

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Consideraciones sobre la simplificación en el modelado de plantas con vista al control

Autor: Alberto Bebert López

abarbert@uclv.edu.cu

Tutor: MsC. María del Carmen Hernández Carús

carmen@uclv.edu.cu

Santa Clara

2015

"Año 57 de la Revolución"

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Consideraciones sobre la simplificación en el modelado de plantas con vista al control

Autor: Alberto Bebert López

abarbert@uclv.edu.cu

Tutor: MsC. María del Carmen Hernández Carús

carmen@uclv.edu.cu

Santa Clara

2015

"Año 57 de la Revolución"



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Autor

Firma del Jefe de Departamento
donde se defiende el trabajo

Firma del Responsable de
Información Científico-Técnica

PENSAMIENTO

“Los científicos exploran lo que es y los ingenieros crean lo que nunca ha sido”

Theodore von Karman.

DEDICATORIA

A mis padres y mi hermanita,
por permitir que este sueño se haga realidad.

A Rosy,
por brindarme todo su amor y apoyo, en los momentos más difíciles.

A Ester,
por haber sido mi segunda madre durante estos cinco años.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres, por su abnegación y confianza en mí.

A toda mi familia, por brindarme su apoyo de forma incondicional.

A mi tutora María por brindarme toda su experiencia y conocimiento durante este tiempo
de trabajo.

A Rosy y toda su familia por brindarme su apoyo y cariño en todo momento.

A todos mis amigos, por estar a mi lado cuando los he necesitado y por los momentos que
hemos vividos juntos.

A todos mis profesores por haber contribuido a mi formación como profesional durante
estos años.

RESUMEN

La obtención de un modelo es un procedimiento realizado comúnmente por cualquier investigador que se adentre en el mundo del control automático. Cuando el modelo que se estima es complejo, es usual tratar de reducirlo para facilitar la labor de síntesis del controlador. La semejanza en el comportamiento del lazo de control que se simula cuando se utiliza el modelo reducido o el modelo original incide en gran medida en la respuesta de la planta real una vez que se implemente la estrategia de control.

En este trabajo se analizan varios métodos de modelado y algunos aspectos importantes que deben tenerse en cuenta para la obtención de un modelo.

Para valorar la simplificación realizada en varios trabajos de investigación consultados, se comparan las respuestas brindadas por el modelo original y el que ha sido simplificado.

Se propone un pequeño algoritmo para validar la simplificación y se llegan a conclusiones relacionadas con los elementos indispensables a tener en cuenta cuando se simplifica un modelo que será utilizado para el control.

TABLA DE CONTENIDOS

PENSAMIENTO	i
DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
RESUMEN	iv
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. Modelado de plantas para el control.....	4
1.1 Modelo Matemático.	4
1.1.1 Complejidad de modelos.	5
1.2 Necesidad del modelado para el control de plantas:	6
1.3 Métodos de obtención del modelo de una planta:	6
1.4 Identificación experimental:.....	7
1.5 Métodos de identificación experimental de modelos.....	8
1.5.1 Dependiendo de la aplicación.	8
1.5.2 Métodos paramétricos.....	8
1.5.2.1 Técnicas frecuenciales en la identificación paramétrica.	9
1.5.2.2 Técnicas temporales en la identificación paramétrica.	9
1.5.3 Métodos no paramétricos.....	11
1.5.3.1 Identificación no paramétrica en el dominio del tiempo.....	11

1.5.3.2	Técnicas temporales en la identificación no paramétrica.	11
1.5.3.3	Técnicas frecuenciales en la identificación no paramétrica.	12
1.6	Modelado analítico:.....	13
1.6.1	Elementos de un modelo matemático.	14
1.6.2	Precisión de los modelos matemáticos.	14
1.7	Aspectos importantes a tener en cuenta en el modelado de plantas:.....	15
1.7.1	Análisis sobre el método de modelado a utilizar.	15
1.7.1.1	Desventajas del modelado analítico.	16
1.7.1.2	Desventajas del modelado experimental.	17
1.7.2	Validación del modelo que se obtiene.	17
1.7.3	Compromiso entre exactitud y simplificación.	18
1.8	Consideraciones finales del capítulo.	19
CAPÍTULO 2. Simplificación de modelos.		20
2.1	Simplificación de modelos de orden superior.	20
2.1.1	Polos dominantes.	21
2.1.2	Polos no dominantes.	21
2.1.3	Formas más utilizadas para la simplificación de modelos de orden superior.	21
2.1.4	Cancelación de polos con ceros.	21
2.2	Casos donde se simplifican modelos obtenidos a partir de modelado analítico.	22
2.3	Casos donde se simplifican modelos obtenidos a partir de identificación experimental.....	26
2.4	Consideraciones finales del capítulo.	32
CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....		33
3.1	Programación para la comparación de modelos.....	33
3.2	Casos de estudio.....	34

3.2.1	Modelado analítico.	34
3.2.2	Identificación experimental.	39
3.3	Valoración económica.....	44
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		46
	Conclusiones	46
	Recomendaciones	46
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		47
ANEXOS		49

INTRODUCCIÓN

En el análisis de los sistemas de control juegan un papel primordial los modelos matemáticos. Las técnicas y modelos matemáticos utilizados comúnmente se basan en aproximaciones teóricas que no describen los procesos en su totalidad.

Un modelo matemático de un sistema dinámico es una ecuación o sistema de ecuaciones, de un determinado tipo, que lo representa, y cuya evolución en el tiempo se corresponde con la del sistema. Al construir un modelo es importante tener en cuenta que todo proceso real es complejo, por lo que cualquier intento de construir una descripción exacta de la planta es usualmente una meta imposible de alcanzar.

Cuando el modelo que se ha obtenido ya sea por la vía experimental o por la vía analítica, se reduce o simplifica para facilitar un posible diseño de control sin tener en cuenta todos los aspectos necesarios, se corre el riesgo de que la futura implementación del control no tenga la robustez necesaria y en el peor de los casos ni siquiera sea efectiva.

Es por esa razón que se decide hacer un estudio en este proyecto que arroje luz sobre la viabilidad de la simplificación de los modelos que se obtienen si estos se utilizaran para sintetizar lazos de control automático.

La síntesis de una estrategia de control a partir de un modelo matemático de una planta ya constituye en sí misma una aproximación porque ningún modelo es capaz de representar todos los fenómenos de diversa índole que en un sistema físico real pueden presentarse. Siempre se hacen abstracciones que dejan de considerar dinámicas presentes y que a la larga redundan en disminuir el orden del sistema a controlar.

Cuando se tiene el modelo de una planta que será objeto de control, que ya es aproximado por las consideraciones que se hayan hecho por necesidad y/o desconocimiento, si ese

modelo se reduce o se simplifica para establecer a partir del reducido las estrategias de control a implementar, la realidad y el análisis teórico se alejan cada vez más. Es posible que en algunos casos esa simplificación iterada sea válida, en otros casos, puede que no lo sea.

Hipótesis:

Será posible establecer un criterio debidamente fundamentado sobre la factibilidad de reducir el modelo matemático de una planta que será objeto de control.

Objetivos generales:

- Realizar un estudio sobre la obtención de modelos para plantas que serán objeto de control, así como de la validez de su simplificación.

Objetivos específicos:

1. Analizar los aspectos teóricos relacionados con el modelado de plantas.
2. Clasificar de acuerdo al criterio de la comunidad científica, las variantes de obtención de modelos más usadas.
3. Realizar un análisis de documentos donde se realice simplificación de modelos.
4. Implementar en MatLab una comparación de los modelos obtenidos originalmente en los documentos con los modelos reducidos.
5. Llegar a conclusiones válidas sobre aspectos a tener en cuenta para simplificar un modelo que se utilizará para el control.

Organización del informe

La investigación incluye tres capítulos, además de las conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos correspondientes. Los temas que se abordan en cada capítulo se encuentran estructurados de la forma siguiente:

CAPÍTULO I: Técnicas más usadas por la comunidad científica en el modelado de plantas para el control automático de las mismas. En este capítulo se realizará una amplia revisión bibliográfica relacionada con el tema del modelado de plantas para su control, analizando los distintos métodos y cuáles son los más utilizados.

CAPÍTULO II: Tendencias más significativas relacionadas con la simplificación de modelos. En este capítulo se analizarán las tendencias más comunes relacionadas con la simplificación del modelo de plantas que posteriormente serán controladas. Se presentarán documentos donde es realizada simplificación de modelos.

CAPÍTULO III: Casos de estudio a nivel de simulación. Mediante la simulación de modelos simplificados, se analizará la factibilidad de la reducción de los modelos.

Finalmente, se exponen las conclusiones y recomendaciones a las que se arribó tras el desarrollo de este trabajo, así como la bibliografía utilizada a lo largo del informe y los anexos relevantes.

CAPÍTULO 1. MODELADO DE PLANTAS PARA EL CONTROL.

Para el desarrollo de un correcto control automático de una planta es necesario contar con un modelo que describa de la forma más aproximada posible la dinámica de la planta, este modelo se puede obtener mediante diferentes técnicas de acuerdo a las condiciones en las que se encuentre la planta.

En este capítulo se abordan temas relacionados con el modelado de plantas, planteando los métodos que se emplean para la obtención de modelos, entre otras definiciones necesarias para entender el papel de estos en el control automático.

1.1 Modelo Matemático.

El modelo matemático ha sido definido por varios investigadores en sus obras, entre las descripciones encontradas se encuentran las siguientes:

En (Durana, 2004) se plantea el modelo matemático como una representación aproximada de un sistema dinámico. Dicha representación o abstracción incluye propiedades y parámetros internos del sistema, así como una definición de entradas y salidas del mismo. Permite hacer cálculos, predicciones, simulaciones y diseñar nuevos sistemas de control “sobre el papel” sin necesidad de tener que construirlos hasta que se considere oportuno.

En (Velázquez and Pascual, 2013) se expone como una ecuación o sistema de ecuaciones, de un determinado tipo, que lo representa, y cuya evolución en el tiempo se corresponde con la del sistema. Un modelo matemático es una descripción, en lenguaje matemático, de un objeto que existe en un universo no matemático.

En (Ramos et al., 2010) se presenta como una representación matemática simplificada de una realidad compleja.

En (Ogata, 2003) se propone como una representación cualitativa y/o cuantitativa de un sistema, en el cual se muestran las relaciones predominantes entre sus elementos, este nos brinda los medios para capturar el comportamiento de un sistema sujeto a condiciones iniciales, entradas de control y perturbaciones. Se puede definir como un conjunto de ecuaciones que representan la dinámica del sistema con precisión o, al menos, bastante bien.

En (Guaita, 2008) se entiende como modelo a toda la información que se tiene de las características y los componentes de un sistema, de su estructura y comportamiento con respecto al medio que lo rodea y que permita crear una representación mental del mismo. Cuando estos modelos mentales deben comunicarse a otras personas surge la necesidad de la representación física o abstracta de tales modelos. En resumen, un modelo es la representación simplificada de un objeto o sistema.

1.1.1 Complejidad de modelos.

Mediante un modelo no se pueden representar todas las características reales de una planta bajo estudio. Es por ello que este debe ser bastante detallado si se desea representar válidamente la dinámica real de la planta, por su complejidad todo modelo será necesariamente una descripción aproximada del proceso, lo planteado se evidencia en las siguientes definiciones:

- Modelo nominal:

Es una descripción aproximada de la planta que se usa para el diseño de control.

- Modelo de calibración:

Es una descripción más exhaustiva de la planta. Incluye características no usadas en el diseño de control pero que tienen directa influencia en el desempeño alcanzado.

- Error de modelo:

Es la diferencia entre el modelo nominal y el modelo de calibración. Los detalles de este error podrían ser desconocidos, pero podrían disponerse de cotas aproximadas.

1.2 Necesidad del modelado para el control de plantas.

Al momento de diseñar un sistema de control es indispensable conocer y entender la dinámica de la planta. Una de las etapas transcendentales en el diseño de la planta es el modelado de la misma (Moreira et al., 2008).

Cuando se hace necesario conocer el comportamiento de un sistema ante determinadas entradas y condiciones, se puede recurrir a la experimentación sobre dicho sistema y a la observación de sus salidas (López Guillen, 2000).

El diseño de un sistema de control típicamente requiere un delicado balance entre limitaciones fundamentales y soluciones de compromiso. Para poder lograr este balance, es necesario tener una comprensión cabal del proceso en cuestión. Esta comprensión usualmente se captura en un modelo matemático. Teniendo un modelo, es posible predecir el impacto de distintos diseños posibles sin comprometer al sistema real.

Dada una planta que se desea controlar es necesaria la obtención del modelo matemático que la representa, pues este posibilita conocer el comportamiento de la misma ya sea en lazo cerrado o lazo abierto, también permite la sintonía del controlador, teniendo en cuenta las posibles perturbaciones que afecten la dinámica de la planta o cambios en los parámetros del sistema, además de evitar posibles experimentos con la planta física.

1.3 Métodos de obtención del modelo de una planta.

Existen diferentes técnicas de modelado de sistemas dinámicos, pero se pueden separar en dos grandes grupos según (López Guillen, 2000): la identificación experimental y el modelado analítico.

Modelado analítico o teórico: Trata de un método analítico en el que se recurre a las leyes de la física para describir el comportamiento dinámico de un proceso.

Identificación de sistemas: Trata de un método experimental que permite obtener el modelo de un sistema utilizando datos reales obtenidos de una planta.

1.4 Identificación experimental.

Este método se utiliza cuando se dispone de la planta que se desea modelar. Consiste en realizar variaciones a las variables de entrada del proceso (disturbios externos y variables manipuladas) y realizar una medición cuidadosa de las variables de salida (nivel, flujo, presión) para observar como varían estas con el tiempo, obteniendo una función matemática que relacione las variables de salida del sistema con las variables de entrada al mismo.

Se denomina identificación a la técnica de construir un modelo a partir de las variables medidas de un proceso: variables de entradas, variables de salidas y perturbaciones. Con el objetivo de modelar un sistema, existen tres formas de utilizar los métodos de identificación (Diaz, 2005).

En este enfoque se postula una determinada estructura de modelo, a la que se varían los parámetros, mediante prueba y error, o mediante algún algoritmo, hasta que el comportamiento dinámico del modelo se ajusta al observado en la planta mediante ensayos.

En ocasiones los fenómenos que se desean estudiar son tan complejos, que no basta analizarlos desde el punto de vista matemático; entonces es necesario hacer uso de técnicas experimentales para obtener soluciones prácticas. Se puede decir que esta metodología de modelado ve al sistema a estudiar como una caja negra en la que no se analiza de ninguna forma el tipo de componentes que lo forman y que obtiene la expresión matemática que liga entradas y salidas sin conocer los elementos internos (García et al., 2005).

En la Figura 1.1 se muestra el proceso que se sigue para realizar la identificación de un sistema a partir de datos reales recogidos de una planta bajo estudio.

