

**Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Sede “Félix Varela Morales”
Facultad de Educación Media
Departamento de Ciencias Exactas
Carrera de Licenciatura en Educación Matemática-Física
Villa Clara**



Trabajo de Diploma

**Ejercicios para el desarrollo de habilidades en el trabajo con
números racionales**

Autor: Josseph Manuel Abreu Marrero.

Tutora: Lic. Milagros Rodríguez Moya.

**Año 58 de la Revolución
Santa Clara
2016**

Dedicatoria

A todos los profesores de la carrera Licenciatura en Educación Matemática-Física de la Sede "Félix Varela Morales".

A mis amistades, por ocupar parte de su tiempo y por su inestimable hospitalidad, por su apoyo y por sus acertadas sugerencias.

A los profesores de Matemática del Centro Mixto "Antonio Díaz Santana".

Resumen

El cálculo con números racionales, se comienza, se consolida y profundiza en la Educación Media Básica, sentando las bases para la comprensión de futuros contenidos. A partir del análisis del banco de problemas del Centro Mixto "Antonio Díaz Santana" se detectaron carencias en los estudiantes del octavo¹ con respecto al trabajo con los números racionales, dando lugar al siguiente problema científico ¿Cómo contribuir a desarrollar habilidades en el trabajo con números racionales en estudiantes del octavo¹ del Centro Mixto "Antonio Díaz Santana"? Para dar respuesta a esta interrogante se presenta una propuesta de ejercicios para el desarrollo de habilidades en el trabajo con números racionales en los estudiantes de octavo¹ del Centro Mixto "Antonio Díaz Santana", teniendo en cuenta los diferentes niveles de desempeño por los que debe transitar el estudiante. Se utilizan métodos del nivel teórico, del nivel empírico y del nivel matemático. La propuesta fue valorada satisfactoriamente por los evaluadores externos. Luego de aplicar la propuesta se pudo constatar que la mayoría de los estudiantes lograron erradicar las deficiencias detectadas en el diagnóstico inicial por lo que se puede decir que se cumplió el objetivo planteado.

Summary

The calculation with rational numbers, you begins, he/she consolidates and it deepens in the Basic Half Education, sitting down the bases for the understanding of contained futures. Starting from the analysis of the bank of problems of the Mixed Center Antonio Díaz Santana" se detected lacks in the students of the octavo¹ with regard to the work with the rational numbers, giving place to the following scientific problem How to contribute to develop abilities in the work with rational numbers in students of the octavo¹ of the Mixed Center Antonio Díaz Santana"? To give answer to this query a proposal of exercises it is presented for the development of abilities in the work with rational numbers in the students of octavo¹ of the Mixed Center Antonio Díaz Santana", keeping in mind the different acting levels for those that the student should traffic. Methods of the theoretical level are used, of the empiric level and of the mathematical level. The proposal was valued satisfactorily by the external appraisers. After applying the proposal you could verify that most of the students were able to eradicate the deficiencies detected in the initial diagnosis by what one can say that the outlined objective was completed.

Índice

Contenido	Pág
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I Fundamentos teóricos-metodológicos que sustentan el trabajo con números racionales en el octavo grado	
1.1 El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.....	8
1.2 El trabajo con números racionales	10
1.3 Desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios con números racionales.....	12
1.3.1 El desarrollo de habilidades en el trabajo con números racionales.....	15
CAPÍTULO II Fundamentación y presentación de la propuesta.	
2.1 Determinación del estado actual que presentan los estudiantes del octavo ¹ en cuanto al trabajo con números racionales.....	19
2.2 Fundamentación y presentación de la propuesta de ejercicios.....	21
2.2.1 Propuesta de ejercicios para el trabajo con números racionales en el octavo ¹	24
2.3 Valoración de la propuesta de ejercicios para el trabajo con números racionales en el octavo ¹ por el criterio de especialistas.....	29
2.4 Validación de la propuesta. Resultados alcanzados.....	29
Conclusiones.....	32
Recomendaciones.....	33
Referencias Bibliográficas	
Bibliografía	
Anexos	

Introducción

La formación de las nuevas generaciones con una personalidad armónica y capacitada para enfrentar las complejas tareas de la construcción de una sociedad mejor, en medio de todos los problemas que aquejan hoy al mundo, requiere del perfeccionamiento continuo del sistema educativo, por lo que la actividad científico-metodológica ocupa un lugar trascendental dentro de la labor del maestro la cual tiene su punto de partida en el análisis de los problemas que existen en su práctica, la búsqueda de sus causas y la propuesta de soluciones con vista a la formación y desarrollo de sus alumnos.

Las nuevas generaciones necesitan de una enseñanza más eficaz y actualizada para cumplir el objetivo fundamental del sistema educativo: crear un hombre integral, multifacético y desarrollado que pueda desempeñarse socialmente en cualquier lugar.

La escuela, institución designada por la sociedad para cumplir la misión educativa, debe preparar a los alumnos para incorporarse, en el futuro, a la vida laboral, de manera que pueda resolver problemas de forma independiente, a la vez que los desarrolle de manera general, intelectual, física, etc.

En la actualidad la Secundaria Básica se enfrenta a cambios radicales en su modelo educativo, en el contexto histórico social actual del perfeccionamiento del socialismo cubano, para el logro de una cultura general integral, esto responde a una estrategia ideológica planteada por el Compañero Fidel Castro Ruz en la apertura del curso escolar 2002 - 2003, el 16 de Septiembre del 2002 cuando expresó:

“(...) Hoy se trata de perfeccionar la obra realizada, partiendo de ideas y conceptos enteramente nuevos. Hoy buscamos lo que a nuestro juicio debe ser y será un sistema educacional que se corresponda cada vez más con la igualdad, la justicia plena, la autoestima y las necesidades morales y sociales de los ciudadanos en el modelo de sociedad que el pueblo de Cuba se ha propuesto crear”. (2) Periódico Granma. _ 16 de septiembre. _p 2

La enseñanza de la Matemática tiene un papel importante en la formación multilateral de los alumnos y resulta sin lugar a dudas un presupuesto irrevocable. Ella juega un papel esencial en el desarrollo del pensamiento lógico y en la interpretación del mundo que nos rodea mediante un aprendizaje significativo de sus contenidos básicos. En especial, el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios con números racionales es una vía de acceso al desarrollo de este pensamiento formal y de distintas formas de pensamiento.

Este presupuesto tiene su expresión en el fin de la escuela secundaria básica cubana actual, establecido por el Ministerio de Educación en el Proyecto de escuela secundaria básica, el cual se concreta en:

“...la formación integral básica del adolescente cubano, que promueve una cultura general e integral, que le permite estar plenamente identificado con su nacionalidad, conocer y entender su pasado, enfrentar su vida presente y su preparación futura, adoptando conscientemente una opción de vida socialista, que garantice la defensa de las conquistas sociales alcanzadas y la continuidad de la obra de la Revolución, expresado en sus formas de sentir, de pensar y de actuar.”¹

En correspondencia con este propósito, una de las tendencias en la modernización de la clase en la actualidad, lo constituye la utilización de los más variados recursos didácticos que vinculen y preparen al alumno desde y para la vida, lo que contribuye además, a resolver las contradicciones entre el volumen siempre creciente de información que se les debe transmitir y el constante tiempo escolar para su educación.

En este contexto, a partir del curso 1999-2000 se insertan en el escenario de las secundarias básicas en Cuba, transformaciones educativas enmarcadas en un proceso formativo que perfecciona el sistema de objetivos, el sistema de conocimientos y los resultados que se deben alcanzar.

La enseñanza de la Matemática en el nivel medio constituye una prioridad que presupone, conforme al programa de Matemática para las secundarias básicas del curso 2014-2015:

“.....la resolución de problemas en el que se presenten situaciones de carácter político-ideológico, científico-ambiental relacionados con el entorno natural y social en que se desarrolla el alumno, el país y el mundo a partir de la recopilación y análisis de la información...”

Esto significa que la actividad docente se debe desarrollar a partir de problemas extraídos de situaciones prácticas y que en el contexto cubano no pueden ser de otro tipo que los referidos anteriormente; donde el alumno debe jugar un papel protagónico.

Dentro de las habilidades que se incorporan al proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática ocupa un lugar importante, construir un nuevo dominio, el de los números racionales. Este dominio constituye sin dudas un eslabón fundamental en el proceso formativo de los escolares, donde se pretende ampliar el trabajo con los números naturales. Lo anterior posibilita elevar a planos superiores el cumplimiento de los objetivos y funciones que tiene la Matemática en el currículo escolar.

