

Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

*Estimación de la velocidad y control de un manipulador
utilizando Modo Deslizante de control.*

Autor: Yander Pérez Hernández

Tutor: Dr. José Rafael Abreu García

Santa Clara

2008

"Año 50 de la Revolución"

Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

*Estimación de la velocidad y control de un manipulador
utilizando Modo Deslizante de control.*

Autor: Yander Pérez Hernández

yander@uclv.edu.cu

Tutor: Dr. José Rafael Abreu García

Prof. Titular, Departamento de Automática y Sist. Computacionales

Facultad de Ingeniería Eléctrica

abreu@uclv.edu.cu .

Santa Clara

2008

"Año 50 de la Revolución"



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Autor

Firma del Jefe de Departamento
donde se defiende el trabajo

Firma del Responsable de
Información Científico-Técnica

PENSAMIENTO

El futuro de Cuba tiene que ser necesariamente un futuro de hombres de ciencia.

Fidel Castro Ruz

(15 de enero de 1960)

DEDICATORIA

A mis padres por brindarme todo el apoyo que necesité para alcanzar mis sueños. Por estar siempre ahí, en los buenos momentos y también en los malos. Por enseñarme que todo en la vida es posible si las personas se lo proponen. En fin, por ser los únicos y los mejores.

AGRADECIMIENTOS

A nuestro Comandante en Jefe Fidel Castro Ruz y a todos los héroes y mártires que hicieron posible la Revolución, inmensa obra sin la cual no hubiera podido acceder a la Universidad.

A todo el claustro de profesores de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas que con dedicación y entrega me nutrieron de los más valiosos y avanzados conocimientos.

A mi tutor Dr. José Rafael Abreu García por el incondicional apoyo brindado en la investigación y realización de este trabajo de diploma.

A mi madre por la dedicación, el apoyo y el espíritu de sacrificio inculcado, que hicieron posible vencer obstáculos, enfrentar dificultades y poder concluir los estudios.

A mi padre por haber formado en mí la vocación hacia las ciencias técnicas y en específico hacia esta especialidad.

A los que de alguna manera me ayudaron.

Gracias a todos por haberme formado como un profesional calificado listo para continuar la obra que me lo permitió.

TAREA TÉCNICA

- 1.- Revisión bibliográfica sobre el tema.
- 2.- Características y modelación de robots industriales. Modelación del Robot ASEA IRB-6
- 3.- Métodos de control empleados para robot industriales.
- 4.- Estudio del método de Control de Estructuras Variables y Modo Deslizante. Diseño del controlador por Modo Deslizante para las articulaciones del Robot IRB-6.
- 5.- Diseño del Observador de Estado para estimar las velocidades de las articulaciones del robot.
- 6.- Simulación del sistema compuesto por las articulaciones, control por Modo Deslizante y Observador.
- 7.- Análisis de los resultados.
- 8.- Confección del informe final.

Firma del Autor

Firma del Tutor

RESUMEN

Dado un sistema no lineal (brazo robótico) es difícil sintonizar un controlador lineal convencional que funcione satisfactoriamente en todo el rango de operación. Por otra parte los controles de estructura variable han demostrado ser eficientes y robustos para dichos sistemas y pueden ser combinados con controladores de otros tipos. El control de la posición y la orientación del elemento final de un manipulador es una tarea de gran importancia dada las características inciertas de los parámetros de estos dispositivos. En este trabajo se presenta el diseño de un algoritmo de control, por Modo Deslizante, de un robot con estructura variable, así como de un Observador de Estado para estimar la velocidad. Se investigó su comportamiento mediante simulación, exhibiendo grandes prestaciones. Se destaca la robustez del sistema en el sentido de que el controlador se diseñó a partir de un modelo simplificado.

TABLA DE CONTENIDOS

| | |
|---|-----|
| PENSAMIENTO | i |
| DEDICATORIA | ii |
| AGRADECIMIENTOS | iii |
| TAREA TÉCNICA | iv |
| RESUMEN | v |
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| Organización del informe | 2 |
| CAPÍTULO 1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA | 4 |
| 1.1 Características de los robots | 5 |
| 1.1.1 Categoría de los robots | 5 |
| 1.1.2 Desarrollo histórico..... | 7 |
| 1.2 Control de los robots..... | 10 |
| 1.2.1 Cinemática del brazo del robot | 10 |
| 1.2.2 Dinámica del brazo del robot..... | 11 |
| 1.2.3 Control del brazo del robot | 11 |
| 1.2.3.1 Controles Adaptativos..... | 12 |
| 1.2.3.2 Control por Realimentación Visual | 13 |
| 1.2.3.3 Control Predictivo..... | 14 |

| | | |
|--|--|----|
| 1.2.3.4 | Control por Modo Deslizante | 15 |
| CAPÍTULO 2. MODELO DINÁMICO DEL ROBOT ASEA IRB-6 | | 17 |
| 2.1 | Modelado dinámico del manipulador | 17 |
| 2.1.1 | Ecuaciones del movimiento de Lagrange-Euler | 18 |
| 2.1.2 | Modelado dinámico del manipulador usado en la práctica..... | 20 |
| 2.1.3 | Representación en forma matricial | 24 |
| 2.2 | Modelado dinámico de los actuadores..... | 26 |
| 2.3 | Conclusiones del capítulo | 32 |
| CAPÍTULO 3. MODO DESLIZANTE..... | | 33 |
| 3.1 | Introducción..... | 34 |
| 3.2 | Modo Deslizante en sistemas dinámicos discontinuos | 37 |
| 3.3 | Declaración del problema | 39 |
| 3.3.1 | VSS en la forma de fase canónica | 41 |
| 3.4 | Diseño del Control por Modo Deslizante para el robot ASEA IRB-6..... | 42 |
| 3.5 | Observadores de Estado..... | 44 |
| 3.5.1 | Observador de Estado de Orden Mínimo | 45 |
| 3.5.2 | Diseño del Observador de Estado de Orden Mínimo para estimar la velocidad ⁴⁸ | |
| 3.6 | Conclusiones del capítulo | 50 |
| CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN | | 51 |
| 4.1 | Implementación en Matlab/Simulink del sistema de control..... | 51 |
| 4.1.1 | Implementación en Matlab/Simulink del modelo dinámico del manipulador 52 | |
| 4.1.2 | Implementación en Matlab/Simulink del modelo dinámico de los actuadores 54 | |

| | | |
|--------------------------------------|--|----|
| 4.1.3 | Implementación en Matlab/Simulink del SMC | 54 |
| 4.2 | Simulación en Matlab/Simulink del sistema de control | 55 |
| 4.2.1 | Respuesta del Observador de Estado de Orden Mínimo | 58 |
| 4.3 | Análisis económico | 59 |
| 4.4 | Conclusiones del capítulo | 60 |
| CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | | 61 |
| Conclusiones | | 61 |
| Recomendaciones | | 62 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS | | 63 |
| ANEXOS | | 66 |
| Anexo I | Parámetros constantes del manipulador | 66 |
| Anexo II | Parámetros constantes del actuador | 67 |

INTRODUCCIÓN

El trabajo con sistemas alineales utilizando técnicas convencionales no ofrece los resultados deseados cuando el punto de operación deseado es cambiante, esto ha motivado la búsqueda de nuevas técnicas de control. En la década del 70 del siglo pasado, Vadim Utkin propuso la utilización de sistemas de control de Estructura Variable y específicamente el Modo Deslizante que ha sido ampliamente utilizado en este tipo de aplicaciones. El uso del control por Modo Deslizante, conlleva a la utilización de sensores, que además de ser relativamente caros, ofrecen señales ruidosas influidas básicamente por el “chattering” todavía presente en este tipo de sistema, no obstante los esfuerzos realizados por científicos en todo el mundo. En el trabajo se prevé estimar señales que por sus fuentes de generación estarán libres de los referidos ruidos.

Pese a los esfuerzos realizados, ha sido difícil el diseño de controladores para sistemas robóticos con parámetros inciertos. En ellos se considera que se dispone de la posición angular y la velocidad de cada una de las articulaciones. Los robots generalmente están equipados con sensores de posición precisos (generalmente encoder), sin embargo la medición de la velocidad es mediante tacómetros utilizados en la medición de la velocidad angular da salidas contaminadas con ruido sobre todo a baja velocidad. Este inconveniente se puede solucionar si se utiliza un observador para la estimación de la velocidad

El control por Modo Deslizante no es solo una clase de sistemas de control no lineal, pero también inherentemente introduce discontinuidades en el lazo del control. Sin embargo, la mayoría de las herramientas para el análisis del sistema y síntesis del control se desarrolló para sistemas de control lineales continuos y sistemas no lineales. Por consiguiente, estas herramientas no son aplicables a los métodos de control discontinuos como el Control por

Modo Deslizante y Sistemas de Estructura Variable (SMC y VSS, por sus siglas en inglés respectivamente).

La característica fundamental del SMC es que el movimiento del estado del sistema es limitado a una trayectoria previamente definida, denominada superficie de deslizamiento, por la cual desliza hacia el estado de equilibrio en el espacio de estado (Arafet 2000). La principal ventaja de este control es que aporta robustez ante perturbaciones, tanto internas como externas, cuando estas tienen cotas conocidas (Romero 2002).

En la literatura se reportan diversos trabajos que describen procedimientos para solucionar los problemas resultantes de los efectos antes expuestos. En muchas ocasiones se construyen modelos de las no linealidades y se usan en el esquema de control con el fin de cancelar el efecto de las mismas. También se utilizan técnicas de Control Adaptable, de Lógica Borrosa, de Redes Neuronales, etc. (Naranjo 1993).

El objetivo específico de este trabajo es diseñar un Control por Modo Deslizante y mediante la estimación de la velocidad de las articulaciones de un robot permita el control de la posición del elemento final ante parámetros inciertos del manipulador.

Este sistema de control será diseñado para un robot donde el actuador es un motor de CD controlado por armadura, calculando el controlador a partir de un modelo simplificado. El sistema de control diseñado será evaluado por medio de simulaciones usando Matlab/Simulink.

Desde el punto de vista tecnológico se posibilitará incrementar los conocimientos y aplicaciones de esta técnica de control con sus ventajas en aplicaciones que así lo requieran.

Los resultados previstos en este trabajo son el estudio de las técnicas de Control por Modo Deslizante, sus principios teóricos y prácticos así como posibles aplicaciones. Se aplicará este control a un robot manipulador, el ASEA IRB-6, el cual se encuentra disponible en el Laboratorio de Robótica y Percepción de nuestra facultad.

Organización del informe

Este trabajo de diploma está estructurado de la siguiente forma:

En el Capítulo 1 se realizará una revisión bibliográfica sobre el desarrollo de la robótica en el mundo así como sus diferentes características, aplicaciones y categorías en que se encuentran divididos. También se expondrán las diferentes estrategias de control más utilizadas, las cuales se encuentran presentes en muchas aplicaciones del área ingenieril.

En el Capítulo 2 se analizará el modelo dinámico del robot ASEA IRB-6. Para esto se dividirá el capítulo en dos epígrafes principales. En el primer epígrafe se modelará el brazo del robot o manipulador, y en el segundo epígrafe los motores o actuadores. Al final se llegará al modelo dinámico general del robot donde se apreciarán sus variables de salida y de control. Este modelo será representado tanto en el espacio de estado como en diagrama de bloques.

En el Capítulo 3 se realizará una revisión bibliográfica sobre el Control por Modo Deslizante donde se abordarán algunas de las estrategias que existen para su diseño así como sus definiciones y condiciones de existencia. También se realizará un estudio de los Observadores de Estado, el cual será utilizado para estimar la velocidad. Finalmente se diseñará el observador y el control de la posición del robot ASEA IRB-6 mediante Modo Deslizante

En el Capítulo 4 se simulará el modelo del robot con la ley de control y el observador de velocidad con parámetros inciertos. Aquí se comprobará la robustez de este control así como su ventaja para su aplicación en el área industrial, que es donde se encuentran este tipo de robots.

CAPÍTULO 1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

La necesidad cada vez más acuciante de aumentar la productividad y conseguir productos acabados de una calidad uniforme, está haciendo que la industria gire cada vez más hacia una automatización basada en el ordenador. En el momento actual, la mayoría de las tareas de fabricación automatizadas se realizan mediante máquinas de uso especial diseñadas para realizar funciones predeterminadas en un proceso de manufacturación. La inflexibilidad y generalmente el alto costo de estas máquinas, a menudo llamadas sistemas de automatización duros, han llevado a un interés creciente en el uso de robots capaces de efectuar una variedad de funciones de fabricación en un entorno de trabajo mas flexible y a un menor costo de producción. Desde que en la década de los 60 comenzó un nuevo campo en la tecnología con el desarrollo de los robots, éstos se han adaptado de forma óptima en algunos sectores como la industria del automóvil(García 2004).

La palabra robot proviene de la palabra checa robota, que significa trabajo, y el diccionario Webster lo define como un dispositivo automático que efectúa funciones ordinariamente asignadas a los seres humanos. Una definición utilizada por el Robot Institute of America da una descripción más precisa de los robots industriales: un robot es un manipulador reprogramable multifuncional diseñado para mover materiales, piezas o dispositivos especializados, a través de movimientos programados variables para la realización de una diversidad de tareas. En suma, un robot es un manipulador reprogramable de uso general con sensores externos que pueden efectuar diferentes tareas de montaje. Con esta definición, un robot debe poseer cierta inteligencia que se debe normalmente a los algoritmos de computación asociados con su sistema de control y sensorial.

1.1 Características de los robots

Un robot industrial es un manipulador de uso general controlado por ordenador que consiste en algunos elementos rígidos conectados en serie mediante articulaciones prismáticas o de revolución. El final de la cadena está fijo a una base soporte, mientras el otro extremo está libre y equipado con una herramienta para manipular objetos o realizar cadenas de montaje. Mecánicamente, un robot se compone de un brazo y una muñeca más una herramienta, la cual se diseña para alcanzar una pieza de trabajo localizada dentro de su volumen de trabajo, el cual es la esfera de influencia de un robot cuyo brazo puede colocar el submontaje de la muñeca en cualquier punto dentro de dicha esfera. El brazo generalmente se puede mover con tres grados de libertad. La combinación de estos movimientos orienta la pieza de acuerdo a la configuración del objeto para facilitar su recogida. Estos tres últimos movimientos se denominan a menudo elevación (pitch), desviación (yaw) y giro (roll). Por tanto para un robot con seis articulaciones, el brazo es el mecanismo de posicionamiento, mientras que la muñeca es el mecanismo de orientación.

1.1.1 Categoría de los robots

Muchos robots industriales, que están disponibles comercialmente, se utilizan ampliamente en tareas de fabricación y de ensamblaje, tales como manejo de material, soldaduras por arco y de punto, montajes de piezas, pintura, carga y descarga de máquinas controladas numéricamente, exploraciones espaciales y submarinas, investigación de brazos protésicos y en el manejo de materiales peligrosos. Estos robots entran en una de las cinco categorías que definen movimientos básicos:

- Robot cartesiano. Este tipo de robot utiliza tres dispositivos deslizantes perpendiculares entre sí para generar movimientos de acuerdo con los ejes de coordenadas cartesianas X , Y y Z (ejemplo: robot RS-1 de IBM y robot Sigma de Olivetti).
- Robot cilíndrico. Se basa en una columna vertical que puede girar sobre la base. Tiene un dispositivo de deslizamiento que puede moverse hacia arriba o hacia abajo a lo largo de la columna. El brazo del robot está unido al dispositivo deslizante de modo que puede moverse en sentido radial con respecto a la columna (ejemplo: robot Versatran 600 de Prab).

- Robot esférico o polar. Utiliza un brazo telescópico que puede bascular en torno a un eje horizontal. Este eje horizontal está montado sobre una base giratoria. Las articulaciones proporcionan al robot la capacidad de desplazar el brazo en una zona del espacio esférica (ejemplo: Unimate 2000B de Unimation Inc.).
- Robot de brazo articulado. Está formado por un eje que gira sobre una base fija. Aunque tiene una articulación en el brazo, el movimiento está limitado a un plano. También puede realizar movimientos lineales mediante la articulación deslizante del extremo del brazo. El robot más común de este tipo se conoce como robot SCARA.
- Robot antropomórfico. Está constituido por dos componentes rectos que simulan el brazo o antebrazo humano. Estos antebrazos están conectados mediante unas articulaciones que se asemejan al hombro y al codo (ejemplo: IRB-6 de ASEA).

