

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Integración IMU/GPS empleando un observador pasivo.

Autor: Erik González Castellanos

Tutor: Ing. Delvis García García

Santa Clara

2012

“Año 54 de la Revolución”

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Integración IMU/GPS empleando un observador pasivo.

Trabajo de Diploma presentado en opción al Título Académico de
Ingeniero en Automática

Autor: Erik González Castellanos
email: egcastellano@uclv.edu.cu

Tutor: Ing. Delvis García García
Profesor Instructor
Dpto. de Automática, Facultad de Ing. Eléctrica, UCLV
email: dggarcia@uclv.edu.cu

Santa Clara

2012

“Año 54 de la Revolución”



Hago constar que el presente Trabajo de Diploma fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Erik González Castellanos
Autor

Fecha

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Erik González Castellanos
Autor

Fecha

Boris Luis Martínez Jiménez, Dr.C
Jefe del Departamento

Fecha

Responsable ICT o J' de Carrera, (Dr.C., M.Sc. o Ing.)
Responsable de Información Científico-Técnica

Fecha

PENSAMIENTO

“Pensamiento”.

El éxito no es cuestión de sabiduría o de astucia, sino de honradez y confianza; la moral no puede ser sustituida por el entendimiento.

A. Einstein.

DEDICATORIA

Dedicatoria

A mis padres, quienes son también protagonistas de esta obra. . .

A Evelyn, por estar siempre apoyándome y ser tan especial en mi vida...

A mi hermano...

A mi familia y amigos...

AGRADECIMIENTOS

Agradecimientos

A mis padres por todo lo que han hecho siempre por mi ya que sin ellos no hubiera sido posible este resultado.

A mi novia Evelyn, por todo el apoyo y comprensión que me ha dado y por ser autora también de esta obra.

A mi tutor Delvis, por haberme guiado de manera muy profesional y dedicada en la obtención de este resultado.

A mis amigos incondicionales: en especial a Ernesto, Rizo, Sergio, Yenier, y Jesus.

A mis compañeros de aula, por haber compartido estos 5 años.

A toda mi familia, por haber influido en mi formación y educación en cada etapa de mi vida.

A todos los que se mantuvieron a mi lado pese a las dificultades y siempre supieron apoyarme incondicionalmente.

RESUMEN

Debido a la importancia que representa para nuestro país contar con vehículos autónomos, el Grupo de Automatización, Robótica y Percepción trabaja en el Sistema de Posicionamiento para un vehículo sumergible. En esta aplicación, la información de posición de manera continua, confiable y precisa es el principal requerimiento. En los últimos años, el uso de los Sistemas de Navegación Inercial conjuntamente con el Sistema de Posicionamiento Global ha incrementado de manera significativa la precisión en la navegación. Esta combinación hace uso de las ventajas de la naturaleza complementaria de ambos sistemas y como técnica de integración generalmente se emplea el Filtro de Kalman. Con el objetivo de brindar una variante ante los altos requisitos computacionales y la complejidad de sintonización de un Filtro de Kalman, en la presente investigación se lleva a cabo la implementación de un observador pasivo basado en el método de ubicación de polos. El algoritmo propuesto considera las no linealidades de los modelos de navegación y fue implementado utilizando el toolbox Simulink del Matlab. Para ilustrar el buen desempeño del observador se presentan varias simulaciones, utilizando tanto datos simulados como reales, comprobándose el comportamiento de los errores de estimación y la estabilidad del sistema.

TABLA DE CONTENIDO

| | <u>Página</u> |
|--|---------------|
| PENSAMIENTO | I |
| DEDICATORIA | II |
| AGRADECIMIENTOS | III |
| RESUMEN | IV |
| Índice de tablas | VII |
| Índice de figuras | VIII |
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| 0.1. Formulación de objetivos | 2 |
| 0.2. Organización del informe | 3 |
| CAPÍTULO 1 | 5 |
| 1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA | 6 |
| 1.1. Navegación Inercial | 7 |
| 1.2. Sistemas de Navegación Inercial(INS) | 7 |
| 1.2.1. Sensores inerciales | 7 |
| 1.2.2. Sistemas de plataforma | 8 |
| 1.2.3. Errores comunes de los sensores inerciales | 9 |
| 1.2.4. Ventajas y desventajas de los INS | 11 |
| 1.3. Estrategias de integración | 12 |
| 1.4. Otras fuentes de información utilizadas en los Sistemas de Navegación | 15 |
| 1.5. Generalidades del Sistema de Posicionamiento Global (GPS) | 17 |
| 1.5.1. Principio de funcionamiento | 17 |
| 1.5.2. Configuración del sistema | 17 |
| 1.5.3. Errores presentes en el Sistema de Posicionamiento Global GPS | 18 |

| | | |
|--|---|----|
| 1.5.4. | Métodos y técnicas de medición | 19 |
| 1.5.5. | Ventajas y desventajas del sistema GPS | 20 |
| 1.6. | Complementariedad de GPS-INS | 20 |
| 1.7. | Limitaciones de la integración de INS-GPS usando Filtro Kalman (KF) | 22 |
| 1.8. | Consideraciones finales del capítulo | 23 |
| CAPÍTULO 2 | | 24 |
| 2. | DISEÑO DEL OBSERVADOR | 25 |
| 2.1. | Sistemas de coordenadas | 26 |
| 2.1.1. | Relaciones entre los sistemas de coordenadas | 28 |
| 2.2. | Filtros para la integración | 29 |
| 2.2.1. | Integración de una IMU y un GPS con medición de posición | 31 |
| 2.2.2. | Integración de una IMU y un GPS con medición de posición y velocidad. | 32 |
| 2.3. | Método de sintonización de las ganancias. | 33 |
| 2.4. | Consideraciones finales del capítulo | 38 |
| CAPÍTULO 3 | | 39 |
| 3. | RESULTADOS OBTENIDOS | 40 |
| 3.1. | Observador pasivo no lineal con medición de posición de GPS | 40 |
| 3.1.1. | Resultados obtenidos con modelo 6 GDL | 41 |
| 3.1.2. | Resultados obtenidos con trama real | 44 |
| 3.2. | Observador pasivo no lineal con medición de posición y velocidad de GPS | 46 |
| 3.2.1. | Resultados obtenidos con modelo 6 GDL | 46 |
| 3.3. | Consideraciones finales del capítulo | 50 |
| 3.4. | Análisis económico | 51 |
| CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | | 53 |
| CONCLUSIONES | | 54 |
| RECOMENDACIONES | | 55 |

Índice de tablas

| <u>Tabla</u> | | <u>Página</u> |
|--|--|---------------|
| 1-1. Diferencias entre GPS e INS. | | 21 |
| 2-1. Notación utilizada para <i>AUVs</i> | | 28 |

Índice de figuras

| Figura | Página |
|--|--------|
| 1-1. Errores de los sensores inerciales. | 10 |
| 1-2. Integración Desacoplada (Uncoupled mode) | 13 |
| 1-3. Integración Débilmente Acoplada (Loosely coupled mode) | 13 |
| 1-4. Integración Fuertemente Acoplada (Tightly coupled mode) | 14 |
| 1-5. Integración GPS/INS | 21 |
| 2-1. Sistemas de coordenadas | 27 |
| 2-2. Relación espacial entre el n-frame y el b-frame | 27 |
| 2-3. Diagrama representativo del principio de integración de una <i>IMU</i> | 30 |
| 3-1. Diagrama representativo de la dinámica del observador con medición de posición | 41 |
| 3-2. Posición en X Y Z | 42 |
| 3-3. Posición en el plano de navegación | 43 |
| 3-4. Representación del error de estimación | 43 |
| 3-5. Posición en X Y Z con datos reales | 44 |
| 3-6. Posición en el plano de navegación con datos reales | 45 |
| 3-7. Representación del error de estimación real | 45 |
| 3-8. Diagrama representativo de la dinámica del observador con medición de posición y velocidad | 46 |
| 3-9. Posición en X Y Z | 48 |
| 3-10. Velocidad en X Y Z | 48 |

| | |
|--|----|
| 3-11.Posición en el plano de navegación | 49 |
| 3-12.Representación del error de estimación en posición | 50 |
| 3-13.Representación del error de estimación en velocidad | 50 |

INTRODUCCIÓN

En la actualidad el empleo de la tecnología inercial en los sistemas de navegación comerciales está siendo cada vez mayor, debido a una reducción considerable del precio de estas unidades desde hace varias décadas ([Barbour, 2004](#); [Schmidt, 2004](#)). Estos sensores inerciales integran giróscopos, acelerómetros y magnetómetros en un mismo dispositivo, lo cual nos permite contar con mediciones de aceleración lineal, velocidad angular y campo magnético. Como consecuencia de esto la utilización de la tecnología inercial aplicada a la navegación y control de los vehículos autónomos también ha ido en ascenso.

En nuestro país el Grupo de Automatización, Robótica y Percepción (GARP) de la Universidad Central "Martha Abreu" de Las Villas es uno de los pioneros en la explotación de estas tecnologías, al incluirlas en los distintos proyectos de autopilotos actualmente en desarrollo. El GARP investiga conjuntamente con otras instituciones en un vehículo aéreo y uno sumergible. La arquitectura de hardware que se emplea en cada uno de ellos es similar y se compone de sensores y unidades de cómputo de bajo costo. Para llevar a cabo la navegación inercial se utiliza una Unidad de Medición Inercial (IMU) basada en tecnología MEMS (en inglés, Micro-Machined Electromechanical Systems) ([Titterton, 2004](#)) lo cual hace más viable la aplicación económicamente, debido a que las contrapartes de estos sensores con mayores prestaciones tienen un costo hasta de 10 veces por encima. Una solución de navegación empleando solamente este sensor no es confiable, debido a que en el proceso de integración de las aceleraciones lineales y las razones de cambio angulares para obtener posición y actitud (orientación) respectivamente, es inevitable la acumulación de los errores provocados por las características inherentes a estos sensores tales como: deriva, errores de montaje y de ortogonalidad de sus ejes, variaciones de la temperatura, vibraciones, entre otros.

Muchas universidades y/o centros de investigación en todo el mundo centran sus esfuerzos en incrementar las prestaciones de la navegación inercial, para lograrlo se emplean estimadores u observadores de estados conjuntamente con mediciones de otros sensores absolutos. En este sentido se destaca el uso de observadores pasivos (Fossen, 2011; Vik, 2001, 2006) y filtros de Kalman en sus diferentes variantes (en inglés KF, Kalman Filter), (Welch, 2001), filtro basado en muestreo (en inglés UKF, Unscented Kalman Filter) entre otros; conjuntamente con mediciones de GPS, sonar, sensores de presión y demás sensores que puedan brindar mediciones redundantes (Caron, 2004, 2006; Salytcheva, 2004). Este proyecto de investigación surge de las necesidades del GARP ante los proyectos en curso, especialmente el Vehículo Sumergible Autónomo (AUV), a la vez de que se hace necesario para nuestro país dominar este tipo de tecnologías para poder contar con aplicaciones de factura nacional que minimicen los costos en concordancia con las posibilidades económicas que tenemos, además una plataforma de este tipo ofrece ventajas considerables para nuestro país por su utilización en tareas de inspección, rescate y salvamento, entre otras.

Los resultados de esta investigación poseen una aplicación práctica y teórica, de gran trascendencia para todos los especialistas, investigadores y diseñadores vinculados a los sistemas de navegación inerciales y la aplicación a vehículos autónomos. Con el objetivo de brindar una solución factible para la integración de una IMU con un receptor GPS específicamente para un AUV aunque pueda ser extensible para otros sistemas de navegación. Teniendo en cuenta lo expresado anteriormente, se establecen los siguientes objetivos para el trabajo de diploma.

0.1. Formulación de objetivos

Objetivo general

Desarrollar un algoritmo de integración de una IMU y un receptor GPS mediante un observador pasivo.

Objetivos específicos

- Identificar las principales fuentes de error que afectan a los sensores inerciales.
- Seleccionar los algoritmos óptimos para la integración de IMU's con otros sensores absolutos en aplicaciones submarinas.
- Desarrollar los procedimientos para la integración de manera modular.
- Validar los procedimientos desarrollados.

Resultados esperados

Con este proyecto se pretende brindar una solución factible para la integración de una *IMU* con un receptor *GPS* específicamente para el *AUV* de *GARP*, aunque pueda ser extensible para otros sistemas de navegación. La ejecución de este proyecto proporcionará soluciones novedosas en el ámbito nacional a problemáticas actuales vinculadas a los vehículos marinos. Con el desarrollo de este algoritmo de integración se logrará contar con datos de navegación fiables que permitan la navegación autónoma lo cual proporcionará un ahorro para el país, pues se podrán llevar a cabo misiones que en la actualidad solo pueden ser realizadas por países desarrollados dueños de esta tecnología.

0.2. Organización del informe**Estructura y contenido de la tesis**

La tesis, posterior a esta introducción, incluye tres capítulos, conclusiones, recomendaciones y referencias bibliográficas. Los contenidos de los capítulos en forma resumida son los siguientes:

CAPÍTULO 1: Se realiza un análisis crítico de la literatura especializada consultada. Se presentan los principales conceptos y definiciones de la navegación inercial, se plantean las diferentes estrategias de integración más utilizadas mundialmente en esta tecnología. Se caracterizan de forma detallada los errores más comunes existentes en los sensores inerciales y como inciden dentro de un sistema de navegación inercial, además se describen los diferentes algoritmos utilizados en la integración de una IMU y un GPS , dando de

esta forma una panorámica general de la situación del problema a resolver y proponiendo un algoritmo de integración que cumpla con los requerimientos del AUV.

CAPÍTULO 2: Se presenta en este capítulo de forma explícita la nomenclatura utilizada. Se describen los diferentes sistemas de coordenadas, así como las transformaciones que son necesarias para utilizar un único sistema de coordenadas. A su vez se expone la dinámica del sistema y la de los observadores a implementar. En ambos casos, se detallan con claridad todos sus términos. Por último se realiza una descripción del método a seguir para la sintonización de las matrices de ganancias a implementar en los observadores pasivos no lineales expuestos, garantizando una convergencia total de todos los errores.

CAPÍTULO 3: En este tercer capítulo y final se expone la implementación de las dinámicas de ambos observadores tanto para el observador pasivo no lineal para la integración de una *IMU* y un *GPS* con medición de posición, como para su variante extendida incluyendo medición de velocidad. En ambos casos, presentan los resultados obtenidos utilizando el modelo de 6 GDL y en el caso particular del observador pasivo no lineal con medición de posición, se le aplican datos reales obtenidos en un experimento real realizado al *AUV*. Mostrando resultados con errores dentro de los límites permisibles para un sistema de navegación.

Posterior a este último capítulo se incluyen las conclusiones generales del trabajo así como algunas recomendaciones.

CAPÍTULO 1

Capítulo 1

REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Introducción

En las últimas décadas los sensores inerciales han tenido un gran avance con el desarrollo de los sistemas MEMS (en inglés, Micro-Machined Electromechanical Systems). Los progresos en esta tecnología de integración nos ha permitido contar con nuevos productos, más pequeños y menos costosos. Estos presentan un bajo consumo de energía y la posibilidad de tener una medición completa de la unidad en una sola operación. Esto lo ha propiciado los avances en la miniaturización de las técnicas de ensamblaje y encapsulado, haciendo posible que en la actualidad estos sistemas son los que mejores características presentan para su utilización en los sistemas de navegación.

En el diseño de un sistema de navegación hay que tener en cuenta dos conflictos básicos: obtener una alta precisión y un bajo costo. Una solución posible para satisfacer estos dos parámetros es la implementación de un sistema de navegación integrado, en el cual se implementa la fusión de un INS (Sistema de Navegación Inercial) con otro sistema externo. La variedad de sistemas que se pueden incluir para asistir el INS es extensa, lo cual acompañado con los avances en las técnicas de procesamiento y los procesadores de alta velocidad que existen hoy en día nos da la posibilidad de implementar un sistema de navegación integrado de gran aplicación ([Salytchev, 2004](#)).

Sin embargo nuevas técnicas y tecnologías aun continúan en desarrollo, pues es necesario alcanzar una mayor precisión manteniendo una implementación de bajo costo pero de gran fiabilidad ([Titterton, 2004](#)).

1.1. Navegación Inercial

La Navegación Inercial se basa en las leyes de la mecánica clásica formulada por Newton que plantea que (...) *si sobre un cuerpo actúa una fuerza resultante no nula, adquiere una aceleración proporcional al módulo de dicha fuerza y en la misma dirección que ella*(...) (Beer, 1970), siendo de esta forma la navegación inercial el proceso mediante el cual con las mediciones obtenidas por giróscopos y acelerómetros se obtiene una estimación de la posición, velocidad, y variación de actitud del vehículo en el que se encuentran los sensores, dados en el sistema de referencia de dicho cuerpo (Titterton, 2004).