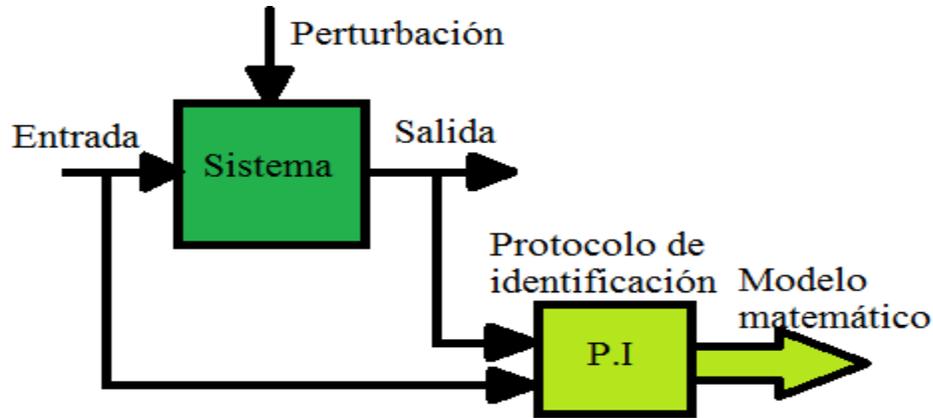


Figura. 1.1 Proceso de identificación.

1.5 Métodos de identificación experimental de modelos.

1.5.1 Dependiendo de la aplicación.

- Métodos de identificación “off-line”.

Utilizados en aquellas aplicaciones en que no se requiera un ajuste continuado del modelo. En estos casos, se realiza la identificación previa de la planta, considerándose que la validez de los parámetros obtenidos no se verá alterada con el paso del tiempo.

- Métodos de identificación “on-line” (identificación recursiva).

Los parámetros se van actualizando continuamente a partir de los nuevos datos de entrada - salida obtenidos durante la evolución del proceso. Estos métodos son muy utilizados en sistemas de control adaptativo. Independientemente del objetivo de la identificación o del enfoque y métodos utilizados, es necesario tener siempre en cuenta que existe una distancia considerable entre un modelo matemático, por sofisticado que este sea, y el proceso real.

1.5.2 Métodos paramétricos.

Los métodos paramétricos son aquellos que quedan descritos mediante una estructura y un número finito de parámetros que permiten relacionar las señales del sistema. Generalmente los modelos paramétricos se describen en el dominio discreto, puesto que los datos que sirven de base para la identificación se obtienen por muestreo (López Guillen, 2000). En el caso de que se requiera un modelo continuo, siempre es posible realizar una transformación del dominio discreto al continuo. Estos métodos requieren la elección de una posible

estructura del modelo, de un criterio de ajuste de parámetros, y por último de la estimación de los parámetros que mejor se ajustan al modelo de los datos experimentales; se realiza por medio de dos técnicas.

1.5.2.1 Técnicas frecuenciales en la identificación paramétrica.

Minimizan el error entre la respuesta frecuencial real del proceso y la respuesta frecuencial del modelo.

1.5.2.2 Técnicas temporales en la identificación paramétrica.

Minimizan el error temporal, error de predicción o error de salida, entre el modelo y el proceso. Forman parte de este grupo los métodos de identificación paramétricos clásicos y con redes neuronales. Ambas pueden ser utilizadas tanto para la estimación de los parámetros de modelos continuos como discretos.

Los modelos paramétricos, quedan descritos mediante una estructura y un número finito de parámetros que relacionan las señales de interés del sistema (entradas, salida y perturbaciones).

La expresión más general de un modelo discreto según (López Guillen, 2000), es del tipo:

$$s(t) = n(t) + w(t) \quad (1.1)$$

Donde $w(t)$ es el término que modela la salida debida a las perturbaciones, $n(t)$ la salida debida a la entrada, y $s(t)$ la salida medible del sistema. Cada uno de estos términos puede desarrollarse de la siguiente forma:

$$n(t) = G(q^{-1}, \theta) * u(t) \quad (1.2)$$

$$w(t) = H(q^{-1}, \theta) * e(t) \quad (1.3)$$

$$s(t) = A(q^{-1}, \theta) * y(t) \quad (1.4)$$

Donde q^{-1} es el operador retardo, θ representa un vector de parámetros, $u(t)$ y $e(t)$ son la entrada al sistema y el ruido de entrada al mismo respectivamente e $y(t)$ es la salida de

interés del sistema (que puede no coincidir con la salida medible). Tanto $G(q^{-1}, \theta)$ como $H(q^{-1}, \theta)$ son cocientes de polinomios del tipo:

$$G(q^{-1}, \theta) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} = \frac{b_1 * q^{-nk} + b_2 * q^{-nk-1} + \dots + b_{nb} * q^{-nk-nb+1}}{1 + f_1 * q^{-1} + \dots + f_{nf} * q^{-nf}} \quad (1.5)$$

$$H(q^{-1}, \theta) = \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} = \frac{1 + c_1 * q^{-1} + \dots + c_{nc} * q^{-nc}}{1 + d_1 * q^{-1} + \dots + d_{nd} * q^{-nd}} \quad (1.6)$$

y $A(q^{-1}, \theta)$ un polinomio del tipo

$$A(q^{-1}, \theta) = 1 + a_1 * q^{-1} + \dots + a_{na} * q^{-na} \quad (1.7)$$

El vector de parámetros θ contiene los coeficientes a_i, b_i, c_i, d_i y f_i de las funciones de transferencia anteriores. La estructura genérica de estos modelos es por tanto:

$$A(q^{-1}) * y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} * u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} * e(t) \quad (1.8)$$

Para elegir la estructura de este tipo de modelos hay que determinar el orden de cada uno de los polinomios anteriores, es decir na, nb, nc, nd, nf y el retardo entre la entrada y la salida nk . Una vez elegidos estos valores, sólo queda determinar el vector de coeficientes θ (a_i, b_i, c_i, d_i y f_i) que hacen que el modelo se ajuste a los datos de entrada - salida del sistema real.

En muchos casos, alguno de los polinomios anteriores no se incluye en la descripción del modelo, dando lugar a los casos particulares que se observan en la Tabla. 1.1:

Tipo de modelo	Condición	Estructura resultante
Modelo ARX	$F(q^{-1})=D(q^{-1})=C(q^{-1})=1$	$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1}) \cdot u(t) + e(t)$
Modelo Output Error (OE)	$C(q^{-1})=D(q^{-1})=A(q^{-1})=1$	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} \cdot u(t) + e(t)$
Modelo ARMAX	$F(q^{-1})=D(q^{-1})=1$	$A(q^{-1}) \cdot y(t) = B(q^{-1}) \cdot u(t) + C(q^{-1}) \cdot e(t)$
Modelo Box Jenkins (BJ)	$A(q^{-1})=1$	$y(t) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})} \cdot u(t) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})} \cdot e(t)$

Tabla. 1.1 Diferentes estructuras de modelos paramétricos.

1.5.3 Métodos no paramétricos.

Los métodos de identificación no paramétricos permiten obtener modelos o representaciones no paramétricas de la planta bajo estudio.

1.5.3.1 Identificación no paramétrica en el dominio del tiempo.

Mediante esta técnica de identificación se pretende obtener la respuesta al impulso del sistema, o bien la respuesta al escalón del mismo y para ello, debe registrarse la evolución temporal de la salida del sistema tras la aplicación de una señal impulso o escalón.

Obviamente, la imposibilidad de conseguir este tipo de señales en la práctica lleva a utilizar un método indirecto para obtener la respuesta impulsiva, conocido como análisis de la correlación. (Moreira et al.)

1.5.3.2 Técnicas temporales en la identificación no paramétrica.

En la identificación no paramétrica en el dominio temporal se utiliza el análisis de correlación, que es un método útil para sistemas lineales y con señales continuas o discretas.

- Análisis de correlación

Este método se basa en una entrada tipo ruido blanco para obtener una función basada en la covarianza cruzada entre la salida y la entrada, donde según (Kunusch, 2003). Si escogemos un ruido blanco como entrada al sistema, su función de auto correlación será la siguiente:

$$R_{uu} = E\{u(t + \tau) * u(t)\} = \sigma^2 * \delta(\tau) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{si } \tau = 0 \\ 0 & \text{si } \tau \neq 0 \end{cases} \quad (1.9)$$

Luego, la función de correlación cruzada entre la entrada y la salida será:

$$R_{yu}(\tau) = E\{y(t + \tau) * u(t)\} = \sigma^2 * g(\tau) \quad (1.10)$$

Donde $g(\tau)$ es la respuesta impulsiva del sistema. De este modo será fácil hallar, en función de la expresión anterior, una estimación de la respuesta al impulso:

$$g(\tau) = \frac{1}{\sigma^2 * N} \sum_{n=1}^{\infty} y(t + \tau) * u(t) \quad (1.11)$$

Según (López Guillen, 2000), si la entrada al sistema no es un ruido blanco puro, puede considerarse como el resultado de la aplicación de un filtro $L(q-1)$ a un ruido blanco. Aplicando dicho filtro a los datos de salida del sistema puede realizarse la misma operación indicada anteriormente para obtener los coeficientes de $g(k)$.

Este método es muy apropiado para obtener una idea rápida de la relación entre distintas señales del sistema, retardos, constantes de tiempo y ganancias estáticas del mismo.

1.5.3.3 Técnicas frecuenciales en la identificación no paramétrica.

Las técnicas frecuenciales tienen por objetivo la estimación directa de la respuesta frecuencial. Son aplicables en el caso de considerar procesos lineales o linealizables. Para su utilización no se debe suponer ningún tipo de estructura para el modelo y los resultados obtenidos son de tipos gráfico los cuales pueden ser más o menos fáciles de interpretar (López Guillen, 2000).

- Análisis espectral.

Un ruido blanco permite obtener la respuesta en frecuencia mediante el análisis espectral. Este análisis se basa en la realización de la transformada de Fourier de las funciones de covarianza de la entrada y la salida y la correlación entre la entrada y la salida (Moreira et al., 2008).

Para llevar a cabo este análisis (Kunusch, 2003) plantea seguir la siguiente secuencia realizando los estimadores de las funciones de interrelación $R_{yy}(\tau)$, $R_{yu}(\tau)$, $R_{uu}(\tau)$ usando:

$$R_{yy}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{\infty} y(t + \tau) * y(t) \quad (1.12)$$

$$R_{yu}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{\infty} y(t + \tau) * u(t) \quad (1.13)$$

$$R_{uu}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{\infty} u(t + \tau) * u(t) \quad (1.14)$$

A partir de esto se forman los estimadores de los correspondientes espectros,

$$\phi_{yy}(w) = \sum_{\tau=-M}^M R_{yy}(\tau) * Wm(\tau) * e^{-jw\tau} \quad (1.15)$$

$$\phi_{yu}(w) = \sum_{\tau=-M}^M R_{yu}(\tau) * Wm(\tau) * e^{-jw\tau} \quad (1.16)$$

$$\phi_{uu}(w) = \sum_{\tau=-M}^M R_{uu}(\tau) * Wm(\tau) * e^{-jw\tau} \quad (1.17)$$

Una vez que poseemos la información correspondiente a los tres espectros incógnita, se continúa el proceso estimando $G(e^{jw})$ y $\phi_{vv}(e^{jw})$:

$$G_N(e^{jw}) = \frac{\phi_{yu}(w)}{\phi_{ww}(w)} \quad \phi_{vv}(e^{jw}) = \phi_{yy}(w) - \frac{|\phi_{yu}(w)|^2}{\phi_{uu}(w)} \quad |H_N(e^{jw})| = \frac{\sqrt{\phi_{vv}(w)}}{\sigma^2} \quad (1.18)$$

1.6 Modelado analítico:

El modelado analítico pretende obtener el conjunto de funciones matemáticas que representan el comportamiento del sistema, en base al estudio detallado de cada uno de los componentes que lo integran y sus interrelaciones. Esta metodología es la que proporciona un mayor volumen de información acerca del funcionamiento del sistema, del conjunto de variables así como de la interrelación entre las mismas (García et al., 2005). La representación del proceso se hace mediante ecuaciones matemáticas, cuya solución permite conocer el comportamiento dinámico del proceso. Se basa en el uso de leyes físicas (conservación de masa, energía y momento). El modelo se obtiene a partir de las leyes fenomenológicas básicas que determinan las relaciones entre todas las señales del sistema.

Mediante el modelado analítico es posible evitar el uso del método experimental, pues este se aplica generalmente cuando se requiere diseñar un controlador para un proceso industrial cuya planta aún no ha sido construida. No necesita de una planta física para obtener el modelo que describa la dinámica de esta, lo que constituye una ventaja sobre el modelado experimental.

La dinámica de muchos sistemas de diversa naturaleza se describe en términos de ecuaciones diferenciales. Dichas ecuaciones se obtienen a partir de leyes físicas que

gobiernan un sistema determinado, como las leyes de Newton para sistemas mecánicos y las leyes de Kirchhoff para sistemas eléctricos (Castro, 2008).

1.6.1 Elementos de un modelo matemático.

1. Parámetros. En el modelo son objetos o símbolos que representan a entidades o atributos del sistema que permanecen constantes durante el estudio.
2. Variables. Son objetos o símbolos en el modelo, que representan a entidades o atributos del sistema que cambian en el tiempo durante el estudio.
3. Relaciones funcionales. Son los procesos físicos o las relaciones entre los símbolos de un modelo, que representan a las actividades y a las relaciones entre los elementos de un sistema. Describen la forma en que cambian las variables y como las afectan los parámetros.

1.6.2 Precisión de los modelos matemáticos.

En la precisión de modelos matemáticos deben tomarse en cuenta los siguientes factores:

1. La exactitud de los datos iniciales. Tomar en cuenta la discontinuidad de los datos y la magnitud de error de los mismos.
2. Tipo de fenómeno a estudiar. Dependiendo del fenómeno y su importancia dependerá su precisión.
3. Exactitud de las ecuaciones que rigen el fenómeno. Las ecuaciones mediante las que se ha formulado el modelo, pueden determinar un límite a la exactitud con que se podrá describir el fenómeno. Esto puede ser ocasionado por las hipótesis introducidas para eliminar constantes, o bien, por constituir ellas mismas una simple aproximación al no considerar ciertas variables.
4. Forma de aproximar las ecuaciones. Partiendo de un sistema de ecuaciones con los consiguientes errores de truncamiento, la exactitud puede verse afectada.

5. Evolución del modelado. Durante el proceso de cálculo, al cambiar el modelo en el espacio y en el tiempo, puede ocurrir que los errores que se producen se vayan transmitiendo o acumulando, con lo cual la precisión obtenida del modelo puede verse limitada.

1.7 Aspectos importantes a tener en cuenta en el modelado de plantas.

Cuando se necesita un modelo para diseñar el control automático de una planta, es importante tener en cuenta algunas cuestiones de manera que ese modelo sea lo más fiel posible a la realidad. Cuando se construye un modelo es preciso tener conocimiento sobre algunos aspectos necesarios como los siguientes:

- Un modelo se desarrolla siempre a partir de una serie de aproximaciones e hipótesis y por lo tanto, es una representación parcial de la realidad.
- Un modelo se construye para una finalidad específica y debe ser formulado para que sea útil a dicho fin.
- Un modelo tiene que ser por necesidad un compromiso entre la simplicidad y la necesidad de recoger los aspectos esenciales del sistema en estudio (CAMARGO and ROA, 2009).

Es necesario tener presente que un modelo matemático no es único para un sistema determinado. Un sistema puede representarse en muchas formas diferentes, por lo que puede tener muchos modelos matemáticos, dependiendo de cada perspectiva (Ogata, 2003).

