candidatos, rankings $R1= \{3, 4, 6, 1, 5, 2\}$ y $R2= \{3, 5, 4, 1, 6, 2\}$.

La Tabla 2.3 muestra un caso en el que D1 siempre obtiene los mejores resultados, pero D2 podría mejorar su resultado utilizando la estrategia propuesta.

D2 D1	De acuerdo con el orden establecido por los rankings	Utilizando el algoritmo PS-GT
De acuerdo con el orden establecido por los rankings	R1*:{1,6,3,7} R2*:{8,2,4,5} E(R1*)= 21, E(R2*)= 26	R1*:{1,6,3,7} R2*:{8,2,4,5} E(R1*)= 21, E(R2*)= 26
Utilizando el algoritmo PS-GT	R1*:{8,1,6,3} R2*:{2,4,5,7} E(R1*)= 25, E(R2*)= 19	R1*:{8,1,3,7} R2*:{2,6,4,5} E(R1*)= 22, E(R2*)= 22

Tabla 2.4: 8 Candidatos, R1= {1, 8, 6, 2, 3, 7, 4, 5} y R2= {8, 2, 4, 5, 6, 1, 3, 7}.

En la Tabla 2.4, D1 obtiene un mejor resultado usando la estrategia propuesta si D2 no la utiliza; cuando D2 utiliza la estrategia el resultado es el mismo para ambos decisores.

D2 D1	De acuerdo con el orden establecido por los rankings	Utilizando el algoritmo PS-GT
De acuerdo con el orden establecido por los rankings	R1*:{4,9,6,3,2} R2*:{7,8,1,10,5} E(R1*)= 35, E(R2*)= 32	R1*:{4,9,1,3,5} R2*:{7,6,8,2,10} E(R1*)= 32, E(R2*)= 36
Utilizando el algoritmo PS-GT	R1*:{4,6,1,9,3} R2*:{7,8,10,2,5} E(R1*)= 38, E(R2*)= 30	R1*:{4,6,1,9,3} R2*:{7,8,10,2,5} E(R1*)= 38, E(R2*)= 30

Tabla 2.5: 10 Candidatos, R1= {4, 9, 6, 7, 1, 3, 8, 2, 5, 10} y R2= {7, 8, 6, 4, 1, 10, 2, 9, 5, 3}.

La Tabla 2.5 muestra que D2 obtiene un mejor resultado si selecciona utilizando la estrategia y D1 selecciona de acuerdo al orden establecido en el ranking; pero D1 asegura un mejor resultado utilizando la estrategia.

2.5. Conclusiones parciales del capítulo

- Se formula un nuevo problema que aborda la conformación de equipos en un marco diferente al clásico. Cada decisor define un ranking que establece la preferencia de cada decisor sobre los candidatos y desea conformar un equipo que sea lo más cercano posible a las preferencias establecidas en su ranking.
- Como los decisores eligen alternativamente desde un único conjunto de candidatos la selección que haga uno puede afectar al otro. Existen casos extremos en esta

problemática, si los ordenamientos son totalmente diferentes no existirá afectación de uno en otro, si por el contrario son idénticos existirá interferencia en el proceso de selección; pudiendo existir muchos casos intermedios donde hay solapamiento parcial de los ordenamientos. Precisamente en estos casos, la investigación muestra que hay una correlación negativa significativa entre la distancia entre los dos rankings iniciales establecidos por los dos decisores y el grado en que cada decisor logra formar el equipo según sus preferencias. En la medida en que la distancia entre los rankings elaborados por los decisores crece, decrece la distancia entre el ordenamiento deseado y el equipo seleccionado, es decir, se logra una mayor satisfacción de los intereses de ambos decisores.

- Para atenuar el efecto de esta posible incidencia negativa de la selección hecha de un decisor sobre las preferencias del otro se propone un método de selección basado en el enfoque de la Teoría de Juegos entre dos jugadores con intereses contrarios que alternan sus decisiones con el fin de mejorar el proceso de conformación equipos en un ambiente competitivo; de ahí que se clasifique como un juego bipersonal aunque pueda extenderse a más de dos jugadores, y a su vez en un juego no cooperativo, de suma variable con información perfecta y completa.
- Los experimentos realizados considerando diferentes cantidades de candidatos y diferentes ordenamientos muestran que los resultados alcanzados por los decisores usando la estrategia propuesta garantizan un resultado de mayor calidad que si se sigue ciegamente el orden establecido por los ranking de preferencias obtenidos preliminarmente por los decisores.
- El costo computacional del método propuesto se puede acotar por el valor $O(N^N)$, donde N es la cantidad de candidatos. El estudio experimental mostró que cuando el número de candidatos crece, el tiempo de cómputo del algoritmo también crece, lo cual recomienda explorar otros métodos de solución para este problema.

CÁPITULO 3 OPTIMIZACIÓN BASADA EN COLONIAS DE HORMIGAS PARA LA CONFORMACIÓN DE EQUIPOS EN AMBIENTE COMPETITIVO

El problema de seleccionar candidatos para un equipo puede ser considerado un problema de optimización combinatoria. Este problema se hace más complejo cuando dos decisores realizan el proceso de selección en un ambiente competitivo. Optimización basada en Colonias de Hormigas resulta ser una metaheurística adecuada en problemas de optimización combinatoria, debido a su amplia aplicabilidad y eficiencia en la solución de este tipo de problemas. De allí que resulta procedente formular un método para resolver esta clase de problemas usando este enfoque.

Por otra parte, el método propuesto en el capítulo 2 basado en el enfoque de la Teoría de Juegos puede resultar costoso cuando el número de candidatos crece debido al costo de construir el árbol de juego.

Por todo lo anterior, se proponen en este capítulo dos métodos basado en los modelos Sistema de Hormigas, Sistema de Hormigas Max-Min y Hormigas Multitipo de esta metaheurística. Con el objetivo de demostrar la eficacia de los métodos propuestos se realiza un estudio experimental a partir de diferentes casos de estudios.

3.1. Sistema de Hormigas para solucionar la problemática de la conformación de equipos en ambiente competitivo

La propuesta de solución se basa en los modelos Sistemas de Hormigas (Dorigo et al., 1996) y Hormigas Multitipo (Nowé et al., 2004, Vrancx, 2004).

El método propuesto parte de la existencia de dos tipos de hormigas, las hormigas de un mismo tipo cooperan entre sí, y entre las hormigas de diferente tipo hay competencia, es decir, ellas se repelen. En la formulación original del enfoque multitipo, generalmente dos tipos de hormigas, el propósito era lograr una mayor exploración del espacio de búsqueda; sin embargo, en esta investigación ese enfoque se utiliza para modelar el proceso de selección de los dos decisores.

El grafo sobre el que operan las hormigas está conformado por N nodos, cada nodo representa un candidato. Es un grafo completo, es decir, existen enlaces entre todos los nodos. A cada nodo se asocian dos valores de feromona, uno por cada tipo de hormiga, que en este caso se corresponden con los dos decisores que realizan la selección de los candidatos. Sobre el grafo

operan dos conjuntos de hormigas (con igual cantidad de hormigas), uno por cada decisor. Las hormigas trabajan en pareja, cada par tiene una hormiga de cada tipo; al final de cada ciclo cada pareja de hormigas ha construido un equipo para cada decisor, por eso cuando una hormiga del par visita un nodo, ya este queda vetado para su pareja. Las hormigas recorren en cada ciclo de la búsqueda $N/2$ nodos.

Otro elemento del método propuesto es la información heurística que utilizan las hormigas. Esta información se extrae desde los rankings establecidos por cada decisor, debido a que el objetivo de cada hormiga es seleccionar los candidatos que más se acercan a sus preferencias. El valor heurístico de cada nodo está determinado por su posición en el ranking, el nodo que corresponde al primer candidato del ranking tiene el mayor valor heurístico, mientras que el nodo que corresponde al último elemento del ranking tiene el menor valor.

El valor inicial de la feromona asociado al enlace entre los nodos i y j para cada tipo de hormiga se calcula teniendo en cuenta la distancia a que están esos candidatos en el ranking; mientras mayor sea la separación entre dos candidatos en el ranking, menor será el valor de la feromona. La actualización del valor de feromona depende de la calidad de la solución encontrada por cada hormiga, en este caso la calidad de la solución depende de la medida en que el conjunto de candidatos seleccionados se corresponde con los preferidos (según el ranking) por cada decisor; pero además se tiene en cuenta la diferencia de la calidad obtenida por cada hormiga del par, tratando de que ambas alcancen soluciones con una calidad similar.

Este enfoque para evaluar la calidad de las soluciones alcanzadas por cada par de hormigas se concreta en las expresiones (3.7) y (3.8).

La expresión (3.7) tiene dos términos; el primero tiene en cuenta en qué medida cada hormiga encuentra una solución similar al ranking establecido y el segundo compara las calidades de las soluciones encontradas por cada hormiga del par. En general la expresión (3.7) busca que las soluciones encontradas por las hormigas del par se acerquen lo más posible al ranking de preferencia de cada decisor y el nivel de satisfacción de ambos decisores sea similar. Como el primer término de la expresión (3.7) es un promedio, si no se considera el segundo pueden ser premiadas soluciones en las cuales una hormiga del par alcance una muy buena solución y sin embargo la otra hormiga obtenga una muy mala.

La expresión (3.8) calcula la calidad de una solución considerando la posición que tiene cada candidato de los seleccionados por la hormiga en el ranking establecido por cada decisor.

Como se considera que la primera posición del ranking vale 1, la segunda vale 2, y así sucesivamente, las mejores soluciones son la que minimizan esta expresión.

Seguidamente se describen las componentes del algoritmo Sistema de Hormigas para la Selección de Equipos (AS-TS, del inglés *Ant System to Team Selection*).

Componentes del algoritmo AS-TS:

1. Construir un grafo completo con N nodos, donde cada nodo representa un candidato.
2. Generar dos tipos de hormigas, hormigas del tipo 1 (h^1) y hormigas del tipo 2 (h^2), donde cada tipo de hormiga representa al decisor D1 y D2 respectivamente.
3. Se emplearán m hormigas de cada tipo, las cuales trabajan formando un par (h^{1k}, h^{2k}) donde k representa la k-ésima hormiga del tipo 1 y 2 respectivamente, $k=1,2,\dots, m$. Por lo que en cada ciclo se tendrían trabajando los pares de hormigas $\{(h^{11}, h^{21}), (h^{12}, h^{22}), \dots, (h^{1m}, h^{2m})\}$.
4. En cada iteración las hormigas se distribuyen aleatoriamente siempre y cuando la hormiga del otro tipo que forma su par no esté situada en el mismo nodo, o sea, una hormiga del tipo 2 se coloca en un nodo siempre que la hormiga del tipo 1 que forma su par no esté situada en ese mismo nodo.
5. Asociada a cada hormiga se generan dos tipos de feromonas τ_{ij}^1 (cantidad de feromona para las hormigas del tipo 1 asociado al enlace entre el nodo i y el nodo j) y τ_{ij}^2 (cantidad de feromona para las hormigas del tipo 2 asociado al enlace entre los nodos i y j), donde las hormigas del tipo 1 son atraídas por las feromonas del tipo 1 (τ_{ij}^1) y repelidas por las del tipo 2 (τ_{ij}^2), y viceversa para las hormigas del tipo 2. Los valores iniciales de las feromonas se calculan por las expresiones (3.1) y (3.2) para las hormigas del tipo 1 y 2 respetivamente:

$$\tau_{ij}^1(0) = 1/(1 + \delta(i, j)) \quad (3.1)$$

$$\tau_{ij}^2(0) = 1/(1 + \delta(i, j)) \quad (3.2)$$

Donde $\delta(i, j)$ en τ_{ij}^1 y τ_{ij}^2 es la cantidad de posiciones entre los candidatos i y j en los ranking R1 y R2 respectivamente. Lo cual acota los valores de feromona en el intervalo $[1/(N-2), 1]$, alcanzándose el valor 1 cuando los nodos i y j son adyacentes en el ranking.