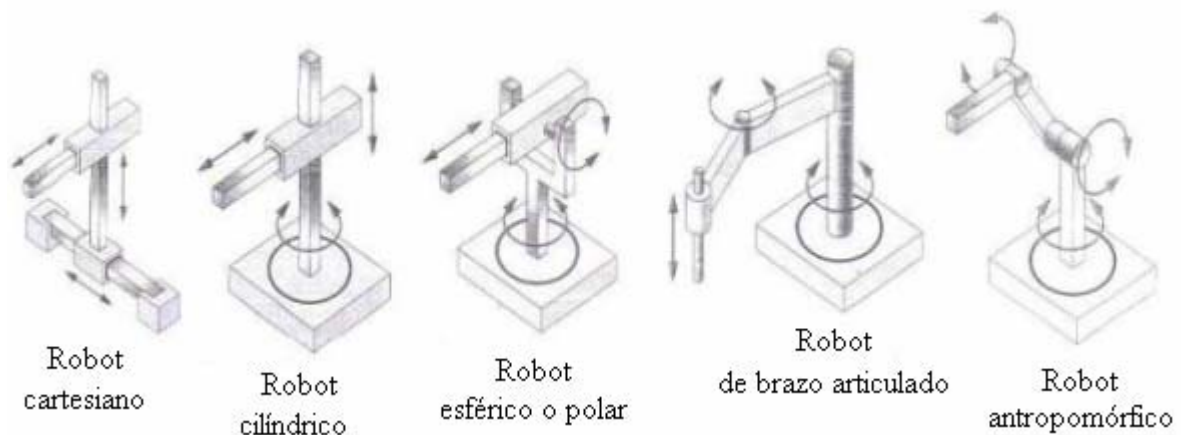


Figura 1.1 Categoría de los robots según sus movimientos.

La mayoría de los robots industriales de hoy en día, aunque están controlados por mini y microordenadores, son básicamente simples máquinas posicionales. Ejecutan una tarea dada mediante la grabación de secuencias prerregistradas o preprogramadas de movimientos que han sido previamente guiadas o enseñadas por el usuario con un control de mando portátil. Más aún, estos robots están equipados con pocos o ningún sensor externo para obtener la información vital en su entorno de trabajo. Como resultado de esto, los robots se utilizan principalmente en tareas repetitivas relativamente simples.

1.1.2 Desarrollo histórico

Los primeros trabajos que condujeron a los robots industriales de hoy en día se remontan al período que siguió inmediatamente a la Segunda Guerra Mundial. Durante los años finales de la década de los cuarenta, comenzaron programas de investigación en Oak Ridge y Argonne National Laboratories para desarrollar manipuladores mecánicos controlados de forma remota para manejar materiales radiactivos. Estos sistemas eran del tipo maestro-esclavo, diseñados para reproducir fielmente los movimientos de mano y brazos realizados por un operario humano. El manipulador maestro era guiado por el usuario a través de una secuencia de movimientos, mientras que el manipulador esclavo duplicaba a la unidad maestra tan fidedignamente tal como le era posible. Posteriormente se añadió la realimentación de la fuerza acoplando mecánicamente el movimiento de las unidades maestro y esclavo de forma que el operador podía sentir las fuerzas que se desarrollaban entre el manipulador esclavo y su entorno. A mediados de los años cincuenta, el acople mecánico se sustituyó por sistemas eléctricos e hidráulicos en manipuladores tales como el Handyman de General Electric y el Minotaur I construido por General Mills.

El trabajo sobre manipuladores maestro-esclavo fue seguido rápidamente por sistemas más sofisticados capaces de operaciones repetitivas autónomas. A mediados de los años cincuenta, George C. Devol desarrolló un dispositivo que él llamó dispositivo de transferencia articulada, un manipulador cuya operación podía ser programada (y, por tanto cambiada) y que podía seguir una secuencia de pasos de movimientos determinados por las instrucciones en el programa. Posteriores desarrollos de este concepto por Devol y Joseph F. Engelberger condujo al primer robot industrial, introducido por Unimation Inc. en 1958. La clave de este dispositivo era el uso de un ordenador en conjunción con un manipulador para producir una máquina que podía ser enseñada para realizar una variedad de tareas de forma automática. Al contrario que las máquinas de automatización de uso dedicado, estos robots se podían reprogramar y cambiar de herramienta a un costo relativamente bajo para efectuar otros trabajos cuando cambiaban los requisitos de fabricación.

Aunque los robots programados ofrecían una herramienta de fabricación nueva y potente, se hizo patente en los años sesenta que la flexibilidad de estas máquinas se podía mejorar significativamente mediante el uso de una realimentación sensorial. Al comienzo de esa

década, H.A.Ernst publicó el desarrollo de una mano mecánica controlada por ordenador con sensores táctiles. Este dispositivo, llamado el MH-1, podía sentir bloques y usar esta información para controlar la mano de manera que apilaba los bloques sin la ayuda de un operario. Este trabajo es uno de los primeros ejemplos de un robot capaz de establecer una conducta adaptativa en un entorno razonablemente no estructurado. El sistema consistía en un manipulador ANL, modelo 8, con seis grados de libertad, controlado por un ordenador TX-O mediante un dispositivo de interfase. Este programa de investigación posteriormente evolucionó como parte del proyecto MAC, y se le añadió una cámara de televisión para comenzar la investigación sobre la percepción en la máquina. Durante el mismo período Tomovic y Boni desarrollaron una mano prototipo provista con un sensor de presión que detectaba el objeto y proporcionaba una señal de realimentación de entrada a un motor para iniciar uno de los modelos de aprehensión. Una vez que la mano estaba en contacto con el objeto, se enviaba a un ordenador la información proporcional a su tamaño y peso mediante estos elementos sensibles a la presión. En 1963, la American Machine and Foundry Company (AMF) introdujo el robot comercial VERSATRAN. Comenzando este mismo año, se desarrollaron diversos diseños para manipuladores, tales como el brazo Roehampton y el Edinburgh.

A finales de los años sesenta, McCarthy y sus colegas en el Stanford Artificial Intelligence Laboratory publicaron el desarrollo de un robot con manos, ojos y oídos (es decir, manipuladores, cámaras de TV y micrófonos). Demostraron un sistema que reconocía mensajes hablados, veía bloques distribuidos sobre una mesa y los manipulaba de acuerdo a instrucciones. Durante este período, Pieper estudió el problema cinemático de un manipulador controlado por ordenador, mientras que Kahn y Roth, en 1971, analizaban la dinámica y el control de un brazo restringido utilizando control bangbang (casi de tiempo mínimo).

Mientras tanto, otros países (en particular Japón) comenzaron a ver el potencial de los robots industriales. Ya en 1968, la compañía japonesa Kawasaki Heavy Industries negoció una licencia con Unimation para sus robots. Uno de los desarrollos más poco usuales en robots sucedió en 1969, cuando se desarrolló un camión experimental por la General Electric para la Armada Americana. En el mismo año se desarrolló el brazo Boston y al año siguiente el brazo Stanford, que estaba equipado con una cámara y controlados por ordenador. Algunos

de los trabajos más serios en robótica comenzaron cuando estos brazos se utilizaron como robots manipuladores. Un experimento en el brazo Stanford consistía en apilar automáticamente bloques de acuerdo con diversas estrategias. Esto era un trabajo muy sofisticado para un robot automatizado de esa época. En 1974, Cincinnati Milacron introdujo su primer robot industrial controlado por ordenador. Lo llamó The Tomorrow Tool (la herramienta del mañana) o T3, que podía levantar más de 45 Kg así como seguir a objetos móviles en una línea de montaje.

Durante los años setenta se centró un gran esfuerzo de investigación sobre el uso de sensores externos para facilitar las operaciones manipulativas. En Stanford, Bolles y Paul, utilizando realimentación tanto visual como de fuerza, demostraron que un brazo Stanford controlado por ordenador, conectado a un Digital PDP-10, efectuaba el montaje de bombas de agua de automóvil. Hacia la misma época, Will y Grossman en IBM desarrollaron un manipulador controlado por ordenador con sensores de contacto y fuerza para realizar montajes mecánicos en una máquina de escribir de veinte piezas. Inoue, en el Artificial Intelligence Laboratory del MIT, trabajó sobre los aspectos de inteligencia artificial de la realimentación de fuerzas. Se utilizó una técnica de búsqueda de aterrizajes, propia de la navegación aérea, para realizar el posicionado inicial de una tarea de montaje precisa. En el Draper Laboratory, Nevins y colaboradores investigaron técnicas sensoriales basadas en el control coordinado de fuerza y posición. Este trabajo desarrolló la instrumentación de un dispositivo Centro Remoto de Control (RCC, por sus siglas en inglés) que se unió a la placa de montaje de la última articulación del manipulador para cerrar el conjunto de coincidencias de piezas. Bejczy, en el Jet Propulsion Laboratory, desarrolló una técnica de control de torque basada en ordenadores sobre su brazo Stanford ampliado para proyectos de exploración espacial. Desde entonces han sido propuestos diversos métodos de control para manipuladores mecánicos.

Hoy día vemos la robótica como un campo de trabajo mucho más amplio que el que teníamos simplemente hace unos pocos años, tratando con investigación y desarrollo en una serie de áreas interdisciplinarias, que incluyen cinemática, dinámica, planificación de sistemas, control, sensores, lenguajes de programación e inteligencia de máquina.

1.2 Control de los robots

El control en los robots, robots móviles y robots de brazo manipulador, ha fascinado a los ingenieros en control por muchas décadas. Los robots son sistemas mecánicos muy complejos con dinámicas altamente no lineales, cuya operación de alto desempeño requiere del diseño de controles no lineales para poder explotar completamente las potencialidades de un robot.

Encontrar el control más eficiente para un manipulador es una de las tareas más importantes en la robótica moderna. A este tipo de robots generalmente se les demanda elevadas prestaciones de velocidad y precisión de movimiento. El control dinámico debe procurar que las trayectorias sean seguidas fielmente por el robot. Para este fin es necesario tener conocimiento del modelo dinámico del robot y de las herramientas de diseño aportadas por la teoría de control (Craig 2003).

El modelo dinámico de los robots manipuladores es fuertemente no lineal, multivariable, acoplado y de parámetros inciertos, lo que hace que el diseño del control para este tipo de mecanismos sea muy complejo. En la práctica se realizan simplificaciones para facilitar el diseño del control, aunque limitando ciertas características de movimiento del robot. El uso de técnicas más robustas puede mejorar este problema aunque el costo computacional aumenta considerablemente.

1.2.1 Cinemática del brazo del robot

La cinemática del brazo del robot trata con el estudio analítico de la geometría del movimiento de un brazo de robot con respecto a un sistema de coordenadas de referencia fijo sin considerar las fuerzas o momentos que originan el movimiento. Así, la cinemática se interesa por la descripción analítica del desplazamiento espacial del robot como una función del tiempo, en particular de las relaciones entre la posición de las variables de articulación y la posición y orientación del efecto final del brazo del robot.

Hay dos problemas fundamentales en la cinemática del robot. El primer problema se suele conocer como el problema cinemático directo, mientras que el segundo es el problema cinemático inverso. Como las variables independientes en un robot son las variables de articulación, y una tarea se suele dar en términos del sistema de coordenadas de referencia, se utiliza de manera más frecuente el problema cinemático inverso. Denavit y Hartenberg

en 1955 propusieron un enfoque sistemático y generalizado de utilizar álgebra matricial para describir y representar la geometría espacial de los elementos del brazo del robot con respecto a un sistema de referencia fijo. Este método utiliza una matriz de transformación homogénea 4x4 para describir la relación espacial entre dos elementos mecánicos rígidos adyacentes y reduce el problema cinemático directo a encontrar una matriz de transformación homogénea 4x4 que relaciona el desplazamiento espacial del sistema de coordenadas de la mano al sistema de coordenadas de referencia. Estas matrices de transformación homogéneas son también útiles en derivar las ecuaciones dinámicas del movimiento del brazo del robot. En general, el problema cinemático inverso se puede resolver mediante algunas técnicas. Los métodos utilizados más comúnmente son el algebraico matricial, iterativo o geométrico.

1.2.2 Dinámica del brazo del robot

La dinámica del robot, por otra parte, trata con la formulación matemática de las ecuaciones del movimiento de un manipulador con un conjunto de ecuaciones matemáticas que describen la conducta dinámica del manipulador. Tales ecuaciones de movimiento son útiles para simulación en ordenadores del movimiento del brazo, el diseño de ecuaciones de control apropiadas para el robot y la evaluación del diseño y estructura cinemática del robot. El modelo dinámico real de un brazo se puede obtener de leyes físicas conocidas tales como las leyes de Newton y la mecánica lagrangiana. Esto conduce al desarrollo de las ecuaciones dinámicas de movimiento para las distintas articulaciones del manipulador en términos de los parámetros geométricos e inerciales especificados para los distintos elementos. Se pueden aplicar sistemáticamente enfoques convencionales como las formulaciones de Lagrange-Euler y de Newton-Euler para desarrollar las ecuaciones de movimientos del robot.

1.2.3 Control del brazo del robot

En la actualidad existen técnicas de control convencional tanto lineal como no lineal, que pueden ser utilizadas para robots manipuladores. En el caso del control lineal, el manipulador debe restringir su funcionamiento a rangos pequeños de movimiento donde se pueda suponer que el comportamiento del mismo es lineal, en el otro caso, no se restringe

el rango de movimiento del robot, pero son métodos más costosos de utilizar; en ambos casos se comportan bien ante modelos dinámicos conocidos.

La estimación de los efectos gravitatorios, dinámicos y de fricción es de fundamental importancia si se quiere desarrollar controladores avanzados para manipuladores. En la mayoría de estos controladores hay presente una componente predictiva que estima el torque que necesita el manipulador, una vez conocida la referencia que se proporciona. Hay muchos métodos de plantear la identificación de un robot manipulador, siendo uno de los más conocidos los que utilizan regresiones lineales en los parámetros dinámicos(Sciavicco 1996).

1.2.3.1 Controles Adaptativos

Cuando aparecen parámetros desconocidos, generalmente por la simplificación del modelo o son variables que son difíciles de medir o presentan imprecisiones, tales como rozamiento entre articulaciones, inercia de las mismas, o porque el cálculo del modelo inverso es excesivamente lento(Barrientos 1998), es necesario utilizar controles adaptativos.

Existen técnicas de control adaptativo no inteligentes, entre las más conocidas:

- Control adaptativo por planificación de ganancias, que consiste en dividir el funcionamiento del robot en varios rangos de operación definidos por posición y carga del manipulador y para cada uno de estos rangos realizar un sistema de control convencional. Este tipo de controlador presenta como principal dificultad que pueden existir muchísimos puntos de funcionamiento, complicando excesivamente el diseño del mismo.
- Control adaptativo con modelo de referencia (MRAC, por sus siglas en inglés), este tipo de controlador da un modelo de referencia, que es muy difícil de elegir, el cual tiene un comportamiento ideal. El comportamiento instantáneo del modelo real y el modelo deseado son utilizados para adaptar el controlador(Barrientos 1998).

Otra familia de controladores adaptativos son los controladores inteligentes, en los que se viene trabajando cerca de 30 años, utilizando técnicas de inteligencia artificial. El diseño de estos controladores tiene como ventaja principal que no es necesario conocer

completamente la planta, incluso en algunos casos esta puede ser completamente desconocida(Hsu 2001). Las técnicas de este tipo más conocidas son:

- Lógica difusa, que requiere el conocimiento inicial de un experto para su diseño, pero no requiere tiempo de entrenamiento.
- Perceptrón Multicapa, que es una técnica basada en el funcionamiento de las neuronas del cerebro, requiere que se entrene antes de ser implementado por primera vez.
- CMAC, es otro tipo de red neuronal, pero se encuentran basadas en el funcionamiento del cerebelo(Albus 1975), también requieren ser entrenadas antes de ponerse en funcionamiento, pero al igual que las del Perceptrón Multicapa no requiere conocimiento anterior del experto.
- También están las técnicas híbridas, ANFIS, P-CMAC, PID difuso, H-infinito difuso, que combinan redes neuronales con lógica difusa o bien técnicas convencionales con lógica difusa.

