

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Electroenergética



TRABAJO DE DIPLOMA

Material didáctico sobre el tema “Circuitos trifásicos desbalanceados” para orientar el estudio independiente de los estudiantes de la carrera Ingeniería Eléctrica según Plan E

Autor: Daríel Hernández Rodríguez

**Tutores: Dr. C. Ileana Moreno Campdesuñer
MSc. Juan Curbelo Cancio**

Santa Clara

2017

"Año 59 de la Revolución"

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Electroenergética



TRABAJO DE DIPLOMA

Material didáctico sobre el tema “Circuitos trifásicos desbalanceados” para orientar el estudio independiente de los estudiantes de la carrera Ingeniería Eléctrica según Plan E.

Autor: Daríel Hernández Rodríguez.

Email: darielhr@nauta.cu

Tutores: Dr. C. Ileana Moreno Campdesuñer

Email: imoreno@uclv.edu.cu

MSc. Juan Curbelo Cancio

Email: jcurbelo@uclv.edu.cu

Santa Clara

2017

"Año 59 de la Revolución"



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería Eléctrica, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Tutor

Firma del Jefe de
Departamento donde se
defiende el trabajo

Firma del Responsable de
Información Científico-Técnica

PENSAMIENTO

Nunca consideres el estudio como obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber.

Albert Einstein.

DEDICATORIA

Alcanzar un sueño siempre implica sacrificios, en los cuales involucramos a muchos para alcanzar la meta, pero hay personas que necesitan ser convocados porque permanecen y brillan como las estrellas e incondicionalmente nos acompañarán.

Gracias a todos, pero de forma muy especial, comparto y dedico mis logros:

- ✓ A mis padres y hermano por ser luz eterna.
- ✓ A mis abuelos, tíos, primos y amigos, por ser más que eso y formar parte de mí.

AGRADECIMIENTOS

Agradecer, considero, es la mejor y más noble forma de retribuir la entrega y apoyo de maravillosas personas, que decisivamente colaboraron en el desarrollo y culminación de este gran empeño; por representar implicación compartida.

¡Muchas Gracias!...

- ✓ A mis padres, por impregnarme su amor, la confianza y seguridad necesaria para alcanzar mis propósitos, por enseñarme que la vida es un regalo valioso que permite momentos tan grandes como este e implica sacrificios, pero que solo ha sido posible porque creyeron en mí, trasmitiéndome su espíritu, porque el logro es nuestro y vale más porque estamos juntos.
- ✓ A mi hermano, por estar siempre a mi lado y representar el mejor regalo que me han dado mis padres.
- ✓ A mis abuelos, por disfrutar del cariño y el apoyo siempre, especialmente para alcanzar mis propósitos.
- ✓ A mis tíos y primos, por estar presentes en cada momento de mi vida, guiándome por los caminos buenos, los que están conmigo en las buenas y malas en el transcurso de nuestras vidas; les agradezco por la felicidad y dedicación cuando tengo un problema y ayudarme a resolverlo cuando lo necesito.
- ✓ A mis tutores Dr.C. Ileana Moreno Campdesuñer y MSc. Juan Curbelo Cancio por su profesionalidad, por la confianza que me han depositado, contribuyendo inigualablemente a la realización de este trabajo, representando uno de mis referentes en la profesión.
- ✓ A mis compañeros de aula, por dedicar parte importante de su tiempo para ayudar a convertir mis sueños en realidad.
- ✓ A todos los quiero y recuerdo, y los que no aparecen en estas hojas, ocupan de igual forma lugar en mi corazón.

GRACIAS.

TAREA TÉCNICA

- Búsqueda y estudio de la bibliografía relacionada con el tema *Circuitos trifásicos desbalanceados*.
- Estudio de los contenidos fundamentales acerca del empleo del programa Matlab y su simulador Simulink, que permitan elevar los conocimientos en el área de la programación y simulación.
- Selección de manera adecuada y coherente, ejercicios que respondan a los objetivos del tema *Circuitos trifásicos desbalanceados* de la asignatura CE II en el plan de estudios E.
- Solución de los ejercicios seleccionados, verificando la solución de manera parcial o total con el Matlab y llevar a cabo la simulación de los circuitos, empleando el simulador Simulink.
- Elaboración, como resultado final del trabajo, de un material didáctico que contenga la solución analítica de los ejercicios seleccionados, la solución parcial o total con ayuda del Matlab y los resultados de la simulación junto a los archivos .mdl correspondientes.
- Organización adecuada del informe de tesis, basándose en un diseño metodológico estratégico según la didáctica de la asignatura CE II, Plan E y las orientaciones y normas aprobadas por el MES.

Firma del Autor

Firma del Tutor

RESUMEN

Los materiales didácticos constituyen documentos que jugarán un papel fundamental en la formación de los futuros ingenieros, debido a la reducción del tiempo docente que trae consigo la reestructuración de carreras que se llevará a cabo con la aplicación del Plan de Estudio E. En este trabajo se presentan las generalidades del nuevo Plan, así como, la necesidad del aumento del tiempo de estudio independiente una vez que se lleven a cabo los cambios propuestos.

Para desarrollar el objetivo general de esta investigación se hace un amplio resumen de la teoría de los “Circuitos Trifásicos desbalanceados”, la cual será de gran ayuda para entender el desarrollo de los ejercicios analizados; los cuales serán resueltos detalladamente de forma analítica y simulada. Para ello se utiliza el programa informático MatLab y su simulador, fortaleciendo conocimientos sobre esta herramienta fundamental en la vida del ingeniero.

Como resultado de este trabajo los estudiantes contarán con un material didáctico que los guíe en su estudio independiente, vinculando conocimientos de gran importancia para futuros problemas en su formación.

Tabla de contenido

Introducción.....	1
CAPITULO 1. Fundamentación teórico–metodológica acerca de la necesidad de los materiales didácticos para orientar el estudio independiente en la disciplina Circuitos Eléctricos y Mediciones del Plan E.	4
1.1 Generalidades sobre el Plan de estudio E	4
1.2 El estudio independiente	8
1.3 Los Materiales Didácticos	10
1.4 El plan de estudios E para la disciplina Circuitos Eléctricos	11
1.5 Conclusiones del Capitulo.....	16
CAPÍTULO 2. Sistemas trifásicos desbalanceados.....	17
2.1 Circuito trifásico no balanceado estrella-estrella	17
2.1.1 Circuito trifásico estrella-estrella con conductor neutro ideal	17
2.1.2 Circuito trifásico estrella-estrella con neutro con impedancia	19
2.1.3 Circuito trifásico estrella-estrella sin conductor neutro.....	21
2.2 Circuito trifásico delta-delta.....	22
2.3 Secuencia de las corrientes y voltajes	23
2.3.1 Posibilidad de que la secuencia de los voltajes no coincida con la de las corrientes.	23
2.3.2 Efecto de la variación de la secuencia de las fem	25
2.4 Cálculo de las potencias en los circuitos trifásicos no balanceados	27
2.5 Fundamentos de la medición de potencia trifásica	31
2.6 Conclusiones de capítulo	34
CAPÍTULO 3. Ejemplos resueltos	35
Conclusiones.....	61
Recomendaciones.....	62
Referencias bibliográficas	63
Anexo 1: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 1	65
Anexo 2: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 2	69
Anexo 3: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 3	73
Anexo 4: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 4	74
Anexo 5: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 5	76

Anexo 6: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 6	78
Anexo 7: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 7	79
Anexo 8: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 8	81
Anexo 9: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 9	82
Anexo 10: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 10.....	84
Anexo 11. Problemas propuestos.	85

Introducción

Para nadie es desconocido el debate que coexiste al interior de la definición de material, recurso, medio o auxiliar didáctico. En este sentido se reconoce la importancia del apoyo en “algo” para vincular los conocimientos disciplinarios con la realidad [1]. En la formación de los universitarios, a lo largo de generaciones, los materiales didácticos han tenido un papel fundamental.

Un material didáctico es un instrumento que facilita la enseñanza-aprendizaje, se caracteriza por despertar el interés del estudiante, adaptándose a sus características, por facilitar la labor docente, por ser sencillo, consistente y adecuado a los contenidos; crea lazos entre las diferentes disciplinas, y sobretodo, liberan en los estudiantes la creatividad, la capacidad de observar, comparar y hacer sus propias elaboraciones [2].

Es por ello que se debe recuperar la riqueza de los medios y materiales didácticos producidos, o incorporados tanto a la práctica académica de los docentes, como al estudio independiente de los estudiantes [1].

La carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Central “Marta Abreu” de las Villas, siguiendo la propuesta de reestructuración de carreras, implementada por el Ministerio de Educación Superior (MES), se encuentra en un proceso de ordenación, a través del cual diversas asignaturas reducirán sus temarios y cantidad de horas de clases. Una condición muy importante para lograr este proceso es garantizar la interrelación que debe existir entre la teoría y la práctica, y aumentar el empleo de los materiales didácticos [3]. Dentro de estas asignaturas se encuentran las pertenecientes a la disciplina Circuitos Eléctricos (CE), la cual es la base de las carreras Ingeniería Eléctrica, Ingeniería en Telecomunicaciones y Electrónica e Ingeniería Automática que se estudian en la Facultad de Ingeniería Eléctrica ya que la mayoría de las materias posteriores dependen de los conocimientos adquiridos en la misma.

El tema “Circuitos trifásicos desbalanceados” es uno de los más vinculados con la práctica de la profesión y debido a la disminución de su tiempo docente, se hace necesario el aumento de las horas de estudio independiente de los estudiantes. Por todo lo planteado anteriormente, el problema científico a resolver es: ¿Cómo facilitar el estudio individual sobre el tema de “Circuitos trifásicos desbalanceados” según Plan E a los estudiantes de la carrera de Ingeniería Eléctrica?

En Cuba, los planes de estudio de las carreras universitarias se estructuran horizontalmente por año académico y verticalmente por disciplinas. Cada año académico se organiza en períodos lectivos cuya duración estará determinada por las características de la carrera en cuestión. Las pautas a seguir para la conformación de los planes de estudio debe ser la reducción del número de las disciplinas, integrando los contenidos que tengan un hilo conductor común[3]. Desde la creación del Ministerio de Educación Superior en el año 1976, se ha mantenido como una de sus funciones principales el perfeccionamiento continuo de los planes de estudio, que en determinados momentos históricos adquirió tal significación que condujo a transformaciones curriculares [4]. Estas modificaciones se llevan a cabo con el propósito de fortalecer cada vez más la preparación de la docencia y la investigación para la formación de profesionales con un perfil cada vez más amplio, que sean capaces de resolver con independencia y creatividad los problemas generales y frecuentes que se presenten en las diferentes esferas de la actividad profesional [3].

Desde el año 1977 hasta la fecha, se han aplicado cuatro generaciones de planes de estudio, como resultado de los cambios económicos y sociales que ha experimentado el país en respuesta a las condiciones del contexto internacional en que está inmerso [4].

Para solucionar el problema científico se plantea el siguiente objetivo general:

- Elaborar un material didáctico sobre el tema “Circuitos trifásicos desbalanceados” para orientar el estudio independiente de los estudiantes de la carrera Ingeniería Eléctrica. Según Plan E

Para cumplir con dicho objetivo se plantean los objetivos específicos siguientes:

1. Establecer la fundamentación teórico – metodológica acerca de la necesidad de los materiales didácticos para orientar el estudio independiente en la disciplina Circuitos Eléctricos y Mediciones del Plan E.
2. Describir la teoría básica fundamental sobre los Circuitos trifásicos desbalanceados.
3. Solucionar los ejercicios seleccionados de forma teórica y mediante simulación en MatLab.

Este trabajo es un material que contiene la teoría fundamental sobre el tema “Circuitos Trifásicos Desbalanceados”, ejercicios resueltos y además orienta a los estudiantes con ejercicios propuestos, por lo que facilitará en gran medida el estudio independiente, vinculando los conocimientos analíticos y los del Simulink, los cuales son de gran utilidad en la práctica.

El trabajo escrito cuenta con una introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos.

En el primer capítulo se describe la fundamentación teórico–metodológica acerca de la necesidad de los materiales didácticos para orientar el estudio independiente en la disciplina Circuitos Eléctricos y Mediciones del Plan E.

En el segundo capítulo se describe la teoría básica fundamental de los circuitos trifásicos desbalanceados, desarrollando por epígrafes cada uno de sus contenidos principales, de acuerdo al plan de estudios E.

En el tercer capítulo se muestran las soluciones tanto analíticas como simuladas de los diferentes ejercicios y se proponen un conjunto de problemas para ejercitar los conocimientos adquiridos.

CAPITULO 1. Fundamentación teórico–metodológica acerca de la necesidad de los materiales didácticos para orientar el estudio independiente en la disciplina Circuitos Eléctricos y Mediciones del Plan E.

En el capítulo se presenta la fundamentación teórico-metodológica acerca de la necesidad de utilizar materiales didácticos para apoyar el estudio independiente de los estudiantes de la carrera Ingeniería Eléctrica, la cual viene dada por las generalidades del Plan de estudio E y la reestructuración que va a llevarse a cabo en la disciplina Circuitos Eléctricos en cuanto a cantidad de horas y temas a impartir debido a la implementación del nuevo Plan de estudio. Se hará referencia al estudio independiente como pilar fundamental en el proceso de aprendizaje.

1.1 Generalidades sobre el Plan de estudio E

Debido al impacto negativo de la crisis económica mundial sobre el país y la Educación Superior, unido al vertiginoso avance de la ciencia y la tecnología se hace necesario aplicar un conjunto de cambios que tributen al desarrollo de los futuros profesionales. El Ministerio de Educación Superior en El Documento Base Para El Diseño De Los Planes De Estudio “E” ([4]), da a conocer varios elementos que caracterizan estos cambios, así como la necesidad de la implementar este nuevo Plan de Estudio, las bases conceptuales para su conformación y las pautas a seguir para potenciar el tiempo de trabajo del estudiante.

Principales elementos que caracterizan los cambios que tributan al desarrollo de los futuros profesionales:

- Las transformaciones que tienen lugar en la economía y en la sociedad cubanas, debido a la paulatina implementación de los **Lineamientos de la Política Económica y Social del Partido y la Revolución** para actualizar el modelo económico cubano, proceso que requiere de profesionales revolucionarios e integrales, capaces de contribuir al desarrollo futuro del país.
- El injusto y prolongado bloqueo económico del gobierno estadounidense y su **creciente actividad de subversión ideológica** orientada con énfasis al sector académico, que alienta la deserción y estimula el robo de cerebros, con la pretensión de fomentar el desaliento y la ruptura de profesionales, claustros universitarios y estudiantes con la Revolución.
- El **envejecimiento poblacional** y la contracción demográfica del país derivado de múltiples factores socioeconómicos, son elementos que estimulan la necesidad de lograr una respuesta más dinámica a la demanda de profesionales en las diferentes ramas de la ciencia.
- El decrecimiento de la **tasa bruta de escolarización de nivel superior** del país, que es hoy de las más bajas de América Latina.
- La ampliación del **sector no estatal** de la producción y los servicios, que demanda la formación de profesionales.
- El desarrollo de las **tecnologías** sigue revolucionando las esferas de la información y las comunicaciones a un ritmo vertiginoso para la mayoría de los países, entre ellos Cuba, que requiere hacer ingentes esfuerzos para mantener al menos un nivel que favorezca el progreso.
- La **informatización de la sociedad cubana**, aspecto que está provocando transformaciones en todos los sectores de la sociedad, particularmente en la educación.
- La revalorización del concepto de **formación continua** en la educación superior contemporánea, pues las necesidades educativas actuales lo exigen.

El resultado del desarrollo del sistema de educación superior y la situación actual expuesta, demandan cambios cualitativos en el diseño de los planes de

estudio vigentes, perfeccionando el modelo de formación de perfil amplio orientado a lograr una mayor pertinencia a las necesidades y demandas socioeconómicas del país, sobre la base de fortalecer la educación durante toda la vida y la formación integral de los estudiantes, mediante un proceso docente educativo que priorice el aprendizaje y también la formación de habilidades para la gestión del conocimiento. Lo anterior justifica el inicio de un proceso de diseño de una nueva generación de planes de estudio (Plan de estudio “E”). El sistema de formación continua de los profesionales cubanos y el concepto de formación integral fueron las premisas fundamentales para el diseño del Plan de estudio E, ya que las acuciantes necesidades educativas del presente y del futuro no pueden ser satisfechas sino mediante la concepción de una formación continua, que se basa en la idea de que el hombre se educa durante toda la vida y además un reclamo de estos tiempos es el fortalecimiento de la formación integral de los estudiantes, debido a los múltiples problemas que se presentan en el contexto socioeconómico nacional e internacional, y que influyen desfavorablemente en la efectividad del trabajo educativo y político ideológico que se desarrolla con los estudiantes en las universidades.

Bases conceptuales para la elaboración del Plan de estudio E:

- El perfeccionamiento del modelo de formación de perfil amplio:

Se trata de preparar con solidez al profesional en los aspectos que están en la base de toda su actuación profesional, lo que asegura el dominio de los modos de actuación con la amplitud requerida.

- Mayor articulación del pregrado y el posgrado:

Adecuar sistemáticamente los programas de formación de posgrado teniendo en cuenta las necesidades socioeconómicas locales, territoriales y nacionales.

- Lograr una efectiva flexibilidad curricular:

La flexibilidad curricular se debe manifestar fundamentalmente por la existencia de tres tipos de contenidos curriculares (base, propio y optativo/electivo), y permitan la actualización permanente del plan de estudio de la carrera y su adaptación a las necesidades del país, del territorio, al desarrollo del claustro y a los intereses de los estudiantes.

- Mayor grado de racionalidad en el diseño de los planes de estudio:

Mediante la elaboración de programas de disciplinas y de asignaturas comunes para diferentes carreras, siempre que sea posible. Esto favorece el empleo racional de recursos humanos y materiales.

- Mayor nivel de esencialidad en los contenidos de las disciplinas:

Este aspecto se logra mediante la selección de aquellos contenidos que son fundamentales para el logro de los objetivos previstos en la carrera y asegurando una adecuada secuencia lógica y pedagógica de los mismos.

- Potenciar el protagonismo del estudiante en su proceso de formación:

Orientar el proceso de formación más al aprendizaje que a la enseñanza, a priorizar el cómo y no el qué, de manera que se eleve el protagonismo del estudiante y se favorezca su independencia cognoscitiva y creatividad.

- Potenciar el tiempo de auto preparación del estudiante:

Se debe tener en cuenta que el proceso de aprendizaje no se restringe a los tiempos de actividades académicas presenciales. El aprender no se hace desde afuera hacia adentro, se construye internamente a partir de un proceso de reflexión del estudiante.

- Lograr transformaciones cualitativas en el proceso de formación como consecuencia de un amplio y generalizado empleo de las TIC:

Estas transformaciones han de expresarse fundamentalmente en la renovación de concepciones y prácticas pedagógicas que conlleven a reformular el papel del docente y a desarrollar modelos de aprendizaje de los estudiantes distintos a los tradicionales.

En la creación del Plan de estudio E se redactaron pautas para potenciar el tiempo de trabajo del estudiante (Horas lectivas + Horas de estudio independiente).

- La duración máxima de la carrera será de cuatro años.
- Las horas totales del plan de estudio no deben exceder las 3400.

- La práctica laboral debe constituir, como mínimo, el 15% del total de horas del plan de estudio, incluyendo las horas planificadas para el ejercicio de culminación de los estudios. (510 h)
- La cantidad de asignaturas por semestre no debe ser mayor que seis. En el último semestre la cantidad de asignaturas dependerá de las horas que requiera la culminación de los estudios de la carrera.
- El número máximo de exámenes finales será de seis por año académico.
- El currículo base que elabora la CNC hasta el nivel de disciplina, no debe ser superior al 80% del total de horas de la carrera.
- El currículo optativo/electivo no debe ser inferior al 5% del total de horas de la carrera. (170 h)
- El fondo de tiempo de las disciplinas Marxismo-Leninismo, Historia de Cuba y Preparación para la Defensa es el 8% de las horas totales de la carrera, distribuido en 4,5%; 1,5% y 2% respectivamente. (153h, 51h, 68h)

Con la aplicación de estas pautas se lograría una relación de alrededor de una hora de estudio independiente por cada hora lectiva.

1.2 El estudio independiente

El estudio independiente es una actividad orientada a la formación de habilidades intelectuales que permiten la construcción del conocimiento a partir de la reflexión personal, la creatividad y la originalidad, que permite al estudiante realizar proyectos de trabajo que satisfagan sus necesidades y a la vez adquirir las habilidades que desea. [5]. Dentro del estudio independiente se consideran los aspectos: [6]

Motivación: Entendida como estímulos que mueven a la persona a realizar determinadas acciones y persistir en ellas para su culminación y se relaciona directamente con la voluntad y el interés.

Planear: Implica organizar, programar y administrar de modo eficaz los recursos, los materiales de estudio y el tiempo en el que se va a trabajar.

Para realizar un plan de estudio independiente se dan las sugerencias siguientes:

- Identificar el tiempo libre y decidir cuánto de ese tiempo se va a dedicar al estudio.
- Identificar qué objetivos se han logrado y cuáles no, y tomar acciones de mejora.
- Revisar los objetivos de estudio y a partir de ellos orientar las actividades de aprendizaje.
- Reducir las interrupciones o distracciones.

El estudio independiente es un proceso de formación gradual de los estudiantes, que se caracteriza por el establecimiento de metas y objetivos educativos personales, basados en el reconocimiento de las propias posibilidades, y apoyado en un sistema motivacional que responde a necesidades y expectativas propias según el contexto grupal y social en que el individuo se desarrolla. Se desprende de lo anterior que la caracterización del estudio independiente necesariamente debe comprender tanto aspectos del contexto social como los propios del individuo, aunque la relevancia que adquieren estos últimos se hace evidente cuando pretendemos que el estudiante desarrolle procesos motivacionales, habilidades para el estudio y el establecimiento de metas propias que implican un reconocimiento de la responsabilidad en el propio aprendizaje. El estudiante puede organizar psicológicamente la información e incorporarla a su esquema de conocimiento cuando la presentación de esa información para su aprendizaje sigue un patrón lógico y sistemático. Algunos consideran que tal debiera ser la función de la enseñanza y es el sentido de determinadas propuestas generadas dentro de la didáctica. Actualmente, los profesionales de la educación han empezado a tomar en cuenta la necesidad de apoyar al estudiante con una multiplicidad de apoyos didácticos para la apropiación de los contenidos académicos. La secuenciación, jerarquización, esquematización de los contenidos, el mapa conceptual, las redes semánticas, la enseñanza de conceptos y procedimientos, en fin, los diferentes apoyos recogidos en propuestas curriculares, planes didácticos y materiales educativos están dirigidos a tratar de lograr esa correspondencia entre lo que se enseña y lo que se aprende. Dentro de una perspectiva de tecnología educativa, los materiales didácticos resultan ser refuerzos valiosos para hacer cada vez más eficientes las formas

de aprender los contenidos curriculares, a través de su presentación y enseñanza. Pero si se piensa que el aprendiz se aproxima al conocimiento de una manera particular e idiosincrática, la eficiencia en el aprendizaje depende también de la disposición y el entrenamiento del propio sujeto en las formas estratégicas y particulares de aprender. La tecnología del aprendizaje toma en cuenta tanto las estrategias didácticas como las de aprendizaje para apoyar al sujeto que busca conocer. Esto no es algo nuevo en la tecnología educativa que contempla el proceso integral de enseñanza – aprendizaje. Sin embargo, la confluencia de estrategias provenientes de quien enseña y de quien aprende resulta de una importancia capital en el estudio independiente, sobre todo cuando se considera la posibilidad de ubicar en ambos roles a la misma persona, con el apoyo de medios didácticos [7].