6. El valor heurístico usado para evaluar la calidad de cada posible nodo sucesor se denota para las hormigas del tipo 1 como η_{ij}^1 y para las hormigas del tipo 2 como η_{ij}^2 ; y se calcula por las expresiones (3.3) y (3.4) para las hormigas del tipo 1 y 2 respetivamente:

$$\eta_{ij}^1 = 1/O(j) \quad (3.3)$$

$$\eta_{ij}^2 = 1/O(j) \quad (3.4)$$

Donde $O(j)$ es la posición en que está el nodo j en los rankings $R1$ y $R2$ para las hormigas del tipo 1 y del tipo 2 respectivamente.

7. La vecindad en el nodo i , denotado por V_i^{1k} (o V_i^{2k}), de la hormiga k -ésima del tipo 1 h_i^{1k} (o del tipo 2 h_i^{2k}) es el conjunto de todos los nodos que no han sido seleccionados todavía ni por ella ni por su hormiga par.

8. La regla probabilística que decide el nuevo nodo a elegir se define por las expresiones (3.5) y (3.6) para las hormigas del tipo 1 y 2 respectivamente, siendo α , β y θ parámetros constantes de esta regla:

$$p_{ij}^{1k} = \begin{cases} 0 & \text{if } j \notin V_i^{1k} \\ \frac{[\tau_{ij}^1]^\alpha * [\eta_{ij}^1]^\beta / [\tau_{ij}^2]^\theta}{\sum_{j \in V_i^{1k}} [\tau_{ij}^1]^\alpha * [\eta_{ij}^1]^\beta / [\tau_{ij}^2]^\theta} & \text{if } j \in V_i^{1k} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$p_{ij}^{2k} = \begin{cases} 0 & \text{if } j \notin V_i^{2k} \\ \frac{[\tau_{ij}^2]^\alpha * [\eta_{ij}^2]^\beta / [\tau_{ij}^1]^\theta}{\sum_{j \in V_i^{2k}} [\tau_{ij}^2]^\alpha * [\eta_{ij}^2]^\beta / [\tau_{ij}^1]^\theta} & \text{if } j \in V_i^{2k} \end{cases} \quad (3.6)$$

9. Cada hormiga termina en un ciclo cuando ha recorrido $N/2$ nodos. Al final de cada ciclo cada par (h^{1k}, h^{2k}) generará una solución donde la hormiga h^{1k} tiene la solución para $D1$ ($R1^*$) y la hormiga h^{2k} tiene la solución para $D2$ ($R2^*$).

10. Las soluciones encontradas por cada par de hormigas se evalúan al final de cada ciclo por la expresión (3.7):

$$Eval^k = [(\text{eval}(s(h^{1k}), R1) + \text{eval}(s(h^{2k}), R2)) / 2] + |\text{eval}(s(h^{1k}), R1) - \text{eval}(s(h^{2k}), R2)| \quad (3.7)$$

Donde $s(h^{1k})$ y $s(h^{2k})$ son las soluciones encontradas por las hormigas h^{1k} y h^{2k} respectivamente; los valores de $\text{eval}(s(h^{1k}), R1)$ y $\text{eval}(s(h^{2k}), R2)$ se obtienen según la expresión (3.8).

$$\text{eval}(Ri^*, Ri) = \sum_{c \in Ri^*} \pi(c) \quad (3.8)$$

Donde $\pi(c)$ es el valor del candidato $c \in Ri^*$ de acuerdo a su posición en el ranking Ri ; la función π le asigna el valor de 1 al primer lugar en el ranking, 2 al segundo lugar y así sucesivamente hasta el último lugar en el ranking que se le asigna el valor N .

Por ejemplo: dado el conjunto de 6 candidatos $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; los rankings $R1 = \{2, 0, 1, 3, 5, 4\}$ y $R2 = \{3, 2, 1, 5, 0, 4\}$; y los subconjuntos resultantes $R1^* = \{0, 2, 4\}$ y $R2^* = \{3, 5, 1\}$. Aplicando la expresión (3.8) se tiene que:

$$\text{eval}(R1^*, R1) = 2+1+6 = 9$$

$$\text{eval}(R2^*, R2) = 1+4+3 = 8$$

11. Cada vez que se termina un ciclo, o sea, cuando todas las hormigas han recorrido los $N/2$ nodos, se realiza la evaporación de todas las feromonas y luego se deposita nueva feromona. Como el modelo propuesto se basa en el Sistema de Hormigas la feromona se deposita en todos los arcos ij que aparecen en las soluciones encontradas por cada hormiga en el ciclo.

Todos los valores de feromona son decrementados usando la expresión (3.9), donde ρ es la constante de evaporación y es un valor entre 0 y 1.

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho * \tau_{ij}(t) \quad (3.9)$$

El depósito de feromona se calcula utilizando las ecuaciones (3.10) y (3.11):

$$\tau_{ij}^1(t+1) = \tau_{ij}^1(t) + (1/\text{eval}(s(h^{1k}), R1)) \quad (3.10)$$

$$\tau_{ij}^2(t+1) = \tau_{ij}^2(t) + (1/\text{eval}(s(h^{2k}), R2)) \quad (3.11)$$

12. Al finalizar el proceso de búsqueda las soluciones $s(h^{1k})$ y $s(h^{2k})$ asociadas al par (h^{1k}, h^{2k}) que tengan el menor valor de Eval^k serán los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$ resultantes para los decisores $D1$ y $D2$ respectivamente.

A partir de estas componentes se define el algoritmo AS-TS que se presenta seguidamente.

Algoritmo AS-TS

Entrada: N (cantidad de candidatos); $R1$ y $R2$ (rankings de preferencias de los decisores $D1$ y $D2$ respectivamente); $N_{\max C}$ (número máximo de ciclos a ejecutar); m (cantidad de hormigas de cada tipo); ρ (constante de evaporación); α, β, θ (exponentes de los términos de la regla probabilística).

Salida: ordenamientos $R1^*$ y $R2^*$ con $N/2$ candidatos.

P0: Calcular los valores iniciales de la feromona $\tau_{ij}^1(0)$ y $\tau_{ij}^2(0)$ según (3.1) y (3.2).

Calcular los valores heurísticos η_{ij}^1 y η_{ij}^2 según (3.3) y (3.4).

Iteración $\leftarrow 0$

P1: Repetir

P1.1: Las hormigas se distribuyen sobre el grafo según el punto 4.

P1.2: Para $i=1$ hasta $N/2$ hacer

Para $k=1$ hasta m hacer

Para la hormiga h^{1k} seleccionar el próximo nodo según (3.5).

Para la hormiga h^{2k} seleccionar el próximo nodo según (3.6).

Terminar

Terminar

P1.3: Al finalizar P12 cada par (h^{1k}, h^{2k}) generará una solución donde la hormiga h^{1k} tiene la solución para D1, $s(h^{1k})$ y la hormiga h^{2k} tiene la solución para D2, $s(h^{2k})$.

P1.4: Evaporar las feromonas según (3.9).

P1.5: Depositar nueva feromona según (3.10) y (3.11) en todos los arcos ij que aparecen en las soluciones encontradas por cada hormiga.

P1.6: Evaluar las soluciones obtenidas por cada par de hormigas según (3.7) y actualizar los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$ con la mejor solución obtenida hasta el momento.

P1.7: Iteración $\leftarrow$ Iteración + 1

Hasta Iteración == N_{maxC}

P2: Retornar los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$.

Seguidamente se analiza el desempeño del algoritmo AS-TS mediante un estudio experimental.

3.1.1. Estudio experimental del algoritmo AS-TS

El propósito de este estudio es ilustrar la eficacia del algoritmo AS-TS utilizando algunos ejemplos. Para ello, se realiza una simulación del proceso de selección de candidatos para conformar los equipos, en el cual se generan aleatoriamente dos rankings $R1$ y $R2$ de N elementos para cada decisor $D1$ y $D2$ respectivamente. En el estudio se consideraron los valores de 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 y 20 para N . Se valoraron diferentes valores como parámetros de entrada del algoritmo, los resultados que se muestran en las tablas siguientes se obtuvieron con los siguientes valores: $\alpha = \beta = \theta = 1$, $\rho = 0.75$, $N_{maxC} = 10$ y $m = N$ (la cantidad de hormigas coincide con la cantidad de candidatos).

En las tablas 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8 y 3.9 se muestran los resultados alcanzados utilizando el algoritmo propuesto. Cada tabla contiene cuatro filas que corresponden a diferentes ejemplos generados para esa cantidad de candidatos. La primera columna muestra los rankings R1 y R2 generados aleatoriamente; la segunda columna muestra el resultado alcanzado por cada uno de los decisores si la selección de los candidatos se realiza según el orden establecido en los rankings; y en la tercera columna aparecen los resultados que se obtienen luego de aplicar el algoritmo AS-TS.

Además de los resultados alcanzados por cada método, en las tablas se visualizan también las distancias entre los conjuntos obtenidos $R1^*$ y $R2^*$, y los rankings R1 y R2 respectivamente para cada ejemplo, así como su valor integral de acuerdo a la expresión (3.7). Se señalan en **negrita** los mejores resultados obtenidos en cada caso.

Por ejemplo, en la primera fila de la Tabla 1, los rankings generados inicialmente para los decisores D1 y D2 son $R1 = \{3, 1, 2, 0\}$ y $R2 = \{0, 3, 1, 2\}$ respectivamente; siendo los equipos resultantes siguiendo estrictamente el orden establecido en los rankings $R1^* = \{3, 1\}$ y $R2^* = \{0, 2\}$ y utilizando el algoritmo propuesto $R1^* = \{2, 3\}$ y $R2^* = \{1, 0\}$ para cada decisor. La distancia entre los equipos resultantes y los ranking (de acuerdo a la expresión 3.8) para este ejemplo es (3 y 5) en la segunda columna y (4 y 4) en la tercera columna; siendo el valor del primer término de la expresión (3.7) igual a 4 en la segunda y tercera columna, y del segundo término 2 y 0 respectivamente. El valor global de la expresión (3.7) para la segunda y tercera columna es de 6 y 4 respectivamente. Por lo que, el algoritmo AS-TS obtiene una solución más justa para ambos decisores, debido a que el segundo término de esta expresión es 0; en este caso se logra obtener una solución de mayor calidad aplicando el algoritmo propuesto que cuando se realiza la selección a partir del orden establecido en los rankings.