1.2.3.2 Control por Realimentación Visual

La interacción entre sensores visuales y sistemas robóticos ha sido y es objeto de gran interés en la investigación de las últimas décadas. Tiene especial relevancia en aplicaciones en las que un manipulador robótico o robot (en el sentido más general) tiene que interactuar con objetos, bien se trate de objetos estáticos cuya localización no sea conocida de forma precisa o simplemente sea impredecible, o bien de objetos móviles, cuyo perfil de movimiento no sea conocido(García 2001).

La realimentación visual se aplica a sistemas guiados visualmente, los cuales hacen uso de una o varias cámaras para obtener información en forma de imágenes, que es empleada como señal de realimentación para dirigir o controlar a un elemento manipulador durante la realización de una tarea(Pérez 2004). Cuando se usa realimentación visual, se deben extraer de las imágenes capturadas algunas características del objeto de interés que proporcionen suficiente información para el control del robot. Cuando se combina el control de un robot manipulador con el uso de sensores visuales (cámaras), ya sean estos últimos individuales o múltiples, debe decidirse la relación cinemática ligada a ambos.

El término realimentación visual, como otro método para controlar un robot se conoce comúnmente como Servo Control Visual (Visual Servoing). En dichos sistemas robóticos, las características visuales tales como puntos, líneas, regiones, etc., se pueden usar, por ejemplo, para posicionar y orientar la pinza de un manipulador respecto a un determinado objeto. Durante el control hay que tener en cuenta que los sensores visuales pueden permanecer estáticos y/o móviles. En el primer caso, estos se encuentran dispuestos en una ubicación fija y observan la escena en la que deben estar perfectamente visibles tanto el robot manipulador como el objeto de interés.

1.2.3.3 Control Predictivo

El Control Predictivo (Model Predictive Control, MPC) se desarrolló a finales de los setenta y ha tenido un desarrollo considerable desde entonces. El término Control Predictivo no designa a una estrategia de control particular sino a un conjunto de métodos de control que hacen uso explícito de un modelo del proceso para obtener la señal de control minimizando una función objetivo. Estos métodos de control conllevan a controladores que tienen básicamente la misma estructura y los mismos elementos (Camacho 1999). El MPC es una técnica bastante popular tanto en el ámbito académico como industrial, donde ha sido implementado en numerosas aplicaciones mostrando buen desempeño; se pueden encontrar aplicaciones en la industria de cemento, desecadoras, brazos robóticos. Los distintos algoritmos de control predictivo difieren en el tipo de modelo utilizado para representar al proceso y a las perturbaciones, y la función objetivo considerada.

La idea básica de un MPC es calcular una secuencia de futuras señales de control de tal manera que minimice una función de costo sobre un horizonte de predicción. El índice a minimizar es el valor esperado de una función del error cuadrático entre la salida futura de la planta y la secuencia de valores de la referencia futura, más una función cuadrática que pondera el esfuerzo de control. Con el objetivo de implementar el MPC, se utiliza un modelo del sistema para predecir las salidas futuras de la planta, sobre la base de los valores pasados de las entradas y salidas del sistema. Es por ello que el modelo del sistema constituye un elemento fundamental en el desempeño del controlador, y es conveniente

seleccionar un modelo lo más representativo posible del sistema real con el objeto de lograr una estimación exacta de las salidas futuras del sistema (Clarke 1987).

La formulación convencional del MPC emplea un modelo lineal para realizar la estimación de las salidas futuras de la planta, es por ello que las no linealidades constituyen un serio obstáculo para el buen rendimiento del controlador, puesto que el modelo lineal deja de producir estimaciones exactas de la dinámica futura del sistema al alejarse del punto de operación donde se obtuvo el modelo lineal.

1.2.3.4 Control por Modo Deslizante

El Control por Modo Deslizante (Sliding Mode Control, SMC) es un caso especial de Control por Estructura Variable (Variable Structure Control, VSC), desarrollado en la Unión Soviética en la década de los 60 (Utkin 1992). Las técnicas de SMC han sido empleadas en diversos sistemas, por las ventajas desde el punto de vista de robustez que presenta en su aplicación para el control de sistemas no lineales, variantes en el tiempo y sistemas con incertidumbre.

Los sistemas con Modo Deslizante tienen capacidad para ser una herramienta eficiente para el control complejo de alto orden de plantas dinámicas no lineales que operan bajo condiciones inciertas, un problema común para muchos procesos de tecnología moderna. La característica fundamental del Control por Modo Deslizante es que el movimiento del estado del sistema es limitado a una trayectoria previamente definida, denominada superficie de deslizamiento, por la cual desliza hacia el estado estable en el espacio de estado.

La metodología de diseño de un SMC (Utkin 1992), implica dividir el problema en dos subproblemas de menor dimensión:

1. Primero establecer la dinámica de la superficie de deslizamiento, que debe de ser estable y puede ser lineal, diseñando entonces, la superficie que es la encargada de regir el comportamiento del sistema cuando se encuentra en el modo de deslizamiento.
2. Luego se diseña una ley de control que garantice que las trayectorias cerca de la superficie de deslizamiento conduzcan hacia la superficie.

Una vez que el sistema es atrapado en la superficie, donde la estructura y los parámetros han sido establecidos por el diseñador, la dinámica a lazo cerrado viene determinada completamente por las ecuaciones que la definen, y es independiente de las perturbaciones en los parámetros del sistema; de esta manera se logra una excelente robustez(Zambrano 2004).

CAPÍTULO 2. MODELO DINÁMICO DEL ROBOT ASEA IRB-6

Como un componente fundamental para tareas de diseño de robots industriales, inclusive en las aplicaciones más simples, los elementos de modelación y simulación de los dispositivos son de una inestimable ayuda para la toma de las mejores decisiones (Fu 1988). En robótica podemos identificar dos vertientes de trabajo en el desarrollo de la modelación, por una parte lo relacionado con la representación geométrica de los entornos físicos donde se mueven los robots, para lograr la definición de trayectorias libres de colisiones y por otro, herramientas para modelación de las características cinemáticas y dinámicas de los dispositivos para la toma de decisiones en el proceso de fabricación de los robots y como apoyo para las tareas de control (Rodríguez 2004).

En este capítulo se realizará la modelación analítica de las características dinámicas del robot ASEA IRB-6 para su control posterior. Este robot cuenta con cinco grados de libertad pero solo se analizarán los dos correspondientes al brazo manipulador.

2.1 Modelado dinámico del manipulador

El modelado dinámico de manipuladores puede ser obtenido a través de varios métodos, pero todos son equivalentes al final (Lewis 1993). Dos de los métodos más usados son:

1. Método de Newton-Euler.
2. Método de Lagrange-Euler.

A partir de las ecuaciones de Newton-Euler se obtiene una representación vectorial de la dinámica del robot, cuya principal desventaja es que conforme aumenta el número de articulaciones del robot, el análisis se complica grandemente.

Por otro lado a partir de las ecuaciones de Lagrange-Euler se obtienen un grupo de ecuaciones diferenciales escalares, tales que su número depende del número de grados de libertad del manipulador, con lo que, al aumentar el número de articulaciones, el análisis es más largo, pero no más complicado. Por esta situación el análisis que se desarrollará aquí responde a las ecuaciones de Lagrange-Euler (Arbide 1990).

2.1.1 Ecuaciones del movimiento de Lagrange-Euler

Si se considera un robot manipulador que se componga de n eslabones y con n grados de libertad, la energía total ε de este robot manipulador es la suma de su energía cinética K y su energía potencial ν tal que:

$$\varepsilon(q(t), \dot{q}(t)) = K(q(t), \dot{q}(t)) + \nu(q(t)) \quad (2.1)$$

El lagrangiano de este manipulador está dado por la diferencia entre su energía cinética K y su energía potencial ν , de forma que:

$$\zeta(q(t), \dot{q}(t)) = K(q(t), \dot{q}(t)) - \nu(q(t)) \quad (2.2)$$

Las ecuaciones de movimiento de Lagrange para el manipulador de n grados de libertad están definidas por:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial(q(t), \dot{q}(t))}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial(q(t), \dot{q}(t))}{\partial q_i} = \tau_i \quad (2.3)$$

donde:

Tabla 2.1 Variables del manipulador.

| Var. | Descripción de las variables |
|--------------|---|
| $q(t)$ | Vector de posiciones angulares del robot manipulador |
| $\dot{q}(t)$ | Vector de velocidades angulares del robot manipulador |
| τ_i | Torques ejercidos por los actuadores |

Como se mencionó anteriormente tendremos para un manipulador de n grados de libertad n ecuaciones diferenciales escalares, definidas por la ecuación (2.3). Es común representar

estas n ecuaciones en una sola ecuación matricial con la que es más fácil trabajar, y es llamada *ecuación dinámica del manipulador* (Spong 1989), la cual tiene la siguiente forma:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (2.4)$$

donde:

Tabla 2.2 Parámetros de la ecuación dinámica del manipulador.

| Par. | Descripción de los parámetros |
|-----------------|--|
| $M(q)$ | Matriz de inercia del manipulador |
| $C(q, \dot{q})$ | Matriz de coriolis y fuerzas centrífugas |
| $G(q)$ | Vector de fuerzas gravitatorias |

La matriz de inercia del manipulador se obtiene agrupando todos los términos que están multiplicados por \ddot{q} en la ecuación (2.3) en una matriz cuadrada de $n \times n$ donde n son los grados de libertad del manipulador.

Una manera de obtener la matriz de coriolis y fuerzas centrífugas C es a través de los coeficientes o símbolos de Christoffel que están definidos como:

$$C_{ijk} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial M_{kj}(q)}{\partial q_i} + \frac{\partial M_{ki}(q)}{\partial q_j} - \frac{\partial M_{ij}(q)}{\partial q_k} \right] \quad (2.5.1)$$

de donde obtenemos C a partir de:

$$C_{jk} = \sum_{i=1}^n C_{ijk}(q) \dot{q}_i \quad (2.5.2)$$

Los elementos del vector de fuerzas gravitatorias pueden ser obtenidos directamente de la ecuación (2.3), agrupando los términos que estén multiplicados por la constante de aceleración de gravedad (g). Otra forma sencilla de obtenerlos es a través del gradiente de la energía potencial ν , es decir:

$$g(q) = \frac{\partial \nu(q)}{\partial q} \quad (2.6)$$

2.1.2 Modelado dinámico del manipulador usado en la práctica

Considere el manipulador con dos grados de libertad mostrado en la Figura 2.1, mostrada a continuación.

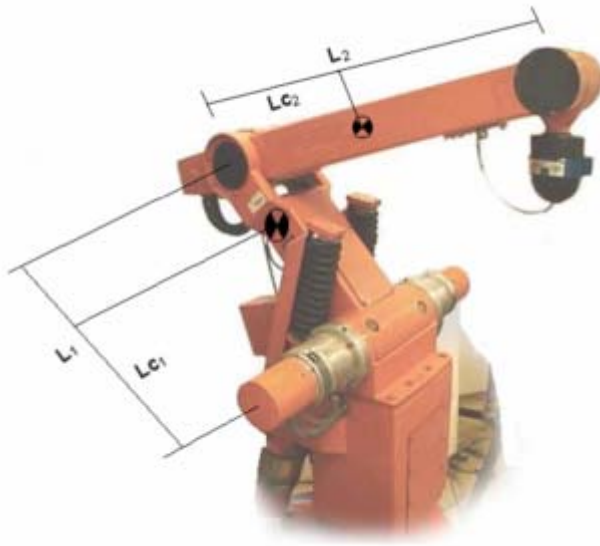


Figura 2.1 Manipulador con dos grados de libertad

En la Figura 2.2 se muestra un esquema para la posición angular del manipulador.

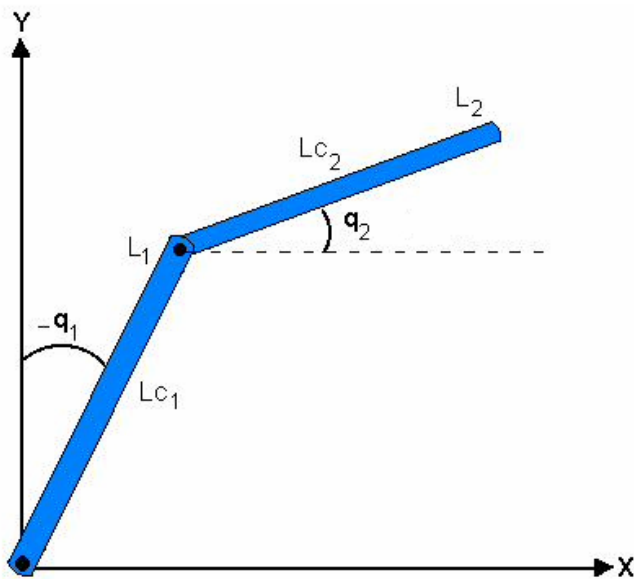


Figura 2.2 Esquema para la posición angular del manipulador.

Donde:

Tabla 2.3 Parámetros constantes del manipulador.

| Par. | Descripción de los parámetros |
|--------|--|
| L_1 | Longitud del eslabón 1 (m) |
| Lc_1 | Longitud al centro de masa del eslabón 1 (m) |
| m_1 | Masa del eslabón 1 (Kg) |
| q_1 | Posición angular del eslabón 1 (Grados o radianes) |
| I_1 | Momento de inercia del eslabón 1 respecto al centro de masa (Kgm^2) |
| L_2 | Longitud del eslabón 2 (m) |
| Lc_2 | Longitud al centro de masa del eslabón 2 (m) |
| m_2 | Masa del eslabón 2 (Kg) |
| q_2 | Posición angular del eslabón 2 (Grados o radianes) |
| I_2 | Momento de inercia del eslabón 1 respecto al centro de masa (Kgm^2) |

La energía cinética κ para este robot manipulador puede descomponerse como la suma de dos partes:

$$\mathbf{K}(q, \dot{q}) = \mathbf{K}_1(q, \dot{q}) + \mathbf{K}_2(q, \dot{q}) \quad (2.7)$$

donde \mathbf{K}_1 y \mathbf{K}_2 son las energías cinéticas asociadas a las masas m_1 y m_2 respectivamente.

Para el primer eslabón las coordenadas del centro de masa expresadas en el plano (x, y) están dadas por:

$$x_1 = Lc_1 \sin(-q_1) = -Lc_1 \sin(q_1)$$

$$y_1 = Lc_1 \cos(-q_1) = Lc_1 \cos(q_1)$$

por lo que la velocidad del centro de masa del primer eslabón esta dada por:

$$\dot{x}_1 = -Lc_1\dot{q}_1 \cos(q_1)$$

$$\dot{y}_1 = -Lc_1\dot{q}_1 \sen(q_1)$$

es decir:

$$v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = Lc_1^2\dot{q}_1^2$$

Finalmente la energía cinética correspondiente al movimiento del primer eslabón queda expresada como:

$$K_1(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{q}_1^2 = \frac{1}{2}m_1Lc_1^2\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{q}_1^2 \quad (2.8)$$

De forma análoga para el segundo eslabón las coordenadas del centro de masa expresadas en el plano (x, y) están dadas por:

$$x_2 = L_1 \sen(-q_1) + Lc_2 \cos(q_2) = -L_1 \sen(q_1) + Lc_2 \cos(q_2)$$

$$y_2 = L_1 \cos(q_1) + Lc_2 \sen(q_2) = L_1 \cos(q_1) + Lc_2 \sen(q_2)$$

por lo que la velocidad del centro de masa del segundo eslabón esta dada por:

$$\dot{x}_2 = -L_1\dot{q}_1 \cos(q_1) - Lc_2\dot{q}_2 \sen(q_2)$$

$$\dot{y}_2 = -L_1\dot{q}_1 \sen(q_1) + Lc_2\dot{q}_2 \cos(q_2)$$

es decir:

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = Lc_1^2\dot{q}_1^2 + Lc_2^2\dot{q}_2^2 + 2L_1Lc_2\dot{q}_1\dot{q}_2 \sen(q_2 - q_1)$$

Finalmente la energía cinética correspondiente al movimiento del segundo eslabón queda expresada como:

$$K_2(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{q}_2^2 = \frac{1}{2}m_2Lc_1^2\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}m_2Lc_2^2\dot{q}_2^2 + \frac{1}{2}m_2L_1Lc_2\dot{q}_1\dot{q}_2 \sen(q_2 - q_1) + \frac{1}{2}I_2\dot{q}_2^2 \quad (2.9)$$

De la misma forma la energía potencial puede descomponerse como la suma de la energía potencial del primer eslabón y la energía potencial del segundo eslabón, tal que:

$$v(q) = v_1(q) + v_2(q)$$

donde $v_1(q)$ y $v_2(q)$ son las energías potenciales asociadas a las masas m_1 y m_2 respectivamente. Se tiene entonces que:

$$v_1(q) = m_1 g L c_1 \cos(-q_1) = m_1 g L c_1 \cos(q_1) \quad (2.10)$$

$$v_2(q) = m_2 g L_1 \cos(q_1) + m_2 g L c_2 \sin(q_2) \quad (2.11)$$

donde g es la constante de aceleración de la gravedad.