1.3 Los Materiales Didácticos

Conjunto de informaciones, orientaciones, actividades y propuestas que el sistema a distancia elabora para guiar al alumno en su proceso de aprendizaje y que están contenidos en un determinado soporte (impreso, audiovisual, informático). Los materiales cumplen una función muy importante, pues tienen una finalidad de enseñanza y expresan una propuesta pedagógica. Enseñan en tanto guían el aprendizaje de los alumnos, presentando y graduando los contenidos y las actividades, transmitiendo información actualizada sobre la temática del curso, planteando problemas, alentando la formulación de preguntas y el debate del grupo. Incrementan la motivación de nuestros alumnos con desarrollos serios, interesantes y atractivos. Pero, también, deberán proveer al alumno de una estructura organizativa capaz de hacerle sentir que está haciendo un curso, no sólo leyendo un material. Nos referimos aquí a la estructura que vincula los conocimientos previos con los nuevos aportes y que establece o ayuda a establecer las futuras conexiones de los mismos apoyando de este modo al alumno para que teja la trama de relaciones necesarias para el aprendizaje. [8]

Los materiales educativos deben ser un apoyo para el docente y no su reemplazo. Las guías y manuales de trabajo son herramientas que permiten aproximarse al conocimiento y que facilitan la construcción de los conceptos, pero no deben sustituir los procesos cognitivos de los estudiantes. En síntesis,

los sistemas paratextuales son necesarios para afianzar los procesos de construcción del conocimiento pero no son en sí mismos el conocimiento. [9]

1.4 El plan de estudios E para la disciplina Circuitos Eléctricos

La disciplina Circuitos Eléctricos constituye uno de los pilares principales de la carrera, ya que en ella se estudia el análisis de los circuitos lineales en tres direcciones: análisis de circuitos resistivos, análisis en el dominio del tiempo y análisis en el dominio de la frecuencia. Utilizando la ley de Ohm y las leyes de Kirchhoff se presentan un conjunto de herramientas analíticas que acompañarán el desempeño del estudiante durante toda su vida profesional.

La disciplina no solo aborda el análisis de circuitos eléctricos, sino además se ocupa en algunos temas, del diseño de configuraciones eléctricas con determinadas prestaciones garantizando el cumplimiento de requerimientos funcionales. También, a través de las prácticas de laboratorio, se persigue el desarrollo en el futuro ingeniero de las habilidades necesarias para la ejecución de tareas propias del perfil eléctrico en la vida laboral y en otras disciplinas, así como la confrontación y verificación de los conocimientos teóricos. Así, se contribuye a formar en el estudiante un método científico de trabajo. Además, se utiliza la computadora como una herramienta de trabajo para abordar tareas de análisis y diseño, con énfasis en la utilización de programas de simulación del funcionamiento de circuitos eléctricos para verificar la veracidad de los resultados obtenidos al aplicar los métodos analíticos. De este modo, se garantiza la utilización de un enfoque acorde con las tendencias actuales del desarrollo científico técnico.

En el trabajo “Estrategia didáctica para potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje de los Circuitos Eléctricos en el Plan E” ([10]), se hace un resumen de cómo quedará conformada la disciplina Circuitos Eléctricos con la implementación del Plan de Estudio E, del cual se tomaron los siguientes datos.

A partir del análisis realizado en los planes de estudio de las carreras de perfil eléctrico que actualmente se estudian en el país y teniendo en cuenta los núcleos básicos de la disciplina, se propuso una disminución en horas para la misma, quedando 160 horas totales para cada una y se determinó que cada

CES distribuyera las mismas y las ubicara pertinentemente de acuerdo a su currículo propio. Para el caso de la FIE, se proponen dos asignaturas ubicadas en el segundo año de las carreras y con la misma distribución de horas divididas en dos asignaturas, según se observa en la tabla 1.

Tabla 1. Ubicación y organización de las asignaturas de la disciplina Circuitos Eléctricos

Asignaturas	Ubicación	Horas
CE I	3er semestre	80
CE II	4to semestre	80

Con respecto al plan de estudios D hay una reducción del número de horas tal como se muestra en la tabla 2, donde se aprecia que en las carreras de Ingeniería Eléctrica e Ingeniería en Telecomunicaciones y Electrónica hay asignadas 32 horas menos para impartir prácticamente los mismos contenidos, mientras que en la carrera de Ingeniería Automática la situación es menos drástica.

Tabla 2. Distribución de horas por carreras para los planes de estudios D y E.

Carrera Asignatura	Ing. Eléctrica		Ing. Tele y Electrónica		Ing. Automática	
	D	E	D	E	D	E
CE I	64	80	64	80	64	80
CE II	64	80	64	80	64	80
CE III	64		64		48	
Total	192	160	192	160	176	160
Diferencia (h)/%	32/16,666		32/16,666		16/9	

En la tabla 3 se muestra la relación de temas que se proponen para las diferentes carreras y que suman un total de diecisiete, observándose que ocho son comunes a todas y que existe un tema común para ITE e IA y otro para IE e IA.

Tabla 3. Relación de temas por carreras.

Temas	IE	ITE	IA
I. Análisis de redes resistivas lineales simples. Corriente, tensiones y potencia. Fuentes dependientes e independientes. Resistor, ley de Ohm. Leyes de Kirchhoff. Transformaciones serie y paralelo. Divisores de tensión y corriente. Transformación delta-estrella. Transformaciones de fuentes. Amplificadores operacionales ideales, configuraciones simples.	x	x	x
II. Métodos generales de solución y teoremas en circuitos lineales. Métodos de las corrientes de mallas y tensiones de nodos. Teoremas de Superposición, Thevenin, Norton y máxima transferencia de potencia.	x	x	x
III. Análisis de las redes dinámicas en el dominio del tiempo. Capacitores e inductores. Cálculo de circuitos dinámicos de primer y segundo orden.	x	x	x
IV. Circuitos lineales en CA. Análisis de circuitos eléctricos con estímulos periódicos sinusoidales. Definiciones básicas del método fasorial. Leyes de Ohm y Kirchhoff en régimen de corriente alterna (CA). Transformaciones, reducción a circuitos equivalentes y métodos generales en régimen de CA. Potencia en CA. Factor de potencia. Mejoramiento del factor de potencia.	x	x	x
V. Cuadripolos. Redes de dos puertos: cuadripolos. Parámetros de admitancia, impedancia, híbridos y de transmisión.	x	x	x
VI. Circuitos acoplados. Transformadores Circuitos acoplados magnéticamente. Circuitos sencillos con inductancia mutua. Transformador ideal y lineal.	x	x	x
VII. Respuesta de frecuencia. Frecuencia compleja, funciones de Redes, respuesta en frecuencia, fenómeno de resonancia.	x	x	x
VIII. Análisis de CE aplicando la Transformada de Laplace Análisis de circuitos en el dominio S: aplicación de la transformada de Laplace al análisis de circuitos eléctricos.	x	x	x
IX. Análisis de Fourier Análisis de circuitos monofásicos con estímulos periódicos no sinusoidales y estímulos aperiódicos.		x	x
X. Régimen no sinusoidal periódico Análisis de circuitos monofásicos con estímulos periódicos no sinusoidales.	x		

XI.	Síntesis de filtros pasivos y activos Aproximaciones para obtener funciones transferenciales. Diseño de Filtros pasivos y activos.		x	
XII.	Síntesis de filtros activos Aproximaciones para obtener funciones transferenciales. Diseño de Filtros activos.			x
XIII.	Redes útiles para comunicaciones Diseño de dispositivos eléctricos de interés en las comunicaciones utilizando la teoría de los parámetros imágenes: atenuadores resistivos, redes de adaptación de impedancias		x	
XIV.	Circuitos trifásicos. Circuitos polifásicos: Sistemas polifásicos. Sistemas monofásicos de tres hilos balanceados y desbalanceados. Conexión YY trifásica, Conexión $\Delta\Delta$ trifásica, Conexión Y Δ trifásica. Medición de potencia en sistemas trifásicos	x		x
XV.	Componentes simétricas. Componentes simétricas de sistemas de voltajes desbalanceados. Ecuaciones generales. Aplicación del método de las componentes simétricas en la solución de circuitos trifásicos desbalanceados por voltaje.	x		
XVI.	Circuitos trifásicos no sinusoidales. Concepto de estímulo periódico no sinusoidal. Valor eficaz. Potencia. Análisis de circuitos monofásicos y trifásicos en régimen no sinusoidal. Circuitos trifásicos balanceados en presencia de armónicos. Medida de potencia en circuitos trifásicos balanceados en presencia de armónicos	x		
XVII.	Circuitos no lineales Definiciones básicas sobre elementos no lineales. Sus características. Algunos dispositivos resistivos prácticos. Método estructural.	x		

A partir de este análisis y con el objetivo de organizar las asignaturas se propone que CE I tenga la distribución que se muestra en la tabla 4.

Tabla 4. Organización y distribución de horas de la asignatura CE I para el Plan E.

Temas	C	C.P	L	Ev.	Total
I. Análisis de redes resistivas lineales simples.	8	10	2	2	22
II. Métodos generales de solución y teoremas en circuitos lineales	6	8	2	2	18
III. Análisis de las redes dinámicas en el	4	8	2	2	16

dominio del tiempo.					
IV. Circuitos lineales en CA.	4	16	2	2	22
Total	22	42	8	8	80
%	27,5	52,5	10	10	100

Leyenda: C: Conferencias, C.P: Clases Prácticas, L: Laboratorios, Ev.: Evaluación

Para esta distribución se tuvo en cuenta que estuvieran incluidos todos los temas que forman la base conceptual de la asignatura y se pasaron para la asignatura CE II aquellos temas que se consideren de aplicación de estos contenidos. Dado que en la FIE de la UCLV existe una sola disciplina para todas las carreras, se considera pertinente tener la asignatura CE I común para todas, lo que contribuye a la mejor preparación metodológica de la misma.

Como se aprecia en la propia tabla 4, se destina un 62,5% a actividades de tipo prácticas y solo el 27,5% a clases magistrales o conferencias, lo que mantiene la política de los últimos planes de estudio de darle mayor protagonismo a los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Para el caso de la asignatura CE II, son diferentes propuestas, en dependencia de la carrera. La tabla 5 tiene la misma información que la 4 respecto a organización y distribución de horas por temas.

Tabla 5. Organización y distribución de horas de la asignatura CE I para el Plan E. para la carrera de Ingeniería Eléctrica

Temas		C	C.P	L	Ev.	Total
I.	Cuadripolos	2	4	2	1	9
II.	Circuitos acoplados. Transformadores	4	4	-	1	5
III.	Respuesta de frecuencia	6	10	2	2	20
IV.	Análisis de CE aplicando la Transformada de Laplace	2	4	-	1	7
V.	Régimen no sinusoidal periódico	2	2	-	1	5
VI.	Circuitos trifásicos	4	8	2	.5	14.5
VII.	Componentes simétricas	2	2	-	1	5
VIII.	Circuitos trifásicos no sinusoidales.	2	2	2	.5	6.5
IX.	Circuitos no lineales	2	2	-	-	4
Total		26	38	8	8	80

%	32,5	47,5	10	10	100
---	------	------	----	----	-----

Como se observa en la tabla 5 también hay un % superior de horas dedicadas a las actividades de carácter práctico.

1.5 Conclusiones del Capitulo

1. Debido a la reducción de las horas presenciales de las asignaturas, que trae consigo la implementación del Plan de estudio E, se hace necesario un aumento en el tiempo que los estudiantes dedican al estudio independiente.
2. La elaboración de materiales para apoyar al estudio independiente será de gran importancia para lograr una preparación óptima de los estudiantes.
3. Los materiales didácticos tomarán un papel preponderante dentro del Plan de estudio E pero en ningún momento deben sustituir al profesor, sino que este debe orientar a los estudiantes cómo utilizarlos para su mejor provecho.
4. La asignatura Circuitos Eléctricos que es la base de las carreras de la Facultad de Ingeniería Eléctrica propone los temas que deben ser impartidos en el Plan E, de acuerdo a las orientaciones recibidas, manteniendo un mayor número de horas dedicadas a las actividades prácticas.

Lo anterior constituye la justificación para la elaboración de esta tesis que es un material complementario, el cual será de gran ayuda en la preparación de los estudiantes, apoyando su estudio independiente.

CAPÍTULO 2. Sistemas trifásicos desbalanceados

Introducción y conceptos básicos

En la práctica puede suceder que en un circuito trifásico, los voltajes aplicados a la carga no sean de igual magnitud, no estén desfasados entre sí 120° o que las impedancias de las distintas fases de la carga no sean iguales. Aquellos circuitos trifásicos en los cuales ocurre al menos una de las circunstancias expuestas anteriormente, se dice que son *no balanceados*, *desbalanceados* o *asimétricos*. [11]

En el presente capítulo se exponen diferentes métodos para el análisis de los circuitos trifásicos no balanceados, lineales, en estado estable, así como diversas particularidades de su comportamiento. Finalmente, se presentan las nociones básicas acerca de la medición de la potencia trifásica para circuitos no balanceados.

2.1 Circuito trifásico no balanceado estrella-estrella

Los circuitos trifásicos no balanceados estrella-estrella pueden ser conectados con un conductor neutro ideal, con impedancia en el neutro y sin conductor neutro.

2.1.1 Circuito trifásico estrella-estrella con conductor neutro ideal

Se analizará primeramente, el caso en el cual el conductor que une los nodos n y n' no tiene impedancia como se muestra en la figura 2.1.

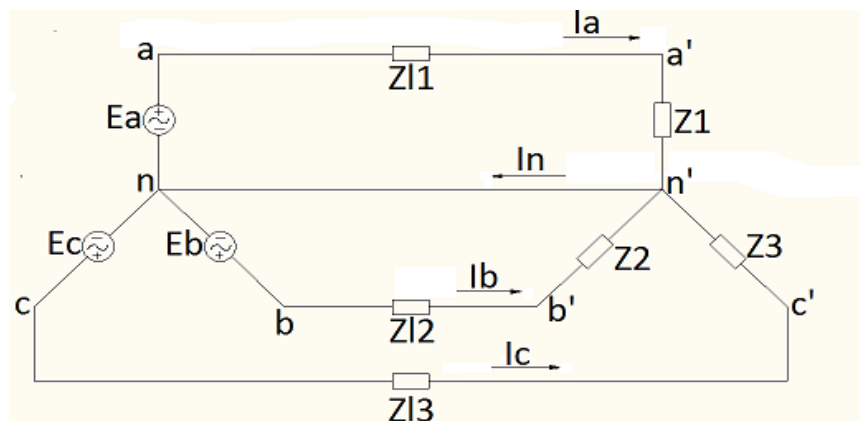


Figura 2.1 Circuito trifásico estrella-estrella con conductor neutro ideal.

Suponiendo que las fem son conocidas y que se necesita calcular las corrientes, el procedimiento es muy sencillo. Debido a que los nodos n y n' son equipotenciales, los voltajes de los nodos a, b y c, con respecto al nodo n', son iguales a las fem de las distintas fases de la fuente. En efecto:

$$V_{an'} = E_a \quad (1)$$

$$V_{bn'} = E_b \quad (2)$$

$$V_{cn'} = E_c \quad (3)$$

Aplicando la ley de Ohm se encuentra que:

$$I_a = \frac{E_a}{Z_{l1} + Z_1} \quad (4)$$

$$I_b = \frac{E_b}{Z_{l2} + Z_2} \quad (5)$$

$$I_c = \frac{E_c}{Z_{l3} + Z_3} \quad (6)$$

Para calcular la corriente I_n , se aplica la ley de Kirchhoff de las corrientes (LKC) en el nodo n', en virtud de la cual:

$$I_n = I_a + I_b + I_c \quad (7)$$

A diferencia de los circuitos balanceados, en los cuales la corriente por el neutro es nula siempre, en los circuitos no balanceados esta corriente, en general existe, producto de que las corrientes en las líneas no son de igual magnitud ni están desfasadas 120° entre sí. [12]

Los voltajes en las fases de la carga pueden calcularse, una vez conocidas las corrientes, aplicando la ley de Ohm en cada una de ellas. Posteriormente, aplicando la ley de Kirchhoff de los voltajes (LKV), se pueden determinar los voltajes en la carga, entre las distintas líneas ($V_{a'b'}$, $V_{b'c'}$, $V_{c'a'}$). Producto de la asimetría del circuito, los voltajes, tanto de las fases como entre las líneas son, en general, de diferente magnitud y desfase entre sí. Por igual razón, los voltajes entre las líneas no son $\sqrt{3}$ veces mayores que los de las fases ni existe entre ellos un desfase de 30° , como hubiera ocurrido en un circuito balanceado. [13]

2.1.2 Circuito trifásico estrella-estrella con neutro con impedancia

Se analizará ahora el caso en que el conductor que une los nodos n y n' tiene impedancia, como se muestra en la figura 2.2.

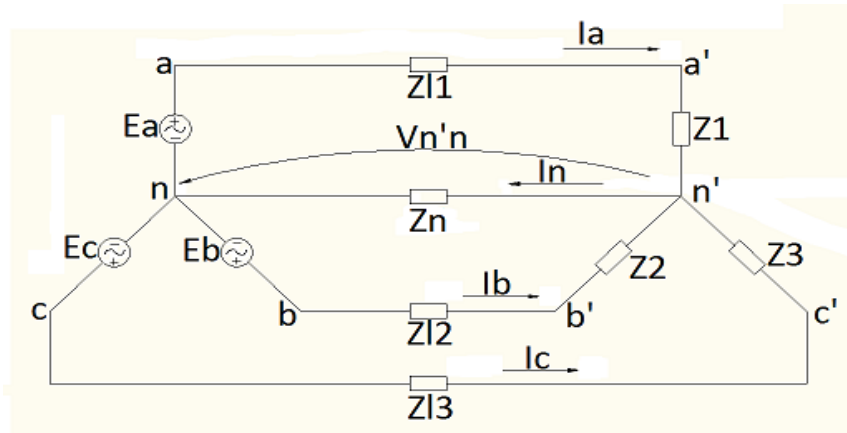


Figura 2.2 Circuito trifásico estrella-estrella con neutro con impedancia.

Debido a la existencia de la impedancia Z_n , por la que circula corriente en los circuitos no balanceados, como posteriormente se verá, los nodos n y n' no son equipotenciales, lo cual implica la aplicación de un método de análisis más elaborado que en el caso anterior. [11]

En el circuito en cuestión se tiene esencialmente dos nodos (n y n'), razón por la cual su análisis basado en el método de los voltajes de nodos no requiere el empleo de ecuaciones simultáneas. Tomando como referencia el nodo n, se tiene que:

$$Y_{n'n'} \phi_{n'} = \sum_{n'} E Y \quad (8)$$

Donde:

$\phi_{n'}$: representa, fasorialmente, el voltaje del nodo n' con respecto al nodo de referencia (n).

$Y_{n'n'}$: simboliza la admitancia propia del nodo n'.

El miembro de la derecha corresponde a la suma fasorial del producto de las fem por las admitancias que respectivamente tienen conectadas en serie.

Como el potencial del nodo de referencia (ϕ_n) es nulo, la siguiente expresión es válida:

$$V_{n'n} = \phi_{n'} - \phi_n = \phi_{n'} \quad (9)$$

Además:

$$\sum_n E * Y = E_a * Y_a + E_b * Y_b + E_c * Y_c \quad (10)$$

$$Y_{n'n'} = Y_a + Y_b + Y_c \quad (11)$$

Donde:

$$Y_a = \frac{1}{Z_{l1} + Z_1} \quad (12)$$

$$Y_b = \frac{1}{Z_{l2} + Z_2} \quad (13)$$

$$Y_c = \frac{1}{Z_{l3} + Z_3} \quad (14)$$

$$Y_n = \frac{1}{Z_n} \quad (15)$$

Sustituyendo las expresiones (9), (10) y (11) en la ecuación (8) y despejando el valor del voltaje $V_{n'n}$, se encuentra que:

$$V_{n'n} = \frac{E_a Y_a + E_b Y_b + E_c Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c} \quad (16)$$

Mediante la expresión matemática anterior se puede calcular el voltaje entre ambos nodos y posteriormente determinar el valor de las corrientes en las líneas, aplicando la ley de Ohm, en virtud de la cual:

$$I_a = (E_a - V_{n'n}) Y_a \quad (17)$$

$$I_b = (E_b - V_{n'n}) Y_b \quad (18)$$

$$I_c = (E_c - V_{n'n}) Y_c \quad (19)$$

$$I_n = V_{n'n} * Y_n \quad (20)$$

Debe resaltarse, de nuevo, el hecho de que en los circuitos trifásicos no balanceados los nodos centrales de la fuente y la carga (n y n') no son equipotenciales y circula una corriente (I_n) entre ambos, como se evidencia a partir de las ecuaciones (16) y (20).

Una vez determinadas las corrientes en las líneas (ecuación (17) a la (19)), el procedimiento para hallar los voltajes de fase en la carga y entre sus líneas es análogo al expuesto en el caso anterior. [11]

2.1.3 Circuito trifásico estrella-estrella sin conductor neutro

El comportamiento de los circuitos trifásicos no balanceados, a diferencia de los balanceados, varía sustancialmente si se desconecta el conductor que une los nodos n y n' . Así, por ejemplo, aun cuando las fem e impedancias del circuito mostrado en la figura 2.3 coincidieran en valor con las que aparecen en la figura 2.1, tanto las corrientes en las líneas, como los voltajes en las fases y entre líneas en la carga, serían diferentes, ya que en el primer caso n y n' son equipotenciales (el conductor que los une no tiene impedancia) mientras que en este último, debido a la asimetría del circuito, los nodos n y n' no son equipotenciales, en general.

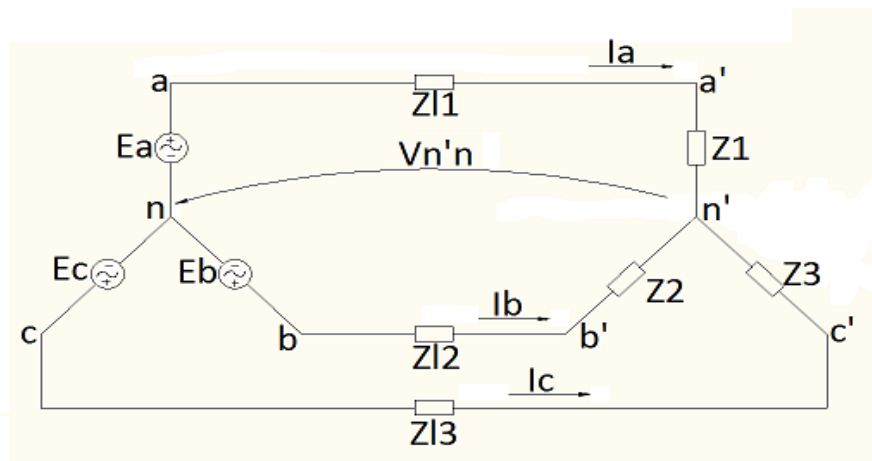


Figura 2.3 Circuito trifásico estrella-estrella sin neutro.

El circuito de la figura 2.3 puede analizarse como el caso límite del mostrado en la figura 2.1 cuando la admitancia Y_n es nula ($Z_n = \infty$) y aplicársele las mismas ecuaciones. [12]

El procedimiento de análisis depende del caso particular en función de los datos disponibles. Por ejemplo, para una carga en Y como la mostrada en la figura 2.4, si se conocen los voltajes entre las líneas, un método sería la conversión de la Y en su delta equivalente (ver la figura 2.5), calcular entonces las corrientes en las fases de dicha delta aplicando la ley de Ohm y determinar las corrientes en las líneas basándose en la LKC.