Rankings	Resultados según el orden establecido en los rankings	Resultados aplicando el algoritmo AS-TS
$R1 = \{3, 1, 2, 0\}$ $R2 = \{0, 3, 1, 2\}$	$R1^* = \{3, 1\}$ $R2^* = \{0, 2\}$ (3,5)= 4+2= 6.0	$R1^* = \{2, 3\}$ $R2^* = \{1, 0\}$ (4,4)= 4+0= 4.0
$R1 = \{3, 2, 1, 0\}$ $R2 = \{0, 2, 1, 3\}$	$R1^* = \{3, 2\}$ $R2^* = \{0, 1\}$ (3,4)= 3.5+1= 4.5	$R1^* = \{3, 2\}$ $R2^* = \{1, 0\}$ (3,4)= 3.5+1= 4.5
$R1 = \{0, 2, 1, 3\}$ $R2 = \{3, 1, 0, 2\}$	$R1^* = \{0, 2\}$ $R2^* = \{3, 1\}$ (3,3)= 3+0= 3.0	$R1^* = \{2, 0\}$ $R2^* = \{1, 3\}$ (3,3)= 3+0= 3.0
$R1 = \{0, 2, 3, 1\}$ $R2 = \{0, 1, 2, 3\}$	$R1^* = \{0, 2\}$ $R2^* = \{1, 3\}$ (3,6)= 4.5+3= 7.5	$R1^* = \{0, 3\}$ $R2^* = \{2, 1\}$ (4,5)= 4.5+1= 5.5

Tabla 3.1: 4 candidatos.

Rankings	Resultados según el orden establecido en los rankings	Resultados aplicando el algoritmo AS-TS
R1= {2,0,1,3,5,4} R2= {3,2,1,5,0,4}	R1*= {2,0,5} R2*= {3,1,4} (8,10)= 9+2= 11.0	R1*= {0,2,4} R2*= {3,5,1} (9,8)= 8.5+1= 9.5
R1= {5,3,1,4,0,2} R2= {0,3,2,5,4,1}	R1*= {5,3,1} R2*= {0,2,4} (6,9)= 7.5+3= 10.5	R1*= {1,5,4} R2*= {0,3,2} (8,6)= 7+2= 9.0
R1= {2,1,0,4,3,5} R2= {2,0,3,4,1,5}	R1*= {2,1,4} R2*= {0,3,5} (7,11)= 9+4= 13.0	R1*= {1,2,5} R2*= {0,3,4} (9,9)= 9+0= 9.0
R1= {3,1,4,0,5,2} R2= {4,5,0,1,2,3}	R1*= {3,1,0} R2*= {4,5,2} (7,8)= 7.5+1= 8.5	R1*= {0,3,1} R2*= {4,5,2} (7,8)= 7.5+1= 8.5

Tabla 3.2: 6 candidatos.

Rankings	Resultados según el orden establecido en los rankings	Resultados aplicando el algoritmo AS-TS
R1= {0,1,3,7,5,6,4,2} R2= {0,1,7,5,4,6,3,2}	R1*= {0,3,5,6} R2*= {1,7,4,2} (15,18)= 16.5+3= 19.5	R1*= {4,3,0,6} R2*= {2,1,5,7} (17,17)= 17+0= 17.0
R1= {0,2,7,5,6,3,1,4} R2= {0,2,7,5,6,3,1,4}	R1*= {0,7,6,1} R2*= {2,5,3,4} (16,20)= 18+4= 22.0	R1*= {2,7,6,4} R2*= {0,3,5,1} (18,18)= 18+0= 18.0
R1= {7,6,0,1,2,5,4,3} R2= {7,6,2,1,3,5,4,0}	R1*= {7,0,1,5} R2*= {6,2,3,4} (14,17)= 15.5+3= 18.5	R1*= {1,7,0,4} R2*= {6,3,2,5} (15,16)= 15.5+1= 16.5
R1= {0,7,3,2,5,6,4,1} R2= {1,4,6,5,2,3,7,0}	R1*= {0,7,3,2} R2*= {1,4,6,5} (10,10)= 10+0= 10.0	R1*= {3,0,7,2} R2*= {5,1,4,6} (10,10)= 10+0= 10.0

Tabla 3.3: 8 candidatos.

Rankings	Resultados según el orden establecido en los rankings	Resultados aplicando el algoritmo AS-TS
R1= {8,2,7,5,4,6,9,0,1,3} R2= {9,8,2,4,6,3,1,0,5,7}	R1*= {8,2,7,5,0} R2*= {9,4,6,3,1} (18,23)= 20.5+5= 25.5	R1*= {5,8,7,4,0} R2*= {9,2,6,3,1} (21,22)= 21.5+1= 22.5
R1= {8,1,4,6,7,0,9,3,2,5} R2= {6,5,8,9,4,1,3,7,0,2}	R1*= {8,1,4,7,0} R2*= {6,5,9,3,2} (17,24)= 20.5+7= 27.5	R1*= {8,0,1,7,3} R2*= {9,6,5,4,2} (22,22)= 22+0= 22.0
R1= {0,1,9,8,5,4,3,7,2,6} R2= {0,1,5,4,8,9,7,3,2,6}	R1*= {0,9,8,3,2} R2*= {1,5,4,7,6} (24,26)= 25+2= 27.0	R1*= {9,8,0,6,3} R2*= {7,1,5,2,4} (25,25)= 25+0= 25.0
R1= {9,7,5,4,3,1,0,2,6,8} R2= {9,7,5,4,3,1,0,2,6,8}	R1*= {9,5,3,0,6} R2*= {7,4,1,2,8} (25,30)= 27.5+5= 32.5	R1*= {4,7,1,2,0} R2*= {9,8,6,5,3} (27,28)= 27.5+1= 28.5

Tabla 3.4: 10 candidatos.

Rankings	Resultados según el orden establecido en los rankings	Resultados aplicando el algoritmo AS-TS
R1= {11,2,9,1,7,10,8,4,0,5,6,3} R2= {0,9,8,7,1,10,5,11,3,2,6,4}	R1*= {11,2,1,7,4,6} R2*= {0,9,8,10,5,3} (31,28)= 29.5+3= 32.5	R1*= {1,2,9,6,11,4} R2*= {10,5,0,8,7,3} (29,30)= 29.5+1= 30.5
R1= {11,10,5,4,3,2,9,8,1,6,7,0} R2= {11,10,4,5,2,3,9,8,6,1,7,0}	R1*= {11,5,3,9,1,7} R2*= {10,4,2,8,6,0} (36,39)= 37.5+3= 40.5	R1*= {10,5,11,0,1,7} R2*= {4,8,3,9,6,2} (38,38)= 38+0= 38.0
R1= {9,5,6,3,0,1,10,11,7,4,2,8} R2= {9,5,6,3,11,10,1,0,7,4,2,8}	R1*= {9,6,0,1,7,2} R2*= {5,3,11,10,4,8} (35,39)= 37+4= 41.0	R1*= {0,3,5,7,2,1} R2*= {4,6,9,11,10,8} (37,37)= 37+0= 37.0
R1= {0,1,4,5,10,11,7,8,3,2,9,6} R2= {0,6,1,9,4,2,5,3,10,8,11,7}	R1*= {0,1,4,5,10,11} R2*= {6,9,2,3,8,7} (21,42) = 31.5+21= 52.5	R1*= {7,4,11,1,5,8} R2*= {6,0,9,10,3,2} (30,30)= 30+0= 30.0

Tabla 3.5: 12 candidatos.

Rankings	Resultados según el orden establecido en los rankings	Resultados aplicando el algoritmo AS-TS
R1= {4,13,7,3,10,1,0,12,6,2,11,8,5,9} R2= {8,2,11,3,7,0,1,5,13,6,12,4,10,9}	R1*= {4,13,7,3,10,12,6} R2*= {8,2,11,0,1,5,9} (32,41)= 36.5+9= 45.5	R1*= {4,3,10,7,13,9,6} R2*= {8,2,1,11,0,5,12} (38,38) = 38+0= 38.0
R1= {12,9,1,0,3,10,2,11,7,6,4,5,13,8} R2= {6,9,0,8,12,5,10,1,2,4,3,7,13,11}	R1*= {12,9,1,3,10,11,7} R2*= {6,0,8,5,2,4,13} (34,46)= 40+12= 52.0	R1*= {2,12,1,3,10,11,7} R2*= {5,0,6,9,8,4,13} (39,39)= 39+0= 39.0
R1= {1,5,13,0,12,10,2,8,6,9,7,4,11,3} R2= {8,6,11,4,12,7,1,13,0,2,10,3,5,9}	R1*= {1,5,13,0,12,10,9} R2*= {8,6,11,4,7,2,3} (31,38)= 34.5+7= 41.5	R1*= {9,13,5,1,10,0,2} R2*= {12,4,6,11,8,7,3} (33,33)= 33+0= 33.0
R1= {2,12,0,6,4,5,7,13,11,3,10,1,8,9} R2= {9,8,2,7,3,11,10,13,0,1,6,4,5,12}	R1*= {2,12,0,6,4,5,13} R2*= {9,8,7,3,11,10,1} (29,35)= 32+6= 38.0	R1*= {5,7,4,0,12,6,11} R2*= {2,9,8,3,1,13,10} (36,36)= 36+0= 36.0

Tabla 3.6: 14 candidatos.

Rankings	Resultados según el orden establecido en los rankings	Resultados aplicando el algoritmo AS-TS
R1= {3,4,5,6,10,11,12,13,15,2,8,0,1,9,7,14} R2= {3,4,7,6,11,10,12,14,0,1,8,15,2,9,5,13}	R1*= {3,5,6,10,13,15,2,8} R2*= {4,7,11,12,14,0,1,9} (51,58)= 54.5+7= 61.5	R1*= {12,15,3,5,10,13,8,2} R2*= {6,4,0,11,7,1,14,9} (54,55)= 54.5+1= 55.5
R1= {1,2,9,8,3,4,12,15,7,0,6,10,11,5,13,14} R2= {1,9,3,4,15,7,0,12,2,6,8,13,11,10,5,14}	R1*= {1,2,8,12,7,6,10,5} R2*= {9,3,4,15,0,13,11,14} (60,62)= 61+2= 63.0	R1*= {2,1,8,9,14,12,5,10} R2*= {6,4,13,15,0,3,7,11} (59,60)= 59.5+1= 60.5
R1= {10,11,0,1,7,3,4,6,12,9,5,8,14,2,15,13} R2= {10,11,1,0,2,7,3,15,4,6,13,12,14,9,5,8}	R1*= {10,0,7,3,4,12,9,5} R2*= {11,1,2,15,6,13,14,8} (52,68)= 60+16= 76.0	R1*= {8,10,11,3,12,9,6,5} R2*= {14,13,0,1,2,7,4,15} (59,59)= 59+0= 59.0
R1= {15,12,8,9,0,1,3,7,14,13,2,5,10,6,11,4} R2= {4,11,8,9,0,1,15,12,2,5,10,6,3,14,7,13}	R1*= {15,12,8,0,3,7,14,13} R2*= {4,11,9,1,2,5,10,6} (45,55)= 50+10= 60.0	R1*= {15,12,8,14,2,7,3,13} R2*= {4,9,11,0,1,6,5,10} (51,51)= 51+0= 51.0

Tabla 3.7: 16 candidatos.