A partir de las expresiones (2.8) (2.9) (2.10) y (2.11) podemos calcular el Lagrangiano del manipulador, el cual está expresado como:

$$\zeta(q, \dot{q}) = K_1(q, \dot{q}) + K_2(q, \dot{q}) - v_1(q) - v_2(q)$$

$$\begin{aligned} \zeta(q, \dot{q}) = & \frac{1}{2} m_1 L c_1^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 L c_1^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 L c_2^2 \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 L_1 L c_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2 - q_1) \\ & + \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_2^2 - m_1 g L c_1 \cos(q_1) - m_2 g L_1 \cos(q_1) + m_2 g L c_2 \sin(q_2) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Tomando como base la ecuación (2.3) y teniendo el Lagrangiano del manipulador definido en (2.12) podemos obtener las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \dot{q}_1} = m_1 L c_1^2 \dot{q}_1 + I_1 \dot{q}_1 + m_2 L_1^2 \dot{q}_1 + m_2 L_1 L c_2 \dot{q}_2 \sin(q_2 - q_1) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \zeta}{\partial \dot{q}_1} = m_1 L c_1^2 \ddot{q}_1 + I_1 \ddot{q}_1 + m_2 L_1^2 \ddot{q}_1 + m_2 L_1 L c_2 \ddot{q}_2 \cos(q_2 - q_1) \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial q_1} = m_2 L_1 L c_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_2 - q_1) + m_1 g L c_1 \sin(q_1) + m_2 g L_1 \sin(q_1) \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \dot{q}_2} = m_2 L c_2^2 \dot{q}_2 + m_2 L_1 L c_2 \dot{q}_1 \sin(q_2 - q_1) + I_2 \dot{q}_2 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \zeta}{\partial \dot{q}_2} = m_2 L c_2^2 \ddot{q}_2 + m_2 L_1 L c_2 \ddot{q}_1 \cos(q_2 - q_1) + I_2 \ddot{q}_2 \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial q_2} = m_2 L_1 L c_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_2 - q_1) + m_2 g L c_2 \cos(q_2) \quad (2.18)$$

De donde finalmente obtenemos:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & \ddot{q}_1 (m_1 Lc_1^2 + I_1 + m_2 L_1^2) + \ddot{q}_2 (m_2 L_1 Lc_2 \cos(q_2 - q_1)) \\ & + \dot{q}_1 (-m_2 L_1 Lc_2 \dot{q}_2 \cos(q_2 - q_1)) - m_1 g Lc_1 \text{sen}(q_1) - m_2 g L_1 \text{sen}(q_1) \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \tau_2 = & \ddot{q}_1 (m_2 L_1 Lc_2 \cos(q_2 - q_1)) + \ddot{q}_2 (m_2 Lc_2^2 + I_2) \\ & - \dot{q}_1 (m_2 L_1 Lc_2 \dot{q}_2 \cos(q_2 - q_1)) + m_2 g Lc_2 \cos(q_2) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Donde τ_1 y τ_2 representan los pares que actúan en el primer y segundo eslabón respectivamente.

2.1.3 Representación en forma matricial

Una vez que se han obtenido las ecuaciones (2.19) y (2.20) que nos definen los pares ejercidos en cada uno de los eslabones, la matriz de inercia del manipulador se define como:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

donde:

$$M_{11} = m_1 Lc_1^2 + I_1 + m_2 L_1^2$$

$$M_{12} = M_{21} = m_2 L_1 Lc_2 \cos(q_2 - q_1)$$

$$M_{22} = m_2 Lc_2^2 + I_2$$

A partir de la matriz de inercia del manipulador $M(q)$ y basándonos en la ecuación (2.5.1) podemos encontrar los símbolos o coeficientes de Christoffel de la siguiente forma:

$$C_{111} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial M_{11}}{\partial q_1} + \frac{\partial M_{11}}{\partial q_1} - \frac{\partial M_{11}}{\partial q_1} \right\} = 0$$

$$C_{112} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial M_{21}}{\partial q_1} + \frac{\partial M_{21}}{\partial q_1} - \frac{\partial M_{11}}{\partial q_2} \right\} = -m_2 L_1 Lc_2 \text{sen}(q_2 - q_1)$$

$$C_{121} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial M_{12}}{\partial q_1} + \frac{\partial M_{11}}{\partial q_2} - \frac{\partial M_{12}}{\partial q_1} \right\} = 0$$

$$C_{122} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial M_{22}}{\partial q_1} + \frac{\partial M_{21}}{\partial q_2} - \frac{\partial M_{12}}{\partial q_2} \right\} = 0$$

$$C_{211} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial M_{11}}{\partial q_2} + \frac{\partial M_{12}}{\partial q_1} - \frac{\partial M_{21}}{\partial q_1} \right\} = 0$$

$$C_{212} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial M_{21}}{\partial q_2} + \frac{\partial M_{22}}{\partial q_1} - \frac{\partial M_{21}}{\partial q_2} \right\} = 0$$

$$C_{221} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial M_{12}}{\partial q_2} + \frac{\partial M_{12}}{\partial q_1} - \frac{\partial M_{22}}{\partial q_2} \right\} = m_2 L_1 L c_2 \text{sen}(q_2 - q_1)$$

$$C_{222} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial M_{22}}{\partial q_2} + \frac{\partial M_{22}}{\partial q_2} - \frac{\partial M_{22}}{\partial q_2} \right\} = 0$$

Con los cuales obtenemos la matriz de coriolis y fuerzas centrífugas como:

$$C(q) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

donde a través de la ecuación (2.5.2) tenemos:

$$C_{11} = C_{111}\dot{q}_1 + C_{211}\dot{q}_2 = 0$$

$$C_{12} = C_{121}\dot{q}_1 + C_{221}\dot{q}_2 = -m_2 L_1 L c_2 \dot{q}_2 \text{sen}(q_2 - q_1)$$

$$C_{21} = C_{112}\dot{q}_1 + C_{212}\dot{q}_2 = m_2 L_1 L c_2 \dot{q}_1 \text{sen}(q_2 - q_1)$$

$$C_{22} = C_{122}\dot{q}_1 + C_{222}\dot{q}_2 = 0$$

Finalmente a través de la ecuación (2.6) obtenemos el vector de fuerzas gravitacionales tal que:

$$G(q) = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}$$

donde:

$$G_1 = -m_1 g L c_1 \sin(q_1) - m_2 g L_1 \sin(q_1)$$

$$G_2 = m_2 g L c_2 \cos(q_2)$$

2.2 Modelado dinámico de los actuadores

Los actuadores de los robots manipuladores son los encargados de generar el torque a transmitir a los eslabones del manipulador, y pueden ser eléctricos, neumáticos o hidráulicos (Kuo 1996). Normalmente en robots manipuladores se utilizan actuadores eléctricos, que en la mayoría de los casos son motores de corriente continua con imán permanente, el cual es el usado en este caso, y que se muestra en la Figura 2.3.



Figura 2.3 Motor de corriente continua con imán permanente.

La Figura 2.4 es una representación idealizada de un motor de corriente directa con imán permanente:

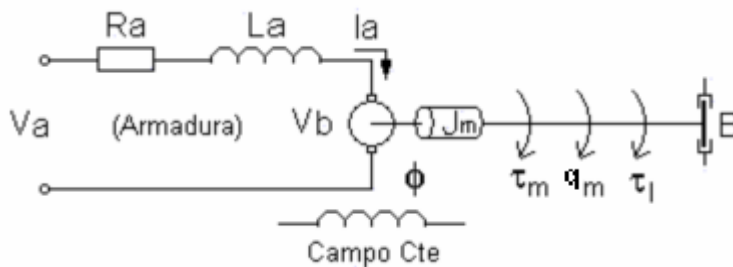


Figura 2.4 Diagrama esquemático del motor de corriente directa con imán permanente.

donde:

Tabla 2.4 Variables y parámetros constantes del actuador.

| Var. y Par. | Descripción de las var. y los par. |
|-------------|------------------------------------|
| V_a | Voltaje de armadura |
| L_a | Inductancia de armadura |
| R_a | Resistencia de armadura |
| V_b | Fuerza contraelectromotriz |
| i_a | Corriente de armadura |
| q_m | Posición del rotor |
| τ_m | Torque generado |
| τ_l | Torque de la carga |
| ϕ | Flujo magnético sobre el estator |

La ecuación diferencial para la corriente de armadura está dada por:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a = V_a - V_b \quad (2.21)$$

Debido a que el flujo magnético ϕ es constante el torque desarrollado por el motor está dado por:

$$\tau_m = K_1 \phi i_a = K_b i_a \quad (2.22)$$

donde K_b es la constante de conversión de corriente a torque y está dada en Nm/A.

La fuerza contraelectromotriz generada debido a la velocidad del estator y al flujo magnético está dada por:

$$V_b = K_2 \phi \omega_m = K_a \omega_m = K_a \frac{dq_m}{dt} \quad (2.23)$$

donde K_a es la constante de fuerza contraelectromotriz, la cual, expresada en el Sistema Internacional de unidades (SI) tiene el mismo valor de K_b (Lewis 1993).

Si ahora analizamos la parte mecánica del motor acoplado al reductor tenemos el siguiente diagrama esquemático:

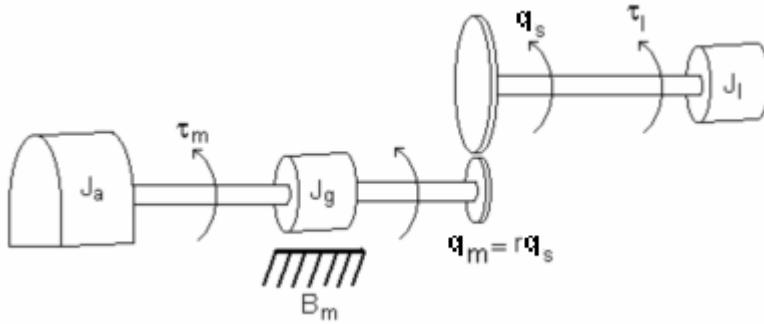


Figura 2.5 Diagrama esquemático del motor acoplado al reductor.

donde podemos definir la inercia del motor como la suma de la inercia del rotor más la inercia del reductor, de modo que $J_m = J_a + J_g$, entonces la ecuación diferencial del sistema está dada por:

$$J_m \frac{d^2 q_m}{dt^2} + B_m \frac{dq_m}{dt} = \tau_m - r \tau_l = K_b i_a - r \tau_l \quad (2.24)$$

Haciendo transformada directa de Laplace a las ecuaciones (2.21), (2.23) y (2.24), llegamos a las siguientes expresiones en el dominio de la variable compleja S :

$$(L_a S + R_a) I_a(S) = V_a(S) - K_a S Q_m(S) \quad (2.25)$$

$$(J_m S^2 + B_m S) Q_m(S) = K_b I_a(S) - r \tau_l(S) \quad (2.26)$$

La función de transferencia que relaciona la posición angular del motor $Q_m(S)$ con el voltaje de entrada $V_a(S)$ está dada por (con $\tau_l(S) = 0$):

$$\frac{Q_m(S)}{V_a(S)} = \frac{K_b}{S[(L_a S + R_a)(J_m S + B_m) + K_b K_a]} \quad (2.27)$$

De la misma manera, la función de transferencia que relaciona la posición angular del motor $Q_m(S)$ con el torque producido por la carga esta definida por:

$$\frac{Q_m(S)}{\tau_l(S)} = \frac{-r(L_a S + R_a)}{S[(L_a S + R_a)(J_m S + B_m) + K_b K_a]} \quad (2.28)$$

El diagrama de bloques del sistema motor-carga se muestra en la figura siguiente:

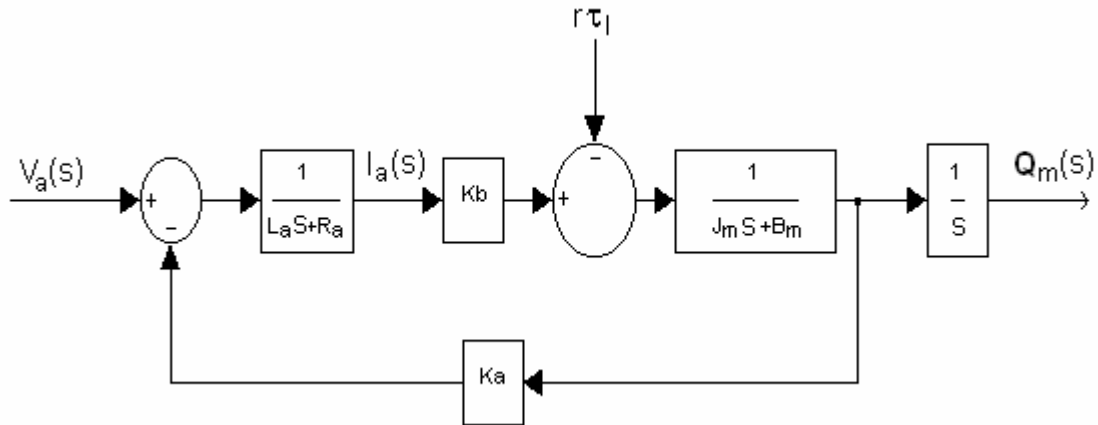


Figura 2.6 Diagrama de bloques del sistema motor-carga.

Normalmente se asume que la constante eléctrica del motor, la cual está definida por L_a / R_a es mucho mas pequeña que la constante mecánica del motor, que está definida por J_m / B_m .

Esta es una aseveración cierta para cualquier sistema electromecánico y ayuda a reducir el orden del modelo. La forma de realizarlo es dividiendo la ecuación (2.27) por R_a e igualando a cero la constante de tiempo eléctrica L_a / R_a , con lo cual nos queda la siguiente función de transferencia que relaciona la posición angular del motor $Q_m(s)$ con el voltaje de entrada $V_a(s)$, la cual está dada por (con $\tau_l(s) = 0$):

$$\frac{Q_m(s)}{V_a(s)} = \frac{K_b / R_a}{s [J_m s + B_m + K_b K_a / R_a]} \quad (2.29)$$

De la misma manera, la función de transferencia que relaciona la posición angular del motor $Q_m(s)$ con el torque producido por la carga queda definida por:

$$\frac{Q_m(s)}{\tau_l(s)} = \frac{-r}{s [J_m s + B_m + K_b K_a / R_a]} \quad (2.30)$$

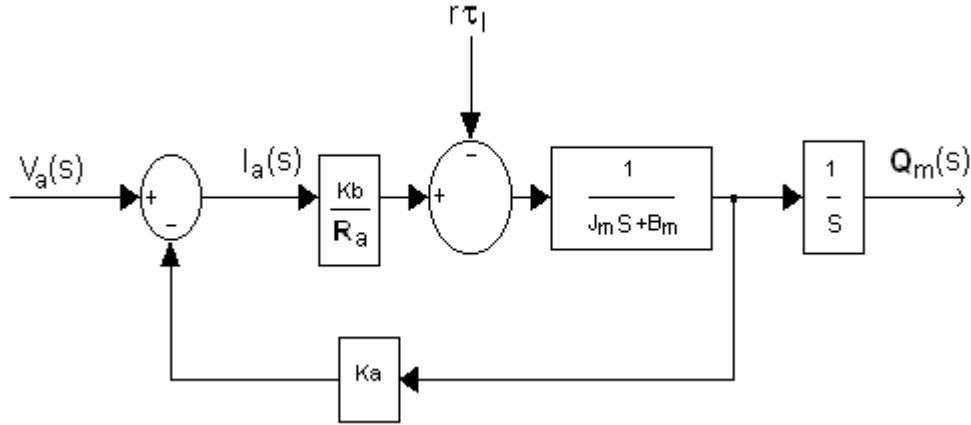


Figura 2.7 Diagrama de bloques del sistema motor-carga reducido.