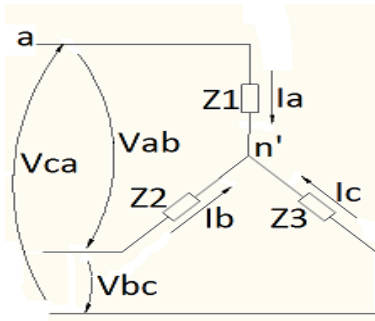


Figura 2.4 Carga en estrella.

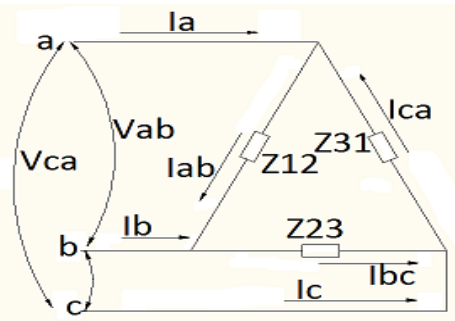


Figura 2.5 Carga en delta.

Si se desea calcular también los voltajes de fase de la Y, puede lograrse aplicando la ley de Ohm en cada fase, ya que en la carga en Y las corrientes de fase coinciden con las de línea, ya halladas. Este método puede aplicarse también en el caso del circuito mostrado en la figura 2.3 si las fem son conocidas, ya que los voltajes entre líneas en la fuente se calcularían aplicando la LKV y las impedancias de las líneas y las de la carga están en serie, por lo cual pueden reducirse a su impedancia equivalente, resultando un circuito análogo al de la figura 2.4. [11]

2.2 Circuito trifásico delta-delta

Para el análisis del tipo de circuito no balanceado de la figura 2.6 se puede aplicar el método de las corrientes de mallas.

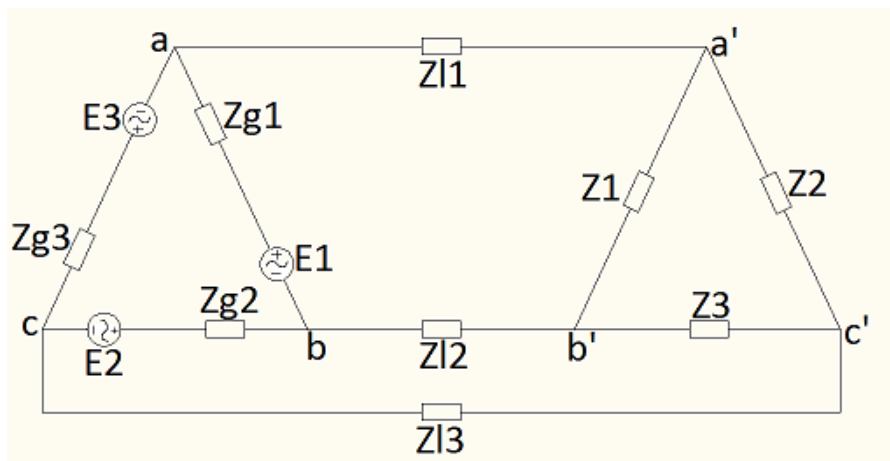


Figura 2.6 Circuito trifásico delta-delta.

Debido al hecho de que el mismo tiene nueve ramas y seis nodos se precisa de cuatro ecuaciones simultáneas ($9-6+1=4$) para aplicar dicho método. Si previamente se transformara la carga en su Y equivalente, solo sería necesario aplicar un sistema de tres ecuaciones simultáneas tanto por el método de las

corrientes de mallas como por el de los voltajes de nodos. Es de destacar que, dada la asimetría de la red, las corrientes en las líneas no son $\sqrt{3}$ veces mayores que las de las fases de la delta ni están desfasadas 30° con respecto a estas. [14]

2.3 Secuencia de las corrientes y voltajes

En los circuitos trifásicos balanceados la secuencia de los voltajes coincide siempre con la de las corrientes. Así, por ejemplo, si las fem en un circuito balanceado son de secuencia abc, todas las corrientes y voltajes son también de secuencia abc. No sucede igual en los circuitos trifásicos no balanceados, en los cuales, la secuencia de los voltajes no necesariamente coincide con la de las corrientes. [11]

2.3.1 Posibilidad de que la secuencia de los voltajes no coincida con la de las corrientes.

En la figura 2.7:

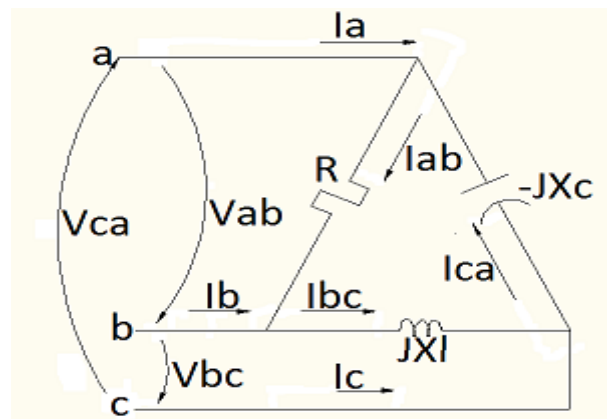


Figura 2.7 Carga desbalanceada conectada en delta.

Suponiendo que los voltajes aplicados son balanceados, de secuencia abc y que las impedancias de las fases son iguales modularmente, se construye el diagrama fasorial cualitativo del circuito. Debido a que las impedancias de las fases son iguales modularmente y los voltajes de las líneas también, se puede afirmar que las tres corrientes de fase son iguales en módulo. El desfase de cada una de ellas, con respecto a su voltaje respectivo, viene determinado por la naturaleza de los distintos elementos. Aplicando los conceptos más elementales se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- a. La corriente I_{ab} está en fase con el voltaje V_{ab} .

- b. La corriente I_{bc} está 90° en atraso con respecto al voltaje V_{bc} .
- c. La corriente I_{ca} está adelantada 90° al voltaje V_{ca} .

En la figura 2.8 se muestra el diagrama fasorial de los voltajes y las corrientes de fase. [11]

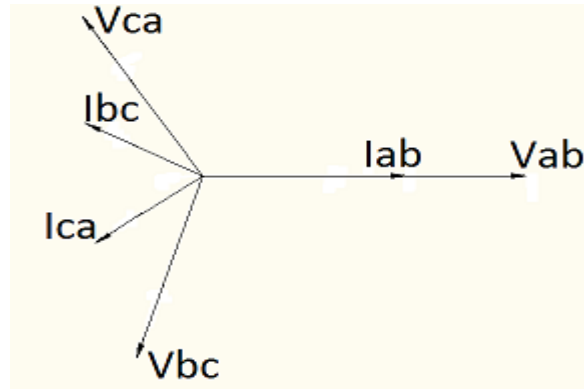


Figura 2.8 Diagrama fasorial de los voltajes y las corrientes de fase.

Las corrientes en las líneas se determinan planteando las ecuaciones que se derivan de la LKC en cada nodo. Estas son:

En el nodo a: $I_a = I_{ab} - I_{ca}$

En el nodo b: $I_b = I_{bc} - I_{ab}$

En el nodo c: $I_c = I_{ca} - I_{bc}$

La representación gráfica de las operaciones anteriores se muestran en la figura 2.9, lo que permite la construcción del diagrama fasorial cualitativo de esta carga. [11]

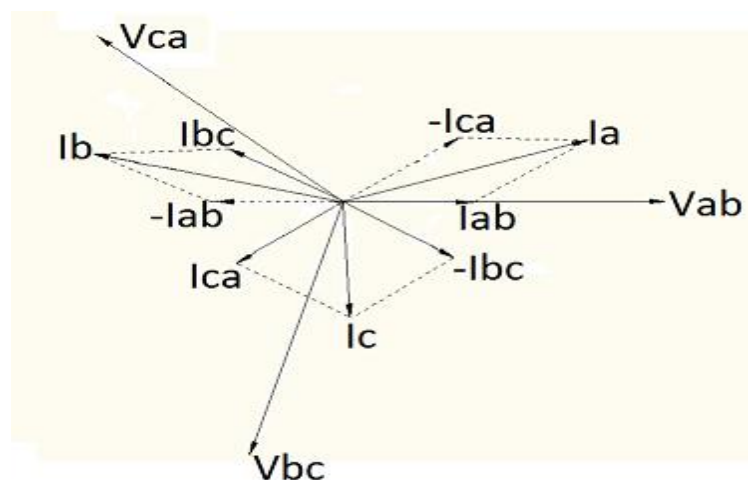


Figura 2.9 Diagrama fasorial cualitativo del circuito.

Se observa que la secuencia de los voltajes, si se es consecuente con los datos, es abc. Sin embargo, la secuencia de las corrientes de fase es acb y la de las corrientes de línea es acb. Se concluye que en un circuito trifásico no balanceado la secuencia de las corrientes puede no coincidir con la de los voltajes. [11]

2.3.2 Efecto de la variación de la secuencia de las fem

En los circuitos balanceados, si se cambia la secuencia de las fem, no se afectan los valores modulares de los distintos voltajes y corrientes. Resulta diferente en los circuitos no balanceados, ya que en los mismos la variación de la secuencia de las fem implica, en general, variación en el módulo y argumento de las corrientes y voltajes, o al menos en una de dichas variables.

En la figura 2.10 se muestra un sistema trifásico desbalanceado estrella-estrella sin neutro: [11]

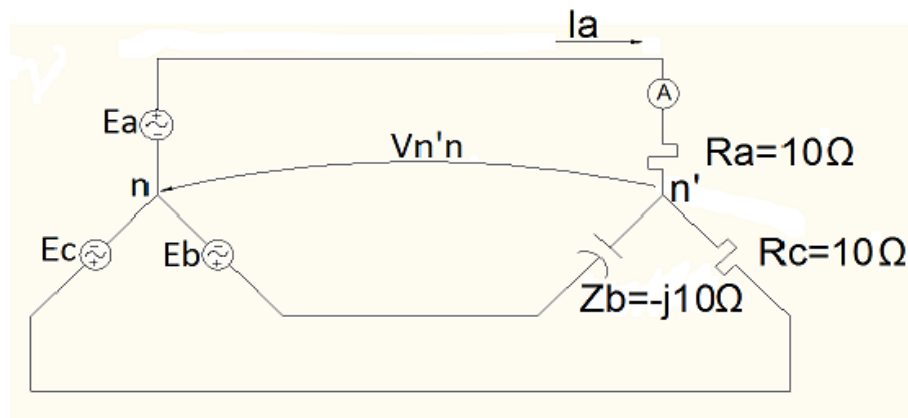


Figura 2.10 Sistema trifásico desbalanceado estrella-estrella sin neutro.

Asumiendo que las fem son balanceadas y de valor efectivo 120 V. Se calculará la lectura del amperímetro y el voltaje $V_{n'n}$ para cada una de las posibles secuencias. [11]

Tratándose de un circuito Y-Y sin conexión entre los nodos n y n', se calcula el voltaje entre ambos nodos, teniendo en cuenta que la admitancia Y_n es nula ($Z_n = \infty$).

$$V_{n'n} = \frac{E_a * Y_a + E_b * Y_b + E_c * Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}$$

En este caso particular, teniendo en cuenta los datos que aparecen en la figura 2.10, se encuentra que:

$$Y_a = \frac{1}{10} S \quad Y_b = \frac{1}{-j10} = \frac{j}{10} S \quad Y_c = \frac{1}{10} S$$

Por lo cual:

$$V_{n'n} = \frac{\frac{E_a}{10} + \frac{jE_b}{10} + \frac{E_c}{10}}{\frac{1}{10} + \frac{j}{10} + \frac{1}{10}}$$

$$V_{n'n} = \frac{E_a + jE_b + E_c}{2 + j}$$

Para la secuencia abc y tomando como referencia la fem E_a , se tiene que:

$$E_a = 120 \angle 0^\circ V, \quad E_b = 120 \angle -120^\circ V, \quad E_c = 120 \angle 120^\circ V$$

Sustituyendo en la expresión anterior, se halla el valor del voltaje $V_{n'n}$ para secuencia abc:

$$V_{n'n} = \frac{120 \angle 0^\circ + (1 \angle 90^\circ)(120 \angle -120^\circ) + 120 \angle 120^\circ}{2 + j}$$

$$V_{n'n} = 77,14 \angle -11,57^\circ V \quad (abc)$$

La corriente I_a se halla aplicando la ley de Ohm a la fase a, en virtud de la cual:

$$I_a = \frac{E_a - V_{n'n}}{R_a} = \frac{120 \angle 0^\circ - 77,14 \angle -11,57^\circ}{10}$$

$$I_a = 4,7 \angle 19,2^\circ A \quad (abc)$$

Para la secuencia acb y tomando como referencia la fem E_a , se tiene que:

$$E_a = 120 \angle 0^\circ V, \quad E_b = 120 \angle 120^\circ V, \quad E_c = 120 \angle -120^\circ V$$

Sustituyendo en la ecuación obtenida para el voltaje $V_{n'n}$ se halla que:

$$V_{n'n} = \frac{120 \angle 0^\circ + (1 \angle 90^\circ)(120 \angle 120^\circ) + 120 \angle -120^\circ}{2 + j}$$

$$V_{n'n} = 77,14 \angle -131,57^\circ V \quad (acb)$$

Aplicando la ley de Ohm se encuentra que:

$$I_a = \frac{E_a - V_{n'n}}{R_a} = \frac{120 \angle 0^\circ - 77,14 \angle -131,57^\circ}{10}$$

$$I_a = 18,07 \angle 18,63^\circ \text{ A} \quad (acb)$$

Se observa que:

Para la secuencia abc:

$$V_{n'n} = 77,14 \angle -11,57^\circ \text{ V} \text{ y el amperímetro mide } 4,7 \text{ A.}$$

Para la secuencia acb:

$$V_{n'n} = 77,14 \angle -131,57^\circ \text{ V} \text{ y el amperímetro mide } 18,07 \text{ A.}$$

Es de notar la diferencia que existe en la lectura del amperímetro para secuencias distintas. En este circuito particular la variación del voltaje $V_{n'n}$ es solo en cuanto a su fase, pero este resultado no debe generalizarse. [11]

2.4 Cálculo de las potencias en los circuitos trifásicos no balanceados

En los circuitos trifásicos no balanceados, la potencia activa disipada es, en general, distinta en cada fase de la carga, producto precisamente del desbalance. Por esta razón, a diferencia de los circuitos balanceados, la potencia trifásica no es el triplo de la disipada en alguna de las fases, como caso más general. [11]

Para calcular la potencia activa trifásica en los circuitos no balanceados, se aplica el principio de conservación de la potencia, de acuerdo con el cual la potencia total disipada es igual a la suma de las que se disipan en cada una de las fases. La expresión matemática de esta ley es: [13]

$$P_{3\varphi} = \sum_{f=1}^3 P_f \quad (21)$$

Donde:

$P_{3\varphi}$: Simboliza a la potencia trifásica o total.

P_f : Potencia consumida por cada una de las fases.

Por supuesto, el cálculo de las potencias demandadas por las fases se realiza según las expresiones válidas en corriente alterna. Por ejemplo, entre otras:

$$P_f = V_f * I_f * \cos(\varphi_f) \quad (22)$$

O bien:

$$P_f = I_f^2 * R_f \quad (23)$$

Donde:

V_f e I_f : Representan los valores efectivos (eficaces) del voltaje y la corriente en las fases.

φ_f : Simboliza al argumento de la impedancia conectada en la fase.

R_f : Designa a la resistencia de la fase.

Con respecto a la potencia reactiva, también denominada escuetamente reactivo, sucede igual en el sentido de que, debido al desbalance, cada fase demanda una cantidad diferente, razón por la cual, a diferencia de lo que ocurre en los circuitos balanceados, el reactivo total o trifásico no es el triplo del demandado por alguna de las fases, en general.

Existe la posibilidad de que la naturaleza de la potencia reactiva no sea la misma para las tres fases. Por ejemplo, en el circuito mostrado en la figura 2.7 sucede que la rama a-b no demanda reactivo, la fase b-c demanda reactivo inductivo y el reactivo de la fase c-a es de naturaleza capacitiva. Para calcular la potencia reactiva total o trifásica se aplica la ley de conservación, según la cual el reactivo total es la suma algebraica de la demandada por cada una de las fases. Convencionalmente, al reactivo inductivo se le adjudica signo positivo y al reactivo capacitivo, signo negativo. La expresión matemática que refleja la ley de conservación del reactivo es: [11]

$$Q_{3\varphi} = \sum_{f=1}^3 Q_f \quad (24)$$

Donde:

$Q_{3\varphi}$: Es el símbolo empleado para indicar al reactivo total o trifásico.

Q_f : Simboliza al reactivo demandado por cada fase.

El cálculo de la potencia reactiva demandada por cada fase se realiza aplicando las expresiones generales estudiadas en circuitos de corriente alterna. Por ejemplo, entre otras:

$$Q_f = V_f * I_f * \text{sen}(\varphi_f) \quad (25)$$

O bien:

$$Q_f = I_f^2 * X_f \quad (26)$$

Donde:

V_f e I_f : Representan respectivamente, al voltaje y la corriente de la fase.

φ_f : Simboliza el argumento de la impedancia conectada en dicha fase.

X_f : Designa a la reactancia de la fase.

Para el cálculo de la potencia aparente, es necesario tener presente que esta no cumple modularmente la ley de conservación, sino en forma compleja. La expresión matemática de la ley de conservación de la potencia compleja es: [11]

$$S_{3\varphi} = \sum_{f=1}^3 S_f \quad (27)$$

Donde:

$S_{3\varphi}$: Simboliza a la potencia compleja (total).

S_f : Potencia compleja de las fases.

Aplicando las expresiones generales estudiadas en circuitos de corriente alterna, se puede plantear, para cada fase que:

$$S_f = P_f + jQ_f \quad (28)$$

Por tanto:

$$S_{3\varphi} = \sum_{f=1}^3 (P_f + jQ_f) \quad (29)$$

La expresión (29) puede desarrollarse, aplicando las leyes de la suma de números complejos, de la forma siguiente:

$$S_{3\varphi} = \sum_{f=1}^3 P_f + j \sum_{f=1}^3 Q_f \quad (30)$$

La expresión anterior puede escribirse como:

$$S_{3\varphi} = P_{3\varphi} + jQ_{3\varphi} \quad (31)$$

De acuerdo con la expresión (31), el valor de la potencia aparente, que equivale al módulo de la potencia compleja, se puede calcular mediante la expresión:

$$|S_{3\varphi}| = \sqrt{P_{3\varphi}^2 + Q_{3\varphi}^2} \quad (32)$$

En esta expresión $|S_{3\varphi}|$ representa a la potencia aparente trifásica y los restantes símbolos conservan el significado que anteriormente se les ha dado.

Para determinar el factor de potencia en circuitos trifásicos no balanceados, se recurre directamente a su definición, o sea, es el cociente entre la potencia activa y la potencia aparente. Si se designa $fp_{3\varphi}$ al factor de potencia trifásico, se puede plantear que:

$$fp_{3\varphi} = \frac{P_{3\varphi}}{|S_{3\varphi}|} \quad (33)$$

Es necesario resaltar que en los circuitos trifásicos no balanceados, cada fase de la carga posee su propio factor de potencia. El factor de potencia trifásico no es el promedio, ni la suma de los factores de potencia de las fases, como tampoco coincide con el coseno del argumento de las impedancias de las fases, las cuales son diferentes entre sí. Las distintas potencias (activa, reactiva y aparente), son susceptibles de ser representadas mediante un triángulo de potencias, al igual que en todos los circuitos de corriente alterna. En este caso sería como se muestra en la figura 2.11, suponiendo que el reactivo total es inductivo.

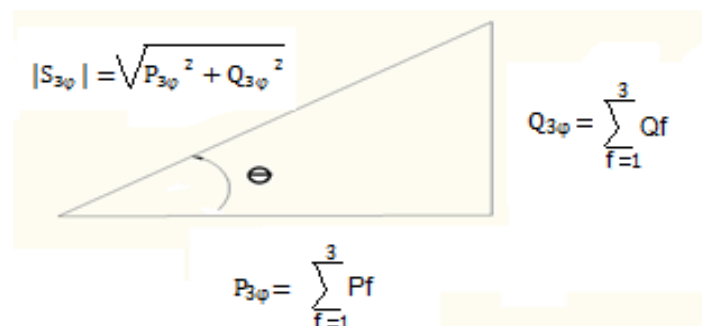


Figura 2.11 Triángulo de potencias

El ángulo φ , que aparece en el triángulo de potencias, no es el promedio ni la suma de los argumentos de las impedancias de fase. Por otro lado, su coseno ($\cos\varphi$) coincide con el factor de potencia trifásico, pero debe quedar claro que no se trata, en general, del coseno del argumento de alguna de las impedancias de fase. Se debe señalar, que pese a la variación de las corrientes y voltajes, la potencia trifásica permanece invariable si la secuencia de las fem se cambia. [11]

2.5 Fundamentos de la medición de potencia trifásica

La medición de los valores eficaces del voltaje y la corriente en los terminales de entrada de una carga monofásica, empleando un multímetro común, permite determinar la potencia aparente consumida por la carga, calculando su producto $|S| = |V_{rms}| |I_{rms}| \text{ VA}$. Si se conoce el factor de potencia de la carga, la potencia activa (promedio o real) consumida por la carga puede calcularse mediante $P = |V_{rms}| |I_{rms}| \text{fp} \text{ W}$. Existen instrumentos específicamente diseñados para medir la potencia activa, denominados wattímetros.

El wattímetro tradicional, es un instrumento analógico electrodinámico, aunque en la actualidad se emplean también instrumentos digitales. En la figura 2.12 se muestran dos representaciones para el wattímetro y el esquema circuital del wattímetro conectado para medir la potencia consumida por una carga monofásica. [11]

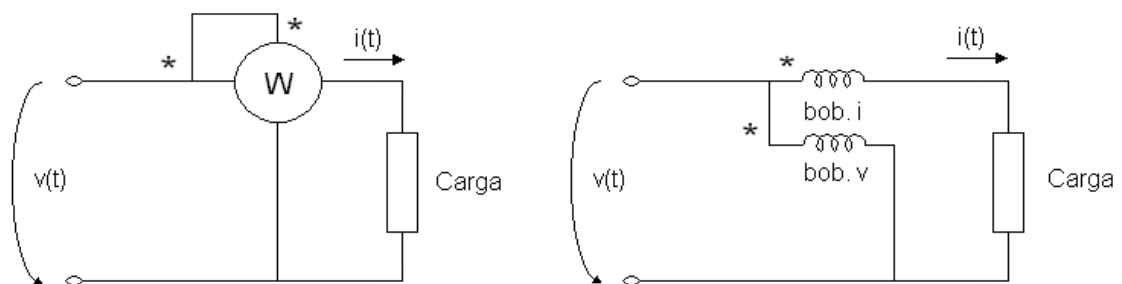


Figura 2.12 Medición de potencia activa (P) empleando un wattímetro.

Los wattímetros constan de dos bobinas, llamadas bobina de corriente y bobina de voltaje.

La bobina de corriente también denominada elemento de corriente es un enrollado estacionario formado por pocas vueltas de un conductor relativamente grueso, de forma que $Z_{Li} \rightarrow 0$ y al conectarse en serie con la carga y circular por ella $i(t)$, no se produce una caída de voltaje sensible y por lo tanto no se afecta el comportamiento de la carga.