Rankings	Resultados según el orden establecido en los rankings	Resultados aplicando el algoritmo AS-TS
R1= { 17,12,1,15,16,13,9,7,8,2,6,14,3,5,4,10,11,0} R2= { 0,12,17,15,16,10,1,6,8,2,14,3,5,4,9,7,13,11}	R1*= {17,12,1,13,9,7,2,3,4} R2*= {0,15,16,10,6,8,14,5,11} (65,75)= 70+10= 80.0	R1*= {8,17,7,1,9,16,13,11,3} R2*= {10,15,0,12,5,4,2,6,14} (69,69)= 69+0= 69.0
R1= { 11,4,9,5,16,7,13,0,1,14,2,12,3,15,8,6,17,10} R2= { 1,16,4,0,6,3,2,13,7,15,8,12,9,11,5,17,10,14}	R1*= {11,4,9,5,7,13,14,2,12,3} R2*= {1,16,0,6,3,2,15,8,17,10} (69,79)= 74+10= 84.0	R1*= {12,4,9,11,13,5,7,14,17} R2*= {1,6,0,16,3,2,8,15,10} (62,63)= 62.5+1= 63.5
R1= { 14,15,5,3,11,8,1,7,9,10,4,6,13,12,17,0,2,16} R2= { 5,13,7,9,15,4,17,16,0,6,1,10,12,8,2,3,11,14}	R1*= {14,15,3,11,8,1,10,6,12} R2*= {5,13,7,9,4,17,16,0,2} (61,55)= 58+6= 64.0	R1*= {15,14,7,11,3,1,10,8,2} R2*= {16,5,13,9,17,4,0,6,12} (60,60) = 60+0= 60.0
R1= { 12,11,16,2,0,17,10,4,6,14,13,3,9,15,7,8,1,5} R2= { 9,15,6,1,3,12,8,2,14,7,13,11,5,17,10,16,4,0}	R1*= {12,11,16,2,0,17,10,4,13} R2*= {9,15,6,1,3,8,14,7,5} (47,54)= 50.5+7= 57.5	R1*= {10,17,12,11,4,13,14,16,0} R2*= {2,9,1,3,15,6,8,7,5} (53,53)= 53+0= 53.0

Tabla 3.8: 18 candidatos.

Rankings	Resultados según el orden establecido en los rankings	Resultados aplicando el algoritmo AS-TS
R1= { 18,17,12,19,1,15,16,13,9,7,8,2,6,14,3,5,4,10,11,0} R2= { 0,12,18,17,19,15,16,10,1,6,8,2,14,3,5,4,9,7,13,11}	R1*= { 18,17,19,1,13,9,7,2,3,4} R2*= { 0,12,15,16,10,6,8,14,5,11} (83,93)= 88+10= 98.0	R1*= { 5,1,13,18,17,7,19,9,2,11} R2*= { 3,16,10,15,0,12,6,14,8,4} (86,88)= 87+2= 89.0
R1= { 5,19,9,8,7,10,14,12,18,4,0,6,11,17,13,3,15,2,1,16} R2= { 7,13,12,4,9,1,3,2,15,5,8,18,6,14,19,16,17,11,10,0}	R1*= { 5,19,9,8,10,14,18,0,6,11} R2*= { 7,13,12,4,1,3,2,15,16,17} (68,73)= 70.5+5= 75.5	R1*= { 18,10,5,19,9,8,14,0,11,17} R2*= { 12,7,13,6,2,4,3,1,15,16} (70,69)= 69.5+1= 70.5
R1= { 17,19,18,12,1,15,16,13,9,7,8,2,6,14,3,5,4,10,11,0} R2= { 0,12,18,17,19,15,16,10,1,6,8,2,14,3,5,4,9,7,13,11}	R1*= { 17,19,18,1,13,9,7,2,3,4} R2*= { 0,12,15,16,10,6,8,14,5,11} (82,93)= 87.5+11= 98.5	R1*= { 1,7,19,18,13,16,14,11,8,9} R2*= { 6,12,0,15,17,10,2,4,3,5} (88,88)= 88+0= 88.0
R1= { 14,4,0,5,10,1,7,19,3,16,18,15,9,12,2,8,13,6,11,17} R2= { 10,5,19,14,0,2,11,1,4,7,3,16,17,18,15,9,6,12,8,13}	R1*= { 14,4,0,1,7,3,18,15,12,8} R2*= { 10,5,19,2,11,16,17,9,6,13} (81,97)= 89+16= 105.0	R1*= { 12,14,4,0,8,1,13,7,16,9} R2*= { 19,5,2,10,11,15,3,18,6,17} (89,89) = 89+0= 89.0

Tabla 3.9: 20 candidatos.

Del análisis de las tablas se puede concluir que el método AS-TS garantiza un resultado de mayor calidad que si se realiza la selección siguiendo estrictamente el orden establecido en los rankings; debido a que permite conformar equipos lo más cercano posible a las preferencias de

cada decisor, lográndose que el nivel de satisfacción para ambos decisores sea similar. Un elemento importante es que mientras mayor sea la cantidad de candidatos, más efectivo se muestra el método propuesto.

3.2. Sistema de Hormigas Max-Min para solucionar la problemática de la conformación de equipos en ambiente competitivo

En este epígrafe, se propone otra propuesta de solución a la problemática en cuestión. Esta propuesta utiliza los modelos Sistema de Hormigas Max-Min (Stützle and Hoos, 2000) y Hormigas Multitipo. El algoritmo que se propone toma como base las componentes del algoritmo AS-TS descrito en el epígrafe 3.1.

Seguidamente se describen las componentes del algoritmo Sistema de Hormigas Max-Min para Selección de Equipos (MMAS-TS, del inglés *Max-Min Ant System to Team Selection*).

Componente del algoritmo MMAS-TS:

Los puntos 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10 y 12 son similares a los enunciados para AS-TS. Se tiene dos tipos de hormigas, hormigas del tipo 1 (h^1) y del tipo 2 (h^2); las hormigas de un mismo tipo cooperan entre sí y entre las hormigas de diferente tipo hay competencia. El grafo sobre el que operan las hormigas está conformado por N nodos, cada nodo representa un candidato. Sobre el grafo operan dos tipos de hormigas (m hormigas de cada tipo), las hormigas del tipo 1 representan al decisor $D1$ y las del tipo 2 al decisor $D2$. Las hormigas trabajan en pareja, cada par tiene una hormiga de cada tipo. En cada iteración las hormigas se distribuyen aleatoriamente siempre y cuando la hormiga del otro tipo que forma su par no esté situada en el mismo nodo.

A cada nodo se asocian dos valores de feromona, uno por cada tipo de hormiga, donde las hormigas del tipo 1 son atraídas por las feromonas del tipo 1 (τ_{ij}^1) y repelidas por las del tipo 2 (τ_{ij}^2); y viceversa para las del tipo 2.

El valor heurístico de cada nodo está determinado por su posición en el ranking y se calcula igual que para el algoritmo AS-TS a partir de las ecuaciones (3.3) y (3.4). El nodo que corresponde al primer candidato del ranking tiene el mayor valor heurístico, mientras que el nodo que corresponde al último elemento del ranking tiene el menor valor.

En MMAS-TS las hormigas se mueven del estado r al s de igual manera que se realiza en AS-TS, esto se define por las expresiones (3.5) y (3.6). La vecindad de una hormiga en un nodo son todos los nodos que no han sido seleccionados todavía ni por ella ni por su hormiga par.

Las hormigas recorren en cada ciclo $N/2$ nodos. Al final de cada ciclo cada pareja de hormigas ha construido un equipo para cada decisor. La calidad de las soluciones alcanzadas por cada par de hormigas se calcula a partir de las expresiones (3.7) y (3.8) definidas en el epígrafe 3.1.

Al finalizar el proceso de búsqueda la mejor solución global será la solución del par de hormigas que ha obtenido desde el inicio de la ejecución el menor valor de la expresión (3.7).

Basándose en el modelo Sistema de Hormigas Max-Min se le hicieron modificaciones a los puntos 5 y 11 del algoritmo AS-TS. Además se adiciona un punto 13, debido a que esta variante de ACO plantea acotar inferior y superiormente los rastros de feromona a partir de una cota mínima ($\tau_{\min}$) y máxima ($\tau_{\max}$) respectivamente; estos valores son calculados dinámicamente por el algoritmo.

A continuación se enuncian estas modificaciones para el algoritmo MMAS-TS.

5. Los valores iniciales de feromonas asociado al enlace entre los nodos i y j para cada tipo de hormiga toman el valor $\tau_{ij}^1(0) = \tau_{ij}^2(0) = \tau_{\max_inicial}$. De esta forma se obtiene una alta exploración del espacio de búsqueda al inicio del algoritmo.

11. Cada vez que se termina un ciclo, o sea, cuando todas las hormigas han recorrido los $N/2$ nodos, se realiza la evaporación de todas las feromonas y luego se deposita nueva feromona. Los valores de feromona son decrementados a partir de la expresión (3.9) definida en el epígrafe 3.1.

Como el modelo que se propone en este epígrafe se basa en el Sistema de Hormigas Max-Min la feromona se deposita en los arcos ij que aparecen en las soluciones encontradas por el mejor par de hormigas en la iteración (mejor solución en la iteración actual) y la mejor solución global (el par de hormigas que ha obtenido la mejor solución desde el inicio de la ejecución hasta el momento). El depósito de feromona se calcula a partir de las ecuaciones (3.10) y (3.11) definidas en el epígrafe 3.1.

13. Los niveles de feromona son acotados cada vez que se termine un ciclo a partir de una cota máxima y mínima, de forma tal que ningún rastro sea menor que una cota mínima $\tau_{\min}$ ni mayor que una cota máxima $\tau_{\max}$. Para esto, si algún rastro de feromona es menor que la cota

mínima será inicializado con el valor $\tau_{\min}$, de la misma manera todos los valores de feromona que superen la cota máxima serán inicializados con el valor $\tau_{\max}$.

Los valores de cota máxima y cota mínima son calculados a partir de las expresiones (3.12) y (3.13) respectivamente (Puris et al., 2010).

$$\tau_{\max} = (1/(1 - \rho)) * (1/\text{Eval}^{\text{mejor_par_global}}) \quad (3.12)$$

$$\tau_{\min} = \tau_{\max} / (10 * N) \quad (3.13)$$

Donde ρ es el valor de la constante de evaporación y $\text{Eval}^{\text{mejor_par_global}}$ representa la calidad de la mejor solución global encontrada por la colonia en todo el proceso de búsqueda, y se calcula a partir de la expresión (3.7). En la expresión (3.13) el valor N representa la cantidad de candidatos.

A partir de estas componentes se define el algoritmo MMAS-TS que se presenta a continuación.

Algoritmo MMAS-TS

Entrada: N (cantidad de candidatos); $R1$ y $R2$ (rankings de preferencias de los decisores $D1$ y $D2$ respectivamente); $N_{\max C}$ (número máximo de ciclos a ejecutar); m (cantidad de hormigas de cada tipo); ρ (constante de evaporación); α , β , θ (exponentes de los términos de la regla probabilística); $\tau_{\max_inicial}$ (cota máxima inicial).

Salida: ordenamientos $R1^*$ y $R2^*$ con $N/2$ candidatos.

P0: Calcular los valores iniciales de la feromona $tij^1(0)$ y $tij^2(0)$ según el punto 5.

Calcular los valores heurísticos η_{ij}^1 y η_{ij}^2 según (3.3) y (3.4).

Iteración $\leftarrow 0$

P1: Repetir

P1.1: Las hormigas se distribuyen sobre el grafo según el punto 4.

P1.2: Para $i=1$ hasta $N/2$ hacer

Para $k=1$ hasta m hacer

Para la hormiga h^{1k} seleccionar el próximo nodo según (3.5).

Para la hormiga h^{2k} seleccionar el próximo nodo según (3.6).

Terminar

Terminar

P1.3: Al finalizar P12 cada par (h^{1k}, h^{2k}) generará una solución donde la hormiga h^{1k} tiene la solución para D1, $s(h^{1k})$ y la hormiga h^{2k} tiene la solución para D2, $s(h^{2k})$.

P1.4: Evaporar las feromonas según (3.9).

P1.5: Depositar nueva feromona según el punto 11.

