

## Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales

# TRABAJO DE DIPLOMA

### ESTRATEGIAS DE CONTROL MULTIVARIABLE PARA UN SISTEMA DE COMPRESION DE VAPOR.

Autor: Javier Bermudez Gil.

Tutores: MSc. Boris Vega Lara. Dr. Miguel A. Rodríguez Borroto.

Santa Clara

2007-2008

"Año 50 de la Revolución"



## Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales

# TRABAJO DE DIPLOMA

### ESTRATEGIAS DE CONTROL MULTIVARIABLE PARA UN SISTEMA DE COMPRESION DE VAPOR.

Autor: Javier Bermudez, Gil. <u>bermudez@uclv.edu.cu</u> Tutores: MSc. Boris Vega Lara. <u>bvega@ucf.edu.cu</u> Universidad de Cienfuegos "Carlos Rafael Rodríguez" Departamento de física. Facultad de Mecánica Dr. Miguel A. Rodríguez Borroto.

<u>marodrig@uclv.edu.cu</u>

Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas Departamento de Automática y Sistemas Computacionales Facultad de Ingeniería Eléctrica

Santa Clara

2007-2008

"Año 50 de la Revolución"



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Autor

Firma del Jefe de Departamento donde se defiende el trabajo

Firma del Responsable de Información Científico-Técnica

## PENSAMIENTO

La virtud, como el arte, se consagra constantemente a lo que es difícil de hacer, y cuanto más dura es la tarea, más brillante es el éxito.

JACKSON BROWN

## DEDICATORIA

Esta tesis está dedicada especialmente a mi mamá y a mi papá, sueño anhelado por ellos y que ahora se les hace realidad. A mi hermano, para que ilumine su camino y siga adelante.

### AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento especial, pero que muy especial, a mis padres, por todo el apoyo y la comprensión que siempre me han brindado.

A mis abuelos y a mi hermano por estar siempre a mi lado. A mi familia que tanto me ha ayudado

A esa novia linda que la vida me ha regalado, por su apoyo incondicional, su comprensión y ayuda durante estos años, gracias mi amor.

Otro agradecimiento especial es para mi tutor Boris Vega, por su amistad, atención y apoyo que no me han faltado durante todo este tiempo de trabajo.

A mis tíos Pepito y Mary que también han vivido junto conmigo los altibajos de mi carrera universitaria y me han brindado su apoyo en todos los momentos, gracias a ellos fue posible la realización de esta tesis.

A mi amigo, más que un amigo, a mi hermano Reynier por todos estos años de carrera juntos. Quisiera agradecer de corazón a Adelfa por todas sus atenciones que con cariño y amabilidad, me regaló durante este tiempo en que se desarrollo la investigación.

A mis amigos que juntos hemos compartido el aula y la Universidad durante estos cinco años de alegrías, tristezas, emociones, fiestas, sacrificios y esfuerzo, especialmente a Norlyn, Yander, Andy, Luisi, Angelito, Carlito, Rixchel, Yandry, Erio, Daykel, Yoelvis y Dani. También a los otros que nos encontramos en el camino y que han sabido ser buenos amigos Yoan, Yasmany y Ricardo.

A todos mis profesores a lo largo de mi carrera, especialmente a Boris Luis Martínez por todo su apoyo y consejos que me han servido de mucho. Al profesor Miguel A. Borroto por sus sabias recomendaciones y su apoyo.

A los que siempre han estado a mi lado en todos los momentos Abelito, Francisco, Carlos, Jose, Miguelito, Isabel, Yasleidys, mi madrina, Norangel, Félix, Luz María, Ibis, Martica, Eddy, Griselle y especialmente a Dios por darme las fuerzas e iluminar mi camino para poder lograr este sueño tan importante en mi vida. A todos muchísimas gracias.

## TAREAS TECNICAS

1. Revisión bibliográfica profunda acerca de las investigaciones realizadas sobre el modelado y control de los sistemas de compresión de vapor

2. Revisión y estudio de métodos y estrategias de control multivariable

3. A partir del modelo linealizado alrededor de un punto de operación reportado [5] realizar una demostración de las fuertes interacciones que existen entre los lazos de control.

4. Implementación de estrategias de control multivariable aplicadas a los sistemas de compresión de vapor.

5. Comparación entre los comportamientos de las variables manipuladas y las de salidas según las estrategias de control implementadas.

6. Elaboración del Informe final.

RESUMEN

Dentro de los sistemas HVAC, del inglés Heating, Ventilation, and Air Conditioning Systems, clasifican los equipos de refrigeración, aire acondicionado y climatización. Estos sistemas constituyen los máximos consumidores de energía del mundo en las residencias, centros comerciales e instalaciones hoteleras. Su modelado, estimación y control ha sido tema de activas investigaciones durante muchos años con fines de lograr máxima eficiencia energética y fiabilidad. La mayoría de los proyectos han correspondido con la operación en estado estacionario de estos sistemas, a pesar de que en la realidad estas situaciones no son alcanzadas debido a interacciones dinámicas y a variaciones en las condiciones medio ambientales. En este trabajo se realiza un modelado dinámico de los sistemas de compresión de vapor a partir de balances de masa y energía del refrigerante, obteniéndose un modelo en el espacio de estado con las diferentes variables que caracterizan el proceso. Se implementaron tres propuestas de control multivariable: PID desacoplados, un regulador lineal cuadrático gaussiano LQG y un controlador MPC, las cuales son capaces de atenuar las interacciones entre los lazos de control y garantizar regular la temperatura de evaporación con mínima variación en el grado de sobrecalentamiento.

#### 1.1 Modelado dinámico de los sistemas de compresión de vapor......6 1.2 1.2.1 Modelo dinámico del evaporador......9 1.2.2 1.2.3 1.3 1.4 2.1 Estrategia de control con PID desacoplados.....18 2.2 2.2.1 Estrategia de control con un regulador Lineal Cuadrático Gausiano (LQG)......22 2.3 2.3.1 2.3.2 Regulador Lineal Cuadrático Gausiano (LQG)......26 2.3.3 Control Predictivo basado en el modelo de la planta (MPC)......27 2.4 2.4.12.4.22.4.3 2.5 Capítulo 3. Estrategias de control multivarible aplicados a los sistemas de compresión de vapor. 42 3.1 3.2 3.21 Respuestas de las variables de salidas y de los mandos a partir de los PID 3.22 LQG aplicados a los sistemas de compresión de vapor......47 3.3 3.3.1 3.3.2 3.3.3 Respuestas de las variables de salidas y de los mandos a partir del LQG......50 3.3.4

### Índice

3.4 MPC aplicado a los sistemas de compresión de vapor	
3.4.1 Respuestas de las variables de salidas y de los mandos a partir de	el MPC54
3.5 Análisis técnico económico	
Análisis de la eficiencia energética	
3.6 Conclusiones parciales	
Conclusiones	61
Recomendaciones.	
Referencias Bibliográficas.	
Bibliografía	65
Anexos	67
Anexo I Sintonía de los desacopladores	67
Anexo II Sintonía del LQG	
Anexo III Diseño del MPC	

#### Introducción

En la civilización moderna, la disponibilidad de energía está fuertemente ligada al nivel de bienestar, a la salud y a la duración de vida del ser humano. En esta sociedad, los países más pobres muestran los consumos más bajos de energía, mientras que los países más ricos utilizan grandes cantidades de la misma. Sin embargo este escenario está cambiando de forma drástica, cambio que se acentuará en los próximos años, donde serán precisamente los países en vías de desarrollo quienes experimenten con mayor rapidez un aumento en su consumo de energía debido al incremento que tendrán tanto en sus poblaciones como en sus economías. El consumo de energía en el mundo se incrementará en un 57% entre 2004 y 2030, a pesar de que se espera que el aumento de precios tanto del petróleo como del gas natural continúe una espiral creciente [1].

Parte de esa energía se emplea mayormente en satisfacer las diferentes necesidades de los seres humanos, con el objetivo de garantizar ciertas condiciones de vida que emanan con el bienestar, la comodidad y la salud de los mismos. Es por ello que unos de los principales consumidores de energía en el mundo lo constituyen los sistemas de confort y refrigeración usados en hogares, centros comerciales, oficinas, hoteles, almacenes, etc. El mal uso y funcionamiento de los mismos, al ser estos muy numerosos, puede traer consigo altos niveles de consumo de energía y por consiguiente grandes pérdidas en la economía de cualquier país, por lo cual todos los estudios e investigaciones que se realizan sobre el control, fiabilidad y desempeño de estos sistemas, con el fin de logar la eficiencia energética adecuada, representan importantes aportes a la sociedad.

Las máquinas de refrigeración y climatización son denominados sistemas de compresión de vapor, donde un refrigerante pasa de un estado a otro en el evaporador y condensador intercambiando energía en forma de calor con el medio interior o exterior de un local respectivamente. En el evaporador en el interior de un local el refrigerante líquido absorbe calor a bajas presiones y se convierte en vapor, al salir de allí el vapor es comprimido adiabáticamente en el compresor elevando su presión y temperatura. Después en el condensador es donde cede calor al medio exterior y se produce nuevamente el cambio de estado convirtiéndose el refrigerante en forma

líquida. Seguidamente pasa a través del dispositivo de expansión donde le disminuyen la presión y la temperatura debido a una expansión adiabática, estando listo nuevamente para intercambiar calor en el evaporador, estableciéndose así el ciclo de compresión de vapor.

El ciclo de compresión de vapor presenta una dinámica compleja debido a las fuertes interacciones que existen entre las variables que caracterizan al proceso. El método convencional de control de estos sistemas es controlar la temperatura de evaporación con la velocidad del compresor y regular el grado de sobrecalentamiento con la abertura de la válvula de expansión. En muchas investigaciones estos lazos de control han sido tratados como dos sistemas SISO (*Single Input Single Output*) independientes, ignorando el fuerte acople que existen entre los mismos. Las limitaciones del control SISO consisten exactamente en eso, ya que este no permite manejar las interacciones entre los lazos de control, ni ajustar parámetros que posibiliten mejorar el desempeño y la eficiencia energética de estas máquinas.

Las estrategias de control MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) brindan la posibilidad de trabajar con la dinámica completa de la planta tendiendo en cuenta las funciones transferenciales del proceso cruzado, las cuales representan las fuertes interacciones que existen entre las variables manipuladas y las variables de salidas de los distintos lazos de control. Además permiten establecer diferentes condiciones en el mando del sistema para garantizar la estabilidad y la fiabilidad que se requiere durante su funcionamiento.

A través de una revisión exhaustiva de la bibliografía consultada, se encontraron aplicaciones de algunas de estas estrategias de control evidenciándose en estos trabajos:

- Las fuertes interacciones que existen entre los lazos de control se han trabajado en [2].
- 2. Las limitaciones del control SISO en: [3], [4], [2]
- 3. El desarrollo de estrategias de control MIMO en: [5], [6].

Los diferentes problemas que se presentan en la actualidad sobre el diseño de estrategias de control aplicados a los sistemas de compresión de vapor radican en:

• La mayoría de los proyectos de modelado y estimación han correspondido en estado estacionario de estos sistemas, a pesar de que en la realidad estas situaciones no son alcanzadas debido a interacciones dinámicas y a variaciones en las condiciones medio ambientales.

• Limitaciones del control SISO en el manejo de las fuertes interacciones entre los lazos de control.

• Las estrategias de control SISO están muy limitadas en el manejo de saturaciones en las variables manipuladas.

• Las estrategias de control MIMO implementadas no tienen en cuenta las restricciones en los mandos ni en las variables de salidas.

En la investigación realizada, para darle solución a los diferentes problemas encontrados en la literatura se planteó como *objetivo general*:

Desarrollar estrategias de control multivariable que sean capaces de atenuar las fuertes interacciones entre los lazos de control y a la vez garanticen la temperatura de evaporación deseada con mínima variación en el grado de sobrecalentamiento.

Los objetivos específicos trazados fueron:

- Diseñar una estrategia de control con PIDs desacoplados para minimizar el fuerte acople entre los lazos.
- Confeccionar un regulador lineal cuadrático gaussiano (LQG) que optimice una función objetivo.
- Diseñar un control predictivo basado en el modelo en espacio estado de la planta con restricciones en la velocidad del compresor.
- Comparar el comportamiento de las diferentes variables según las estrategias desarrolladas.

Para darle cumplimiento a los objetivos planteados se desarrollaron las *tareas técnicas* siguientes:

- Revisión bibliográfica profunda acerca de las investigaciones realizadas sobre el modelado y control de los sistemas de compresión de vapor.
- Revisión y estudio de métodos y estrategias de control multivariable.

- A partir del modelo linealizado alrededor de un punto de operación reportado [5] realizar una demostración de las fuertes interacciones que existen entre los lazos de control.
- Implementación de estrategias de control multivariable aplicadas a los sistemas de compresión de vapor.
- Comparación entre los comportamientos de las variables manipuladas y las de salidas según las estrategias de control implementadas.
- Elaboración del Informe final.

La *hipótesis* que se formuló en esta investigación fue:

A partir del diseño de nuevas estrategias de control MIMO se puede minimizar de manera eficiente el fuerte acople que existen entre los lazos de control en el sistema de compresión de vapor.

Esta investigación representa un punto de partida para el estudio y el desarrollo de nuevas técnicas de control MIMO aplicadas a los sistemas de compresión de vapor, con el objetivo de garantizar en la práctica la estabilidad y la eficiencia energética requerida por los mismos, pudiendo resultar económicamente muy provechoso para nuestro país.