La bobina o elemento de voltaje es un enrollado móvil formado por muchas vueltas de un conductor de pequeña sección transversal de forma que $Z_{Lv} \rightarrow \infty$ y al conectarse entre las líneas (en paralelo con la carga) y estar sometida a un voltaje apreciable $v(t)$, circula por la misma una corriente pequeña y no se afecta sensiblemente el comportamiento del circuito.

Al igual que los voltímetros y amperímetros, el wattímetro será considerado un instrumento ideal, la impedancia de la bobina de corriente $Z_{Li} = 0$ (cortocircuito) y la impedancia de la bobina de voltaje $Z_{Lv} = \infty$ (circuito abierto).

En los wattímetros aparecen dos marcas de polaridad. Desde el punto de vista del comportamiento del instrumento, una corriente se considera positiva cuando entra por la marca de polaridad de dicho elemento y un voltaje se considera positivo cuando el terminal que posee la marca es el que está sometido al mayor potencial.

La bobina de corriente se enrolla sobre una estructura pivotante unida a la aguja indicadora, mantenida en su posición inicial por un muelle. Cuando ambas bobinas están energizadas, se desarrolla un torque que gira la estructura pivotante contra el muelle produciéndose una deflexión (la aguja indica la lectura del wattímetro sobre una escala) proporcional al producto $v(t)i(t)$, cuyos signos están determinados por sus sentidos con respecto a las marcas de cada elemento. Aunque las señales de corriente alterna producen torques pulsantes, la inercia mecánica del sistema proporciona un efecto promediado, lo que resulta en un ángulo de deflexión estable que es proporcional al valor promedio del producto $v(t)i(t)$.

Si se designa como W a la lectura del wattímetro, esta se puede expresar como:

$$W = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) i(t) dt$$

Esta expresión es la del valor medio de la potencia activa instantánea y por lo tanto, en circuitos de corriente alterna se puede plantear también a través de la ecuación de la potencia activa (indicando que la escala del instrumento puede ser calibrada directamente en W), o sea:

$$W = P = |V_{rms}| |I_{rms}| \cos \varphi$$

Donde:

$$\varphi = \alpha_V - \alpha_I$$

Para el caso de una carga monofásica, φ también es el argumento de la impedancia de la carga.

Un wattímetro siempre indicará $W = |V_{rms}| |I_{rms}| \cos(\alpha_V - \alpha_I)$, o sea, el módulo del voltaje aplicado a su bobina de voltaje (rms), por el módulo de la corriente que circula por su bobina de corriente (rms), y por el coseno del ángulo del voltaje menos el ángulo de la corriente.

El wattímetro solo leerá la potencia activa consumida por todos los elementos que se encuentren en el lado de la carga del instrumento. La lectura del

instrumento corresponderá a la suma de las potencias activas consumidas por cada uno de dichos elementos.

Teniendo en cuenta la indicación que un wattímetro suministra, la medición de la potencia consumida por una carga trifásica desbalanceada parece ser un problema simple. Solo es necesario poner un wattímetro en cada una de las tres fases de la carga desbalanceada conectada en estrella o en delta y sumar los resultados para obtener la potencia trifásica o total consumida por la carga.

En la práctica, no siempre es posible conectar un wattímetro en una de las fases de la carga trifásica, debido a que el neutro de la carga conectada en estrella no siempre es accesible y no se cuenta con las fases de la delta. Por ejemplo, un motor trifásico generalmente solo tiene tres terminales accesibles, que se denominan A, B y C. [11]

Para poder realizar la medición de la potencia activa total consumida por una carga trifásica con solo tres terminales accesibles, se dispone de un método denominado método de los dos wattímetros (método de Blondel). Se demuestra que para la medición de potencia en un sistema trifásico se necesitan $(n-1)$ wattímetros, siendo n el número de conductores o hilos (por los cuales circula corriente). [12, 15]

En el circuito trifásico representado en la figura 2.13, se muestra la forma de medir la potencia trifásica según el método de los dos wattímetros, para cargas conectadas tanto en Δ como en Y . De acuerdo al método de los dos wattímetros, la suma (algebraica) de las lecturas de los instrumentos corresponde a la potencia trifásica o total. El método de los dos wattímetros también es válido para cargas trifásicas balanceadas. [12, 15]

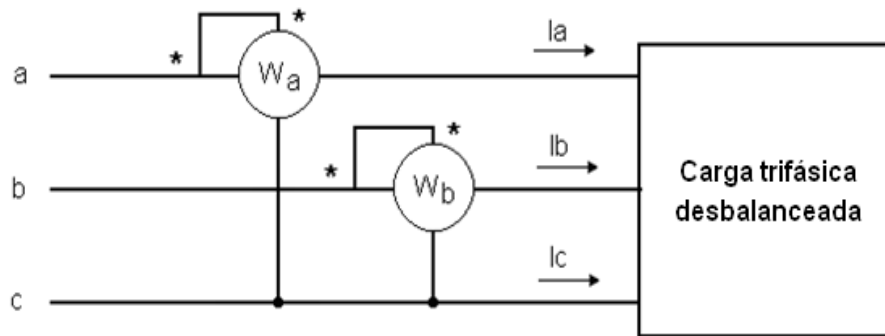


Figura 2.13 Medición de potencia trifásica por el método de los dos wattímetros.

$$W_a = |V_{ac}| |I_a| \cos(\alpha_{V_{ac}} - \alpha_{I_a})$$

$$W_b = |V_{bc}| |I_b| \cos(\alpha_{V_{bc}} - \alpha_{I_b})$$

$$P_{3\phi} = W_a + W_b$$

2.6 Conclusiones de capítulo

1. En la práctica existen circuitos trifásicos cuyos voltajes aplicados a la carga no son de igual magnitud, no están desfasados entre sí 120° o las impedancias en cada una de las fases de la carga no son iguales. Los circuitos trifásicos que cumplen con al menos una de las condiciones anteriores se conocen como circuitos trifásicos desbalanceados.
2. Los circuitos trifásicos desbalanceados se pueden conectar de varias formas como: estrella – estrella con neutro ideal, estrella – estrella sin neutro, estrella – estrella con neutro con impedancia, delta – delta y la combinación de la delta con la estrella.
3. En los circuitos trifásicos desbalanceados las secuencias de las corrientes y los voltajes no necesariamente coinciden.
4. La variación de la secuencia de las fem implica, en general, variación en el módulo y argumento de las corrientes y voltajes, o al menos en una de dichas variables.
5. La potencia activa y reactiva no son iguales en cada una de las fases, por lo que las potencias totales son iguales a las sumas de las potencias de cada una de las fases.
6. En los circuitos trifásicos no balanceados, cada fase de la carga posee su propio factor de potencia.
7. El método de los dos wattímetros es de gran importancia porque no siempre se puede acceder al neutro de la carga en la práctica.

CAPÍTULO 3. Ejemplos resueltos

MATLAB es el nombre abreviado de “MATrixLABoratory”. MATLAB es un programa para realizar cálculos numéricos con vectores y matrices. Como caso particular puede también trabajar con números escalares tanto reales como complejos, con cadenas de caracteres y con otras estructuras de información más complejas. Una de las capacidades más atractivas es la de realizar una amplia variedad de gráficos en dos y tres dimensiones. [16]

MATLAB tiene también un lenguaje de programación propio. MATLAB es un gran programa de cálculo técnico y científico. Para ciertas operaciones es muy rápido, cuando puede ejecutar sus funciones en código nativo con los tamaños más adecuados para aprovechar sus capacidades de vectorización. En otras aplicaciones resulta bastante más lento que el código equivalente desarrollado en C/C++ o Fortran. En cualquier caso, el lenguaje de programación de MATLAB siempre es una magnífica herramienta de alto nivel para desarrollar aplicaciones técnicas, fácil de utilizar y que aumenta significativamente la productividad de los programadores respecto a otros entornos de desarrollo. MATLAB dispone de un código básico y de varias librerías especializadas (toolboxes). [17]

Aunque el origen de MATLAB estuvo íntimamente ligado a la manipulación y computación de y con matrices, durante los últimos años ha evolucionado de forma que hoy se puede considerar como un software de propósito general para todas las ramas de la matemática y la ingeniería desde el punto de vista numérico y computacional. También es posible el cálculo simbólico con MATLAB siempre que se disponga del toolbox apropiado; en este caso el Symbolictoolbox. Existen muchos otros toolboxes que, sobre la base del núcleo

de MATLAB, proporcionan funciones específicas para el cálculo numérico de ciertas partes concretas de la matemática, la ingeniería y otras ciencias. [16]

MATLAB posee un simulador propio, el Simulink, el cual es una extensión gráfica de MATLAB, destinado a la modelación y simulación de sistemas lineales y no lineales. En el Simulink los sistemas se dibujan en la pantalla como diagramas de bloque. La construcción de un modelo, se simplifica, empleando los numerosos bloques pertenecientes a diferentes librerías. El Simulink está integrado con MATLAB y los datos pueden ser transferidos fácilmente entre los programas. [17]

En los medios universitarios MATLAB se ha convertido en una herramienta básica, tanto para los profesionales e investigadores de centros docentes, como una importante herramienta para el dictado de cursos universitarios, tales como sistemas e ingeniería de control, álgebra lineal, procesamiento digital de imágenes, etc. En el mundo industrial MATLAB está siendo utilizado como herramienta de investigación para la solución de complejos problemas planteados en la realización y aplicación de modelos matemáticos en ingeniería. [16, 17]

El material didáctico de Circuitos Trifásicos Desbalanceados constará de 10 ejercicios resueltos tanto de forma analítica como simulada. Además, se presentan 7 ejercicios propuestos para el trabajo independiente.

Ejercicios resueltos:

1. En una red trifásica desbalanceada como la mostrada en la figura 3.1 (sin impedancia en las líneas) se conocen los siguientes datos:

$$\begin{array}{ll} Y_a = 0,5 - j0,2 \, S & E_a = 120 + j0 \, V \\ Y_b = 0,7 - j0,3 \, S & E_b = -50 - j90 \, V \\ Y_c = 0,3 + j0,1 \, S & E_c = -60 + j70 \, V \end{array}$$

Determinar las corrientes por las líneas.

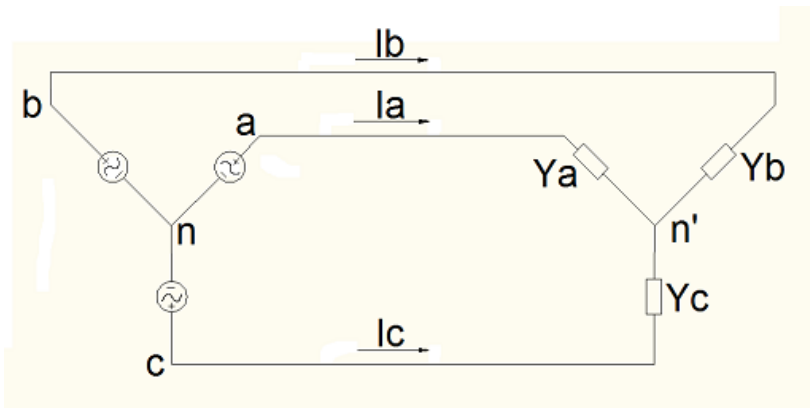


Figura 3.1 Circuito Y-Y desbalanceado.

R:

$$V_{n'n} = \frac{E_a Y_a + E_b Y_b + E_c Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}$$

$$V_{n'n} = \frac{(120 + j0)(0,5 - j0,2) + (-50 - j90)(0,7 - j0,3) + (-60 + j70)(0,3 + j0,1)}{0,5 - j0,2 + 0,7 - j0,3 + 0,3 + j0,1}$$

$$V_{n'n} = -7,34 - j40 \text{ V}$$

$$I_a = (E_a - V_{n'n})Y_a = (120 + 7,34 + j40)(0,5 - j0,2) = 71,6 - j5,5 = 71,81 \angle -4,39^\circ \text{ A}$$

$$I_b = (E_b - V_{n'n})Y_b = (-50 - j90 + 7,34 + j40)(0,7 - j0,3) = -44,9 - j22,2 = 50,08 \angle -153,69^\circ \text{ A}$$

$$I_c = (E_c - V_{n'n})Y_c = (-60 + j70 + 7,34 + j40)(0,3 + j0,1) = -26,7 + j27,7 = 38,47 \angle 133,94^\circ \text{ A}$$

Puede chequearse si el resultado es correcto, ya que debe cumplirse que:

$$I_a + I_b + I_c = 0$$

Luego:

$$\begin{array}{r} +71,6 \quad -j5,5 \\ -44,9 \quad -j22,2 \\ -26,7 \quad +j27,7 \\ \hline 0 \quad +j0 \end{array}$$

Las instrucciones del Matlab para este ejercicio se encuentran en el anexo 1.

En la figura 3.2 se muestra el diagrama fasorial funicular de los voltajes de línea para este ejercicio y en la figura 3.3 la gráfica resultante de la simulación.

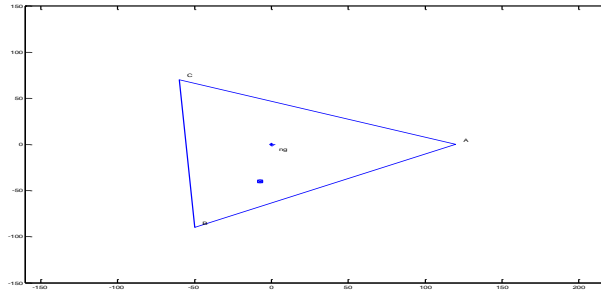


Figura 3.2 Diagrama fasorial funicular de los voltajes de línea. El neutro de carga y el neutro del generador no son equipotenciales ($V_{n'n} \neq 0$).

R Simulink:

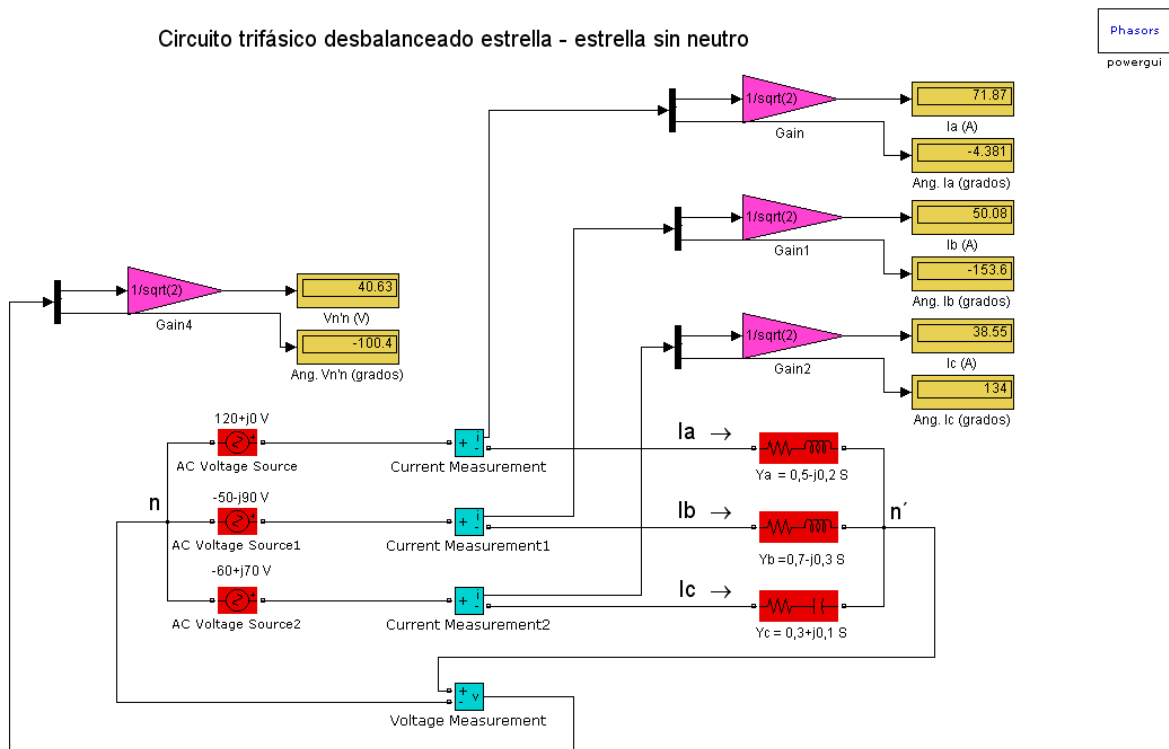


Figura 3.3 Circuito Y-Y desbalanceado sin neutro.

2. En una red trifásica desbalanceada (sin impedancia en las líneas) mostrada en la figura 3.4 se conocen los siguientes datos:

$$\begin{aligned} Y_a &= 0,5 - j0,2 \text{ S} & E_a &= 120 + j0 \text{ V} \\ Y_b &= 0,7 - j0,3 \text{ S} & E_b &= -50 - j90 \text{ V} \\ Y_c &= 0,3 + j0,1 \text{ S} & E_c &= -60 + j70 \text{ V} \\ Y_n &= 0,2 - j0,1 \text{ S} \end{aligned}$$

Determinar las corrientes por las líneas.

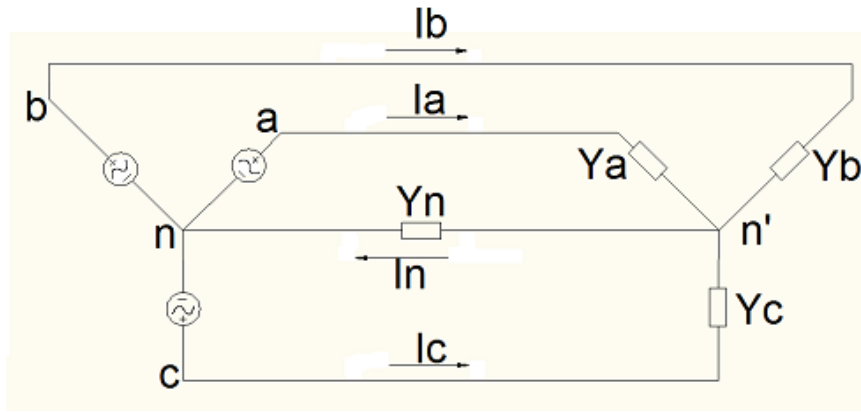


Figura 3.4 Circuito estrella – estrella con neutro con impedancia.

R:

$$V_{n'n} = \frac{E_a Y_a + E_b Y_b + E_c Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c + Y_n}$$

$$V_{n'n} = \frac{(120 + j0)(0,5 - j0,2) + (-50 - j90)(0,7 - j0,3) + (-60 + j70)(0,3 + j0,1)}{0,5 - j0,2 + 0,7 - j0,3 + 0,3 + j0,1 + 0,2 - j0,1}$$

$$V_{n'n} = -5,55 - j35,3 = 35,73 \angle -98,93^\circ \text{ V}$$

$$I_a = (E_a - V_{n'n}) Y_a = (120 + 5,55 + j35,3)(0,5 - j0,2) = 69,9 - j7,5 = 70,30 \angle -6,12^\circ \text{ A}$$

$$I_b = (E_b - V_{n'n}) Y_b = (-50 - j90 + 5,55 + j35,3)(0,7 - j0,3) = -47,6 - j25 = 53,76 \angle -152,29^\circ \text{ A}$$

$$I_c = (E_c - V_{n'n}) Y_c = (-60 + j70 + 5,55 + j35,3)(0,3 + j0,1) = -26,9 + j26,1 = 37,48 \angle 135,86^\circ \text{ A}$$

$$I_n = V_{n'n} Y_n = (-5,55 - j35,3)(0,2 - j0,1) = -4,6 - j6,4 = 7,88 \angle -125,70^\circ \text{ A}$$

Puede comprobarse la solución de este ejercicio, teniendo en cuenta que:

$$I_a + I_b + I_c = I_n$$

Luego:

$$\begin{array}{rcl} 69,9 & - & j7,5 \\ -47,6 & - & j25,0 \\ -26,9 & + & j26,1 \\ \hline -4,6 & - & j6,4 \end{array}$$

Se observa que: $I_a + I_b + I_c = I_n$

Las instrucciones del Matlab para este ejercicio se encuentran en el anexo 2.

En la figura 3.5 se muestra el diagrama fasorial funicular de los voltajes de línea para este ejercicio y en la figura 3.6 la gráfica resultante de la simulación.

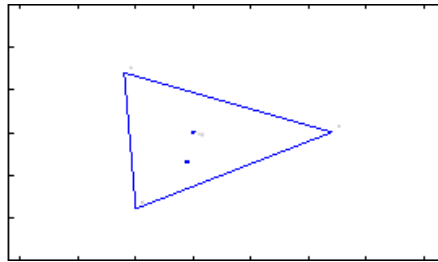


Figura 3.5 Diagrama fasorial funicular de los voltajes de línea. El neutro de carga y el neutro del generador no son equipotenciales ($V_{n'n} \neq 0$).

R Simulink:

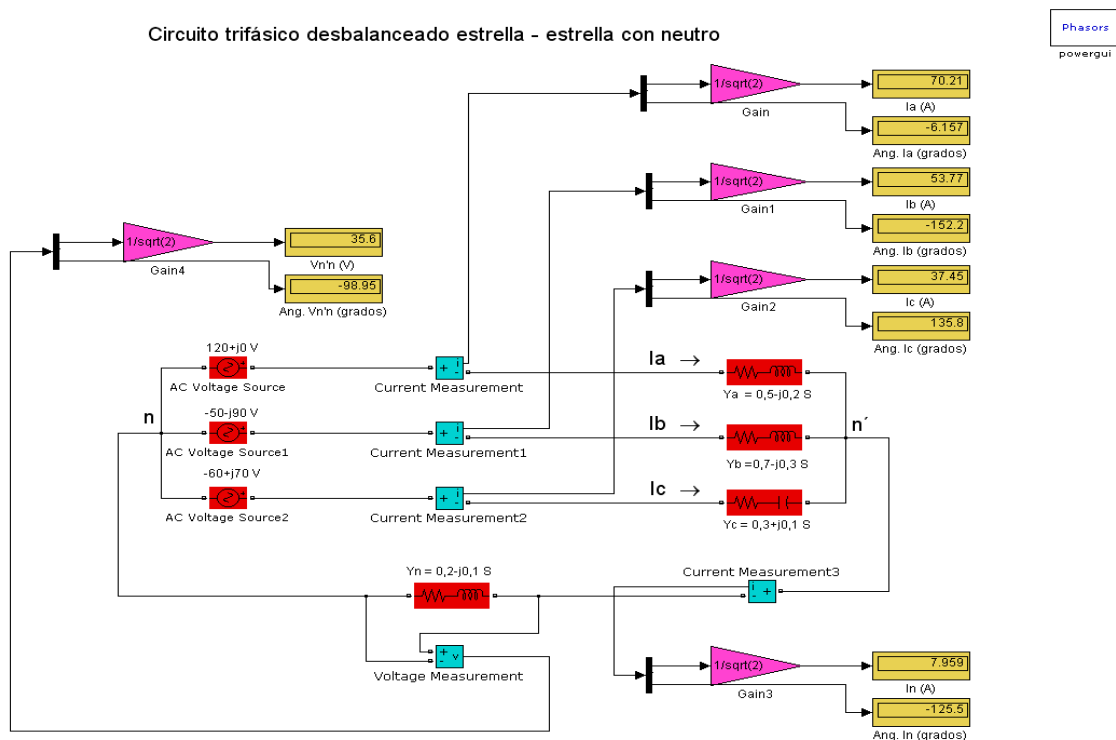


Figura 3.6 Circuito Y-Y desbalanceado con neutro con impedancia.