P1.6: Evaluar las soluciones obtenidas por cada par de hormiga según (3.7) y actualizar los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$ con la mejor solución global obtenida hasta el momento.

P1.7: Acotar los niveles de feromona según 13.

P1.8: Iteración $\leftarrow$ Iteración + 1

Hasta Iteración == NmaxC

P2: Retornar los conjuntos $R1^*$ y $R2^*$.

3.2.1. Estudio experimental

El objetivo de este estudio es verificar la eficacia del algoritmo MMAS-TS con respecto a la del algoritmo AS-TS propuesto en el epígrafe 3.1. Para ellos sea realiza una simulación del proceso de conformación de los equipos para cada decisor utilizando el algoritmo MMAS-TS y los resultados obtenidos se comparan con los resultados alcanzados por el algoritmo AS-TS en el epígrafe 3.3.1.

En el estudio se emplearon los mismos rankings $R1$ y $R2$ (para cada decisor $D1$ y $D2$ respectivamente) que se generaron de forma aleatoria en la experimentación del algoritmo AS-TS, además se consideraron los valores de 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 y 20 para N . De igual manera, se utilizaron los mismos valores para los parámetros de entrada, los resultados que se muestran en las tablas siguientes se obtuvieron con los valores: $\alpha = \beta = \theta = 1$, $\rho = 0.75$, $NmaxC = 10$, $m = N$ y $\tau_{max_inicial} = 0.95$.

En las tablas 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15, 3.16, 3.17 y 3.18 se muestran los resultados alcanzados utilizando el algoritmo MMAS-TS. Cada tabla contiene cuatro filas; la primera columna muestra los rankings $R1$ y $R2$; y en la segunda columna aparecen los resultados que se obtienen luego de aplicar el algoritmo MMAS-TS. Además de los resultados alcanzados por el método, en las tablas se visualizan también las distancias entre los conjuntos obtenidos $R1^*$ y $R2^*$, y los rankings $R1$ y $R2$ respectivamente en cada caso, así como su valor integral de acuerdo a la expresión (3.7).

En **negrita** se señalan los resultados cuya calidad superan a la calidad de los resultados obtenidos por el algoritmo AS-TS, de igual manera se resaltan aquellos resultados donde se obtiene una calidad similar pero los equipos $R1^*$ y $R2^*$ difieren de los obtenidos por AS-TS. La calidad de una solución está dada por la medida en que los equipos conformados se corresponden con los preferidos (según el ranking) por cada decisor; pero además se tiene en cuenta que el nivel de satisfacción de ambos decisores sea similar.

Rankings	Resultados aplicando el algoritmo MMAS-TS
$R1 = \{3,1,2,0\}$ $R2 = \{0,3,1,2\}$	$R1^* = \{2,3\}$ $R2^* = \{1,0\}$ (4,4)= 4+0= 4.0
$R1 = \{3,2,1,0\}$ $R2 = \{0,2,1,3\}$	$R1^* = \{1,3\}$ $R2^* = \{0,2\}$ (4, 3)= 3.5+1= 4.5
$R1 = \{0,2,1,3\}$ $R2 = \{3,1,0,2\}$	$R1^* = \{0,2\}$ $R2^* = \{3,1\}$ (3,3)= 3+0= 3.0
$R1 = \{0,2,3,1\}$ $R2 = \{0,1,2,3\}$	$R1^* = \{3,0\}$ $R2^* = \{1,2\}$ (4,5)= 4.5+1= 5.5

Tabla 3.10: 4 candidatos.

Rankings	Resultados aplicando el algoritmo MMAS-TS
$R1 = \{2,0,1,3,5,4\}$ $R2 = \{3,2,1,5,0,4\}$	$R1^* = \{0,2,4\}$ $R2^* = \{1,5,3\}$ (9,8)= 8.5+1= 9.5
$R1 = \{5,3,1,4,0,2\}$ $R2 = \{0,3,2,5,4,1\}$	$R1^* = \{4,5,1\}$ $R2^* = \{2,3,0\}$ (8,6)= 7+2= 9.0
$R1 = \{2,1,0,4,3,5\}$ $R2 = \{2,0,3,4,1,5\}$	$R1^* = \{1,2,5\}$ $R2^* = \{0,4,3\}$ (9,9)= 9+0= 9.0
$R1 = \{3,1,4,0,5,2\}$ $R2 = \{4,5,0,1,2,3\}$	$R1^* = \{0,3,1\}$ $R2^* = \{5,4,2\}$ (7,8)= 7.5+1= 8.5

Tabla 3.11: 6 candidatos.

Rankings	Resultados aplicando el algoritmo MMAS-TS
$R1 = \{0,1,3,7,5,6,4,2\}$ $R2 = \{0,1,7,5,4,6,3,2\}$	$R1^* = \{4,0,3,6\}$ $R2^* = \{5,7,1,2\}$ (17,17)= 17+0= 17.0
$R1 = \{0,2,7,5,6,3,1,4\}$ $R2 = \{0,2,7,5,6,3,1,4\}$	$R1^* = \{0,2,1,4\}$ $R2^* = \{6,5,7,3\}$ (18,18)= 18+0= 18.0
$R1 = \{7,6,0,1,2,5,4,3\}$ $R2 = \{7,6,2,1,3,5,4,0\}$	$R1^* = \{5,6,1,0\}$ $R2^* = \{7,2,4,3\}$ (15,16)= 15.5+1= 16.5
$R1 = \{0,7,3,2,5,6,4,1\}$ $R2 = \{1,4,6,5,2,3,7,0\}$	$R1^* = \{0,7,3,2\}$ $R2^* = \{5,4,1,6\}$ (10,10)= 10+0= 10.0

Tabla 3.12: 8 candidatos.

Rankings	Resultados aplicando el algoritmo MMAS-TS
R1= {8,2,7,5,4,6,9,0,1,3} R2= {9,8,2,4,6,3,1,0,5,7}	R1*= {0,4,7,5,8} R2*= {6,9,2,3,1} (21,22)= 21.5+1= 22.5
R1= {8,1,4,6,7,0,9,3,2,5} R2= {6,5,8,9,4,1,3,7,0,2}	R1*= {7,1,8,0,3} R2*= {4,6,2,9,5} (22,22)= 22+0= 22.0
R1= {0,1,9,8,5,4,3,7,2,6} R2= {0,1,5,4,8,9,7,3,2,6}	R1*= {1,9,8,3,2} R2*= {5,0,4,7,6} (25,25)= 25+0= 25.0
R1= {9,7,5,4,3,1,0,2,6,8} R2= {9,7,5,4,3,1,0,2,6,8}	R1*= {7,5,2,4,8} R2*= {0,9,1,3,6} (27,28)= 27.5+1=28.5

Tabla 3.13: 10 candidatos.

Rankings	Resultados aplicando el algoritmo MMAS-TS
R1= {11,2,9,1,7,10,8,4,0,5,6,3} R2= {0,9,8,7,1,10,5,11,3,2,6,4}	R1*= {4,9,1,11,6,2} R2*= {10,0,5,7,3,8} (29,30)= 29.5+1= 30.5
R1= {11,10,5,4,3,2,9,8,1,6,7,0} R2= {11,10,4,5,2,3,9,8,6,1,7,0}	R1*= {2,3,5,8,9,1} R2*= {11,10,4,6,7,0} (38,38)= 38+0= 38.0
R1= {9,5,6,3,0,1,10,11,7,4,2,8} R2= {9,5,6,3,11,10,1,0,7,4,2,8}	R1*= {6,9,1,4,0,8} R2*= {7,5,3,10,11,2} (37,37)= 37+0= 37.0
R1= {0,1,4,5,10,11,7,8,3,2,9,6} R2= {0,6,1,9,4,2,5,3,10,8,11,7}	R1*= {11,0,4,10,7,8} R2*= {9,1,5,3,6,2} (30,30)= 30+0= 30.0

Tabla 3.14: 12 candidatos.

Rankings	Resultados aplicando el algoritmo MMAS-TS
R1= {4,13,7,3,10,1,0,12,6,2,11,8,5,9} R2= {8,2,11,3,7,0,1,5,13,6,12,4,10,9}	R1*= {3,13,4,12,9,10,7} R2*= {0,1,5,2,8,6,11} (37,37) = 37+0= 37.0
R1= {12,9,1,0,3,10,2,11,7,6,4,5,13,8} R2= {6,9,0,8,12,5,10,1,2,4,3,7,13,11}	R1*= {10,12,11,1,3,7,2} R2*= {13,4,8,9,0,6,5} (39,39)= 39+0= 39.0
R1= {1,5,13,0,12,10,2,8,6,9,7,4,11,3} R2= {8,6,11,4,12,7,1,13,0,2,10,3,5,9}	R1*= {5,1,13,9,10,0,2} R2*= {11,8,6,3,7,12,4} (33,33)= 33+0= 33.0
R1= {2,12,0,6,4,5,7,13,11,3,10,1,8,9} R2= {9,8,2,7,3,11,10,13,0,1,6,4,5,12}	R1*= {1,4,2,12,0,5,6} R2*= {13,7,8,10,9,11,3} (33,33)= 33+0= 33.0

Tabla 3.15: 14 candidatos.

Rankings	Resultados aplicando el algoritmo MMAS-TS
R1= {3,4,5,6,10,11,12,13,15,2,8,0,1,9,7,14} R2= {3,4,7,6,11,10,12,14,0,1,8,15,2,9,5,13}	R1*= {3,2,10,13,5,15,6,9} R2*= {7,12,0,4,11,14,8,1} (54,55)= 54.5+1= 55.5
R1= {1,2,9,8,3,4,12,15,7,0,6,10,11,5,13,14} R2= {1,9,3,4,15,7,0,12,2,6,8,13,11,10,5,14}	R1*= {14,2,9,1,5,8,12,10} R2*= {4,3,6,0,15,7,13,11} (59,60)= 59.5+1= 60.5
R1= {10,11,0,1,7,3,4,6,12,9,5,8,14,2,15,13} R2= {10,11,1,0,2,7,3,15,4,6,13,12,14,9,5,8}	R1*= {12,0,6,5,7,4,3,9} R2*= {8,10,1,15,11,13,14,2} (59,59)= 59+0= 59.0
R1= {15,12,8,9,0,1,3,7,14,13,2,5,10,6,11,4} R2= {4,11,8,9,0,1,15,12,2,5,10,6,3,14,7,13}	R1*= {3,8,15,12,2,13,14,7} R2*= {0,4,11,6,5,9,10,1} (51,51)= 51+0= 51.0

Tabla 3.16: 16 candidatos.

Rankings	Resultados aplicando el algoritmo MMAS-TS
R1= {17,12,1,15,16,13,9,7,8,2,6,14,3,5,4,10,11,0} R2= {0,12,17,15,16,10,1,6,8,2,14,3,5,4,9,7,13,11}	R1*= {17,7,1,12,9,13,2,4,11} R2*= {15,6,0,10,5,8,16,3,14} (69,69)= 69+0= 69.0
R1= {11,4,9,5,16,7,13,0,1,14,2,12,3,15,8,6,17,10} R2= {1,16,4,0,6,3,2,13,7,15,8,12,9,11,5,17,10,14}	R1*= {13,9,11,7,4,5,14,17,12} R2*= {2,16,1,0,8,3,15,10,6} (62,63)= 62.5+1= 63.5
R1= {14,15,5,3,11,8,1,7,9,10,4,6,13,12,17,0,2,16} R2= {5,13,7,9,15,4,17,16,0,6,1,10,12,8,2,3,11,14}	R1*= {7,3,15,14,11,2,1,8,10} R2*= {9,5,13,4,12,17,6,16,0} (60,60) = 60+0= 60.0
R1= {12,11,16,2,0,17,10,4,6,14,13,3,9,15,7,8,1,5} R2= {9,15,6,1,3,12,8,2,14,7,13,11,5,17,10,16,4,0}	R1*= {12,4,16,17,0,13,14,10,11} R2*= {2,8,3,1,9,15,6,5,7} (53,53)= 53+0= 53.0

Tabla 3.17: 18 candidatos.