Los estudiantes deben ser capaces de:

1. Recopilar, organizar, representar, interpretar y valorar datos, de carácter económico, político y social, nacional o internacional, dados o descritos por los estudiantes a través de tablas, gráficos o medidas de tendencia central, a través de la aplicación de conceptos básicos de la estadística descriptiva, de conocimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y sobre magnitudes, de modo que puedan realizar descripciones y valoraciones sobre situaciones de su contexto natural y social, en vínculo con otras asignaturas.
2. Realizar estimaciones y compararlas con los cálculos correspondientes en distintas situaciones, utilizando las operaciones básicas con números racionales en sus diferentes representaciones y sus propiedades, aplicando el Sistema Internacional de unidades y sus conversiones hacia otras unidades de uso común.
3. Argumentar las relaciones entre los dominios numéricos y sus limitaciones, las propiedades de los números naturales, fraccionarios, enteros, racionales y reales, del orden y las operaciones con ellos,

haciendo una adecuada utilización de la terminología y simbología matemática y de la lengua materna.

4. Formular y resolver problemas intra- y extramatemáticos, relacionados con la vida económica y social del país y con los contenidos de otras asignaturas, aplicando de forma integradora los conocimientos y habilidades sobre el orden de los números reales, las operaciones con números racionales.

En la bibliografía actualizada y consultada sobre el tema no aparecieron suficientes evidencias de estudios desarrollados, que puedan ser utilizados por los educadores, al menos en Cuba, como referente para la lógica derivación y recreación en situaciones concretas y específicas.

Como parte de la etapa exploratoria de la investigación, se realizó un estudio al inicio del curso 2014-2015 en estudiantes del octavo 1 del Centro Mixto “Antonio Díaz Santana”, referido a la habilidad de trabajar con números racionales. La exploración incluyó el análisis de los resultados del diagnóstico inicial y de las evaluaciones sistemáticas orales y escritas. Como resultado, se constató como regularidad, que las habilidades para trabajar con los números racionales no están suficientemente formadas.

Una de las causas de esta situación fue la inestabilidad de los profesores de Matemática durante el séptimo grado de estos alumnos, lo que imposibilitó la adecuada asimilación de los contenidos y el desarrollo de las habilidades previstas, en particular las referidas al dominio de los números fraccionarios.

La situación descrita anteriormente apunta hacia la necesidad del mejoramiento del desempeño de los estudiantes en el dominio de los números racionales en el contexto del octavo1 del Centro Mixto “Antonio Díaz Santana”, por tanto, permite plantear como **problema científico**:

¿Cómo contribuir al desarrollo de habilidades en el trabajo con números racionales en estudiantes del octavo1del Centro Mixto” Antonio Díaz Santana”?

Estas consideraciones llevan a situar como **objeto de investigación**:

El proceso de enseñanza- aprendizaje de la Matemática en la Educación Media Básica.

El problema científico permite trazar el **objetivo general** que se declara a continuación:

Validar la propuesta de ejercicios para el desarrollo de habilidades en el trabajo con números racionales en los estudiantes de octavo1 del Centro Mixto “Antonio Díaz Santana”.

Los resultados esperados se orientan por medio de **preguntas científicas** que permitirán la búsqueda de solución al problema planteado:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos-metodológicos que sustentan el trabajo con números racionales en la Educación Media Básica?
2. ¿Cuál es el estado actual que presentan los estudiantes de octavo1 en cuanto al trabajo con números racionales?
3. ¿Qué ejercicios proponer para el desarrollo de habilidades en el trabajo con números racionales en los estudiantes del octavo1?
4. ¿Cuál es el criterio de los evaluadores externos en cuanto a la calidad y pertinencia de la propuesta de ejercicios concebida?
5. ¿Qué resultado se obtiene con la aplicación de la propuesta?

En correspondencia, la investigación se estructura a través de la ejecución de cuatro **tareas científicas**:

1. Fundamentación de los sustentos teóricos-metodológicos para el trabajo con números racionales en la Educación Media Básica.
2. Determinación del estado actual que presentan los estudiantes del octavo1 en cuanto al trabajo con números racionales.
3. Elaboración de una propuesta de ejercicios para el desarrollo de habilidades en cuanto al trabajo con números racionales.
4. Valoración por los evaluadores externos de la propuesta de ejercicios concebida.
- 5-Validación a partir de los resultados de la experiencia pedagógica, la efectividad de la propuesta.

En el desarrollo de la investigación se utilizaron los métodos de la investigación educativa:

Del nivel teórico

Analítico-sintético: Se utiliza en los diferentes momentos de la investigación para la síntesis en la fundamentación de los conceptos analíticos, hasta el análisis de los resultados que se obtienen producto de la aplicación de los diferentes instrumentos.

Inductivo-deductivo: Permite establecer y proponer los objetivos de cada una de las etapas y sus correspondientes acciones dirigidas al desarrollo de habilidades en el cálculo con números racionales.

Histórico-lógico: Se utiliza en la obtención de la información histórica de los contenidos relacionados con el cálculo con números racionales, donde fue organizada, procesada y confeccionada la propuesta.

Del nivel empírico

Análisis de documentos: Se utiliza para la revisión y el estudio de los documentos de la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje, la concepción de las habilidades en el cálculo con números racionales y su tratamiento en el nivel.

Observación: Se utiliza para observar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y poder constatar el estado que muestran los estudiantes para operar con los números racionales.

Prueba pedagógica: Permite diagnosticar las dificultades existentes y comprobar los resultados que se obtendrán al aplicar el compendio de ejercicios propuestos.

Entrevista: Se aplica para obtener información sobre las carencias de los estudiantes muestreados con respecto al cálculo con números racionales.

Pre-experimento pedagógico: Se aplica a un grupo, el pretest y postest con el fin de comparar los resultados antes y después de aplicar la propuesta.

Criterio de evaluadores externos: Se utiliza para valorar la calidad y pertinencia de la propuesta elaborada.

Del matemático y/o estadístico:

Análisis porcentual: Se aplica para procesar la información brindada por los diferentes instrumentos para constatar el diagnóstico de necesidades.

Tablas y gráficos para el procesamiento y valoración de los resultados obtenidos.

Población y Muestra

La población y la muestra coinciden, se seleccionó de forma intencional no probabilística siendo este el grupo donde el autor imparte clases, consta con una matrícula de 30 estudiantes del Centro Mixto “Antonio Díaz Santana”.

El trabajo de investigación tendrá como **aporte práctico** la propuesta de ejercicios para desarrollar las habilidades en el trabajo con números racionales de los estudiantes del octavo 1 del Centro Mixto “Antonio Díaz Santana”.

La **novedad** radica en que esta propuesta de ejercicios se aplica por vez primera en el Centro Mixto “Antonio Díaz Santana”.

Desarrollo

Capítulo I: Fundamentación de los sustentos teóricos-metodológicos para el trabajo con números racionales en el octavo grado

1.1 El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática

“ La educación es una de las más nobles y humanas tareas a las que alguien puede dedicar su vida. Sin ella no hay ciencia, ni arte, ni letra: no hay ni habría hoy producción económica, salud ni bienestar, calidad de vida, ni recreación, autoestima, ni reconocimiento social posible. (Castro F, 2003:19).

Esta frase encierra la importancia que en Cuba se le concede a la educación como base para el desarrollo armónico de la sociedad y para la formación integral de hombres capaces de dar continuidad a la gran obra que ha forjado la Revolución en áreas tan diversas como la ciencia, las artes las letras, entre otras.

El autor se acoge a lo planteado por Chaves J. A, y otros (2005:27) según Lugo Delis, (2009) “...cuando considera que el proceso educativo constituye un momento integrador de todas las influencias educativas y abarca las diferentes esferas del desarrollo del alumno: cognitiva, afectiva, volitiva y física; y aunque en algunos momentos está dirigido a una esfera en particular o a un componente específico de esta, en mayor o en menor medida también están implicadas las restantes esferas.”

Con respecto al proceso de enseñanza-aprendizaje, Lugo Delis (2009) plantea que “...es allí donde la acción del maestro (enseñar) se estructura sobre determinados principios didácticos, que le posibilitan alcanzar objetivos específicos previamente establecidos en los programas, así como contribuir a aquellos más generales que se plantean en el proceso educativo en su integridad y que estos se comprueban a partir de la calidad alcanzada en el aprendizaje de los alumnos.”

Los aspectos desglosados hasta aquí demuestran la necesidad de que las exigencias que se planteen deberán situarse en la zona de desarrollo próximo, pues el tanto de exigir poco, como el de exigir mucho constituye infracciones del principio de la unidad de lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador.