#### Estructura de la tesis

Esta tesis está estructurada de la siguiente manera: introducción, tres capítulos, conclusiones y recomendaciones. En el primer capítulo se realiza un modelado dinámico de los sistemas de compresión de vapor, donde se expresan las diferentes variables de estado que describen el proceso, así como las variables manipuladas y las de salida, a partir de un modelo linealizado alrededor de un punto de operación reportado en la literatura, se demuestra el fuerte acople que existen entre los lazos de control; en el segundo capítulo se describen técnicas de control multivariables que se pueden aplicar a estos sistemas; en el tercer capítulo se realiza una exposición de los diferentes resultados obtenidos durante la investigación. Finalmente, en las conclusiones se exponen los resultados generales sobre lo investigado y en las recomendaciones se sugieren algunos temas que pueden ser tratados en investigaciones futuras.

Este trabajo fue presentado en:

V Taller Internacional de Energía y Medio Ambiente. Facultad de Ingeniería Mecánica. Universidad Cienfuegos "Carlos Rafael Rodríguez". Abril 2008.

Fórum de Ciencia y Técnica a nivel de facultad. Facultad de Ingeniería Eléctrica. Universidad "Marta Abreu" de las Villas. Mayo 2008. Obtuvo premio de Destacado. Fórum de Ciencia y Técnica a nivel de Universidad. Facultad de Ingeniería Eléctrica. Universidad "Marta Abreu" de las Villas. Mayo 2008. Capítulo 1. Modelado dinámico de los sistemas de compresión de vapor.

#### 1.1 Introducción.

Los sistemas de compresión de vapor son intercambiadores de calor ampliamente usados en la refrigeración, climatización de residencias, centros comerciales y en numerosas aplicaciones industriales.

Estos sistemas constituyen los máximos consumidores de energía en nuestro país y en el mundo, por lo que se requiere un control eficiente para la regulación de determinadas variables que intervienen en el funcionamiento de estas máquinas.

Algunos de los usos más comunes de estos sistemas son mantener una temperatura de confort en habitaciones, oficinas, hoteles, garantizar una temperatura adecuada en neveras y cámaras de refrigeración según los requerimientos de los alimentos almacenados, siempre teniendo en cuenta el ahorro de energía.

Todas las estrategias de control modernas que se pudieran aplicar a un sistema de compresión de vapor necesitan un modelo dinámico expresado de una forma explícita de relación entrada salida para desarrollar sus diseños, es por eso que se establecen balances de masa y energía que reflejan el comportamiento y las interacciones dinámicas entre las diferentes variables fundamentales, en determinadas condiciones.

Debido a los avances de la tecnología, que ha posibilitado el manejo de variables como la velocidad del compresor, la apertura de la válvula de expansión, la velocidad de los ventiladores y las bombas surgen nuevas oportunidades de mejorar el compromiso entre la eficiencia energética y la actuación del mecanismo de control en los sistemas de compresión de vapor.

#### 1.2 Modelado dinámico de los sistemas de compresión de vapor.

Muchos sistemas ya sean mecánicos, eléctricos, térmicos, hidráulicos, etc pueden ser caracterizados en su comportamiento dinámico por ecuaciones diferenciales y a su vez se puede obtener la respuesta de cada uno de estos si se resuelven dichas ecuaciones. Es por eso que el primer paso en el análisis de un sistema dinámico es

elaborar su modelo matemático, siendo este el paso más importante en todo diseño de control ya que no se puede establecer ninguna estrategia si no se conoce el desempeño del proceso [7].

Un requisito para la formulación de cualquier modelo teórico que describe cierto fenómeno físico, es una comprensión de los mecanismos diversos involucrados. Sin embargo, cuando un mecanismo en particular influenciando por el fenómeno está muy complicado, o no es completamente comprendido, es posible formular algunas veces un modelo simplificado del fenómeno que aglomera los efectos del mecanismo en un solo parámetro determinable. Las simplificaciones usualmente hacen al modelo más ameno a análisis, aunque a menudo colocan restricciones definitivas en la exactitud de los resultados del modelo. Por consiguiente, el éxito de cualquier modelo teórico debe ser finalmente juzgado por su habilidad para predecir el comportamiento del fenómeno [8].

La modelación dinámica de los sistemas de compresión de vapor con parámetros concentrados ha sido reportada en numerosos artículos donde se refleja la complejidad del proceso.

#### 1.2.1 Principales consideraciones en el proceso.

En la figura 1.1 se observa el ciclo de compresión de vapor con las diferentes variables que intervienen en el proceso, según los cuatro componentes fundamentales del mismo.

Donde  $I_e$  es longitud de la sección de doble fase en el evaporador,  $P_e$  es la presión de evaporación,  $T_{we}$  la temperatura de la pared del evaporador,  $I_c$  la longitud de la sección de doble fase en el condensador,  $P_c$ , presión de condensación,  $T_{wc}$  temperatura de la pared del condensador,  $W_c$  la velocidad del compresor y  $V_a$  es la apertura de la válvula de expansión.



Fig. 1.1. Ciclo de compresión de vapor.

Es importante destacar que para el modelado de los sistemas de compresión de vapor se tuvieron en cuenta algunas consideraciones importantes que facilitan su desarrollo. Debido a que en los intercambiadores de calor se retiene la mayor parte del refrigerante del sistema, se puede decir que juegan un papel dominante en el estado transitorio de la planta, por lo que en condiciones normales de operación la dinámica de los procesos de compresión y expansión es mucho más rápida que la de los intercambiadores. Consecuentemente con esto, el compresor y la válvula se toman como componentes estáticos.

Se considera que el flujo másico del refrigerante es en una dimensión, se desprecia la conducción de calor en la dirección axial de los intercambiadores de calor, se mantiene invariante la fracción media de vacío  $\overline{\gamma}$  (que es la razón entre el volumen de vapor saturado y el volumen total del evaporador en la sección de doble fase [8] ) durante los transientes de corta duración y es despreciable la caída de presión a través de los intercambiadores de calor con el objetivo de simplificar el diseño. Adicionalmente, se toma que la capacidad de almacenamiento de masa y energía térmica para todas las secciones de una sola fase son despreciable comparadas con las secciones de doble fase que dominan la dinámica de los intercambiadores de calor. La última consideración implica que el grado de sobrecalentamiento *SH* puede ser correlacionada con *P*<sub>e</sub> y la longitud de la sección de *SH* en una ecuación algebraica.

#### 1.2.2 Modelo dinámico del evaporador.

En la figura 1.2 se muestra un diagrama del modelo de bajo orden del evaporador, a partir del cual se establecieron los diferentes balances de masa y energía [9].

 $T_e(t)$  es la temperatura de evaporación,  $I_e(t)$  es la longitud de la sección de doble fase,  $T_{we}(t)$  es la temperatura de la pared del tubo.  $T_a$  es la temperatura del aire de la habitación.  $m_{in}$  y  $m_{out}$  son los flujos másicos del refrigerante de entrada y salida respectivamente,  $m_{mid}$  razón de flujo másico del refrigerante en la región de sobrecalentamiento,  $h_{in}$  entalpía del refrigerante a la entrada del evaporador.





Luego, la ecuación de balance de masa en la sección de doble fase en el evaporador esta dada por la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dt}\left[\left(\rho_{le}\left(1-\overline{\gamma_{e}}\right)+\rho_{ge}\right)A_{e}l_{e}(t)\right]=m_{in}-m_{mid}$$
(1.1)

El subíndice *e* se refiere a las características en el evaporador. Donde  $A_e$  es el área de la sección en la cual se produce el intercambio de calor,  $\rho_{le}$  y  $\rho_{ge}$  son la densidad del líquido y vapor saturado respectivamente.

El balance de energía en la región de doble fase en el evaporador se puede expresar de la forma siguiente:

$$\frac{d}{dt} \left[ \left( \rho_{le} h_{le} \left( 1 - \overline{\gamma_e} \right) + \rho_{ge} h_{ge} \overline{\gamma_e} \right) A_e l_e(t) \right] = q + m_{in} h_{in} - m_{mid} h_{ge}$$
(1.2)

En la ecuación (1.2) el miembro izquierdo representa la razón de cambio con respecto al tiempo de la energía del líquido y el vapor en la región de doble fase en el evaporador. El primer término del miembro derecho indica la razón instantánea de energía añadida a la región de doble fase en forma de calor, el segundo representa la energía a partir del flujo másico del refrigerante de entrada y el tercero es la energía que sale de la región de doble fase y entra a la de sobrecalentamiento según el flujo másico del refrigerante.

 $h_{le}$  y  $h_{ge}$  son las entalpías especificas de líquido y vapor saturado respectivamente en el evaporador y q es la razón de transferencia de calor en el evaporador.

Trabajando algebraicamente las ecuaciones (1.1) y (1.2) y despreciando las variaciones de las propiedades del refrigerante se tiene que:

Si la ecuación (1.1) se multiplica por  $-h_{ge}$  y se suma con la ecuación (1.2) se obtiene la ecuación (1.3):

$$\rho_{le}\left(h_{le} - h_{ge}\right)\left(1 - \overline{\gamma_{e}}\right)A_{e}\frac{dl_{e}(t)}{dt} = q + m_{in}\left(h_{in} - h_{ge}\right)$$
(1.3)

Y como:  $h_{le} - h_{ge} = h_{lge}$  y  $h_{in} - h_{ge} = -h_{lge}(1 - x_0)$  donde  $X_0$  es la calidad del vapor de entrada que se define como la masa del vapor entre la masa total en el evaporador, la ecuación (1.3) se puede escribir de la forma mostrada en (1.4):

$$\rho_{le} \left( 1 - \overline{\gamma_{e}} \right) A_{e} \frac{dl_{e}(t)}{dt} = -\frac{q}{h_{lge}} + m_{in} \left( 1 - x_{0} \right)$$
(1.4)

En general la ecuación (1.4) representa el balance de masa del líquido en la región de doble fase en el evaporador, donde el primer término del miembro izquierdo representa la razón de transformación de líquido en vapor y el segundo es la razón del flujo másico del líquido de entrada.

A partir de la ecuación (1.4) se obtienen las expresiones:

$$\frac{dl_{e}(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}l_{e}(t) + \frac{(1-x_{0})}{\rho_{le}(1-\overline{\gamma_{e}})A_{e}}\dot{m}_{in}$$
(1.7)

Donde

$$\tau = \frac{\rho_{le} \left(1 - \overline{\gamma_e}\right) A h_{lge}}{\overline{q_l}}$$
(1.8)

 $q_l$  es el flujo de calor por unidad de longitud en el evaporador y (1.8) el tiempo requerido para evaporar el líquido en la región de doble fase.

El flujo másico del líquido de entrada es dependiente de la apertura  $A_v$  de la válvula de expansión, la baja presión  $P_e$ , y la alta presión  $P_c$ , y puede ser expresado por la ecuación 1.9 [10]:

$$m_{in} = A_{\nu}^{a} g_{\nu} (P_{e}, P_{c})$$
(1.9)

Donde *a* y  $g_v(P_e,P_c)$  puede ser identificado para una válvula de expansión dada,  $P_e$  y  $P_c$  pueden ser medidas por dos sensores de presión. Para la sección de doble fase, la presión es una función invariante de la temperatura. Por tanto, el flujo másico de entrada del refrigerante puede ser expresado como:

$$\boldsymbol{m}_{in} = \boldsymbol{A}_{\nu}^{a} \boldsymbol{g}_{\nu} (\boldsymbol{T}_{e}, \boldsymbol{T}_{c}) \tag{1.10}$$

Considerando el balance de masa en el evaporador, la razón de flujo de vapor de entrada está dada por  $m_{in} x_0$  y la salida  $m_{out}$  cuando está presente el sobrecalentamiento. La razón de vapor generada a partir de líquido durante el proceso de evaporación en la sección de doble fase es (1.5) y la variación de la masa de vapor con respecto al tiempo va a ser igual al flujo másico de vapor que entra más la razón de vapor generado a partir de líquido menos el flujo másico del vapor de salida. Considerando que el volumen de vapor es mucho mayor que el volumen de líquido en el lado de baja presión, podemos obtener la ecuación de balance de masa de vapor en un evaporador como:

$$\frac{dM_{\nu}}{dt} = V \frac{d\rho_{ge}(T_e)}{dT_e} \frac{dT_e}{dt} = \dot{m}_{in} x_0 + \frac{q}{h_{lge}} - \dot{m}_{out}$$
(1.11)

Donde  $M_v$  es la masa total de vapor en el lado de baja presión y V es el volumen en el lado de baja presión,  $\rho_v$  es la densidad de vapor saturado del refrigerante como una función de la temperatura de evaporación  $T_e$ . El flujo másico de salida del refrigerante es el mismo que maneja el compresor, el cual es dependiente de la velocidad del compresor, la baja presión  $P_e$  y la alta presión  $P_c$ . Este flujo másico puede ser expresado por:

$$m_{out} = wg(P_e, P_c) \tag{1.12}$$

Donde  $g(P_{e}, P_{c})$  puede ser identificado para un compresor dado.

Como se expresó anteriormente, la presión es una función invariante de la temperatura para la sección de doble fase. Por tanto, el flujo másico de salida del refrigerante puede ser expresado por 1.13:

$$m_{out} = wg(T_e, P_c) \tag{1.13}$$

Por tanto, la ecuación (1.11) puede ser escrita como:

$$\frac{dT_{e}}{dt} = \frac{\pi D_{ie} \alpha_{i}}{k h_{lg}} l_{e} (T_{we} - T_{e}) + \frac{x_{0}}{k} m_{in} - \frac{1}{k} m_{out}$$
(1.14)

Donde: 
$$k = V \frac{d\rho_{ge}(T_e)}{dT_e}$$
 (1.15)

 $\alpha_i$  el coeficiente de transferencia de calor,  $D_{ie}$  el diámetro interior del evaporador.