Rankings	Resultados aplicando el algoritmo MMAS-TS
R1= {18,17,12,19,1,15,16,13,9,7,8,2,6,14,3,5,4,10,11,0} R2= {0,12,18,17,19,15,16,10,1,6,8,2,14,3,5,4,9,7,13,11}	R1*= {4,18,19,17,13,2,1,9,7,11} R2*= {3,0,12,16,15,8,5,10,14,6} (87,87)= 87+0= 87.0
R1= {5,19,9,8,7,10,14,12,18,4,0,6,11,17,13,3,15,2,1,16} R2= {7,13,12,4,9,1,3,2,15,5,8,18,6,14,19,16,17,11,10,0}	R1*= {0,9,5,19,11,8,17,14,18,10} R2*= {3,13,15,2,7,6,4,1,16,12} (70,69)= 69.5+1= 70.5
R1= {17,19,18,12,1,15,16,13,9,7,8,2,6,14,3,5,4,10,11,0} R2= {0,12,18,17,19,15,16,10,1,6,8,2,14,3,5,4,9,7,13,11}	R1*= {4,19,17,1,18,13,9,7,11,2} R2*= {15,12,10,0,6,8,16,3,14,5} (86,87)= 86.5+1= 87.5
R1= {14,4,0,5,10,1,7,19,3,16,18,15,9,12,2,8,13,6,11,17} R2= {10,5,19,14,0,2,11,1,4,7,3,16,17,18,15,9,6,12,8,13}	R1*= {1,14,12,4,7,3,16,18,8,9} R2*= {6,10,0,19,2,5,17,15,11,13} (89,89) = 89+0= 89.0

Tabla 3.18: 20 candidatos.

Del análisis de las tablas, se puede concluir que el algoritmo MMAS-TS obtiene en la mayoría de los casos de estudio resultados con una calidad similar a la obtenida por AS-TS, no obstante existen casos donde el algoritmo MMAS-TS obtiene mejores resultados que los alcanzados por AS-TS. Es importante aclarar que en todos los casos siempre se obtuvieron resultados de una calidad similar o superior, nunca inferior.

Otro aspecto a considerar es la eficiencia de los dos métodos propuestos, la cual se analiza desde la perspectiva de la complejidad computacional. En (Puris, 2010) se plantea que la complejidad de la estrategia de exploración de la metaheurística ACO es $O(m \cdot N_{\max C} \cdot (N/2)^2)$, donde m es número de hormigas, $N/2$ es la dimensión de la solución (siendo N el número de candidatos) y $N_{\max C}$ es la cantidad de iteraciones. Este análisis es común para los algoritmos AS-TS y MMAS-TS propuestos en este capítulo.

3.3. Conclusiones parciales del capítulo

- Se proponen dos métodos para la conformación de equipos en ambiente competitivo basados en la metaheurística ACO; específicamente en los modelos Sistema de Hormigas y Sistema de Hormigas Max-Min combinados con el enfoque de Hormigas Multitipo.
- El estudio experimental muestra que los métodos AS-TS y MMAS-TS permiten conformar equipos lo más cercano posible a las preferencias de cada decisor, y que esta eficacia es más notable mientras mayor sea la cantidad de candidatos.
- Con los métodos propuestos se obtienen resultados de mayor calidad en la conformación de los equipos que si se sigue ciegamente el orden establecido por cada decisor en sus rankings.
- Los resultados obtenidos por el método MMAS-TS son similares a los obtenidos por AS-TS, no obstante en algunos casos se obtuvieron resultados de mayor calidad a los obtenidos por AS-TS, pero nunca se obtuvieron resultados con una calidad menor.
- El análisis de la complejidad computacional de los métodos AS-TS y MMAS-TS muestra una complejidad menor que la del método (PS-GT) basado en el enfoque de Teoría de Juegos.

CONCLUSIONES

- En esta investigación se formaliza el problema de la conformación de equipos en un marco diferente al clásico, pues el proceso de selección se realiza por dos decisores que seleccionan desde un mismo conjunto de candidatos.
- Como los decisores eligen alternativamente desde un mismo conjunto de candidatos, ellos compiten en el proceso de selección. Se demuestra desde el punto de vista estadístico, que mientras más similares sean los rankings elaborados por los decisores mayor será la diferencia de estos respecto a los equipos finales conformados.
- Una primera alternativa para realizar la selección es que los decisores seleccionen de acuerdo al orden establecido en sus rankings; pero dadas las posibles coincidencias entre estos, los equipos resultantes pueden alejarse del equipo deseado por cada decisor.
- Para atenuar el efecto de la posible incidencia negativa de la selección hecha de un decisor sobre las preferencias del otro; se propone un método de selección basado en el enfoque de la Teoría de Juegos entre dos jugadores con intereses contrarios que alternan sus decisiones con el fin de mejorar el proceso de conformación de equipos en ambiente competitivo.
- Los experimentos realizados muestran que utilizando el enfoque de la Teoría de Juegos los decisores obtienen un resultado de mayor calidad, que cuando se sigue ciegamente el orden establecido por los rankings de preferencias elaborados preliminarmente por estos; y que cuando el número de candidatos crece, el tiempo de cómputo del algoritmo también crece, lo cual recomienda explorar otros métodos de solución para este problema.
- Con el objetivo de atenuar la desventaja del método basado en el enfoque de la Teoría de Juegos cuando la cantidad de candidatos crece. Se desarrollaron dos métodos basados en la metaheurística Optimización basada en Colonias de Hormigas, específicamente basado en los modelos Sistema de Hormigas y Sistema de Hormigas Max-Min, y su hibridación con el enfoque de Hormigas Multitipo.
- El estudio experimental desarrollado muestra que los dos métodos propuestos permiten conformar equipos más cercanos a las preferencias de cada decisor, lográndose un nivel de satisfacción para ambos decisores similar. Esta eficacia es más notable mientras mayor sea la cantidad de candidatos.

RECOMENDACIONES

- Aplicación de los métodos desarrollados en la conformación de equipos para el desarrollo de proyectos de software.
- Análisis de la aplicabilidad de los métodos desarrollados en la solución del: *Stable Marriage Problem*.
- Analizar el empleo de otras técnicas de Teoría de Juegos en la conformación de equipos en ambiente competitivo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACUÑA, S. T. & JURISTO, N. 2004. Assigning people to roles in software projects. *Software: Practice and Experience*, 34, 675-696.
- ADLY, A. & ABD-EL-HAFIZ, S. 2004. Field computation in non-linear magnetic media using particle swarm optimization. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 272, 690-692.
- AFSHARI, A. R., MOJAHED, M., MOHD YUSUFF, R., TANG, S. H. & ISMAIL, M. 2010. Personnel selection using ELECTRE. *Journal of Applied Sciences*, 10, 3068-3075.
- AGUSTÍN-BLAS, L. E., SALCEDO-SANZ, S., ORTIZ-GARCÍA, E. G., PORTILLA-FIGUERAS, A., PÉREZ-BELLIDO, Á. M. & JIMÉNEZ-FERNÁNDEZ, S. 2011. Team formation based on group technology: A hybrid grouping genetic algorithm approach. *Computers & Operations Research*, 38, 484-495.
- AHMED, F., DEB, K. & JINDAL, A. 2013. Multi-objective optimization and decision making approaches to cricket team selection. *Applied Soft Computing*, 13, 402-414.
- AKHLAGHI, E. 2011. A rough-set based approach to design an expert system for personnel selection. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 54, 202-205.
- ALLES, M. A. 2000. *Dirección estratégica de recursos humanos. Gestión por competencias*, Buenos Aires, Ediciones Granica.
- AMPUERO, M. A. & DE LA PEÑA, M. G. B. 2010. Un Sistema de Soporte a la Decisión para la Asignación de Recursos humanos a equipos de proyectos de Software. *Investigación Operacional*, 31, 61-69.
- AMPUERO, M. A., DE LA PEÑA, M. G. B. & CASTILLO, S. T. A. 2012. Identification of Patterns for the Formation of Software Development Projects Teams. *Professional Advancements and Management Trends in the IT Sector*, 177.
- ANDRÉ, M. 2009. Un modelo para la asignación de recursos humanos a equipos de proyectos de software. *Unpublished Tesis de doctorado, ISPJAE, Ciudad de La Habana, Cuba*.
- ANDRÉ, M., BALDOQUÍN, M. G. & ACUÑA, S. T. 2011. Formal model for assigning human resources to teams in software projects. *Information and Software Technology*, 53, 259-275.
- AUMANN, R. J. & HART, S. 1992. *Handbook of game theory with economic applications*, Elsevier.

- BALEŽENTIS, A., BALEŽENTIS, T. & BRAUERS, W. K. 2012. Personnel selection based on computing with words and fuzzy MULTIMOORA. *Expert Systems with applications*, 39, 7961-7967.
- BALICKI, J. 2007. Tabu programming for multiobjective optimization problems. *International Journal of Computer Science and Network Security*, 7, 44-51.
- BALLESTERO, E. & ROMERO, C. 2013. *Multiple criteria decision making and its applications to economic problems*, Springer Science & Business Media.
- BARCOS, L., RODRÍGUEZ, V., ÁLVAREZ, M. J. & ROBUSTÉ, F. 2002. Algoritmo basado en la optimización mediante colonias de hormigas para la resolución del problema del transporte de carga desde varios orígenes a varios destinos. *Santander. España*.
- BARRETO, A., BARROS, M. D. O. & WERNER, C. M. 2008. Staffing a software project: A constraint satisfaction and optimization-based approach. *Computers & Operations Research*, 35, 3073-3089.
- BELLO, R., NOWE, A., GOMEZD, Y. & CABALLERO, Y. 2005. Using ACO and rough set theory to feature selection. *WSEAS Transactions on Information Science and Applications*, 2, 512-517.
- BINMORE, K. 2008. *Teoría de juegos: una breve introducción*, Alianza Editorial.
- BOON, B. H. & SIERKSMA, G. 2003. Team formation: Matching quality supply and quality demand. *European Journal of Operational Research*, 148, 277-292.
- BORAN, F. E., GENÇ, S. & AKAY, D. 2011. Personnel selection based on intuitionistic fuzzy sets. *Human Factors and Ergonomics in Manufacturing & Service Industries*, 21, 493-503.
- BORMAN, W. C., HANSON, M. A. & HEDGE, J. W. 1997. Personnel selection. *Annual review of psychology*, 48, 299-337.
- BRANS, J.-P., VINCKE, P. & MARESCHAL, B. 1986. How to select and how to rank projects: The PROMETHEE method. *European Journal of Operational Research*, 24, 228-238.
- BRAUERS, W. K. M. & ZAVADSKAS, E. K. 2006. The MOORA method and its application to privatization in a transition economy. *Control and Cybernetics*, 35, 445.
- BULLNHEIMER, B., HARTL, R. F. & STRAUSS, C. 1997. A new rank based version of the Ant System. A computational study.