3. En el circuito mostrado en la figura 3.7, las impedancias Z_1 y Z_2 son iguales y de valor $Z = 3 + j4 \, \Omega$. Suponga que los voltajes de línea aplicados son balanceados y de secuencia $ab-bc-ca$. Si se conoce que $V_{ab} = 440 \angle 0^\circ \, V$, calcule el valor de las corrientes por las líneas.

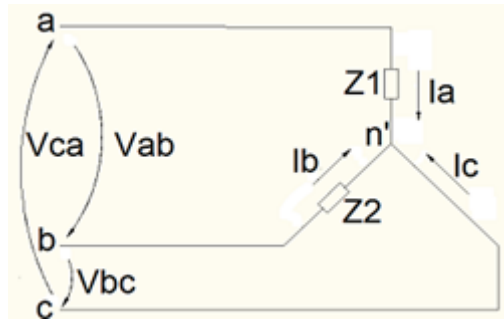


Figura 3.7 Carga en estrella

R:

Teniendo en cuenta que los voltajes son balanceados y SFP:

$$V_{ab} = 440\angle 0^\circ \text{ V}, V_{bc} = 440\angle -120^\circ \text{ V}, V_{ca} = 440\angle 120^\circ \text{ V}$$

Como se conoce el voltaje en los bornes de cada impedancia, se tiene que:

$$I_a = \frac{V_{ac}}{Z} = \frac{-V_{ca}}{Z} = \frac{-440\angle 120^\circ}{5\angle 53,13^\circ} = 88\angle -113,13^\circ \text{ A}$$

$$I_b = \frac{V_{bc}}{Z} = \frac{440\angle -120^\circ}{5\angle 53,13^\circ} = 88\angle -173,13^\circ \text{ A}$$

Luego:

$$-I_a - I_b - I_c = 0$$

$$I_c = -I_a - I_b = -88\angle -113,13^\circ - 88\angle -173,13^\circ = 152,42\angle 36,87^\circ \text{ A}$$

Las instrucciones del Matlab para este ejercicio se encuentran en el anexo 3.

En la figura 3.8 se muestra el diagrama fasorial de los voltajes y corrientes y en la figura 3.9 la gráfica resultante de la simulación.

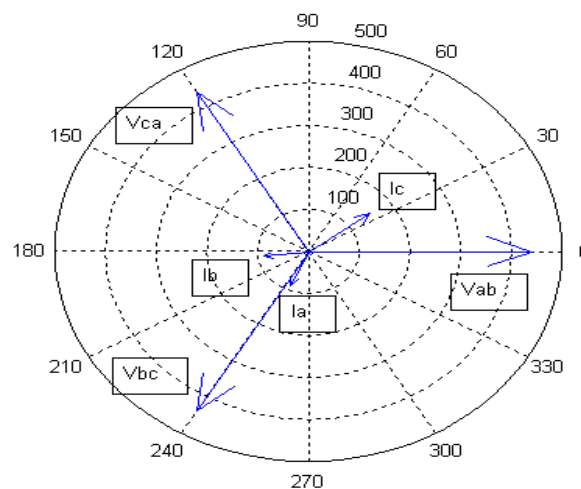


Figura 3.8 Diagrama fasorial de voltajes y corrientes.

R Simulink:

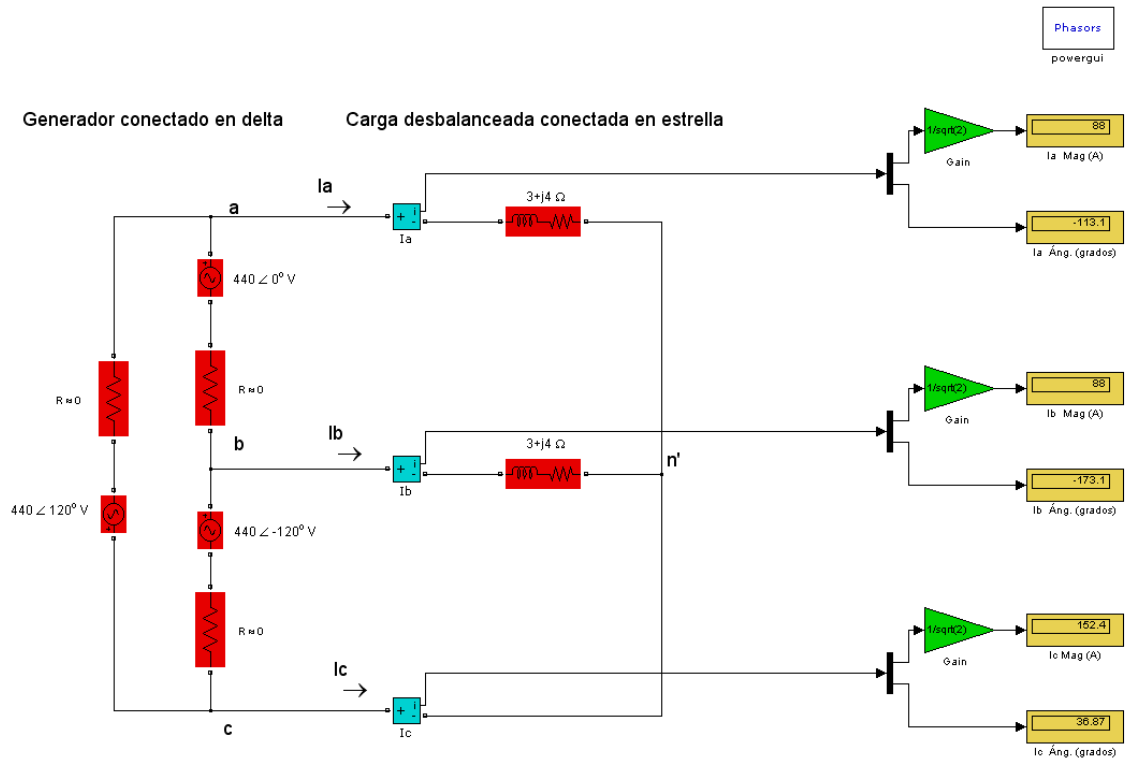


Figura 3.9 Circuito trifásico desbalanceado con carga en estrella.

4. El circuito mostrado en la figura 3.10, denominado indicador de secuencia de fase, permite conocer la secuencia de fase de una fuente trifásica balanceada. Cuando la secuencia de fase es *abc*, el bombillo con este nombre será más brillante que el denominado *acb* y ocurrirá lo contrario en caso de que la secuencia sea *acb*. Demostrar lo anterior calculando la corriente por los bombillos para cada una de las secuencias de fase. $V_{ab} = 200 \angle 0^\circ \text{ V rms}$, $\omega = 377 \text{ rad/s}$.

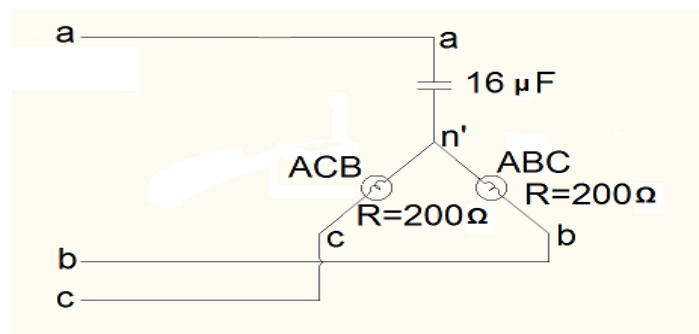


Figura 3.10 Circuito indicador de secuencia de fase.

R:

El circuito corresponde a un sistema estrella-estrella sin neutro.

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(377)(16)(10^{-6})} = 166 \Omega$$

Considerando secuencia *abc*:

$$E_a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ\right)(V_{ab}) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ\right)(200 \angle 0^\circ) = 115 \angle -30^\circ V$$

$$E_b = 115 \angle -150^\circ V$$

$$E_c = 115 \angle 90^\circ V$$

Cálculo de las admitancias de los elementos:

$$Y_a = \frac{1}{-j166} = \frac{j}{166} S$$

$$Y_b = \frac{1}{200} S$$

$$Y_c = \frac{1}{200} S$$

Voltaje entre el neutro de la carga y el neutro del generador:

$$V_{n'n} = \frac{E_a Y_a + E_b Y_b + E_c Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}$$
$$V_{n'n} = \frac{(115 \angle -30^\circ)\left(\frac{j}{166}\right) + (115 \angle -150^\circ)\left(\frac{1}{200}\right) + (115 \angle 90^\circ)\left(\frac{1}{200}\right)}{\frac{j}{166} \angle 90^\circ + \frac{1}{200} + \frac{1}{200}} = 77,11 \angle 68,62^\circ V$$

Corrientes de líneas:

$$I_b = (E_b - V_{n'n})Y_b = (115 \angle -150^\circ - 77,11 \angle 68,62^\circ)\left(\frac{1}{200}\right) = 0,91 \angle -134,64^\circ A$$

$$I_c = (E_c - V_{n'n})Y_c = (115 \angle 90^\circ - 77,11 \angle 68,62^\circ)\left(\frac{1}{200}\right) = 0,26 \angle 123,05^\circ A$$

Como la corriente que circula por el bombillo *ABC* es tres veces y media mayor que la que circula por el bombillo *ACB*, el bombillo *ABC* iluminará con mayor brillantez que el bombillo *ACB*, indicando que la secuencia de los voltajes de alimentación es positiva o *abc*.

Considerando secuencia *acb*:

$$E_a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ\right)(V_{ab}) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ\right)(200 \angle 0^\circ) = 115 \angle 30^\circ \text{ V}$$

$$E_b = 115 \angle 150^\circ \text{ V}$$

$$E_c = 115 \angle -90^\circ \text{ V}$$

Voltaje entre el neutro de la carga y el neutro del generador:

$$V_{n'n} = \frac{E_a Y_a + E_b Y_b + E_c Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}$$

$$V_{n'n} = \frac{(115 \angle 30^\circ) \left(\frac{1}{166} \angle 90^\circ\right) + (115 \angle 150^\circ) \left(\frac{1}{200}\right) + (115 \angle -90^\circ) \left(\frac{1}{200}\right)}{\frac{1}{166} \angle 90^\circ + \frac{1}{200} + \frac{1}{200}} = 77,11 \angle 128,62^\circ \text{ V}$$

Corrientes de línea:

$$I_b = (E_b - V_{n'n}) Y_b = (115 \angle 150^\circ - 77,11 \angle 128,62^\circ) \left(\frac{1}{200}\right) = 0,26 \angle -176,94^\circ \text{ A}$$

$$I_c = (E_c - V_{n'n}) Y_c = (115 \angle -90^\circ - 77,11 \angle 128,62^\circ) \left(\frac{1}{200}\right) = 0,91 \angle -74,64^\circ \text{ A}$$

Como la corriente que circula por el bombillo *ACB* es tres veces y media mayor que la que circula por el bombillo *ABC*, el bombillo *ACB* iluminará con mayor brillantez que el bombillo *ABC*, indicando que la secuencia de los voltajes de alimentación es negativa o *acb*.

Las instrucciones del Matlab para este ejercicio se encuentran en el anexo 4. En la figura 3.11 se muestra la gráfica resultante de la simulación.

R Simulink:

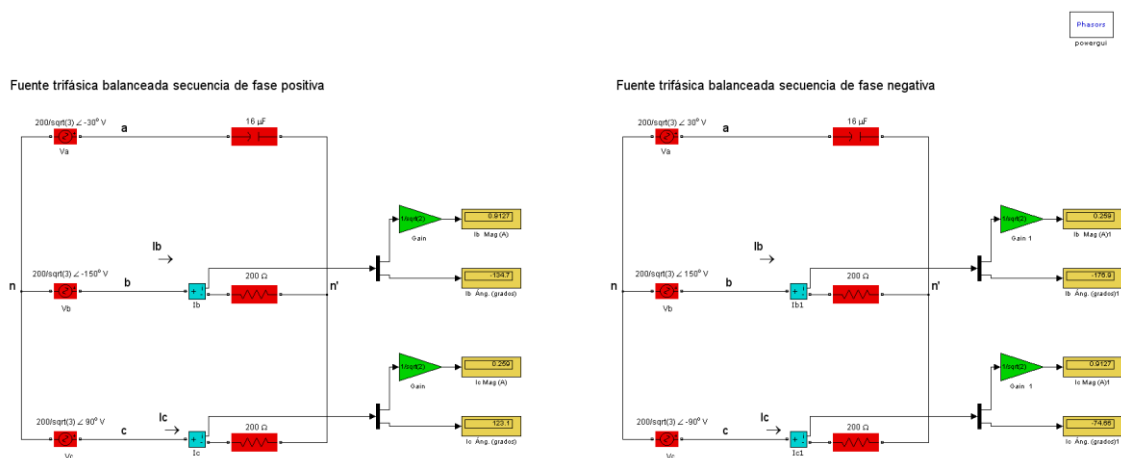


Figura 3.11 Indicaciones del circuito indicador de secuencia para la secuencia de fase positiva y negativa.

5. En el circuito mostrado en la figura 3. 12, hallar: a) las corrientes de línea; b) la potencia compleja trifásica (total) absorbida por la carga.

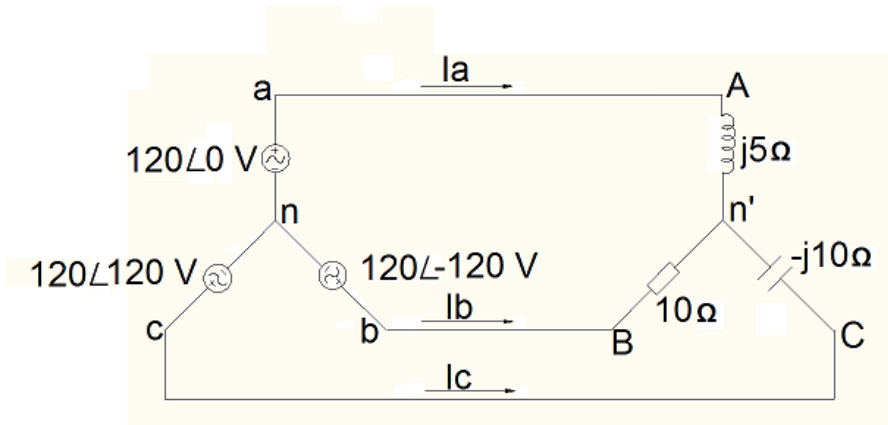


Figura 3.12 Circuito con conexión Y-Y.

R:

a)

Aplicando el método de las corrientes de mallas en la figura 3.13:

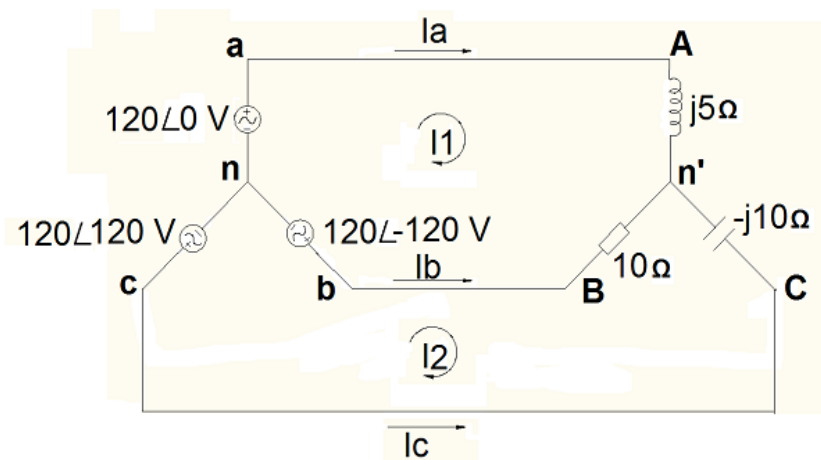


Figura 3.13 Circuito con conexión Y-Y.

LKV en la malla 1:

$$120\angle -120^\circ - 120\angle 0^\circ + (10 + j5)I_1 - 10I_2 = 0$$

$$(10 + j5)I_1 - 10I_2 = 120\sqrt{3}\angle 30^\circ \quad (I)$$

LKV en la malla 2:

$$120\angle 120^\circ - 120\angle -120^\circ + (10 - j10)I_2 - 10I_1 = 0$$

$$-10I_1 + (10 - j10)I_2 = 120\sqrt{3}\angle -90^\circ \quad (II)$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 10 + j5 & -10 \\ -10 & 10 - j10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120\sqrt{3}\angle 30^\circ \\ 120\sqrt{3}\angle -90^\circ \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema formado por las ecuaciones *I* y *II*, se obtienen las corrientes de mallas:

$$I_1 = 56,78\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_2 = 42,75\angle 24,9^\circ \text{ A}$$

Las corrientes de línea son:

$$I_a = I_1 = 56,78\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_b = I_2 - I_1 = 42,75\angle 24,9^\circ - 56,78\angle 0^\circ = 25,46\angle 135^\circ \text{ A}$$

$$I_c = -I_2 = 42,75\angle -155,1^\circ \text{ A}$$

b)

Potencia compleja absorbida por las fases de la carga:

Fase *a* :

$$S_a = |I_a|^2 Z_A = (56,78)^2 (j5) = j16120 \text{ VA}$$

Fase *b* :

$$S_b = |I_b|^2 Z_B = (25,46)^2 (10) = 6480 \text{ VA}$$

Fase *c* :

$$S_c = |I_c|^2 Z_C = (42,75)^2 (-j10) = -j18276 \text{ VA}$$

Potencia compleja total (trifásica) absorbida por la carga:

$$S_{3\phi} = S_a + S_b + S_c = j16120 + 6480 - j18276 = 6480 - j2156 \text{ VA}$$

Las instrucciones del Matlab para este ejercicio se encuentran en el anexo 5.

En la figura 3.14 se muestra la gráfica resultante de la simulación.

R Simulink:

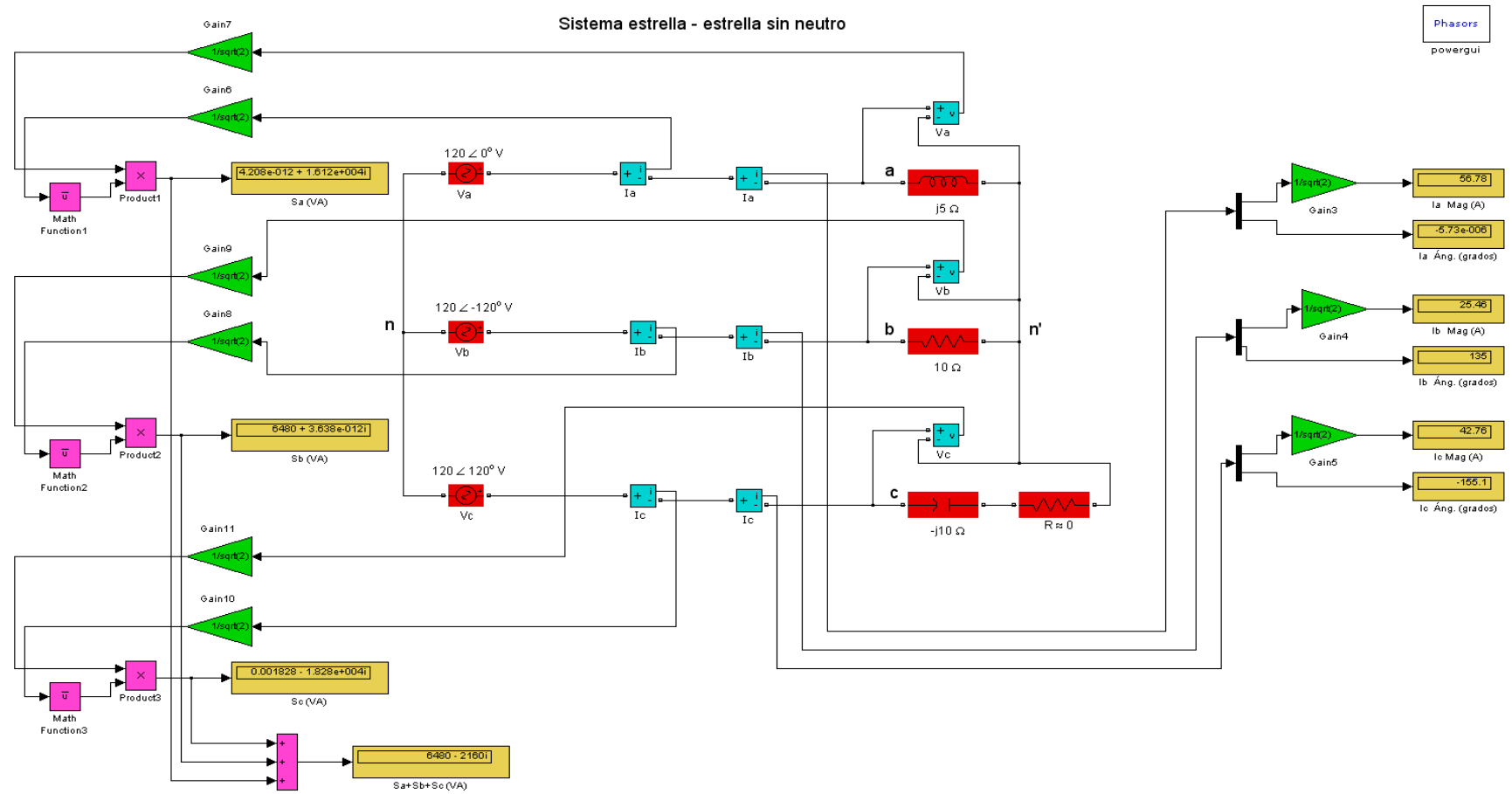


Figura 3.14 Circuito con conexión Y-Y sin neutro.

6. Determine la potencia compleja entregada a la carga trifásica Y-Y con neutro, mostrada en la figura 3.15. Los voltajes de las fuentes conectadas en estrella son $V_a = 110\angle 0^\circ \text{ V rms}$, $V_b = 110\angle -120^\circ \text{ V rms}$, y $V_c = 110\angle 120^\circ \text{ V rms}$. Las impedancias de la carga son $Z_a = 50 + j80 \Omega$, $Z_b = j50 \Omega$, y $Z_c = 100 + j25 \Omega$.

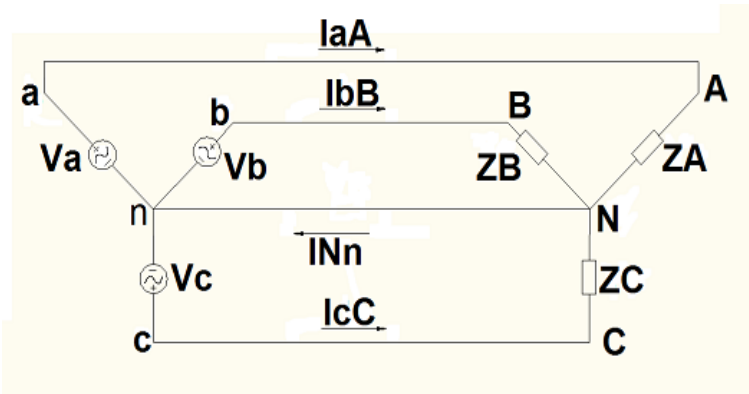


Figura 3.15 Circuito Y-Y con neutro ideal.