Además, el proceso de enseñanza de la Matemática debe dirigirse de modo que los estudiantes sean entes activos en la asimilación de los conocimientos y el desarrollo de habilidades y capacidades. Al desarrollar el contenido no solo se persigue la adquisición de dichos conocimientos y habilidades, sino que se dirige al aprendizaje de manera consciente al desarrollo armónico de la personalidad, en la que junto a los procesos cognoscitivos (sensopercepción, representación, memoria, pensamiento) desempeña un papel fundamental los procesos afectivos (emociones y sentimientos) y los procesos volitivos (tendencias, planes, proyectos). (Che y otros, 2007:7). Para que lo aprendido permanezca en la memoria por largo tiempo, debe adquirir un significado y un sentido personal del que aprende.

El enfoque desarrollador del proceso de enseñanza aprendizaje constituye fundamento pedagógico del proceso de enseñanza aprendizaje de la habilidad de cálculo con números racionales. Según Chaves Rodríguez J. A y otros, (2005) los fundamentos teóricos de la pedagogía tienen que ver con que la educación está condicionada por la Constitución de la República y por la política educacional que determinan el modelo de hombre al que se aspira y precisan los principios generales razón de ser que tienen sustentar; tanto el modelo de la escuela como a las concepciones generales del sistema nacional de educación y muy especialmente a la teoría curricular que se aplique.

Las funciones principales de la enseñanza de la Matemática en la escuela socialista son:

- Promover en los estudiantes sólidos conocimientos acerca de aquellos conceptos, teoremas, reglas, relaciones y procedimientos que poseen una importancia relativamente general y desde el punto de vista histórico, son relativamente estables.
- Desarrollar habilidades sólidas en el trabajo con algoritmos o cálculos elementales, así como métodos y procedimientos indispensables para llevarlo a la práctica.
- Familiarizar a los estudiantes con carácter abstracto de la ciencia Matemática, con las formas fundamentales del pensamiento matemático y con carácter lógico-deductivo y su estructura.

Con el logro de la independencia cognoscitiva en la obtención de los conocimientos, la asignatura puede realizar un aporte significativo a estos fines generales; ya sea a través de la contribución al desarrollo de capacidades mentales generales en los estudiantes, así como mediante el fomento de la creatividad, la fantasía, y la creación de hábitos de disciplina, entre otros.

1.2. La enseñanza del trabajo con números racionales

La idea de número surge de la necesidad de contar, aproximadamente desde el año 300 a.n.e.

Muchos autores se han referido a la importancia que tienen los números en la vida, al respecto Che y otros, (2007:10) plantean: "...los números nos sirven para contar, ordenar, calcular, comparar tamaños y expresar medidas."

En la actualidad se puede apreciar como la Matemática penetra, cada vez más rápido, en casi todas las esferas sociales. Los métodos y procedimientos matemáticos permiten representar y tratar determinadas situaciones, procesos y problemas de la producción.

En este sentido, esta asignatura es una de las bases científicas para todo el proceso de producción, en desarrollo o planificado. Es importante en los campos de la vida social pues nos permite la preparación para la vida y para ser capaces de resolver problemas de la cotidianeidad.

La construcción de un nuevo dominio numérico, el de los números racionales se hace por la necesidad de la ampliación de los números fraccionarios, contenido éste que a partir del curso escolar 2014- 2015 se comenzó a impartir según las adecuaciones en la educación media básica en el octavo grado (Ver anexo 5).

Con esta unidad se pretende que los estudiantes adquieran una comprensión clara de la necesidad de ampliación del dominio de los números fraccionarios a partir de motivaciones intra y extramatemáticas, que conozcan el significado y el orden de los números racionales, sus diferentes formas de representación y desarrollen habilidades en el cálculo de las cuatro operaciones fundamentales con estos números en sus diferentes representaciones, así como en el cálculo con potencias y raíces, lo que incluye la utilización de tablas para determinar cuadrados, raíces cuadradas, cubos y raíces cúbicas de números racionales.

Este autor señala que para poder identificar algo se deben realizar acciones tales como: recordar las propiedades suficientes del concepto, reconocer si el objeto dado posee o no esas propiedades, analizar lo obtenido y concluir.

Lo antes planteado significa que para poder identificar el estudiante debe poseer primero, todos los conocimientos acerca de lo que se va a identificar. Si lo que se debe identificar es un número en una situación dada, se debe de tener el conocimiento acerca de lo que caracteriza a dicho número, para poder iniciar el proceso de reconocer, si lo que le han dado posee o no esas propiedades y poder concluir.

Posteriormente se debe tratar el concepto de fracción. El concepto de fracción se introduce en este programa tanto desde el punto de vista de partes de una unidad. Lo fundamental es que los estudiantes se apropien del concepto con la ayuda de materiales concretos o con modelos, y que comprendan que, con ese nuevo concepto pueden resolver algunos problemas de la práctica que antes no tenían, tales como representarlos, repartir una unidad en partes iguales o dividir un conjunto, ahora considerando como una unidad, en partes iguales.

La introducción del conjunto de los números racionales, se hará de la misma forma que se introdujo el conjunto de los números enteros a partir de situaciones de la vida. Se caracterizará el conjunto de los números racionales como el conjunto formado por los números fraccionarios y sus opuestos y se denotará por Q .

Se debe precisar que:

- Los números racionales mayores que cero (los que están a la derecha del cero en la recta numérica) reciben el nombre de números racionales positivos.
- Los números racionales menores que cero (los que están a la izquierda del cero en la recta numérica) reciben el nombre de números racionales negativos.
- Los números racionales positivos y el cero reciben el nombre de números racionales no negativos (Se identifican con los números fraccionarios).
- Los números racionales siempre pueden escribirse en la forma: $\frac{p}{q}$; $p \in \mathbb{Z}$,

$$q \in \mathbb{Z}, \quad q \neq 0 \text{ (CC8, p. 8)}$$

- Los números racionales se escriben como expresiones decimales, cuyo desarrollo es finito o infinito periódico. (LT7, p. 9).

1.3. El desarrollo de habilidades en la Matemática

La formación y desarrollo de habilidades, constituye uno de los objetivos fundamentales del proceso de enseñanza-aprendizaje y es por ello que este tema es investigado por numerosos pedagogos de diferentes países dada la gran divergencia en los criterios que existen acerca de la naturaleza de estos fenómenos, del lugar que ocupan en la actividad humana y de los requisitos fundamentales a tener en cuenta para su formación y desarrollo.

Por la importancia que tiene el estudio de estos conceptos en el proceso docente educativo se ha destacado la atención al análisis de las acciones del alumno que conllevan a asimilar conocimientos, hábitos y habilidades que le permiten adoptar formas de conducta y tipos específicos de actividad para el logro de un objetivo determinado.

La expresión de las formas de asimilación de la actividad humana, dada a través de los conceptos de hábitos, habilidades y capacidades, explica estos conceptos a partir del nivel de perfeccionamiento que se alcanza en el dominio de sistemas de acciones y operaciones que conforman una determinada actividad.

Derivado de esta tendencia una de las definiciones más difundidas en el país es la que señala que las habilidades constituyen el dominio de acciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad, con ayuda de los conocimientos y hábitos que el sujeto posee.

Las habilidades se forman con la sistematización de las acciones subordinadas a un fin consciente y se desarrollan sobre la base de la experiencia del sujeto, de sus conocimientos y de los hábitos que posee; pero los conocimientos se manifiestan o expresan concretamente en las habilidades, en la posibilidad de operar con ellos, de ahí que se les denomine como instrumentación consciente en la manifestación ejecutora de la actuación de la persona en un contexto dado.

Especialmente importante es el hecho de que la actuación del sujeto se motiva por un fin consciente que se considera ha de estar relacionado con el contexto que brinda el problema que se propone resolver.

La reducción del concepto de habilidad a tratar de describir sistemas o conjuntos de acciones, en ocasiones, lleva a la expresión de un proceso algorítmico que muestra cada uno de los pasos o momentos de la actuación y se atiende muy poco a la contextualización de ese sistema de acciones en función de los problemas que se resuelven con su ejecución y las condiciones del sujeto. De igual forma, ha sido restringida la comprensión de este concepto en el sentido de la repetición, a través de ejercicios, del sistema de acciones determinado.

Un colectivo de autores cubanos asume la habilidad como “las acciones que el sujeto debe asimilar y, por tanto, dominar en mayor o menor grado y que, en esta medida, le permiten desenvolverse adecuadamente en la realización de determinadas tareas”.