La ecuación (1.14) representa el balance de masa del vapor en la zona de bajas presiones. El primer término del miembro izquierdo representa la razón de flujo másico del vapor de entrada, el segundo la razón de flujo de vapor generado en el evaporador y el tercero la razón de flujo másico de vapor de salida. El cambio de la temperatura de evaporación con respecto al tiempo depende de cuanto vapor fluye hacia el evaporador, de cuanto vapor es generado en el evaporador a partir del líquido y cuanto vapor fluye hacia el compresor.

La dinámica del evaporador es claramente no lineal debido a que se observa la multiplicación de dos variables de estado,  $I_e$  y  $T_{we}$ , en la ecuación (1.14).

A partir del conocimiento de  $T_e$ ,  $I_e$ , y  $T_{we}$ , la razón de transferencia de calor q puede ser calculada usando:

$$q = \pi D_{ie} \alpha_i l_e (T_{we} - T_e) \tag{1.16}$$

El sobrecalentamiento se expresa en la ecuación (1.17):

$$SH = \left(T_{ae} - T_{re}\right) \left[1 - \exp\left(\frac{\alpha_{ioe} \pi D_{ie} \left(L_e - l_e\right)}{C_p m_{out}}\right)\right]$$
(1.17)

Donde  $T_{ae}$  es la temperatura del aire que incide en el evaporador,  $T_{re}$  temperatura del refrigerante en el evaporador,  $L_e$  es la longitud total del evaporador,  $\alpha_{ioe}$  es el coeficiente de transferencia de calor equivalente entre el refrigerante y el aire que incide en la sección de sobrecalentamiento del evaporador.

La relación entre la temperatura en el evaporador y la presión de los vapores saturados en su interior se expresa, según [11]:

$$\ln P_e = \frac{A}{T_e} + B \tag{1.18}$$

Donde A y B son constantes que dependen del calor específico de evaporación del refrigerante de trabajo y de la constante universal de los gases.

#### 1.2.3 Modelo dinámico del condensador.

Aplicando de igual forma que en el evaporador los balances de masa y energía al condensador se obtiene las ecuaciones que describen el proceso de condensación, lo que en este caso entra la mezcla de vapor y líquido predominando el vapor y sale el refrigerante en forma líquida hacia la válvula de expansión, debido a que en el condensador se sede energía al medio. Estas ecuaciones se muestran a continuación:

$$\frac{d}{dt}\left[\left(\rho_{lc}h_{lc}\left(1-\overline{\gamma_{c}}\right)+\rho_{gc}h_{gc}\overline{\gamma_{c}}\right)A_{c}l_{c}\right]=-q+m_{in}h_{in}-m_{mid}h_{lc}$$
(1.19)

$$A_{c}L_{c}\frac{d\rho_{gc}}{dP_{c}}\frac{dP_{c}}{dt} = m_{in} - \frac{\alpha_{ic}\pi D_{ic}l_{c}(T_{rc} - T_{wc})}{h_{\lg c}}$$
(1.20)

$$\left(C_{p}\rho A\right)_{wc}\frac{dT_{wc}}{dt} = \alpha_{ic}\pi D_{ic}\left(T_{rc} - T_{wc}\right) + \alpha_{oc}\pi D_{oc}\left(T_{ac} - T_{wc}\right)$$
(1.21)

El subíndice c indica que todo esta referido al condensador,  $\alpha_{oc}$  es el coeficiente de transferencia de calor a la salida del condensador y  $D_{oc}$  es el diámetro interior a la salida del condensador.

En la ecuación (1.21) se considera que el refrigerante abandona el condensador en la forma líquida. En este estudio no se toma en cuenta la presencia de acumulador. Por tanto, cualquier cantidad de refrigerante que sale del evaporador entra en el condensador y viceversa. Por tanto la cantidad total de refrigerante del sistema es la suma de la porción del mismo en el evaporador más la del condensador. Esta condición se reduce a la ecuación siguiente:

$$A_{e}\left[\rho_{le}l_{e}\left(1-\overline{\gamma_{e}}\right)+\rho_{ge}l_{e}\overline{\gamma_{e}}+\rho_{ge}\left(L_{e}-l_{e}\right)\right]$$

$$+A_{c}\left[\rho_{lc}l_{c}\left(1-\overline{\gamma_{c}}\right)+\rho_{gc}l_{c}\overline{\gamma_{c}}+\rho_{gc}\left(L_{c}-l_{c}\right)\right]=Cte$$
(1.22)

#### 1.2.4 Modelo en espacio de estado de un sistema de compresión de vapor

En la ecuación (1.22)  $\rho_{le}$  y  $\rho_{ge}$  son funciones de  $P_e$  al igual que  $\rho_{lc}$  y  $\rho_{gc}$  son de  $P_c$ . Esto implica que solamente se tomen en cuenta cuatro variables de estado independientes  $P_e$ ,  $I_e$ ,  $P_c$ ,  $I_c$ , en el caso de  $I_c$  como no es de gran interés desde el punto de vista del control se desprecia.

Por lo tanto el vector de las variables de estado para el sistema de compresión de vapor en general es el siguiente:

$$X = \begin{bmatrix} l_e & P_e & T_{we} & P_c & T_{wc} \end{bmatrix}^T$$
(1.23)

Las variables de mando del sistema quedarían definidas por el vector:

$$U = \left[ W_c \ A_v \right]^T \tag{1.24}$$

Las variables de salida están representadas por:

$$Y = \begin{bmatrix} T_e & SH \end{bmatrix}^T$$
(1.25)

La temperatura de evaporación y el grado de sobrecalentamiento son tomadas como variables de salida, ya que son de gran importancia en el desempeño de estos sistemas. La temperatura de evaporación es la que rige la transferencia de calor con el medio, con el objetivo de lograr una temperatura de confort adecuada. La eficiencia de estos sistemas va a depender del grado de sobrecalentamiento, un bajo valor de sobrecalentamiento proporciona una alta eficiencia energetica [5].

Todas las ecuaciones expuestas anteriormente describen la esencia de la dinámica del ciclo de compresión de vapor, formando un modelo en el espacio de estado el cual permite manipular y controlar las variables fundamentales que intervienen en dicho proceso, dicho modelo tiene la forma:

$$X = AX + BU$$

$$Y = CX + DU$$
(1.26)

El modelo del ciclo de compresión de vapor es altamente no lineal en sus variables de estado, y numerosos parámetros como coeficientes de transferencia de calor entre el aire del medio ambiente y los intercambiadores de calor pueden variar substancialmente debido al cambio condiciones de operación. Sin embargo en la

mayoría de los casos, un ciclo de compresión de vapor es diseñado para operar en una vecindad de un punto predeterminado, con condiciones medio ambientales que permanezcan relativamente inalterables [5].

#### 1.3 Modelo linealizado alrededor de un punto de operación.

En este epígrafe es presentado un ejemplo de un modelo de un sistema de compresión de vapor linealizado alrededor de un punto de operación reportado en [5]. Es un aire acondicionado de una residencia con 3kW de capacidad de refrigeración, trabajando en el punto de operación con una *Te=8*  ${}^{o}C$ , *SH=4.5* ${}^{o}C$ , *T<sub>c</sub>=40* ${}^{o}C$ , y un subenfriamiento *SC=1.5* ${}^{o}C$ .

Las matrices A y B del modelo en espacio de estado son las siguientes:

$$A = \begin{bmatrix} -0.276 & 3.680 & -0.689 & 0.015 & 0\\ 0.894 & -13.668 & 2.339 & 0.307 & 0\\ 0 & 0.660 & -0.138 & 0 & 0\\ 0 & 0.375 & 0 & -3.173 & 1.200\\ 0 & 0 & 0 & 0.143 & -0.070 \end{bmatrix}$$
 
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0.012\\ -0.090 & 0.011\\ 0 & 0\\ 0.154 & -0.060\\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 (1.27)

Las matrices C y D de la ecuación de salida son:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 5.405 & 0 & 0 \\ -0.379 & -2.566 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \qquad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.28}$$

Varios parámetros importantes como coeficientes de transferencia de calor y valores de la fracción media de vacío en las regiones de doble fase fueron estimados a partir de tablas termodinámicas y ecuaciones empíricas.

La dinámica del ciclo compresión de vapor como bien hemos dicho antes es no lineal y muy compleja debido a las interacciones existente entre sus variables. Basado en su modelo el control convencional de estos sistemas es regular la temperatura de la habitación o la temperatura de evaporación  $T_e$  con la velocidad del compresor  $W_c$  y el sobrecalentamiento *SH* con el dispositivo de expansión  $A_v$ . Estos dos lazos de control

han sido tratados hasta el momento como dos sistemas *SISO* independientes, sin tener en cuenta el fuerte acople que existe entre ellos.

Para demostrar la fuerte interacción entre los lazos se le aplica una entrada de tipo paso a la velocidad del compresor y se puede observar como varia tanto la temperatura de evaporación con el grado de sobrecalentamiento y de igual forma se le aplica a la apertura de la válvula de expansión y ocurre lo mismo en ambas salidas del sistema como se muestra a continuación en la figura 1.3:



Fig. 1.3. Comportamiento de  $T_e$  y SH ante una entrada tipo paso en la  $W_c$ . y  $A_v$ .

 $W_{c}$ 

Además si se analiza la matriz de Bristol de las ganancias relativas entre las entradas y las salidas del sistema nos podemos percatar de que existe un fuerte acople entre los lazos de control debido al valor de las mismas.

Matriz de Bristol = 
$$\begin{bmatrix} 3.5458 & -2.5458 \\ -2.5458 & 3.5458 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_e \\ SH \end{bmatrix}$$
 (1.29)

 $A_{,}$ 

Es por ello que el mejor acople entre las variables es controlar la  $T_e$  con  $W_c$  y el SH con la  $A_v$ , de realizarse de otra forma traería consigo efectos indeseables para el control, lo cual debe evitarse para un buen funcionamiento del sistema.

#### **1.4 Conclusiones parciales**

En este capítulo se presenta un análisis profundo del proceso de compresión de vapor, donde a partir de balances de masa y energía se obtiene un modelo dinámico en el espacio de estado con las variables que caracterizan el proceso.

Se puede apreciar también el carácter no lineal de dicho modelo, donde las variables más importantes a controlar son la temperatura en el evaporador y el grado de sobrecalentamiento, manipulando la velocidad del compresor y la apertura de la válvula de expansión.

A partir de un modelo linealizado alrededor de un punto de operación, encontrado en la bibliografía, se pudo hacer un estudio de las fuertes interacciones que existen entre los lazos de control.

Al excitar con una entrada tipo paso a ambas variables manipuladas independientemente se observa como varían ambas salidas, lo que queda demostrado la fuerte interacción entre los lazos de control, comprobado además con el análisis en estado estable de la matriz de Bristol de las ganancias relativas.

### Capítulo 2. Estrategias de control multivariable.

#### 2.1 Introducción.

Los procesos que tienen una sola entada y una sola salida (SISO) son sistemas generalmente simples y no muy frecuentes en las industrias. Los ingenieros en control en la mayoría de las ocasiones se enfrentan a procesos que requieren de dos o más salidas controladas con dos o más variables manipuladas [12].

Para el diseño del control en los procesos de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) es importante seguir la metodología adecuada, para que resulten provechosas y eficientes las estrategias de control utilizadas. Estos sistemas al tener más de una posible configuración a implementar, seleccionar la más apropiada, es la cuestión crítica y central a resolver en este tipo de problemas.

Conocer los diferentes objetivos de control para realizar un diseño, es un aspecto muy importante en esta metodología, después se analizan detenidamente cuales son las salidas y las entradas que se pueden medir, al igual que valorar cuáles son los disturbios a la planta. Con ello, se determinan adecuadamente las variables que van a ser controladas y las que se van a manipular, en dependencia del objetivo de control. A partir de ahí se seleccionan cuales de esas variables manipuladas se van a emplear para el control, según la potencialidad del efecto que tiene cada una sobre la salidas controladas.

Teniendo bien claro todos estos aspectos y ya una vez identificados correctamente se pueden implementar los distintos lazos de control que gobernaran y harán funcionar adecuadamente a cualquier proceso multivariable.

#### 2.2 Estrategia de control con PID desacoplados.

Unos de los problemas fundamentales en el control multivariable es el acople que pueda existir entre los lazos que intervienen en el proceso. Estas interacciones afectan de diversas maneras las bondades del sistema de control, por esa razón el ingeniero en control de procesos trata de acoplar las variables de entrada con las de salida procurando la menor interacción posible de forma natural.

La manera más sencilla que existe para eliminar o atenuar ese efecto es implementando desacopladores a partir de la dinámica del proceso. Estos no son más que variantes especiales de controles de adelanto de la señal (*feedforward*) que permiten un desacople casi absoluto de los lazos de regulación.

Los desacopladores pueden ser diseñados mediante los diagramas en bloque o a partir de principios básicos de ingeniería. Estos forman parte del lazo de retroalimentación del sistema por lo que su selección e implementación hay que realizarla con detenimiento [13].

#### 2.2.1 Diseño de desacopladores a partir de diagramas en bloque.

En la figura 2.1 se muestra el diagrama en bloque de un sistema multivariable interactuante de dos entradas y dos salidas. En este esquema se observan gráficamente las interacciones entre los lazos de control, a partir de bloques cruzados con funciones transferenciales definidas por el proceso en cuestión  $G_{12}$  y  $G_{21}$ .

Para eliminar esta interacción son adicionados dos desacopladores con sus funciones de transferencias  $D_{12}$  y  $D_{21}$  como se muestra en la figura 2.2.

El propósito de los desacopladores es cancelar el efecto de las funciones de los bloques del proceso cruzado, con el fin de que cada variable controlada no sea afectada por los cambios de las variables manipuladas del otro lazo. O sea el desacoplador  $D_{21}$  cancela el efecto de la variable manipulada M<sub>1</sub> en la salida controlada  $C_2$  y  $D_{12}$  cancela el efecto de  $M_2$  sobre  $C_1$ .