- BULLNHEIMER, B., HARTL, R. F. & STRAUSS, C. 1999. An improved ant System algorithm for the vehicle Routing Problem. *Annals of operations research*, 89, 319-328.
- BÜYÜKÖZKAN, G., ARSENYAN, J. & RUAN, D. 2012. Logistics tool selection with two-phase fuzzy multi criteria decision making: A case study for personal digital assistant selection. *Expert Systems with applications*, 39, 142-153.
- CABALLERO, A., GENTO, A. & REDONDO, A. Year. Selección de personal utilizando lógica borrosa. In: IX Congreso de Ingeniería de Organización. Gijón, España, 2005.
- CANÓS, L. 2005. Gestión de recursos humanos basada en la lógica borrosa. *Rect@: Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA*, 29-60.
- CANÓS, L., CASASÚS, T., CRESPO, E., LARA, T. & PÉREZ, J. C. 2011. Personnel selection based on fuzzy methods. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, 18, 177-192.
- CANÓS, L., CASASÚS, T., LIERN, V. & PÉREZ, J. C. 2014. Soft Computing Methods for Personnel Selection Based on the Valuation of Competences. *International Journal of Intelligent Systems*, 29, 1079-1099.
- CANÓS, L. & LIERN, V. 2008. Soft computing-based aggregation methods for human resource management. *European Journal of Operational Research*, 189, 669-681.
- CASILLAS, J., CORDÓN, O. & HERRERA, F. Year. Learning fuzzy rules using ant colony optimization algorithms. In: Abstract proceedings of ANTS2000-From Ant Colonies to Artificial Ants: A Series of International Workshops on Ant Algorithms, 2000. 13-21.
- CASTILLO, L. & DORAO, C. 2013. Decision-making in the oil and gas projects based on game theory: Conceptual process design. *Energy Conversion and Management*, 66, 48-55.
- CHAN, J. W. & TONG, T. K. 2007. Multi-criteria material selections and end-of-life product strategy: Grey relational analysis approach. *Materials & Design*, 28, 1539-1546.
- CHEN, C.-T., HWANG, Y.-C. & HUNG, W.-Z. Year. Applying multiple linguistic PROMETHEE method for personnel evaluation and selection. In: Industrial Engineering and Engineering Management, 2009. IEEM 2009. IEEE International Conference on, 2009. IEEE, 1312-1316.

- CHEN, S.-J. G. & LIN, L. 2004. Modeling team member characteristics for the formation of a multifunctional team in concurrent engineering. *Engineering Management, IEEE Transactions on*, 51, 111-124.
- CHIAVENATO, I. 1988. *Administración de recursos humanos*, México, Mac Graw-Hill.
- CHIEN, C.-F. & CHEN, L.-F. 2008. Data mining to improve personnel selection and enhance human capital: A case study in high-technology industry. *Expert Systems with applications*, 34, 280-290.
- CORDON, O., DE VIANA, I. F., HERRERA, F. & MORENO, L. 2000. A new ACO model integrating evolutionary computation concepts: The best-worst Ant System.
- DADELO, S., TURSKIS, Z., ZAVADSKAS, E. K. & DADELIENE, R. 2014. Multi-criteria assessment and ranking system of sport team formation based on objective-measured values of criteria set. *Expert Systems with applications*, 41, 6106-6113.
- DAĞDEVIREN, M. 2010. A hybrid multi-criteria decision-making model for personnel selection in manufacturing systems. *Journal of Intelligent manufacturing*, 21, 451-460.
- DAVIS, M. D. 1998. *Introducción a la Teoría de Juegos*, Alianza Editorial.
- DEMIREL, N. Ç. & TOKSARI, M. D. 2006. Optimization of the quadratic assignment problem using an ant colony algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, 183, 427-435.
- DERELI, T., BAYKASOĞLU, A. & DAŞ, G. S. 2007. Fuzzy quality-team formation for value added auditing: A case study. *Journal of Engineering and Technology Management*, 24, 366-394.
- DÍAZ, R. 2001. Estudio de la capacidad del algoritmo Escalador de Colinas Estocástico para enfrentar problemas multiobjetivo. *Master en Informática Aplicada, Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría", Ciudad de la Habana*.
- DORIGO, M. 2001. Ant algorithms solve difficult optimization problems. *Advances in Artificial Life*. Springer.
- DORIGO, M., BIRATTARI, M. & STÜTZLE, T. 2006. Ant colony optimization. *Computational Intelligence Magazine, IEEE*, 1, 28-39.
- DORIGO, M., BONABEAU, E. & THERAULAZ, G. 2000. Ant algorithms and stigmergy. *Future Generation Computer Systems*, 16, 851-871.

- DORIGO, M. & DI CARO, G. Year. Ant colony optimization: a new meta-heuristic, Evolutionary Computation. In: CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on, 1999.
- DORIGO, M., DI CARO, G. & GAMBARDELLA, L. M. 1999. Ant algorithms for discrete optimization. *Artificial life*, 5, 137-172.
- DORIGO, M. & GAMBARDELLA, L. M. 1997. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 1, 53-66.
- DORIGO, M., MANIEZZO, V. & COLORNI, A. 1996. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, 26, 29-41.
- DORIGO, M. & STÜTZLE, T. 2003. The ant colony optimization metaheuristic: Algorithms, applications, and advances. *Handbook of metaheuristics*. Springer.
- DORIGO, M. & STÜTZLE, T. 2004. *Ant Colony Optimization*, Cambridge, MA: MIT Press.
- DURMUSOGLU, M. B. & KULAK, O. 2008. A methodology for the design of office cells using axiomatic design principles. *Omega*, 36, 633-652.
- DURSUN, M. & KARSAK, E. E. 2010. A fuzzy MCDM approach for personnel selection. *Expert Systems with applications*, 37, 4324-4330.
- EBERHART, R. C. & KENNEDY, J. Year. A new optimizer using particle swarm theory. In: Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science, 1995. New York, NY, 39-43.
- EL-SANTAWY, M. F. & EL-DEAN, R. A. Z. 2012. On using VIKOR for ranking personnel problem. *Life Science Journal*, 9, 1534-1536.
- FENG, B., JIANG, Z.-Z., FAN, Z.-P. & FU, N. 2010. A method for member selection of cross-functional teams using the individual and collaborative performances. *European Journal of Operational Research*, 203, 652-661.
- FERNÁNDEZ-RÍOS, M. 1999. *Diccionario de recursos humanos: organización y dirección*.
- FERNÁNDEZ, I. & BAEZA, R. 2011. Aplicación del modelo de competencias: experiencias en algunas empresas chilenas. *Psyke*, 11.

- FERNÁNDEZ, M. R., GONZÁLEZ, E. L. & CUERVO, C. M. 1996. La selección del personal con un algoritmo genético borroso. *Investigaciones europeas de dirección y economía de la empresa*, 2, 61-76.
- FONTANINI, W. & FERREIRA, P. 2014. A game-theoretic approach for the web services scheduling problem. *Expert Systems with applications*, 41, 4743-4751.
- FUNGE, J. & MILLINGTON, I. 2009. *Artificial Intelligence for Games*, Elsevier Science & Technology.
- GAMBARDELLA, L. M. & DORIGO, M. 2000. An ant colony system hybridized with a new local search for the sequential ordering problem. *INFORMS Journal on Computing*, 12, 237-255.
- GARCÍA, B. M. & COELLO, C. A. C. 2002. An approach based on the use of the ant system to design combinational logic circuits. *Mathware & soft computing*, 9, 235-250.
- GARCÍA, M., HIERRO, E. & JIMÉNEZ, J. 2001. Selección de Personal-Sistema Integrado. *Madrid: Editorial ESIC*.
- GIBBONS, R. 1993. *Un primer curso de Teoría de Juegos*, Antoni Bosch Editor.
- GLOVER, F. 1989. Tabu search-part I. *ORSA Journal on computing*, 1, 190-206.
- GOLDBERG, D. E. 1989. Genetic algorithms in search and machine learning. *Reading, Addison Wesley*.
- GOLEC, A. & KAHYA, E. 2007. A fuzzy model for competency-based employee evaluation and selection. *Computers & Industrial Engineering*, 52, 143-161.
- GRONAU, N., FRÖMING, J., SCHMID, S. & RÜSSBÜLDT, U. 2007. Approach for requirement oriented team building in industrial processes. *Computers in Industry*, 58, 179-187.
- GÜNGÖR, Z., SERHADLİOĞLU, G. & KESEN, S. E. 2009. A fuzzy AHP approach to personnel selection problem. *Applied Soft Computing*, 9, 641-646.
- HAIDINE, A. & LEHNERT, R. 2008. Multi-case multi-objective simulated annealing (mc-mosa): New approach to adapt simulated annealing to multi-objective optimization. *International Journal of Information Technology*, 4, 9.
- HART, S. 1992. Games in extensive and strategic forms. *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 1, 19-40.

- HAYANO, M., HAMADA, D. & SUGAWARA, T. 2014. Role and member selection in team formation using resource estimation for large-scale multi-agent systems. *Neurocomputing*, 146, 164-172.
- HERRERA, F., ALONSO, S., CHICLANA, F. & HERRERA-VIDEIRA, E. 2009. Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 8, 337-364.
- HERRERA, F. & MARTÍNEZ, L. 2000. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 8, 746-752.
- HOOPER, R. S., GALVIN, T. P., KILMER, R. A. & LIEBOWITZ, J. 1998. Use of an expert system in a personnel selection process. *Expert Systems with applications*, 14, 425-432.
- HOUGH, L. M. & OSWALD, F. L. 2000. Personnel selection: Looking toward the future-- Remembering the past. *Annual review of psychology*, 51, 631-664.
- HUANG, D. K., CHIU, H. N., YEH, R. H. & CHANG, J. H. 2009. A fuzzy multi-criteria decision making approach for solving a bi-objective personnel assignment problem. *Computers & Industrial Engineering*, 56, 1-10.
- INFANTE, A. L., ANDRÉ, M., SUÁREZ, A. R. & RAMPERSAUD, L. 2014. Conformación de equipos de proyectos de software aplicando algoritmos metaheurísticos de trayectoria multiobjetivo. *Inteligencia artificial: Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 17, 1-16.
- KABAK, M., BURMAOĞLU, S. & KAZANÇOĞLU, Y. 2012. A fuzzy hybrid MCDM approach for professional selection. *Expert Systems with applications*, 39, 3516-3525.
- KANGAS, A., KANGAS, J. & PYKÄLÄINEN, J. 2001. Outranking methods as tools in strategic natural resources planning. *Silva Fennica*, 35, 215-227.
- KARABOGA, D. 2005. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization. Technical report-tr06, Erciyes university, engineering faculty, computer engineering department.
- KARABOGA, D. 2010. Artificial bee colony algorithm. *scholarpedia*, 5, 6915.
- KARMPERIS, A. C., ARAVOSSIS, K., TATSIPOULOS, I. P. & SOTIRCHOS, A. 2013. Decision support models for solid waste management: Review and game-theoretic approaches. *Waste management*, 33, 1290-1301.