Asumen las habilidades como modos de actuación que se forman y desarrollan en la actividad a través de los siguientes momentos:

- Comprensión del modo de actuar y del orden en que deben realizarse las acciones.
- Asimilación de forma consciente del modo de actuación.
- Fijación del modo de acción asimilado, a través de la repetición.
- Aplicación de las habilidades adquiridas a otras situaciones más complejas desde el punto de vista del contenido y en la adquisición de nuevos conocimientos.

Estos momentos expresan un proceso en el que el alumno llega a apropiarse de un modo de actuación que, sin embargo, puede conducir a la elaboración de un proceso algorítmico, a la formación de un hábito, cuando se señala como esencial la repetición de la acción con la misma dificultad hasta lograr su automatización, aunque queda positivamente planteada la idea de que deben variarse las condiciones del ejercicio y aumentar las dificultades, destacando también el papel importante del lenguaje matemático, no sólo como medio de comunicación sino como una forma de pensamiento.

Como se observa, el concepto de habilidad se ha enmarcado en dos momentos históricos. En uno de ellos la habilidad se asociaba a la automatización de sistemas de acciones, a su repetición, por tanto, a lo que actualmente se define como hábito. Sin embargo, ha habido una importante tendencia en los últimos años que identifica la habilidad como proceso y resultado de perfeccionamiento

de los modos de actuación correspondientes a una actividad determinada, lo que sin dudas acerca esta categoría a la capacidad.

El concepto de habilidad se asume en la tendencia que la reconoce como una acción creadora en constante perfeccionamiento que parte desde el proceso de construcción del modo de actuar y se domina en la medida en que se aplica en la solución de situaciones diferentes, novedosas.

El dominio del modo de actuar, que constituye en un momento la meta a alcanzar, se contextualiza cuando se utiliza como un método o instrumento para enfrentar una nueva situación y siempre que dicha situación se modifique, poder interpretarla y encontrarle vías de solución.

Nina Talízina, plantea que: “las habilidades son el modo de actuar que permiten operar con el conocimiento o con las fuentes del conocimiento. Es claro que para calcular, definir, comparar, clasificar, fundamentar, demostrar, los alumnos tienen que necesariamente operar con determinados conocimientos que deben perdurar en su mente para aplicarlos a su actividad social”. Operar con el conocimiento o sus fuentes, no sólo se exige en el orden escolar, sino en todos los órdenes de la vida. Los mayores esfuerzos para entrenar a los alumnos en el desarrollo de habilidades, se dedican dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para el Dr. H. Brito: “... las habilidades constituyen el dominio de acciones (...) que permiten una regulación racional de la actividad con ayuda de los conocimientos y hábitos que el sujeto posee”. Una característica importante de la habilidad es que la realización de las diferentes acciones que la constituyen, siempre se ejecuta en forma consciente con el sujeto.

De ahí que en el proceso de enseñanza-aprendizaje no se trate solo de poder reproducir un determinado material, sino aplicar los conocimientos a las condiciones dadas de una situación concreta y es por ello que en el sistema educacional es pertinente el lenguaje en términos de habilidades. El término habilidad, independientemente de las distintas acepciones que cobre en la literatura psicopedagógica moderna, es generalmente utilizado como un sinónimo de saber hacer, criterio que comparte el autor. Las habilidades permiten al hombre poder realizar una determinada tarea. Así en el transcurso de la actividad, ya sea como resultado de una repetición de un ejercicio o de un proceso de enseñanza dirigido, el hombre no solamente se apropia de un

sistema de métodos y procedimientos que puede posteriormente utilizar en el marco de variadas tareas, sino que también comienza a dominar paulatinamente acciones, aprende a realizarlas de forma cada vez más perfecta y racional, apoyándose para ello en los medios que ya posee, es decir en toda su experiencia anterior.

1.3.1. El desarrollo de habilidades en el trabajo con números racionales

Al hablar de la metodología de la enseñanza y la metodología del aprendizaje se debate la idea de que no basta con transmitir o apropiarse de los conocimientos, sino que a la persona que aprende hay que modelarle las condiciones necesarias para que aprenda a aprender, o sea, desarrollar las potencialidades metacognitivas.

El concepto de habilidad matemática que se maneja se analizará a continuación a la luz de esta posición.

En el libro de Metodología de la enseñanza de la Matemática para la escuela primaria de autores alemanes (de la antigua RDA), se plantea que las habilidades matemáticas son “los componentes automatizados que surgen durante la ejecución de acciones con un carácter preferentemente matemático y que posteriormente pueden ser empleados en acciones análogas”. Evidentemente, queda limitada la habilidad matemática a la repetición de la misma forma de acción, que con la automatización puede ser incorporada a formas más complejas como acciones parciales. Esto ha conducido a la idea de que la formación y desarrollo de una habilidad matemática se alcanza con la formación de determinados patrones cuando se propone la ejercitación con grupos de ejercicios similares sin que necesariamente se reflexione sobre las posibilidades de utilización en situaciones diferentes, en una diversidad de contextos.

Este concepto limita su aplicación a actividades como la resolución de problemas, en el sentido ya explicado, si se tiene en cuenta que no se trata de situaciones análogas, ni se trata de automatizar acciones a partir de la repetición de una misma forma de acción, por lo que es conveniente hacer precisiones sobre el concepto, que comprenda el sentido de la habilidad matemática en toda su complejidad y niveles de sistematicidad de la actividad matemática.

En contraposición con la concepción anterior, un colectivo de autores cubanos definen a las habilidades matemáticas como “un complejo formado por conocimientos específicos, sistemas de operaciones y conocimientos y las operaciones lógicas” , por lo que se consideran tres componentes fundamentales: los conocimientos matemáticos, los sistemas de operaciones de carácter matemático y las operaciones lógicas.

En este concepto la habilidad puede ser comprendida más a partir de todo aquello que la conforma en el plano estructural y de las operaciones lógicas, como un complejo aislado, y no por lo que representa en la actuación del alumno para enfrentar las tareas docentes, la resolución de uno u otro problema.

El poder matemático está formado por los hábitos, habilidades y capacidades específicas de la asignatura, desarrollados por los alumnos para operar con los conocimientos adquiridos y darles aplicación, así como las normas de conducta y cualidades de la personalidad.

Como se refirió anteriormente, los estudiantes al concluir 9no grado deben saber recopilar, analizar, expresar y valorar datos en tablas, gráficos, utilizando las relaciones entre las operaciones con números racionales, las nociones básicas de estadística descriptiva por lo que además de dominar los conceptos y relaciones deben tener desarrolladas habilidades a través de realización de diferentes acciones. El dominio de estas acciones repercute directamente en los resultados de su actividad, en la medida en que se perfeccionan estas acciones, la realización de la correspondiente actividad es más adecuada. Es por ello que la habilidad siempre se refiere a las acciones que el estudiante debe asimilar y se puede afirmar que las habilidades constituyen el dominio de operaciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad, en fin, las habilidades resultan de la sistematización de las acciones subordinadas a su fin consciente.

El procesamiento de datos cuantitativos se enmarca en el estudio de la Estadística, la cual tiene como objeto la recopilación, organización, análisis e interpretación de conjuntos de observaciones, datos numéricos y hechos que tienen como punto de partida el planteamiento y resolución de un problema de carácter social. El cálculo numérico está enmarcado en la Aritmética incluida en cada uno de los programas de estudio de los diferentes grados desde la

primaria, con el estudio del dominio de los números naturales, fraccionarios y las operaciones de cálculo en cada dominio, hasta llegar a la secundaria donde realizan la ampliación de los fraccionarios a los racionales y se estudian las operaciones de cálculo con números racionales y su aplicación práctica.

La enseñanza de los números racionales en Cuba comienza en octavo grado de la educación media básica (Ver anexo #5). Desde ese momento deben ir desarrollando una serie de habilidades a partir de los conocimientos que van adquiriendo.

El trabajo trata sobre las dificultades que presenta los estudiantes del octavo¹ con las cuatro operaciones fundamentales del trabajo con números racionales, tomándose como referencia para su solución el resultado de las condiciones actuales, lo que conllevó a determinar las principales causas que influyan en la problemática.

Este grado exige a la asignatura concentrar su programa en el proceso de consolidación y sistematización de los conocimientos y habilidades matemáticas dándosele tratamiento al trabajo con números racionales, con carácter interdisciplinario e integrador.

La vía metodológica fundamental para lograr una organización adecuada del contenido, que conduzca al logro de los fines propuestos, se debe fundamentar en el trabajo con ejercicios propuestos correctamente organizados, de modo que los ejercicios matemáticos resuman las exigencias que deben plantearse a los estudiantes con el fin de lograr que su personalidad se desarrolle en la dirección adecuada. Esta forma de trabajo debe ser realizada de forma tal, que la participación del estudiante sea efectiva, y desarrolle sus capacidades de forma independiente.