Fig.2.1. Diagrama en bloque de un sistema multivariable de dos entradas y dos salidas.



Fig.2.2. Diagrama en bloque de un sistema multivariable de dos entradas y dos salidas con desacopladores.

Mediante álgebra de bloque se tiene que:

$$\frac{C_1(s)}{M_2(s)} = D_{12}(s)G_{v1}(s)G_{11}(s) + G_{v2}(s)G_{12}(s)$$

$$\frac{C_2(s)}{M_1(s)} = D_{21}(s)G_{v2}(s)G_{22}(s) + G_{v1}(s)G_{21}(s)$$
(2.1)

Se puede apreciar que es muy similar al diseño de los controladores *feedforward*, en el cual  $M_1$  es un disturbio para  $C_2$  y de igual forma  $M_2$  es un disturbio para  $C_1$ . Para obtener las funciones transferenciales de los desacopladores se resuelven las expresiones anteriores, haciendo cero cada una de ellas, obteniéndose (2.2):

$$D_{12} = -\frac{G_{\nu 2}(s)G_{12}(s)}{G_{\nu 1}(s)G_{11}(s)}$$

$$D_{21} = -\frac{G_{\nu 1}(s)G_{21}(s)}{G_{\nu 2}(s)G_{22}(s)}$$
(2.2)

Estas fórmulas para el cálculo de desacopladores pueden se usadas para el diseño de desacopladores lineales para cualquier sistema multivariable de dos entradas y dos salidas. Mientras que para el cálculo de las funciones transferenciales de las válvulas y del proceso se realizan mediante principios básicos. En la mayoría de las ocasiones las funciones transferenciales de las válvulas, los trasmisores y del proceso están agrupados en una sola función transferencial como se muestra a continuación:

$$D_{12} = -\frac{G_{p12}}{G_{p11}}$$

$$D_{21} = -\frac{G_{p21}}{G_{p22}}$$
(2.3)

En la figura 2 se puede observar que los desacopladores forman parte del lazo por lo que la relación de cada variable controlada con su variable de salida correspondiente es obtenida a partir de álgebra de bloque:

$$\frac{C_1(s)}{M_1(s)} = G_{\nu_1}(s)G_{11}(s) + D_{21}(s)G_{\nu_2}(s)G_{12}(s)$$

$$\frac{C_2(s)}{M_2(s)} = G_{\nu_2}(s)G_{22}(s) + D_{12}(s)G_{\nu_1}(s)G_{21}(s)$$
(2.4)

Cada término de la fórmula nos expresa lo que diagrama en bloque nos dice gráficamente. Cada variable manipulada afecta su variable controlada mediante caminos paralelos. Al igual que cuando el sistema está interactuando esos caminos pueden ayudar a los otros si sus efectos son aditivos (interacción positiva) o pueden oponerse si sus efectos son de signo contrario (interacción negativa).

Los desacopladores pueden ser implementados exactamente como se expresa en (2.2) y si sustituimos en (2.4) después de algunas simplificaciones se tiene que:

$$\frac{C_{1}(s)}{M_{1}(s)} = G_{v1}(s) \left[ G_{11}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \right]$$

$$\frac{C_{2}(s)}{M_{2}(s)} = G_{v2}(s) \left[ G_{22}(s) - \frac{G_{12}(s)G_{21}(s)}{G_{11}(s)} \right]$$
(2.5)

En esencia los desacopladores mantienen constante cada variable controlada cuando los mandos del otro lazo se alteran. Esto es exactamente lo que hace el controlador del otro lazo en estado estable, si tiene integrador.

#### 2.3 Estrategia de control con un regulador Lineal Cuadrático Gausiano (LQG).

Los problemas de control óptimo son muy diversos en el mundo de la automática, los cuales representan un alto nivel en el diseño de sistemas de control para los diferentes procesos. Su funcionamiento óptimo los hace muy imprescindible cuando se requiere lograr fiabilidad y eficiencia del sistema en cuestión.

Una de estas variantes son los sistemas de control terminal, que son aquellos los que desean traer el sistema lo más cerrado posible para llegar a un estado terminal dado en un determinado período de tiempo, como por ejemplo los sistemas automáticos de aterrizajes de los aviones, que mediante un control óptimo se centrará minimizando los errores del vector de estado el punto de aterrizaje. Otro problema clásico de control óptimo son los que se desea lograr minimizar el consumo energético, que son los que se utilizan cuando hay una transferencia del sistema de un estado inicial a uno final logrando minimizar mediante el control la energía del sistema según [14]. En todas estas situaciones se pone de manifiesto la necesidad de minimizar cierta función objetivo, que no es más que un índice de desempeño cuadrático para lograr el funcionamiento óptimo de los sistemas, el cual se establece convencionalmente según la naturaleza del problema.

El LQG es un ejemplo fehaciente de estas estrategias de control avanzado, el cual es capaz de lograr mediante una buena implementación estabilidad, eficiencia y fiabilidad de los sistemas.

#### 2.3.1 Regulador Lineal Cuadrático (LQR).

Según [15], el modelo que se considera se define mediante la ecuación (2.6):

$$x = Ax + Bu \tag{2.6}$$

Donde *x* es el vector de estado del sistema (vector de dimensión *n*), *u* vector de control (vector de dimensión *r*), *A* matriz de coeficientes constantes de *n* x *n*, y *B* matriz de coeficientes constantes de *n* x *n*, y *B* matriz de

Al diseñar sistemas de control, la mayoría de las veces nos interesa seleccionar el vector de control u(t) tal que minimice un índice de desempeño determinado. Un índice de desempeño cuadrático, en el que los límites de integración son 0 e  $\infty$  y se escriba de la forma siguiente:

$$J = \int_{0}^{\infty} L(x, u) dt$$
(2.7)

siendo L(t) es una función cuadrática o una función hermitiana de x y u, esta expresión se puede escribir según (2.8):

$$J = \int_{0}^{\infty} \left( x^{T} Q x + u^{T} R u \right) dt$$
(2.8)

donde Q es una matriz hermitiana o simétrica real definida positiva (o semidefinida positiva), *R* es una matriz hermitiana o simétrica real definida positiva, siendo estas las matrices de peso del sistema determinan la importancia relativa del error y del gasto de este sistema según [15].

La ecuación (2.8) producirá las leyes de control lineal como se indica en (2.9):

$$u = -Kx \tag{2.9}$$

Donde *K* es una matriz de dimensión *r x n*, o sea:

$$\begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{r} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ k_{r1} & k_{r2} & \dots & k_{rn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{n} \end{bmatrix}$$
(2.10)

y se calcula mediante la ecuación (2.10) según [14]

$$K = R^{-1}B^T P$$

donde P es la matriz de covarianza.

Una ventaja de usar el esquema de control óptimo cuadrático es que el sistema diseñado será estable, excepto en el caso en el que el sistema no es controlable. Al diseñar sistemas de control con base en la minimización de los índices de desempeño cuadrático, se necesita conocer *P* resolviendo adecuadamente las ecuaciones de Riccati (2.12):

 $PA + A^{T}P + Q - PBR^{-1}B^{T}P = 0 (2.12)$ 

#### 2.3.2 Filtro de Kalman.

Para el diseño de observadores de estado mediante métodos comunes como por ejemplo asignación de polos, la planta no puede presentar señales ruidosas, producto a que la estimación de las variables no se realiza correctamente. El filtro de Kalman es una solución óptima para este tipo de problemas cuando las variables de salidas están contaminadas con ruidos.

Teóricamente el filtro de Kalman es un estimador empleado en los problemas de diseño de reguladores lineales cuadráticos, con el objetivo de estimar de forma óptima las variables de estado no medibles de la planta perturbada con ruido.

Considerando que la planta está sujeta a una secuencia de disturbios W(kT) con una matriz de transición  $C_d(T)$ . Las mediciones z(k+1)T contienen una secuencia de ruido gausiano v(k+1)T como se muestra en la figura 2.3.

La forma general del filtro de Kalman contiene usualmente el modelo discreto del sistema junto con una serie de ecuaciones que constantemente actualice la matriz de ganancia de Kalman y la matriz de covariancia del sistema *P*.

La estimación del estado  $\hat{X}(k+1/k+1)$  es obtenida a partir del estado  $\hat{X}(k+1/k)$  mediante la ecuación (2.13) según [19]:

$$\hat{X}(k+1/k)T = A(T)\hat{X}(k/k)T + B(T)u(kT)$$
(2.13)

Y luego se estima el estado en el instante de tiempo (k+1)T usando (2.14):

$$\hat{X}(k+1/k+1)T = \hat{X}(k+1/k)T + K(k+1)\left\{z(k+1)T - C(T)\hat{X}(k+1/k)T\right\}$$
(2.14)

El término (*k*I*k*) significa el dato en el instante de tiempo *k* obtenido a partir de la información disponible en el tiempo *k*. El término (k+11k) son los datos en el tiempo K+1 basado en la información del instante de tiempo *k*. Similarmente ocurre con (k+11k+1) representa los datos en el instante de tiempo k+1 obtenidos con la información disponible en k+1.



Fig.2.3 Planta con disturbio y medición de ruido.

El vector de las mediciones está dado por (2.15):

$$z(k+1)T = C(T)X(k+1)T + v(k+1)T$$
(2.15)

donde z(k+1)T es el vector de medición, C(T) la matriz de de salida y v(k+1)T la secuencia de ruido gausiano.

La matriz de ganancia de Kalman es obtenida a partir de un conjunto de ecuaciones recursivas que comienzan desde una matriz inicial de covarianza *P*(*k*1*k*).

$$P(k+1/k) = A(T)P(k/k)A^{T}(T) + C_{d}(T)QC_{d}^{T}(T)$$
(2.16)

$$K(k+1) = P(k+1/k)C^{T}(T)\{C(T)P(k+1/k)C^{T}(T)+R\}^{-1}$$
(2.17)

$$P(k+1/k+1) = \{1 - K(k+1)C(T)\}P(k+1/k)$$
(2.18)

El proceso recursivo continua sustituyendo la matriz de covarianza P(k+1|k) en la ecuación (2.18) desde P(k|k) hasta un valor estable de K(k+1).

En las ecuaciones anteriores  $C_d(T)$  es la matriz de transición de disturbio, Q matriz de covarianza del disturbio ruidoso, R matriz de covarianza del ruido medido.

Las ecuaciones (2.13) y (2.18) son ilustradas en la figura 2.4 donde se muestra el diagrama en bloque del filtro de Kalman.



Fig.2.4 Filtro de Kalman

#### 2.3.3 Regulador Lineal Cuadrático Gausiano (LQG)

El sistema de control que contenga el LQR junto con el filtro de Kalman para estimar los estados de la planta, es llamado regulador Lineal Cuadrático Gausiano (LQG) como se muestra en la figura 2.5.


Fig.2.5 Regulador Lineal Cuadrático Gausiano.

# 2.4 Control Predictivo basado en el modelo de la planta (MPC).

La competencia en muchos sectores industriales así como el creciente interés social por los problemas medioambientales relacionados con los procesos de producción provoca la necesidad de disponer de técnicas fiables de control que permitan la operación del proceso con gran eficiencia y alto grado de flexibilidad.

Actualmente los sistemas de control en la industria de procesos deben satisfacer criterios económicos, asociados con el seguimiento de las variables del sistema a sus referencias, minimizando dinámicamente una función de costo de operación, la cual debe satisfacer ciertas especificaciones sujetas a una demanda normalmente variable [16].

Por ello, se puede considerar que en la actualidad el objetivo de todo sistema de control consiste en actuar sobre las variables manipuladas, de forma que puedan satisfacerse múltiples y cambiantes criterios de funcionamiento (económicos, de seguridad, medioambientales o de calidad) teniendo presente cambios en las características del proceso.

El amplio abanico de metodologías actuales de control de procesos se enfrenta al cumplimiento de este objetivo. La diferencia entre las diversas técnicas radica básicamente en los compromisos hechos en la formulación matemática de los criterios de funcionamiento y en la elección de la manera de representar el proceso.

La representación matemática de muchos de estos criterios se lleva a cabo en la forma de funciones objetivo dinámicas y de restricciones mientras que el proceso se

27

representa como un modelo dinámico con incertidumbres asociadas. La importancia de las incertidumbres está siendo cada vez más reconocida y por tanto incluida explícitamente en la formulación de los controladores.

Las técnicas de Control Predictivo Basado en Modelo (*Model Based Predictive Control*, MPC) son poderosas herramientas para afrontar estos retos. MPC, en su forma más general, acepta cualquier tipo de modelos, funciones objetivo o restricciones, siendo la metodología que actualmente puede reflejar más directamente los múltiples criterios de funcionamiento relevantes en la industria de procesos. Quizás sea ésta la razón principal del éxito de estas técnicas en numerosas aplicaciones de la industria, unida a que es la forma más general de formular el problema de control en el dominio del tiempo [16].

# 2.4.1 Conceptos básicos del MPC

El MPC constituye un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a ciertas ideas comunes e integra diversas disciplinas como control óptimo, control estocástico, control de procesos con tiempos muertos, control multivariable o control con restricciones.

Estos métodos de diseño en sus formas clásicas conducen a controladores lineales que poseen prácticamente la misma estructura y presentan suficientes grados de libertad.

Las ideas que aparecen en mayor o menor medida en toda la familia de controladores predictivos son básicamente el uso explícito de un modelo para predecir la salida del proceso en futuros instantes de tiempo (horizonte de predicción), el cálculo de las señales de control minimizando una cierta función objetivo, estrategia deslizante, de forma que en cada instante de muestreo el horizonte se vaya desplazando hacia el futuro, lo que permite aplicar la primera señal de control en cada instante y desechar el resto [16].