1.2. Sistemas de Navegación Inercial(INS)

Los sistemas de navegación son usados en vehículos tanto de tierra, mar, aire como espaciales. Este sistema le proporciona al operador o sistema de control la información necesaria para llevar a cabo una acción en respuesta a los datos proporcionados (Titterton, 2004).

Un Sistema de Navegación Inercial (*INS*) está compuesto por una Unidad de Medición Inercial (*IMU*) que contiene tres acelerómetros y tres giroscopios uno por cada eje montados en una base común, manteniendo la ortogonalidad entre los ejes; que miden la variación de rotación (giróscopos) y la aceleración (acelerómetros). Lo conforma además la computadora de navegación, la cual es la encargada de calcular el efecto de la gravedad y corrige los biases y drifts de los acelerómetros de la *IMU*. Esta a su vez, debe integrar doblemente los valores de la aceleración para obtener la posición estimada; dando una solución completa del estado del mismo (Mohinder, 2007).

Existen diferentes diseños de INS y se clasifican en los sistemas de plataforma estabilizada (Gimbals) y los de plataforma fija (Strapdown) cada uno de ellos con sus propias características en cuanto a rendimiento y precisión los cuales se explicarán más adelante.

1.2.1. Sensores inerciales

En la actualidad podemos encontrar una gran variedad de diseños de giróscopos y acelerómetros que utilizan diferentes tecnologías, a continuación se enuncian algunas de

estas implementaciones:

Giróscopos

- De efecto Coriolis
- De efecto vibratorio
- De fibra óptica
- De Laser
- Electrostáticos
- Magnéticos

Acelerómetros

- De péndulo oscilante
- De estrangulación
- De balance de fuerzas
- De efecto vibratorio
- De fibra óptica

Para una consulta más detallada ver ([Mohinder, 2007](#)) tabla 6.2

1.2.2. Sistemas de plataforma

Plataforma estabilizada (Gimbals)

Estos fueron los primeros INS que existieron aproximadamente desde los años 50 sus primeros usos fueron en aplicaciones militares. Se compone de una plataforma rígida en la que van montados los sensores y esta se encuentra suspendida en un armazón externo compuesto por elementos aislantes pivotes y aros estabilizadores que le permite mantenerse en todo momento estabilizada e impidiendo que esta se mueva en alguna dirección. Este sistema se basa en el principio de que los ejes de orientación de los sensores utilizados se mantengan siempre alineados con el sistema de referencia del cuerpo en el que se encuentra instalado([Mohinder, 2007](#)), ofreciéndonos de esta forma una simplicidad de cálculos y transformaciones necesarias para ir de un sistema de referencia a otro ya que esta ofrece una salida de datos ya dada en el sistema de referencia de navegación. A su vez presenta

problemas de desgastes mecánicos y desajuste dada la fricción en sus ejes y partes lo cual requiere de una certificación regular por instituciones y personal calificado así como una alta exigencia en calidad de componentes y partes utilizadas teniendo un alto costo.

Plataforma fija (Strapdown)

Este tipo de plataforma no usa ningún aditamento para el aislamiento rotacional ya que los sensores inerciales se encuentran sujetos a su estructura, por lo que experimentan los mismos cambios, midiendo las velocidades angulares y fuerzas proyectadas por el movimiento. Estas mediciones están referenciadas en los ejes de referencia del vehículo. El beneficio potencial de esta plataforma comparada con su equivalente es la reducción de los costos, la reducción de su tamaño así como su gran fiabilidad. Sin embargo requiere de un incremento considerable de las operaciones de cálculo de la computadora de navegación pues para obtener la solución final es necesario calcular la actitud del vehículo al marco de navegación ya que este lo da en el marco del cuerpo del vehículo ([Titterton, 2004](#)).

1.2.3. Errores comunes de los sensores inerciales

Los sensores inerciales contienen componentes de error los cuales tienen una incidencia directa sobre la calidad del sistema de navegación creando un error al calcular los parámetros de posición, velocidad y actitud del vehículo. Todos los sensores inerciales presentan errores, los cuales son más acentuados en las *IMUs* de bajo costo, lo que provoca una representación errónea de la posición estimada. La mayor desventaja de un INS es que los errores tienden a crecer rápidamente en el tiempo. Estos errores son provocados por diferentes razones; desconocimiento de las condiciones iniciales, errores de procesamiento y otros generados por los giróscopos y acelerómetros ([Abdel-Hamid, 2005](#); [Eren, 2000](#); [Mohinder, 2007](#)). Los errores más comunes son:

- **Errores de montaje del sistema:** Provocados por desalineamiento, mal montaje y no-ortogonalidades.

- **Errores de escala:** El error de escala es acumulativo. Para minimizarlo se utiliza un factor de escala. El factor de escala es la relación proporcional entre los cambios de la señal de entrada y salida.
- **Errores compuestos por no linealidades:** Está presente en la mayoría de los sensores. Los términos que relacionan las señales de salida con las de entradas contienen términos de segundo orden o mayor.
- **Bias y Drift:** Es la existencia de un valor en la salida a pesar de ser nula la entrada o no estar excitados los sensores. Este tipo de error es el que mayor influencia negativa ejerce tanto en los acelerómetros como en los giróscopos.
- **Errores o caminos aleatorios (en inglés, Random walk errors):** Es un error de comportamiento aleatorio ya que hace cambiar la salida debido a cambios internos de los sensores. Pueden estar relacionados con los cambios de temperatura, desgastes, etc.
- **Banda muerta, umbral, resolución, e histéresis:** Estos errores son inherentes al funcionamiento de acelerómetros y giróscopos y se relacionan con la magnitud de la entrada a aplicar para lograr cambios en la señal de salida.
- **Errores de cuantización:** Son inherentes a todos los sistemas digitalizados al discretizar las señales analógicas de los sensores.

En los INS de bajo costo los errores presentes deben ser controlados frecuentemente, ya que estos también se pueden clasificar dentro de dos categorías, según su espectro de frecuencia en errores a largo plazo y los errores a corto plazo como se muestra en la figura 1-1.

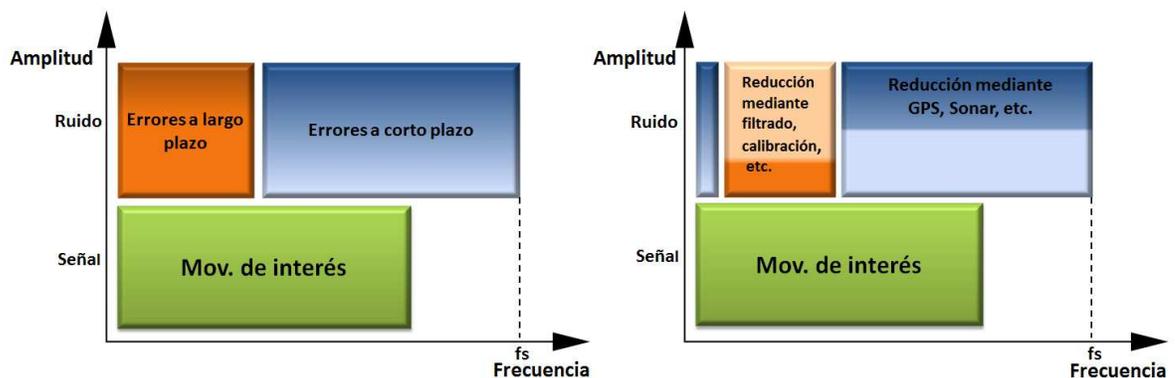


Figura 1-1: Errores de los sensores inerciales.

1.2.4. Ventajas y desventajas de los INS

El empleo de un INS es de hecho muy provechoso ya que este está sujeto al vehículo (strapdown) y es apropiado para los sistemas integrados de navegación, guiado y control del vehículo en el cual se encuentra instalado. La *IMU* nos permite tener una medición constante de los parámetros de navegación (posición, velocidad y actitud) proporcionando las siguientes ventajas ([Mohinder, 2007](#)):

- Se logra una verdadera autonomía ya que no se necesita de sensores externos adicionales.
- No se ve comprometido por malas condiciones de visibilidad dándole la ventaja de operar en túneles y medios subacuáticos.
- Es intrínsecamente sigiloso ya que no emite ni recibe ningún tipo de señal por lo que no requiere de aditamentos externos.

Sin embargo las variadas fuentes de error presentes en los sensores inerciales afectan de una manera directa al *INS* provocando la presencia de un factor de error en el sistema. El modelo del error presente en un *INS* puede ser dividido en dos términos:

1. ***Estacionarios***: El componente estacionario está definido principalmente por los drifts presentes en los giróscopos y acelerómetros
2. ***No Estacionarios***: El componente no estacionario depende de la dinámica del vehículo y está caracterizada en su mayoría por el factor de escala de los acelerómetros y problemas de alineación y calibración. En adición a un componente variable de bias o drift (que es el que cambia cada vez que se enciende la IMU).

Estos componentes de error hacen que la solución de navegación se degrade rápidamente en el tiempo. La razón de que estos se incrementen es el hecho de que los parámetros de navegación obtenidos por un INS surgen de la integración continua de las mediciones tomadas por acelerómetros y giróscopos de velocidad lineal y angular, por lo que con el tiempo en períodos largos de trayectoria los errores son cada vez mayores no siendo precisos los datos obtenidos por el INS y limitando su uso a trayectorias cortas, donde presenta su

mayor fiabilidad. Esto es provocado por la característica de algunos de los factores de error que no son predecibles o casi imposibles de estimar. Ver tabla 1-1 (Hjortsmarker, 2005).

1.3. Estrategias de integración

El desempeño de un INS está caracterizado por los componentes de error presentes en el sistema los cuales crecen en largos períodos de operación (trayectorias largas) degradando totalmente la medición. Con el objetivo de eliminar el error acumulativo que genera el INS y de realizar correcciones en sus cálculos se requieren de la adición de otras mediciones de sensores absolutos mediante técnicas de integración y algoritmos especiales como son el Filtro de Kalman en sus distintas variantes y la utilización de observadores pasivos (Salytcheva, 2004). Una selección cuidadosa es fundamental para no aumentar el costo del sistema manteniendo la precisión y la fiabilidad. El grado de complejidad de la integración está reflejada en los requerimientos del sistema y el monto a invertir con el objetivo de suplir estos (Salytcheva, 2004).

Configuraciones según su mecanización

Las estrategias de integración sensorial de los sistemas de navegación se clasifica de acuerdo a la mecanización y a la arquitectura a través de la cual se fusiona la información de los sensores inerciales y las otras fuentes en: desacopladas (uncoupled mode); débilmente acoplada (loosely coupled mode) y fuertemente acoplada (tightly coupled mode)(Salytcheva, 2004; Titterton, 2004).

Integración desacoplada (Uncoupled mode)

En esta arquitectura los datos de la *IMU* (INS) y las otras fuentes son procesados de forma independiente, no hay una influencia de uno sobre el otro. La información adicional se emplea para reiniciar constantemente las salidas del bloque INS evitando que su error aumente en caso de que las mismas se necesiten en ausencia temporal de las fuentes externas de medición. Este método es de procesamiento descentralizado como se muestra en la figura 1-2 (Hjortsmarker, 2005; Salytcheva, 2004; Titterton, 2004; Zhang, 2003).

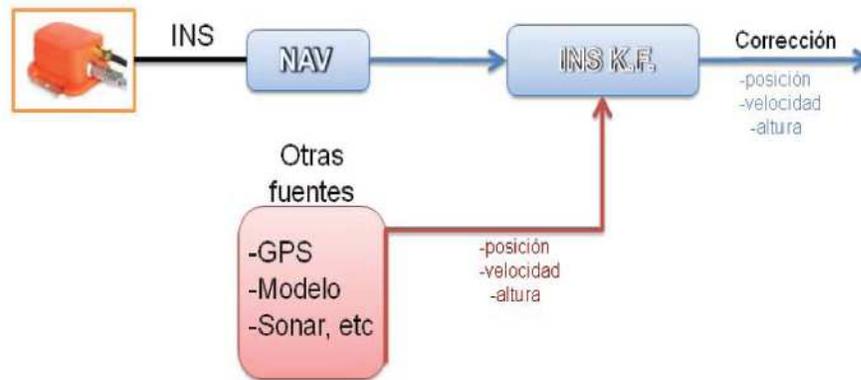


Figura 1-2: Integración Desacoplada (Uncoupled mode)

Integración débilmente acoplada (Loosely coupled mode)

El algoritmo de integración loosely coupled es una de los más comúnmente utilizados en muchas aplicaciones, en esta variante se realizan constantemente estimaciones de los errores sistemáticos de la *IMU* mediante observaciones externas que se obtienen de los datos pre-procesados de las otras mediciones haciendo uso de un lazo de retroalimentación donde los efectos de los bias y drifts de los sensores inerciales disminuyen significativamente (Zhang, 2003). Esta arquitectura se muestra en la figura 1-3. La misma se implementa mediante algoritmos de estimación óptima como el filtro de Kalman (Rogers, 2003) para limitar los errores de la solución inercial. En caso de que las mediciones externas no estén disponibles se puede estimar los errores mediante la información anterior acumulada y compensando de esta manera la salida del bloque INS. Esta estrategia presenta una im-

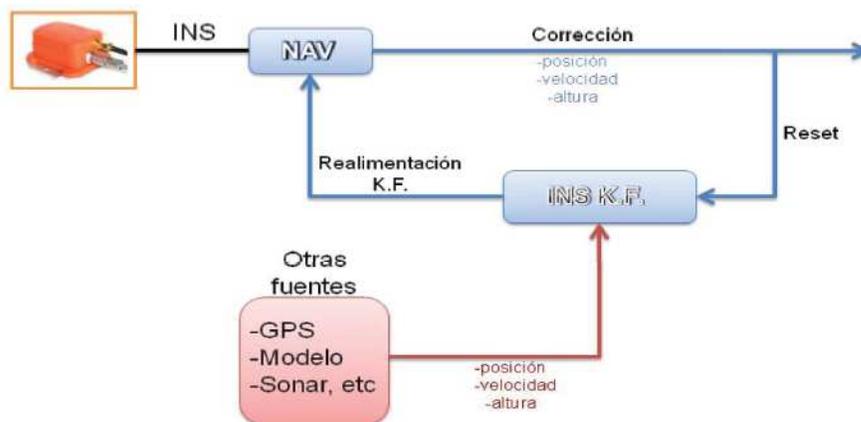


Figura 1-3: Integración Débilmente Acoplada (Loosely coupled mode)

plementación computacional simple además de una gran flexibilidad y universalidad para

diferentes tipos de INS y fuentes externas de medición (Salytcheva, 2004). Este método es de procesamiento descentralizado.

Integración fuertemente acoplada (Tightly coupled mode)

El algoritmo de integración fuertemente acoplado (Tightly coupled mode) usa un solo filtro EKF centralizado para procesar la solución de navegación (Kwakkel, 2009) en esta arquitectura se combinan los datos de los diferentes sistemas INS y absolutas para obtener una información de navegación final entre todas las fuentes presentes de la manera como se muestra en la figura 1-4. Esta configuración generalmente ofrece mejores resultados, mejorando la precisión con respecto a las anteriores. Tiene la ventaja de brindar mejores estimados al limitar los errores en las fuentes involucradas en el sistema (ej. INS). Por otra parte requiere un mayor nivel de cálculo y acceso constante a los datos de los sensores, lo cual puede resultar complicado cuando se mezclan fuentes de distintas características de muestreo. Esta arquitectura no es inmune a los errores, por el contrario los errores crecientes de los sensores inerciales afectan la solución final, al igual que los errores en las mediciones absolutas (Li, 2006), La última estrategia de integración solo es adoptada

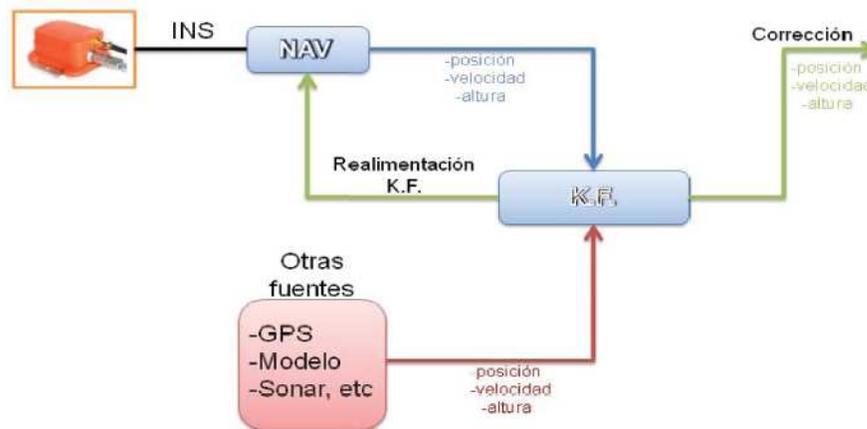


Figura 1-4: Integración Fuertemente Acoplada (Tightly coupled mode)

en la actualidad por los fabricantes de hardware o compañías que tienen considerables recursos destinados a la investigación de los sistemas de navegación. La misma requiere de la realización de actualizaciones en el firmware de los dispositivos. Debido a estas características, no constituye en estos momentos una posibilidad de implementación para nuestras aplicaciones.