- KELEMENIS, A. & ASKOUNIS, D. 2010. A new TOPSIS-based multi-criteria approach to personnel selection. *Expert Systems with applications*, 37, 4999-5008.
- KELEMENIS, A. M. & ASKOUNIS, D. T. Year. An extension of fuzzy TOPSIS for personnel selection. In: Systems, Man and Cybernetics, 2009. SMC 2009. IEEE International Conference on, 2009. IEEE, 4704-4709.
- KIRKPATRICK, S. & VECCHI, M. P. 1983. Optimization by simulated annealing. *science*, 220, 671-680.
- KROHLING, R. A. & CAMPANHARO, V. C. 2011. Fuzzy TOPSIS for group decision making: A case study for accidents with oil spill in the sea. *Expert Systems with applications*, 38, 4190-4197.
- KRUSE, R., GEBHARDT, J. E. & KLOWON, F. 1994. *Foundations of fuzzy systems*, John Wiley & Sons, Inc.
- KULIK, C. T., ROBERSON, L. & PERRY, E. L. 2007. The multiple-category problem: Category activation and inhibition in the hiring process. *Academy of Management Review*, 32, 529-548.
- LIAO, S.-K. & CHANG, K.-L. 2009. Selecting public relations personnel of hospitals by analytic network process. *Journal of hospital marketing & public relations*, 19, 52-63.
- LÓPEZ, M. J. N. 1999. *La selección de personal: guía práctica para directivos y mandos de las empresas*, FC Editorial.
- LUGER, G. F. 2005. *Artificial intelligence: structures and strategies for complex problem solving*, Pearson education.
- MADANI, K. & LUND, J. R. 2011. A Monte-Carlo game theoretic approach for multi-criteria decision making under uncertainty. *Advances in water resources*, 34, 607-616.
- MARQUES-SILVA, J. P. & SAKALLAH, K. A. 1999. GRASP: A search algorithm for propositional satisfiability. *Computers, IEEE Transactions on*, 48, 506-521.
- MERIGÓ, J. M. & GIL-LAFUENTE, A. M. 2011. Decision-making in sport management based on the OWA operator. *Expert Systems with applications*, 38, 10408-10413.
- MERTENS, L. 1998. *La gestión por competencia laboral en la empresa y la formación profesional*, Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

- MOHAMED, F. & AHMED, A. 2013. Personnel Training Selection Problem Based on SDV-MOORA. *Life Science Journal*, 10.
- NOWÉ, A., VERBEECK, K. & VRANCX, P. 2004. Multi-type ant colony: The edge disjoint paths problem. *Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence*. Springer.
- ODERANTI, F. O. & DE WILDE, P. 2010. Dynamics of business games with management of fuzzy rules for decision making. *International Journal of Production Economics*, 128, 96-109.
- OPRICOVIC, S. 1998. Multicriteria optimization of civil engineering systems. *Faculty of Civil Engineering, Belgrade*, 2, 5-21.
- OTERO, L. D., CENTENO, G., RUIZ-TORRES, A. J. & OTERO, C. E. 2009. A systematic approach for resource allocation in software projects. *Computers & Industrial Engineering*, 56, 1333-1339.
- ÖZDEMİR, A. 2013. A two-phase multi criteria dynamic programming approach for personnel selection process. *Problems and Perspectives in Management* 11, 98-108.
- PARPINELLI, R. S., LOPES, H. S. & FREITAS, A. A. Year. An ant colony based system for data mining: applications to medical data. In: Proceedings of the genetic and evolutionary computation conference (GECCO-2001), 2001. Citeseer, 791-797.
- PARPINELLI, R. S., LOPES, H. S. & FREITAS, A. A. 2002. Data mining with an ant colony optimization algorithm. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 6, 321-332.
- PARSONS, S. 2005. *Ant Colony Optimization by Marco Dorigo and Thomas Stützle*, Cambridge Univ Press, MIT Press.
- PAWLAK, Z. 1982. Rough sets. *International Journal of Computer & Information Sciences*, 11, 341-356.
- PELL, A. R. 1996. *¡Administre su personal fácil!*, México, Prentice-Hall Hispanoamericana.
- PEÑA, Y. R., HERNÁNDEZ, P. N. & OCHOA, Y. F. 2015. La optimización evolutiva multi objetivo en la confección de equipos de desarrollo de software: una forma de lograr la calidad en el producto final. *Enfoque UTE*, 6, pp. 35-44.
- PEREZ, L. A., MARTINEZ, E. Y. V. & MARTINEZ, J. H. Year. A new fuzzy topsis approach to personnel selection with veto threshold and majority voting rule. In: Artificial Intelligence (MICAI), 2012 11th Mexican International Conference on, 2012. IEEE, 105-110.

- PITAKASO, R., ALMEDER, C., DOERNER, K. F. & HARTL, R. F. 2007. A MAX-MIN ant system for unconstrained multi-level lot-sizing problems. *Computers & Operations Research*, 34, 2533-2552.
- POLYCHRONIOU, P. V. & GIANNIKOS, I. 2009. A fuzzy multicriteria decision-making methodology for selection of human resources in a Greek private bank. *Career Development International*, 14, 372-387.
- PURIS, A. 2010. *Desarrollo de metaheurísticas poblacionales para la solución de problemas complejos*. Ph. D. Dissertation, Universidad Central de Las Villas, Santa Clara, Cuba.
- PURIS, A. & BELLO, R. Year. Optimización basada en Mallas Dinámicas. Su aplicación en la solución de problemas de optimización continuos. In: VI Congreso Español Sobre Metaheurísticas, Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados (MAEB'09), 2009. 441-448.
- PURIS, A., BELLO, R. & HERRERA, F. 2010. Analysis of the efficacy of a Two-Stage methodology for ant colony optimization: Case of study with TSP and QAP. *Expert Systems with applications*, 37, 5443-5453.
- RASMUSSEN, S., RAVEN, M. J., KEATING, G. N. & BEDAU, M. A. 2003. Collective intelligence of the artificial life community on its own successes, failures, and future. *Artificial life*, 9, 207-235.
- RICH, E. & KNIGHT, K. 1994. *Inteligencia Artificial Segunda edición* McGraw-Hill.
- ROBERTSON, I. T. & SMITH, M. 2001. Personnel selection. *Journal of occupational and Organizational psychology*, 74, 441-472.
- RODRÍGUEZ BELLO, S. 2008. Toma de decisión multi-criteria con AHP, ANP y Lógica Difusa. *Maestría en Ingeniería de Sistemas y Computación*. Universidad Nacional de Colombia.
- ROY, B. 1968. Classement et choix en présence de points de vue multiples. *Revue française d'automatique, d'informatique et de recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle*, 2, 57-75.
- ROY, B. 1990. Decision-aid and decision-making. *European Journal of Operational Research*, 45, 324-331.
- ROY, B. 1996. Multicriteria methodology for decision aiding, volume 12 of nonconvex optimization and its applications. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- RUSSELL, S. J. & NORVIG, P. 1996. *Inteligencia Artificial: un enfoque moderno*.

- SAATY, T. L. 1980. *The Analytic Hierarchy Process*, New York, McGraw-Hill.
- SAATY, T. L. 2001. Decision making with dependence and feedback: The analytic network process. Pittsburgh. *RWS Publications*, 7, 557-570.
- SARKIS, J. & SEOL, I. 2006. An Analytic Network Process Model for Internal Auditor Selection. *Applications of Management Science: In Productivity, Finance, and Operations*, 12, 215.
- SHIPLEY, M. F. & JOHNSON, M. 2009. A fuzzy approach for selecting project membership to achieve cognitive style goals. *European Journal of Operational Research*, 192, 918-928.
- SIKULA, A. F. 1991. *Administración de recursos humanos en empresas*, México, Editorial Limusa.
- SILVA, D. A., RICARDO, M. & RAMALHO, G. L. Year. Ant system for the set covering problem. In: Systems, Man, and Cybernetics, 2001 IEEE International Conference on, 2001. IEEE, 3129-3133.
- STRNAD, D. & GUID, N. 2010. A fuzzy-genetic decision support system for project team formation. *Applied Soft Computing*, 10, 1178-1187.
- STÜTZLE, T. & DORIGO, M. 1999. ACO algorithms for the quadratic assignment problem. *New ideas in optimization*, 33-50.
- STÜTZLE, T. & HOOS, H. H. 2000. MAX-MIN ant system. *Future Generation Computer Systems*, 16, 889-914.
- SUMAN, B. & KUMAR, P. 2006. A survey of simulated annealing as a tool for single and multiobjective optimization. *Journal of the operational research society*, 1143-1160.
- TAVANA, M., AZIZI, F., AZIZI, F. & BEHZADIAN, M. 2013. A fuzzy inference system with application to player selection and team formation in multi-player sports. *Sport Management Review*, 16, 97-110.
- VALLE CABRERA, R. 1995. La gestión estratégica de los recursos humanos. *Wilmington: Addison-Wesley Iberoamericana*.
- VAN DER ZWAAN, S. & MARQUES, C. Year. Ant colony optimisation for job shop scheduling. In: Proceedings of the '99 Workshop on Genetic Algorithms and Artificial Life GAAL'99, 1999.

- VAN DYKE PARUNAK, H. & BRUECKNER, S. Year. Ant-like missionaries and cannibals: synthetic pheromones for distributed motion control. *In: Proceedings of the fourth international conference on Autonomous agents*, 2000. ACM, 467-474.
- VAN DYKE PARUNAK, H., BRUECKNER, S. & SAUTER, J. Year. Digital pheromone mechanisms for coordination of unmanned vehicles. *In: Proceedings of the first international joint conference on Autonomous agents and multiagent systems: part 1*, 2002. ACM, 449-450.
- VON NEUMANN, J. & MORGENSTERN, O. 2007. *Theory of games and economic behavior*, Princeton university press.
- VRANCX, P. 2004. *Multi-type Ant System: The introduction of competition to Ant algorithms*. Doctoral dissertation.
- VRANCX, P., NOWÉ, A. & STEENHAUT, K. 2006. Multi-type ACO for light path protection. *Learning and Adaption in Multi-Agent Systems*. Springer.
- WANG, D. Year. Extension of TOPSIS method for R&D personnel selection problem with interval grey number. *In: Management and Service Science*, 2009. MASS'09. International Conference on, 2009. IEEE, 1-4.
- WANG, J. & ZHANG, J. 2015. A win-win team formation problem based on the negotiation. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 44, 137-152.
- WAYNE, M. R. & ROBERT, N. M. 1997. Administración de Recursos Humanos. Sexta edición Prentice-Hall Hispanoamericana. México DF.
- WI, H., OH, S., MUN, J. & JUNG, M. 2009. A team formation model based on knowledge and collaboration. *Expert Systems with applications*, 36, 9121-9134.
- YAMADA, T. & NAKANO, R. Year. A Genetic Algorithm Applicable to Large-Scale Job-Shop Problems. *In: PPSN*, 1992. 283-292.
- YANG, M., KHAN, F. I., SADIQ, R. & AMYOTTE, P. 2013. A rough set-based game theoretical approach for environmental decision-making: A case of offshore oil and gas operations. *Process Safety and Environmental Protection*, 91, 172-182.
- YANG, W.-E. & WANG, J.-Q. 2013. Vague linguistic matrix game approach for multi-criteria decision making with uncertain weights. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 25, 315-324.

- YOON, K. 1980. *Systems selection by multiple attribute decision making*, University Microfilms.
- ZADEH, L. A. 1994. Soft computing and fuzzy logic. *IEEE software*, 11, 48.
- ZADEH, L. A. 1996. *Fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy systems: selected papers by Lotfi A Zadeh*, World Scientific.
- ZHANG, S.-F. & LIU, S.-Y. 2011. A GRA-based intuitionistic fuzzy multi-criteria group decision making method for personnel selection. *Expert Systems with applications*, 38, 11401-11405.
- ZZKARIAN, A. & KUSIAK, A. 1999. Forming teams: an analytical approach. *IIE transactions*, 31, 85-97.