Los distintos algoritmos de MPC difieren entre sí en el modelo usado para representar el proceso, en los ruidos y en la función de costo a minimizar.

Aunque las diferencias puedan parecer pequeñas a priori, pueden provocar distintos comportamientos en lazo cerrado, siendo críticas para el éxito de un determinado algoritmo en una determinada aplicación.

### 2.4.2 Estrategias de los controladores predictivos.

La metodología de todos los controladores pertenecientes a la familia del MPC se caracteriza por la estrategia siguiente, representada en la figura 2.6 según [16] y [17]:



Fig.2.6 Estrategia del Control Predictivo

En cada instante *t* y haciendo uso del modelo del proceso se predicen las futuras salidas para un determinado horizonte *N*, llamado horizonte de predicción. Estas salidas predichas,  $\hat{y}(t+k/t)$  para k=1,2,...,N, dependen de los valores anteriores conocidos de la misma salida y de las futuras acciones de control en k=0, 1,...,N-1. El conjunto de señales de control futuras se calcula optimizando un determinado criterio en el que se pretende mantener el proceso lo más próximo posible a la trayectoria de referencia w(t+k) (que puede ser directamente el setpoint o una suave aproximación a éste). Este criterio suele tomar la forma de una función cuadrática de los errores entre la salida predicha y la trayectoria de referencia también predicha, incluyendo en muchos casos el esfuerzo de control [17]. Cuando la función de costo a minimizar es cuadrática, por un procedimiento generalizado del método de mínimos cuadrados, se puede encontrar una solución analítica lineal para el vector de de los movimientos de la señal de control; pero cuando las restricciones en las variables tanto de salida como de entrada son incluidas en el proceso de optimización, la solución analítica no es posible, siendo necesario acudir a un procedimiento de optimización numérica basado en algún método de programación lineal o cuadrática. Para el caso de sistemas descritos por modelos no lineales, este proceso de optimización puede presentar problemas de convergencia, requiriéndose una solución específica para cada caso particular [17].

La señal de control u(t/t) es enviada al proceso mientras que las siguientes señales de control calculadas son desechadas, puesto que en el siguiente instante de muestreo ya se conoce y(t+1) y se repite el paso 1 con este nuevo valor y todas las secuencias son actualizadas. Se calcula por tanto u(t+1/t+1) (que en principio será diferente al u(t+1/t) ya que dispone de nueva información), haciendo uso del concepto de horizonte deslizante.

Para llevar a cabo esta estrategia se hace uso de un modelo para predecir las salidas futuras del proceso, basándose en las futuras señales de control propuestas. Por tanto el modelo juega un papel decisivo en el controlador.

El modelo elegido debe ser capaz de capturar la dinámica del proceso para poder predecir las salidas futuras al mismo tiempo que debe ser sencillo de usar y de comprender.



Fig.2.7 Estructura básica del MPC.

# 2.4.3 Elementos del MPC.

Todos los controladores predictivos poseen elementos comunes y para cada uno de estos se pueden elegir diversas opciones, dando lugar a distintos algoritmos.

Estos elementos son: modelo de predicción, función objetivo y obtención de la ley de control [17].

# 2.4.3.1 Modelo de predicción.

La piedra angular del MPC es el modelo [17]. Un diseño completo debe incluir los mecanismos necesarios para la obtención del mejor modelo posible, el cual debe ser lo suficientemente rico para capturar al máximo la dinámica del proceso y debe ser capaz de permitir el cálculo de las predicciones a la vez que sea intuitivo y permita un análisis teórico. El uso del modelo del proceso viene determinado por la necesidad del cálculo de la salida predicha en instantes futuros  $\hat{y}(t+k/t)$ . Las diferentes estrategias de MPC pueden usar distintos modelos para representar la relación de las salidas con las entradas medibles, algunas de las cuales serán variables manipuladas y otras se pueden considerar como perturbaciones medibles, que pueden ser compensadas por acción feedforward. Además se tendrá en cuenta un modelo de las perturbaciones, para intentar describir el comportamiento que no aparece reflejado en el modelo del

proceso, englobándose aquí el efecto de las entradas no medibles, el ruido y los errores de modelado [17].

Para el estudio se puede separar el modelo en dos partes: el modelo del proceso propiamente dicho y el modelo de las perturbaciones. Cualquier método usará ambas partes para la predicción.

### 2.4.3.1.1 Modelo del proceso

El modelo del proceso se puede obtener mediante identificación de sistema o por balances de masa establecidos en el proceso, siempre y cuando la complejidad del mismo lo permita.

Casi todas las formas posibles de modelar un proceso aparecen en alguna formulación del MPC siendo las siguientes las más usadas:

**Respuesta al impulso**: También conocida por secuencia de ponderación o modelo de convolución. La salida viene relacionada con la entrada por la ecuación 2.19.

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} h_i u(t-i)$$
 (2.19)

en la cual  $h_i$  son los valores muestreados obtenidos al someter al proceso aun impulso unitario de amplitud igual al período de muestreo (ver figura 2.8). Esta suma es truncada y sólo se consideran N valores (por tanto sólo permite representar procesos estables y sin integradores), teniendo:

$$y = \sum_{i=1}^{N} h_i u(t-i) = H(z^{-1})u(t)$$
(2.20)

Donde:

$$H(z^{-1}) = h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + \dots + h_N z^{-N}$$
(2.21)

z es representado como el operador de retardo.

Un inconveniente de este método es el gran número de parámetros que necesita, ya que N suele ser un valor elevado (del orden de 40 - 50) tal que el 90 – 95% de la señal sea considerada. La predicción vendrá dada por:

$$\hat{y}(t+k/t) = \sum_{i=1}^{N} h_i u(t+k-i/t) = H(z^{-1})u(t+k/t)$$
(2.22)

Este método es ampliamente aceptado en la industria por ser muy intuitivo y reflejar claramente la influencia de un fenómeno determinado en una salida específica.

Para el caso multivariable las diferentes salidas reflejarán los efectos de las distintas entradas de acuerdo con cada canal de acción entrada-salida. Matemáticamente se relacionan por la siguiente expresión:

$$y_{j}(t) = \sum_{k=1}^{M} \sum_{i=1}^{N} h_{i}^{kj} u^{k}(t-1)$$
(2.23)

El método posee las siguientes ventajas: No se necesita información previa sobre el proceso, La identificación de la planta es muy fácil de realizar, admite dinámicas complejas en la planta como la respuesta inversa y el tiempo de retardo y no se requiere del conocimiento de un orden del modelo [17].



**Respuesta a un paso**: Es muy similar al anterior sólo que ahora la señal de entrada es un paso. Para sistemas estables se tiene la respuesta truncada que será:

$$y(t) = y_0 + \sum_{i=1}^{N} g_i \Delta u(t-i) = y_0 + G(z^{-1})(1-z^{-1})u(t)$$
(2.24)

donde las  $g_i$  con i=1,2,...,N, son los valores muestreados ante una entrada paso y  $\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$ , según se muestra en la figura 2.9. El valor de  $y_0$  puede tomarse 0 sin pérdida de generalidad, con lo cual el predictor será:

$$\hat{y}(t+k/t) = \sum_{i=1}^{N} g_i \Delta u(t+k-i/t)$$
(2.25)

Este método presenta las mismas ventajas e inconvenientes que el anterior.



Fig.2.9 Respuesta al paso.

Función de transferencia: Se utiliza el concepto de función de transferencia

$$G = \frac{B}{A}, \text{ por lo que la salida viene dada por:}$$
$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t)$$
(2.26)

Donde  $A(z^{-1})$  y  $B(z^{-1})$  son polinomios racionales en potencias del operador de retardo y están dados por:

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na}$$
(2.27)

$$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb}$$
(2.28)

El predictor en este adopta la forma general:

$$\hat{y}(t+k/t) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(t+k/k)$$
(2.29)

Esta representación es válida también para procesos inestables y posee la ventaja de necesitar pocos parámetros, aunque es fundamental un conocimiento a priori del proceso sobre todo en cuanto al orden de los polinomios A y B.

Espacio de estados: Tiene la siguiente representación:

$$x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1)$$
  
y(t) = Cx(t) (2.30)

siendo x el estado y A, B y C las matrices del sistema, de entrada y de salida respectivamente. Para este modelo la predicción viene dada por (2.31):

$$\hat{y}(t+k/t) = C \hat{x}(t+k/t) = C \left[ A^{k} x(t) + \sum_{i=1}^{k} A^{i-1} B u(t+k-i/t) \right]$$
(2.31)

Presenta la ventaja de que es utilizable en sistemas multivariables muy fácilmente y la ley de control es la simple realimentación de una combinación lineal de las variables de estado y tiene la desventaja de que los cálculos suelen complicarse cuando se requiera de observadores debido a que el estado no se pueda medir.

**Otras representaciones**: Modelos no lineales se pueden utilizar también; pero tienen el inconveniente de complicar el proceso de optimización y no en todos los casos se logra la convergencia del proceso de optimización. Las redes neuronales y la lógica borrosa son otras formas de representación que se han utilizado en algunas aplicaciones [17].

### 2.4.3.1.2 Modelo del disturbio.

El modelo de las señales de perturbación o disturbios se considera tan importante como el modelo del proceso. Se ha usado mucho la estructura Auto-Regresiva con Movimientos Promedio del Ruido incluyendo la integral del mismo (ARIMA). La diferencia entre la señal de salida medida y la calculada por el modelo está dada por (2.32):

$$n(t) = \frac{C(z^{-1})e(t)}{D(z^{-1})}$$
(2.32)

Donde  $D(z^{-1})$  incluye le integrador  $(1-z^{-1})$ , e(t) es un ruido blanco con cero valor medio y  $C(z^{-1}) = 1$ . Este modelo es apropiado para dos tipos de disturbios:

• Cambios aleatorios ocurriendo en instantes también aleatorios; como por ejemplo, cambios en la calidad de un material.

• Procesos de balance de energía con movimiento Browniano.

Utilizando el integrador se obtiene un control libre de off-set en estado estable.

En el caso particular de ARIMA el disturbio constante es:

$$n(t) = \frac{e(t)}{1 - z^{-1}}$$
(2.33)

Y en este caso particular el predictor es simplemente:

$$\hat{n}(t+k|t) = n(t) \tag{2.34}$$

# 2.4.3.2 Función objetivo.

Los diversos algoritmos de MPC proponen distintas funciones de costo para la obtención de la ley de control. En general se persigue que la salida futura en el horizonte considerado siga a una determinada señal de referencia, al mismo tiempo que se puede penalizar el esfuerzo de control (por factores pesantes) requerido para hacerlo. La expresión general de tal función objetivo según [17] es:

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) \left[ \hat{y}(t+j/t) - w(t+j) \right]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2$$
(2.35)

En algunos métodos el segundo sumando, que considera el esfuerzo de control, no se tiene en cuenta, mientras que en otros también aparecen directamente los valores de la señal de control (no sus incrementos).

En la función de costo se pueden observar los siguientes parámetros:

- N<sub>1</sub> y N<sub>2</sub>: Horizontes mínimo y máximo de costo respectivamente(o de predicción).
- *N<sub>u</sub>*: Horizonte de control no tiene que coincidir con el horizonte máximo de predicción *N*<sub>2</sub>.
- $\delta(j)$ : Secuencias de factores pesantes de la salida en el funcional.
- λ(j): Secuencias de los factores pesantes del mando que permiten gobernar los esfuerzos del control. Usualmente se consideran valores constantes o exponenciales. Por ejemplo, se puede obtener un peso exponencial de la salida haciendo:

$$\delta(j) = \alpha^{N_2 - j} \tag{2.36}$$

Si  $\alpha$  está comprendido entre 0 y 1 indica que se penaliza más a los errores más alejados del instante *t* que a los más próximos, dando lugar a un control más suave y

con menos esfuerzo. Si, por el contrario,  $\alpha > 1$  se penalizan más los que están cerca, provocando un control más brusco.

El significado de  $N_1$  y  $N_2$  resulta bastante intuitivo: marcan los límites de los instantes en que se desea que la salida siga a la referencia. Así que si se toma un valor grande de N<sub>1</sub> es porque no importa que haya errores en los primeros instantes, lo cual provocará una respuesta suave del proceso. Para procesos con retardo  $T_d$  no tiene sentido que  $N_1$  sea menor que dicho valor, puesto que la salida no empezará a evolucionar hasta el instante  $t + T_d$ . Además, si el proceso es de fase no mínima, este parámetro permite eliminar de la función objetivo los primeros instantes de respuesta inversa.

Todos estos valores pueden ser usados como parámetros de sintonización, obteniendo una gama muy amplia de posibilidades con las que se puede cubrir una extensa gama de opciones, desde un control estándar hasta una estrategia diseñada a medida para un proceso en particular.

Trayectoria de referencia w(t): una de las ventajas del control predictivo es que si se conoce a priori la evolución futura de la referencia, el sistema puede empezar a reaccionar antes de que el cambio se haya efectivamente realizado, evitando los efectos del retardo en la respuesta del proceso. En muchas aplicaciones la evolución futura de la referencia r(t+k) es conocida con anterioridad como en robótica, servos o procesos *batch*. Aunque esta sea constante, se puede conseguir una sensible mejora de prestaciones, simplemente conociendo el instante de cambio de valor y adelantándose a esa circunstancia.

En el funcional (2.35), la mayoría de los métodos suelen usar una trayectoria de referencia w(t+k) diferente a la trayectoria real. Normalmente será una suave aproximación desde el valor actual de la salida y(t) a la referencia conocida mediante un sistema de primer orden:

$$w(t) = y(t)$$
  

$$w(t+k) = \alpha w(t+k-1) + (1-\alpha)r(t+k)$$
  

$$k = 1, 2, ..., N$$
(2.37)

37

 $\alpha$  es un parámetro comprendido entre 0 y 1 (mientras más próximo a 1 más suave será la aproximación) que constituye un valor ajustable, el cual influirá en la respuesta dinámica del sistema.