Arquitectura de integración centralizadas y descentralizadas

Existen dos categorías básicas para el procesamiento de algoritmos: centralizado y descentralizado. El centralizado es usualmente asociado con los sistemas de integración fuertemente Acoplado (Tightly coupled mode), donde los datos de los sensores son combinados usando un procesador central (ej. un Filtro Kalman) para obtener una solución integrada de navegación con los dos sistemas (ej. INS, Medición Externa). En este sistema centralizado las diferencias existentes entre los dos sistemas (ej. tiempo de muestreo en el INS 100HZ) quedan incluidas dentro del filtro.

El procesamiento descentralizado está asociado a los sistemas de integración uncoupled y loosely coupled los cuales se caracterizan por un procesamiento secuencial donde los filtros individuales de ambos instrumentos proveen una solución la cual es combinada a la salida del sistema o en un filtro común definido como procesador central, algunas variantes de esta arquitectura de integración son en cascada o lazo cerrado ([Salytcheva, 2004](#)).

En solo ciertos casos en sistema con detección de fallas y con capacidades de corrección la relativa simplicidad computacional hace que la integración descentralizada sea más favorable. La centralizada provee la mejor solución de navegación al implementar un único filtro robusto K.F (Filtro de Kalman) donde el vector de estimación de estados puede ser implementado tanto en lazo abierto como cerrado, sea así o no la estimación del error en lazo cerrado rectifica la medición ([Abdel-Hamid, 2005](#)).

1.4. Otras fuentes de información utilizadas en los Sistemas de Navegación

En cuanto a fuentes de información nos referimos a los instrumentos, sensores o modelos que nos brindan una medición absoluta o relativa de una magnitud física con el objetivo de emplear una fuente adicional externa de información para asistir al *INS* y aumentar de este modo la fiabilidad de la información de navegación.

Debido a que las unidades de medidas inerciales *IMUs* presentan imprecisiones de los sensores, causan una degradación del posicionamiento inercial. Por lo tanto, es necesario proporcionar actualizaciones regulares para limitar el error a un nivel aceptable.

Para la integración sensorial de los sistemas de navegación en la cual se fusiona la información de los sensores inerciales y absolutos se emplean diferentes estrategias teniendo en cuenta la mecanización y arquitectura a emplear así como haciendo uso de diferentes algoritmos de integración entre los que podemos citar para estos fines el Filtro de Kalman tanto en sus versiones básica como extendida y observadores pasivos. Estas dos fuentes de información independiente deben presentar características complementarias donde una provee datos con gran precisión a corto plazo mientras que el segundo a largo plazo, mejorando el rendimiento y la calidad del *INS* al proporcionar estabilidad en los datos de navegación ([Titterton, 2004](#)).

Mantener un bajo costo de implementación así como la fiabilidad y precisión del sistema depende de la cuidadosa selección de estos sensores.

En términos generales las fuentes de información adicionales pueden clasificarse en dos categorías:

1. **Mediciones externas:** Mediciones obtenidas al recibir señales externas con datos de navegación. Estas pueden ser:

- Sistemas de posicionamiento basados en satélites: *GPS*, *GLONASS* y *Galileo*.
- Bases de Radar en tierra

Debido a la existencia de diferentes sistemas basados en satélites su utilización en los sistemas de navegación varía dependiendo del receptor que este disponible para la aplicación.

2. **Mediciones internas (On-board):** Son mediciones tomadas por diferentes tipos de sensores sujetos al vehículo o modelos implementados en el hardware a bordo. Estas pueden ser provistas por:

- Sensores de presión: Altímetro
- Sensores de velocidad: Doppler
- Sensores magnéticos: Sonar
- Sensores odométricos: Encoder

- Modelo dinámico: De hasta 6 grados de libertad en algunas ocasiones.

Para una consulta más ampliada ver (Rogers, 2003; Titterton, 2004). A pesar de que existen diversas fuentes de información externas que se pueden utilizar para fusionar con el bloque INS, para el caso particular de esta tesis se utilizara el sistema de posicionamiento global *GPS*.

1.5. Generalidades del Sistema de Posicionamiento Global (GPS)

El Sistema de Posicionamiento Global (*GPS*) es un sistema de navegación basado en satélites desarrollado por el Departamento de Defensa de *EEUU* bajo el programa *NAVSTAR* (*Navigation Satellite for Timing and Ranging*), el cual suministra información precisa a un número ilimitado de usuarios debidamente equipados tanto en tierra, mar o aire. En las últimas décadas el avance tecnológico ha contribuido a que el Sistema de Posicionamiento Global (*GPS*) se encuentre al alcance de la comunidad mundial, gracias a su precisión y fiabilidad y a pesar de los inconvenientes que este sistema presenta se ha empleado como un medio externo de medición absoluta para asistir a los sistemas de navegación inercial. En el presente trabajo de diploma el *GPS* constituirá la medición absoluta a utilizar para asistir al *INS*.

1.5.1. Principio de funcionamiento

El objetivo básico del sistema es determinar la posición de un receptor referido a un sistema global, mediante la medición de distancias entre los satélites y el receptor. La medición de distancias se basa en determinar el tiempo empleado por la señal transmitida por los satélites en llegar al receptor del usuario, y este intervalo de tiempo es multiplicado por la velocidad de la luz para obtener la distancia satélite receptor (Conejeros, 2004). Para esto es necesario tener una visión directa con tres o más satélites del sistema GPS (Eren, 2000; Navstar, 1996).

1.5.2. Configuración del sistema

El Sistema de Posicionamiento Global se compone de 3 segmentos:

- Segmento Espacial: Compuesto por la constelación de satélites ([Mohinder, 2007](#)).
- Segmento de Control: Estas estaciones controlan el estado y posición de los satélites
- Segmento de Usuarios: Formado por los receptores

1.5.3. Errores presentes en el Sistema de Posicionamiento Global GPS

Las principales fuentes de error que afectan a los observables son ([Conejeros, 2004](#)):

- **Errores Orbitales:** Provocados por la variación lenta de la posición de los satélites.
- **Retardo Ionósferico:** La ionosfera es una capa de partículas cargadas eléctricamente que cubre a la tierra entre aproximadamente 130 y 190 km sobre la superficie. Al desplazarse las señales de radiofrecuencia a través de la ionosfera, se hacen más lentas en una magnitud que varía dependiendo de la hora del día, la actividad solar y otros factores.
- **Troposféricos:** Lo generan los fenómenos meteorológicos y están presentes diversos parámetros atmosféricos como son: el vapor de agua, gases secos, temperatura y presión. Estas hacen más lentas a las señales de radiofrecuencia y reduce la exactitud del sistema.
- **Disponibilidad Selectiva:** Es una manipulación y/o alteración de la información que se le aplica a los satélites de forma intencional por parte del Departamento de Defensa de los EE.UU., con el objeto de negar los beneficios de la exactitud del sistema *GPS* en situaciones bélicas, lo cual produce errores que bordean los 100 m.
- **Error del Receptor:** Estos errores pueden ser causados por el ruido térmico, la precisión del software, y el error de vías entre canales de recepción.
- **Dilución de Precisión (DOP):** La geometría posicional de los satélites que se están utilizando para determinar la ubicación del receptor influyen en la exactitud de los cálculos de la posición. Existe un parámetro para determinar si la geometría satelital es óptima o no, el cual se denomina DOP (dilución de la precisión) y lo calcula el receptor. Se recomienda que este parámetro presente un valor menor a 4, para así obtener una mejor precisión en la posición ([Navstar, 1996](#)).

- **Error de Multitrayectoria de Señales:** Ocurren cuando la señal no es recibida directamente desde el satélite sino desde las superficies cercanas a la antena del receptor debido a la reflexión de la señal.

1.5.4. Métodos y técnicas de medición

Para minimizar estos errores, se han desarrollado distintos métodos de medición; Posicionamiento Autónomo y Posicionamiento Diferencial, siendo este último el más utilizado (Conejeros, 2004).

Posicionamiento autónomo

Es el método básico de medición y consiste en utilizar sólo un receptor, el cual cuando capte una cantidad suficiente de satélites entregara en pantalla la posición en que se encuentra el receptor. Cualquier equipo *GPS* tiene la capacidad de ser utilizado en este método, pero tiene la desventaja de que está sujeto a las distintas fuentes de error con lo cual sus precisiones actualmente bordean los 10 metros.

Posicionamiento diferencial

El método fue desarrollado para suplir las necesidades de las aplicaciones que requieren de una alta precisión donde se obtienen precisiones de alrededor de 3 m. Consiste en utilizar al menos dos equipos en forma simultanea, uno es la base ubicado en un punto con coordenadas conocidas, registrando constantemente las señales de los satélites para determinar el error entre la verdadera pseudodistancia al satélite y el valor observado en el momento de la medición, enviando constantemente las correcciones diferenciales mediante radios, que utilizadas en configuraciones de: potencia, frecuencia y velocidad de transmisión ideales, permiten alcanzar distancias de hasta 500 km. Los demás son los equipos móviles, los cuales capturan la información de los puntos y la corrigen de acuerdo a las indicaciones de la base. Es aplicado en navegación y aplicaciones cartográficas (Mohinder, 2007; Navstar, 1996).

1.5.5. Ventajas y desventajas del sistema GPS

Ventajas

- Adiciona mayor funcionalidad con el mismo equipamiento existente
- No presenta un aumento considerable de costo
- No produce incremento de peso
- No contiene partes móviles
- Provee de una medición absoluta
- El error puede ser delimitado

Desventajas

- No tiene una una alta precisión
- Baja frecuencia de muestreo (5-10 Hz)
- Requiere de visión directa con los satélites.
- Sensible a interferencia

Ver tabla 1-1 ([Hjortsmarker, 2005](#); [Tsai, 2004](#)).

1.6. Complementariedad de GPS-INS

La precisión en la navegación con el sistema de posicionamiento global *GPS* ha progresado y ha ido en ascenso, encontrándose en el rango de metros a centímetros, dependiendo del tipo de observaciones y métodos utilizados para su procesamiento. Por su parte, las unidades de medición inerciales *IMUs* son instrumentos completamente autónomos, pero las imprecisiones de los sensores causan una degradación del posicionamiento puramente inercial. Por lo tanto, es necesario proporcionar actualizaciones regulares para limitar el error, integrando ambos sensores mediante un algoritmo podemos obtener un buen resultado y reducir de esta forma los problemas de ambos sensores ([Ramírez, 2007](#)).

Tanto el *GPS* como el *INS* se complementan uno al otro, como se puede ver en los datos mostrados en la tabla 1-1 ([Tsai, 2004](#)), el *INS* necesita de la estabilidad a largo plazo del *GPS*, el cual usando la diferencia de las mediciones le permite estimar el error del *INS* y los datos pueden ser rectificadas y contenido el error, por otra parte el *INS* le provee

datos con gran precisión a corto plazo substituyendo al *GPS* durante el tiempo en que la señal de este no está disponible o degradada, ver figura 1-5 (Hjortsmarker, 2005), como se puede observar en la figura en el estado 2 donde solo opera la solución inercial, el error aumenta considerablemente; en el estado 3 se trabaja con los dos sistemas obteniéndose un comportamiento admisible, pudiéndose observar que en 4 el error crece en la ausencia de la señal de *GPS* sin embargo este es menor que en el estado 2 por contar con estrategias y algoritmos de integración que le permiten delimitar el error del INS en ausencia de la señal, logrando un restablecimiento de la solución inercial al estar disponible la señal de *GPS*.

Estas dos fuentes de información presentan características complementarias y su integración representa la mejor opción para incrementar la disponibilidad, estabilidad y precisión en los datos del sistema de navegación mejorando el rendimiento y la calidad de la solución final.(Abdel-Hamid, 2005; Tsai, 2004).

Tabla 1-1: Diferencias entre GPS e INS.

| | <i>GPS</i> | <i>INS</i> |
|------------------------|---|------------------------------|
| Principio de Medición | Distancia a partir de la demora de la señal | Aceleraciones Inerciales |
| Variable de Salida | Posición,Tiempo | Orientación ángulo,velocidad |
| Errores a largo plazo | Bajo | Alto |
| Errores a corto plazo | Alto | Bajo |
| Frecuencia de Muestreo | Bajo(5 Hz) | Alto(100 Hz) |
| Error | Pueden ser delimitados | Aumentan en largos periodos |

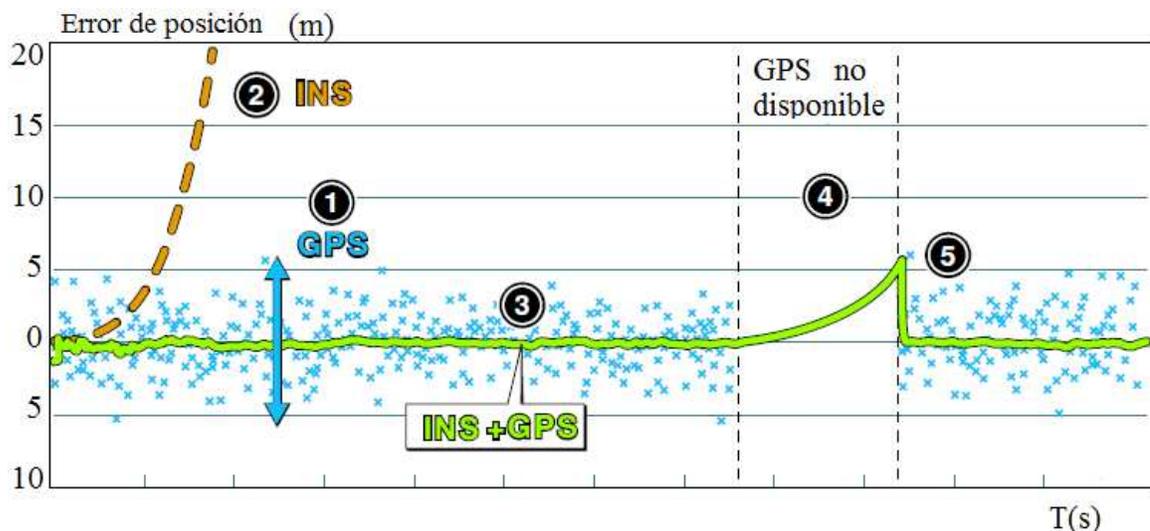


Figura 1-5: Integración GPS/INS

1.7. Limitaciones de la integración de INS-GPS usando Filtro Kalman (KF)

Gran cantidad de instituciones han dedicado y centran sus esfuerzos en la investigación del tema. Sin embargo la integración de INS/GPS utilizando un filtro Kalman presenta una serie de limitaciones ([Bruton, 1999](#); [Chiang, March 2003](#); [Fossen, 2011](#)):

- Presenta altos requerimientos computacionales.
- Es necesaria linealización de los modelos y la utilización de las ecuaciones de Riccati para la sintonización de las ganancias.
- Puede conducir a la compensación del error inercial dentro de un limitado ancho de banda que depende de la dinámica del vehículo, la precisión de los sensores inerciales y a la velocidad de actualización.
- Solo opera bajo ciertos modelos predefinidos y las salidas de los sensores se ajustan a estos modelos.

De hecho es muy difícil establecer un modelo estocástico preciso para cada sensor inercial (giróscopos y acelerómetros), en todos los casos esto funciona eficientemente y su influencia es reflejada en los términos de error a largo plazo de estos sensores ([Hide, 2002](#)). Sin embargo si las *IMUs* empleadas son de bajo costo o contienen tecnología MEMS la situación empeora dado que estos presentan drift altos y variables y son extremadamente complicados de modelar.

- Es necesaria la obtención de un gran número de parámetros mediante pruebas experimentales ya que se necesita información estadística precisa acerca de la varianza de los modelos (parámetros que en la mayoría de los casos son muy difíciles de determinar).

Esto puede impedir que este algoritmo de integración presente un funcionamiento correcto principalmente cuando la señal del *GPS* no está disponible. Por tanto el rendimiento de un sistema integrado INS/GPS de bajo costo se degrada considerablemente durante el tiempo en que la señal de *GPS* no está disponible, por lo que es necesaria la aplicación de otro algoritmo que sea capaz de proveer una estimación de posición y velocidad más fiable en situaciones donde la señal de *GPS* no está accesible ([Abdel-Hamid, 2005](#)).

1.8. Consideraciones finales del capítulo

La utilización de un Filtro de Kalman como filtro de navegación, debido a la facilidad que presenta para integrar sensores con razones de muestreo distintos se ha generalizado. En la actualidad podemos encontrar un sin número de publicaciones científicas abordando el tema ([Caron, 2004, 2006](#); [Gonzalo, 2009](#); [Rogers, 2003](#)), así como su implementación en sistemas de navegación tanto en vehículos de tierra, mar o aire como espaciales ([Abdel-Hamid, 2005](#); [Kwakkel, 2009](#); [Salytcheva, 2004](#); [Viertler, 2009](#)).