En el tratamiento de los números racionales en esta educación se introducen las operaciones de multiplicación y división de fracciones, se da una idea concreta sobre sus respectivos significados y se aplican a la solución de los problemas típicos de fracciones mediante reflexiones lógicas.

En 9no se incluye en una unidad de estudio “Los números con signos” donde se interrelacionan elementos de estadística con el cálculo numérico. El tratamiento de contenidos relacionados con el procesamiento de datos y el cálculo con números racionales en la escuela cubana actual, constituye una necesidad a partir de la redefinición de los objetivos formativos para el nivel de

secundaria básica. De ahí que sea necesario desarrollar en los alumnos la habilidad para procesar datos cuantitativos, lo cual requiere de un entrenamiento sistemático en el manejo de las acciones y operaciones que incluye la habilidad y el desarrollo de habilidades de cálculo en los estudiantes para resolver problemas, para lo cual es necesario que se elaboren sistemas de ejercicios encaminados a este fin.

Para lograr el nivel deseado de las habilidades para procesar datos cuantitativos y calcular con números racionales en la escuela, es necesario capacitar a los alumnos a través del trabajo sistemático, que incluya la realización de actividades en las cuales se utilicen los procedimientos de búsqueda de información en todas las asignaturas del currículo, de ejercicios cuyo objetivo específico esté encaminado a la ejercitación del sistema de acciones y operaciones que propicien el desarrollo de las habilidades y la utilización de los software educativos disponibles en cada centro.

Según, (Fleites R. E 2009) en el criterio de los maestros de la educación primaria, las exigencias metodológicas no se corresponden con los resultados que obtienen los estudiantes, a partir de que no vencen los objetivos propuestos en este dominio numérico. Determinándose que los principales problemas que presentan los estudiantes están dados por la no apropiación de las cuatro operaciones fundamentales del cálculo, y obviando en ocasiones el procedimiento adecuado.

Estas carencias están dadas en la adición y sustracción, no teniendo en cuenta si los denominadores son iguales o diferentes. En el caso de ser diferentes, no reducen a común denominador, es decir, no saben hallar el método del mínimo común múltiplo. En la multiplicación, en ocasiones, buscan mínimo común múltiplo y no simplifican en caso de ser necesario. En la división, trabajan directo, no hallando el recíproco, omitiendo la simplificación.

De la importancia del tratamiento del trabajo con números racionales se deduce la necesidad de lograr en los estudiantes el desarrollo de habilidades en el cálculo que le permita operar con números en actividades de compra y venta, conteo de productos y objetos, relación parte-todo, en situaciones relacionadas con la agricultura y otras esferas de la vida económica y la sociedad.

La aspiración en el proceso de aprendizaje significa ante todo que el estudiante realice el trabajo con las diferentes operaciones con seguridad y rapidez con números racionales, incluyendo las operaciones combinadas, se prepare para la actividad laboral y mantenga una actitud comprometida y responsable ante los problemas científicos tecnológicos a nivel, nacional, regional y mundial.

Capítulo II: Diagnóstico de los estudiantes del octavo 1 relativo al trabajo con números racionales y la propuesta de ejercicios

2.1 Determinación del estado actual que presentan los estudiantes del octavo 1 en cuanto al trabajo con números racionales.

Para determinar el estado actual del trabajo con los números racionales en el octavo 1 del CM “Antonio Díaz Santana” se aplicaron diferentes instrumentos, tales como: la observación, la entrevista a profesores y la prueba pedagógica.

Se entrevistaron la totalidad de los profesores de Matemática (4) de la escuela con el objetivo de conocer su opinión acerca de las principales carencias de los estudiantes en cuanto al trabajo con los números racionales y como los contenidos de los programas son suficientes para el trabajo con los mismos. (Ver Anexo No. 2)

Todos coinciden, en que:

- El trabajo de los maestros de primaria con los números fraccionarios no fue sistemático, por lo que presentan carencias en este contenido y se les hace difícil el cálculo en ese dominio numérico.
- La falta de exigencia en los mecanismos de control con respecto a la sistematicidad en el cálculo con números fraccionarios (no controlando a través de la revisión de libretas u otras actividades el tratamiento de los números fraccionarios).
- La falta de interés de los estudiantes y la familia por el desarrollo exitoso de las tareas extra clases, lo que se refleja en la comprobación de la realización de tareas, la asimilación de los conocimientos y su aplicación a la vida práctica.

En el análisis de documentos de la asignatura Matemática, tales como: las indicaciones metodológicas, los programas de 5to a 8vo grado, así como libros de texto de 8vo grado, se constata que:

- En los libros de textos los ejercicios allí planteados no contribuyen en mayor medida al desarrollo de habilidades en el trabajo con números racionales.
- No se constata en la estrategia metodológica del grado un tratamiento interdisciplinario a la solución de ejercicios, teniendo en cuenta que las Ciencias Naturales agrupan varias disciplinas, que tienen muchos contenidos comunes.

Este método permitió, además de los resultados descritos en los otros métodos utilizados, la fundamentación de la propuesta de ejercicios.

Para la realización de la investigación se seleccionó el grupo 1 del octavo grado del Centro Mixto “Antonio Díaz Santana”, que es la muestra intencional ya que es donde imparto clases, este grupo consta de una matrícula 30 estudiantes.

Se aplicó un diagnóstico inicial (Anexo No. 1) para determinar las dificultades presentadas por los estudiantes en cuanto al trabajo con números racionales.

La aplicación de los ejercicios tuvo como objetivo comprobar si los estudiantes tenían desarrolladas las habilidades de identificar y comparar números racionales, siendo esta la base para la comprensión del cálculo con estos números.

Desde el punto de vista cognitivo no todos han logrado asimilar los contenidos precedentes y vencer los objetivos propuestos, lo que se evidencia en los resultados obtenidos. Las habilidades que los estudiantes presentan mayor problema son las de cálculo y representación en una recta numérica. Las habilidades mejor desarrolladas son las de identificar y comparar fracciones.

Teniendo en cuenta estos resultados se considera necesario incluir dentro de la propuesta ejercicios de los tres niveles para que los estudiantes logren todas las habilidades en el trabajo con números racionales.

2.2 Fundamentación y presentación de la propuesta de ejercicios

En octavo grado los estudiantes deben adquirir conocimientos y desarrollar habilidades generales que son esenciales, tales como: identificar y calcular números racionales.

Además, deben ser capaces de reformular definiciones o evaluar críticamente otras definiciones; identificar, ejemplificar, comparar y clasificar conceptos; señalar casos límite y especiales; derivar consecuencias de una o varias definiciones; relacionar conceptos para integrarlos en un sistema mediante generalización o diferenciación.

Por otra parte, aunque no se escriba explícitamente dentro del sistema de contenidos la frase “formulación y resolución de problemas”, se da por sentado que este proceder será inherente al tratamiento del contenido desde la primera hasta la última clase de la unidad que se esté abordando, para ser consecuente con el enfoque metodológico general de la asignatura. Sin embargo, en el grupo de octavo grado objeto de análisis aún subsisten dificultades con habilidades que ya debían haber desarrollado.

Según Sergio Ballester, en el texto Metodología de la Enseñanza de la Matemática, el ejercicio es una exigencia para la realización de acciones, solución de situaciones, deducción de relaciones, cálculo, etcétera.

Otros autores como Horst Müller entiende como ejercicios en la enseñanza de la Matemática una exigencia para actuar que se caracteriza por: el objetivo de las acciones, el contenido de las acciones y las condiciones para las acciones.

El objetivo de las acciones en la resolución de ejercicios es en cada caso transformar una situación inicial (elementos dados, premisa) en una situación final (elementos que se buscan, tesis).

El contenido de las acciones en la resolución de un ejercicio está caracterizada por:

- a) Objeto de las acciones (conceptos, proposiciones y procedimientos algorítmicos) la correspondencia entre las situaciones extramatemáticas

elementos de materia matemática y los procedimientos heurísticos (principios, estrategias, reglas, etc.)

- b) Tipos de acciones: identificar, realizar, comparar, ordenar, clasificar, reconocer, describir, aplicar, fundamentar, buscar, planificar, controlar.