En la figura 2.10 se muestra la forma de la trayectoria cuando la referencia r(t+k) es constante y para dos valores distintos de  $\alpha$ . Para valores pequeños de este parámetro se tiene un seguimiento rápido ( $w_1$ ), mientras que si aumenta, la trayectoria de referencia será  $w_2$  dando lugar a una respuesta más suave.



Fig.2.10 Trayectoria de referencia.

Restricciones en el mando: En la práctica, todos los procesos están sujetos a restricciones. Los actuadores tienen un campo limitado de acción así como una determinada velocidad de cambio (*slew rate*), como es el caso de las válvulas, limitadas por las posiciones de totalmente abiertas o cerradas y por la velocidad de respuesta. Razones constructivas, de seguridad o medioambientales o bien los propios alcances de los sensores pueden causar límites en las variables de proceso. Además, normalmente las condiciones de operación vienen acompañadas con ciertas restricciones, por lo que el sistema de control de cualquier proceso tendrá que trabajar considerando los límites establecidos. Todo lo expuesto anteriormente hace necesario la introducción de restricciones en la función a minimizar. Muchos algoritmos predictivos tienen en cuenta el tema de las restricciones por lo cual han tenido gran éxito en la industria [16] y [17].

Normalmente se consideraran límites en la amplitud y el *slew rate* de la señal de control y límites en las salidas:

$$u_{min} \le u(t) \le u_{max} \qquad \forall t$$
  

$$du_{min} \le u(t) - u(t-1) \le du_{max} \qquad \forall t$$
  

$$y_{min} \le y(t) \le y_{max} \qquad \forall t$$
  
(2.38)

Con la adición de estas restricciones a la función objetivo, la minimización resulta más compleja, no pudiendo obtenerse la solución de forma analítica como en el caso sin restringir [17].

### 2.4.3.3 Obtención de la ley de control.

Para obtener los valores u(t+k/t) será necesario minimizar la funcional J de la ecuación (2.35). Para ello se calculan los valores de las salidas predichas y(t+k/t) en función de valores pasados de entradas y salidas y de señales de control futuras, haciendo uso del modelo que se haya elegido y se sustituyen en la función de costo, obteniendo una expresión cuya minimización conduce a los valores buscados. Para el criterio cuadrático si el modelo es lineal y no existen restricciones se puede obtener una solución analítica, en otro caso se debe usar un método iterativo de optimización [17]. De cualquiera de las maneras la obtención de la solución no resulta trivial pues existirán  $N_2$ - $N_1$ +1 variables independientes, valor que puede ser elevado (del orden de 10 a 30). Con la idea de reducir estos grados de libertad se puede proponer cierta estructura a la ley de control. Además se ha encontrado que esta estructuración de la ley de control produce una mejora en la robustez y en el comportamiento general del sistema, fundamentalmente debido a que el hecho de permitir la libre evolución de las variables manipuladas (sin estructurar) puede conducir a señales de control de alta frecuencia no deseables y que en el peor de los casos podrían conducir a la inestabilidad.

Esta estructura de la ley de control se plasma en el uso del concepto de horizonte de control ( $N_u$ ), que consiste en considerar que tras un cierto intervalo  $N_u < N_2$  no hay variación en las señales de control propuestas, es decir:

$$\Delta u(t+j-1) = 0 \qquad j > N_u \tag{2.39}$$

lo cual es equivalente a dar pesos infinitos a las cambios en el control, a partir de cierto instante. El caso límite sería considerar  $N_u$  igual a 1 por lo que todas las acciones

futuras serían iguales a u(t), es importante recordar que debido al concepto de horizonte deslizante la señal de control se recalcula en el instante de muestro siguiente.

### 2.5 Conclusiones parciales.

Los sistemas multivariables sin duda resultan procesos más complejos que los (SISO). Sus diferentes aristas provocan tener que analizarlos y estudiarlos detenidamente cuando se requiere implementar la estrategia de control adecuada.

Debido a que los sistemas de compresión de vapor son sistemas multivariables muy complejos en su dinámica, en este capítulo se realiza un estudio de algunas de las diferentes estrategias de control (MIMO) que se pudieran aplicar a este tipo de proceso. Producto a las interacciones dinámicas que existen entre sus lazos se hace necesario la correcta selección de mecanismos que minimicen el acople y al vez garanticen un buen funcionamiento.

La estrategia de control con PID desacoplados mediante la síntesis de desacopladores permite eliminar las interacciones entre los lazos de control de los distintos procesos. Esta es capaz de mantener constante las variables controladas ante cualquier variación de las variables manipuladas de los otros lazos.

Otra de las estrategias analizadas es la del LQG la cual es la combinación del LQR con el filtro de Kalman. Esta es aplicable cuando se desea minimizar algún criterio, buscando funcionamiento óptimo del proceso. El filtro de Kalman es utilizado para estimar las variables de estado no medibles, producto a que la planta esta contaminada con una señal ruidosa. Garantiza estabilidad y un desempeño optimo del sistema.

Por último se describe el control predictivo basado en el modelo de la planta. Que más que una estrategia, es una amplia gama de métodos para predecir la salida del sistema en futuros instantes de tiempo en el cálculo de una secuencia de control que minimiza cierta función objetivo que incluye la variaciones de la salida conjuntamente con las del mando en determinados períodos de muestreos. Representa un alto nivel debido a la eficiencia de sus métodos para controlar cualquier proceso por muy complejo que este sea.

Las tres estrategias de control expuestas en este capítulo debido a sus características y ventajas que presentan, pueden ser implementadas y aplicadas a los sistemas de compresión de vapor, con el objetivo de lograr la fiabilidad y estabilidad requerida para este tipo de sistema.

Capítulo 3. Estrategias de control multivarible aplicados a los sistemas de compresión de vapor.

# 3.1 Introducción.

La dinámica del ciclo de compresión de vapor es muy compleja, como se demostró en el capítulo 1, debido a las interacciones dinámicas que existen entre sus lazos de control. Por ello es necesario aplicar técnicas y herramientas de control avanzado para poder regular eficientemente la temperatura de evaporación y el grado de sobrecalentamiento.

El método de control convencional que existe para la regulación del ciclo es controlar la temperatura de la habitación o la temperatura de evaporación con la velocidad del compresor y regular el grado de sobrecalentamiento con la apertura de la válvula como se muestra en la figura 3.1. Estos dos lazos de control han sido tratados como dos sistemas SISO independientes mientras que el acoples cruzado en la dinámica de la planta es completamente ignorado.





El control SISO presenta limitaciones, ya que estos no son capaces de atenuar el fuerte acople que existen entre sus lazos, ni brindan la posibilidad de afinar parámetros que permitan una mejora en la eficiencia energética. Es por lo que se necesita emplear estrategias de control MIMO que garanticen el funcionamiento adecuado de la planta, y que a su vez permitan establecer condiciones en los mandos para lograr la fiabilidad óptima de estos sistemas. En la figura 3.2 se muestra un diagrama general del sistema

de control MIMO. Este usa múltiples señales de retroalimentación para generar múltiples entradas de control, lo que constituye otra ventaja sobre el control SISO además que permite tener en cuenta y manejar las interacciones entre ellos.



Fig.3.2. Diagrama general de un sistema de control MIMO.

### 3.2 PID desacoplados aplicados a los sistemas de compresión de vapor.

En el capítulo 2 se hace una breve descripción de la implementación de esta estrategia de control, donde se sintonizaban dos desacopladores que minimizaban las interacciones entre los lazos de control.

A partir de la dinámica del ciclo de compresión de vapor se pretende diseñar dos desacopladores que eliminan el efecto de la funciones transferenciales del proceso cruzado.

### 3.21 Cálculo de los desacopladores.

En la figura 3.3 se muestra el diagrama en bloque de la planta con los dos desacopladores diseñados.



Fig.3.3 Diagrama en bloque de la estrategia de control con PID desacoplados.

Según 2.3 y las funciones transferenciales dadas por (3.1) y (3.2) se calculan los desacopladores en (3.3).

$$G_{11} = \frac{T_e}{W_c} = \frac{0.4865 \ s^4 - 1.523 \ s^3 - 0.5614 \ s^2 - 0.0508 \ s - 0.0001467}{s^5 + 17.32 \ s^4 + 46.47 \ s^3 + 3.496 \ s^2 + 0.1874 \ s + 0.002021}$$
(3.1)  

$$G_{12} = \frac{T_e}{A_\nu} = \frac{0.05945 \ s^4 + 0.1759 \ s^3 + 0.2286 \ s^2 + 0.02988 \ s + 0.0002111}{s^5 + 17.32 \ s^4 + 46.47 \ s^3 + 3.496 \ s^2 + 0.1874 \ s + 0.002021}$$

$$G_{21} = \frac{SH}{W_c} = \frac{0.2309 \ s^4 - 0.8479 \ s^3 - 0.5975 \ s^2 - 0.02966 \ s - 7.54e - 005}{s^5 + 17.32 \ s^4 + 46.47 \ s^3 + 3.496 \ s^2 + 0.1874 \ s + 0.002021}$$

$$G_{22} = \frac{SH}{A_v} = \frac{-0.03277 \ s^4 - 0.176 \ s^3 - 0.333 \ s^2 - 0.02118 \ s - 0.0001511}{s^5 + 17.32 \ s^4 + 46.47 \ s^3 + 3.496 \ s^2 + 0.1874 \ s + 0.002021}$$
(3.2)

$$D_{12} = -\frac{G_{12}}{G_{11}} = \frac{0.05945 \ s^4 + 0.1759 \ s^3 + 0.2286 \ s^2 + 0.02988 \ s + 0.0002111}{0.4865 \ s^4 + 1.523 \ s^3 + 0.5614 \ s^2 + 0.0508 \ s + 0.0001467}$$

$$D_{21} = -\frac{G_{21}}{G_{22}} = \frac{0.2309 \ s^4 + 0.8479 \ s^3 + 0.5975 \ s^2 + 0.02966 \ s + 7.54e - 005}{0.03277 \ s^4 + 0.176 \ s^3 + 0.333 \ s^2 + 0.02118 \ s + 0.0001511}$$
(3.3)

Los desacopladores calculados son realizables físicamente.

Los controladores que se observan están sintonizados adecuadamente con el objetivo de lograr el valor deseado de la temperatura de evaporación y el grado de sobrecalentamiento. Son reguladores *PI* para tratar de garantizar con la parte integral cero error en estado estable. En el anexo 1 se muestra el programa implementado para determinar los diferentes resultados obtenidos durante el diseño de la estrategia de control.

# 3.22 Respuestas de las variables de salidas y de los mandos a partir de los PID desacoplados.

El modelo reportado en la literatura esta linealizado alrededor de un punto de operación el cual fue mencionado en el capítulo 1 epígrafe 1.3. Todas las simulaciones realizadas indican pequeñas variaciones alrededor de ese punto de operación. En este caso se desea disminuir en 1.5 <sup>o</sup>C la temperatura de evaporación manteniendo con mínima variación posible el grado de sobrecalentamiento.

En la figura 3.4 y 3.5 se muestran como se comportan las variables de salidas en la simulación realizada.



Fig.3.5 Grado de sobrecalentamiento.

Como se puede observar la estrategia de control planteada cumple con los objetivos propuestos. Los desacopladores implementados logran atenuar el fuerte acople que existe entre los lazos de control.

Las salidas son contaminadas con ruido para lograr una mayor aproximación de la simulación a la realidad.

Es importante observar también el comportamiento de las señales de mandos, para poder valorar detenidamente si estas se podrán lograr físicamente en la práctica. Las

variables manipuladas en este caso son la velocidad del compresor y la apertura de la válvula.

En el ciclo de compresión de vapor es de gran interés analizar el funcionamiento del compresor. Se debe tener en cuenta los límites de velocidad en los que tiene que trabajar, para que los esfuerzos de control demandados no destruyan la construcción física del compresor.

En las figuras 3.6 y 3.7 se muestran el comportamiento de las variables manipuladas



Fig.3.7 Apertura de la válvula.

Analizando las figuras anteriores se puede observar que para obtener una respuesta tan buena en pequeños instantes de tiempo, es necesaria una señal de control con una razón de cambio muy elevada en la respuesta de la velocidad del compresor.

### 3.3 LQG aplicados a los sistemas de compresión de vapor.

A partir de la descripción realizada en el capítulo 2 de esta estrategia de control y basándose en el esquema de control MIMO, se implementó el LQG aplicado al sistema de compresión de vapor descrito en el capítulo 1.

Esta estrategia de control está basada en un compensador estimador que utiliza el filtro de Kalman para estimar de forma óptima las variables de estado no medibles de la planta y utiliza los estados completos para generar la ley de control.

# 3.3.1 Cálculo del regulador lineal cuadrático (LQR).

Como se indica en el capítulo 2 para el diseño del LQG lo primero es calcular el LQR y después determinar el filtro de Kalman.

En el regulador lineal cuadrático la matriz K es calculada tal que se genere una señal de control como indica (2.8) minimizando la función de costo que se muestra en (3.4).

$$J = \int_{0}^{\infty} \left( y^{T} Q y + u^{T} R u \right) dt$$
(3.4)

Las matrices Q y R son las matrices de peso del sistema, seleccionadas convencionalmente siguiendo criterios de estabilidad y robustez según [5]:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.08 & 0.04 \\ 0 & 0 & 0.04 & 0.05 \end{bmatrix}$$
(3.5)

$$R = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$
(3.6)

Como el sistema no presenta integrador fue necesario agregárselo, con el objetivo de garantizar cero errores en estado estable. Producto a esto, la dinámica del sistema cambia completamente, como se expresa en (3.7).