1.7.1 Análisis sobre el método de modelado a utilizar.

El volumen de trabajo a desarrollar por el ingeniero de control para conseguir el correcto modelado analítico es mucho mayor que en el caso experimental, debido a que es necesario conocer el funcionamiento de cada uno de los elementos que lo componen y describir éste de forma matemática. Si tenemos en cuenta que un determinado proceso puede agrupar elementos de áreas tan dispares como: electroválvulas neumáticas, estructuras mecánicas, motores eléctricos entre otros, es posible hacerse una idea acerca del volumen de trabajo que requiere este tipo de modelado para un proceso complejo.

En aplicaciones de tipo práctico, el compromiso entre el modelado analítico y el modelado experimental suele ser el procedimiento general para la obtención del modelo aproximado deseado. Es importante señalar que el modelado matemático de un sistema de control se puede expresar de formas diversas (modelo continuo, modelo discreto, en variables de estado, en función de transferencia).

La aplicación de cualquiera de los dos tipos de modelado, experimental o analítico, evidentemente tienen sus limitaciones, que van a depender de la complejidad del problema en la intervención de las variables y sus fronteras a tratar, siendo en algunos casos los modelos matemáticos los más apropiados.

Si una planta no está construida, entonces para conocer su dinámica es necesario tener el modelo matemático de la misma. En el caso de que la planta física exista, la aplicación del método experimental en ocasiones es muy costosa, por lo que también es útil contar con su modelado.

1.7.1.1 Desventajas del modelado analítico.

Una de las dificultades que presenta el modelado analítico, es la idealización de los fenómenos, en la cual se realizan simplificaciones importantes; estas sólo pueden ser valoradas por medio de pruebas experimentales aplicadas a modelos físicos de escala reducida (o de tipo analógico).

El modelado analítico tiene un campo de aplicación restringido a procesos muy sencillos de modelar, o a aplicaciones en que no se requiera gran exactitud en el modelo obtenido. En muchos casos, además, la estructura del modelo obtenido a partir del conocimiento físico de la planta posee un conjunto de parámetros desconocidos y que sólo se pueden determinar experimentando sobre el sistema real. De ahí la necesidad de recurrir a los métodos de identificación de sistemas (López Guillen, 2000).

1.7.1.2 Desventajas del modelado experimental.

El método experimental posee algunas limitaciones, debido a que en ocasiones se vuelve imposible o inapropiada su utilización por razones que fundamentalmente pueden ser algunas de las siguientes:

- Es demasiado caro: Durante las pruebas se pueden producir productos sin calidad para ser comercializados, lo que provocaría pérdidas.
- Es peligroso: En plantas que manejan materiales peligrosos puede causar accidentes, como puede ser el caso de una planta nuclear.
- No existencia de la planta a modelar: Cuando aún no se ha construido la planta se dificulta la realización del modelado experimental, un ejemplo de esto puede ser durante la construcción de un avión (Ljung and Glad, 1994).

A menudo se ha caído en el error de exagerar la credibilidad del modelo identificado y se han construido, sobre la base del mismo, teorías y métodos de control muy elaborados y elegantes desde el punto de vista matemático que después han fallado lastimosamente en la práctica.

1.7.2 Validación del modelo que se obtiene.

No es difícil construir modelos de sistemas, la dificultad radica en hacerlos confiables. Para que el modelo sea útil, debemos tener confianza en los resultados y las predicciones que se infieren de este. Esta confianza se puede conseguir mediante la verificación o validación del modelo. En principio, la validación del modelo se realiza mediante la comparación del comportamiento del modelo con el sistema de evaluación y la diferencia (Ljung and Glad, 1994).

Validar un modelo es asignar un nivel de certeza adecuada a los resultados del modelo es decir, asegurarse de que contiene todos los parámetros, variables y relaciones funcionales necesarias para que dé respuestas concretas.

Para validar un modelo se utilizan, por lo general, tres pruebas:

1. Se construye el modelo y se analiza para estar seguro de que tiene certeza, es decir, que tiene parecido o describe al sistema original.
2. Se efectúa una o más pruebas con el modelo y se pregunta si los resultados parecen razonables.
3. Se busca directamente la relación con el sistema original y se comparan los resultados del modelo con las respuestas actuales del sistema.

El dominio de validez aquí corresponde con las exigencias de precisión. También puede hacer referencia a los valores de las variables y parámetros del sistema para que el modelo sea válido

1.7.3 Compromiso entre exactitud y simplificación.

Al obtener un modelo hay que llegar a un compromiso entre la simplicidad del mismo y la exactitud del resultado de su análisis. Los resultados obtenidos del análisis son válidos solamente en la extensión en que el modelo se ajuste a un determinado sistema físico.

La rapidez con que una computadora digital puede realizar operaciones aritméticas, permite formular modelos más complejos que poseen un mayor desarrollo de ecuaciones, obteniendo un modelo matemático más exacto y completo del sistema real. Sin embargo, si la exactitud no es un requerimiento esencial en el diseño es preferible obtener un modelo matemático más simple y más fácil de trabajar matemáticamente. A medida que simplificamos el modelo, perdemos exactitud (Perez. et al., 2008).

Es posible mejorar la precisión de un modelo matemático si se aumenta su complejidad. En algunos casos, se utilizan cientos de ecuaciones para describir un sistema completo. Sin embargo, en la obtención de un modelo matemático, debemos establecer un equilibrio entre la simplicidad del mismo y la precisión de los resultados del análisis. No obstante, si no se necesita una precisión extrema, es preferible obtener solo un modelo razonablemente simplificado. De hecho, por lo general basta con obtener un modelo matemático adecuado para el problema que se considera. Al obtener un modelo razonablemente simplificado, a menudo resulta necesario ignorar ciertas propiedades físicas inherentes al sistema. En

particular, si se pretende obtener un modelo matemático de parámetros concentrados lineal (es decir, uno en que se empleen ecuaciones diferenciales), siempre es necesario ignorar ciertas no linealidades y parámetros distribuidos (aquellos que producen ecuaciones en derivadas parciales) que pueden estar presentes en el sistema dinámico. Si los efectos que estas propiedades ignoradas tienen sobre la respuesta son pequeños, se obtendrá un buen acuerdo entre los resultados del análisis de un modelo matemático y los resultados del estudio experimental del sistema físico.

En general, cuando se soluciona un problema nuevo, es conveniente desarrollar primero un modelo simplificado para obtener una idea general de la solución (Ogata, 2003).

1.8 Consideraciones finales del capítulo.

- Un modelo es una representación aproximada de la dinámica de un sistema físico o hipotético.
- Para lograr una correcta sintonía de un controlador es necesario obtener un modelo lo más aproximado posible a la planta que va a ser controlada.
- Los modelos a implementar deben validarse y verificarse adecuadamente para evitar posibles fallas del control implementado.
- Se debe alcanzar un compromiso entre la exactitud del modelo y la simplicidad del mismo.

Un modelo matemático evita la realización de experimentos físicos con plantas críticas, evitando pérdidas económicas y posibles accidentes.

CAPÍTULO 2. SIMPLIFICACIÓN DE MODELOS.

Es común encontrar en trabajos relacionados con la temática del control la simplificación de modelos de orden superior, es por ello que se ha decidido realizar una revisión con el objetivo de encontrar trabajos donde se haya llevado a cabo esta simplificación y arribar a conclusiones sobre su uso. Han sido analizados los trabajos de diploma desde el curso 2006-2007 hasta el curso 2013-2014, además de otros documentos.

2.1 Simplificación de modelos de orden superior.

Para los sistemas con un orden superior a dos, no es fácil extraer conclusiones analíticas como las obtenidas para los sistemas de primer o segundo orden. Para obtener este tipo de conclusiones o resultados, aunque sea de forma aproximada, es frecuente estudiar la ubicación de los polos y ceros del sistema a fin de realizar simplificaciones en el mismo (Rodríguez, 2011).

Normalmente cuando un sistema tiene un número grande de polos, se trata de simplificar para obtener un sistema aproximado de segundo orden con sus polos localizados en los polos dominantes citados.

A menudo resulta conveniente hacer un análisis simplificado de los sistemas de orden superior, cuya ecuación característica sea de orden inferior, segundo o tercero generalmente, con raíces situadas en los polos dominantes de la transmitancia original. Por este motivo, el conocimiento del comportamiento del sistema de segundo orden resulta de importancia transcendental en el análisis y diseño de los sistemas (Ogata, 2003).

2.1.1 Polos dominantes.

Se considera que un polo es dominante si, siendo el más cercano al eje imaginario, está suficientemente alejado del resto de los polos. Se dice que es dominante porque su constante de tiempo es mayor que las del resto de los polos y, por tanto, la componente temporal que aporta a la salida tardará más en desaparecer. Normalmente un criterio muy utilizado para considerar que un polo es dominante frente a otros es que su parte real sea al menos cinco veces menor (Ogata, 2003) (constante de tiempo al menos 5 veces mayor).

2.1.2 Polos no dominantes.

Se dice que un polo es no dominante, si está lo suficientemente alejado respecto a otros polos como para que la componente temporal con la que contribuye a la salida sea despreciable frente a la que aportan los demás. Los polos y ceros cuyas partes reales son mucho más negativas que la parte real de los polos dominantes, tienen pequeña influencia en la respuesta transitoria, por lo cual este efecto puede despreciarse (Dulhoste, 2010).

2.1.3 Formas más utilizadas para la simplificación de modelos de orden superior.

En ocasiones se pueden simplificar la función de transferencia de un modelo de orden superior:

- Despreciando las dinámicas del sistema que no sean dominantes (rápidas, constantes de tiempo menores, polos más lejos del eje imaginario) frente a las dominantes (lentas, constantes de tiempo mayores, polos más cerca del eje imaginario).
- Cancelando un polo con un cero, cuando ambos estén muy próximos.

2.1.4 Cancelación de polos con ceros.

Si existe un cero cerca de un polo, el residuo de dicho polo se hace muy pequeño (en valor absoluto) por efecto de la cercanía del cero. Cuanto más próximo esté el cero del polo, este efecto es mayor. Por lo que se puede decir que polos y ceros situados muy próximos se cancelan entre sí, sin afectar a la respuesta transitoria del sistema. En tal caso, el conjunto polo - cero puede ser sustituido por su ganancia en estado estacionario.

En la práctica, para cancelar un polo con un cero no es necesario que ambos se encuentren exactamente en la misma posición. Basta con que estén muy próximos para que el efecto de uno se anule con el del otro (Gil Nobajas and Rubio Díaz-Cordovés, 2010).

2.2 Casos donde se simplifican modelos obtenidos a partir de modelado analítico.

En (Bombino, 2008) se realiza un estudio sobre los vehículos aéreos no tripulados, obteniendo el modelo matemático de forma analítica de un avión autónomo.

La obtención del modelo matemático del avión, parte de los propios parámetros físicos y de las fuerzas propias de la mecánica de vuelo de una aeronave y otras independientes, que actúan sobre la nave para que permanezca en vuelo. Entre ellas, cuatro son consideradas como básicas (Bombino, 2008):

- Sustentación: Fuerza perpendicular a la trayectoria.
- Arrastre: Fuerza que se opone al movimiento.
- Peso: El efecto de la gravedad actuando sobre la masa del avión.
- Empuje: La potencia del motor actuando por la hélice.

El modelo desarrollado está basado en las ecuaciones no lineales de fuerza y torques que actúan en el avión.

La ecuación de fuerza viene derivado de la segunda Ley de Newton.

$$F = ma \quad (2.1)$$

Dónde:

$$\dot{V}_n = \left(\frac{dV_b}{dt}\right)_b + w_{n,b}^b V_b \quad (2.2)$$

$$F = m\dot{V}_n \quad (2.3)$$

$$F = ma = m(\dot{V}_b + w_{n,b}^b V_b) \quad (2.4)$$

Con:

$$F = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad \dot{V}_b = \begin{bmatrix} \dot{U} \\ \dot{V} \\ \dot{W} \end{bmatrix} \quad w_{n,b}^b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad V_b = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Ecuaciones de momento angular

La acción de los torques externos en el avión en el marco coordenado del cuerpo (M) se puede expresar en el marco coordenado de navegación como:

$$M_b = \left(\frac{dH_b}{dt} \right)_n \quad (2.6)$$

Dónde:

$$\left(\frac{dH_b}{dt} \right)_n = \left(\frac{dH_b}{dt} \right)_b + w_{n,b}^b H_b \quad (2.7)$$

$$M_b = \left(\frac{dH_b}{dt} \right)_b + w_{n,b}^b H_b \quad (2.8)$$

Dónde:

$$M_b = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad \left(\frac{dH_b}{dt} \right)_b = \begin{bmatrix} \dot{p}I_x & -\dot{q}I_{yx} & -\dot{r}I_{xz} \\ \dot{q}I_y & -\dot{r}I_{yz} & -\dot{p}I_{yx} \\ \dot{r}I_z & -\dot{p}I_{zx} & -\dot{q}I_{zy} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$w_{n,b}^b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad H_b = \begin{bmatrix} pI_x & -qI_{yx} & -rI_{xz} \\ qI_y & -rI_{yz} & -pI_{yx} \\ rI_z & -pI_{zx} & -qI_{zy} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Las ecuaciones (2.4) y (2.8) comprenden las ecuaciones dinámicas del avión y es donde quedan determinadas las fuerzas externas y los torques.

Después de obtener las ecuaciones dinámicas del avión, se procede a linealizar por separado las fuerza y los torques. Los resultados de la linealización de las ecuaciones de fuerza y de torque son (Bombino, 2008):

$$\Delta F = \begin{bmatrix} m\Delta\dot{U} \\ m(\Delta\dot{V} + rU_0) \\ m(\Delta\dot{W} - qU_0) \end{bmatrix} \quad \Delta M_b = \begin{bmatrix} \dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} \\ \dot{q}I_y \\ \dot{r}I_z - \dot{p}I_{zx} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Partiendo de la influencia de las fuerzas y los torques se determinan en (Bombino, 2008) los modelos de espacio de estado longitudinal y lateral:

Modelo de espacio de estado de movimiento longitudinal:

$$A_{lon} = \begin{bmatrix} -0.5810 & 0.0241 & 0 & -0.2905 \\ -0.2808 & -6.0631 & 0.9649 & 0 \\ 0.7715 & -21.377 & -4.565 & 0 \\ 0 & 0 & 1.000 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$B_{lon} = \begin{bmatrix} 0 & 0.01611 \\ -0.4152 & 0 \\ -1.1356 & 0.1405 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Modelo de espacio de estado de movimiento lateral:

$$B_{lat} = \begin{bmatrix} 0 & 0.2107 \\ 0 & 0 \\ 237.16 & 20.862 \\ 0 & 0 \\ -2.7968 & -57.97 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

A partir del modelo de espacio de estado (Bombino, 2008) de movimiento lateral es obtenida la función transferencial utilizada para el control del ángulo de alabeo:

$$G_{lat}(S) = \frac{-5.329 \cdot 10^{-15} S^4 + 96.56 S^3 + 2.7 S^2 + 316.8 S}{S^5 + 8.131 S^4 + 3.624 S^3 + 26.59 S^2 - 1.305 S} \quad (2.15)$$

Como el primer término del numerador es tan pequeño, se desprecia. Además es simplificado el numerador y el denominador, por lo tanto la ecuación (2.15) queda de segundo orden en el numerador y cuarto orden en el denominador, resultando de la siguiente forma (Bombino, 2008):

$$G_{lat}(S) = \frac{96.56 S^2 + 2.7 S + 316.8}{S^4 + 8.131 S^3 + 3.624 S^2 + 26.59 S - 1.305 S} \quad (2.16)$$

A partir del modelo de espacio de estado (Bombino, 2008) de movimiento longitudinal es obtenida la función transferencial utilizada para el control del cabeceo:

$$G_{lon}(S) = \frac{-1.599 \cdot 10^{-14} S^3 - 1.136 S^2 + 1.331 S + 1.141}{S^4 + 11.21 S^3 + 54.49 S^2 + 28.31 S + 3.103} \quad (2.17)$$

El primer término del numerador es muy pequeño y por lo tanto se desprecia, quedando entonces un polinomio de segundo orden en el numerador (Bombino, 2008).

$$G_{lon}(S) = \frac{-1.136 S^2 + 1.331 S + 1.141}{S^4 + 11.21 S^3 + 54.49 S^2 + 28.31 S + 3.103} \quad (2.18)$$

En (Feliú, 2010) es utilizado el método recursivo de mínimos cuadrados para obtener el modelo de un motor de corriente directa partiendo del siguiente sistema libre de perturbaciones:

$$KV = J_r \ddot{\theta}_m + v_r \dot{\theta}_m \quad (2.19)$$

Donde $K = k/n$. Para simplificar se toma $A_r = K/J_r, B_r = v_r/J_r$, siendo respectivamente J_r y v_r la inercia y la fricción viscosa del motor.