Con el objetivo de resolver las limitaciones y problemas en la integración de un INS/GPS y siendo el propósito de esta tesis se plantea la implementación de observadores pasivos no lineales, los cuales se usan con el objetivo de resolver las dinámicas no lineales y obtener diseños simples sin la necesidad de determinar mediante pruebas experimentales un gran número de parámetros. Además su implementación en sistemas de bajo costo puede resultar tan eficiente como un KF ([Vik, 2006](#)). Es una alternativa robusta del bien conocido EKF para el cual solo una estabilidad local puede ser garantizada. Los observadores pasivos no lineales garantizan una convergencia total de todos los errores estimados a cero (incluyendo los términos de los bias). Se logra evitar las ecuaciones de Riccati y la linealización de los modelos. De ahí que un solo grupo de ganancias son necesarias para cubrir todo el espacio estado ([Fossen, 2011](#); [Vik, 2001](#)).

CAPÍTULO 2

Capítulo 2

DISEÑO DEL OBSERVADOR

Introducción

Con el objetivo de resolver las dinámicas no lineales y obtener diseños más simples sin la necesidad de determinar mediante pruebas experimentales un gran número de parámetros, en los años 90 se dan los primeros pasos en la investigación de observadores pasivos no lineales, los cuales han simplificado significativamente las técnicas de diseño reduciendo los parámetros a sintonizar. Estos han propiciado la vía para el diseño de nuevos controladores más aceptados a la realidad de las actuales estructuras que presentan los sistemas físicos.

Por lo indispensable que resulta referir las medidas al mismo marco de referencia para poder computar toda la información, en el presente capítulo se describen los diferentes sistemas de coordenadas, se plantean que transformaciones son necesarias para utilizar un único sistema de coordenadas y a su vez se expone de forma explícita la nomenclatura utilizada. Se presenta la dinámica del sistema y la de los observadores a implementar, tanto para el observador pasivo no lineal para la integración de una *IMU* y un *GPS* con medición de posición, como para su variante extendida incluyendo medición de velocidad. En ambos casos, se detallan con claridad todos sus términos y las restricciones necesarias a tomar para la implementación del mismo.

Por último se procede a la descripción del procedimiento a seguir para lograr una sintonización adecuada de las matrices de ganancias a implementar en los observadores pasivos no lineales expuestos, ya que la obtención de un solo grupo de ganancias garantizan una convergencia total de todos los errores estimados (incluyendo los términos de los bias), proporcionando una estabilidad global al sistema (en inglés *GES*).

2.1. Sistemas de coordenadas

Es imprescindible para cualquier aplicación de navegación tener correctamente establecidos los sistemas de referencia. Como sistemas de referencia llamamos a los ejes coordenados en los que las variables relativas al movimiento toman sentido físico. Existen varios y únicamente difieren en el origen de coordenadas, la orientación de sus ejes y el movimiento relativo entre sus planos, estos son ortogonales y cartesianos (Mohinder, 2007). La utilización eficiente de un sistema u otro depende del tipo de aplicación y el movimiento que se vaya a trabajar (Shin, 2005). A continuación se definen los más utilizados para la navegación (Mohinder, 2007; Titterton, 2004):

Sistema de coordenadas Inercial i-frame

- **i-frame:** Con origen en el centro de masa de la Tierra, eje Z coincidente con el eje de rotación de la misma, X hacia el Equinoccio Vernal, e Y ortogonalmente hacia la izquierda. Este sistema idealmente no se mueve ni rota respecto a ningún otro, ya que el propósito es que al referir el movimiento hacia el mismo, se cumplan las leyes de la Mecánica Clásica.

Sistema de coordenadas geocéntrico e-frame (en inglés, ECEF)

- **e-frame:** Tiene su origen en el centro de masa de la Tierra y sus ejes rotan con ella, eje Z coincidente con el eje de rotación de la misma a lo largo del eje polar, X hacia el meridiano de Greenwich, y el eje Y 90° hacia el Este ortogonalmente.

Sistema de coordenadas de navegación n-frame

- **n-frame:** Con origen en un punto del plano tangente al elipsoide terrestre. Típicamente el eje X apunta en dirección hacia el Norte, el eje Y hacia el Este y el eje Z al centro de la Tierra, aunque debe ser especificado. También se le conoce como *NED* (North, East, Down) ya que sus ejes apuntan a estas direcciones.

En la figura 2-1 se pueden ver cada uno de estos sistemas para una mejor interpretación de los mismos.

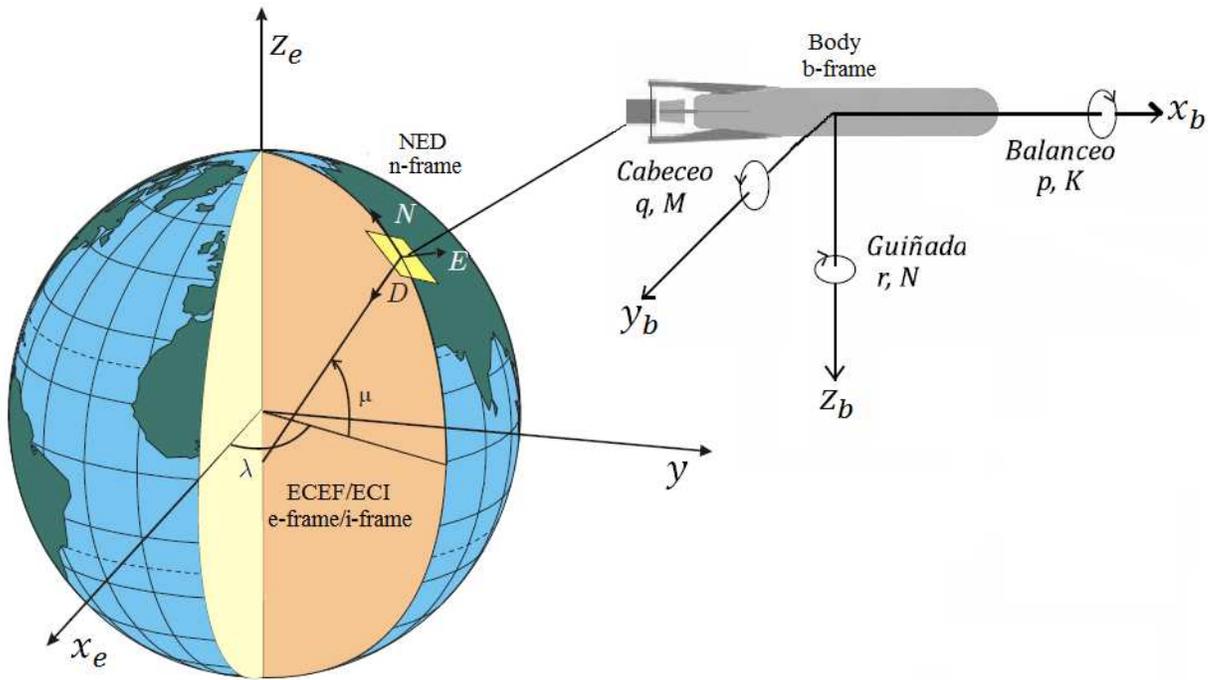


Figura 2-1: Sistemas de coordenadas

Sistema de coordenadas del cuerpo (body) b-frame

- **b-frame:** Tiene su origen en el centro de masa del vehículo. Típicamente usado en plataformas fijas, es decir, cuando los sensores se encuentran ubicados en el centro de masa del vehículo o cercano al mismo y sus ejes se mueven con él. El mismo esta alineado con los ángulos que denotan la actitud: alabeo, cabeceo y guiñada (ϕ, θ, ψ), formando un tirabuzón ortogonal (adelante, derecha, abajo). En la figura 2-2, se puede observar la relación espacial entre el n-frame y el b-frame (Fossen, 2002).

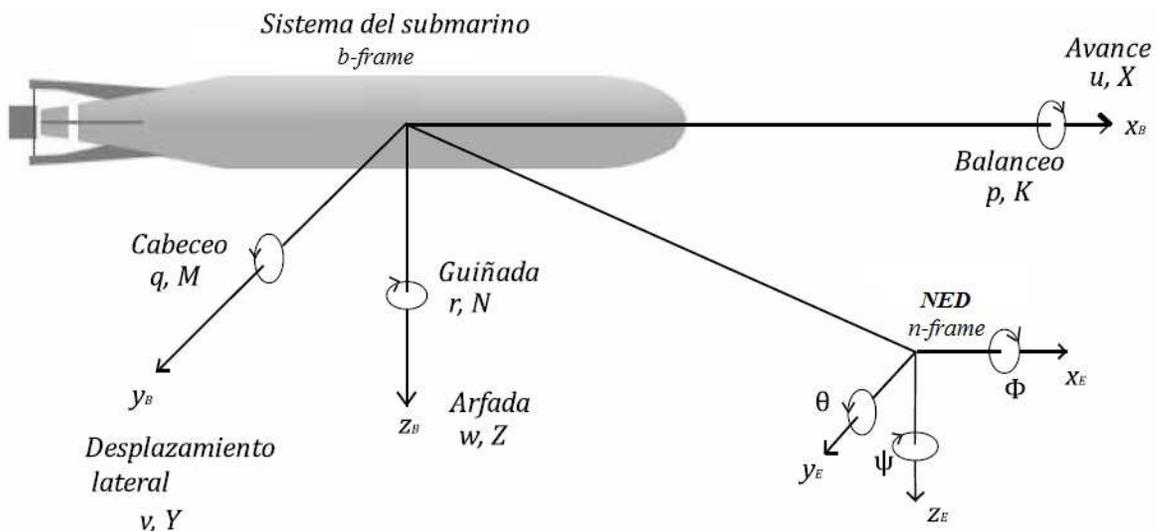


Figura 2-2: Relación espacial entre el n-frame y el b-frame

La Tabla 2–1 muestra la nomenclatura que describe los movimientos, las fuerzas y los momentos que actúan sobre el AUV (SNAME, 1950).

Tabla 2–1: Notación utilizada para AUVs.

| GDL | Traslación | Fuerza | Velocidad lineal | Posición |
|-----|------------------------|---------|-------------------|----------------|
| 1 | Avance | X | u | x |
| 2 | Desplazamiento lateral | Y | v | y |
| 3 | Arfada | Z | w | z |
| | Rotación | Momento | Velocidad angular | Ángulo |
| 4 | Balanceo | K | p | ϕ Roll |
| 5 | Cabeceo | M | q | θ Pitch |
| 6 | Guiñada | N | r | ψ Yaw |

2.1.1. Relaciones entre los sistemas de coordenadas

Una vez definidos los sistemas de coordenadas, se hace necesaria la utilización de algún tipo de algoritmo para realizar la proyección de vectores de un sistema a otro dependiendo del sistema de referencia escogido. Con este fin es necesaria la Matriz de rotación R_b^a (Fossen, 2002, 2011), que relaciona ambos sistemas, se pueden emplear tanto los ángulos de Euler; Alabeo ϕ , Cabeceo θ y Guiñado ψ como los cuaternios $q1, q2, q3, q4$. En la navegación, es común el uso de subíndices para denotar la fuente y la referencia de la transformación, así como superíndices para denotar el sistema de referencia donde se proyecta el vector.

Cambio de e-frame a n-frame mediante los ángulos de Euler

En la ecuación 2.1 se presenta la matrix de rotación entre e-frame y n-frame la cual se obtiene resultado de dos rotaciones principales sucesivas: una rotación del ángulo λ alrededor del eje Z y la otra del ángulo μ alrededor del eje Y . Definiéndose λ y μ como la longitud y la latitud de cualquier punto en la superficie terrestre respectivamente.

$$R_n^e(\Theta_{en}) = \begin{pmatrix} -\cos \lambda \sin \mu & -\sin \lambda & -\cos \lambda \cos \mu \\ -\sin \lambda \sin \mu & \cos \lambda & -\sin \lambda \cos \mu \\ \cos \mu & 0 & -\sin \mu \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Cambio de b-frame a n-frame mediante los ángulos de Euler

Se compone de tres rotaciones principales alrededor de los ejes que se corresponden con los ángulos de roll, pitch y yaw del vehículo ecuación 2.2. En aplicaciones de guiado, control y navegación es común usar para la transformación de n-frame a b-frame la conversión (zyx) especificada en términos de los ángulos de Euler roll, pitch y yaw para las rotaciones. La matriz de transformación es denotada $R_n^b(\Theta) = R_b^n(\Theta)^T$, donde la matriz traspuesta implica el mismo resultado invirtiendo el orden de transformación de b-frame a n-frame 2.3, siendo $R_b^n(\Theta)$ matemáticamente equivalente a la secuencia de rotación que se muestra en la ecuación 2.2 (Fossen, 2002, 2011).

$$R_b^n(\Theta) = R_{z,\psi} R_{y,\theta} R_{x,\phi} \quad (2.2)$$

$$R_b^n(\Theta) = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \sin \theta \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

2.2. Filtros para la integración

La pasividad es inherente a los sistemas de ingeniería más comúnmente usado en ingeniería electrónica y sistemas de control. Está relacionada con la estabilidad y el análisis de Lyapunov puede ser usado para probar pasividad/estabilidad en sistemas no lineales. Esta característica de los observadores pasivos no lineales implica que la fase de la dinámica del error esta limitada a 90° con el propósito de ser pasivo lo cual aporta excelentes propiedades de estabilidad (Fossen, 2011).

Una *IMU* puede ser integrada con un sistema de navegación por satélites en un observador de estados para obtener una estimación generalizada de la posición y la velocidad en los seis grados de libertad (*6DOFs*). Esta integración es necesaria para poder proporcionar actualizaciones regulares para limitar el error provocado por los términos de los bias de las *IMUs*, los cuales junto con las no linealidades, las variaciones de temperaturas y demás errores presentes en los sensores inerciales en este caso particular en *IMUs* de bajo costo

provocan que el error inercial aumente considerablemente, ya que al utilizar una solución de navegación puramente inercial es necesario integrar dos veces para obtener posición y una vez para obtener actitud ver figura 2-3.

Con la integración *IMU/GPS* en un observador de estados en este caso particular un observador pasivo no lineal el error inercial es delimitado y acotando a un valor aceptable, además también se puede obtener una estimación no solo de posición y velocidad sino también de los términos de los bias para dar una solución de navegación de calidad, donde la precisión en las mediciones de posición y velocidad dependen principalmente de la calidad del sistema de posicionamiento global empleado, mientras que la actitud dependen de la precisión de los acelerómetros, giróscopos y magnetómetros empleados en las *IMUs* (Fossen, 2011; Titterton, 2004).