Las condiciones para las acciones se encuentran en primer lugar las exigencias que el ejercicio plantea al alumno expresada por el grado de dificultad del mismo. Todo ejercicio tiene una o varias formas de solución y a su vez tiene tres funciones básicas que son: función instructiva, educativa y desarrolladora. En la revisión realizada por el autor de los diferentes programas de la asignatura Matemática en la educación media, constata que los estudiantes al llegar al octavo grado deben ser capaces con relación a los números racionales de:

- Argumentar las relaciones entre los dominios numéricos y sus limitaciones, las propiedades de los números racionales, del orden y las operaciones con ellos, haciendo una adecuada utilización de la terminología y simbología matemática y de la lengua materna.
- Formular y resolver problemas intra- y extramatemáticos, relacionados con la vida económica y social del país y con los contenidos de otras asignaturas, aplicando de forma integradora los conocimientos y habilidades sobre el orden y las operaciones con números racionales.
- Comparar y ordenar números racionales, representarlos de diferentes formas, en particular, en una recta numérica y calcular con números racionales con diferentes representaciones, realizando correctamente operaciones combinadas, según el orden establecido para ellas y la situación planteada.

Además, el estudiante debe en este nivel, según se plantea en la caracterización de la asignatura, ampliar y profundizar sus conocimientos los significados de los números racionales en la interpretación de hechos, fenómenos y procesos. Esto les debe permitir formular y resolver problemas aplicando los conocimientos sobre el orden de los números y los significados prácticos de las operaciones, en particular, en situaciones donde se revele la obra económica y social de la Revolución, su proyección internacionalista, los

daños económicos y sociales provocados por el bloqueo y otros datos relacionados con la escuela y la comunidad, o donde puedan determinar las relaciones cuantitativas que se establecen entre ciertas cantidades o cantidades de magnitud, que caracterizan a fenómenos y procesos de la realidad.

La propuesta se centra en diferentes habilidades para el trabajo con números racionales pero no puede desconocer su relación con las otras habilidades que deben ser sistematizadas durante el curso de matemática de octavo grado.

Como requisitos metodológicos generales para la elaboración de los ejercicios en la propuesta están los siguientes:

- Proponer ejercicios que desarrollen las habilidades específicas de las fracciones comunes tales como: reconocimiento, cálculo y argumentación.
- Elaborar ejercicios variados de acuerdo a los niveles de asimilación que posibiliten la fijación y aplicación del contenido y que pueden ser utilizados por los docentes como guía para elaborar otros similares.
- Controlar de forma sistemática la asimilación que van logrando los estudiantes.

La habilidad calcular según el criterio del autor consiste en operar con números y signos para llegar al resultado correcto, donde intervienen el razonamiento para lograr la memorización consciente de los ejercicios básicos, los que se demuestran cuando se calcula con rapidez, exactitud, precisión y seguridad y se aplica a nuevas situaciones.

Esta habilidad incluye los siguientes procedimientos: identificar el tipo de cálculo a realizar, seleccionar las reglas de cálculo necesarias, efectuar cálculos, expresar el resultado en forma que exija el algoritmo utilizado.

2.2.1 Propuesta de ejercicios para el trabajo con los números racionales en el octavo1

La propuesta de ejercicios que a continuación se presenta constituye una elaboración y reelaboración de ejercicios matemáticos, los cuales están dirigidos a los estudiantes del 8vo 1 del CM "Antonio Díaz Santana" con el objetivo de contribuir al desarrollo de habilidades en el trabajo con números racionales.

En ella se declaran ejercicios de sistematización o repaso de contenidos precedentes y cálculo. Estos están vinculados con otros contenidos del programa de octavo grado. Todos están encaminados a que el estudiante desarrolle habilidades previstas en el programa.

La propuesta ha sido creada por el autor caracterizando los ejercicios por la habilidad que predomina y por su forma de realización, sin empleo de recursos tecnológicos, teniendo en cuenta las habilidades específicas para el trabajo con números racionales.

Propuesta de ejercicios

1. Representa en una recta numérica los números racionales siguientes:

$-3 \frac{1}{4}$ $\frac{4}{3}$ 0 -1,5 2,4 $\frac{1}{2}$ 3,2 -0,4 $-2 \frac{1}{2}$

2. Determina cuáles de las proposiciones siguientes son falsas:

$0,75 \notin \mathbb{Q}$ $\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$ $-3 \in \mathbb{N}$ $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}^+$ $-1/2 \in \mathbb{Q}$ $-0,3 \notin \mathbb{Q}^+$

3. Compara los siguientes números racionales:

-3 y 1,4 -5 y -2 0,5 y $-8/4$ 2,5 y -2,5

4. Ordena los siguientes números racionales en orden decreciente:

-1,75; -8; 1; 0,5; -1,6

5. Completa los espacios en blanco de forma tal que se obtenga una proposición verdadera:

a) $3/4 < 6/5$ porque:

b) El número -100 pertenece al conjunto de los números:

c) $-1/21 = -2/42$ porque tiene igual módulo.

d) El conjunto de los números fraccionarios es un subconjunto de los números:

e) $0 > -1/2$ porque:

f) El módulo de $-2,45$ es:

6. Se buscan dos números racionales que sean mayores que $-1/4$ y menores que $0,1$. Selecciona cual de las siguientes parejas cumple la condición dada:

a) $-0,25$ y 0 b) $-1/3$ y $0,02$ c) $-0,2$ y $1/100$ d) $-0,15$ y $0,2$

7. ¿Cuál de los siguientes números racionales está más cerca de $-1/2$? Selecciona la respuesta correcta:

a) $-1/3$ b) $-3/10$ c) $-0,600$ d) $-0,05$

8. Halla los valores de C y F si

$C = 17,28 : 0,12 - 32$ $E = -9099$ D es veinticinco milésimas

$F = \sqrt[3]{729 + 7/4} + 1$

Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas.

a) El conjunto formado por los números es un subconjunto del conjunto de los números racionales.

b) Solo el valor de E es un número entero.

c) El mayor valor es el de F.

d) En la recta numérica el opuesto de F queda más cerca de 0 que el opuesto de C.

9. En un envase de helado cubano de la marca Alondra su conservación viene dada por los valores de temperatura desde 0°C hasta -20°C . A partir de este dato a cuál de las temperaturas dadas se puede conservar este helado.

a) -21°C b) -22°C c) -19°C d) 0°C

10. Calcula:

a) $-1174 + (-17,23)$ b) $-1/2 + (-55)$ c) $-1/9 + (-7/15)$ d) $-154 - 154$

11. Efectúa:

a) $35,61 + 794,39$ b) $54,29 + (-71,54)$ c) $-1/3 + (-0,28)$ d) $25 + (-17,2)$

12. Completa le siguiente tabla:

A	3	1,2	1,9	-7	-9,3
B		-2		-1,5	10
A+B	10		4,8		
A+B<A	F				
A+B>A				F	

13. Calcula:

a) $-4 \cdot (-7997) \cdot 1,25 \cdot (-22)$ b) $-27/14 \cdot 56/9$ c) $-24 \cdot 7/29 \cdot (-29/7) \cdot (-14)$

d) $-14 \cdot 5/87 \cdot (-87/5) \cdot (-25)$

14. Calcula:

a) $33,76 : (-24)$ b) $-264 : 0,3$ c) $-5,125 : (-55)$ d) $-44/75 : (-11)$

15. Efectúa:

a) $-205 : 1/3 \cdot 1/6$ b) $2,8 : (-4) \cdot 0,5$ c) $-7/2 \cdot 2 + 3 - 4 : (-0,5)$

d) $-10,2 + 5/2 : (-10) - 2 \cdot 7/8$

16. Indica, sin calcular en cada caso, cuales de las siguientes potencias son positivas y cuales negativas. Fundamenta.

a) 5^6 b) -45^5 c) $(-0,1)^{67}$ d) $(-2/9)^9$ e) $(0,2)^4$

17. Calcula aplicando propiedades de las potencias que más convenga en cada caso:

a) $(-6,8)^{24} : (-6,8)^{23}$ b) $(-0,0625)^{-24} \cdot 16^{-24}$ c) $28^{-5} \cdot 2,3^{-2} : 8,4$

18. Clasifica las proposiciones siguientes en verdaderas o falsas:

$-a^n = (-a)^n$, $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{Q}$

$ax+ay=ax+y$, $a \in \mathbb{Q}$, $x,y \in \mathbb{Z}$

$(2,5)^2 \cdot (2,5)^2 = (6,25)^4$

$1c=1$, $c \in \mathbb{Z}$

19. Sustituye en cada caso las variables por los números que se indican:

a) $A^2 + \sqrt{B} : 3$ $A=4,8$, $B=66,1$

b) $\sqrt{C-D^3}$ $C=83,56$ $D=2,36$

20. Escoge una de las siguientes ideas y confecciona un texto donde manifiestes su importancia:

Los números racionales de belleza los mundos visten.

Vivimos rodeados de números racionales.

Más que útiles son los números racionales.

21-Una libra de mantequilla vale \$20.00, ¿cuánto vale $\frac{3}{4}$ de libra?