Cuya función de transferencia es:

$$G(S) = \frac{\theta_m(S)}{V(S)} = \frac{\frac{K}{J_r}}{s^2 + \frac{v_r}{J_r} s} = \frac{A_r}{S(S+B_r)} \quad (2.20)$$

Este método requiere el modelo discreto del sistema. El modelo discreto es de la forma

$$\theta_m(t) + a_{1r}\theta_m(t-1) + a_{2r}\theta_m(t-2) = b_{1r}V(t-1) + b_{2r}V(t-2) \quad (2.21)$$

La función de transferencia en el dominio de la transformada z es:

$$Gr(S) = \frac{\theta_m(z)}{V(z)} = \frac{b_{1r}z^{-1} + b_{2r}z^{-2}}{1 + a_{1r}z^{-1} + a_{2r}z^{-2}} \quad (2.22)$$

Los valores de las ganancias son estimados en línea mediante el método recursivo de mínimo cuadrado (Figura 2.1), siendo estos: $a_{1r} = -1.985$ $a_{2r} = 0.985$ $b_{1r} = 3.041 * 10^{-5}$ $b_{2r} = 3.026 * 10^{-5}$

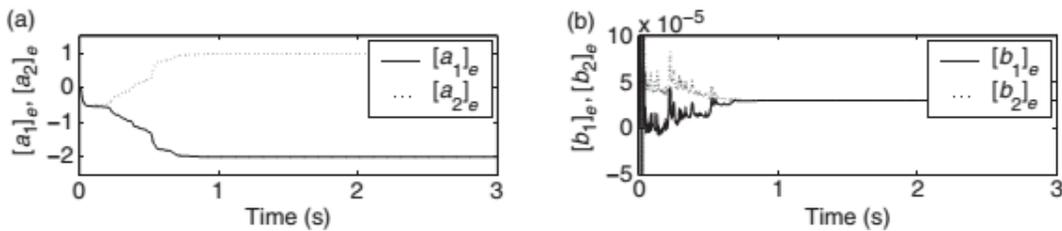


Figura 2.1 Estimación de las ganancias.

La función transferencial estimada del sistema en el tiempo continuo es:

$$G(S) = \frac{-1.727 * 10^{-9} S + 61.13}{S^2 + 15.15 S + 9.603 * 10^{-5}} \quad (2.23)$$

Para simplificar este modelo se desprecian los valores más pequeños, quedando la función como se aprecia en la ecuación (2.24):

$$G(S) = \frac{61.13}{S(S+15.15)} \quad (2.24)$$

2.3 Casos donde se simplifican modelos obtenidos a partir de identificación experimental.

En (Pacheco, 2012) se realiza el control de un robot paralelo de dos grados de libertad, el cual es una plataforma que presenta un diseño formado por una estructura paralela y dos articulaciones constituidas por cilindros neumáticos.

Para la obtención del controlador es necesario contar con el modelo de la planta bajo estudio, este modelo es obtenido mediante identificación experimental, para lo cual es implementada una interfaz en una prueba en tiempo real realizada al simulador de conducción de dos grados de libertad.

Se determinó un tiempo de establecimiento de 10 seg para situar las articulaciones de la plataforma en 150 mm, la mitad del recorrido permitido, excitándose después la articulación uno, mientras que la articulación dos se mantiene en reposo. Usando una PRBS de amplitud 70 mm (pp) y 0,5 Hz de frecuencia, como señal de excitación durante un tiempo de 40 seg, se mantuvo al sistema insistentemente excitable, requisito indispensable para lograr una buena identificación (Pacheco, 2012).

En la interfaz se realiza la estimación utilizando el método ARMAX, es estimado un modelo que posee un FIT de 67,3 %, (FIT: por ciento de ajuste), obteniéndose el modelo discreto en lazo cerrado siguiente:

$$FT(S) = \frac{10^{-8}(2.25z^2+4.45z+2.20)}{z^3-3z^2+3z-0.99} \quad (2.25)$$

Conociendo la ganancia del controlador es obtenido el modelo continuo en lazo abierto:

$$F(s) = \frac{-4.593 \cdot 10^{-12} s^6 + 3.714 \cdot 10^{-5} s^5 + 2.857 s^4 - 21720 s^3 + 8.937 \cdot 10^7 s^2 - 1.239 \cdot 10^{11} s + 1.712 \cdot 10^{13}}{s^6 + 4728 s^5 + 5.532 \cdot 10^6 s^4 + 1.543 \cdot 10^8 s^3 + 6.871 \cdot 10^9 s^2 + 1.49 \cdot 10^{11} s + 3.334 \cdot 10^{11}} \quad (2.26)$$

Mediante el análisis de la posición de los polos y ceros, este modelo es reducido al modelo de tercer orden de tipo uno siguiente:

$$F(s) = \frac{146600}{s^3 + 4.181s^2 + 1163s} \quad (2.27)$$

En (Castillo, 2014) se realiza el control con realimentación de fuerza de un pistón electro-neumático en un simulador de conducción, para realizar este control se determina el modelo de posición contra variaciones de presión por el método de identificación experimental.

La identificación del sistema se realiza teniendo en cuenta los siguientes parámetros, la prueba real se realiza durante 60 segundos con un período de muestreo de 1ms y una amplitud de 40 mm alrededor del punto medio.

Después de identificado se realizan experimentos con diferentes estructuras, siendo seleccionado el modelo de estructura ARMAX, por tener un mejor FIT=71.74% (FIT: por ciento de ajuste).

A partir del modelo identificado que constituye la función transferencial de lazo cerrado del sistema de posición, y de conocer la ganancia de identificación, se puede obtener el modelo del sistema en lazo abierto que relaciona las variaciones de presión a las válvulas de presión y la posición articular de cada pistón. Este método es conocido como método de identificación indirecta (Ljung, 1999):

$$G_p(z) = \frac{q}{u}(z) = \frac{G_{lc}}{K_p(1-G_{lc}(z))} = \frac{numG_{lc}(z)/K_p}{denG_{lc}(z)-numG_{lc}(z)} \quad (2.28)$$

Donde:

G_{lc} : Función transferencial de lazo cerrado obtenida a través de identificación experimental.

K_p : Ganancia de identificación.

G_p : Función transferencial de lazo abierto.

El modelo obtenido a partir de la identificación indirecta es representado por la ecuación (2.29).

$$G_p(s) = \frac{q}{u} = \frac{-0.09656(s-30.28)(s^2-96.53+2874)}{(s+1.841)(s+0.906)(s-0.2248)} \quad (2.29)$$

Este modelo presenta un polo en $S = 0.2248$, que en (Castillo, 2014) es aproximado al origen, además es despreciada la dinámica de los ceros presentes, por lo que el modelo dinámico queda de la siguiente forma:

$$G_p(s) = \frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{1789.3498}{s(s+1.805)(s+1.248)} \quad (2.30)$$

En (Morffi, 2014) se realiza el modelado y control de un motor trifásico de corriente alterna. Con el objetivo de llevar a cabo este control se hace necesario efectuar un análisis del sistema, que permita el diseño de los controladores y así realizar simulaciones para obtener el comportamiento del mismo.

En (Morffi, 2014) es realizada la identificación experimental para obtener el modelo dinámico del motor-inversor, debido a la complejidad del modelo matemático del motor y el desconocimiento de los valores de algunas variables presentes en las ecuaciones que conforman el modelo. La variable que se desea controlar es la posición del motor, en tal sentido, se decide identificar dicha variable.

Después de realizados varios experimentos es seleccionada la estructura ARMAX 3331, por tener el mejor por ciento de ajuste de la salida del modelo a la salida real medida. También la estructura ARMAX 3331 posee mejores residuos que los otros modelos estimados, además de obtener un modelo de menor complejidad.

Con la selección de esta estructura, la función de transferencia que se obtuvo en lazo cerrado para el sistema es:

$$L_c(s) = \frac{5.39 \cdot 10^{-3} s^2 - 3.896s + 347.6}{s^3 + 21.53s^2 + 124.6s + 363.2} \quad (2.31)$$

La función de transferencia en lazo abierto que se obtiene a partir de la ecuación (2.31) es:

$$L_a(s) = \frac{0.0154(s-618.6)(s-104.2)}{(s+0.1241)(s^2+21.4s+125.8)} \quad (2.32)$$

Este modelo es reducido para desarrollar estrategias de control, mediante la eliminación de los ceros que presentan dinámica despreciable por su lejanía del origen y mediante la aproximación al origen del polo más pequeño. Quedando el modelo reducido como se observa en la ecuación (2.33).

$$La(s) = \frac{993.1424}{s(s^2+21.4s+125.8)} \quad (2.33)$$

En (Reinoso et al., 2001) se realiza el estudio de un sistema compuesto por un cilindro neumático de doble efecto, el modelado de este sistema posee cierto grado de dificultad debido a la enorme cantidad de factores que están involucrados y que afectan sensiblemente el modelo.

Algunas hipótesis en las que se basa la obtención de este modelo en (Reinoso et al., 2001) son las siguientes:

- El gas es ideal y los cambios de estado son adiabáticos.
- Se desprecian las variaciones de temperatura en las cámaras del cilindro.
- No se considera ni se modela el efecto de la fricción.
- Se considera como punto de operación el centro del cilindro. De esta forma el volumen de ambas cámaras es despreciable.

Basado en estas hipótesis, la función de transferencia que modela el comportamiento del sistema es la siguiente:

$$F_T(S) = \frac{\frac{2C_1RTA}{VM}}{s \left[s^2 + \left(\frac{b}{M} + \frac{RTC_2}{A} \right) s + \frac{2A^2P_i + RTbC_2}{VM} \right]} \quad (2.34)$$

Siendo:

R: Constante de los gases.

T: Temperatura del gas en las cámaras.

A: Área del pistón del cilindro.

V: Volumen de las cámaras.

M: Masa de la carga y el pistón.

b: Constante de fricción viscosa.

P_i: Presión inicial en las cámaras.

C₁ y C₂: Constantes de la función de transferencia de masa en la válvula.

Para la realización de la identificación experimental son utilizadas cinco señales de excitación distintas para el sistema, las cuales son:

- Ruido uniforme limitado, posición aleatoria entre ± 500 pc (pulsos del codificador), con un período de muestreo de 10 ms.
- Señal tipo prbs (señal binaria pseudoaleatoria) con 500 pc de amplitud variable en cada período de muestreo.

- Señal tipo prbs con 1000 pc de amplitud variable en cada período de muestreo.
- Señal tipo prbs con 500 pc de amplitud variable cada cinco períodos de muestreo.
- Señal tipo prbs con 1000 pc de amplitud variable cada cinco período de muestreo.

Según (Reinoso et al., 2001) el empleo de estas señales de excitación permite asegurar el funcionamiento del sistema en diferentes condiciones de funcionamiento lo que garantizará una mejor identificación del mismo. Son obtenidas dos funciones para dos posiciones concretas de la posición del cilindro posición primaria y posición intermedia de la carrera del cilindro:

$$G_1(s) = \frac{-5.8 \cdot 10^{-3} S^3 + 4.809 S^2 - 1225 S + 9.984 \cdot 10^4}{S^3 + 83.84 S^2 + 3997 S - 1.717 \cdot 10^4} \quad (2.35)$$

$$G_2(s) = \frac{-0.006 S^3 + 3.583 S^2 - 730.4 S + 5.07 \cdot 10^4}{S^3 + 98.04 S^2 + 1873 S - 1587} \quad (2.36)$$

Los modelos obtenidos en las ecuaciones (2.35) y (2.36) son reducidos despreciando los valores pequeños presentes en el numerador de ambos modelos quedando como se aprecia en las ecuaciones (2.37) y (2.38).

$$G_1(s) = \frac{4.809 S^2 - 1225 S + 9.984 \cdot 10^4}{83.84 S^2 + 3997 S - 1.717 \cdot 10^4} \quad (2.37)$$

$$G_2(s) = \frac{3.583 S^2 - 730.4 S + 5.07 \cdot 10^4}{98.04 S^2 + 1873 S - 1587} \quad (2.38)$$

En (Rubio et al., 2007) se analiza un simulador de conducción desarrollado por SIMPRO, el cual es ampliamente utilizado en entrenamientos de conducción. Este consta de una cabina con todos los mandos reales a los que se enfrenta el conductor en un vehículo, y un monitor a través del cual puede ver el mundo virtual por el que se mueve. Dos cilindros neumáticos son los encargados de dar la sensación de movimiento al conductor.



Figura 2.1 Estructura mecánica y el sistema electro-neumático del simulador de conducción.

Dado que la plataforma del simulador es un sistema más complejo que una simple articulación electro-neumática con masa constante, se estiman modelos ARMAX de diferentes órdenes. El modelo estimado que mejor ajusta su salida a la respuesta real del sistema con FIT > 65 % (FIT: por ciento de ajuste) y cuyo análisis de la correlación de sus residuos con la señal de entrada está dentro del intervalo de confianza (Rubio et al., 2007).

Obteniéndose la ecuación de quinto orden siguiente:

$$G(S) = \frac{0.021S^5 - 24.02S^4 - 4.88 \cdot 10^4 S^3 + 2.12 \cdot 10^7 S^2 - 4.11 \cdot 10^8 S + 2.51 \cdot 10^{10}}{S^5 + 2876S^4 + 3.92 \cdot 10^6 S^3 + 9.3 \cdot 10^6 S^2 + 2.31 \cdot 10^8 S + 1.23 \cdot 10^8} \quad (2.39)$$

En (Rubio et al., 2007) se requiere para el diseño del controlador, que el modelo de la planta sea de tercer orden con uno de los polos en el origen. Por tanto, reducen el modelo de la ecuación (2.40) a su equivalente de tercer orden. Del modelo original se toma su ganancia estática y los polos complejos dominantes, se fija un polo en el origen y se obtiene como resultado el modelo reducido Gr

$$Gr(S) = \frac{59944.262}{S(S^2 + 1.79S + 58.22)} \quad (2.40)$$

Como se ha podido apreciar, una vez obtenido un modelo de orden superior es muy común una reducción de este modelo para su control, mayormente con el objetivo de facilitar el diseño del control que será implementado, en el Anexo I se pueden encontrar los modelos originales y las simplificaciones realizadas en los documentos anteriores.