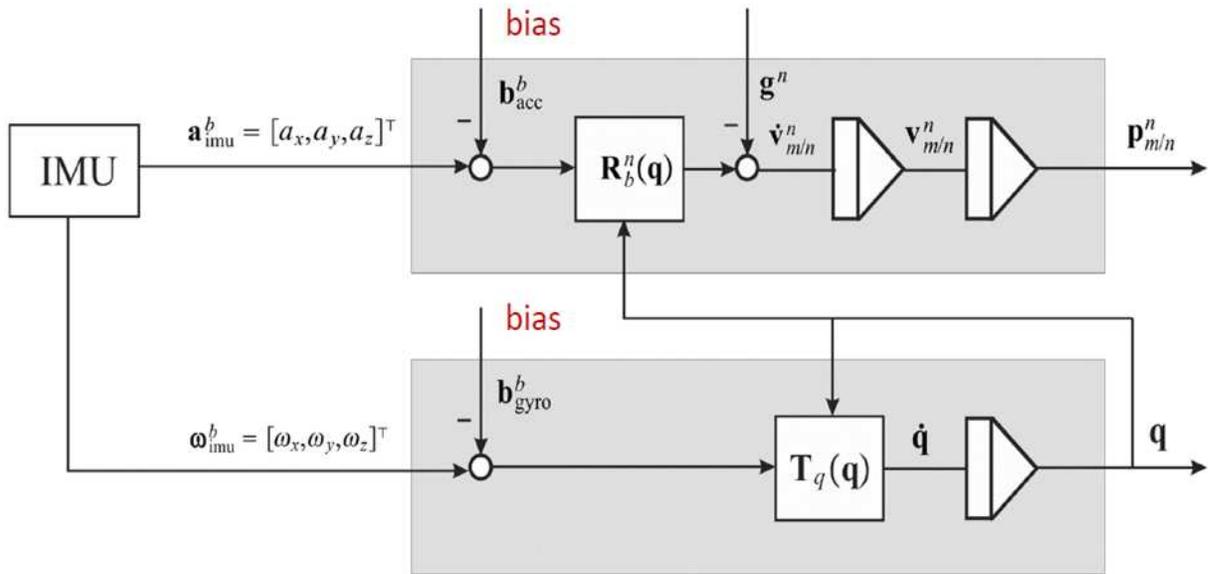


Figura 2-3: Diagrama representativo del principio de integración de una *IMU*

Las mediciones disponibles en una *IMU* están dadas en los tres ejes (x, y, z) y se componen en acelerómetros, giróscopos y magnetómetros como se expresa en la ecuación 2.4.

$$\begin{aligned}
 a_{imu}^b &= R_n^b(\Theta)(\dot{V}_{m/n}^n + g^n) + b_{acc}^b + W_{acc}^b && \text{Aceleración lineal} \\
 \omega_{imu}^b &= \omega_{m/n}^b + b_{giro}^b + W_{giro}^b && \text{Velocidad angular} \\
 m_{imu}^b &= R_n^b(\Theta)m^n + b_{mag}^b + W_{mag}^b && \text{Campo magnético}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Donde $(\Theta) = [\phi, \theta, \psi]^T$ es el vector que contiene los ángulos de Euler, $R_n^b(\Theta)$ la matrix de rotación entre los sistemas de coordenadas n-frame a b-frame mediante los ángulos de Euler (ver 2.3). Los términos b_{acc}^b, b_{giro}^b son los componentes de los biases de los acelerómetros y giróscopos respectivamente, mientras que b_{mag}^b representa el disturbio magnético que afecta a los magnetómetros, así como los ruidos que están presentes en las mediciones de los sensores son modelados como W_{acc}^b, W_{giro}^b y W_{mag}^b . La constante de gravedad en el plano de navegación es modelada como un vector constante el cual se obtiene mediante la ecuación 2.5, sin embargo en la implementación del observador de estados el vector de gravedad lo tratamos en el plano del cuerpo transformándolo a través de la matrix de rotación, definiéndose el vector de gravedad de la forma en que se plantea en la ecuación 2.6, para $g = 9,80665m/s^2$.

$$g^n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} \quad (2.5) \quad R_n^b(\Theta)g^n = \begin{pmatrix} -g \sin(\theta) \\ g \cos(\theta) \sin(\phi) \\ g \cos(\theta) \cos(\phi) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

2.2.1. Integración de una IMU y un GPS con medición de posición

La ecuación para la velocidad lineal representada en 2.7 es derivada de la ecuación de la aceleración lineal expresada en 2.4.

$$\dot{V}_{m/n}^n = R_n^b(\Theta)^T [a_{imu}^b - b_{acc}^b - W_{acc}^b] - g^n \quad (\Theta) = [\phi, \theta, \psi]^T \quad (2.7)$$

Teniendo en cuenta que el termino de ruido W_{acc}^b es omitido cuando se realiza el análisis de las propiedades de estabilidad que presenta la dinámica del error mediante Lyapunov, el observador pasivo no lineal se diseña bajo esta asunción de que el termino $W_{acc}^b = 0$, por lo que la dinámica del sistema incluyendo el bias de aceleración se puede expresar de la siguiente forma ecuación 2.8. Donde $\dot{P}_{m/n}^n$ es la posición estimada en el plano de navegación referida a m y y_1 es la medición proveniente del sistema de navegación por satélites en este caso particular *GPS*. Mientras que en la ecuación 2.9 se presenta la dinámica del

observador a implementar donde $\tilde{y}_1 = y_1 - \hat{y}_1 = P_{m/n}^n - \hat{P}_{m/n}^n$ representa el termino de inyección multiplicado por K_1, K_2, K_3 en cada una de las ecuaciones respectivamente.

Dinámica

$$\begin{aligned} \dot{P}_{m/n}^n &= V_{m/n}^n \\ \dot{V}_{m/n}^n &= R_b^n(\Theta)[a_{imu}^b - b_{acc}^b] - g^n \\ \dot{b}_{acc}^b &= 0 \\ y_1 &= P_{m/n}^n \end{aligned} \quad (2.8)$$

Dinámica del Observador

$$\begin{aligned} \dot{\hat{P}}_{m/n}^n &= \hat{V}_{m/n}^n + K_1 \tilde{y}_1 \\ \dot{\hat{V}}_{m/n}^n &= R_b^n(\Theta)[a_{imu}^b - \hat{b}_{acc}^b - g^b] + K_2 \tilde{y}_1 \\ \dot{\hat{b}}_{acc}^b &= K_3 R_b^n(\Theta)^T \tilde{y}_1 \\ \hat{y}_1 &= \hat{P}_{m/n}^n \\ \tilde{y}_1 &= y_1 - \hat{y}_1 = P^n - \hat{P}^n \end{aligned} \quad (2.9)$$

Estas ganancias K_1, K_2, K_3 deben ser escogidas tal que x (ver ecuacion 2.10) converja a cero ya que el error presenta la siguiente dinámica ecuación 2.10, obtenida por la resta simultánea de las ecuaciones 2.8 y 2.9, expresada en espacio estado.

Dinámica del error del Observador

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{\tilde{P}}_{m/n}^n \\ \dot{\tilde{V}}_{m/n}^n \\ \dot{\tilde{b}}_{acc}^b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -K_1 & I & 0 \\ -K_2 & 0 & -R_b^n(\Theta) \\ -K_3 R_b^n(\Theta)^T & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{P}_{m/n}^n \\ \tilde{V}_{m/n}^n \\ \tilde{b}_{acc}^b \end{pmatrix} \\ &\Downarrow \\ \dot{x} &= A(\Theta)x \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.2.2. Integración de una IMU y un GPS con medición de posición y velocidad.

En este caso para extender el observador de estados e incluir las mediciones de velocidad de *GPS* es necesario modificar el observador planteado en la ecuación 2.9 para obtener la dinámica expresada en la ecuación 2.11; donde $y_2 = V_{m/n}^n$ y se agregan nuevos términos con nuevas ganancias $K_{21}\tilde{y}_2, K_{22}\tilde{y}_2$ y $K_{23}\tilde{y}_2$, siendo $\tilde{y}_i = y_i - \hat{y}_i$ para (i=1,2). Estableciéndose la dinámica del error para este observador expresada en espacio estado como la ecuación 2.12 obtenida a través de la resta simultánea de las ecuaciones de la dinámica 2.8 y 2.11. Este nuevo observador de estados no es más que una extensión del planteado

anteriormente al incorporar las mediciones de velocidad, por lo que cuenta con 3 nuevos términos de ganancias que al igual que el anterior debe ser cuidadosamente ajustados para lograr una convergencia de todos los errores incluyendo los bias a cero.

Dinámica del Observador

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{P}}_{m/n}^n &= \hat{V}_{m/n}^n + K_{11}\tilde{y}_1 + K_{21}\tilde{y}_2 \\
 \dot{\hat{V}}_{m/n}^n &= R_b^n(\Theta)[a_{imu}^b - \hat{b}_{acc}^b - g^b] + K_{12}\tilde{y}_1 + K_{22}\tilde{y}_2 \\
 \dot{\hat{b}}_{acc}^b &= K_{13}R_b^n(\Theta)^T\tilde{y}_1 + K_{23}R_b^n(\Theta)^T\tilde{y}_2 \\
 \hat{y}_1 &= \hat{P}_{m/n}^n \\
 \hat{y}_2 &= \hat{V}_{m/n}^n
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Dinámica del error

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{P}}_{m/n}^n \\ \dot{\tilde{V}}_{m/n}^n \\ \dot{\tilde{b}}_{acc}^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -K_{11} & I - K_{21} & 0 \\ -K_{12} & -K_{22} & -R_b^n(\Theta) \\ -K_{13}R_b^n(\Theta)^T & -K_{23}R_b^n(\Theta)^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{P}_{m/n}^n \\ \tilde{V}_{m/n}^n \\ \tilde{b}_{acc}^b \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{x} = A(\Theta)x$$

2.3. Método de sintonización de las ganancias.

El principal objetivo es encontrar los valores de ganancias que satisfacen la convergencia tanto de los errores como del bias a cero. Para esto el principal problema esta dado por la matriz $A(\Theta)$, la cual depende del vector de actitud Θ , siendo el mismo variante en el tiempo.

Usando una matriz de ganancia con una estructura diagonal podemos obtener una estabilidad global del sistema(en inglés *GES*)(Fossen, 2011). La clave para obtener este resultado es introducir algunas restricciones estructurales en la matriz de ganancias del observador para poder remover la matriz de rotación del análisis, ya que este es el único término no lineal que contiene $A(\Theta)$ (Lindgaard, 2001a,b; Torsetnes, 2004). Para ello es necesario transformar la matriz $A(\Theta)$ no lineal cuyos valores cambian en el tiempo en una matriz

lineal constante del sistema de la forma en que se muestra en la ecuación 2.13.

$$A = \begin{bmatrix} -K_1 & I & 0 \\ -K_2 & 0 & -I \\ -K_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Con el objetivo de obtener la matriz A constante planteada se debe satisfacer la siguiente propiedad (Fossen, 2011; Lindegaard, 2001a).

Propiedad 2.1 (Commutación de matrices). La matrix $K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ conmuta con la matriz de rotación $R_b^n(\Theta)$ si

$$KR_b^n(\Theta) = R_b^n(\Theta)K$$

Entonces las matrices K que satisfacen la propiedad 2.1 se pueden expresar como combinaciones lineales:

$$K = a_1 R_b^n(\Theta) + a_2 I + a_3 k k^T \quad (2.14)$$

donde $k = [0, 0, 1]^T$ y los valores $a_i (i = 1, 2, 3)$ son escalares.

Además si $R(\Theta)$ es ortogonal, se cumple la ecuación 2.15 (Lindegaard, 2001a,b).

$$R(\Theta)^T = R(\Theta)^{-1} \quad (2.15)$$

Por lo tanto la propiedad 2.1 implica que A se puede expresar como ecuación 2.16

$$A = R(\Theta)^T A(\Theta) R(\Theta) = R(\Theta) A R(\Theta)^T \quad (2.16)$$

Donde una vía para satisfacer la ecuación 2.16 es escogiendo las matrices $K_i (i = 1, 2, 3)$ con una estructura diagonal de la forma (ecuación 2.17). Otra estructura diagonal que satisface la ecuación 2.16 está determinada por la ecuación 2.18, siendo esta última la que se va a utilizar para el ajuste de los observadores objeto de esta investigación.

$$K_i = \text{diag}\{k_i, k_i, l_i\} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.17)$$

$$K_i = \text{diag}\{k_i, k_i, k_i\} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.18)$$

Esto claramente satisface la ecuación 2.14 para $a_1 = a_3 = 0$ y $a_2 > 0$, quedando planteada la matriz de ganancias K como se muestra en la ecuación 2.19; a su vez al satisfacer los requisitos de la ecuación 2.16 las matrices de ganancias $K_i (i = 1, 2, 3)$ son escogidas para que conmute con la matriz de rotación propiedad 2.1. Implicando de esta forma que la dinámica del error pueda ser expresada de la forma (ecuación 2.20a) quedando la matriz de transformación factorizada de la dinámica del error.

$$\begin{aligned}
 K_i &= a_1 R_b^n(\Theta) + a_2 I + a_3 k k^T \text{ aplicando las restricciones de } a_i \text{ (} i = 1, 2, 3) \\
 &= a_2 I \\
 &= \text{diag}\{a_2, a_2, a_2\} \text{ lo cual se puede expresar como} \\
 K_i &= \begin{bmatrix} a_2 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_i & 0 & 0 \\ 0 & k_i & 0 \\ 0 & 0 & k_i \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

donde $a_2 = K_i$

$$\dot{x} = T(\Theta)^T A(\Theta) T(\Theta) x \tag{2.20a}$$

Siendo T una matriz de transformación de la forma

$$T(\Theta) = \text{diag}\{R_b^n(\Theta), R_b^n(\Theta), I\} \tag{2.20b}$$

Y pudiéndose expresar A de la forma

$$A = T(\Theta)^T A(\Theta) T(\Theta) \tag{2.20c}$$

Esto puede ser comprobado con la utilización de una función candidata de Lyapunov que concluya lo expuesto anteriormente. La idea es analizar la dinámica del error, seleccionando una función cuadrática de Lyapunov $V = z^T P z$ donde la matriz P en nuestro caso A pueda satisfacer las restricciones estructurales asumidas en la propiedad 2.1, cumpliendo con la ecuación 2.15 en función de T ($T(\Theta)^T = T(\Theta)^{-1}$) y bajo pequeñas variaciones del vector $\omega_{m/n}^b$ en orden de aplicar los resultados expuestos en (Lindegaard, 2001a) siendo una buena

asunción para vehículos marinos se considera la siguiente transformación (Fossen, 2011):

$$x = T(\Theta)z \quad (2.21a)$$

Se obtiene entonces despejando y derivando z las ecuaciones 2.21b; sustituyendo 2.10 y 2.21a respectivamente en la ecuación 2.21b se obtiene lo siguiente (ecuación 2.21c)

$$\begin{aligned} z &= T(\Theta)^T x \\ \dot{z} &= T(\Theta)^T \dot{x} + \dot{T}(\Theta)^T x \end{aligned} \quad (2.21b)$$

$$\begin{aligned} \dot{z} &= T(\Theta)^T A(\Theta)x + \dot{T}(\Theta)^T x \\ \dot{z} &= T(\Theta)^T A(\Theta)T(\Theta)z + \dot{T}(\Theta)^T T(\Theta)z \end{aligned} \quad (2.21c)$$

La estabilidad de este sistema puede ser asegurada bajo la asunción que $\dot{T}(\Theta)$ es suficientemente pequeño, lo cual se satisface para pequeñas variaciones del vector $\omega_{m/n}^b$ por lo tanto

$$\begin{aligned} \dot{T}(\Theta) &= \text{diag}\{R_b^n(\Theta)S(\omega_{m/n}^b), R_b^n(\Theta)S(\omega_{m/n}^b), 0\} \\ &\approx 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Cumpléndose la ecuación 2.22 para $S(\omega_{m/n}^b) \approx 0$. Siendo desde un punto de vista práctico suficiente para chequear la estabilidad del sistema pudiéndose expresar el error de la forma (ecuación 2.23a), donde sustituyendo el primer término de la derecha A por su equivalente planteado en 2.16, el error puede ser nuevamente expresado como (ecuación 2.23b) el cual es equivalente a la representación en espacio estado presentado en la ecuación 2.20a

$$\dot{z} = Az \quad (2.23a)$$

$$\dot{z} = T(\Theta)^T A(\Theta)T(\Theta)z \quad (2.23b)$$

Una vez que estas condiciones hayan sido satisfechas la estabilidad del sistema puede ser comprobada asegurándose de que la matriz A obtenida es Hurwitz donde la ecuación característica de A y $A(\Theta)$ son iguales para todos los valores del vector (Θ) (Fossen, 2011).

Analizar la estabilidad a través de la condición de Hurwitz es de gran importancia para los sistemas de control ya que esta juega un papel fundamental en la teoría de

control donde los sistemas lineales invariantes en el tiempo son estables solo si la matriz del sistema es Hurwitz. Este análisis es similar a los métodos de Lyapunov para chequear la estabilidad por ecuaciones diferenciales. Existen dos tipos de criterios para el análisis de la estabilidad de Hurwitz. Uno es el método indirecto, donde la estabilidad puede ser verificada comprobando los valores característicos de la matriz. Una condición para lograr una estabilidad exponencial es que las raíces de la ecuación características de la matriz estén en el semiplano izquierdo del plano complejo y calculando tanto la forma canónica de Jordan como los factores invariantes. El otro método es el llamado método directo el cual es basado directamente en las entradas de la matriz dada, donde el método que incluye las funciones de Lyapunov es bien conocido como un método directo (Zhang, 2008).