22-Un obrero puede hacer $\frac{1}{7}$ de una obra en un día. ¿Qué tiempo tardará para hacer la obra completa?

23-Si un móvil recorre $\frac{1}{4}$ de cierta distancia en una hora, ¿en qué tiempo recorrerá toda la distancia si esta es de 20Km?

24-Si una llave llena en un minuto $\frac{3}{25}$ de un recipiente, ¿en qué tiempo lo llenará completo?

25-En un grupo de 60 alumnos 15 son del municipio de Santo Domingo, $\frac{5}{12}$ son de Cascajal y los restantes de Manacas.

a) ¿Qué parte de los alumnos son de Cascajal?

b) ¿Cuántos alumnos son de Manacas?

26-En un examen $\frac{1}{2}$ de los alumnos obtuvo Excelente y $\frac{2}{5}$ obtuvo Insuficiente. Si entre Excelente e Insuficiente suman 60, ¿cuántos alumnos se examinaron?

27-En una secundaria hay en un grupo de 8vo grado 10 de los alumnos que hay en otro grupo. Si se pasaran 3 alumnos del grupo más grande para el otro, habría igual en los dos. ¿Cuántos alumnos hay en cada grupo?

28-De las gallinas que había en un gallinero se vendieron $\frac{2}{9}$, se murieron $\frac{3}{11}$ y se regalaron 7 gallinas. Si ahora hay 105 gallinas de menos en el gallinero. ¿Cuántas gallinas había?

29-Gasto $\frac{2}{3}$ de mi ahorro en un solar y $\frac{1}{10}$ en un radio. Si el solar vale \$ 1700 más que el radio, ¿cuáles eran mis ahorros?

30-Entre dos amigos compraron los $\frac{2}{5}$ de una finca. A uno de ellos, que había puesto \$1200, le correspondieron los $\frac{3}{7}$ de lo comprado. ¿Cuánto valía la finca y cuánto puso el otro amigo?

2.3 Valoración de la propuesta de ejercicios para el trabajo con números racionales en el octavo¹ por los evaluadores externos

Se realizó una encuesta a los evaluadores externos, para la valoración acerca de la calidad y pertinencia de la propuesta elaborada(Ver anexo #3).

Se realizó una entrevista a 4 profesores del C/M “Antonio Díaz Santana” (Ver anexo #2).

De los evaluadores externos ,2 tienen el grado científico de Doctor en Ciencias, 3 Master y 5 Licenciados. Los años de experiencia de labor en el sector educacional de estos profesores se encuentran entre 13 y 43 años (Ver anexo #4).

Los criterios fueron favorables en cuanto a la calidad ejercicios. El 100% de los encuestados concuerda que la propuesta está acorde con las necesidades determinadas y que los ejercicios son muy necesarios para mejorar el aprendizaje en octavo grado en la unidad: Los números racionales en el C/M “Antonio Díaz Santana”.

Los resultados obtenidos de la encuesta a los evaluadores externos permiten inferir que la propuesta es necesaria, pertinente, novedosa,

original y factible para su aplicación en el Centro Mixto “Antonio Díaz Santana” donde contribuirá al desarrollo de habilidades en el trabajo con números racionales.

2.4 Validación de la propuesta. Resultados alcanzados

Se realiza el preexperimento en su modalidad de inicial y final, el cual contempla tres momentos fundamentales para su desarrollo: etapa de constatación inicial, etapa de ejecución y la de constatación final o de control.

Constatación inicial. En ella se aplicaron diferentes métodos en función de diagnosticar el nivel de desarrollo de las habilidades que poseen los estudiantes en cuanto a la solución de ejercicios relacionados con los números racionales.

- En el conocimiento sobre los números racionales el 54% no identifica dichos números.
- El 46% de los estudiantes no sabe operar con números racionales.

Por lo tanto todos están evaluados de mal dado sus resultados.

Etapa de ejecución:

Durante la etapa formativa se fue observando el avance que fueron teniendo los estudiantes en la solución de ejercicios, al inicio la mayoría no comprendían correctamente los ejercicios propuestos, producto que no realizaban una correcta lectura de los mismos, ni utilizaban las palabras claves para comprender el texto, por lo que no podían llegar a determinar las vías de solución y por consiguiente la resolución de estos. A medida que se fue aplicando la propuesta de ejercicios se fue observando mejor desenvolvimiento en el desempeño de estos al resolver los mismos.

Al finalizar la aplicación de la propuesta se observa una mejora en los resultados, pues se observa un mejor desenvolvimiento de los estudiantes en la realización de los ejercicios, en particular en la solución de algunos problemas, donde se observa una mejor comprensión de los textos del problema por parte de los estudiantes, lo cual contribuye de manera

fehaciente a la búsqueda de la vía de solución y en varios la resolución de los ejercicios.

Es destacar que todavía existen 2 estudiantes que presentan algunas dificultades lo que representa un 4 %

Constatación final: El 96% de los estudiantes logra identificar, operar y resolver problemas relacionados con los números racionales.

Por los resultados obtenidos se evidencia el avance de los estudiantes en el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios a partir del a propuesta antes aplicada, comprobándose la eficacia de la propuesta, aunque todavía quedan estudiantes que no han vencido las dificultades, en las cuales se trabaja para su total eliminación (Ver anexo# 6).

Conclusiones

Los principales resultados alcanzados en la investigación sirven de base para arribar a las siguientes conclusiones:

1. El desarrollo de las habilidades para el trabajo con números racionales en estudiantes de octavo grado es una necesidad para que puedan formular y resolver problemas intra y extramatemáticos, relacionados con la vida económica y social del país y con los contenidos de otras asignaturas.
2. El diagnóstico efectuado reflejó un insuficiente desarrollo de las habilidades requeridas a este nivel para el trabajo con números racionales en la muestra seleccionada.
- 3 El trabajo con los números racionales, presupone el diseño de ejercicios que consideren las insuficiencias detectadas y que estén acorde con el contenido que se imparte en el grado.
- 4 Los resultados obtenidos mediante el criterio de los evaluadores externos permitieron valorar la propuesta de ejercicios como adecuada por la mayoría y en dos casos de muy adecuada; considerándose por ellos que es necesaria, asequible, pertinente y generalizable, en correspondencia con los objetivos de la Educación Media
- 5- La propuesta se validó en el grupo muestra, con la comparación entre el pretest y postest, donde se comprobó la efectividad de la misma y su contribución al PEA de los estudiantes del octavo¹ del Centro Mixto “Antonio Díaz Santana” en cuanto al desarrollo de habilidades en el trabajo con números racionales.

Recomendaciones

1. Enriquecer la propuesta de ejercicios a partir de las sugerencias de los evaluadores externos, incluir una mayor variedad y establecer en qué momento se deben aplicar los ejercicios diseñados.
2. Dar continuidad a la investigación socializando la propuesta en todo el octavo grado del Centro Mixto” Antonio Díaz Santana”.

Referencias Bibliográficas

1. Fleites, E .R. (2010). Tesis en Opción del Título Académico de Master en Ciencias de la Educación, Sagua la Grande.
2. Hernández, L. “*Sistema de actividades para desarrollar habilidades en el cálculo con números fraccionarios y decimales en estudiantes de Secundaria Básica.*” Tesis en Opción del Título Académico de Master en Ciencia de la Educación, Encrucijada.
3. García, J. A. “*Matemáticas en Secundaria. La Didáctica de las Matemáticas: una visión general*”. Extraído el 27 de noviembre de 2013 desde <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm>.
4. MINED (2010) Modelo de Secundaria Básica. P-3.
5. Ministerio de Educación (2012-2013). Programa de 8vo grado. Matemática, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

Bibliografía

1. Arteaga, E. (s/f). *“El diseño de los sistemas de tareas creativas para el trabajo independiente creativo de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática”*. Instituto Superior Pedagógico “Conrado Benítez García”, Cienfuegos.
2. Colectivo de autores, (2003). *“Esquema conceptual, referencial y operativo (ECRO) sobre la investigación educativo”*. Universidad Pedagógica “Enrique José Varona, Centro de Estudios Educativos, La Habana.
3. Dominios Numéricos. Biblioteca de Rimed. Extraído el 27 de enero de 2014 desde http://www.ecured.cu/index.php/Dominios_num%C3%A9ricos
4. Fleites, E .R. (2010). Tesis en Opción del Título Académico de Master en Ciencias de la Educación, Sagua la Grande.
5. García, J. A. *“Matemáticas en Secundaria. La Didáctica de las Matemáticas: una visión general”*. Extraído el 27 de noviembre de 2013 desde <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm>
6. Gil, D. y Guzmán De M. (2003). *“Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e Innovaciones”*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular. 84-7884-092-3.
7. Hernández, L. *“Sistema de actividades para desarrollar habilidades en el cálculo con números fraccionarios y decimales en estudiantes de Secundaria Básica.”* Tesis en Opción del Título Académico de Master en Ciencia de la Educación, Encrucijada.
8. Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (1998). *“Metodología de la Investigación”*. Segunda Edición. McGraw Hill Interamericana Editores, S. A. de C. V. México. 970-10-1899-0.
9. Hurtado, J. F. (2005) *“La habilidad procesar datos cuantitativo en la de la Matemática de la Secundaria Básica”*. Tesis en Opción al grado