2.4 Consideraciones finales del capítulo.

Durante la revisión bibliográfica se encontraron varios documentos donde se realiza la simplificación de modelos de orden superior, por lo que se puede afirmar que en la actualidad hay un amplio uso de la simplificación de modelos. En la mayoría de los casos donde se simplifican plantas con modelos de orden superior, se hace para facilitar el diseño de su control. La simplificación del modelo de una planta se realiza por diferentes métodos y por lo general con el objetivo de facilitar el diseño de una estrategia de control. En el siguiente capítulo se procederá a realizar comparaciones de los modelos simplificados con los modelos originales, para así arribar a conclusiones de la factibilidad de las simplificaciones de modelos de orden superior.

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el presente capítulo se proceden a realizar comparaciones de algunos de los modelos obtenidos en los trabajos encontrados con sus modelos simplificados, con el objetivo de analizar los resultados de estas simplificaciones. Para ello se utiliza el fichero *comparación.m* realizado en el software MatLab.

3.1 Programación para la comparación de modelos.

Para la comparación de los modelos se emplea la herramienta de software matemático MatLab, mediante la cual se crea el fichero *comparación.m*.

En este fichero son creadas las funciones transferenciales del modelo original, del modelo simplificado y del controlador, además de las funciones transferenciales de lazo cerrado de ambos modelos con el controlador.

El ancho de banda del modelo original es obtenido mediante la función *bandwidth*, a partir de este se calcula el periodo de muestreo (t_m), tomando la frecuencia de muestreo (f_m) aproximadamente diez veces el ancho de banda (a_b), ver ecuación (3.1). El tiempo de simulación (t_s) es creado en el vector t de n filas y una columna, tomando el periodo de muestreo (t_m) calculado.

$$T_m = \frac{1}{f_m} \quad f_m = 10 * a_b \quad n = \frac{t_s}{T_m} \quad (3.1)$$

Para analizar la respuesta de los modelos se excitan las funciones transferenciales de lazo cerrado con una señal paso y una señal prbs. Para la creación de la señal paso se utiliza la función *ones*, la cual crea un vector s de n filas y 1 columna, formado por unos. Para la creación de la señal prbs se utiliza la función *idinput*, la cual genera una señal de entrada u en forma de un vector de n filas y 1 columna.

Para estudiar la validez de esta simplificación se realiza el cálculo del fit (por ciento de ajuste), donde se obtiene un valor en por ciento de la semejanza de la respuesta del modelo original y el modelo simplificado, para este cálculo es utilizada la ecuación (3.2).

También para valorar la validez de la simplificación de los modelos son analizadas también las gráficas del diagrama de bode y las respuestas ante una entrada paso y una prbs.

$$fit = 100 * \left(\frac{1 - norm(yh - y)}{norm(y - mean(y))} \right) \quad (3.2)$$

3.2 Casos de estudio.

En el capítulo anterior se encontraron varios trabajos donde se simplificaban los modelos obtenidos, de estos documentos serán tomados varios casos de estudio para analizar la factibilidad de la simplificación de los modelos obtenidos mediante el modelado analítico o mediante la identificación experimental.

3.2.1 Modelado analítico.

En (Bombino, 2008) se obtiene el modelo de orden superior de la ecuación (2.15) para el control del alabeo del avión autónomo. Este modelo es reducido al modelo de la ecuación (2.16), pues el primer término del numerador es despreciado por ser pequeño, además es simplificado el numerador y el denominador, por lo que la ecuación (2.16) queda de segundo orden en el numerador y cuarto orden en el denominador.

Para el control del alabeo es diseñado un controlador PID, el cual queda como se muestra en la ecuación (3.3) forma:

$$G_{ca}(S) = \frac{0.1672S^2 + 10.26S + 26.21}{S} \quad (3.3)$$

En este caso el fit calculado ante las señales paso y prbs es de un 100 %. Si son analizadas la Figura 3.1 y la Figura 3.2 en las que se presenta el diagrama de bode y la respuesta ante una señal paso de ambos modelos, se puede observar la semejanza.

En estas figuras puede observarse la similitud de las respuestas, al igual que si es estudiada la respuesta de los dos modelos ante una señal prbs, ver Anexo III, lo que demuestra la validez de la simplificación realizada.

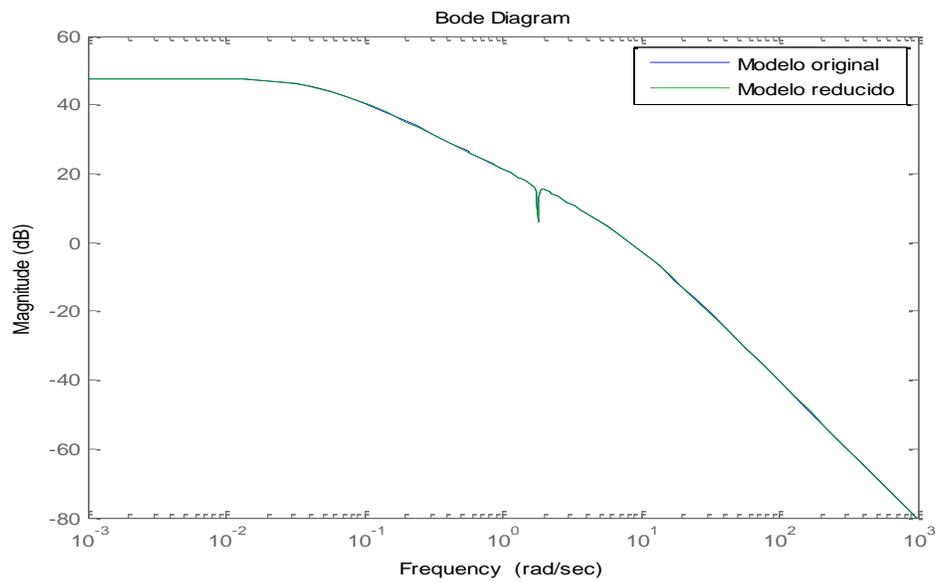


Figura 3.1 Diagrama de bode.

Es posible concluir que con el modelo reducido no se pierde la dinámica fundamental del modelo original, y por lo tanto el control sintonizado es efectivo para el control de la planta original.

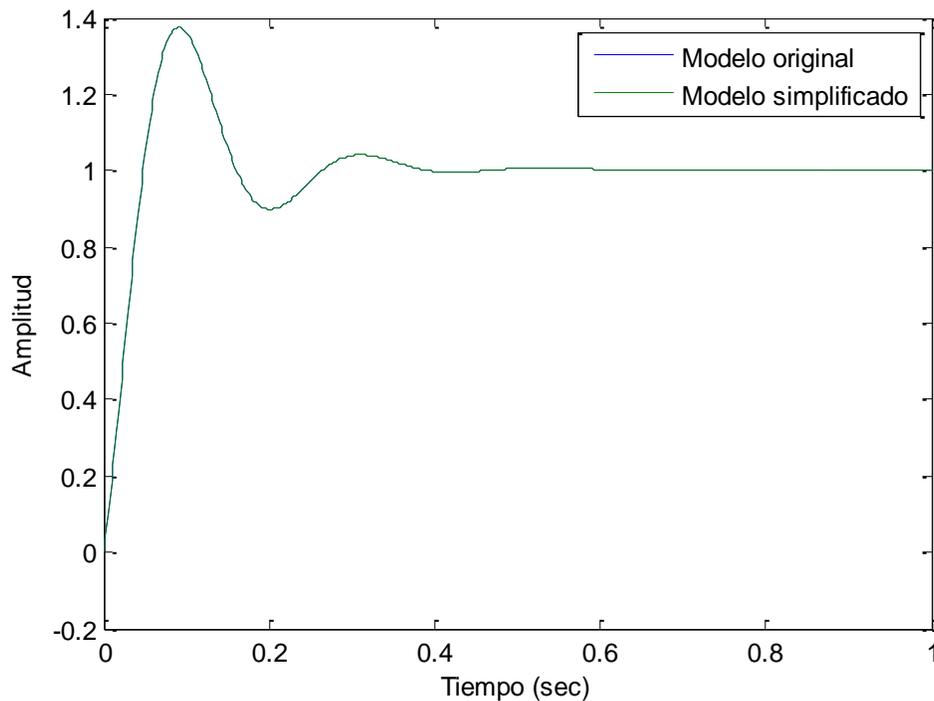


Figura 3.2 Respuesta a una señal paso.

También en (Bombino, 2008) se realiza el control del cabeceo del avión autónomo para el cual es obtenido el modelo de la ecuación (2.17), que es reducido al despreciar la dinámica del primer término del numerador por ser muy pequeño, quedando la ecuación (2.18).

El controlador utilizado para el control del cabeceo del avión es un PD como se puede observar en la ecuación (3.4).

$$G_{cc} = 3.5S + 23.275 \quad (3.4)$$

El por ciento de ajuste de ambos modelos ante la señal paso y la prbs es de un 100 %, lo que permite afirmar que existe concordancia entre ambos modelos. En la ecuación (3.4) se puede observar el controlador diseñado para el control del cabeceo del avión.

Observando la Figura 3.3 donde se presenta el diagrama de bode del modelo original y del modelo simplificado, se puede apreciar la semejanza en la dinámica de ambos modelos

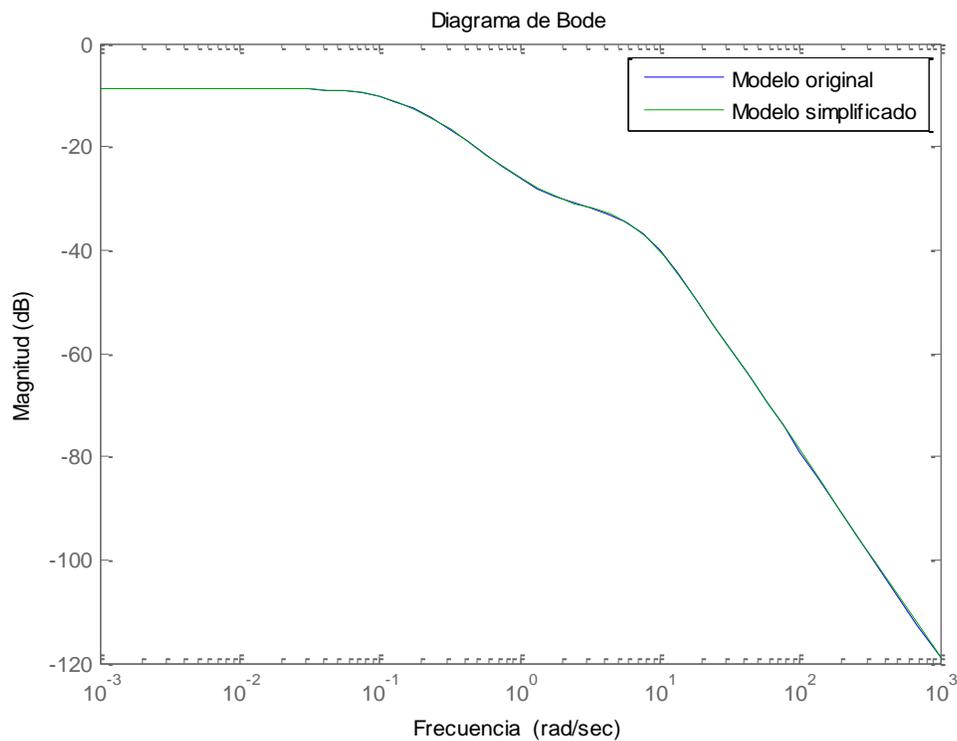


Figura 3.3 Diagrama de bode.

En la respuesta al paso de los dos modelos presentada en la Figura 3.4, se observa la coincidencia de la respuesta del modelo original y el modelo simplificado con el

controlador diseñado. También se puede apreciar una coincidencia entre ambos modelos en la respuesta ante una señal prbs, como se muestra en el Anexo IV.

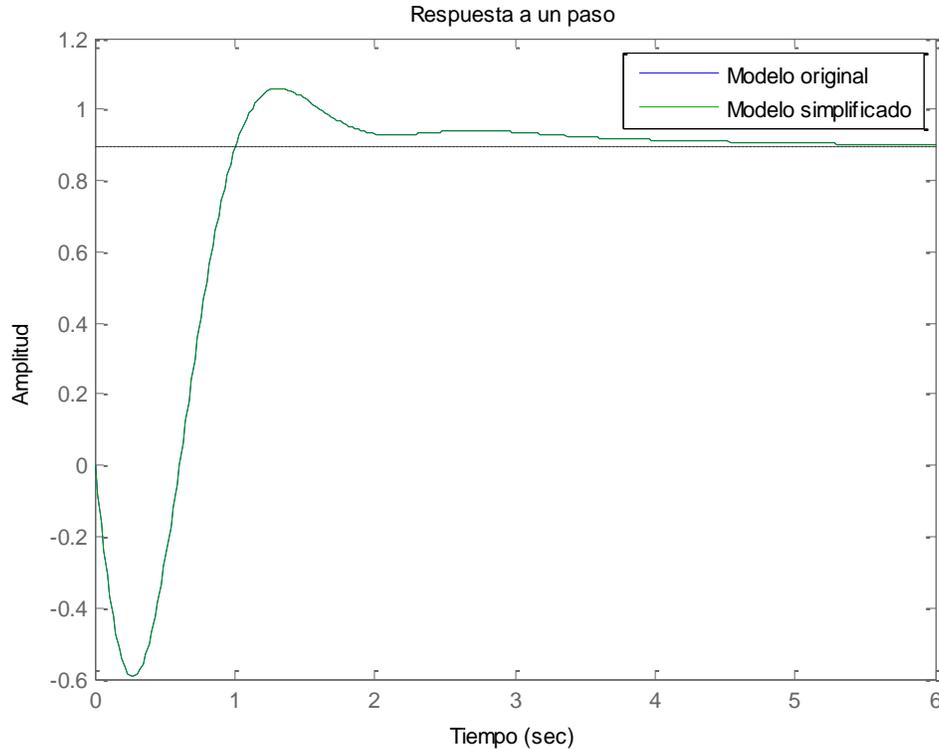


Figura 3.4 Respuesta a una señal paso.

Como se aprecia en los valores del fit ante las diferentes entradas y en las figuras con las respuestas de los modelos, la reducción de modelo realizada no afecta la respuesta de la planta original con el controlador sintonizado para el modelo reducido.

En (Feliú, 2010) se obtiene el modelo de segundo orden de la ecuación (2.23), el cual es reducido al modelo de la ecuación (2.24) despreciando los valores más pequeños. Como controlador para este modelo se ha tomado un P de valor unitario.

El por ciento de ajuste calculado del modelo reducido respecto al modelo original ante la señal paso es de un 99.9964 % y ante la señal prbs es de un 99.9999 %, considerándose estos valores muy elevados.

Estos valores demuestran la similitud en la respuesta del modelo reducido con el modelo original. Si son analizadas la Figura 3.5 y la Figura 3.6 en las que se presenta el diagrama de bode y la respuesta ante una señal paso de ambos modelo.