Al ser el Observador no lineal extendido un caso particular del de posición, al incluir en su dinámica medición de velocidad, el método de ajuste de su matriz de ganancias es similar al expuesto anteriormente considerando que este presenta nuevos términos en la matriz $A(\Theta)$ (ver ecuación 2.12) con nuevas ganancias $K_{21}\tilde{y}_2$, $K_{22}\tilde{y}_2$ y $K_{23}\tilde{y}_2$, siendo $\tilde{y}_i = y_i - \hat{y}_i$ para $(i=1,2)$. La matriz A lineal constante del sistema necesaria para factorizar la matriz de rotación del análisis presente en el termino $A(\Theta)$ y lograr sintonizar los valores de ganancias que satisfacen la convergencia global tanto de los errores como del bias a cero, presenta la siguiente estructura (ecuación 2.24)(Fossen, 2011):

$$A = \begin{bmatrix} -K_{11} & I - K_{21} & 0 \\ -K_{12} & -K_{22} & -I \\ -K_{13} & -K_{23} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Escogiendo las matrices de ganancia K_{ij} para $(i = 1, 2; j = 1, 2, 3)$ con una estructura diagonal de la forma (ecuación 2.25).

$$K_{ij} = \text{diag}\{k_j, k_j, k_j\} \quad (i = 1, 2; j = 1, 2, 3) \quad (2.25)$$

Se cumple con la propiedad de conmutación de matrices 2.1 y por lo tanto con todas las restricciones que satisfacen la propiedad (ecuaciones 2.14, 2.15 y 2.16). Teniendo en cuenta a su vez la asunción de que el vector $\omega_{m/n}^b$ se mantenga bajo pequeñas variaciones y las

restricciones que satisfacen la propiedad 2.1 en función de T ($T(\Theta)^T = T(\Theta)^{-1}$), (ecuación 2.20b) y la ecuación 2.20c podemos plantear el mismo análisis realizado anteriormente con la utilización de una función candidata de Lyapunov para analizar la dinámica del error y que concluya que la estabilidad del sistema puede ser comprobada asegurándose de que la matriz A obtenida es Hurwitz. Para ello en orden de aplicar los resultados expuestos en (Lindegaard, 2001a) se plantea el error como ecuación 2.23a quedando expresado el mismo en espacio estado en función de z como 2.23b ver (Fossen, 2011). Quedando garantizada la convergencia de \dot{z} a cero con solo comprobar que la matriz A obtenida es Hurwitz.

2.4. Consideraciones finales del capítulo

En este capítulo se presentaron los desarrollos teóricos necesarios para la implementación de una integración sensorial mediante un observador pasivo. Para brindar una solución factible para la integración de una IMU con un receptor GPS. Generalmente es utilizado el Filtro de Kalman, sin embargo con el uso de observadores pasivos obtenemos diseños más simples reduciendo los altos requerimientos computacionales que este demanda. En el algoritmo propuesto se describe un método de ubicación de polos para la sintonización de las matrices de ganancias, el cual representa una ventaja ante los métodos de sintonización de las matrices de covarianzas y las ecuaciones de Riccati empleados para el Filtro de Kalman. Los procedimientos expuestos pueden ser aplicados en cualquier sistema de navegación.

CAPÍTULO 3

Capítulo 3

RESULTADOS OBTENIDOS

Introducción

En el presente capítulo, se expone la implementación de los desarrollos teóricos anteriores así como los resultados arrojados por esta investigación, tanto para el observador pasivo no lineal para la integración de una *IMU* y un *GPS* con medición de posición, como para su variante extendida incluyendo medición de velocidad. En ambos casos, se detallan con claridad los resultados obtenidos utilizando el modelo de 6 GDL y en el caso particular del observador pasivo no lineal con medición de posición, se le aplican datos reales provenientes de las mediciones obtenidas en un experimento real realizado por el grupo al *AUV*.

3.1. Observador pasivo no lineal con medición de posición de GPS

En esta sección se presenta la arquitectura de diseño así como los resultados obtenidos en la implementación de los observadores tanto con el modelo de 6 GDL como con una trama real. Siguiendo la dinámica planteada en la ecuación 2.9 se realizó la implementación del mismo donde la figura 3-1 representa la arquitectura que se siguió para la implementación de dicho observador de forma modular utilizando la herramienta Simulink del Matlab. En el diagrama presentado en la figura 3-1 podemos observar que no solo se realiza la estimación de la posición sino que a su vez se efectúa una estimación del bias de los sensores inerciales que tanto afectan la solución de navegación al tener que integrar una vez para obtener velocidad y dos veces para obtener posición (Fossen, 2011; Vik, 2001).

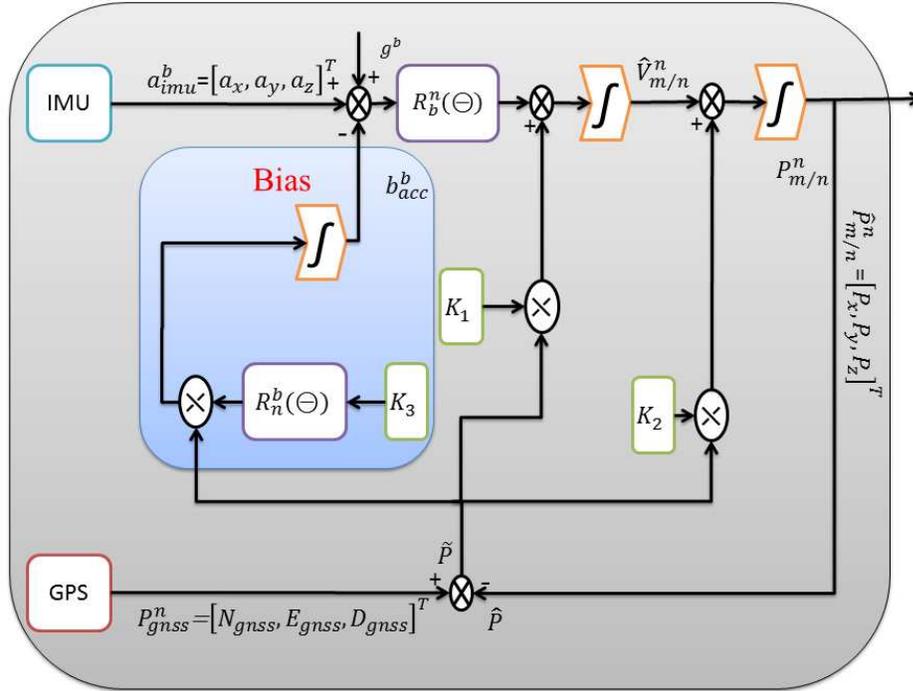


Figura 3–1: Diagrama representativo de la dinámica del observador con medición de posición

3.1.1. Resultados obtenidos con modelo 6 GDL

Los resultados que se exponen a continuación en los gráficos que se muestran en las figuras 3–2, 3–3 y 3–4, fueron obtenidos cumpliendo con las restricciones estructurales planteadas en el capítulo anterior en la sección 2.3 para la obtención de las matrices de ganancias, donde el principal objetivo es encontrar los valores de ganancias que satisfacen la convergencia tanto de los errores como del bias a cero. Con este objetivo se escogieron las matrices de ganancias $K_i (i = 1, 2, 3)$ con una estructura diagonal de la forma como se expresa en la ecuación 3.1.

$$K_i = \text{diag}\{k_i, k_i, k_i\} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.1)$$

En este sentido las matrices de ganancias que se utilizaron para arrojar estos resultados fueron las siguientes, ecuación 3.2:

$$\begin{aligned} K_1 &= \text{diag}\{19, 19, 19\} \\ K_2 &= \text{diag}\{76, 76, 76\} \\ K_3 &= \text{diag}\{-84, -84, -84\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Donde los polos del sistema usando el método de ubicación de polos están ubicados en el semiplano izquierdo del plano complejo ecuación 3.3. Comprobándose de este modo que la matriz A constante del sistema obtenida, cumple con la estructura de la ecuación 2.13 y es Hurwitz, garantizándose de esta forma la estabilidad del sistema (ver sección 2.3). Cumpliéndose además, bajo pequeñas variaciones del vector $\omega_{m/n}^b$, que la ecuación característica de A y A(Θ) son iguales para todos los valores del vector (Θ). Ante una variación aproximadamente de 4 grados se obtienen los resultados expresados en la ecuación 3.4. Siendo esta una buena asunción para vehículos marinos (Fossen, 2011).

$$Polos\ de\ A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -2 & -3 & -3 & -3 & -14 & -14 & -14 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$Polos\ de\ A(\Theta) = \begin{bmatrix} -2 & -1,85 + 0,37i & -1,85 - 0,37i \\ -3 & -3,14 + 0,41i & -3,14 - 0,41i \\ -14 & -13,99 + 0,04i & -13,99 - 0,04i \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

En la figura 3-2 se presenta el comportamiento del vector de posición estimado y real en cada uno de los tres ejes X,Y y Z, donde el azul representa la salida del modelo de 6 GDL y el rojo el estimado por el observador. Observándose claramente en los gráficos

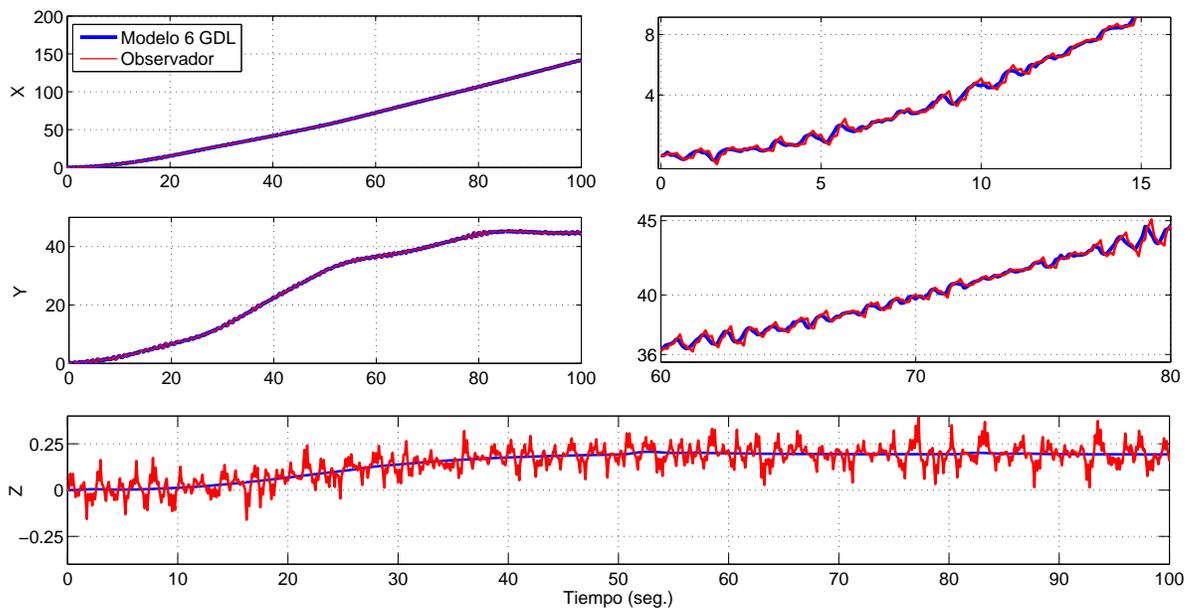


Figura 3-2: Posición en X Y Z

de la derecha donde se utilizó una escala menor como el vector de posición estimado se encuentra en todo momento sobre el vector real y en el caso del eje Z tan solo un error

menor de 0.25 m.

En la figura 3-3 se muestra la trayectoria seguida en la simulación en el plano de navegación en 2-D. Pudiéndose observar como la estimación se encuentra en todo momento sobre la real. Esta simulación en 2-D se obtuvo, ante una variación en la señal de entrada de 23° ,

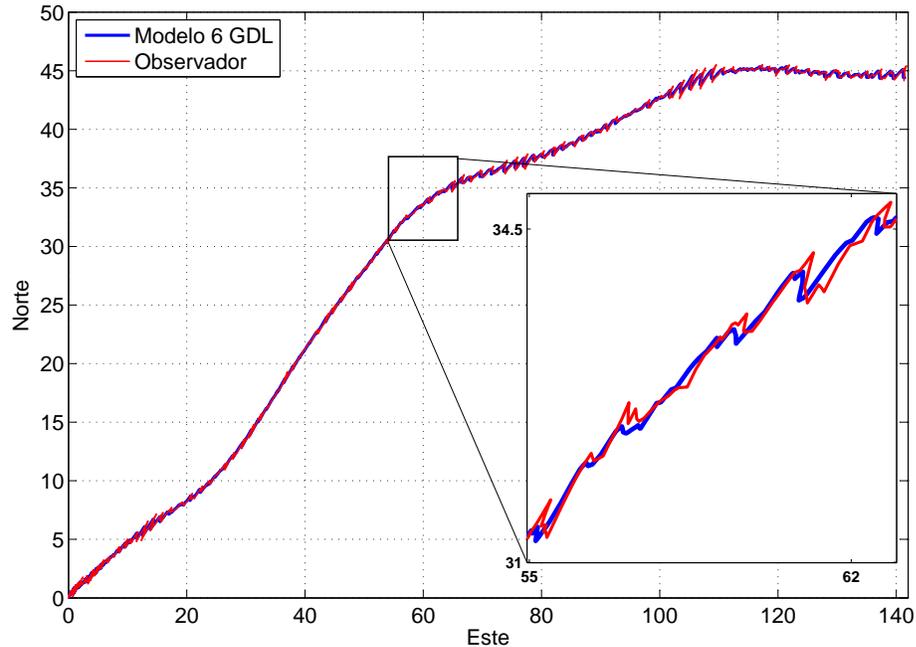


Figura 3-3: Posición en el plano de navegación

$11,45^\circ$, -17° , $-11,45^\circ$ en diferentes intervalos de tiempo respectivamente. Controlándose solo el lazo de rumbo, utilizándose un controlador PI-D con realimentación del ángulo de rumbo.

Para finalizar con estos resultados obtenidos con el modelo de 6 GDL para este observador,

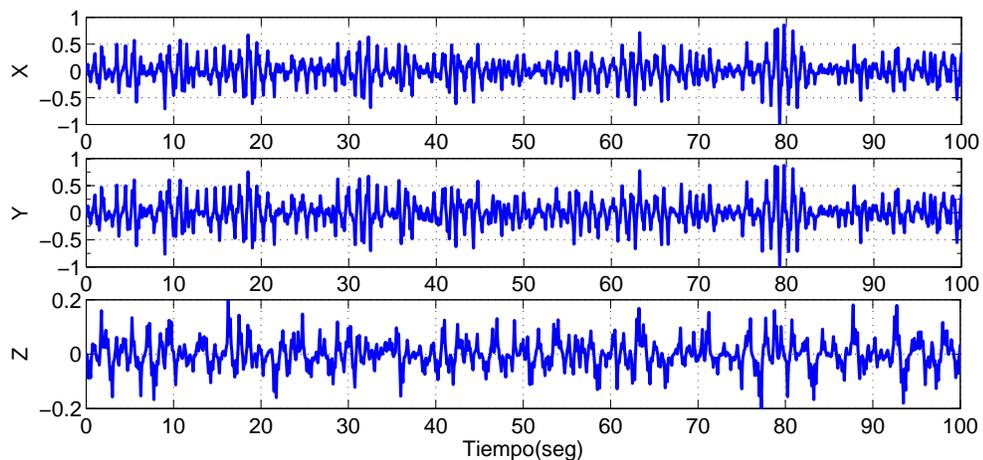


Figura 3-4: Representación del error de estimación

se presenta en el gráfico 3-4 el error de estimación presente en cada uno de los tres ejes destacándose valores máximos de 0.5 m en X y Y así como valores de 0.2 m para Z.

3.1.2. Resultados obtenidos con trama real

En este caso los resultados mostrados fueron obtenidos al aplicar datos reales provenientes de las mediciones obtenidas en un experimento en el mar, al observador pasivo no lineal con medición de posición. En esta simulación se defleca completamente el timón del vehículo, sin controlar el rumbo del mismo. Utilizando la misma configuración anterior para las matrices de ganancias ecuación 3.1 e iguales valores ecuación 3.2, demostrando con la obtención de estos resultados que solo un grupo de ganancias son necesarias para cubrir todo el espacio estado sin la necesidad de llevar a cabo una nueva sintonización de las matrices de ganancias. Se muestra a continuación el comportamiento del sistema ante datos reales.

En la gráfica 3-5 se presenta como mismo se mostró para el modelo de 6 GDL el comportamiento del vector de posición en cada uno de los tres ejes X,Y y Z, donde el azul representa los datos reales y el rojo el estimado por el observador. Pudiéndose claramente observar usando una escala menor en los gráficos de la derecha como el vector de posición estimado se encuentra en todo momento sobre el vector real con solo un pequeño error de estimación.