- científico de Doctor en Ciencias Pedagógica. Instituto Superior Pedagógica “José Martí”, Camagüey.
10. Ministerio de Educación (2012-2013). Programa de 7mo grado. Matemática, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 11. Ministerio de Educación (2012-2013). Programa de 8vo grado. Matemática, Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
 12. Rebollar, A. (2000) “*Una variante para la estructuración del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, a partir de una nueva forma de organizar el contenido, en la escuela media superior*”. Tesis presentada en Opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico “Frank País” Facultad de Ciencias, Departamento de Matemática- Computación.
 13. Rizo, C. y Campistrous, L. (1997). “*Algunas técnicas de resolución de problemas aritméticos*”. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana.
 14. MINED (2010) Modelo de Secundaria Básica. P-3.

Anexos

Anexo 1 Diagnóstico aplicado a los estudiantes de octavo grado.

1. Representa en una recta numérica los números racionales siguientes.

a) $-1,8; 1,2; -0,75; 2\frac{1}{2}; \frac{5}{8}; \frac{7}{3}; -3\frac{1}{4}; 2,5; 9; -65,4$

2. Ordena los siguientes números racionales comenzando por el menor.

$-0,75; 2; -\frac{3}{2}; 0; 0,8; -\frac{6}{5}; 0,6; -\frac{1}{5}; -2,45; 3; 2,5$

3. Efectúa

a) $-\frac{5}{8} + \frac{1}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{56}{10}$

b) $-8,5 + 4 : \frac{1}{3} - 3 \cdot \frac{2}{3}$

c) $5 - \frac{3}{4} \cdot 6 : (-\frac{1}{2}) + 1$

d) $\frac{1}{4} \cdot 8 + 3 : (-\frac{3}{10}) - \frac{1}{10}$

Anexo 2

Entrevista a los profesores de Matemática del Centro Mixto "Antonio Díaz Santana".

1. ¿Cuáles son sus opiniones acerca de las principales carencias de los estudiantes en cuanto al trabajo con números racionales?
2. Consideras que los contenidos de los programas son suficientes para lograr las habilidades que requieren los estudiantes a este nivel y que le permita enfrentar contenidos en grados superiores.

Anexo 3

Encuesta a evaluadores externos.

Objetivo: Valorar la calidad y pertinencia de la propuesta de ejercicio para el trabajo con números racionales para contribuir al desarrollo de habilidades en los alumnos del 8vo1 del Centro Mixto “Antonio Díaz Santana”.

El reconocimiento que usted se ha ganado, a partir de su calificación científico - técnica, sus años de experiencia y los resultados alcanzados profesionalmente, han permitido su selección para valorar la validez y pertinencia de la propuesta de ejercicio para el cálculo con números racionales que contribuyen al desarrollo de habilidades en los alumnos de 8vo grado del Centro Mixto “Antonio Díaz Santana.”

Datos generales:

Nombre:

Centro de trabajo:

Especialidad:

Categoría docente:

Cargo que ocupa:

Categoría científica:

Experiencia profesional:

Cuestionario

1.- ¿Cómo evalúa la propuesta de ejercicios diseñados para el 8vo grado?

Muy adecuada.

Adecuada.

Poco adecuada.

Inadecuada.

2.- ¿Cómo es su nivel de actualización?

3.- ¿Las exigencias en que se sustenta la propuesta se corresponden con las acciones planteadas para la misma?

4.- ¿Qué opinión tiene de la utilidad de la propuesta?

5.- ¿Qué sugiere acerca de la misma?

6.- ¿Considera usted pertinente su aplicación? Sí No ¿Por qué?

Anexo 4

Relación de evaluadores externos

No.	Nombre y Apellidos	Centro de trabajo	Experiencia (años)	Categoría Docente	Título que posee
1	Gilberto E. Escobar Vásquez	UCP" Félix Varela"	43	Profesor Auxiliar	Máster en Ciencias
2	Milagros Rodríguez Moya	UCP" Félix Varela"	33	Profesora	Licenciada
3	Arnaldo Díaz Gómez	UCP" Félix Varela"	28	Profesor Titular	Dr. Ciencias Pedagógicas
4	Yumar Martínez Rodríguez	UCP" Félix Varela"	10	Profesor Auxiliar	Máster
5	Ada Pérez Pérez	C/M Antonio Díaz Santana	24	Profesora	Licenciada
6	Jorge F. González Concepción	UCP" Félix Varela"	36	Profesor Auxiliar	Máster
7	Yusmeisy Martínez Martínez	C/M Antonio Díaz Santana	12	Profesora	Licenciada
8	Carlos Duardo Monteagudo	UCP "Félix Varela"	33	Prof. Titular	Doctor Ciencias Matemáticas
9	Orquídea Martínez Gonzáles	C/M Antonio Díaz Santana	13	Profesora	Licenciada
10	Madelín Molina Pérez	C/M Antonio Díaz Santana	24	Profesora	Licenciada

Anexo 5

UNIDAD	h/c
Unidad 1 Los números racionales	70
1.1 Sistematización sobre el orden y las operaciones con números fraccionarios. Repaso sobre los números fraccionarios. Problemas relacionados con la vida económica, social y política del país y del mundo.	4
1.2 Conceptos básicos de estadística descriptiva. Variables estadísticas cualitativas y cuantitativas. Distribución de frecuencias. Tablas de frecuencia. Frecuencia absoluta y relativa. Construcción de gráficos de barras. Medidas de tendencia central: media, moda y mediana. Problemas que se resuelven haciendo uso de recursos estadísticos.	10
1.3 Los números racionales. Orden y comparación	8
.Los números naturales y sus opuestos. El conjunto de los números enteros Z como conjunto formado por los números naturales y sus opuestos. Módulo o valor absoluto.	2
.El conjunto de los números racionales. El número racional como cociente de dos enteros. Representación en la recta numérica. Valor absoluto o módulo de un número racional. Las relaciones de pertenencia e inclusión entre el conjunto de los números naturales, fraccionarios enteros y racionales	3
.Orden de los números racionales. Utilización del orden para la interpretación de datos y análisis de tendencias Densidad en Q . Comparación de números racionales.	3
1.4 Operaciones con números racionales.	48
.Operaciones de cálculo con números racionales a partir de la necesidad de operar con datos.	1
.Adición de números racionales. Interpretación geométrica. Introducción de los algoritmos para adicionar dos números racionales. Propiedades de la adición. Estimación del resultado.	4
.Sustracción de números racionales como la adición por el opuesto. Interpretación geométrica. Suma algebraica. La sustracción como operación inversa. Estimación del resultado.	7
.Multiplicación de números racionales. Algoritmo para multiplicar dos números racionales. Propiedades de la multiplicación. Estimación del resultado. Producto de dos o más factores.	4
.División de números racionales. Algoritmo para dividir dos números racionales. La división como operación inversa de la multiplicación. Estimación del resultado.	4
.Operaciones combinadas que incluyan las cuatro operaciones básicas. Orden operacional. Problemas	4
.Ampliación del concepto de potencia de exponente natural a potencia de exponente entero. Potencias de base racional. Propiedades de las potencias. Cálculo de potencias de exponente entero. Notación científica.	8
.Cálculo de cuadrados, operación de extracción de la raíz cuadrada de un número racional. Trabajo con tablas.	8
.Existencia de números racionales que no tienen raíz cuadrada en Q . Introducción de los números irracionales y el dominio de los números reales R .	1
.Cálculo de cubos y Operación de extracción de raíz cúbica de un número racional. Trabajo con tablas.	2
.Operaciones combinadas en que intervengan las cuatro operaciones de cálculo. Consolidación mediante la resolución de ejercicios con texto y problemas de la vida económica, política y social que incluyan números expresados en sus diferentes formas de representación y las operaciones de cálculo estudiadas.	5

Anexo 6

	Menos de 6 puntos	De 6 a 10 puntos	10puntos
Pretest	20	5	5
Posttest	2	12	16