El cual, en el dominio del tiempo a partir de las ecuaciones (2.29) y (2.30), debido a que es un sistema lineal, podemos usar el principio de superposición, y quedar definido por la siguiente ecuación diferencial escalar de segundo orden:

$$J_m \ddot{q}_m + (B_m + K_b K_a / R_a) \dot{q}_m = (K_b / R_a) V_a - r \tau_l \quad (2.31)$$

Entonces si tenemos en el manipulador k motores para igual número de eslabones, las ecuaciones de movimiento del manipulador pueden ser escritas como:

$$\sum_{j=1}^n M_{jk}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j=1}^n C_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + G_k(q) = \tau_{kl} \quad (2.32)$$

$$J_m \ddot{q}_{mk} + (B_m + K_b K_a / R_a) \dot{q}_{mk} = (K_b / R_a) V_{ak} - r_k \tau_{kl} \quad (2.33)$$

La ecuación (2.32) nos representa las fuerzas inerciales, centrípetas, de coriolis y gravitacionales, las cuales son fuertemente no lineales, y la ecuación (2.33) nos representa la dinámica del actuador.

Como se ve en la ecuación (2.33), el término no lineal τ_{kl} definido en (2.32) se introduce al sistema como un disturbio al motor, por lo que se puede diseñar controladores independientes para cada articulación.

Es preciso hacer notar que el disturbio τ_{kl} es proporcional a la reducción que se tenga en los engranes, por lo que el efecto de los reductores, es disminuir las no linealidades acopladas del sistema definidas en (2.32).

Además tenemos que la posición del eslabón, está definida por la posición del motor a través de:

$$q_k = r_k q_{mk}$$

por lo que el coeficiente \ddot{q}_{mk} en (2.32) incluye el término $r_k^2 M_{kk}(q)$ de la ecuación (2.33), es decir, la inercia total del motor es:

$$J_m + r_k^2 M_{kk}(q)$$

que como se ve es dependiente de la posición. Para simplificar el análisis, se toma la inercia del manipulador como constante, por lo que la inercia del motor puede ser expresada como:

$$J_{eff} = J_m + r_k^2 J_{articulación} \quad (2.34)$$

Análogamente podemos definir el coeficiente de fricción como:

$$B_{eff} = B_m + K_b K_a / R_a \quad (2.35)$$

Con lo que finalmente podemos representar nuestro sistema como:

$$J_{eff} \ddot{q}_{mk} + B_{eff} \dot{q}_{mk} = \frac{K_b}{R_a} V_{ak} - r_k d_k \quad (2.36)$$

donde d_k es tratado como disturbio y esta definido por la ecuación (2.32). El sistema representado matemáticamente en la ecuación (2.36) se puede representarse en diagramas de bloques en lazo abierto, tal como se muestra en la figura siguiente:

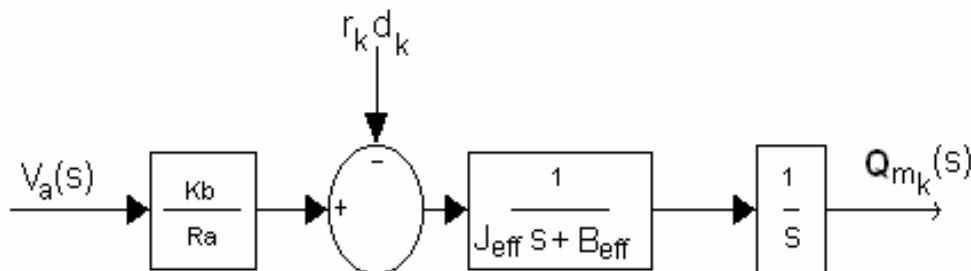


Figura 2.8 Diagrama de bloques final en lazo abierto del sistema motor-carga.

2.3 Conclusiones del capítulo

El modelo de un brazo robótico es altamente no lineal, resultando el momento desarrollado en función de la posición, la velocidad y la aceleración independientemente del método utilizado en la obtención del modelo. En este capítulo se aprecia las facilidades que dan las ecuaciones de Euler-Lagrange a la hora de calcular los modelos dinámicos de los manipuladores, a pesar de que el análisis se hace más largo.

El modelo del motor de corriente directa posee en la realidad dos constantes de tiempo, la eléctrica y la correspondiente a los elementos mecánicos, pero en la práctica al resultar la inductancia muy pequeña resulta despreciable. El modelo dinámico del actuador fue simplificado a un sistema lineal de segundo orden despreciando el factor correspondiente a la constante eléctrica del motor de CD, con el fin de hacer más fácil el cálculo posterior del Control por Modo Deslizante.

CAPÍTULO 3. MODO DESLIZANTE

En el curso de toda la historia de la teoría de control automático, la intensidad de investigación de sistemas con acciones de control discontinuo ha sido mantenida en un alto nivel. En particular en la primera fase, relevo o reguladores ‘encendido-apagado’, muy adecuado para diseño de sistemas de retroalimentación. El motivo es doble: comodidad de implementación y alta eficiencia de Hardware.(Flugge-Lotz 1953) y (Tsytkin 1955) fueron las primeras generalizaciones teóricas de la amplia diversidad de análisis y métodos de diseño para sistemas relevadores. El estudio del Modo Deslizante abarca una amplia extensión de áreas heterogéneas desde problemas matemáticos puros hasta aspectos de aplicación.

Los sistemas con Modo Deslizante tienen capacidad para ser una herramienta eficiente para el control complejo de alto orden de plantas dinámicas no lineales que operan bajo condiciones inciertas, un problema común para muchos procesos de tecnología moderna. Esto explica el alto nivel de la actividad de investigación y publicación en el área y el interés de prácticas de ingenieros en el Control por Modo Deslizante durante las últimas dos décadas.

Los Sistemas de Estructuras Variables (VSS) constan de un grupo de subsistemas continuos conjuntamente con la lógica adecuada de alternación. Las propiedades ventajosas resultan de cambiar la estructura según esta lógica conmutativa. El diseño y el análisis para esta clase de sistemas son examinados a continuación.

Este capítulo proporciona el fondo matemático y las herramientas más importantes desarrolladas para los sistemas discontinuos, en particular para el diseño de Control por

Modo Deslizante. El lector interesado refiérase a (Utkin 1992) para una descripción matemática más detallada de las técnicas del Modo Deslizante.

3.1 Introducción

La filosofía básica del acercamiento de estructura variable está simplemente explicada contrastando con el diseño del regulador de estado lineal para el sistema de una sola entrada

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

En el diseño del regulador de estado lineal, la estructura de la retroalimentación de estado es fijada como

$$u = k^T x$$

donde los parámetros constantes están seleccionados según procedimientos diversos del diseño, como la colocación del valor propio o la minimización cuadrática. En los VSS el control está autorizado a cambiar su estructura, esto es, cambiar de decisión en cualquier instante de uno para otro miembro de un grupo de funciones continuas posibles del estado (Utkin 1977). El problema del diseño de estructura variable es seleccionar los parámetros de cada una de las estructuras y definir la lógica conmutativa.

La idea de cambiar una estructura es natural, y la anterior utilización de este acercamiento puede ser encontrada en los documentos publicados aproximadamente hace 20 años, por ejemplo (Clegg 1956), (Garret 1961), (Flugge-Lotz 1956), (Letov 1957), (Maslennikov 1956), (Ostrovsky 1956), (Stout 1956), (Shigin 1958), (Wunch 1953). Una recompensa por introducir esta complejidad adicional es la posibilidad para combinar propiedades útiles de cada una de las estructuras. Además, un sistema de estructura variable puede poseer propiedades nuevas ausentes en cualquiera de las estructuras usadas, por ejemplo, un sistema asintóticamente estable puede constar de dos estructuras ninguna de las cuales es asintóticamente estable. Esta posibilidad es ilustrada por algunos ejemplos, lo cual estimuló interés en los VSS. Aunque muy simples, tales ejemplos son citados aquí porque presentan las ventajas de estructuras cambiantes durante una fase de control.

En el primer ejemplo consideramos un sistema de segundo orden

$$\ddot{x} = -\Psi x$$

quedando dos estructuras definidas por $\Psi = \alpha_1^2$ y $\Psi = \alpha_2^2$ donde $\alpha_1^2 > \alpha_2^2$. El diagrama de fase consta de familias de elipses, Figura 3.1 (a) y (b) respectivamente, y por lo tanto, ninguna estructura es asintóticamente estable. Sin embargo, la estabilidad asintótica es lograda si la estructura del sistema está cambiada en los ejes coordenados, esto es, si la lógica conmutativa es

$$\Psi = \begin{cases} \alpha_1^2 & x\dot{x} > 0 \\ \alpha_2^2 & x\dot{x} < 0 \end{cases}$$

El diagrama de fase resultante se muestra en la Figura 3.1(c).

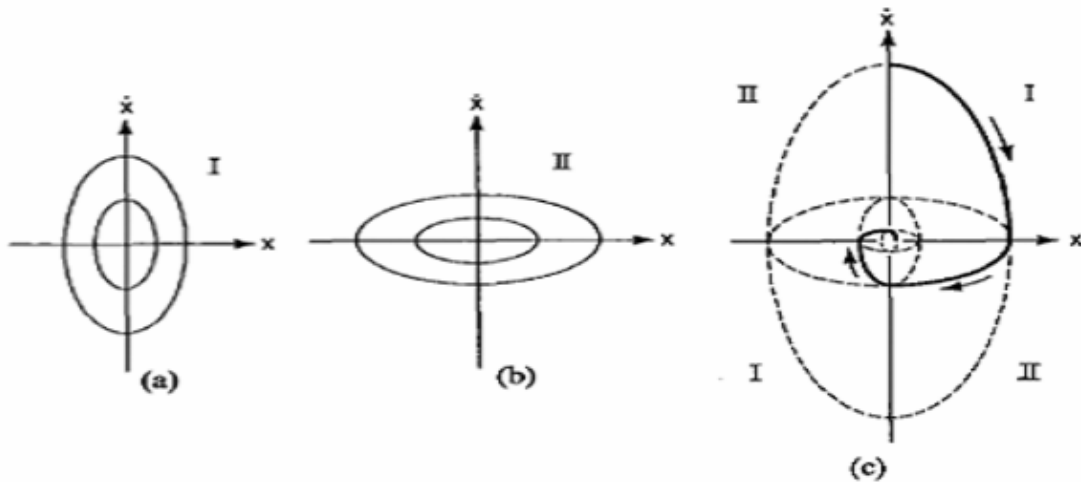


Figura 3.1 VSS asintóticamente estable consistente de dos estructuras asintóticamente inestables.

En el segundo ejemplo, es considerado el sistema

$$\ddot{x} - \xi\dot{x} + \Psi x = 0 \quad \xi > 0$$

donde la estructura lineal corresponde a la retroalimentación negativa y positiva cuando Ψ es igual para cualquier $\alpha > 0$ o $\alpha < 0$. Ambas estructuras son inestables Figura 3.2 (a) y (b) respectivamente. Nótese que el único movimiento convergiendo hacia el origen está a lo largo del vector propio estable de la estructura con $\Psi = -\alpha$. Si la alternación ocurre, entonces en esta línea y en $x = 0$ con la ley conmutativa

$$\Psi = \begin{cases} \alpha & xS > 0 \\ -\alpha & xS < 0 \end{cases}$$

donde

$$S = Cx + \dot{x} \quad C = \lambda = -\frac{\xi}{2} \pm \sqrt{\frac{\xi^2}{4} + \alpha}$$

Luego el VSS resultante será asintóticamente estable, como se muestra en la Figura 3.2 (c).

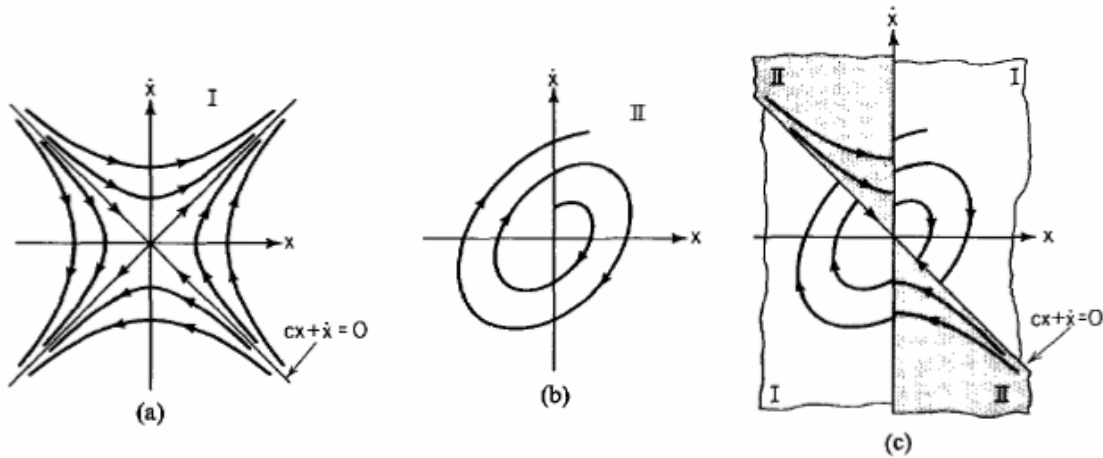


Figura 3.2 VSS asintóticamente estable consistente de dos estructuras asintóticamente inestables.

En los ejemplos citados anteriormente, las nuevas propiedades del sistema son obtenidas componiendo una trayectoria deseada desde las partes de las trayectorias de las diferentes estructuras. Un aspecto aún más fundamental de VSS es la posibilidad para obtener trayectorias no inherentes en cualquiera de las estructuras. Estas trayectorias describen un nuevo tipo de movimiento llamado *Modo Deslizante* (Utkin 1977).

Para ver como ocurre tal movimiento nos dejó reconsiderar el segundo ejemplo usando $0 < C < \lambda$ en lugar de $C = \lambda$, Figura 3.3. Las trayectorias de fase están dirigidas hacia las líneas conmutativas $S = Cx + \dot{x} = 0$ y por lo tanto una vez en esta línea el estado debe permanecer en ella. El movimiento a lo largo de una línea que no es una trayectoria de cualquiera de las estructuras es llamado *Modo Deslizante*.

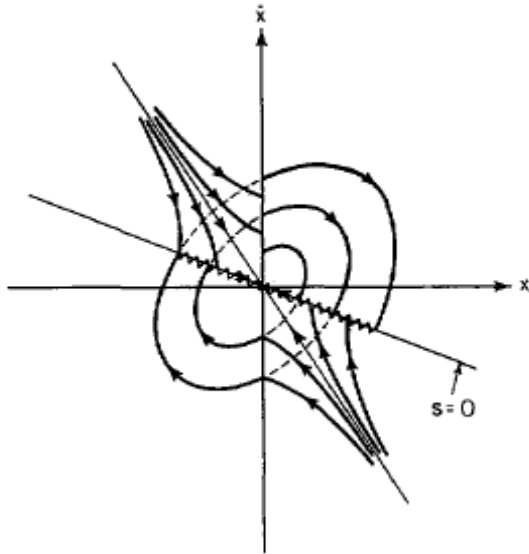


Figura 3.3 Modo deslizante en un VSS de segundo orden.

La ecuación $Cx + \dot{x} = 0$ determina el comportamiento del sistema en el Modo Deslizante. Es útil para notar que este comportamiento depende del parámetro C . Esta invarianza con relación a los parámetros de la planta y los disturbios es de importancia extrema al controlar variables temporales de las plantas o tratando problemas de rechazo al disturbio.

3.2 Modo Deslizante en sistemas dinámicos discontinuos

Los ejemplos anteriores nos permiten perfilar las principales razones del por qué la imposición de Modo Deslizante es un método prometedor para el control de plantas dinámicas no lineales de alto orden que operan bajo condiciones inciertas. Aquí trataremos con un proceso descrito por ecuaciones diferenciales no lineales en un espacio de estado arbitrario n -dimensional con acciones m -dimensionales de control, como muestra la Figura 3.4.

Consideremos un Sistema de Estructura Variable de tipo general descrito por:

$$\dot{x}_i = f(x, t, u) \quad (3.1)$$

con $x \in \mathcal{R}^n$, $f \in \mathcal{R}^n$, $u \in \mathcal{R}^m$, t denota el tiempo.