R:

Corrientes de línea del circuito desbalanceado Y-Y:

$$I_{aA} = \frac{V_a}{Z_a} = \frac{110\angle 0^\circ}{50 + j80}, I_{bB} = \frac{V_b}{Z_b} = \frac{110\angle -120^\circ}{j50}, \text{ y } I_{cC} = \frac{V_c}{Z_c} = \frac{110\angle 120^\circ}{100 + j25}$$

$$I_{aA} = 1,16\angle -58^\circ \text{ A}, I_{bB} = 2,2\angle 150^\circ \text{ A}, I_{cC} = 1,07\angle 106^\circ \text{ A}$$

La potencia compleja entregada a Z_a es:

$$S_a = I_{aA} * V_a = (1,16\angle -58^\circ) * (110\angle 0^\circ) = (1,16\angle 58^\circ) * (110\angle 0^\circ) = 68 + j109 \text{ VA}$$

Potencias complejas entregadas a Z_b y Z_c :

$$S_b = (2,2\angle 150^\circ) * (110\angle -120^\circ) = j242 \text{ VA}$$

$$S_c = (1,07\angle 106^\circ) * (110\angle 120^\circ) = 114 + j28 \text{ VA}$$

Potencia compleja total entregada a la carga trifásica:

$$S_a + S_b + S_c = 182 + j379 \text{ VA}$$

Las instrucciones del Matlab para este ejercicio se encuentran en el anexo 6.

En la figura 3.16 se muestra la gráfica resultante de la simulación.

R Simulink:

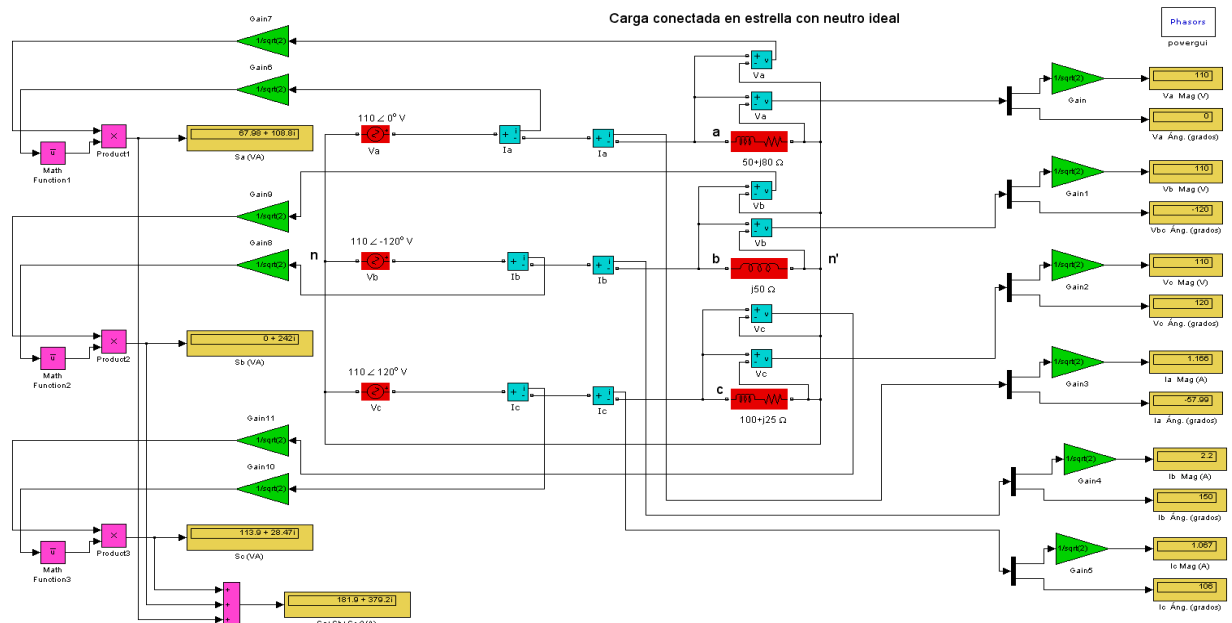


Figura 3.16 Circuito Y-Y con neutro ideal.

7. Observe en la figura 3.17:

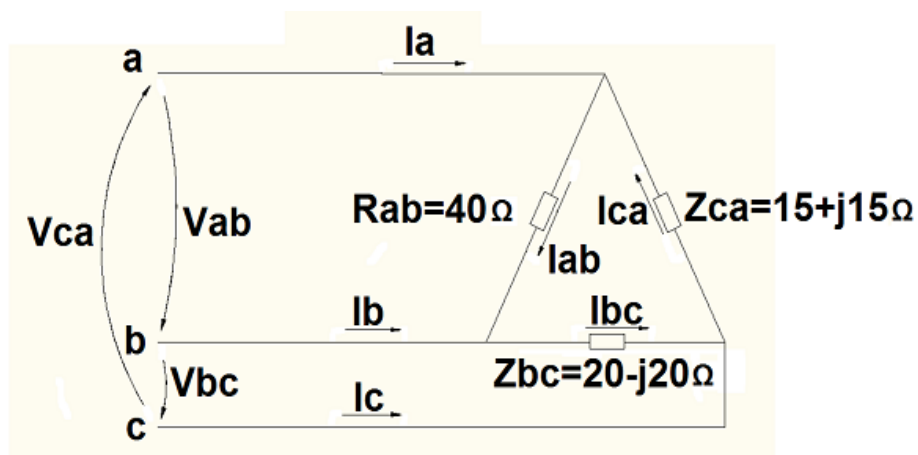


Figura 3.17 Carga conectada en delta.

Los voltajes aplicados al circuito son:

$$V_{ab} = 208 \angle 30^\circ \text{ V rms}$$

$$V_{bc} = 208 \angle -90^\circ \text{ V rms}$$

$$V_{ca} = 208 \angle 150^\circ \text{ V rms}$$

Determine la potencia activa, reactiva y aparente de cada fase, así como la total o trifásica.

R:

Fase a-b:

El argumento φ_{ab} de la impedancia conectada en la fase a-b es:

$\varphi_{ab} = 0^\circ$ (La impedancia conectada en la fase a-b es puramente resistiva)

El factor de potencia de esta fase es:

$$\text{fp}_{ab} = \cos(\varphi_{ab}) = \cos(0^\circ) = 1$$

La potencia activa demandada por la misma P_{ab} puede calcularse aplicando la Ley de Joule:

$$P_{ab} = |I_{ab}|^2 R_{ab} = \frac{|V_{ab}|^2}{R_{ab}} = \frac{(208)^2}{40}$$

$$P_{ab} = 1081,6 \text{ W}$$

La fase a-b no demanda potencia reactiva, dada su naturaleza puramente resistiva. Si se designa como Q_{ab} al reactivo de dicha fase, se puede afirmar que:

$$Q_{ab} = 0$$

Debido al hecho que en este caso la fase no demanda potencia reactiva, la potencia aparente $|S_{ab}|$ coincide con la potencia activa.

$$|S_{ab}| = 1081,6 \text{ VA}$$

Fase b-c:

El argumento φ_{bc} de la impedancia conectada en la fase b-c es:

$$\varphi_{bc} = \tan^{-1} \frac{-X_{bc}}{R_{bc}} = \tan^{-1} \left(\frac{-20}{20} \right)$$

$$\varphi_{bc} = -45^\circ$$

El factor de potencia de esta fase es:

$$\text{fp}_{bc} = \cos(\varphi_{bc}) = \cos(-45^\circ) = 0,707 \text{ capacitivo}$$

Para calcular las potencias demandadas por dicha fase, se debe hallar primeramente la corriente que circula por la misma. Aplicando la Ley de Ohm se encuentra:

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{208 \angle -90^\circ}{20 - j20} = 7,35 \angle -45^\circ \text{ A}$$

A partir de este resultado se puede hallar la potencia P_{bc} y el reactivo Q_{bc} demandados por la fase en cuestión:

$$P_{bc} = |V_{bc}| |I_{bc}| \cos \varphi_{bc} = (208)(7,35) \cos(-45^\circ) = |I_{bc}|^2 R_{bc}$$

$$P_{bc} = 1081,02 \text{ W}$$

$$Q_{bc} = |V_{bc}| |I_{bc}| \sin \varphi_{bc} = (208)(7,35) \sin(-45^\circ)$$

$$Q_{bc} = -1081,02 \text{ VAR}$$

Conocidos estos valores se puede hallar la potencia aparente $|S_{bc}|$ por diferentes vías:

$$|S_{bc}| = \frac{P_{bc}}{\cos \varphi_{bc}} = \frac{1081}{\cos(-45^\circ)} \qquad |S_{bc}| = \sqrt{P_{bc}^2 + Q_{bc}^2}$$

$$|S_{bc}| = 1528,8 \text{ VA}$$

Fase c-a:

Utilizando símbolos análogos y siguiendo el mismo procedimiento se tiene:

$$\varphi_{ca} = \tan^{-1} \frac{X_{ca}}{R_{ca}} = \tan^{-1} \left(\frac{15}{15} \right)$$

$$\varphi_{ca} = 45^\circ$$

El factor de potencia de esta fase es:

$$fp_{ca} = \cos(\varphi_{ca}) = \cos(45^\circ) = 0,707 \text{ inductivo}$$

$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{208 \angle 150^\circ}{15 + j15} = 9,81 \angle 105^\circ \text{ A}$$

$$P_{ca} = |V_{ca}| |I_{ca}| \cos \varphi_{ca} = (208)(9,81) \cos(45^\circ)$$

$$P_{ca} = 1442,84 \text{ W}$$

$$Q_{ca} = |V_{ca}| |I_{ca}| \sin \varphi_{ca} = (208)(9,81) \sin(45^\circ)$$

$$Q_{ca} = 1442,84 \text{ VAR}$$

$$|S_{ca}| = \frac{P_{ca}}{\cos \varphi_{ca}} = \frac{1442,84}{0,707} \qquad |S_{ca}| = \sqrt{P_{ca}^2 + Q_{ca}^2}$$

$$|S_{ca}| = 2040,48 \text{ VA}$$

Valores trifásicos de las potencias:

$$P_{3\varphi} = \sum_{f=1}^3 P_f$$

$$P_{3\varphi} = 1081,6 + 1081,02 + 1442,84$$

$$P_{3\varphi} = 3605,46 \text{ W}$$

$$Q_{3\phi} = \sum_{f=1}^3 Q_f$$

$$Q_{3\phi} = 0 - 1081,02 + 1442,84$$

$$Q_{3\phi} = 361,82 \text{ VAR (inductiva)}$$

$$|S_{3\phi}| = \sqrt{P_{3\phi}^2 + Q_{3\phi}^2}$$

$$|S_{3\phi}| = \sqrt{(3605,46)^2 + (361,82)^2}$$

$$|S_{3\phi}| = 3623,57 \text{ VA}$$

Debido al hecho de que el reactivo trifásico es inductivo, como se infiere del signo positivo de su valor numérico, el factor de potencia trifásico es inductivo también:

$$fp_{3\phi} = \frac{P_{3\phi}}{|S_{3\phi}|} = \frac{3605,46}{3623,57} = 0,995 \text{ inductivo}$$

Las instrucciones del Matlab para este ejercicio se encuentran en el anexo 7.

En la figura 3.18 se muestra la gráfica resultante de la simulación.

R Simulink:

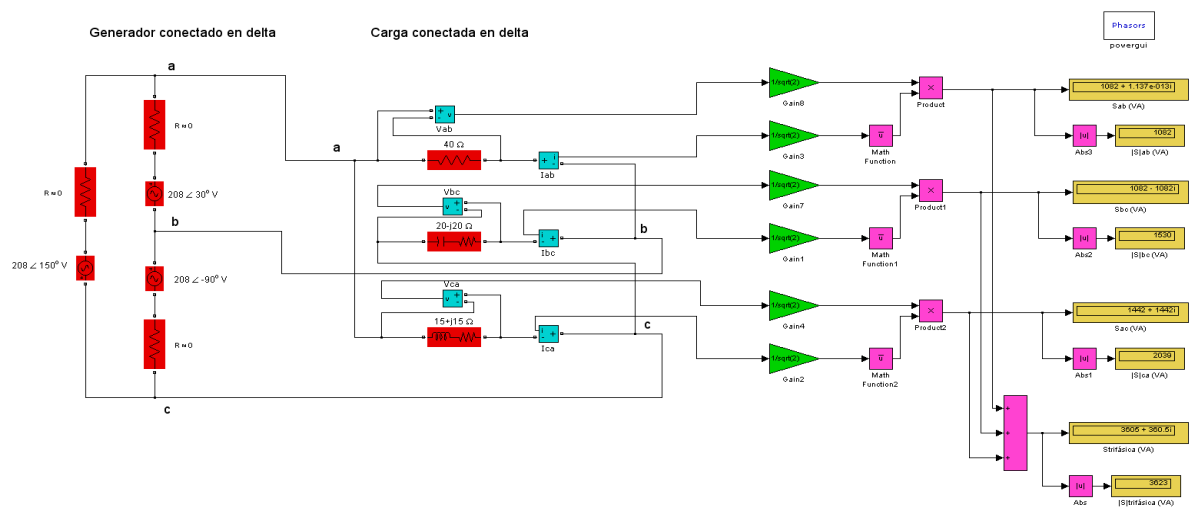


Figura 3.18 Carga conectada en delta.

8. El circuito de la figura 3.19 está alimentado por un sistema de voltajes balanceados, secuencia *abc*. Si se toma como referencia $V_{ab} = 220\angle 0^\circ \text{ V rms}$ y se conoce que los valores de las impedancias son: $Z = 7 + j7 \Omega$, $Z' = 20 + j0 \Omega$. Determine la lectura de los instrumentos y compruebe que su suma es igual a la potencia total consumida por las cargas.

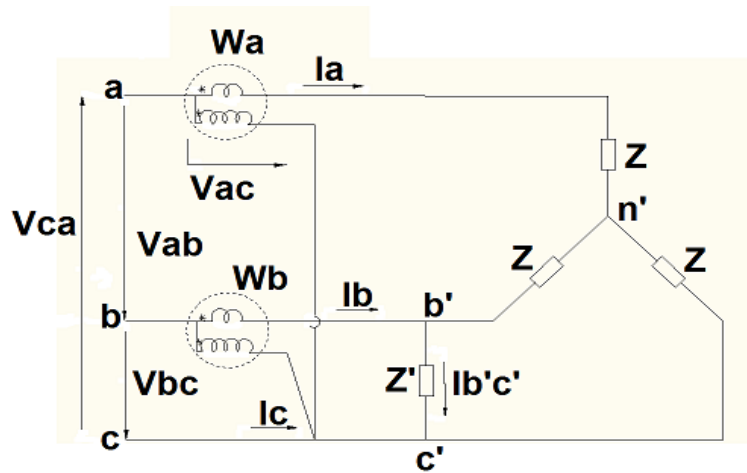


Figura 3.19 Circuito con instrumentos medidores de potencia conectados.

R:

Las lecturas de los instrumentos vienen dadas por:

$$W_a = |V_{ac}| |I_a| \cos(\alpha_{Vac} - \alpha_{Ia})$$

$$W_b = |V_{bc}| |I_b| \cos(\alpha_{Vbc} - \alpha_{Ib})$$

Primeramente se debe hallar las corrientes y los voltajes a los cuales los instrumentos están sometidos.

Las corrientes que circulan por la carga en estrella balanceada se puede determinar aplicando la ley de Ohm:

$$V_{an'} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \right) V_{ab} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \right) (220 \angle 0^\circ) = 127 \angle -30^\circ \text{ V}$$

Por lo cual:

$$I_{an'} = \frac{V_{an'}}{Z} = \frac{127 \angle -30^\circ}{7 + j7} = 12,83 \angle -75^\circ \text{ A}$$

Las restantes corrientes en las fases de la estrella balanceada están dadas por:

$$I_{b'n'} = 12,83 \angle 165^\circ \text{ A} \quad I_{c'n'} = 12,83 \angle 45^\circ \text{ A}$$

La corriente detectada por el instrumento (W_a) es $I_a = I_{an'}$ ya que la misma entra por la marca correspondiente.

$$I_a = I_{an'} = 12,83 \angle -75^\circ \text{ A}$$

La corriente I_b que circula por el elemento de corriente del wattímetro (W_b) no es igual a la corriente $I_{b'n'}$ debido a que existe una carga conectada entre las líneas b y c.

Aplicando la ley de Ohm en dicha carga se halla:

$$I_{b'c'} = \frac{V_{bc}}{Z'} = \frac{220\angle -120^\circ}{20} = 11\angle -120^\circ \text{ A}$$

Aplicando LKC en el nodo b' , se encuentra que:

$$I_b = I_{b'n'} + I_{b'c'} = 12,83\angle 165^\circ + 11\angle -120^\circ = 18,94\angle -160,86^\circ \text{ A}$$

Calculadas estas corrientes se proceden a calcular los voltajes a los cuales los instrumentos están sometidos.

Es de señalar que al observar la figura y de acuerdo con la posición de las marcas de polaridad en la bobina de voltaje, el instrumento (W_a) no detecta el voltaje V_{ca} sino el voltaje V_{ac} , luego:

$$V_{ac} = -V_{ca} = -220\angle 120^\circ \text{ V} = 220\angle -60^\circ \text{ V}$$

El instrumento (W_b) está sometido al voltaje V_{bc} :

$$V_{bc} = 220\angle -120^\circ \text{ V}$$

Con los valores calculados de los voltajes y las corrientes, puede determinarse las lecturas de los wattímetros (W_a) y (W_b) de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} W_a &= |V_{ac}| |I_a| \cos(\alpha_{V_{ac}} - \alpha_{I_a}) \\ W_a &= 220 \cdot 12,83 \cdot \cos[-60^\circ - (-75^\circ)] \\ W_a &= 2726 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_b &= |V_{bc}| |I_b| \cos(\alpha_{V_{bc}} - \alpha_{I_b}) \\ W_b &= 220 \cdot 18,94 \cdot \cos[-120^\circ - (-160,86^\circ)] \\ W_b &= 3151 \text{ W} \end{aligned}$$

La potencia total (trifásica) consumida por las cargas, se obtiene mediante la suma algebraica de las lecturas de los dos wattímetros:

$$P_{3\phi} = W_a + W_b = 2726 + 3151 = 5877 \text{ W}$$

Se debe comprobar, según el enunciado del ejercicio, que esta suma es igual a la potencia trifásica. Para ello se debe de calcular dicha potencia por otra vía.

En la carga monofásica conectada entre b' y c' se puede hallar la potencia demandada $(P_{b'c'})$ basándose en la ley de Joule, o sea:

$$P_{b'c'} = |I_{b'c'}|^2 R_{b'c'} = 11^2 \cdot 20 = 2420 \text{ W}$$

$$P_{b'c'} = \frac{|V_{bc}|^2}{R_{b'c'}}$$

En el caso de la carga conectada en estrella balanceada, se puede aplicar la expresión:

$$P_Y = \sqrt{3} |V_L| |I_L| \cos \varphi_Z$$

Donde:

P_Y : representa la potencia demandada por dicha carga.

V_L e I_L : simbolizan el voltaje y la corriente de línea.

φ_Z : corresponde al argumento de la impedancia conectada en la fase.

En este caso φ_Z está dado por:

$$\varphi_Z = \tan^{-1}(7/7) = 45^\circ$$

Sustituyendo en la ecuación, se encuentra que:

$$P_Y = \sqrt{3} \cdot (220) \cdot (12,83) \cdot \cos 45^\circ$$

$$P_Y = 3457 \text{ W}$$

Sobre la base del principio de conservación de la potencia activa, se calcula la potencia trifásica o total:

$$P_{3\varphi} = P_Y + P_{b'c'} = 3457 + 2420$$

$$P_{3\varphi} = 5877 \text{ W}$$

Por tanto, como tenía que suceder, este resultado coincide con el anteriormente hallado basado en la suma de las lecturas de los wattímetros.

Las instrucciones del Matlab para este ejercicio se encuentran en el anexo 8.

En la figura 3.20 se muestra el gráfico de la lectura de los wattímetros y en la figura 3.21 la gráfica resultante de la simulación.

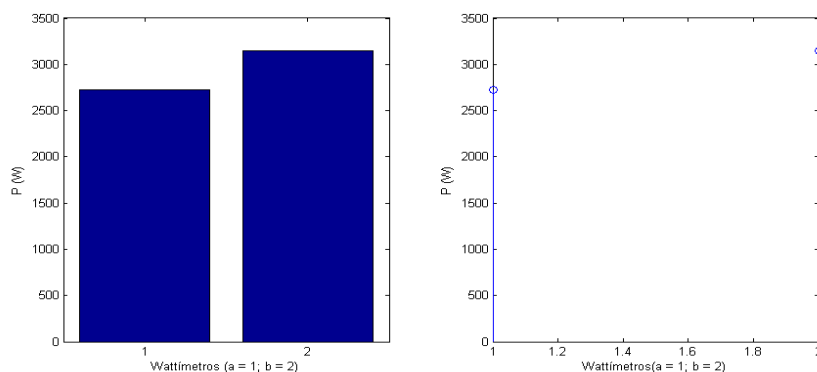


Figura 3.20 Gráfico de las lecturas de los watímetros.

R Simulink:

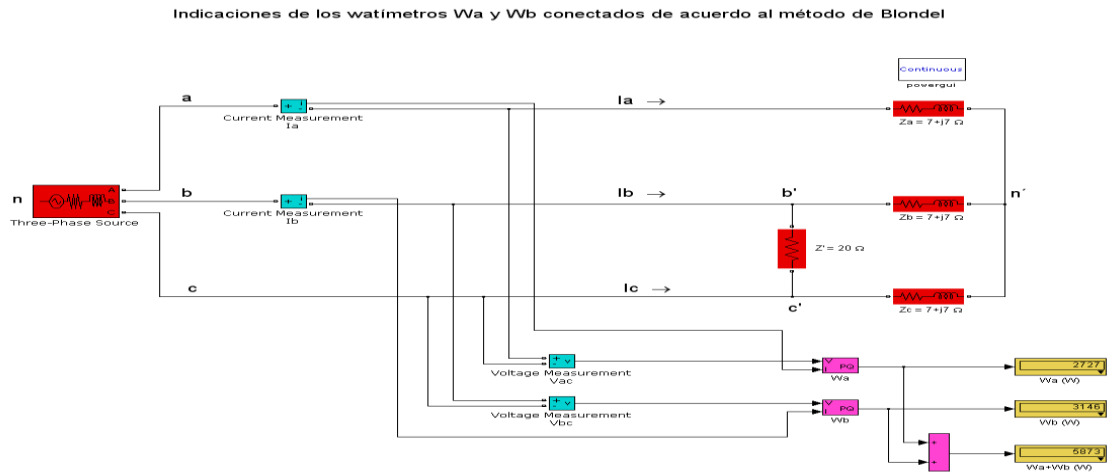


Figura 3.21 Circuito trifásico desbalanceado.

9. Para la carga desbalanceada conectada en delta, con dos wattímetros debidamente conectados: mostrada en la figura 3.22:
 - a. Determine la magnitud y el ángulo de las corrientes de fase.
 - b. Calcule la magnitud y el ángulo de las corrientes de línea.
 - c. Determine la potencia leída por cada wattímetro.
 - d. Calcule la potencia total absorbida por la carga.
 - e. Compare los resultados del inciso (d) con la potencia total calculada, usando las corrientes de fase y los elementos resistivos.

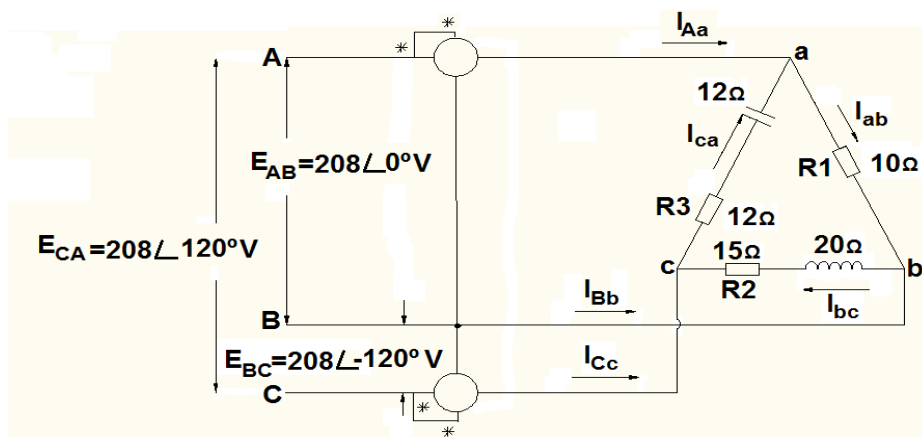


Figura 3.22 Circuito con dos wattímetros conectados.