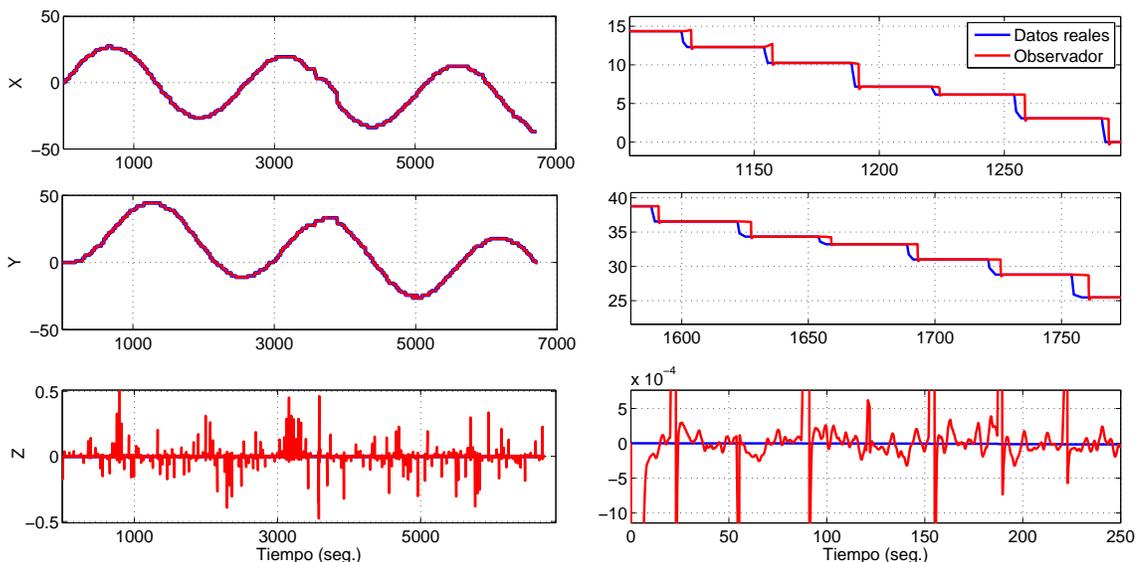


Figura 3-5: Posición en X Y Z con datos reales

En la siguiente gráfica 3-6 se muestra la trayectoria seguida en el plano de navegación en 2-D observándose como la estimación se encuentra en todo momento sobre la real y en la gráfica 3-7 se presenta el error de estimación presente en cada uno de los tres ejes donde los altos picos reflejados son resultado de la redundancia en los datos obtenidos del GPS, propiciado por la diferencia de muestreo que presentan la IMU y el GPS . Alcanzándose valores inferiores a 0.01 m en X y Y así como valores inferiores de 1×10^{-3} m para Z.

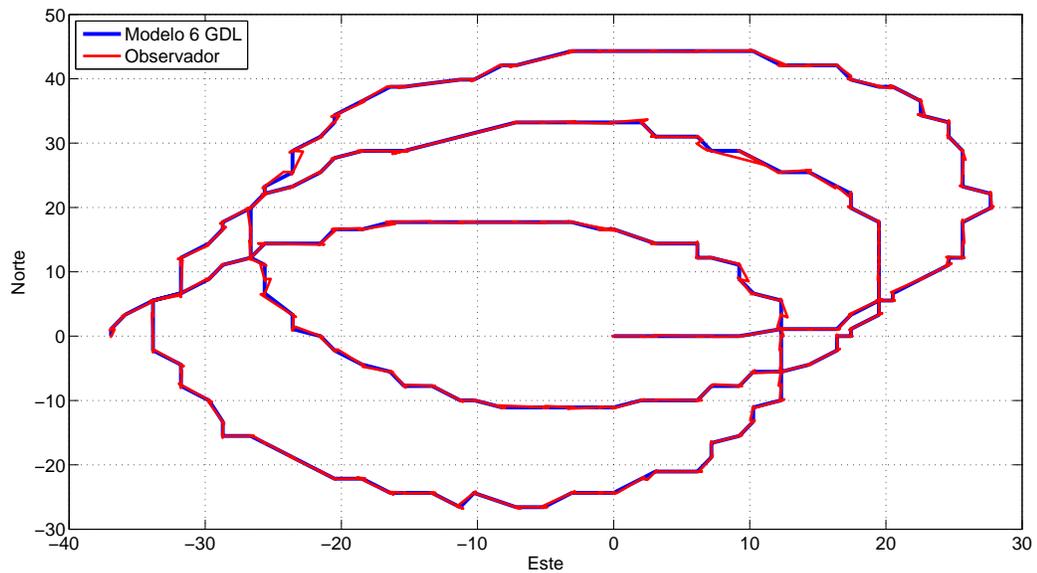


Figura 3-6: Posición en el plano de navegación con datos reales

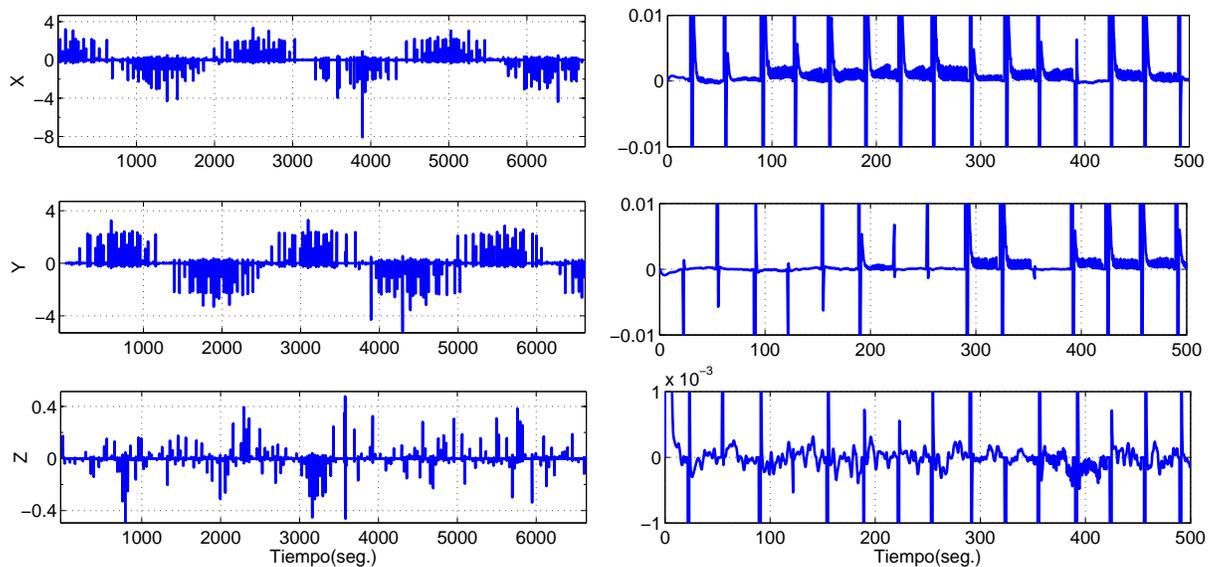


Figura 3-7: Representación del error de estimación real

3.2. Observador pasivo no lineal con medición de posición y velocidad de GPS

Este nuevo observador de estados no es más que una extensión del planteado anteriormente al incorporar las mediciones de velocidad, por lo que cuenta con 3 nuevos términos de ganancias que al igual que el anterior debe ser cuidadosamente ajustados para lograr una convergencia de todos los errores incluyendo los bias. Siguiendo la dinámica planteada para este observador en la ecuación 2.11, se realizó la implementación del mismo donde la figura 3-8 representa la arquitectura que se siguió para la implementación de dicho observador de forma modular. Al igual que su versión con solo medición de posición se efectúa una estimación del bias de los sensores inerciales. Integrando una vez para obtener velocidad y dos veces para obtener posición.

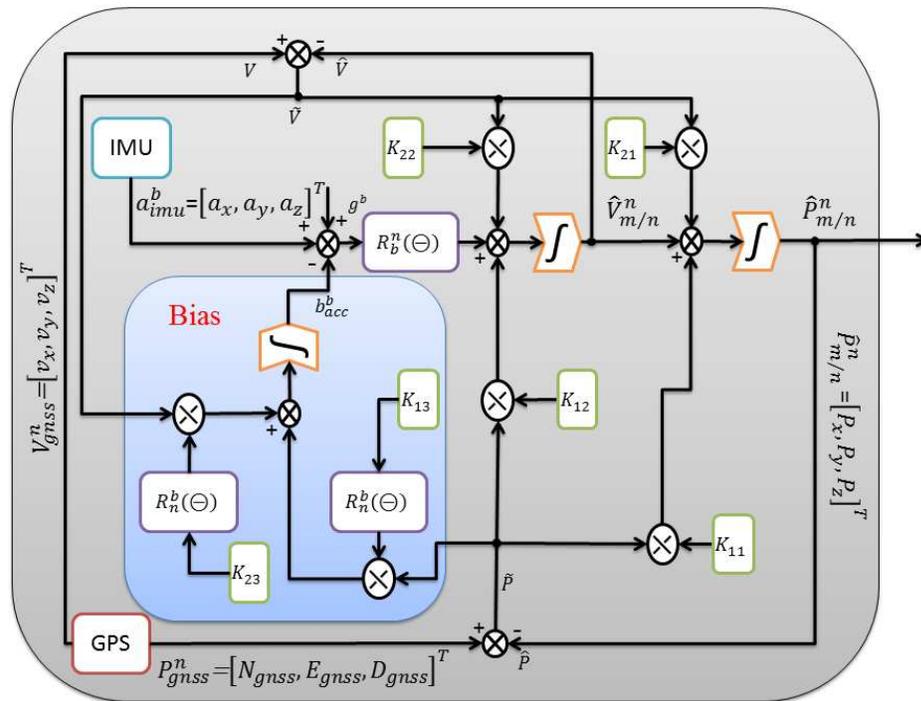


Figura 3-8: Diagrama representativo de la dinámica del observador con medición de posición y velocidad

3.2.1. Resultados obtenidos con modelo 6 GDL

En esta versión extendida del observador al igual que en su versión simple se cumplieron los requisitos estructurales establecidos para la obtención de las matrices de ganancias planteadas en el capítulo 2 en la sección 2.3, el método de ajuste de su matriz de ganancias

es similar al de posición. Con la diferencia que este incluye nuevas ganancias quedando la matriz A lineal constante del sistema de la forma en que se presentó en la ecuación 2.24 (Fossen, 2011). Los resultados que se exponen a continuación fueron obtenidos cumpliendo con las restricciones estructurales para la obtención de las matrices de ganancias. En este sentido se escogieron las matrices de ganancias K_{ij} ($i = 1, 2; j = 1, 2, 3$) con una estructura diagonal de la forma como se expresa en la ecuación 3.5.

$$K_{ij} = \text{diag}\{k_j, k_j, k_j\} \quad (i = 1, 2; j = 1, 2, 3) \quad (3.5)$$

En este orden las matrices de ganancias que se utilizaron para arrojar estos resultados fueron las siguientes ecuación 3.6:

$$\begin{aligned} K_{11} &= \text{diag}\{17, 17, 17\} & K_{21} &= \text{diag}\{27, 27, 27\} \\ K_{12} &= \text{diag}\{44, 44, 44\} & K_{22} &= \text{diag}\{212, 212, 212\} \\ K_{13} &= \text{diag}\{-28, -28, -28\} & K_{23} &= \text{diag}\{-420, -420, -420\} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Los polos del sistema usando el método de ubicación de polos están ubicados en el semi-plano izquierdo del plano complejo ecuación 3.7. La estabilidad del sistema es garantizada cumpliendo con la condición de que la matriz A constante del sistema ecuación 2.24 es Hurwitz (ver sección 2.3). Bajo pequeñas variaciones del vector $\omega_{m/n}^b$ la ecuación característica de A y $A(\Theta)$ son iguales para todos los valores del vector (Θ) . Planteado esto se comprueba ante una variación de 4 grados arrojando los resultados expresados en la ecuación 3.8. Siendo esta una buena asunción para vehículos marinos (Fossen, 2011).

$$\text{Polos de } A = \begin{bmatrix} -2,8757 & -2,8757 & -2,8757 \\ -10,3328 & -10,3328 & -10,3328 \\ -215,7915 & -215,7915 & -215,7915 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\text{Polos de } A(\Theta) = \begin{bmatrix} -2,88 & -2,87 + 0,0023i & -2,87 - 0,0023i \\ -10,33 & -10,34 + 0,0009i & -10,34 - 0,0009i \\ -215,79 & -215,79 + 0,0013i & -215,79 - 0,0013i \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

En la figura 3-9 se presenta el comportamiento del vector de posición en cada uno de los tres ejes X,Y y Z, donde el azul representa la salida del modelo de 6 GDL y el rojo el estimado por el observador. Utilizando una escala menor en el gráfico de la derecha, se puede observar que en este caso al incorporar mediciones de velocidad al observador los resultados arrojados son mejores. Si comparamos los resultados expuestos en la figura 3-2 con estos podemos apreciar que el vector de posición estimado está por dentro del vector real suavizando los picos del mismo. En el caso particular de este observador al

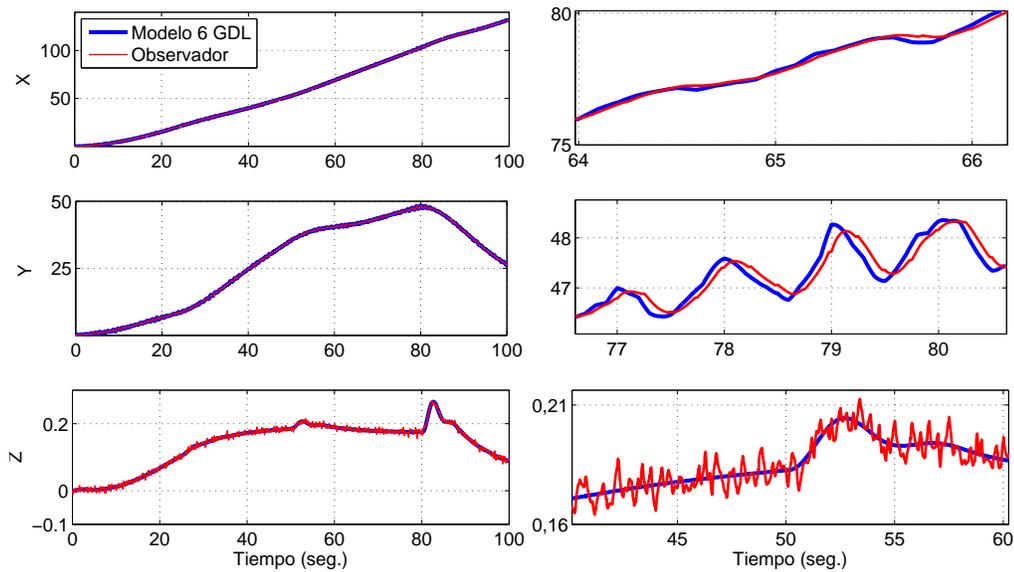


Figura 3-9: Posición en X Y Z

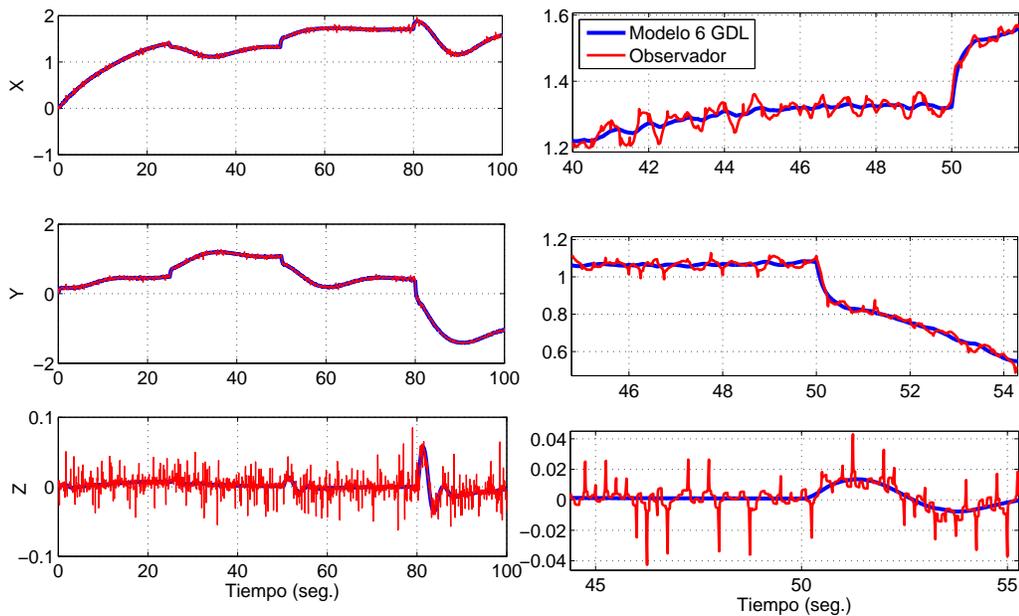


Figura 3-10: Velocidad en X Y Z

incluir mediciones de velocidad teniendo en cuenta que el objetivo final del observador es la estimación de posición, los resultados arrojados en la estimación del vector de velocidad son prometedores, los cuales se muestran en la gráfica 3-10.