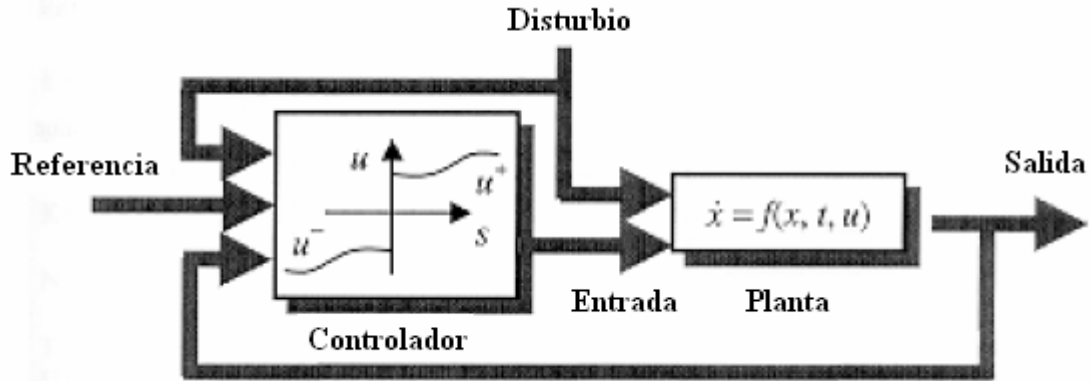


Figura 3.4 Sistemas con control por modo deslizante.

El control es seleccionado como una función discontinua del estado. Por ejemplo, cada componente del control u_i puede experimentar discontinuidades en algunas superficies no lineales $S_i(x)=0$ en el espacio de estado.

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(x, t) & S_i(x) > 0 \\ u_i^-(x, t) & S_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.2)$$

Donde $u_i^+(x, t)$ y $u_i^-(x, t)$ son funciones de estado continuas con $u_i^+(x, t) \neq u_i^-(x, t)$; $S_i(x)$ son funciones de estado continuas. Como podemos ver, poniendo en vigor el Modo Deslizante en sistemas con control discontinuo se habilita la reducción del orden, llevando a la división y simplificación del proceso de diseño.

Además, se implementa una función discontinua $u(x)$ que tiene la entrada $S(x)$ cerca del cero durante el Modo Deslizante (Figura 3.5) donde su salida toma valores definidos. Esto significa que el elemento implementa alta (teóricamente infinita) ganancia, que será una herramienta convencional para suprimir la influencia de perturbaciones e incertidumbres en el comportamiento de la planta (Emelyanov 1970).

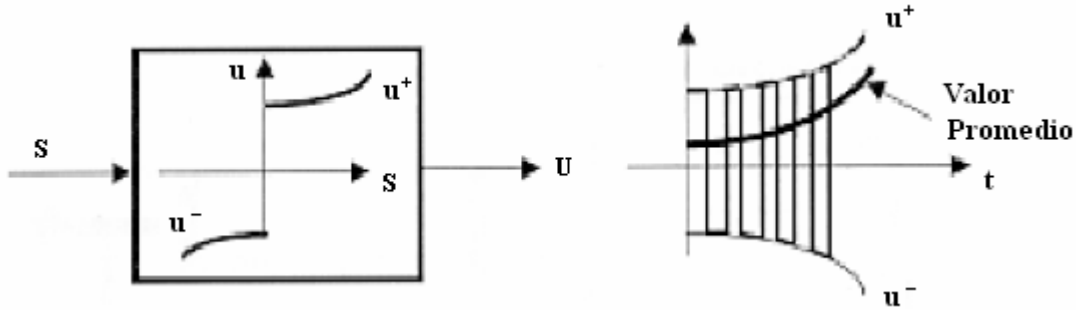


Figura 3.5 Modo Deslizante para implementación de alta ganancia.

Esta breve discusión de los movimientos en sistemas con Modo Deslizante ha mostrado dos cosas:

- El orden de los sistemas es reducido.
- La sensibilidad con respecto a la variación del parámetro y perturbaciones puede reducirse si ocurre el Modo Deslizante.

Como se demostró en las secciones anteriores, la reducción del orden y las propiedades de invarianza son fácilmente factibles en sistemas de segundo orden con ecuaciones de movimiento en el espacio canónico. La dinámica del Modo Deslizante depende de las ecuaciones de la superficie interruptora y no depende del control. El procedimiento del plan debe consistir de dos fases. Primero, la ecuación de la variable con Modo Deslizante se selecciona para diseñar la dinámica deseada de este movimiento de acuerdo con algún criterio de la actuación. Entonces, debe encontrarse el control discontinuo tal que el estado alcance el Modo Deslizante (Flugge-Lotz 1953). Como resultado, el plan es dividido en dos subproblemas de dimensión más baja, y después de un intervalo de tiempo definido que precede el movimiento deslizante, el sistema poseerá el comportamiento dinámico deseado.

3.3 Declaración del problema

El bosquejo de los métodos de diseño asume que las propiedades del Modo Deslizante en espacios canónicos se conservarían para sistemas arbitrarios. Estas propiedades (reducción de orden e invarianza) se revelaron después que la ecuación del Modo Deslizante se había derivado. Era un problema fácil desde que la ecuación de la superficie conmutada también era la ecuación del Modo Deslizante. Éste no es el caso para los sistemas con ecuaciones de

movimiento con respecto a las variables de estado arbitrarias (González 2000). Pueden ilustrarse los problemas analíticos que se declaran en tales sistemas con Modo Deslizante con la ayuda de un sistema de segundo orden lineal

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_1u + d_1f(t) \quad (3.3)$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_2u + d_2f(t) \quad (3.4)$$

Con control relevado

$$u = -M \operatorname{sig}(S), \quad S = C_1x_1 + C_2x_2$$

Todos los parámetros a_{ij}, b_{ij}, C_i y M son constantes; $f(t)$ es una perturbación limitada.

Similar a los sistemas relevados en el espacio canónico, las trayectorias de estado en el plano de estado (x_1, x_2) pueden orientarse hacia la línea conmutada $S = 0$, declarándose un Modo Deslizante a lo largo de esta línea. Para analizar el comportamiento del sistema en Modo Deslizante, la pregunta a responder es: ¿cuál es la ecuación del movimiento? (Utkin 1992). En contraste a los sistemas de segundo orden en espacio canónico, $x_2 = -C_2^{-1}C_1x_1$ resultante de $S = 0$ no es una ecuación de movimiento. Para el caso particular $b_1 = 0$, la sustitución de $x_2 = -C_2^{-1}C_1x_1$ en la ecuación (3.3) nos permite obtener la ecuación de primer orden del Modo Deslizante

$$\dot{x}_1 = (a_{11} - a_{12}C_2^{-1}C_1)x_1 + d_1f(t)$$

Como podemos ver, la propiedad de reducción de orden toma lugar pero la invarianza con respecto a la perturbación no, donde el lado derecho de la ecuación de movimiento depende de $f(t)$ directamente. Esto muestra que los problemas fundamentales relacionados a los modelos matemáticos de Modos Deslizantes surgen de los sistemas descritos en la forma general (3.1) y (3.2). Para las condiciones determinadas del Modo Deslizante para ser insensible a las incertidumbres del sistema, los métodos matemáticos especiales necesitarán ser desarrollados.

Luego, habiendo obtenido la ecuación del modo deslizante, la dinámica deseada puede ser asignada por elección propia de las ecuaciones de discontinuidad de superficie como la

primera fase del procedimiento del plan perfilado en el epígrafe 3.2. La segunda fase implica la selección de las entradas del control discontinuo para dar fuerza al Modo Deslizante en la intersección de las superficies (González 2000). Para resolver este problema, las condiciones para que el Modo Deslizante exista deben ser obtenidas. Para sistemas con control escalar, esta condición puede ser interpretada fácilmente desde un punto de vista geométrico: las trayectorias de estado deben ser orientadas hacia la superficie discontinua en esta vecindad, o la variable describiendo la desviación de la superficie y su derivada respecto al tiempo debe tener signos opuestos.

3.3.1 VSS en la forma de fase canónica

Consideremos el diseño de controladores de estructuras variables para hacer cero la salida $y = x_1$ del sistema

$$\dot{x}_i = x_{i+1} \quad i = 1, 2, \dots, n-1$$

$$\dot{x}_n = -\sum_{i=1}^n a_i x_i + f(t) + u \quad (3.5)$$

Donde u es el control, $f(t)$ es un disturbio, a_i son constantes o parámetros de las variables temporales; $f(t)$, a_i , pueden ser desconocidos.

Suponga u como una función del vector de estado x que experimenta discontinuidades en algunos planos $S = 0$, donde

$$S = \sum_{i=1}^n C_i x_i \quad \sum_{i=1}^n C_i = \text{const} \quad C_n = 1 \quad (3.6)$$

Luego el vector de velocidad experimenta discontinuidades en el mismo plano. Como en el ejemplo de segundo orden del epígrafe 3.1, si las trayectorias son dirigidas hacia el plano, un Modo Deslizante $S = 0$ aparecerá en este plano. El par de desigualdades

$$\lim_{S \rightarrow 0} \dot{S} > 0 \quad \text{y} \quad \lim_{S \rightarrow 0} \dot{S} < 0 \quad (3.7)$$

son una condición suficiente para que el Modo Deslizante pueda existir (Barbashin 1970). Para probar la invarianza del Modo Deslizante con relación a los parámetros de la planta

a_i , y el disturbio $f(t)$, solucionamos la ecuación $S = 0$ para la variable x , y sustituimos en (3.5). La ecuación resultante del Modo Deslizante

$$\dot{x}_{n-1} = - \sum_{i=1}^{n-1} C_i x_i \quad (3.8)$$

depende sólo de los parámetros C_i . Las implicaciones y los usos de este resultado han sido el tema de muchos trabajos anteriores resumidos en (Emelyanov 1970).

Un procedimiento de diseño basado en la propiedad de la invarianza puede ser esbozado como sigue. Primero, el Modo Deslizante deseado se forma por una selección de los parámetros C_i . En segundo lugar, es buscado un control discontinuo que garantice la existencia de Modos Deslizantes en cada punto del plano $S = 0$. Dicho plano será al que se refirió como un plano deslizante. Tercero, el control debe dirigir el estado hacia el plano deslizante. Este acercamiento es actualmente aplicado en varios problemas de control.

3.4 Diseño del Control por Modo Deslizante para el robot ASEA IRB-6

Para llegar al modelo en el espacio de estado del motor de corriente directa controlado por armadura (actuador) partiendo de la función transferencial reducida

$$\frac{Q(S)}{V_a(S)} = \frac{\frac{K_b}{R_a}}{S \left[J_m S + B_m + \frac{K_b K_a}{R_a} \right]}$$

se tiene que:

$$J_m Q(S) S^2 + \left(B_m + \frac{K_b K_a}{R_a} \right) Q(S) S = \frac{K_b}{R_a} V_a(S)$$

Hallando la transformada inversa de Laplace

$$J_m \ddot{q} + \left(B_m + \frac{K_b K_a}{R_a} \right) \dot{q} = \frac{K_b}{R_a} V_a$$

y despejando \ddot{q} se obtiene

$$\ddot{q} = \left(-\frac{B_m}{J_m} - \frac{K_b K_a}{J_m R_a} \right) \dot{q} + \frac{K_b}{J_m R_a} V_a \quad (3.9)$$

Haciendo

$$x_1 = q$$

$$x_2 = \dot{q}$$

$$u = V_a$$

donde x_1 representa la posición y x_2 la velocidad angular, se obtiene el siguiente modelo en el espacio de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{B_m}{J_m} - \frac{K_b K_a}{J_m R_a} & \frac{K_b}{J_m R_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_b}{J_m R_a} \end{bmatrix} \cdot u \quad (3.10)$$

el cual representa un sistema de segundo orden lineal.

De esta manera se considera la superficie de deslizamiento como

$$S = Cx_1 + x_2 \quad (3.11)$$

y su derivada

$$\dot{S} = C\dot{x}_1 + \dot{x}_2 = 0 \quad (3.12)$$

Sustituyendo la ecuación (3.10) en la condición (3.12)

$$Cx_2 + \left(-\frac{B_m}{J_m} - \frac{K_b K_a}{J_m R_a} \right) x_2 + \frac{K_b}{J_m R_a} u = 0$$

$$\left(C - \frac{B_m}{J_m} - \frac{K_b K_a}{J_m R_a} \right) x_2 + \frac{K_b}{J_m R_a} u = 0 \quad (3.13)$$

se obtiene la acción de control u_{eq} que mantiene al sistema en la superficie de deslizamiento.

$$u_{eq} = \left(\frac{B_m R_a}{K_b} + K_a - C \right) x_2$$

Tomando los valores de los parámetros constantes del actuador mostrados en el Anexo II se llega a:

$$u_{eq} = (0.1584 - C)x_2 \quad (3.14)$$

Si el estado se encuentra fuera de esta superficie entonces la acción de control será

$$u = -M \text{sig}(S) \quad (3.15)$$

para llevar el estado del sistema a la trayectoria deseada. Los parámetros de diseño C y M se obtienen mediante simulación.

Para que el estado se aproxime a la superficie de deslizamiento es necesario que se cumpla que

$$S(t) \cdot \dot{S}(t) < 0 \quad (3.16)$$

Sustituyendo (3.13) en (3.16) se obtiene

$$S(t) \cdot \left(C - \frac{B_m}{J_m} - \frac{K_b K_a}{J_m R_a} \right) x_2 + S(t) \cdot \frac{K_b}{J_m R_a} u < 0$$

Para que se cumpla la ecuación anterior se debe satisfacer la siguiente condición

$$\left(C - \frac{B_m}{J_m} - \frac{K_b K_a}{J_m R_a} \right) < 0$$

o sea

$$C < \frac{B_m}{J_m} + \frac{K_b K_a}{J_m R_a} = 1.28$$

En el Capítulo 4 se muestra el diagrama en bloques para Matlab/Simulink resultante para el Control por Modo Deslizante (SMC, por sus siglas en inglés).

3.5 Observadores de Estado

En la práctica no todas las variables de estado están accesibles para poder realimentarse, por lo que se necesita estimar dichas variables. La observación de variables de estado no

medibles se denomina normalmente *observación*, y el dispositivo que realiza tal función se le conoce por *Observador de Estado* o simplemente *Observador*.

Existen dos tipos de Observadores de Estado:

1. Observador de Estado de Orden Completo
2. Observador de Estado de Orden Reducido

El primero se usa si el mismo capta todas las variables de estado del sistema, sin importar si algunas están disponibles por medición directa. El segundo es utilizado cuando no es necesario estimar todas las variables de estado; y si la cantidad de variables a estimar es la mínima, entonces se conoce por *Observador de Estado de Orden Mínimo*.

Para este trabajo se analizará el Observador de Estado de Orden Mínimo ya que el sistema es de segundo orden y solo se estimará una variable de estado: la velocidad angular.

Un Observador de Estado estima las variables de estado basándose en las mediciones de las variables de salida y de control (Ogata 2003). Como se verá más adelante los mismos solo podrán diseñarse si y solo si se satisface la condición de observabilidad. El modelo matemático del observador es básicamente el mismo que el de la planta, salvo que se incluye un término adicional que contiene el error de estimación para compensar las imprecisiones y la falta de error inicial. El error de estimación o error de observación es la diferencia entre la salida medida y la salida estimada. El error inicial es la diferencia entre el estado inicial y el estado estimado inicial.

3.5.1 Observador de Estado de Orden Mínimo

Supóngase que el vector de estado x es un vector de dimensión n y que el vector de salida y es un vector de dimensión m medible. Como las m variables de salida son combinaciones lineales de las variables de estado, no necesitan estimarse m variables de estado, sino solo $n-m$. Así el Observador de Orden Reducido se convierte en un observador de $(n-m)$ -ésimo orden, el cual es el Observador de Orden Mínimo. La Figura 3.6 muestra el diagrama de bloques de un sistema con un observador de este tipo.