R:

a.

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{E_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{208 \angle 0}{10 \angle 0} = 20,8 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_{bc} = \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{E_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{208 \angle -120^\circ}{15 + j20} = \frac{208 \angle -120^\circ}{25 \angle 53,13^\circ} = 8,32 \angle -173,13^\circ \text{ A}$$

$$I_{ca} = \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{E_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{208 \angle 120^\circ}{12 + j12} = \frac{208 \angle 120^\circ}{16,97 \angle -45^\circ} = 12,26 \angle 165^\circ \text{ A}$$

b.

$$\begin{aligned} I_{Aa} &= I_{ab} - I_c \\ &= 20,8 \angle 0^\circ - 12,26 \angle 165^\circ \\ &= 20,8 - (-11,84 + j3,17) \\ &= 20,8 + 11,84 - j3,17 = 32,64 - j3,17 \\ &= 32,79 \angle -5,55^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{Bb} &= I_{bc} - I_{ab} \\ &= 8,32 \angle -173,13^\circ - 20,8 \angle 0^\circ \\ &= (-8,26 - j1) - 20,8 \\ &= -8,26 - 20,8 - j1 = -29,06 - j1 \text{ A} \\ &= 29,08 \angle -178,03^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{Cc} &= I_{ca} - I_{bc} \\ &= 12,26 \angle 165^\circ - 8,32 \angle -173,13^\circ \\ &= (-11,84 + j3,17) - (-8,26 - j1) \\ &= -11,84 + 8,26 + j(3,17 + 1) = -3,58 + j4,17 \text{ A} \\ &= 5,5 \angle 130,65^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} P_1 &= V_{ab} * I_{Aa} * \cos(\theta_{V_{ab}} - \theta_{I_{Aa}}) \\ &= (208)(32,79) \cos(5,55) \\ &= 6788,35 \text{ W} \end{aligned}$$

$$V_{bc} = E_{bc} = 208 \angle -120^\circ$$

Pero:

$$\begin{aligned}
 V_{cb} &= E_{cb} = 208 \angle (-120^\circ + 180^\circ) \\
 &= 208 \angle 60^\circ \text{ V} \\
 P_2 &= V_{cb} * I_{Cc} * \cos(\theta_{V_{cb}} - \theta_{I_{Cc}}) \\
 &= (208)(5,5) * \cos(-70,65^\circ) \\
 &= 379,1 \text{ W}
 \end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned}
 P_T &= P_1 + P_2 = 6788,35 + 379,1 \\
 &= 7167,45 \text{ W}
 \end{aligned}$$

e.

$$\begin{aligned}
 P_T &= (I_{ab})^2 * R_1 + (I_{bc})^2 * R_2 + (I_{ca})^2 * R_3 \\
 &= (208)^2 * 10 + (8,32)^2 * 15 + (12,26)^2 * 12 \\
 &= 4326,4 + 1038,34 + 1803,69 \\
 &= 7168,43 \text{ W}
 \end{aligned}$$

(La ligera diferencia es debido al nivel de exactitud llevado a cabo en los cálculos)

Las instrucciones del Matlab para este ejercicio se encuentran en el anexo 9. En la figura 3.23 se muestra la gráfica resultante de la simulación.

R Simulink:

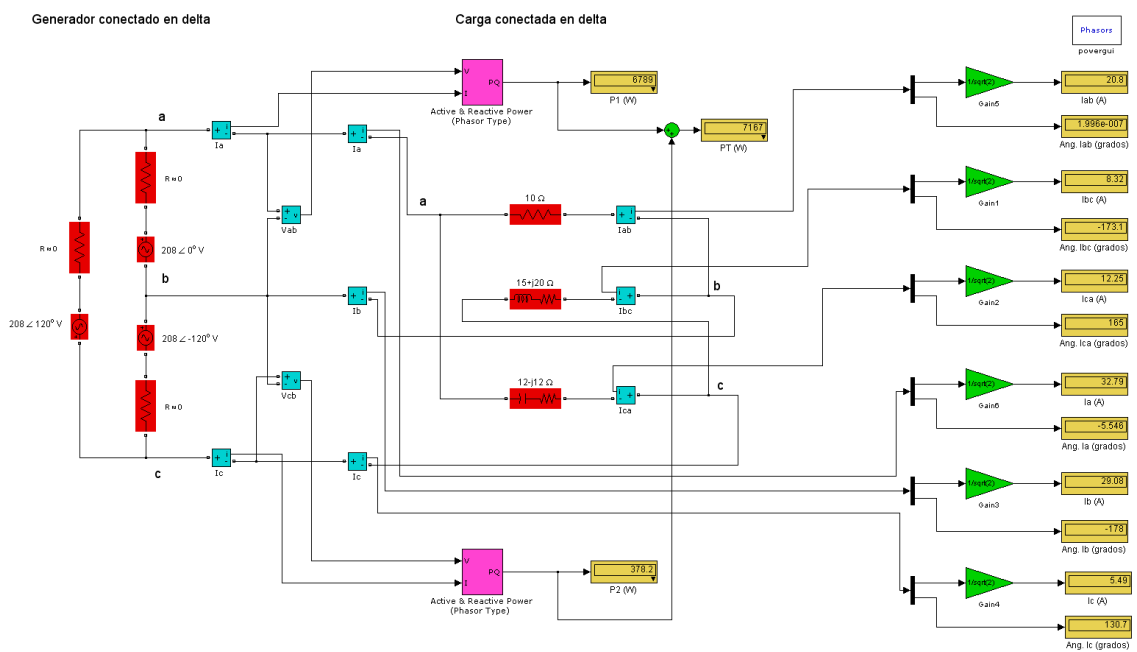


Figura 3.23 Circuito con dos wattímetros conectados.

10. La carga desbalanceada conectada en estrella mostrada en la figura 3.24, está alimentada por una fuente balanceada, de secuencia de fase positiva. El voltaje de la fase a es $V_{an} = 100\angle 0^\circ \text{ V rms}$. Determinar las lecturas de los wattímetros y la potencia activa trifásica (total) consumida por la carga.

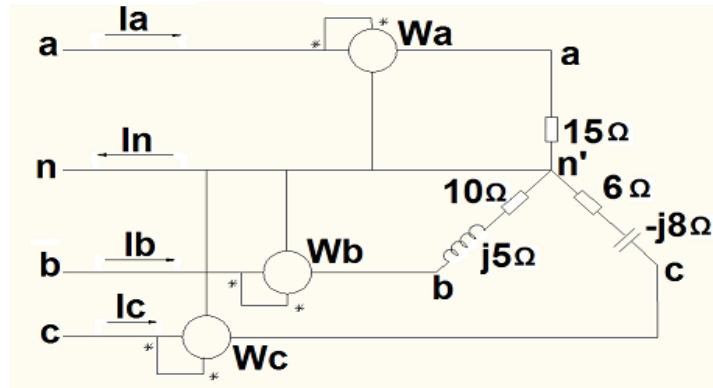


Figura 3.24 Circuito con tres wattímetros conectados.

R:

Teniendo en cuenta que la secuencia de fase es positiva:

$$V_{an} = 100\angle 0^\circ \text{ V}, \quad V_{bn} = 100\angle -120^\circ \text{ V}, \quad V_{cn} = 100\angle 120^\circ \text{ V}$$

Corrientes de línea (de fase):

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z_a} = \frac{100\angle 0^\circ}{15} = 6,67\angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_b = \frac{V_{bn}}{Z_b} = \frac{100\angle -120^\circ}{10 + j5} = \frac{100\angle -120^\circ}{11,18\angle 26,56^\circ} = 8,94\angle -146,56^\circ \text{ A}$$

$$I_c = \frac{V_{cn}}{Z_c} = \frac{100\angle 120^\circ}{6 - j8} = \frac{100\angle 120^\circ}{10\angle -53,13^\circ} = 10\angle 173,13^\circ \text{ A}$$

Lecturas de los wattímetros:

$$W_a = |V_{an}| |I_a| \cos(\alpha_{V_{an}} - \alpha_{I_a}) = (100)(6,67) \cos(0^\circ - 0^\circ) = 667 \text{ W}$$

$$W_b = |V_{bn}| |I_b| \cos(\alpha_{V_{bn}} - \alpha_{I_b}) = (100)(8,94) \cos(-120^\circ - (-146,56^\circ)) = 800 \text{ W}$$

$$W_c = |V_{cn}| |I_c| \cos(\alpha_{V_{cn}} - \alpha_{I_c}) = (100)(10) \cos(120^\circ - 173,13^\circ) = 600 \text{ W}$$

Potencia activa total (trifásica) absorbida por la carga en estrella:

$$P_{3\phi} = P_a + P_b + P_c = 667 + 800 + 600 = 2067 \text{ W}$$

Las instrucciones del Matlab para este ejercicio se encuentran en el anexo 10. En la figura 3.25 se muestra el diagrama fasorial de corrientes para este ejercicio y en la figura 3.26 la gráfica resultante de la simulación.

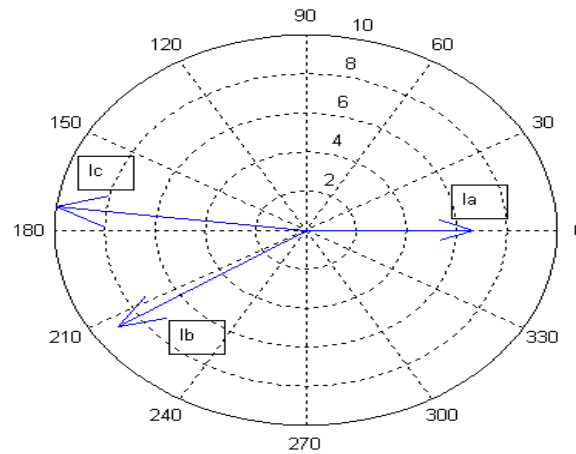
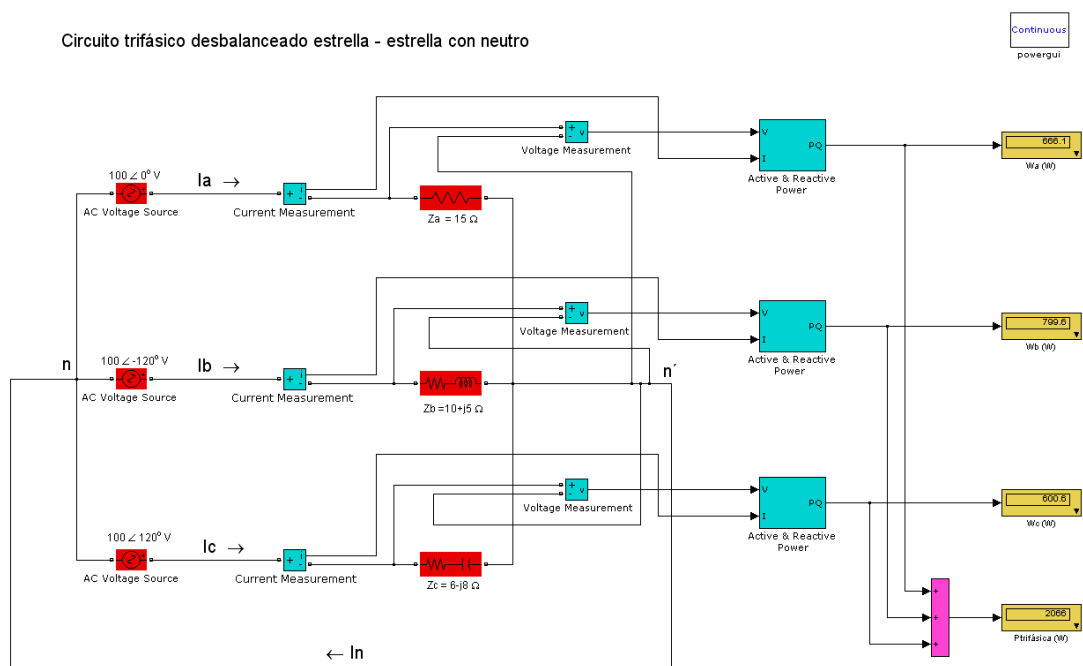


Figura 3.25 Diagrama fasorial de corrientes.

R Simulink:



Los ejercicios propuestos se presentan en el anexo 11.

Conclusiones

Luego de cumplirse con los objetivos propuestos se arribaron a las siguientes conclusiones:

1. Los cambios que trae consigo el plan de estudio “E”, en cuanto a disminución de horas clases de las asignaturas, conlleva al aumento del tiempo dedicado al estudio independiente por parte de los estudiantes.
2. Los materiales didácticos y las guías de estudio jugarán un papel fundamental en la nueva reestructuración propuesta por el Ministerio de Educación Superior en el plan de estudio “E”.
3. En la práctica la mayoría de los circuitos trifásicos son no balanceados, de ahí la importancia del dominio de este tema por los estudiantes de Ingeniería Eléctrica.
4. El uso del MatLab en especial su simulador facilita en gran medida la resolución de problemas tanto docentes como de la práctica, de ahí la importancia de su estudio en las distintas carreras de la Facultad de Ingeniería Eléctrica.
5. Con este trabajo queda conformado un material que cumple con las necesidades de los estudiantes, sirviendo de guía para facilitar el estudio independiente.

Recomendaciones

1. Colocar este material en la red para que pueda ser utilizado por todos los que lo necesiten, tanto estudiantes como profesores.
2. Continuar con la elaboración de otros materiales didácticos, que abarquen mayor cantidad de contenidos, en los cuales los ejercicios vayan aumentando su dificultad y su vinculación con la práctica.

Referencias bibliográficas

- [1] V. Fragoso, "Estudio sobre la práctica docente. Recursos y Materiales didácticos.," ed. Universidad Nacional Autónoma de México, 2012.
- [2] "Lineamientos metodológicos para la elaboración de Material Didáctico.," ed: Departamento de Titulación y Exámenes Profesionales, 2012.
- [3] F. M. Rodríguez, "Aplicación del Simulink a la solución de ejercicios de la asignatura CE II según plan de estudio E," Trabajo de diploma, Departamento de Electroenergética, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Santa Clara, 2016.
- [4] "Documento Base Para El Diseño De Los Planes De Estudio ``E´´," ed: Ministerio de Educación Superior, 2016.
- [5] M. d. I. A. Barba, R. G. García Jurado, and F. Marroquin, "EL Estudio Independiente: Pieza fundamentalde la educación a distancia," in *Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación a Distancia*. 2008.
- [6] C. O. M. Ángeles. (2009) La educación a distancia y el estudio independiente. *Revista e-Formadores*. Pp-6.
- [7] (2012) Estudio Independiente. *Revista: Investigación y desarrollo*.
- [8] M. Galdeano. (2006), Los materiales didácticos en Educación a Distancia (I): Funciones y características. *Recuperado en: http://virtual.unne.edu.ar/paramail/BoletinN20_Articulo_materiales.html*.
- [9] M. Vargas, M. Pérez, and L. M. Saravia, *Materiales educativos: Conceptos en construcción*. Bogotá: Convenio Andrés Bello, 2001.
- [10] I. Moreno, J. Curbelo, and R. Orozco, "Estrategia didáctica para potenciar el proceso de enseñanza aprendizaje de los Circuitos Eléctricos en el Plan E," presented at the Evento Provincial Universidad 2018, UCLV, 2016.
- [11] A. Montó, E. Ayllón, and F. Álvarez, *Materiales Complementarios de Circuitos Eléctricos II*, Ediciones VRD ed. Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría: Facultad de Energética, Departamento de Electrotecnia.
- [12] J. A. Edminister and M. Nahvi. *Circuitos Eléctricos (Tercera Edición ed.)*.
- [13] J. A. Svoboda and R. C. Dorf. (2014). *Introduction to Electric Circuits (Novena Edición ed.)*.
- [14] C. K. Alexander and M. N. O. Sadiku. *Fundamental of Electric Circuits (Tercera Edición ed.)*.
- [15] R. L. Boylestad. (2003). *Introductory Circuit Analysis (Décima Edición ed.)*.

- [16] J. García de Jalón, J. Ignacio, and A. Brazález. (2001). *Aprenda MatLab 6.1 como si estuviera en primero*.
- [17] M. G. Rodríguez, *Introducción rápida a Matlab y Simulink para ciencia e ingeniería*: Ediciones Díaz de Santos, 2003.

Anexo 1: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 1

R Matlab:

Archivo .m: corrimientodelneutro

```
clear
```

```
clc
```

```
VA=input('Magnitud del voltaje de la fase A (V)= ');
```

```
AngfaseA= input ('Angulo de fase del voltaje de la fase A (grados)= ');
```

```
VB=input('Magnitud del voltaje de la fase B (V)= ');
```

```
AngfaseB=input('Angulo de fase del voltaje de la fase B (grados)= ');
```

```
VC=input('Magnitud del voltaje de la fase C (V)= ');
```

```
AngfaseC=input('Angulo de fase del voltaje de la fase C (grados)= ');
```

```
Zga=input('Impedancia de la fase A del generador  $r_g + j \cdot x_g$  (ohms)= ');
```

```
Zgb=input('Impedancia de la fase B del generador  $r_g + j \cdot x_g$  (ohms)= ');
```

```
Zgc=input('Impedancia de la fase C del generador  $r_g + j \cdot x_g$  (ohms)= ');
```

```
Neutro=input('Si existe neutro entrar 1 en caso contrario 2: ');
```

```
if Neutro==1
```

```
    Zn=input('Impedancia del conductor neutro  $r_n + j \cdot x_n$  (ohms)= ');
```

```
    Yn=1./Zn;
```

```
else
```

```
    Yn=0;
```

```
end
```

```

if abs(Zga)==0
Zga=1e-10;
end
if abs(Zgb)==0
Zgb=1e-10;
end
if abs(Zgc)==0
Zgc=1e-10;
end
Zla=input('Impedancia de la fase A de la carga rl+j*xl (ohms)= ');
Zlb=input('Impedancia de la fase B de la carga rl+j*xl (ohms)= ');
Zlc=input('Impedancia de la fase C de la carga rl+j*xl (ohms)= ');
VAreal=VA*cos(AngfaseA*pi/180);
VAimag=VA*sin(AngfaseA*pi/180);
VBreal=VB*cos(AngfaseB*pi/180);
VBimag=VB*sin(AngfaseB*pi/180);
VCreal=VC*cos(AngfaseC*pi/180);
VCimag=VC*sin(AngfaseC*pi/180);
Vreal=[VArealVBrealVCrealVAreal];
Vimag=[VAimagVBimagVCimagVAimag];
plot(0,0, '*')
holdon
MagVf=max([abs(VAreal+j*VAimag)
abs(VBreal+j*VBimag)
abs(VCreal+j*VCimag)]);
Ya=1./(Zga+Zla);

```

```

Yb=1./(Zgb+Zlb);
Yc=1./(Zgc+Zlc);
Vncng=((VAreal+j*VAimag).*Ya+(VBreal+j*VBimag).*Yb+(VCreal+j*VCimag).*Y
c)./(Ya+Yb+Yc+Yn);
MagVncng=max(abs([Vncng]));
if MagVf>=MagVncng
    Mag=MagVf;
else
    Mag=MagVncng;
end
plot(Vreal,Vimag)
axis([-1.25*Mag 1.25*Mag -1.25*Mag 1.25*Mag]);
axis equal
text(5,-5,'ng')
text(VAreal+5, VAimag+5,'A')
text(VBreal+5, VBimag+5,'B')
text(VCrealm+5, VCimag+5,'C')
plot(real(Vncng),imag(Vncng),'.')
plot(real(Vncng(1)),imag(Vncng(1)), 's')
plot(real(Vncng(end)),imag(Vncng(end)), 'o')
hold off

```

Datos solicitados en la ventana de comandos del Matlab al ejecutarse el archivo .m corrimiento del neutro y gráfico resultante:

Magnitud del voltaje de la fase A (V)= 120

Angulo de fase del voltaje de la fase A (grados)= 0

Magnitud del voltaje de la fase B (V)= abs(-50-90i)

Angulo de fase del voltaje de la fase B (grados)= atan2(-90,-50)*180/pi

Magnitud del voltaje de la fase C (V)= $\text{abs}(-60+70i)$

Angulo de fase del voltaje de la fase C (grados)= $\text{atan2}(70,-60)*180/\pi$

Impedancia de la fase A del generador r_g+j*x_g (ohms)= 0

Impedancia de la fase B del generador r_g+j*x_g (ohms)= 0

Impedancia de la fase C del generador r_g+j*x_g (ohms)= 0

Si existe neutro entrar 1 en caso contrario 2: 2

Impedancia de la fase A de la carga r_l+j*x_l (ohms)= $1/(0.5-0.2i)$

Impedancia de la fase B de la carga r_l+j*x_l (ohms)= $1/(0.7-0.3i)$

Impedancia de la fase C de la carga r_l+j*x_l (ohms)= $1/(0.3+0.1i)$

Anexo 2: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 2

R Matlab:

Archivo .m: corrimiento del neutro

```
clear
```

```
clc
```

```
VA=input('Magnitud del voltaje de la fase A (V)= ');
```

```
AngfaseA= input ('Angulo de fase del voltaje de la fase A (grados)= ');
```

```
VB=input('Magnitud del voltaje de la fase B (V)= ');
```

```
AngfaseB=input('Angulo de fase del voltaje de la fase B (grados)= ');
```

```
VC=input('Magnitud del voltaje de la fase C (V)= ');
```

```
AngfaseC=input('Angulo de fase del voltaje de la fase C (grados)= ');
```

```
Zga=input('Impedancia de la fase A del generador  $r_g+jx_g$  (ohms)= ');
```

```
Zgb=input('Impedancia de la fase B del generador  $r_g+jx_g$  (ohms)= ');
```

```
Zgc=input('Impedancia de la fase C del generador  $r_g+jx_g$  (ohms)= ');
```

```
Neutro=input('Si existe neutro entrar 1 en caso contrario 2: ');
```

```
if Neutro==1
```

```
    Zn=input('Impedancia del conductor neutro  $r_n+jx_n$  (ohms)= ');
```

```
    Yn=1./Zn;
```

```
else
```

```
    Yn=0;
```

```
end
```

```
if abs(Zga)==0
```

```
    Zga=1e-10;
```

```
end
```

```
if abs(Zgb)==0
```

```

Zgb=1e-10;

end

if abs(Zgc)==0

Zgc=1e-10;

end

Zla=input('Impedancia de la fase A de la carga rl+j*xl (ohms)= ');
Zlb=input('Impedancia de la fase B de la carga rl+j*xl (ohms)= ');
Zlc=input('Impedancia de la fase C de la carga rl+j*xl (ohms)= ');

VAreal=VA*cos(AngfaseA*pi/180);
VAimag=VA*sin(AngfaseA*pi/180);
VBreal=VB*cos(AngfaseB*pi/180);
VBimag=VB*sin(AngfaseB*pi/180);
VCreal=VC*cos(AngfaseC*pi/180);
VCimag=VC*sin(AngfaseC*pi/180);
Vreal=[VArealVBrealVCrealVAreal];
Vimag=[VAimagVBimagVCimagVAimag];

plot(0,0, '*')

holdon

MagVf=max([abs(VAreal+j*VAimag)
abs(VBreal+j*VBimag)
abs(VCreal+j*VCimag)]);

Ya=1./(Zga+Zla);
Yb=1./(Zgb+Zlb);
Yc=1./(Zgc+Zlc);

Vncng=((VAreal+j*VAimag).*Ya+(VBreal+j*VBimag).*Yb+(VCreal+j*VCimag).*Y
c)./(Ya+Yb+Yc+Yn);