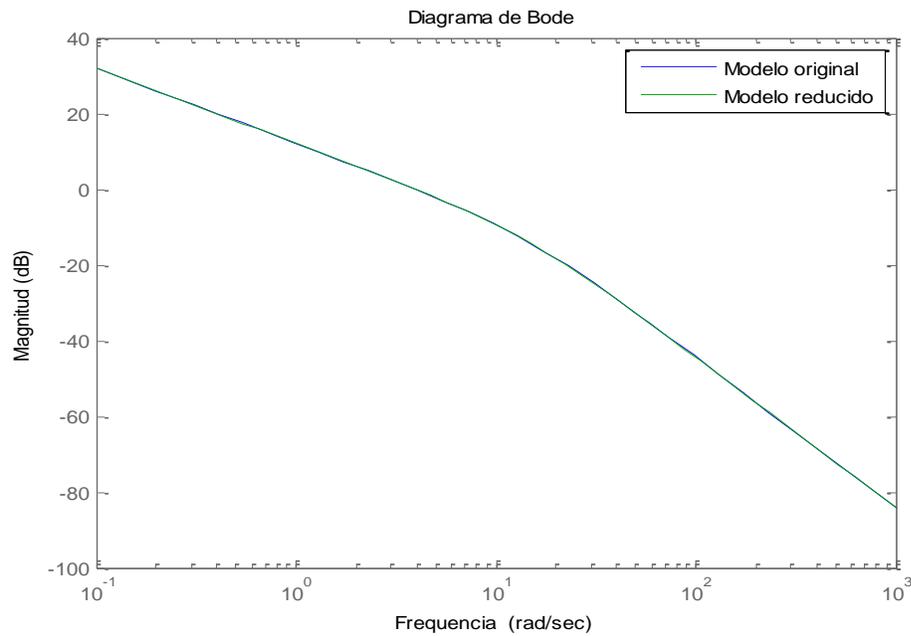


Figura 3.5 Diagrama de bode.

En estas figuras puede observarse la semejanza de las respuestas, al igual que si es estudiada la respuesta de los dos modelos ante una señal prbs, ver Anexo V, lo que demuestra la validez de la simplificación realizada.

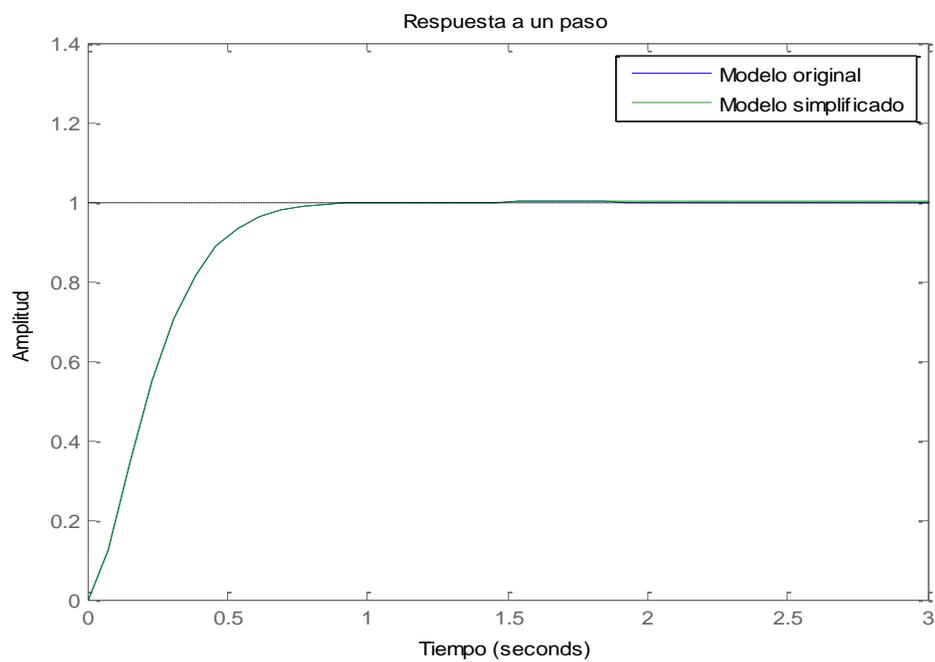


Figura 3.6 Respuesta a una señal paso.

3.2.2 Identificación experimental.

En (Pacheco, 2012) se obtiene el modelo de la ecuación (2.26), el cual es reducido al modelo de la ecuación (2.27), mediante el análisis de la posición de los polos y ceros. El controlador sintonizado para el control de esta planta es el de la ecuación (3.5).

$$G_C = \frac{0.09606 S^3 + 0.5763 S^2 + 112.5 S + 203.2}{S^3 + 88 S^2 + 2256 S} \quad (3.5)$$

En este caso el fit de los dos modelos ante una señal paso da un valor de 49.0301 %, lo que coincide con lo mostrado en la Figura 3.7. En esta figura se evidencia las diferencias que existen entre la respuesta brindada por el modelo original y el modelo simplificado con el mismo controlador.

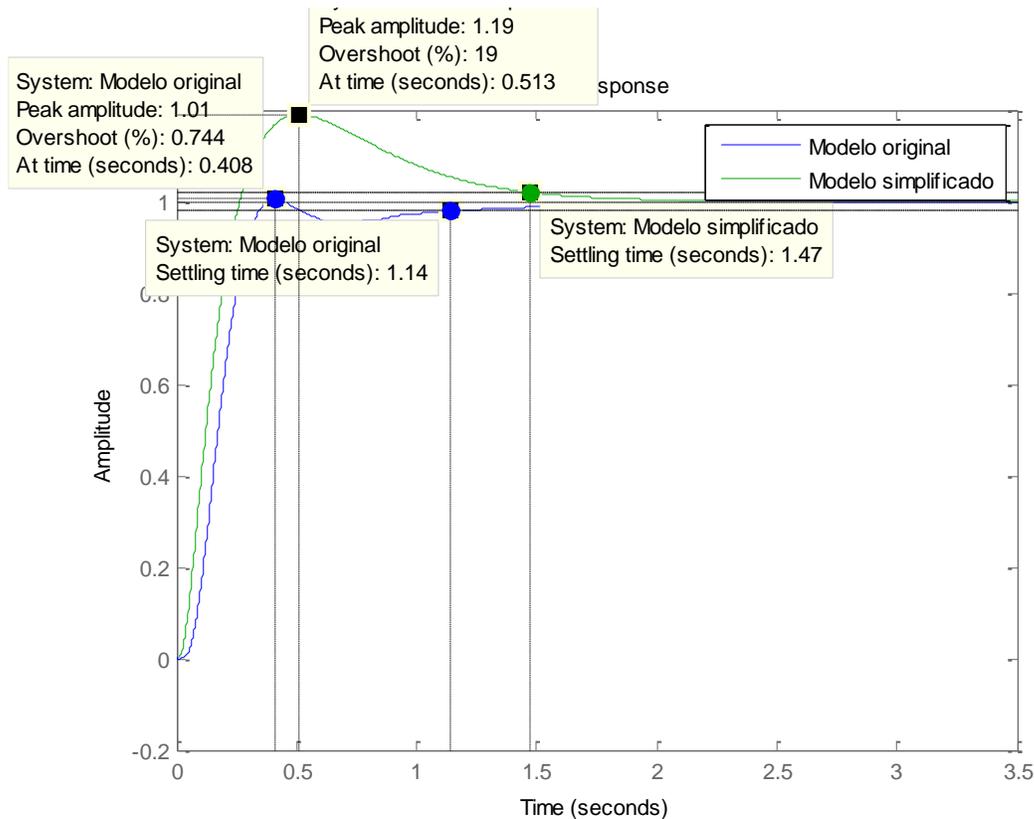


Figura 3.7 Respuesta ante una señal paso.

Ante una señal prbs el fit de ambos modelos da un valor de 54.4707 %, como puede ser observado en el Anexo VI. También puede ser analizado el diagrama de bode de la Figura 3.8 donde se pueden apreciar las diferencias existentes.

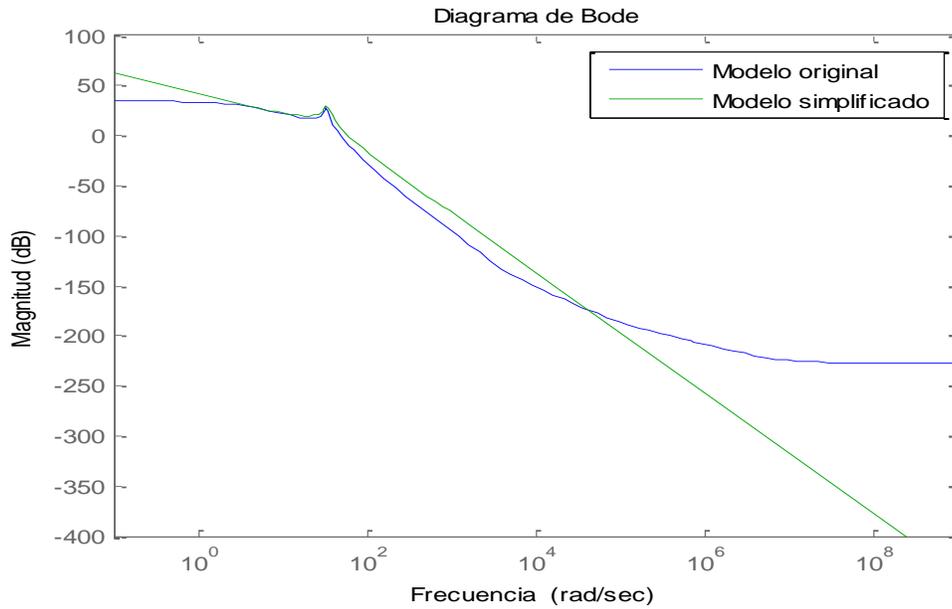


Figura 3.8 Diagrama de Bode.

La simplificación realizada al modelo original afecta en gran medida el desempeño de la planta con el controlador sintonizado, pues existe una diferencia notable entre la respuesta deseada y la alcanzada con el modelo de la planta original.

En (Morffi, 2014) se obtiene el modelo de orden superior de la ecuación (2.32), el cual es reducido al modelo de la ecuación (2.33).

Para la reducción de la ecuación (2.32) se realiza la eliminación de los ceros que presentan dinámica despreciable por su lejanía del origen, los cuales son multiplicados a la ganancia y se aproxima al origen el polo más pequeño.

El control utilizado para esta planta es un controlador P de valor 0.28.

En este caso el fit de los dos modelos ante una señal paso da un valor de 82.0559% como puede apreciarse en la Figura 3.9.

Ante una señal prbs el por ciento de ajuste da un valor de 94.4721%, lo que puede ser observado en el Anexo VII.

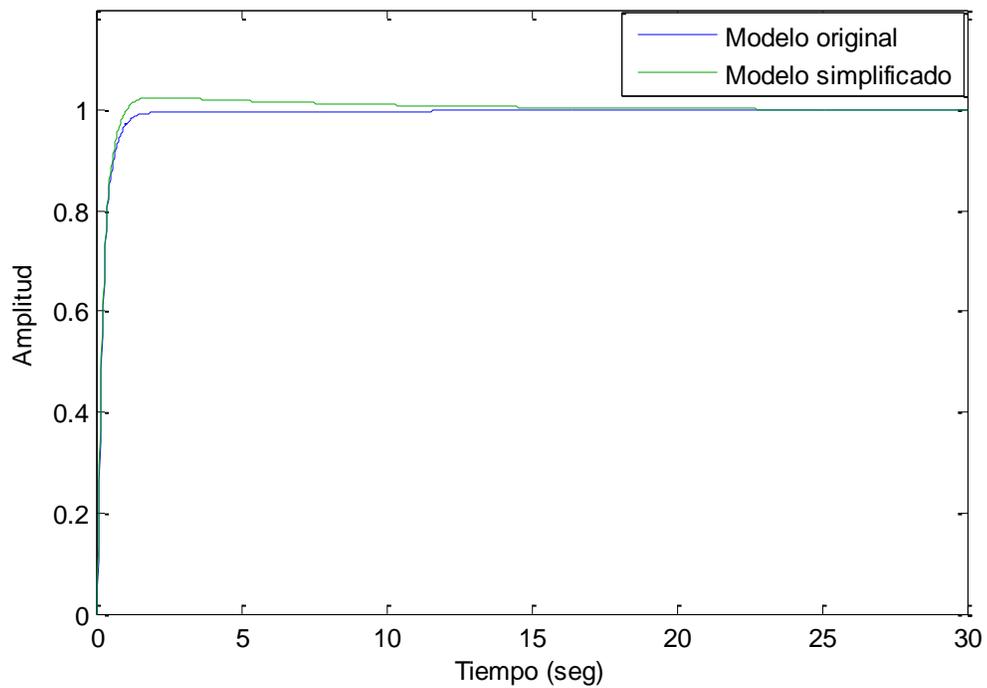


Figura 3.9 Respuesta ante una señal paso.

También puede ser analizado el diagrama de bode de la Figura 3.10 donde se pueden apreciar las diferencias a las altas y bajas frecuencias.

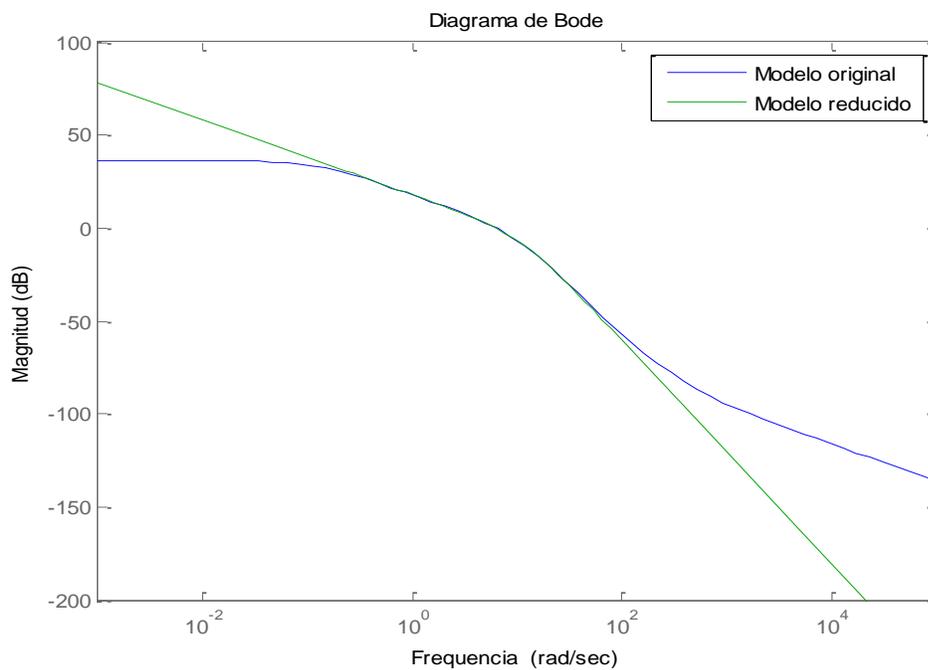


Figura 3.10 Diagrama de bode.

La diferencia entre los modelos puede atribuirse a la eliminación de los ceros del modelo original, pues al ser estos de altos valores, poseen una mayor influencia en la dinámica de la planta. La eliminación de los ceros influye de manera negativa en el ajuste del modelo simplificado respecto al modelo original. Esto provoca que el control sintonizado para el modelo simplificado no sea adecuado para la planta original obtenida.

En (Rubio et al., 2007) se obtiene el modelo de orden superior de la ecuación (2.39), el cual es reducido al modelo de la ecuación (2.40) fijando un polo en el origen, tomando la ganancia estática del modelo original y los polos complejos dominantes.