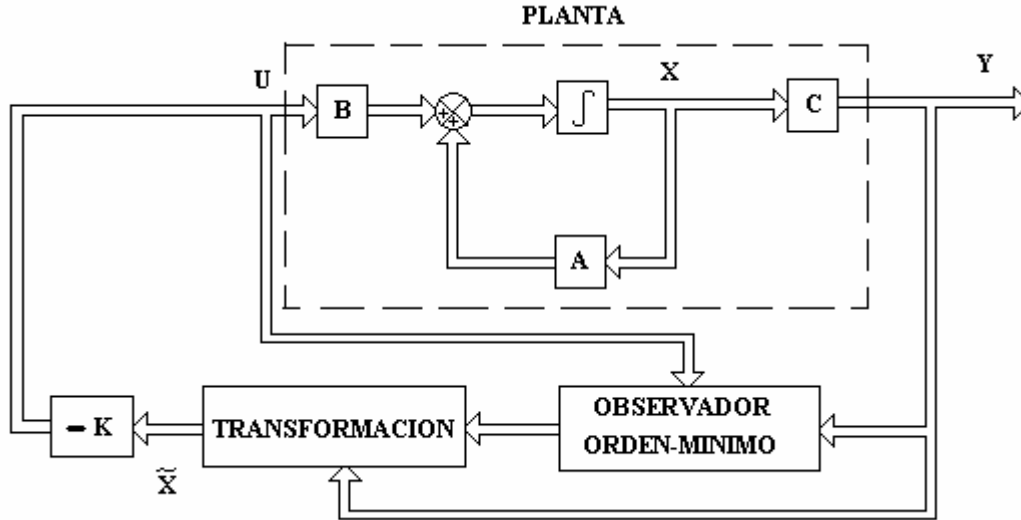


Figura 3.6 Sistema de control realimentado con un Observador de Orden Mínimo.

Sin embargo es importante considerar que si la medida de las variables de salida contiene ruido significativo y es relativamente imprecisa, el uso del Observador de Orden Completo puede dar un mejor comportamiento del sistema.

Se tiene entonces para el sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{x}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ B_b \end{bmatrix} \cdot u \quad (3.17)$$

$$y = [C_a \mid C_b] \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

A partir de la ecuación (3.17) se obtiene para la parte medida del estado

$$\dot{x}_a = A_{aa}x_a + A_{ab}x_b + B_a u \quad (3.19)$$

y para la parte no medida

$$\dot{x}_b = A_{ba}x_a + A_{bb}x_b + B_b u \quad (3.20)$$

A partir del modelo matemático del Observador de Estado

$$\dot{\tilde{x}} = (A - K_e C)\tilde{x} + Bu + K_e y$$

y haciendo las sustituciones correspondientes se obtiene

$$\dot{\tilde{x}}_b = (A_{bb} - K_e A_{ab})\tilde{x}_b + A_{ba}x_a + B_b u + K_e(\dot{x}_a - A_{aa}x_a - B_a u) \quad (3.21)$$

donde la matriz de ganancias del observador K_e es una matriz de $(n-1) \times 1$. En esta ecuación se observa que para estimar \tilde{x}_b se necesita la derivada de x_a , lo cual presenta una dificultad, porque la diferenciación amplifica el ruido. Para evitar esto se elimina dicho término obteniéndose

$$\tilde{x} = \hat{C}\hat{\eta} + \hat{D}y \quad (3.22)$$

$$\dot{\hat{\eta}} = \hat{A}\hat{\eta} + \hat{B}y + \hat{F}u \quad (3.23)$$

donde

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \hat{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ K_e \end{bmatrix}, \hat{A} = A_{bb} - K_e A_{ab}, \hat{B} = \hat{A}K_e + A_{ba} - K_e A_{aa}, \hat{F} = B_b - K_e B_a$$

Para una mejor comprensión diríjase a (Ogata 2003).

La ecuación característica para el Observador de Orden Mínimo es

$$|sI - A_{bb} + K_e A_{ab}| = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_{n-1}) \quad (3.24)$$

A partir de la ecuación (3.24) se calcula la matriz de ganancias K_e .

Basado en las ecuaciones (3.22) y (3.23) se obtiene el diagrama en bloques del sistema de control realimentado con el Observador de Orden Mínimo, el cual se muestra en la Figura 3.7.

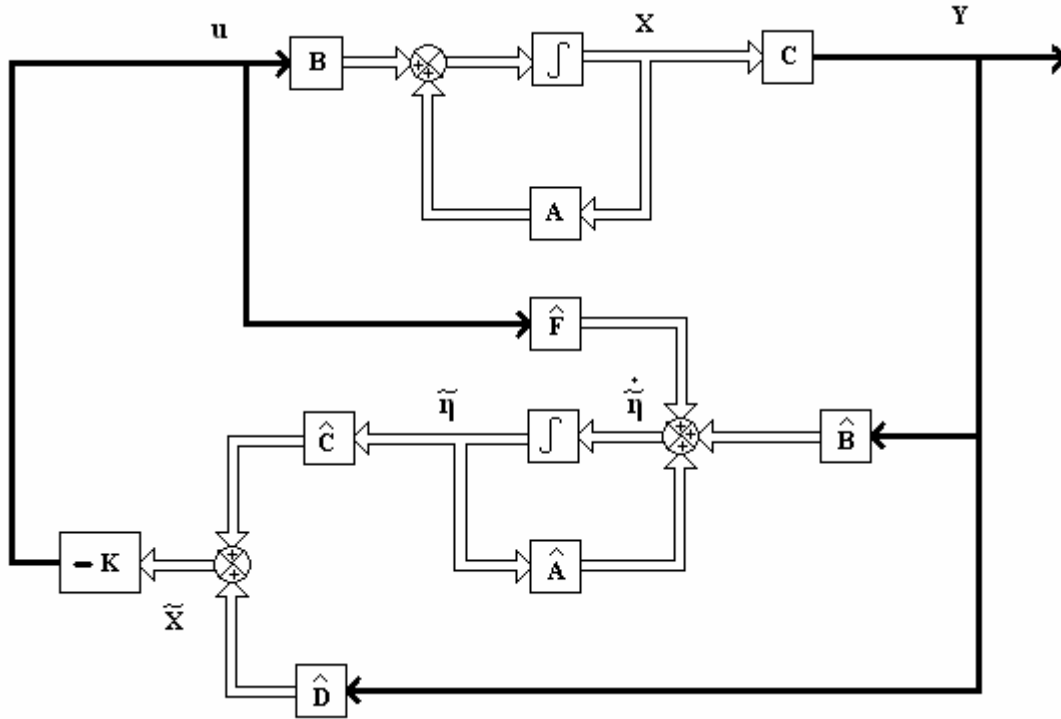


Figura 3.7 Sistema de control realimentado con el Observador de Orden Mínimo.

3.5.2 Diseño del Observador de Estado de Orden Mínimo para estimar la velocidad

Partiendo de la ecuación (3.10) que representa el modelo del actuador se obtiene

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_m} - \frac{K_b K_a}{J_m R_a} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_b}{J_m R_a} \end{bmatrix}$$

donde

$$A_{aa} = 0, A_{ab} = 1, A_{ba} = 0, A_{bb} = -\frac{B_m}{J_m} - \frac{K_b K_a}{J_m R_a}$$

$$B_a = 0, B_b = \frac{K_b}{J_m R_a}$$

De la ecuación característica del modelo del actuador (2.29), se obtienen los polos de la siguiente manera:

$$S \left[J_m S + B_m + \frac{K_b K_a}{R_a} \right] = 0$$

donde

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = -\frac{B_m}{J_m} - \frac{K_b K_a}{J_m R_a} = -1.28$$

El polo del observador se ubica a diez veces el polo más alejado del sistema para hacer que el polo dominante sea el que está en cero, de ahí que

$$\mu = 10 \cdot p_2 = -12.8$$

Luego

$$|SI - A_{bb} + K_e A_{ab}| = S - \mu$$

$$\left| S + \frac{B_m}{J_m} + \frac{K_b K_a}{J_m R_a} + K_e \right| = S - \mu$$

$$K_e = -\mu - \frac{B_m}{J_m} - \frac{K_b K_a}{J_m R_a} = 11.52 \quad (3.25)$$

Calculando los restantes términos del observador se obtiene

$$B_b - K_e B_a = B_b = \frac{K_b}{J_m R_a} = 8.07 \quad (3.26)$$

$$A_{ba} - K_e A_{aa} = 0 \quad (3.27)$$

$$A_{bb} - K_e A_{ab} = \mu = -12.8 \quad (3.28)$$

A partir de las ecuaciones (3.25), (3.26), (3.27) y (3.28) y realizando algunas simplificaciones se obtiene el observador de estado de orden mínimo para la estimación de la velocidad, el cual se muestra en la Figura 3.8.

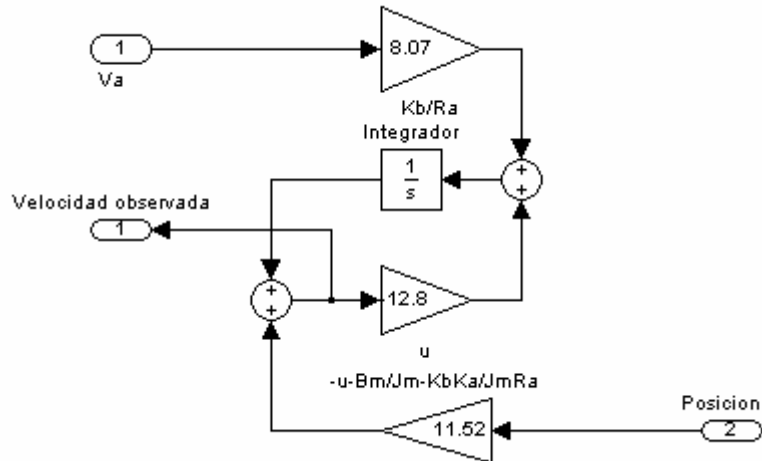


Figura 3.8 Diagrama en bloques en Matlab/Simulink para el Observador de Estado de Orden Mínimo para la estimación de la velocidad.

3.6 Conclusiones del capítulo

Los controles por Modo Deslizante están siendo ampliamente utilizados en el trabajo de sistemas con incertidumbre en los parámetros y alineales fundamentalmente aunque son de interés, combinados con otras estrategias de control, en prácticamente todos los campos debido a su robustez y a la posibilidad de definir por el diseñador la dinámica que seguirá el sistema una vez que alcance este modo de operación.

El diseño del Control por Modo Deslizante fue, realmente, muy sencillo, pues se partió de un modelo simplificado, es decir, de segundo orden y lineal, aprovechando su gran robustez. Una característica importante de este sistema es que el ajuste del controlador dependió solo de los parámetros C y M para cada eslabón respectivamente.

Para la estimación de la velocidad angular se utilizó un Observador de estado de Orden Mínimo ya que solo era necesario para esta variable por el alto ruido que implica una derivada o el uso de un sensor de velocidad.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El Matlab/Simulink es una herramienta de gran poder a la hora de simular sistemas de control. Con este programa de cómputo se pueden implementar modelos matemáticos y sistemas de control para la mayoría de los procesos reales, así como la simulación de los mismos.

El empleo de esta herramienta simplifica el trabajo ya que se evita la utilización de lenguajes de programación de bajo nivel e incide directamente en un menor tiempo de implementación de controladores.

En este capítulo se trata la simulación en Matlab/Simulink del modelo dinámico del brazo del robot ASEA IRB-6 de dos grados de libertad, así como del Control por Modo Deslizante el cual fue implementado para este modelo. Además está presente el modelo del Observador de Estado usado para estimar la velocidad de las articulaciones. Por último se analizan los resultados obtenidos mediante la simulación.

4.1 Implementación en Matlab/Simulink del sistema de control

Para la implementación en Matlab/Simulink del sistema de control del robot ASEA IRB-6 se siguió la siguiente estrategia de control mostrada en la Figura 4.1.

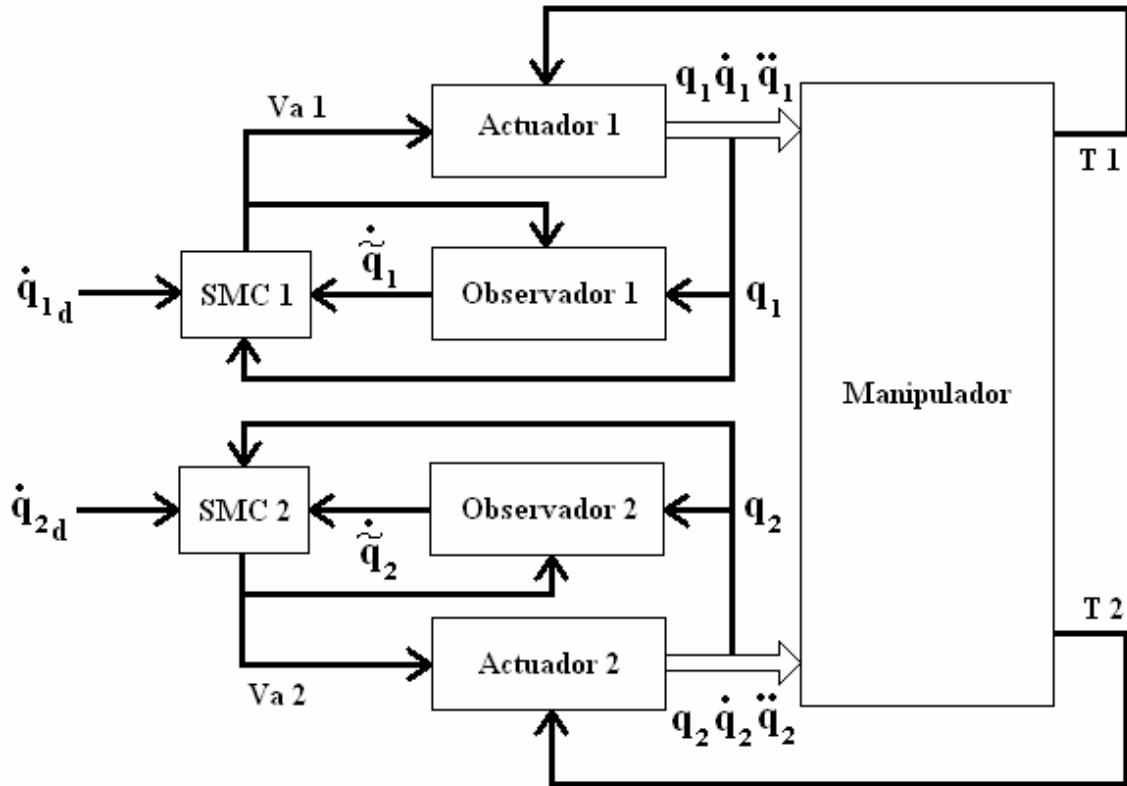


Figura 4.1 Estrategia de control para el robot ASEA IRB-6.

Como se observa la estrategia de control para cada eslabón es la misma, o sea, el Control por Modo Deslizante y el Observador de Estado de Orden Mínimo los cuales fueron diseñados en el capítulo anterior.

El modelo dinámico del robot se divide en dos partes, el modelo del manipulador y el modelo de los actuadores. Al modelo del manipulador entran las señales de aceleración, velocidad y posición correspondientes a los actuadores de ambos eslabones, ya que existe una fuerte interacción entre ellos. A su vez este genera un torque (torque de la carga) que es introducido como disturbio a cada actuador.

A continuación se explicará mejor cada elemento del sistema.

4.1.1 Implementación en Matlab/Simulink del modelo dinámico del manipulador

La Figura 4.2 muestra el modelo dinámico del manipulador obtenido a partir de las ecuaciones (2.19) y (2.20) implementado en Matlab/Simulink.