```



```

MagVncng=max(abs([Vncng]));
if MagVf>=MagVncng
    Mag=MagVf;
else
    Mag=MagVncng;
end
plot(Vreal,Vimag)
axis([-1.25*Mag 1.25*Mag -1.25*Mag 1.25*Mag]);
axis equal
text(5,-5,'ng')
text(VAreal+5, VAimag+5,'A')
text(VBreal+5, VBimag+5,'B')
text(VCrealm+5, VCimag+5,'C')
plot(real(Vncng),imag(Vncng),'.')
plot(real(Vncng(1)),imag(Vncng(1)), 's')
plot(real(Vncng(end)),imag(Vncng(end)), 'o')
hold off

```

Datos solicitados en la ventana de comandos del Matlab al ejecutarse el archivo .m corrimientodelneutro y gráfico resultante:

Magnitud del voltaje de la fase A (V)= 120

Angulo de fase del voltaje de la fase A (grados)= 0

Magnitud del voltaje de la fase B (V)= $\text{abs}(-50-90i)$

Angulo de fase del voltaje de la fase B (grados)= $\text{angle}(-50-90i)*180/\pi$

Magnitud del voltaje de la fase C (V)= $\text{abs}(-60+70i)$

Angulo de fase del voltaje de la fase C (grados)= $\text{angle}(-60+70i)*180/\pi$

Impedancia de la fase A del generador r_g+j*x_g (ohms)= 0

Impedancia de la fase B del generador $r_g + j \cdot x_g$ (ohms) = 0

Impedancia de la fase C del generador $r_g + j \cdot x_g$ (ohms) = 0

Si existe neutro entrar 1 en caso contrario 2: 1

Impedancia del conductor neutro $r_n + j \cdot x_n$ (ohms) = $1/(0.2 - 0.1j)$

Impedancia de la fase A de la carga $r_l + j \cdot x_l$ (ohms) = $1/(0.5 - 0.2j)$

Impedancia de la fase B de la carga $r_l + j \cdot x_l$ (ohms) = $1/(0.7 - 0.3j)$

Impedancia de la fase C de la carga $r_l + j \cdot x_l$ (ohms) = $1/(0.3 + 0.1j)$

Anexo 3: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 3

R Matlab:

```
>> Vab=440;Vbc=440*exp(j*-120*pi/180);Vca=440*exp(j*120*pi/180);  
>> Ia=88*exp(j*-113.13*pi/180);Ib=88*exp(j*-  
173.13*pi/180);Ic=152.42*exp(j*36.87*pi/180);  
>> Voltajesycorrientes=[Vab Vbc Vca Ia Ib Ic];  
>> compass(Voltajesycorrientes)
```

Anexo 4: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 4

R Matlab:

Secuencia abc

$W=377$

$C=16e-6$

$V_{ab}=200$

$X_c=1/(W*C)$

$E_a=((1/\sqrt{3}))*\exp(j*-30*\pi/180))*V_{ab}$

$E_b=115*\exp(j*-150*\pi/180)$

$E_c=115*\exp(j*90*\pi/180)$

$Y_a=j/166$

$Y_b=1/200$

$Y_c=1/200$

$V_{nn}=(E_a*Y_a+E_b*Y_b+E_c*Y_c)/(Y_a+Y_b+Y_c)$

$I_b=(E_b-V_{nn})*Y_b$

$I_c=(E_c-V_{nn})*Y_c$

$V_{nn} = 28.3167 + 71.9327i$

$I_b = -0.6395 - 0.6472i$

$I_c = -0.1416 + 0.2153i$

Secuencia acb

$W=377$

$C=16e-6$

$V_{ab}=200$

$X_c=1/(W*C)$

$E_a=((1/\sqrt{3}))*\exp(j*30*\pi/180))*V_{ab}$

$$E_b = 115 \cdot \exp(j \cdot 150 \cdot \pi / 180)$$

$$E_c = 115 \cdot \exp(j \cdot -90 \cdot \pi / 180)$$

$$Y_a = j / 166$$

$$Y_b = 1 / 200$$

$$Y_c = 1 / 200$$

$$V_{nn} = (E_a \cdot Y_a + E_b \cdot Y_b + E_c \cdot Y_c) / (Y_a + Y_b + Y_c)$$

$$I_b = (E_b - V_{nn}) \cdot Y_b$$

$$I_c = (E_c - V_{nn}) \cdot Y_c$$

$$V_{nn} = -48.1373 + 60.4893j$$

$$I_b = -0.2573 - 0.0149j$$

$$I_c = 0.2407 - 0.8774j$$

Anexo 5: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 5

R Matlab:

Za=5i

Zb=10

Zc=-10i

A=[10+5i -10;-10 10-10i]

b=[120*sqrt(3)*exp(j*30*pi/180);120*sqrt(3)*exp(j*-90*pi/180)]

I=A\b

I1=I(1)

I2=I(2)

Ia=I1

Ib=I2-I1

magnitudIb=abs(Ib)

anguloIb=angle(Ib)*180/pi

Ic=-I2

magnitudIc=abs(Ic)

anguloIc=angle(Ic)*180/pi

Sa=(abs(Ia))^2*Za

Sb=(abs(Ib))^2*Zb

Sc=(abs(Ic))^2*Zc

Strift=Sa+Sb+Sc

I1 =56.7846

I2 =38.7846 +18.0000i

Ia = 56.7846

Ib = -18.0000 +18.0000i

$$\text{magnitudlb} = 25.4558$$

$$\text{angulolb} = 135.0000$$

$$\text{lc} = -38.7846 - 18.0000i$$

$$\text{magnitudlc} = 42.7580$$

$$\text{angulolc} = -155.1039$$

$$\text{Sa} = 0 + 1.6122e+004i$$

$$\text{Sb} = 6.4800e+003$$

$$\text{Sc} = 0 - 1.8282e+004i$$

$$\text{Strift} = 6.4800e+003 - 2.1600e+003i$$

Anexo 6: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 6

R Matlab:

$$V_a = 110$$

$$V_b = 110 \cdot \exp(j \cdot -120 \cdot \pi / 180)$$

$$V_c = 110 \cdot \exp(j \cdot 120 \cdot \pi / 180)$$

$$Z_a = 50 + 80j$$

$$Z_b = 50j$$

$$Z_c = 100 + 25j$$

$$I_a = 1.16 \cdot \exp(j \cdot 58 \cdot \pi / 180)$$

$$I_b = 2.2 \cdot \exp(j \cdot -150 \cdot \pi / 180)$$

$$I_c = 1.07 \cdot \exp(j \cdot -106 \cdot \pi / 180)$$

$$S_a = I_a \cdot V_a$$

$$S_b = I_b \cdot V_b$$

$$S_c = I_c \cdot V_c$$

$$S_{\text{TrifT}} = S_a + S_b + S_c$$

$$I_a = 0.6147 + 0.9837j$$

$$I_b = -1.9053 - 1.1000j$$

$$I_c = -0.2949 - 1.0286j$$

$$S_a = 6.7618e+001 + 1.0821e+002j$$

$$S_b = -2.8422e-014 + 2.4200e+002j$$

$$S_c = 1.1420e+002 + 2.8474e+001j$$

$$S_{\text{TrifT}} = 1.8182e+002 + 3.7869e+002j$$

Anexo 7: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 7

R Matlab:

Fase a-b

Vab=208*exp(j*30*pi/180)

Vbc=208*exp(j*-90*pi/180)

Vca=208*exp(j*150*pi/180)

Rab=40

Zbc=20-20i

Zca=15+15i

fpab=cos(0)

Pab=((abs(Vab))^2)/Rab

Sab=sqrt(Pab^2)

fpab =1

Pab = 1.0816e+003

Sab =1.0816e+003

Fase b-c

fpbc=cos(-45*pi/180)

lbc=Vbc/Zbc

Pbc=(abs(Vbc)*abs(lbc))*cos(-45*pi/180)

Qbc=(abs(Vbc)*abs(lbc))*sin(-45*pi/180)

Sbc=sqrt(Pbc^2+Qbc^2)

fpbc =0.7071

lbc = 5.2000 - 5.2000i

Pbc = 1.0816e+003

Qbc = -1.0816e+003

Sbc = 1.5296e+003

Fase c-a

fpca=cos(45*pi/180)

Ica=Vca/Zca

Pca=(abs(Vca)*abs(Ica))*cos(45*pi/180)

Qca=(abs(Vca)*abs(Ica))*sin(45*pi/180)

Sbc=sqrt(Pca^2+Qca^2)

fpca = 0.7071

Ica = -2.5378 + 9.4711i

Pca = 1.4421e+003

Qca = 1.4421e+003

Sca = 2.0395e+003

Ptrift=Pab+Pbc+Pca

Qtrift=Qbc+Qca

format short

Stift=sqrt(Ptrift^2+Qtrift^2)

format long

Stift=sqrt(Ptrift^2+Qtrift^2)

format short e

Stift=sqrt(Ptrift^2+Qtrift^2)

format long e

Stift=sqrt(Ptrift^2+Qtrift^2)

Ptrift = 3.6053e+003

Qtrift = 360.5000

Stift = 3.6233e+003

Anexo 8: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 8

R Matlab:

```
>>LecturasdeWattimetros=[2726 3151]
```

```
LecturasdeWattimetros =
```

```
    2726    3151
```

```
>>subplot(1,2,1)
```

```
>>bar(LecturasdeWattimetros)
```

```
>>subplot(1,2,2)
```

```
>>stem(LecturasdeWattimetros)
```

Anexo 9: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 9

R Matlab:

a.

$$V_{ab}=208$$

$$V_{bc}=208 \cdot \exp(j \cdot -120 \cdot \pi / 180)$$

$$V_{ca}=208 \cdot \exp(j \cdot 120 \cdot \pi / 180)$$

$$Z_{ab}=10$$

$$Z_{bc}=15+20i$$

$$Z_{ca}=12-12i$$

$$I_{ab}=V_{ab}/Z_{ab}$$

$$I_{bc}=V_{bc}/Z_{bc}$$

$$I_{ca}=V_{ca}/Z_{ca}$$

$$I_{ab} = 20.8000$$

$$I_{bc} = -8.2603 - 0.9952i$$

$$I_{ca} = -11.8389 + 3.1722i$$

b.

$$I_{Aa}=I_{ab}-I_{ca}$$

$$I_{Bb}=I_{bc}-I_{ab}$$

$$I_{Cc}=I_{ca}-I_{bc}$$

$$I_{Aa} = 32.6389 - 3.1722i$$

$$I_{Bb} = -29.0603 - 0.9952i$$

$$I_{Cc} = -3.5786 + 4.1674i$$

c.

$$V_{cb}=208 \cdot \exp(j \cdot (-120+180) \cdot \pi / 180)$$

$$P1=abs(V_{ab}) \cdot abs(I_{Aa}) \cdot \cos(5.55 \cdot (\pi / 180))$$

$$P2 = \text{abs}(V_{cb}) * \text{abs}(I_{Cc}) * \cos(70.65 * (\pi/180))$$

$$P1 = 6.7889\text{e}+003$$

$$P2 = 378.5735$$

d.

$$PT = P1 + P2$$

$$PT = 7.1675\text{e}+003$$

e.

$$R1 = 10$$

$$R2 = 15$$

$$R3 = 12$$

$$Pt = (\text{abs}(I_{ab}))^2 * R1 + (\text{abs}(I_{bc}))^2 * R2 + (\text{abs}(I_{ca}))^2 * R3$$

$$Pt = 7.1674\text{e}+003$$

Anexo 10: Instrucciones del MatLab para ejercicio resuelto 10

R Matlab:

```
>> Ia=6.67;Ib=8.94*exp(j*-146.56*pi/180);Ic=10*exp(j*173.13*pi/180);
```

```
>>Corrientesdelinea=[IaIbIc];
```

```
>>compass(Corrientesdelinea)
```

Anexo 11. Problemas propuestos.

1. En el circuito de la figura 1, la fuente es balanceada. Se conoce que $V_{an} = 100 \angle 0^\circ \text{ V rms}$ y la secuencia de fase es negativa. $Z_a = 15 \Omega$, $Z_b = 10 + j5 \Omega$, $Z_c = 6 - j8 \Omega$. Calcule las corrientes de línea y la corriente por el conductor neutro.

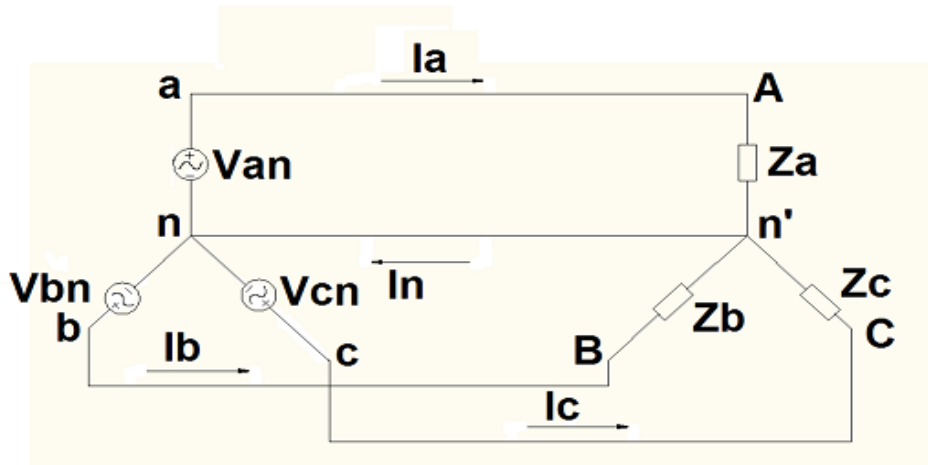


Figura 1 Circuito con conexión Y-Y.

R: $I_a = 6,67 \angle 0^\circ \text{ A}$; $I_b = 8,94 \angle 93,44^\circ \text{ A}$; $I_c = 10 \angle -66,87^\circ \text{ A}$; $I_n = 10,06 \angle -1,6^\circ \text{ A}$

2. La carga desbalanceada conectada en delta de la figura es alimentada por voltajes balanceados de 200 V en secuencia positiva. Encuentre las corrientes de línea. Toma V_{ab} como referencia.

R: $18,05 \angle -41,06^\circ \text{ A}$, $29,15 \angle 220,2^\circ \text{ A}$, $31,87 \angle 74,27^\circ \text{ A}$

3. Encuentra las corrientes de línea del circuito trifásico desbalanceado de la figura y la potencia real absorbida por la carga.

R: $64 \angle 80,1^\circ \text{ A}$, $38,1 \angle -60^\circ \text{ A}$, $42,4 \angle 225^\circ \text{ A}$, $4,84 \text{ kW}$

4. En el circuito mostrado en la figura 2, la fuente es balanceada, de secuencia de fase positiva. El voltaje entre las líneas a y b es $V_{ab} = 240\angle 0^\circ \text{ V rms}$. Las impedancias de fase de la carga conectada en delta son: $Z_{ab} = 25\angle 0^\circ \Omega$, $Z_{bc} = 12\angle 60^\circ \Omega$, $Z_{ca} = 16\angle -30^\circ \Omega$. Determinar las lecturas de los wattímetros y la potencia activa trifásica total consumida por la carga.

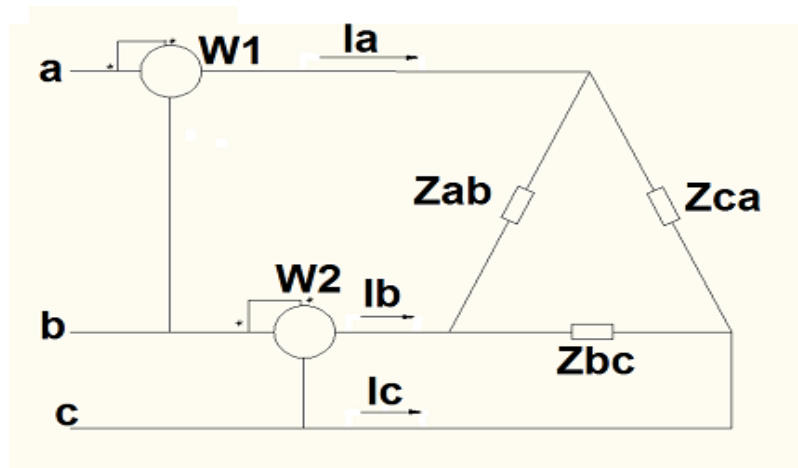


Figura 2 Carga conectada en delta.

R: $W_1 = 4271 \text{ W}$; $W_2 = 3552 \text{ W}$; $P_{3\phi} = 7823 \text{ W}$

4. Para el sistema de la figura:

- Calcule la magnitud del voltaje en cada fase de la carga.
- Encuentre la magnitud de las corrientes de fase.
- Encuentre los watts totales, volt- amperes reactivos, volt-amperes y el factor de potencia del sistema.
- Encuentre las corrientes de fase in forma fasorial.
- Usando los resultados del inciso (c), determine la corriente del neutro (I_n).

R:

(a) $120,09 \text{ V}$

(b) $I_{an} = 8,492 \text{ A}$, $I_{bn} = 7,076 \text{ A}$, $I_{cn} = 42,465 \text{ A}$

(c) $4928,5 \text{ W}$, $4928,53 \text{ VAR(L)}$, $6969,99 \text{ VA}$, $0,7071 \text{ en atraso}$

$$(d) I_{an} = 8,492 \angle -75^\circ \text{ A}, I_{bn} = 7,076 \angle -195^\circ \text{ A}, I_{cn} = 42,465 \angle 45^\circ \text{ A}$$

$$(e) I_n = 34,712 \angle -42,972^\circ \text{ A}$$

5. En el circuito de la figura 3, la fuente que lo alimenta, genera fem balanceadas de secuencia abc .

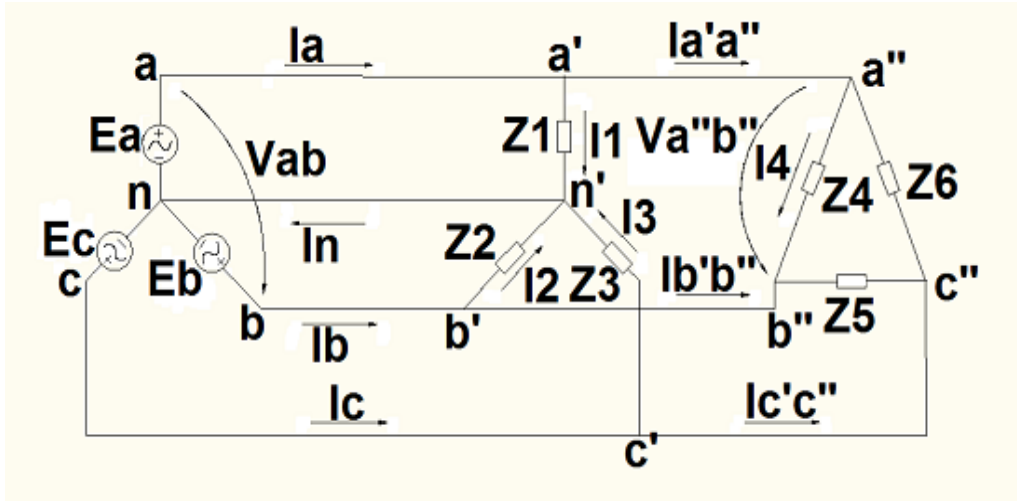


Figura 3 Circuito con cargas estrella y delta en paralelo.

Se poseen los siguientes datos:

$$E_a = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$Z_1 = Z_2 = 10 + j10 \ \Omega$$

$$Z_3 = 20 + j0 \ \Omega$$

$$Z_4 = Z_5 = Z_6 = 12 + j16 \ \Omega$$

Calcúlese el valor de las corrientes I_a ; I_b ; I_c e I_n .

$$\mathbf{R:} \ I_a = 26,43 \angle -50,53^\circ \text{ A}; \ I_b = 26,43 \angle 170,53^\circ \text{ A}; \ I_c = 22,12 \angle 79,40^\circ \text{ A};$$

$$I_n = 6 \angle -150,02^\circ \text{ A}$$

6. En el circuito mostrado en la figura 4, los valores eficaces de los voltajes y las corrientes son:

$$V_{ab} = 240 \angle -120^\circ \text{ V}, \ V_{bc} = 240 \angle 0^\circ \text{ V}, \ V_{ca} = 240 \angle 120^\circ \text{ V}$$

$$I_a = 6,0521 \angle -112,4776^\circ \text{ A}, \ I_b = 25,6 \angle -30^\circ \text{ A}, \ I_c = 27,0657 \angle 137,1921^\circ \text{ A}$$

Hallar la potencia trifásica consumida por la carga, empleando el método de los dos wattímetros (método de Blondel), conectando los wattímetros en las líneas:
a) a y b ; b) a y c .

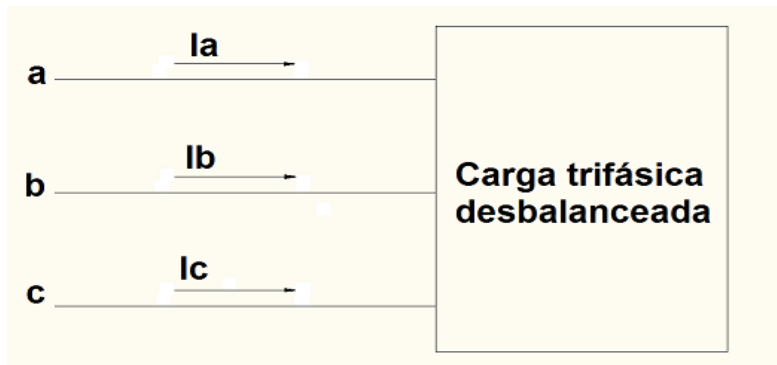


Figura 4 Carga trifásica desbalanceada.

R: a) $P_{3\phi} = 6205,5 \text{ W}$; b) $P_{3\phi} = 6205,5 \text{ W}$

7. Una fuente trifásica balanceada de secuencia de fase positiva y voltaje de línea $V_{ab} = 208\angle 0^\circ \text{ V rms}$, alimenta a una carga desbalanceada conectada en delta, cuyas impedancias de fase son: $Z_{ab} = 10 + j0 = 10\angle 0^\circ \Omega$, $Z_{bc} = 15 + j20 = 25\angle 53,13^\circ \Omega$, $Z_{ca} = 12 - j12 = 16,97\angle -45^\circ \Omega$. a) Determinar las corrientes de fase; b) Calcular las corrientes de línea; c) Calcular la potencia activa y reactiva total consumida por la carga.

R: a) $I_{ab} = 20,8\angle 0^\circ \text{ A}$, $I_{bc} = 8,32\angle -173,13^\circ \text{ A}$, $I_{ca} = 12,26\angle 165^\circ \text{ A}$;

b) $I_a = 32,79\angle -5,55^\circ \text{ A}$, $I_b = 29,08\angle -178,03^\circ \text{ A}$, $I_c = 5,5\angle 130,65^\circ \text{ A}$

c) $P_{3\phi} = 7168,4 \text{ W}$, $Q_{3\phi} = -419,24 \text{ VAR}$