A continuación en la gráfica 3-11 se observa la trayectoria seguida en la simulación en el plano de navegación en 2-D, pudiéndose observar el efecto que produce el incluir las mediciones de velocidad, donde la posición estimada esta por dentro del vector real suavizando los picos. Esta simulación en 2-D se obtuvo, ante una variación en la señal de entrada que para este caso fueron de 23° , 17° , -23° , $-45,83^\circ$ en diferentes intervalos de tiempo respectivamente, utilizándose el mismo controlador PI-D con realimentación del ángulo de rumbo. Así para finalizar con estos resultados obtenidos con el modelo de 6 GDL para

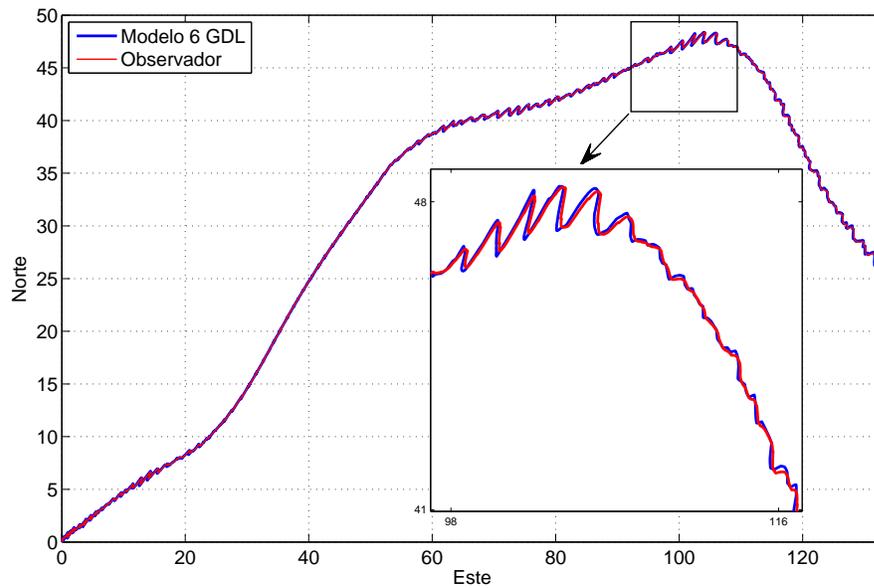


Figura 3-11: Posición en el plano de navegación

este observador, se presenta en los gráficos 3-12 y 3-13 el error de estimación presente en cada uno de los tres ejes para el vector de posición y el de velocidad respectivamente. En este caso si comparamos la gráfica 3-4 del error de posición del observador con medición de posición con la gráfica del error de posición para el observador extendido podemos ver que al incluir la medición de velocidad el error de posición disminuye de valores máximos de 0.5 m en X y Y así como valores de 0.2 m para Z a valores máximos de 0.2 m en X y Y

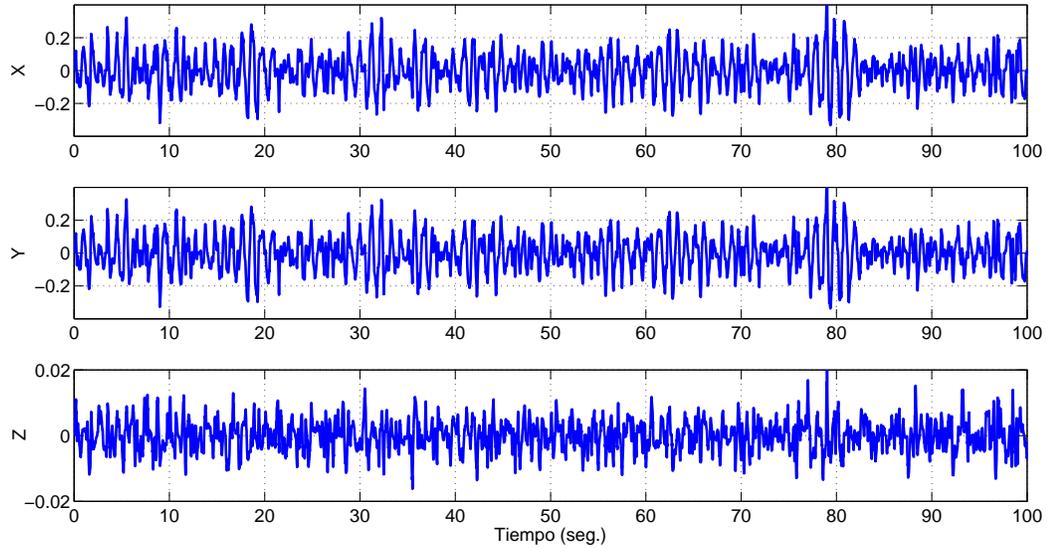


Figura 3–12: Representación del error de estimación en posición y con valores de 0.02 m para Z. En el caso del error de estimación de velocidad expuestos en el gráfico 3–13 los valores oscilan de 0.1 m/s en X y Y a 0.05 m/s en Z.

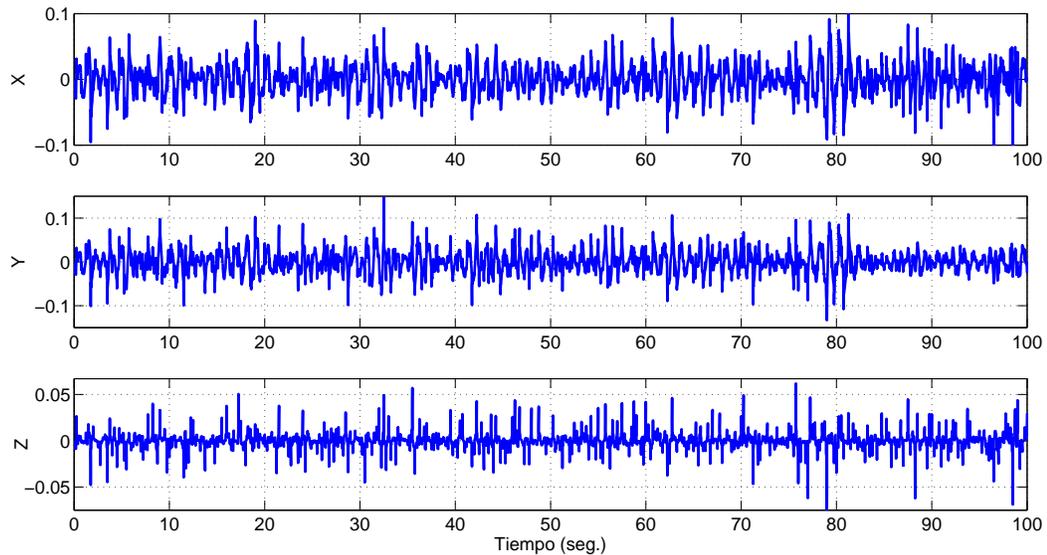


Figura 3–13: Representación del error de estimación en velocidad

3.3. Consideraciones finales del capítulo

En este capítulo se implementan los desarrollos teóricos presentados en el capítulo anterior. Se utiliza la salida del modelo matemático de 6 grados de libertad del AUV para llevar a cabo la simulación del observador, así como datos reales mostrándose resultados satisfactorios en ambos casos y para las dos configuraciones propuestas del observador. En

el trabajo de simulación también se aprecia un error dentro de los límites permisibles para nuestra aplicación, empleando sensores y unidades de cómputo de bajo costo.

3.4. Análisis económico

Las aplicaciones de vehículos autónomos han adquirido un gran auge en los últimos años, como consecuencia de esto sus precios se han elevado considerablemente ya que requieren de equipamientos y sistemas sensoriales especiales con altas prestaciones.

Existen numerosos proyectos y aplicaciones multimillonarias en todo el mundo. El costo de adquisición de una plataforma de este tipo; en dependencia de la aplicación y de las características que posea, se encuentra por encima del millón de dólares, llegando a varias decenas de millones en algunos casos basados en tecnologías de última generación como el caso del AUV Hugin.

Sin embargo, los sensores inerciales de bajo costo desarrollados con tecnología MEMS han puesto un punto y aparte en la barrera que existía entre estas tecnologías y los países como el nuestro, reduciendo considerablemente los precios de una IMU en el mercado mundial. En la actualidad se puede adquirir un sistema de navegación, incluso con un precio por debajo de los 1000 USD (con receptor GPS incluido).

La adquisición por parte de nuestro país de un vehículo autónomo en el mercado mundial, no constituye una opción viable debido a que a pesar de pagar un alto precio se adquiere la aplicación pero no se dispone del conocimiento para realizar actualizaciones o reparaciones del mismo, creándose un alto nivel de dependencia hacia los proveedores. Sin embargo, debido a las ventajas que estos vehículos ofrecen en comparación con sus contrapartes tripuladas, se ha convertido en una necesidad vital el desarrollo de estas aplicaciones totalmente de factura nacional.

El GARP conjuntamente con otras instituciones ha desarrollado un AUV con una arquitectura de hardware y sensores de bajo costo. El sensor inercial que se emplea en este AUV es la MTI-G de la firma Xsens, valorado en 5069 USD que en comparación con la empleada en el proyecto Hugin cuesta tres veces menos, por solo mencionar algún ejemplo. Además, para llevar a cabo experimentos con el AUV Hugin hay que disponer de 26000

y 55000 USD por día de explotación, cifras que nuestro país no se puede dar el lujo de pagar.

Por supuesto que el uso de sensores de bajo costo trae consigo el decremento de las prestaciones, por lo que se hace necesario desarrollar técnicas para incrementar las prestaciones y el desempeño final del sistema, logrando una buena relación costo-prestaciones. En esto ha centrado sus esfuerzos el GARP, demostrando que se pueden desarrollar en nuestro país aplicaciones de este tipo.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

El GARP y otras instituciones han centrado sus esfuerzos en el desarrollo de un Vehículo Sumergible Autónomo totalmente diseñado y construido en nuestro país. Investigaciones anteriormente desarrolladas en el GARP, demostraron la necesidad del empleo de un Sistema de Navegación confiable en el AUV, que proporcione al vehículo información continua y precisa de los parámetros de posicionamiento, para que el mismo opere totalmente de manera autónoma en entornos desconocidos. Por esta razón, en esta investigación se presenta un algoritmo de navegación basado en un observador pasivo que integra una IMU y un receptor GPS, explotando la potencialidad que ambos sistemas poseen por separado.

En este trabajo se demostró la alternativa que presentan los observadores pasivos para la integración IMU/GPS en una aplicación de vehículo autónomo. Para el diseño del observador se tienen en cuenta las no linealidades presentes en los modelos de navegación.

El algoritmo propuesto al centrarse en el método de ubicación de polos, presenta ventajas con respecto al Filtro de Kalman; al reducir los altos requisitos computacionales y simplificar el método de sintonización de las matrices de ganancias comparado con la sintonización de las matrices de covarianzas en un KF.

Se comprobó que la dinámica del error del sistema presenta una estabilidad global. Mediante las simulaciones realizadas también se mostró el buen desempeño del observador, utilizando tanto datos simulados como reales de una prueba en el mar.

En ambas configuraciones propuestas para el observador se evidencia el buen comportamiento de los errores de estimación, presentando un error dentro de los límites permisibles para los sistemas de navegación que emplean sensores y unidades de cómputo de bajo costo, como es el caso de nuestra aplicación.

RECOMENDACIONES

Con vistas a lograr una continuidad de esta investigación, complementar, validar e implementar los resultados obtenidos se recomienda llevar a cabo las siguientes tareas:

- Aplicar los resultados obtenidos mediante simulación en experimentos reales o en una plataforma de prueba.
- Investigar y desarrollar otros observadores de estados para la estimación de los parámetros de actitud y utilizando las mediciones de los magnetómetros que son necesarios para poder disponer de una completa solución de navegación.
- Continuar investigando en otras técnicas para la estimación de los bias y drifts de los sensores inerciales, ya que estos efectos constituyen el principal factor negativo que afecta el rendimiento del sistema.
- Hacer extensible los resultados de este trabajo a otras aplicaciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abdel-Hamid, Walid (2005). Accuracy Enhancement of Integrated MEMS-IMU/GPS Systems for Land Vehicular Navigation Applications. PhD thesis. University of Calgary.
- Barbour, Neil M. (2004). Inertial navigation sensors. North Atlantic Treaty Organization, Research and Technology Organization.
- Beer, Ferdinand P; Johnston, E. Russell JR (1970). *Mecánica Vectorial para Ingenieros*. Ciencia y Técnica Instituto del Libro La Habana.
- Bruton, A.M; Skaloud, J; Schwarz K.P (1999). The use of wavelets for the analysis and de-noising of kinematic geodetic measurements. Geodesy Beyond 2000- IAG General Assembly, Birmingham, UK, July 19-24.
- Caron, Francois; Duflos, Emmanuel; Pomorski Denis; Vanheeghe Philippe (2004). Gps/imu data fusion using multisensor kalman filtering: introduction of contextual aspects. *Robotica*.
- Caron, Francois; Duflos, Emmanuel; Pomorski Denis; Vanheeghe Philippe (2006). Gps/imu data fusion using multisensor kalman filtering: introduction of contextual aspects. *Information Fusion* **7**(2), 221–230.
- Chiang, K.W; Noureldin, A; El-Sheimy N (March 2003). Multi-sensors integration using neuron computing for land vehicle navigation. *GPS Solutions, Springer Verlag Heidelberg* **V6**((4)), 209–218.
- Conejeros, Enrique Edgardo Ahumada (2004). Sistema de Posicionamiento Global en la Aeronautica Civil. PhD thesis. Universidad de Santiago de Chile.
- Eren, Halit; Fung, C. C. (2000). Inertial navigation.. CRC Press LLC. Curtin University of Technology.
- Fossen, Thor I. (2002). *Marine control system. Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Marine Cybernetics.

- Fossen, Thor I. (2011). *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. John Wiley and Sons.
- Gonzalo, Ferrer Mínguez (2009). Integración Kalman de sensores inerciales INS con GPS en un UAV. PhD thesis. RSLab TSC UPC.
- Hide, C; Moore, T; Smith-M (2002). Adaptive kalman filtering for low cost ins/gps. ION GPS 2002, Portland, OR, 24-27 September 2002.
- Hjortsmarker, Niklas (2005). Experimental System for Validating GPS/INS Integration Algorithms. PhD thesis. FOI-Swedish Defence Research Agency.
- Kwakkel, Sidney Pascal (2009). Human Lower Limb Kinematics Using GPS/INS. PhD thesis. University of Calgary.
- Li, Y. Wang; Rizos, J; C.Mumford P. Ding W (2006). Low-cost tightly coupled gps-ins integration based on a nonlinear kalman filtering design. In: *Proceedings of ION National Technical Meeting*.
- Lindegaard, K.P; Fossen, Thor I. (2001a). A model based wave filter for surface vessels using position, velocity and partial acceleration feedback on global observer designs for surface. In Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control (CDC'2001). IEEE. Orlando, FL. pp.946-95.
- Lindegaard, K.P; Fossen, Thor I. (2001b). On global model based observer designs for surface vessels.. In 5th Conference on Control Applications in Marine Systems (CAMS'2001). Elsevier Science.
- Mohinder, Grewall (2007). *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*. Control Systems Technology. John Wiley and Sons.
- Navstar, GPS User Equipment Introduction (1996). *Navstar, GPS User Equipment Introduction*. Public Release Version.
- Ramírez, Alejandro González; Fernández, Juan Rubio (2007). Integración gps/ins: Conceptos y experimentos. Universidad Politécnica de Cataluña.
- Rogers, Robert M. (2003). *Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems*. AIAA. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. John Wiley and Sons.

- Salytchev, Oleg (2004). *Applied Inertial Navigation: Problems and Solutions*. Bauman MSTU Press.
- Salytcheva, Anastasia Olegovna (2004). Medium Accuracy INS/GPS Integration in Various GPS Environments. PhD thesis. University of Calgary.
- Schmidt, George T. (2004). Ins/gps technology trends. North Atlantic Treaty Organization, Research and Technology Organization.
- Shin, Eun-Hwan (2005). Estimation techniques for Low-Cost Inertial Navigation. PhD thesis. University of Calgary.
- SNAME (1950). Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. Technical and research bulletin No. 1-5, New York,.
- Titterton, David H.; Weston, John L. (2004). *Strapdown Inertial Navigation Technology 2nd Edition*. The Institution of Electrical Engineers.
- Torsetnes, Guttorm (2004). Nonlinear Control and Observer Design for Dynamic Positioning using Contraction Theory. PhD thesis. Norwegian University of Science and Technology, Submitted to the Department of Engineering Cybernetics at NTNU.
- Tsai, Chun-Ming (2004). Navigation System for a Helicopter UAV. PhD thesis. Simon Fraser University.
- Viertler, Franz (2009). Low-Cost Integrated Navigation System. PhD thesis. University of Western Australia.
- Vik, Bjørnar; Fossen, Thor I. (2001). A nonlinear observer for integration of gps and ins. Norwegian University of Science and Technology.
- Vik, Bjørnar; Fossen, Thor I. (2006). A nonlinear observer for integration of gps and ins attitude. Norwegian University of Science and Technology.
- Welch, Greg; Bishop, Gary (2001). An introduction to the kalman filter. technical report. University of North Carolina at Chapel Hill.
- Zhang, W; Shen, S. Q.; Han Z. Z. (2008). Sufficient conditions for hurwitz stability of matrices. *Latin American Applied Research*.

Zhang, Xiaohong (2003). Integration of GPS with A Medium Accuracy IMU for Metre-Level Positioning. PhD thesis. University of Calgary.