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} u \end{aligned}$$
(3.7)

A partir de (3.7) y las matrices de peso, es calculado el regulador lineal cuadrático. En anexo 2 se muestra las líneas de código implementadas en Matlab para obtener los resultados expresados en (3.8).

$$K = \begin{bmatrix} -1.0318 & -0.4405 & -1.6174 & -0.0818 & -0.8509 & 0.1653 & 0.1143 \\ 0.7047 & 0.1318 & -0.8665 & 0.0602 & 0.9413 & 0.0615 & 0.1473 \end{bmatrix}$$
(3.8)

Los valores de las primeras cinco columnas de la matriz representan las ganancias del regulador lineal y los otros indican los valores del integrador.

### 3.3.2 Filtro de Kalman

Como la planta está contaminada por una señal ruidosa no es posible diseñar un observador de estado que estime las variables de estado del sistema. En esos casos se utiliza el filtro de Kalman el cual es capaz hacerlo de forma óptima.

En la figura 3.8 se muestra el diagrama en bloque del filtro de Kalman.

Con ayuda de Matlab es posible determinar las ganancias de la matriz L del filtro de Kalman a partir del comando expuesto en el anexo 2, donde se tiene en cuenta el nivel de ruido que se le incluye a las salidas del sistema de compresión de vapor. En este caso la planta no presenta disturbios, ya que según [5] el modelo fue obtenido para una carga térmica constante.



Fig.3.8 Diagrama en bloque del filtro de Kalman.

# 3.3.3 LQG

Como se indica en el capítulo 2 el LQG es la unión del LQR y el filtro de Kalman. Por lo que el diagrama general de simulación de esta estrategia es como se muestra en la figura 3.9, con los valores de los resultados obtenidos en los epígrafes anteriores.



Fig. 3.9 Diagrama en bloque de la estrategia de control un regulador lineal cuadrático.

### 3.3.4 Respuestas de las variables de salidas y de los mandos a partir del LQG.

Bajo los mismos objetivos de la simulación anterior fue expuesta a análisis esta estrategia de control. Las respuestas de las variables de salidas se muestran en las figuras 3.10 y 3.11. En esta figura se observa además, a parte del comportamiento de las variables contaminadas con la señal ruidosa, la respuesta de las variables a partir del estimado que realiza el filtro de Kalman.



Fig. 3.11 Grado de sobrecalentamiento.

Como se puede observar esta estrategia de control óptimo cumple y logra alcanzar los valores deseados ubicados como *set point* en las variables controladas. En este caso el

grado de sobrecalentamiento presenta una pequeña variación durante el transiente pero en estado estable alcanza el valor deseado. Se pudiera decir que la temperatura de evaporación disminuye 1,5 <sup>0</sup>C de forma rápida y se mantiene en el valor durante todo la simulación.

El comportamiento de las variables de salida son adecuadas, pero se hace necesario, como se ha mencionado anteriormente, observar las variables manipuladas para analizar cuanto esfuerzo de control demanda la calidad de la respuesta, bajo esta estrategia de control.



Las variables manipulas son mostradas en las figuras 3.12.y 3.13.

Fig. 3.13 Apertura de la válvula.

Se puede observar que a partir de optimizar un funcional cuadrático las señales de control son más moderadas, logrando cumplir de todos formas los objetivos propuestos con muy buena calidad en las respuestas.

El compresor no tiene que hacer cambios muy bruscos de velocidad, ni trabajar en un régimen muy alto, como tenía que realizarlo en la estrategia anterior. La apertura de la válvula se puede considerar adecuada, aunque el grado de sobrecalentamiento se sacrifique un poco para lograr la temperatura deseada, no obstante, su pequeña variación está dentro de los límites aceptables para un buen funcionamiento.

### 3.4 MPC aplicado a los sistemas de compresión de vapor.

El control predictivo es una de las estrategias de control multivariable más avanzadas y de mucha aplicación en las industrias. Esta que permite el manejo de restricciones tanto en las salidas como en el mando, lo que garantiza que el sistema en análisis no salga dentro del rango de operación. A partir de la minimización de un funcional convenientemente establecido, se puede lograr un funcionamiento óptimo de la planta que permita estabilidad y fiabilidad del sistema.

Partiendo del modelo linealizado del sistema de compresión de vapor expuesto en el capitulo 1, se ha implementado esta estrategia de control con ayuda de Matlab y se han analizado el comportamiento de las respuestas de las salidas y la de los mandos.

En la figura 3.14 se observa el diagrama en bloque del MPC aplicado al sistema de compresión de vapor.



Fig.3.14 Diagrama en bloque del MPC aplicado al sistema de compresión de vapor

El bloque funcional del controlador MPC, mostrado en la figura, presenta tres entradas y una sola salida, que constituye el mando aplicado a la planta. Las entradas son:  $m_o$ , la cual representa las variables de salidas; *ref,* es las referencias que deben seguir las variables de salidas, en este caso son los *set point* que se introducen al diagrama en bloque; y  $m_d$  son los disturbios medidos de la planta, que en este caso no presenta ninguno por lo que se explico anteriormente. A partir de conectar correctamente estas salidas y entradas al controlador con el modelo representado en la figura y sintonizarlo adecuadamente con los parámetros que intervienen en su diseño, su obtuvieron las respuestas de las diferentes salidas. El controlador se crea como un objeto y se le introduce al bloque funcional mostrado en la figura. El programa realizado con los diferentes parámetros inicializados para implementar la estrategia de control está descrito en el anexo 3.

Entre los parámetros que intervienen para el diseño de la estrategia, según el capítulo 2, se encuentran: el horizonte de predicción (P), que es el tiempo requerido para predecir la salida del sistema; el horizonte de control, que no es más que el número de acciones de control que serán calculadas en el proceso de optimización para reducir el error; las matrices de los pesos de los mandos y las salidas que posibilitan implementar convenientemente el funcional cuadrático a optimizar según la naturaleza del problema; y el período de muestreo. Los demás parámetros son potencialidades adicionales de la estrategia, como por ejemplo el manejo de las restricciones: tanto en el valor de las variables manipuladas y en el de las salidas, así como en el *slew rate* de las mismas, que es la razón de cambio de la velocidad de las variables de control con respecto al tiempo.

Para la sintonía de estos reguladores predictivos existen algunas reglas a seguir que permiten su fácil implementación. Para establecer el horizonte de predicción se selecciona de forma tal que multiplicado por el período de muestreo sea mayor que el tiempo de establecimiento, tomado este, como el tiempo necesario para que la respuesta a lazo abierto alcance entre el 95% y 99% del valor final. Valores entre 20 y 70 son típicos y muy recomendados en la literatura [18].

El horizonte de control como es el orden del mando a efectuar cuanto mayor sea, más alto será el costo computacional. Como regla se puede tomar un horizonte de control tal que multiplicado por el período de muestreo sea igual al tiempo necesario para que a lazo abierto alcance el 60% del valor final según [18]. Valores pequeños de horizonte de control hacen el control robusto (insensible a las incertidumbres del modelo).

La matriz pesante de los errores de predicción de la salida se toma mayormente igual a la matriz identidad, del orden del horizonte de control. La matriz pesante de los cambios del mando se toma de forma tal que sea *f* multiplicado por la matriz identidad del orden del horizonte de control. Donde *f* es un parámetro escalar de diseño que penaliza las variaciones de los mandos  $\Delta u$ . Cuanto mayor sea *f* menor será el rigor del control [18].

El período de muestreo es otro de los parámetros de sintonía del controlador, el cual debe se lo suficientemente pequeño para que no se pierda información de la dinámica del proceso. Pero sin embargo, si este es demasiado pequeño hace el horizonte de predicción demasiado grande lo cual es indeseable. Se hace necesario establecer un compromiso entre estos parámetros para buscar el buen funcionamiento del controlador [18].

En la simulación se realizaron diferentes pruebas de diseño siguiendo la metodología explicada. El mejor resultado se logró a partir de los siguientes parámetros expuestos en el anexo 3.

Horizonte de predicción = 20s Horizonte de control = 5s Período de muestreo =1s Matriz de los factores pesantes de las variables manipuladas = [0.1 0.1] Matriz de los factores pesantes de las variables de salida = [1 1]

# 3.4.1 Respuestas de las variables de salidas y de los mandos a partir del MPC.

Los objetivos de control en este caso son iguales a los de las estrategias anteriores, lo que posibilita realizar después una comparación entre ellas, a partir de la calidad de las diferentes respuestas.

El comportamiento de las variables de salidas son mostradas en las figuras 3.15 y 3.16.



Fig.3.16 Grado de sobrecalentamiento.

Se puede observar que mediante la sintonía de este controlador predictivo se logra disminuir la temperatura de evaporación al valor desaseado con una pequeña variación en el grado de sobrecalentamiento, muy parecida a la del LQG, lo que en este caso esfuerzos de control son muy fuertes para lograr estas respuestas, alcanzando el compresor una velocidad muy alta en instantes de tiempo cortos, lo cual no se debe permitir.

Debido a las potencialidades del control predictivo y a partir de las respuestas de la estrategia de control óptimo LQG, se le impuso a éste una restricción en la variación

del mando de la velocidad del compresor, para que el cambio de la pendiente fuera un poco más suave, sin forzar tanto a el compresor para disminuir el grado y medio de temperatura.

Las figuras 3.17 y 3.18 muestran las variables manipuladas según esta estrategia de control.

Las ventajas del control predictivo es lo que lo hace que se convierta en una herramienta poderosa cuando se trata del manejo de sistemas muy complejos donde hay que tener en cuenta diversos parámetros y limitaciones de funcionamiento.



Fig. 3.18 Apertura de la válvula.

Es válido señalar que a pesar de que le fue impuesta una restricción a la velocidad del compresor, para el cuidado del mismo, los objetivos de control fueron cumplidos de una forma óptima. Estas repuestas se pueden mejorar si se cambia convenientemente el funcional a optimizar, con el propósito de buscar la eficiencia energética requerida del sistema, lo que representa una línea de trabajo muy interesante para próximas investigaciones

### 3.5 Análisis técnico económico.

### Análisis de la eficiencia energética

Las estrategias de control MMO expuestas anteriormente peden ser aplicadas para toda la familia de los sistemas de compresión de vapor (*Heating, Ventilation and Air Conditionning System, HVAC*) dentro de los que se encuentran los sistemas de refrigeración, aires acondicionados y climatización. Como se ha mencionado anteriormente estos constituyen los máximos consumidores de energía en el mundo, por lo que trabajar en mejorar la eficiencia de estos sistemas constituye un importante logro en la economía de cualquier país. Las técnicas de control MIMO posibilitan el manejo de las distintas variables que intervienen en el funcionamiento de estos sistemas teniendo en cuenta las interacciones dinámicas que existen en el modelo de la planta en cuestión.

eficiencia evaporación depende grandemente grado La en la del de sobrecalentamiento. Un bajo valor de sobrecalentamiento posibilita alta eficiencia energética (idealmente, cero grado de sobrecalentamiento, el sistema presenta una alta eficiencia energética). Sin embargo, un valor positivo de sobrecalentamiento debe ser mantenido, durante el funcionamiento del sistema, para impedir que pase el refrigerante líquido al compresor y pueda dañarlo. Un valor pequeño de sobrecalentamiento implica poco consumo energético para una carga térmica determinada. Aunque valores más precisos de consumo de energía contra sobrecalentamiento dependen de las variaciones de las condiciones medioambientales y de la carga térmica.

Un ejemplo de esto es reportado en [5], que mediante valores obtenidos en una prueba experimental (se desea mantener la temperatura en el interior de 27 <sup>0</sup>C y cuando en el

exterior existe una temperatura de bulbo seco y húmedo de 35  $^{\circ}$ C y 29  $^{\circ}$ C respectivamente) se comprobó un 10% de ahorro de energía cuando el sobrecalentamiento varió de 10  $^{\circ}$ C a 5  $^{\circ}$ C.

A partir de las técnicas y esquemas convencionales de control (válvula de expansión termostática o cualquier PID controlando la válvula de expansión electrónica) el grado de sobrecalentamiento es establecido con valores relativamente altos, debido a la eficacia y estabilidad limitada de los sistemas de control SISO [5].

Las técnicas de control MIMO desarrolladas en esta investigación posibilitan manejar el fuerte acople que existen entre los lazos de control en los sistemas de compresión de vapor, incluso hasta eliminarlos, sin dejar que variaciones en las variables manipuladas afecte las variables de salida del otro lazo. Permiten además regular mejor el sobrecalentamiento, con una adecuada coordinación entre la velocidad del compresor y la apertura de la válvula, garantizando la temperatura de evaporación deseada. Estas han logrado mantener el grado de sobrecalentamiento con mínima variación alrededor del punto de operación donde fue linealizado el modelo (*SH=4.5 <sup>o</sup>C*). Tal garantía brinda la posibilidad de que se logre la temperatura de confort adecuada de la habitación, a partir del control de la temperatura de evaporación, y además se consigue que el sistema lo haga con la eficiencia energética requerida mediante la regulación del sobrecalentamiento a un valor determinado.

Estas estrategias de control desarrolladas representan un paso de avance respecto a los controladores implementados en la actualidad, como por ejemplo, el control *On/Off* que a partir de dos valores límites de temperaturas, uno máximo y uno mínimo, conecta y desconecta el compresor, el cual trabaja siempre a su máxima capacidad.

Esta investigación es un punto de partida para el estudio y el desarrollo de nuevas técnicas de control MIMO aplicadas a los sistemas de compresión de vapor, con el objetivo de garantizar en la práctica la estabilidad y la eficiencia energética requerida de estos sistemas, pudiendo resultar económicamente muy provechoso para cualquier país.