La simplificación es fundamentada por el análisis del lugar de las raíces del modelo de la ecuación (2.40), donde se determina que la dinámica dominante sigue siendo la de un modelo de tercer orden con un polo próximo al origen. El método de diseño del controlador que es empleado en este documento requiere que el modelo de la planta sea de tercer orden con uno de los polos en el origen.

La ecuación (3.6) es la del controlador utilizado para esta planta.

$$\frac{S(s)}{R(s)} = \frac{(S + 1.93)(S^2 + 1.79S + 58.22)}{S(S + 28.66)^2} \quad (3.6)$$

En la Figura 3.11 puede observarse el diagrama de bode del modelo original y del modelo reducido, donde se aprecia la diferencia existente en la respuesta de los dos modelos a las altas y bajas frecuencias.

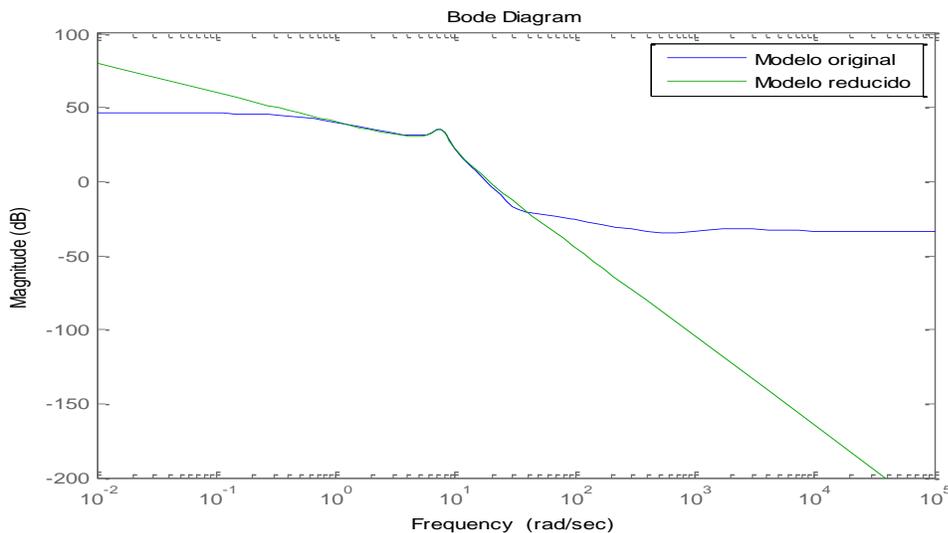


Figura 3.11 Diagrama de bode.

En la Figura 3.12 puede observarse la respuesta de ambos modelos ante una señal paso con el controlador diseñado. En este caso el por ciento de ajuste de los dos modelos ante esta señal paso es de 76.8041 %, lo que evidencia una diferencia en las respuestas.

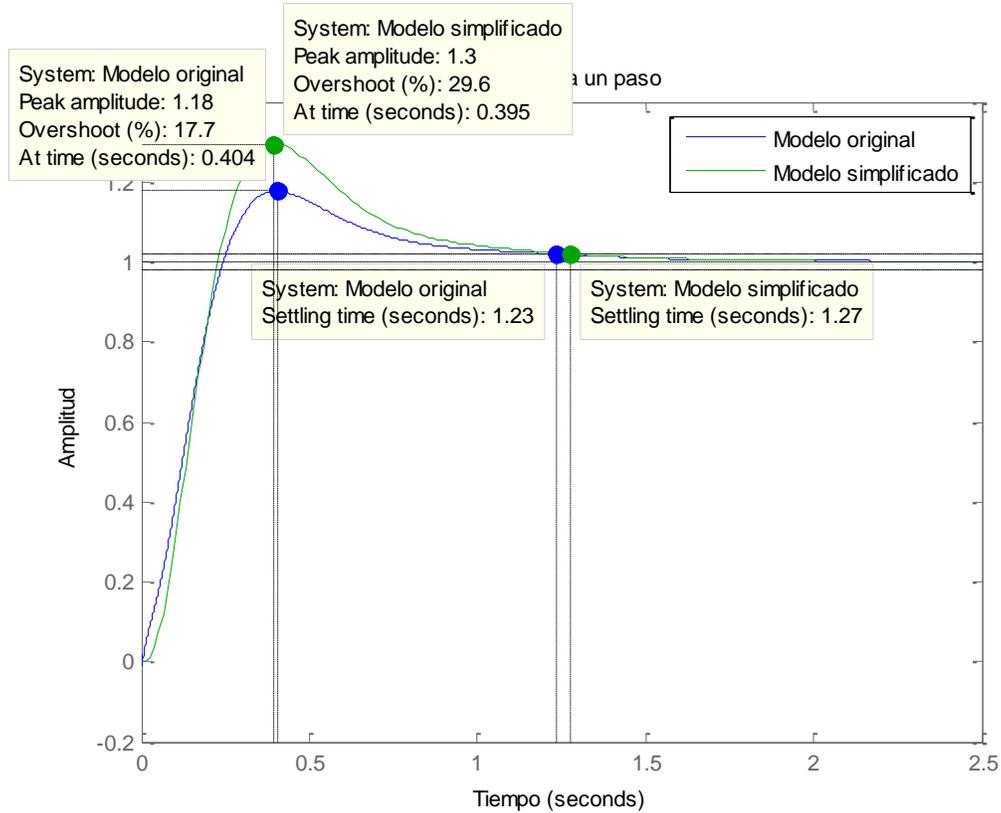


Figura 3.12 Respuesta a una señal paso.

En la respuesta de los dos modelos ante una señal prbs, ver Anexo VIII, podrá apreciarse la diferencia en las respuestas de los modelos, al igual que en el valor del por ciento de ajuste entre los modelos que da un valor de 69.9404 % para esta señal. Esta diferencia entre los modelos puede estar determinada en gran medida por la eliminación de la dinámica de los ceros presentes en el modelo original, lo que perjudica la respuesta del modelo original con el controlador sintonizado para el modelo simplificado. En el Anexo II se puede observar el por ciento de ajuste entre el modelo inicial y el modelo simplificado de cada caso de estudio utilizado en este capítulo.

3.3 Valoración económica

Un aspecto fundamental en la realización del proyecto es el análisis económico, este abarca tanto los gastos que generó el desarrollo, como los beneficios que traerían para la entidad que disponga de la investigación realizada hasta el momento.

Los resultados de este trabajo de diploma contribuyen a la toma de conciencia por parte de la comunidad científica sobre la importancia de prestar atención al resultado de la simplificación de modelos, por tanto es un trabajo enmarcado en investigaciones básicas. Por lo anterior, el costo de este proyecto de diploma es un gasto no reintegrable. Todos los gastos del proyecto están calculados en moneda nacional, O sea no requirió inversión en divisas de ningún tipo.

Los gastos al proyecto fueron básicamente

Mano de obra directa*

Investigadores	Horas	Valor (\$)
Profesor investigador	50	2000.00
Alumno investigador	240	2400.00
	290	4400.00

* No hay salario empleado en este proyecto. Esto es solo cálculo de estimado de costos por la mano de obra empleada en el desarrollo del proyecto.

Otros costos directos

Otros costos directos	Costo
Transportación	No
Alimentación	No
Equipamiento	No fue necesario invertir en equipos
Equipos de protección individual:	No se aplica

❖ Materiales e inversiones:

No hubo gastos e inversiones

La licencia del MatLab® no se compró para este proyecto.

No se gastó en otros materiales (memorias flash, PC)

❖ Costos indirectos:

Se calculan sobre la base de los costos directos.

La administración del proyecto fue realizada en lo fundamental en las tareas propias del alumno investigador. Total: Cero

Tarifas bancarias: No

Lo anterior implica que el principal gasto de este proyecto está en la mano de obra de los investigadores.

Impacto económico:

El desarrollo de este trabajo no genera beneficios económicos de forma directa. Está destinado a crear una conciencia y a lograr un mayor interés por parte de la comunidad científica sobre la simplificación de modelos.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

1. Como resultado final de esta investigación, se obtuvo un algoritmo para analizar la validez de la simplificación de modelos que serán objeto de control, lo que permite rectificar en el sentido de obtener un mejor modelo simplificado a partir del original.
2. Para lograr una correcta sintonía de un controlador es necesario obtener un modelo lo más aproximado posible a la planta que va a ser controlada.
3. Para seleccionar un modelo simplificado con objetivos de control debe tenerse en cuenta las especificaciones de comportamiento esenciales o importantes, porque un modelo simplificado puede garantizar unas y otras no.
4. Caracterizar con certeza la influencia de cada término del modelo en el comportamiento general del lazo de control redundará en un mejor ajuste del modelo original y el simplificado y por tanto en la calidad del control.

Recomendaciones

1. Tener en cuenta la validez de la simplificación del modelo obtenido cuando se diseñe un control.
2. Impartir nociones sobre este tema en los cursos de pregrado o postgrado impartidos en nuestra institución.
3. Tomar este trabajo como punto de partida para investigaciones futuras del tema.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOMBINO, L. M. P. 2008. *Modelo matemático de un avión autónomo*. TRABAJO DE DIPLOMA, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas.
- CAMARGO, D. M. O. & ROA, J. C. F. 2009. *OBTENCIÓN DEL MODELO NO PARAMÉTRICO DE UN SISTEMA POR EL MÉTODO DE IDENTIFICACIÓN DE RESPUESTA EN FRECUENCIA*. UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA.
- CASTILLO, S. P. 2014. *Control con realimentación de fuerza de pistón electro-neumático en aplicaciones de simulador de conducción de 2GDL*. TRABAJO DE DIPLOMA, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas.
- CASTRO, A. 2008. Modelado y simulación de sistemas dinámicos para estudios de control. *Proyecto eléctrico, Escuela de ingeniería Eléctrica, universidad de Costa Rica*.
- DIAZ, J. 2005. *Introducción a la Identificación de Sistemas Dinámicos*.
- DULHOSTE, J. 2010. Teoría de control. *Mérida, Venezuela*.
- DURANA, J. M. G. D. 2004. Automatización de Procesos Industriales. In: VASCO, U. D. P. (ed.). Vitoria-Gasteiz.
- FELIÚ, J. B. G. M. V. 2010. Algebraic parameters identification of DC motors: methodology and analysis. *International Journal of Systems Science*, 41.
- GARCÍA, J. R. L., SARABIA, E. G., PÉREZ, D. F., FERRERO, C. T. & GÓMEZ, M. S. R. 2005. *Modelado de Sistemas de Control*. Universidad de Cantabria
- GIL NOBAJAS, J. J. & RUBIO DÍAZ-CORDOVÉS, Á. 2010. Fundamentos de Control Automático de Sistemas Continuos y Muestreados.
- GUAITA, W. 2008. *Desarrollo de un modelo de simulación para ensayar políticas operacionales en cadenas de suministros de PYMES transformadoras*. Industriales.
- KUNUSCH, C. 2003. *Identificación de Sistemas Dinámicos*., Universidad Nacional de la Plata.
- LJUNG, L. 1999. System Identification: Theory for the User, PTR Prentice Hall Information and System Sciences Series. Prentice Hall, New Jersey.
- LJUNG, L. & GLAD, T. 1994. *Modelling of Dynamic Systems*, Prentice Hall.
- LÓPEZ GUILLEN, M. E. 2000. Identificación de Sistemas. Aplicación al modelado de un motor de continua. *Departamento de electrónica*.
- MOREIRA, V. H. G., ALVARADO, M. S. M. & MORENO, C. A. M. 2008. *Identificación y diseño del controlador para un sistema regulador de temperatura dentro de un horno industrial de resistencia*. Escuela Superior Politécnica del Litoral.

- MORFFI, D. L. 2014. *Modelado y control de un motor trifásico de corriente alterna en conjunto con un variador de frecuencia*. . TRABAJO DE DIPLOMA, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas.
- OGATA, K. 2003. *INGENIERÍA DE CONTROL MODERNA, 3a. Ed.*, México, PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA.
- PACHECO, A. A. V. 2012. *Interfaz para la identificación y ajuste de los controladores de un simulador de conducción*. TRABAJO DE DIPLOMA, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas.
- PEREZ., M. A., HIDALGO., A. P. & BERENGUER., E. P. 2008. *INTRODUCCION A LOS SISTEMAS DE CONTROL Y MODELO MATEMÁTICO PARA SISTEMAS LINEALES INVARIANTES EN EL TIEMPO.*, Universidad Nacional de San Juan.
- RAMOS, A., SÁNCHEZ, P., FERRER, J. M., BARQUÍN, J. & LINARES, P. 2010. Modelos matemáticos de optimización. *Apuntes, Escuela Técnica Superior de Ingeniería-Departamento de organización Industrial, Universidad Pontificia Comillas, Madrid, 55.*
- REINOSO, O., RUBIO, E., PUERTO, R., SALTARÉN, R. & AZORIN, J. M. 2001. Identificación y control de un cilindro neumático con válvulas proporcionales. *XXII Jornadas de Automática (Barcelona)*, 8.
- RÓDRIGUEZ, A. G. G. 2011. *Apuntes de Ingeniería de Control*. Jaén
- RUBIO, R. E., HERNÁNDEZ, S. L., ARACIL, S. R., SALTARÉN, P. R. & MORENO, Q. R. 2007. Modelado, Identificación y Control de Actuadores Lineales Electroneumáticos. Aplicación en Plataforma de Dos Grados de Libertad. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 4, 58-69.
- VELÁZQUEZ, J. A. R. & PASCUAL, C. S. 2013. Modelos matemáticos.