#### 3.6 Conclusiones parciales.

En este capítulo se han aplicados las tres estrategias de control, explicadas en el capítulo 2, al sistema de compresión de vapor descrito en el capítulo 1. Todas estas logran cumplir con los objetivos planteados, lo que difieren en la velocidad con que alcanzan los valores deseados y los esfuerzos de control que se realizan para ello. Cada una con sus peculiaridades y metodologías para sus diseños fueron expuestas e implementadas. Con la aplicación de estas técnicas de control a este tipo de proceso quedaron demostradas las potencialidades y eficiencia de las mismas.

La estrategia de control con PID desacoplados es capaz de eliminar el fuerte acople que existe entre los lazos de control, mediante la sintonía de dos desacopladores sintonizados a partir de la dinámica de la planta, como es realmente expresado en la literatura. Esta logra llevar la temperatura de evaporación al valor deseado, pero a la vez necesita esfuerzos de control demasiados fuertes para lograrlo, habría que demostrar si físicamente se pueden lograr en la práctica. Sin embargo, de las tres estrategias es la que permite menor variación en el grado de sobrecalentamiento.

El LQG permite regular de forma óptima la temperatura de evaporación, minimizando un funcional cuadrático convenientemente establecido. La matriz de ganancia óptima K y la matriz del filtro de Kalman L son calculadas a partir de las matrices del modelo de la planta y para el cálculo del regulador lineal cuadrático se utilizan las matrices de peso Q y R. Los únicos parámetros variables en este caso son estas matrices de peso, que según [5] son los adecuados para garantizar la estabilidad y robustez del sistema. Por eso, al no poder mejorar ningún otro parámetro y estar implementada de forma práctica, esta estrategia puede ser tomada como guía para la implementación de las demás.

El MPC es una de las técnicas de control avanzado más poderosas que existen, la cual permite el manejo de determinados parámetros que garantizan un mejor funcionamiento de la planta. Aplicados a estos sistemas es capaz de cumplir con los requisitos planteados, que mediante la inclusión de las restricciones en el diseño y la optimización de una función objetivo, logra hacerlo de una manera más eficaz.

En este estudio realizado acerca del control de los sistemas de compresión de vapor, se podría afirmar que esta estrategia del MPC representa una herramienta valiosa e

59

importante en esta materia, ya que cuenta con las potencialidades requeridas para manejar y resolver las diferentes complejidades del modelo del ciclo de compresión de vapor.

# Conclusiones

El desarrollo de este trabajo investigativo ha permitido arribar a las siguientes conclusiones:

- El modelo obtenido de los sistemas de compresión de vapor a través de balances de masa y energía es complejo y tiene un carácter no lineal; donde las variables a controlar son la temperatura en el evaporador y el grado de sobrecalentamiento, manipulando la velocidad del compresor y la apertura de la válvula de expansión.
- Existen fuertes interacciones entre sus lazos de control, lo que hace necesario el empleo de estrategias de control multivariable capaces de manejar y atenuar el acople existente entre las variables y a la vez garanticen un funcionamiento adecuado de la planta.
- 3. La estrategia de control con PID desacoplados, mediante la síntesis de desacopladores, permite eliminar las interacciones entre los lazos de control. Esta estrategia logra llevar la temperatura de evaporación al valor deseado, pero a la vez necesita esfuerzos de control demasiados fuertes, por lo que sería interesante demostrar en la práctica si son o no realizables físicamente. Sin embargo, de las tres estrategias que se implementaron es la que permite menor variación en el grado de sobrecalentamiento. Los modelos de los desacopladores, por el carácter *feedforward* que presentan, deben ser muy precisos.
- 4. El LQG permite regular de forma óptima la temperatura de evaporación, minimizando un funcional cuadrático convenientemente establecido. Las señales de control en este caso son más moderadas, logrando cumplir los objetivos propuestos. Esta estrategia fue comprobada en la práctica con buenos resultados según [5], por lo cual puede ser tomada como punto de partida para el desarrollo de otras estrategias.
- 5. El MPC logra regular la temperatura de evaporación al valor deseado con mínima variación en el grado de sobrecalentamiento. Permite: la inclusión de restricciones en la velocidad del compresor, garantizando esfuerzos de control

más suaves que la primera estrategia de control, así como la optimización de una cierta función objetivo.

La implementación de las tres estrategias de control cumple con el objetivo general propuesto en el trabajo.
# Recomendaciones.

Algunos de los temas que quedan abiertos para próximas investigaciones son:

• Vinculación del coeficiente de desempeño (COP) con el funcional a optimizar en las estrategias de control avanzado.

• Implementar el MPC teniendo en cuenta las saturaciones en las variables manipuladas, garantizando no sobrepasar las posibilidades mecánicas de estos sistemas.

• Lograr la puesta en marcha de estas estrategias de control en la práctica.

## Referencias Bibliográficas.

- [1]*Situación de la energía en el Mundo, Europa y España* 2006 [cited 2008. <u>http://www.energiasrenovables.ciemat.es/especiales/energia</u>. 20/05/08
- [2]He, X., S. Liu, H. Asada, "Modeling of Vapor Compression Cycles for Advanced Controls in HVAC System", *ASME J. Dynamic System, Measurement, and Control, pp.*199.
- [3]Broersen, P.M.T., and M.T.G van der Jagt., "Hunting of Evaporators Controlled by a Thermostatic Expansion Valve", *ASME J., Dynamic System, Measurement, and Control, pp.130-135,* 1980.
- [4]Gruhle, W.-D, and R. Isermann, "Modeling and Control of a Refrigerant Evaporator", ASME J. Dynamic System, Measurement, and Control, pp. 235-239, 1985
- [5]X.-D. He, S. Liu, H. Asada, and H. Itoh, "Multivariable Control of Vapor Compression System," *International Journal HVAC&R Research*, vol. 4, pp. 205-230, 1998.
- [6]C. P. Underwood, "Analysing multivariable control of refrigeration plant using Matlab/Simulink," in *Seventh International IBPSA Conference*, Rio de Janeiro, Brasil, 2001.
- [7]Ogata, K., Ingeniería de Control Moderno. Primera ed. pp.75.
- [8]G. L. Wedekind, B. L. Bhatt, and B. T. Beck, "A system mean void fraction model for predicting various transient phenomena associated with two-phase evaporating and condensing flows," *International Journal Multiphase Flow,* vol. 4, pp. 97-114, 1978.
- [9]X.-D. He and H. Asada, "A New Feedback Linearization Approach to Advanced Control of Multi-Unit HVAC Systems," in *Proceedings of the American Control Conference*, Denver, Colorado, 2003.
- [10]T. Cheng, "Nonlinear Observer Design Using Contraction Theory with Application to Heat Exchangers Having Varying Phase Transition," in *Departament of Aeronautics and Astronautics*. vol. Ph. D. dissertation Cambridge, MA: MIT, 2006.
- [11]S. Bendapudi and J. Braun, "A review of literature on dynamic models of vapor compression equipment," ASHRAE 2002.
- [12]Stephanopoulos, G., Chemical Process Control an Introduction to Theory and Practice, pp. 469-462.
- [13]Carlos A. Smith, A.B.C., *Principles and Practice of Automatic Process Control.* 1997.
- [14]S.Burns, R., Advanced Control Engineering. 2001.
- [15]Ogata, K., Ingeniería de Control Moderno. 1998
- [16]Bordon Alba., C., *Control Predictivo: metodología, tecnología y nuevas perspectivas.* 2000: Universidad de Sevilla.
- [17]Rodríguez Borroto, M.A., *Control predictivo de sistemas lineales y no lineales con restricciones.*
- [18]Rodríguez Borroto, M.A *Control Predictivo en Base al Modelo*, in *Temas Avanzados de Control de Procesos*.

# Bibliografía

- Bordon Alba., C., *Control Predictivo: metodología, tecnología y nuevas perspectivas.* 2000: Universidad de Sevilla.
- B. Rasmussen, A. Alleyne, C. Bullard, P. Hrnjak, and N. Miller, "Control-Oriented Modeling and Analysis of Automotive Transcritical AC System Dynamics," in *Proceedings of the American Control Conference*, Anchorage, AK, 2002, pp. 3111-3116.
- Broersen, P.M.T., and M.T.G van der Jagt., "Hunting of Evaporators Controlled by a Thermostatic Expansion Valve", *ASME J., Dynamic System, Measurement, and Control, pp.130-135,* 1980.
- C. P. Underwood, "Analysing multivariable control of refrigeration plant using Matlab/Simulink," in *Seventh International IBPSA Conference*, Rio de Janeiro, Brasil, 2001.
- Carlos A. Smith, A.B.C., Principles and Practice of Automatic Process Control. 1997.
- G. L. Wedekind, B. L. Bhatt, and B. T. Beck, "A system mean void fraction model for predicting various transient phenomena associated with two-phase evaporating and condensing flows," *International Journal Multiphase Flow,* vol. 4, pp. 97-114, 1978.
- Gruhle, W.-D, and R. Isermann, "Modeling and Control of a Refrigerant Evaporator", *ASME J. Dynamic System, Measurement, and Control, pp. 235-239,* 1985
- He, X., S. Liu, H. Asada, "Modeling of Vapor Compression Cycles for Advanced Controls in HVAC System", *ASME J. Dynamic System, Measurement, and Control, pp.*199.
- Ogata, K., Ingeniería de Control Moderno. 1998
- Ogata, K., Ingeniería de Control Moderno. Primera ed. P.75.
- P. Riederer, "Matlab/Simulink for building and HVAC simulation -state of the art," in *Ninth International IBPSA Conference*, Montréal, Canada, 2005, pp. 1019-1026.
- Rodríguez Borroto, M.A Control Predictivo en Base al Modelo, in Temas Avanzados de Control de Procesos.
- Rodríguez Borroto, M.A., *Control predictivo de sistemas lineales y no lineales con restricciones.*
- S. Bendapudi and J. Braun, "A review of literature on dynamic models of vapor compression equipment," ASHRAE 2002.
- S.Burns, R., Advanced Control Engineering. 2001.
- Situación de la energía en el Mundo, Europa y España 2006 [cited 2008.

http://www.energiasrenovables.ciemat.es/especiales/energia. 20/05/08

- Stephanopoulos, G., *Chemical Process Control an Introduction to Theory and Practice*, *pp.* 469-462.
- T. Cheng, "Nonlinear Observer Design Using Contraction Theory with Application to Heat Exchangers Having Varying Phase Transition," in *Department of Aeronautics and Astronautics*. vol. Ph. D. dissertation Cambridge, MA: MIT, 2006.
- W. L. Luyben, *Process modeling, simulation, and control for chemical engineers*, International Edition ed.: McGraw-Hill, 1996.

- X.-D. He and H. Asada, "A New Feedback Linearization Approach to Advanced Control of Multi-Unit HVAC Systems," in *Proceedings of the American Control Conference*, Denver, Colorado, 2003.
- X.-D. He, "Dynamic Modeling of Multivariable Control of Vapor Compression Cycle in Air-Conditioning systems." vol. Ph.D. dissertation Cambridge, MA: MIT, 1996.
- X.-D. He, S. Liu, and H. Asada, "A Moving-Interface Model of Two-Phase Heat Exchanger Dynamics for Control of Vapor Compression Cycle," ASME AES, vol. 32, pp. 69-75, 1994.
- X.-D. He, S. Liu, and H. Asada, "Modeling of vapor compression cycles for multivariable feedback control of HVAC systems," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 119, pp. 183-191, 1997.
- X.-D. He, S. Liu, H. Asada, and H. Itoh, "Multivariable Control of Vapor Compression System," *International Journal HVAC&R Research,* vol. 4, pp. 205-230, 1998.

# Anexos Anexo I Sintonía de los desacopladores

Diseño del sistema de compresión de vapor

```
%%%%Sistema de compresión de vapor%%%%%
%%%%%%Sistema de compresión de vapor%%%%%%%
A=[-0.276 3.680 -0.689 0.015 0;
    0.894 -13.668 2.339 0.307 0;
    0 0.660 -0.138 0 0;
    0 0.375 0 -3.173 1.200;
    0 0 0 0.143 -0.070];
B=[0 0.012;
    -0.090 0.011;
    0 0;
    0.154 - 0.060;
    0 0];
C=[0 5.405 0 0 0;
    -0.379 -2.566 0 0 0];
D=zeros(2,2);
states={'Le' 'Pe' 'Twe' 'Pc' 'Twc'};
inputs={'Wc'''Av'};
outputs={'Te' 'SH'};
Vapor Compression System SS = ss(A,B,C,D,'statename',states,'inputname',inputs,'outputname',outputs);
```

```
Vapor Compression System TF = tf(Vapor Compression System SS);
```

#### Cálculo de los desacopladores

```
**********PID con desacopladores*************
%%%%%%Cálculo de los desacopladores%%%%%%%
G=dcgain(Vapor_Compression_System_SS);
Bristol Matrix=G.*inv(G'); %%%%%Matriz de Bristol
Te vs Wc num=cell2mat(Vapor Compression System TF(1,1).num); %Para convertir de celda a matriz
%Te_vs_Wc_den=cell2mat(Vapor_Compression_System_TF(1,1).den)
N11=Te vs Wc num;
Te vs Av num=cell2mat(Vapor Compression System TF(1,2).num);
%Te vs Av den=cell2mat(Vapor Compression System TF(1,2).den)
N12=Te vs Av num;
SH vs Wc num=cell2mat(Vapor Compression System TF(2,1).num);
N21=SH vs Wc num;
SH_vs_Av_num=cell2mat(Vapor_Compression_System_TF(2,2).num);
N22=SH_vs_Av_num;
D12=tf(-N12,N11);
                       %%%%%Cálculo de los desacopladores
D21=tf(-N21,N22);
```

#### Anexo II Sintonía del LQG

Diseño del LQG

# Anexo III Diseño del MPC

Diseño del MPC