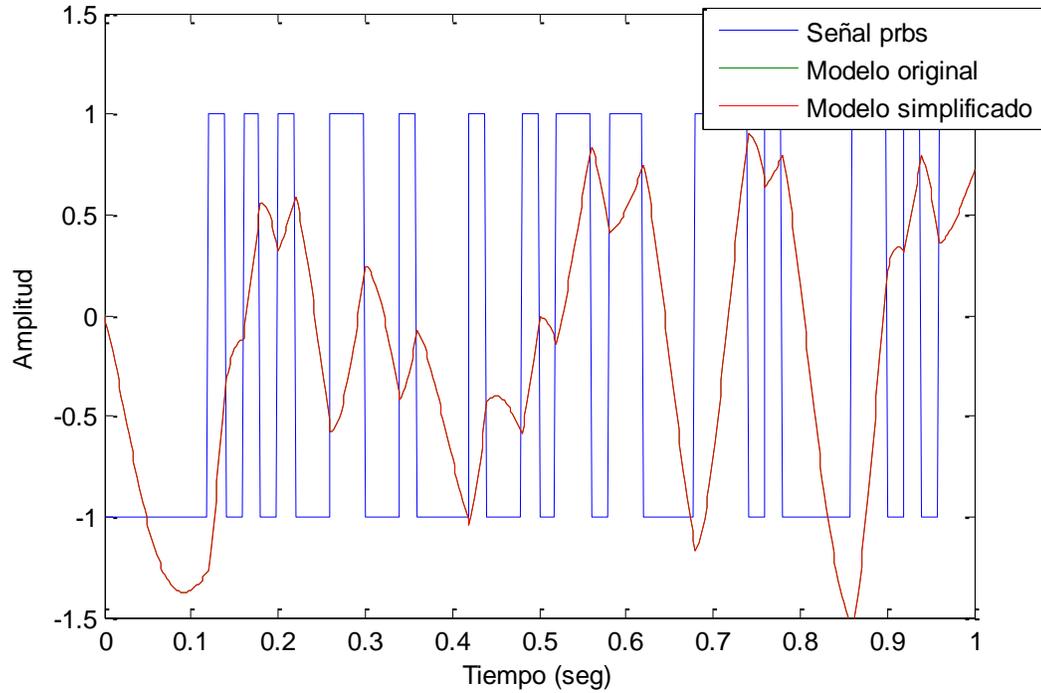
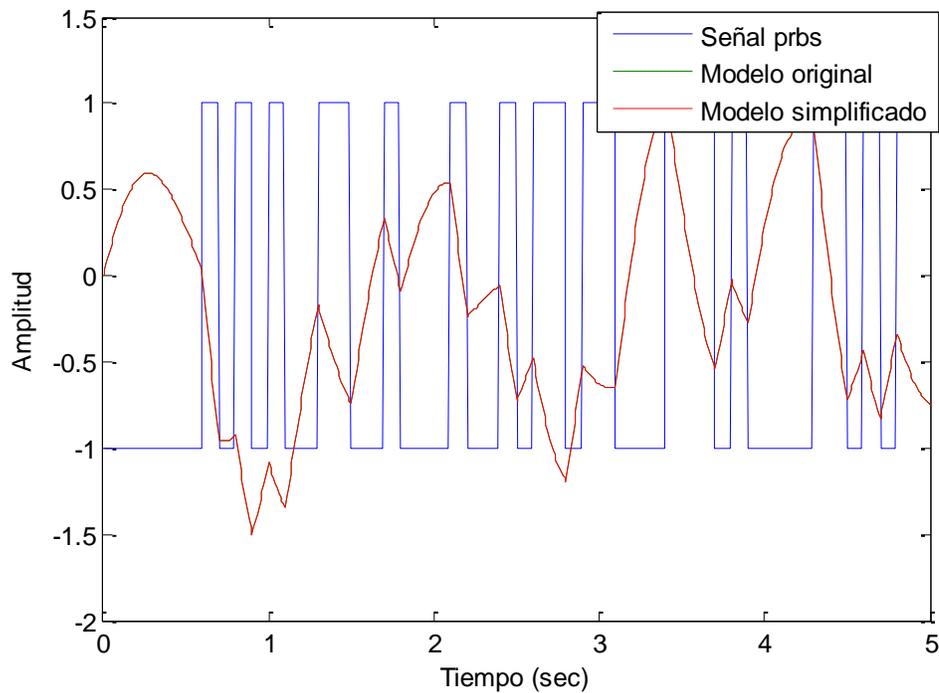
ANEXOS

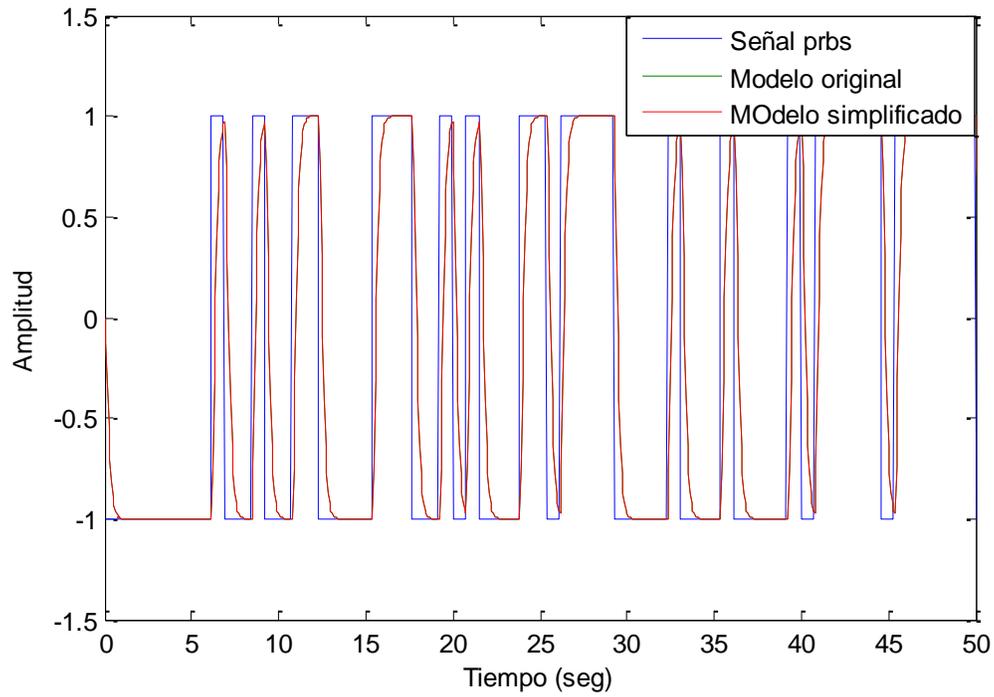
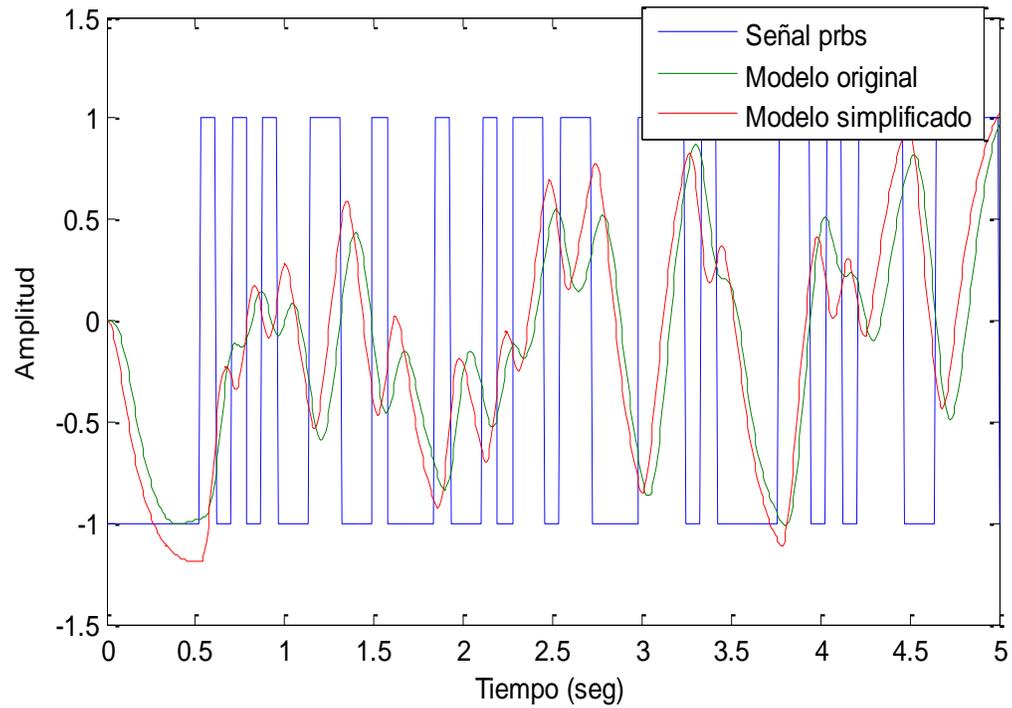
Anexo I. Resumen de modelos observados en el capítulo 2.

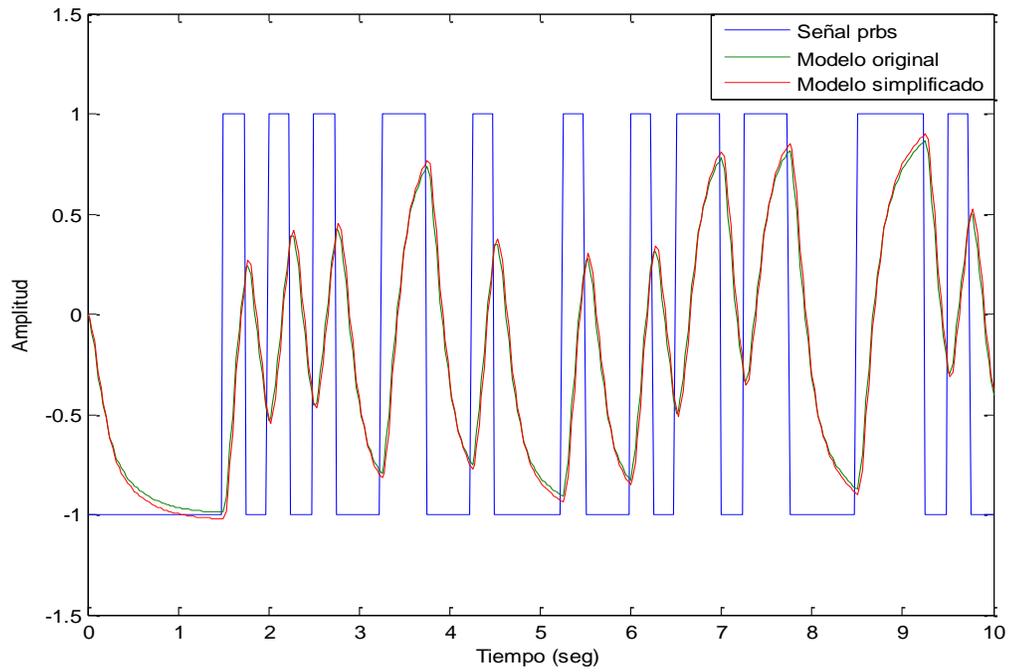
Trabajos	Modelo original.	Modelo simplificado.
(Bombino, 2008)	$\frac{-5.329 * 10^{-15}S^4 + 96.56S^3 + 2.7S^2 + 316.8S}{S^5 + 8.131S^4 + 3.624S^3 + 26.59S^2 - 1.305S}$	$\frac{96.56S^2 + 2.7S + 316.8}{S^4 + 8.131S^3 + 3.624S^2 + 26.59S - 1.305S}$
(Bombino, 2008)	$\frac{-1.599 * 10^{-14}S^3 - 1.136S^2 + 1.331S + 1.141}{S^4 + 11.21S^3 + 54.49S^2 + 28.31S + 3.103}$	$\frac{-1.136S^2 + 1.331S + 1.141}{S^4 + 11.21S^3 + 54.49S^2 + 28.31S + 3.103}$
(Feliú, 2010)	$\frac{-1.727 * 10^{-9}S + 61.13}{S^2 + 15.15S + 9.603 * 10^{-5}}$	$\frac{61.13}{S(S + 15.15)}$
(Pacheco, 2012)	$\frac{-4.593 * 10^{-12}S^6 + 3.714 * 10^{-5}S^5 + 2.857S^4 - 21720S^3 + 8.937 * 10^7 S^2 - 1.239 * 10^{11}S + 1.712 * 10^{13}}{S^6 + 4728S^5 + 5.532 * 10^6S^4 + 1.543 * 10^8S^3 + 6.871 * 10^9S^2 + 1.49 * 10^{11}S + 3.334 * 10^{11}}$	$\frac{1789.3498}{S(S + 1.805)(S + 1.248)}$
(Morffi, 2014)	$\frac{0.0154(S - 618.6)(S - 104.2)}{(S + 0.1241)(S^2 + 21.4S + 125.8)}$	$\frac{993.1424}{S(S^2 + 21.4S + 125.8)}$
(Reinoso et al., 2001)	$\frac{-5.8 * 10^{-3}S^3 + 4.809S^2 - 1225S + 9.984 * 10^4}{S^3 + 83.84S^2 + 3997S - 1.717 * 10^4}$	$\frac{4.809S^2 - 1225S + 9.984 * 10^4}{83.84S^2 + 3997S - 1.717 * 10^4}$
(Reinoso et al., 2001)	$\frac{-0.006S^3 + 3.583S^2 - 730.4S + 5.07 * 10^4}{S^3 + 98.04S^2 + 1873S - 1587}$	$\frac{3.583S^2 - 730.4S + 5.07 * 10^4}{98.04S^2 + 1873S - 1587}$
(Rubio, Hernández et al. 2007)	$\frac{0.021S^5 - 24.02S^4 - 4.88 * 10^4S^3 + 2.12 * 10^7S^2 - 4.11 * 10^8S + 2.51 * 10^{10}}{S^5 + 2876S^4 + 3.92 * 10^6S^3 + 9.3 * 10^6S^2 + 2.31 * 10^8S + 1.23 * 10^8}$	$\frac{59944.262}{S(S^2 + 1.79S + 58.22)}$

Anexo II. Casos de estudios utilizados en el capítulo 3.

Trabajos	Modelo original.	Modelo simplificado.	FIT (%) ante un paso	FIT (%) ante una prbs
(Bombino, 2008)	$\frac{-5.329 * 10^{-15}S^4 + 96.56S^3 + 2.7S^2 + 316.8S}{S^5 + 8.131S^4 + 3.624S^3 + 26.59S^2 - 1.305S}$	$\frac{96.56S^2 + 2.7S + 316.8}{S^4 + 8.131S^3 + 3.624S^2 + 26.59S - 1.305S}$	100	100
(Bombino, 2008)	$\frac{-1.599 * 10^{-14}S^3 - 1.136S^2 + 1.331S + 1.141}{S^4 + 11.21S^3 + 54.49S^2 + 28.31S + 3.103}$	$\frac{-1.136S^2 + 1.331S + 1.141}{S^4 + 11.21S^3 + 54.49S^2 + 28.31S + 3.103}$	100	100
(Feliú, 2010)	$\frac{-1.727 * 10^{-9}S + 61.13}{S^2 + 15.15S + 9.603 * 10^{-5}}$	$\frac{61.13}{S(S + 15.15)}$	99.9964	99.9999
(Pacheco, 2012)	$\frac{-4.593 * 10^{-12}S^6 + 3.714 * 10^{-5}S^5 + 2.857S^4 - 21720S^3 + 8.937 * 10^7 S^2 - 1.239 * 10^{11}S + 1.712 * 10^{13}}{S^6 + 4728S^5 + 5.532 * 10^6S^4 + 1.543 * 10^8S^3 + 6.871 * 10^9S^2 + 1.49 * 10^{11}S + 3.334 * 10^{11}}$	$\frac{1789.3498}{S(S + 1.805)(S + 1.248)}$	49.0301	54.4707
(Morffi, 2014)	$\frac{0.0154(S - 618.6)(S - 104.2)}{(S + 0.1241)(S^2 + 21.4S + 125.8)}$	$\frac{993.1424}{S(S^2 + 21.4S + 125.8)}$	82.0559	94.4721
(Rubio et al., 2007)	$\frac{0.021S^5 - 24.02S^4 - 4.88 * 10^4S^3 + 2.12 * 10^7S^2 - 4.11 * 10^8S + 2.51 * 10^{10}}{S^5 + 2876S^4 + 3.92 * 10^6S^3 + 9.3 * 10^6S^2 + 2.31 * 10^8S + 1.23 * 10^8}$	$\frac{59944.262}{S(S^2 + 1.79S + 58.22)}$	76.8041	69.9404

Anexo III Respuesta ante una prbs del control de alabeo en (Bombino, 2008).**Anexo IV Respuesta ante una prbs del control de cabeceo en (Bombino, 2008).**

Anexo V Respuesta ante una prbs de los modelos en (Feliú, 2010).**Anexo VI Respuesta del control ante una prbs en (Pacheco, 2012).**

Anexo VII Respuesta del control ante una prbs en (Morffi, 2014).**Anexo VIII Respuesta del control de alabeo ante una prbs en (Rubio et al., 2007).**