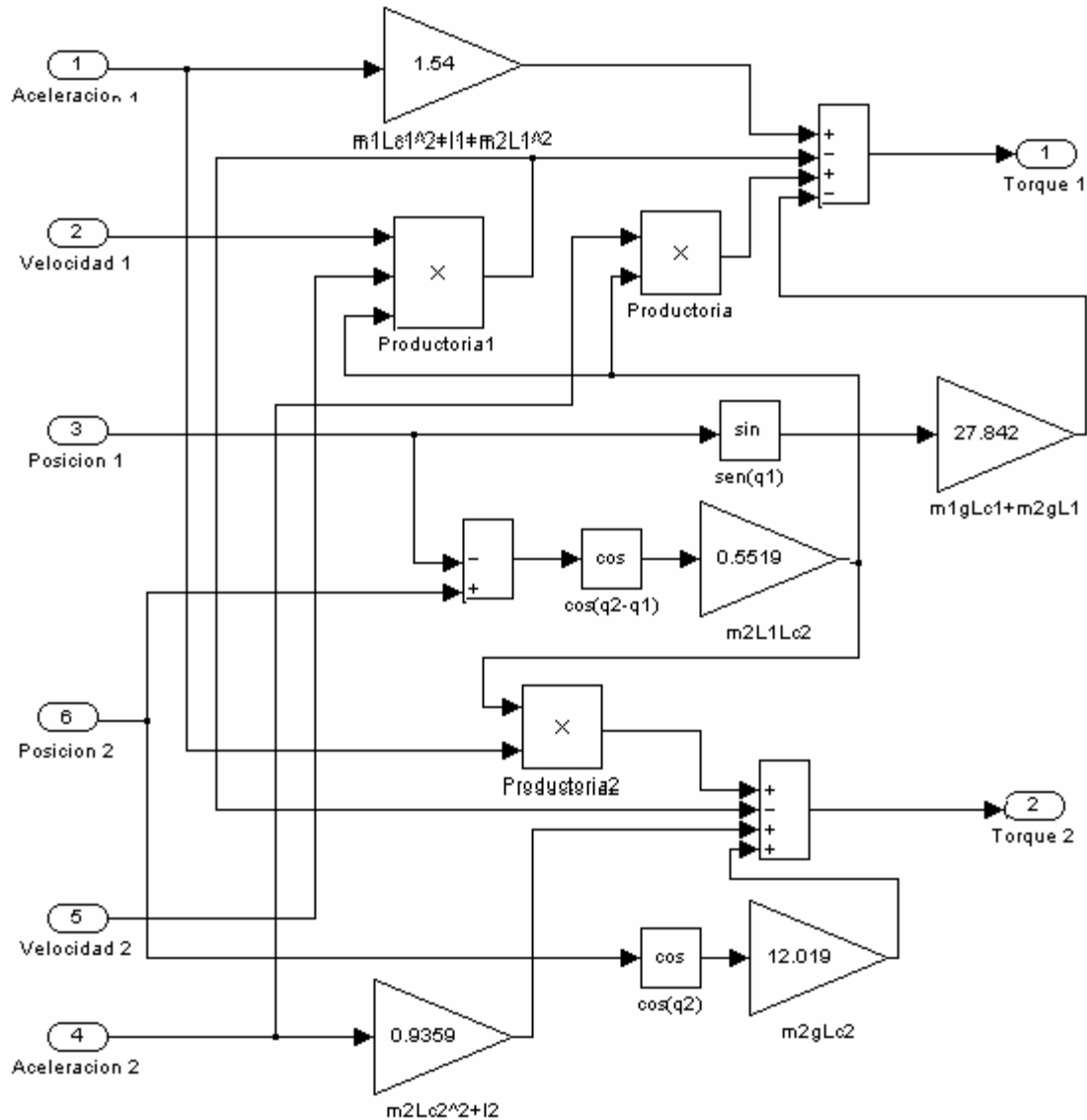


Figura 4.2 Modelo dinámico del manipulador en Matlab/Simulink.

El modelo dinámico del manipulador es fuertemente no lineal, multivariable, acoplado y de parámetros variables, lo que hace del diseño de control para este tipo de mecanismos muy complejo. Depender de las primeras y segundas derivadas de las posiciones angulares correspondientes (velocidad angular y aceleración) y además de la productoria de las velocidades angulares hace alineal a este subsistema.

Los elementos que relacionan el torque con la aceleración (matriz de inercia) son constantes a diferencia de los demás (matrices de Coriolis y fuerzas gravitatorias), pues solo dependen de la longitud, la distancia al centro de masa, la masa y el momento de

inercia correspondiente a cada eslabón, mientras que los otros dependen además de funciones trigonométricas de las posiciones angulares.

4.1.2 Implementación en Matlab/Simulink del modelo dinámico de los actuadores

La Figura 4.3 muestra el modelo dinámico de los actuadores obtenido a partir de la ecuación (2.29) implementado en Matlab/Simulink. Se muestra un solo diagrama ya que el modelo es el mismo para cada actuador utilizado en el movimiento de los dos eslabones.

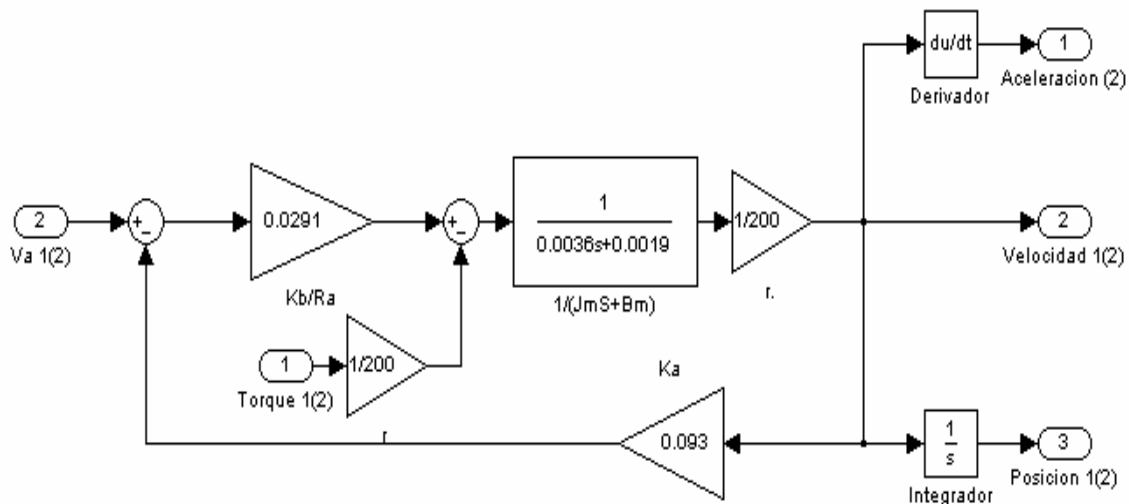


Figura 4.3 Modelo dinámico del actuador en Matlab/Simulink.

Como se demuestra en la función transferencial (2.29) del sistema ($Q(s)/V_a(s)$), estamos en presencia de un sistema de segundo orden lineal, al cual se le introduce como disturbio el torque generado por la carga. También se observa la ganancia $r=1/200$ la cual es utilizada para compensar los efectos del reductor utilizado en el actuador.

4.1.3 Implementación en Matlab/Simulink del SMC

En la Figura 4.4 se muestra el diagrama en Matlab/Simulink para la estrategia de control diseñada. El esquema en general es el mismo para los dos actuadores, ya que estos son iguales, la diferencia está en el valor numérico de los parámetros de diseño C y M los cuales son ajustados en la simulación.

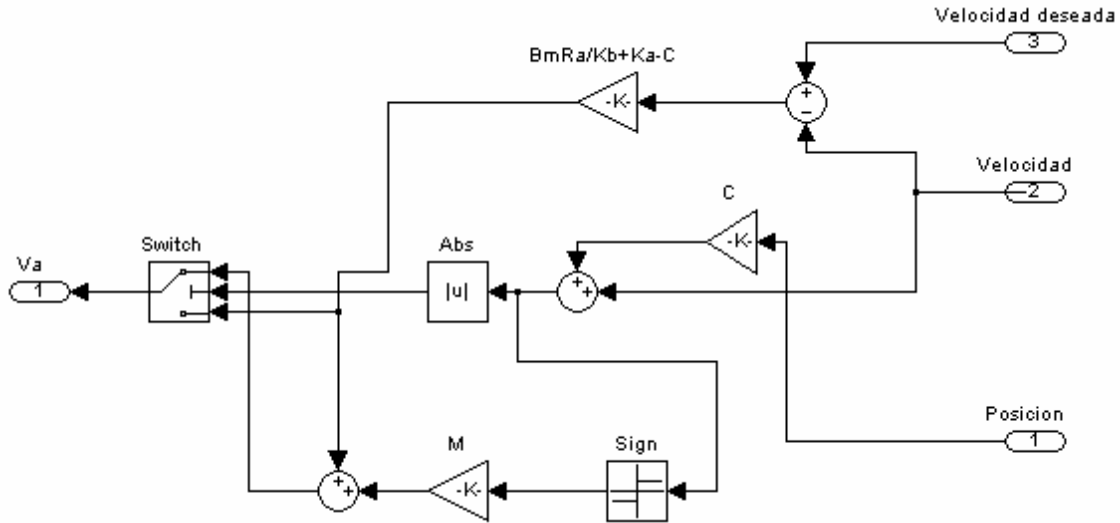


Figura 3.5 Diagrama en Matlab/Simulink para el SMC

Este diagrama presenta como elemento principal la función del Matlab/Simulink Switch (interruptor), la cual es la encargada a través de una condición de referencia de seleccionar el mando a ejecutar. Es decir, si el estado del sistema se encuentra fuera de la superficie de conmutación, el control se encarga de llevar el estado hacia ella, y una vez ahí hacer que se deslice sobre la misma.

4.2 Simulación en Matlab/Simulink del sistema de control

Para la simulación del sistema de control para el robot ASEA IRB-6 se implementaron todos los subsistemas descritos en el epígrafe anterior en un solo sistema formado por los modelos dinámicos del manipulador y los actuadores, los dos SMC y los dos Observadores de Estado de Orden Mínimo.

De esta forma se obtienen las respuestas de velocidad y posición angular respecto al tiempo para el movimiento del robot ante una señal paso unitario, las que se muestran desde la Figura 4.5 a la Figura 4.8.

Para obtener estas respuestas se ajustaron los parámetros de diseño C y M con los siguientes valores correspondientes a cada eslabón:

1. Eslabón 1: $C = 0.1$, $M = 0.01$.
2. Eslabón 2: $C = 0.15$, $M = 0.07$.

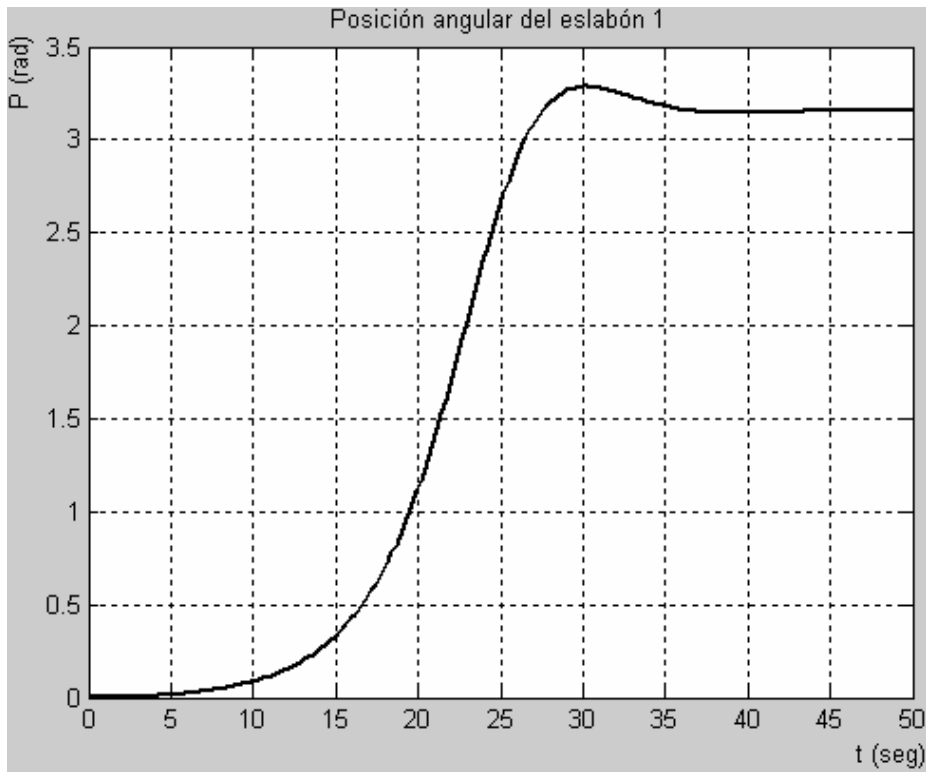


Figura 4.5 Gráfica de posición angular del eslabón uno contra tiempo.

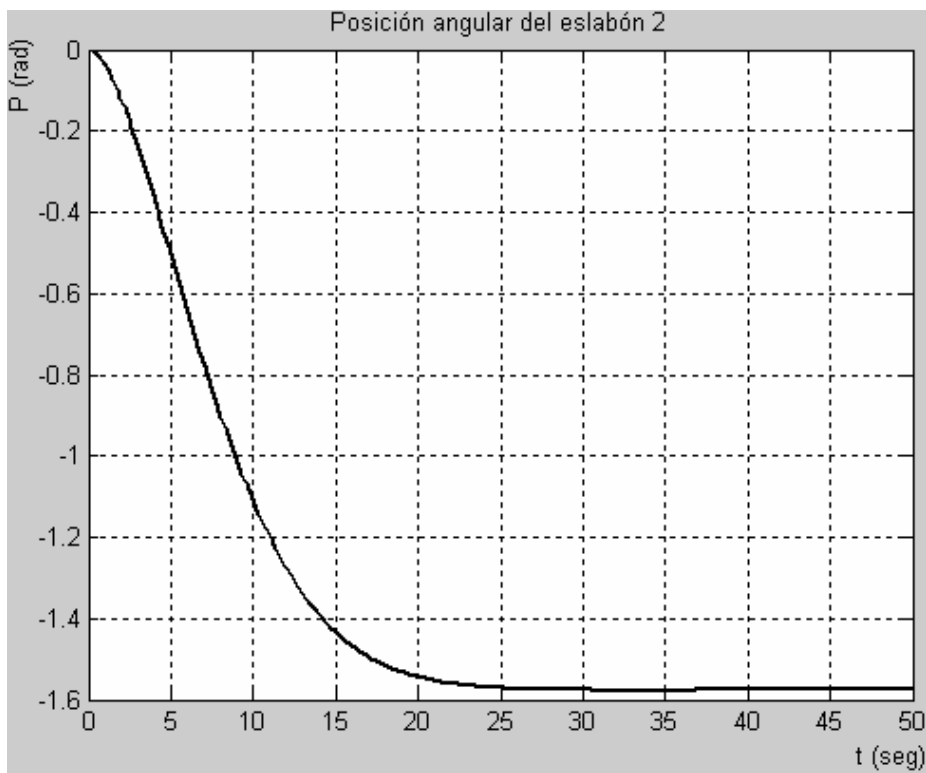


Figura 4.6 Gráfica de posición angular del eslabón dos contra tiempo.

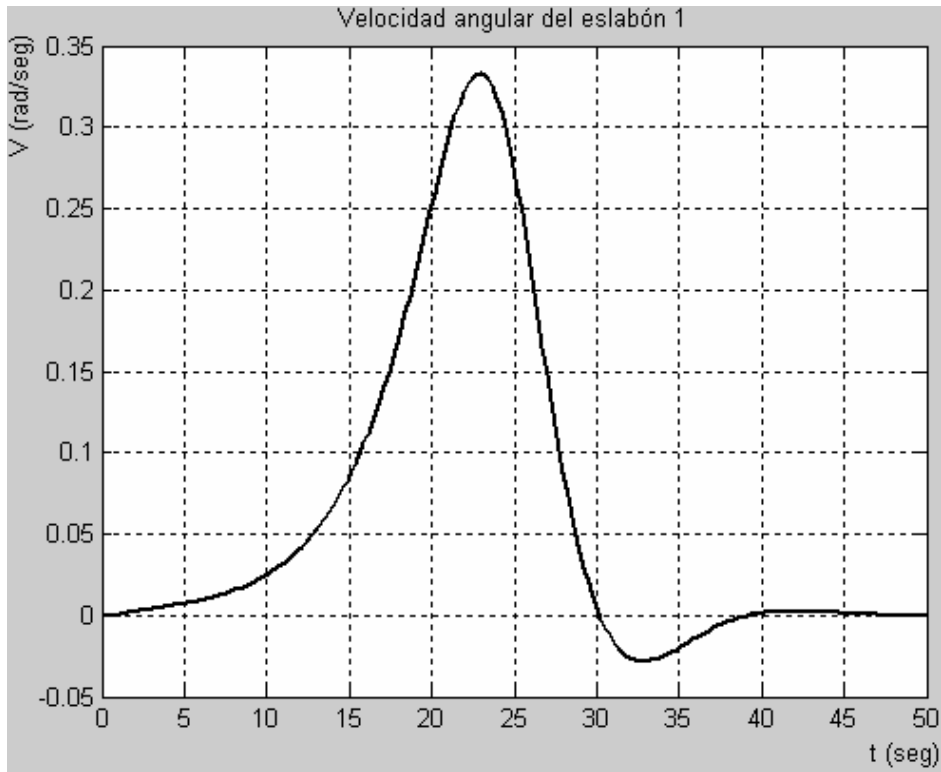


Figura 4.7 Gráfica de velocidad angular del eslabón uno contra tiempo.

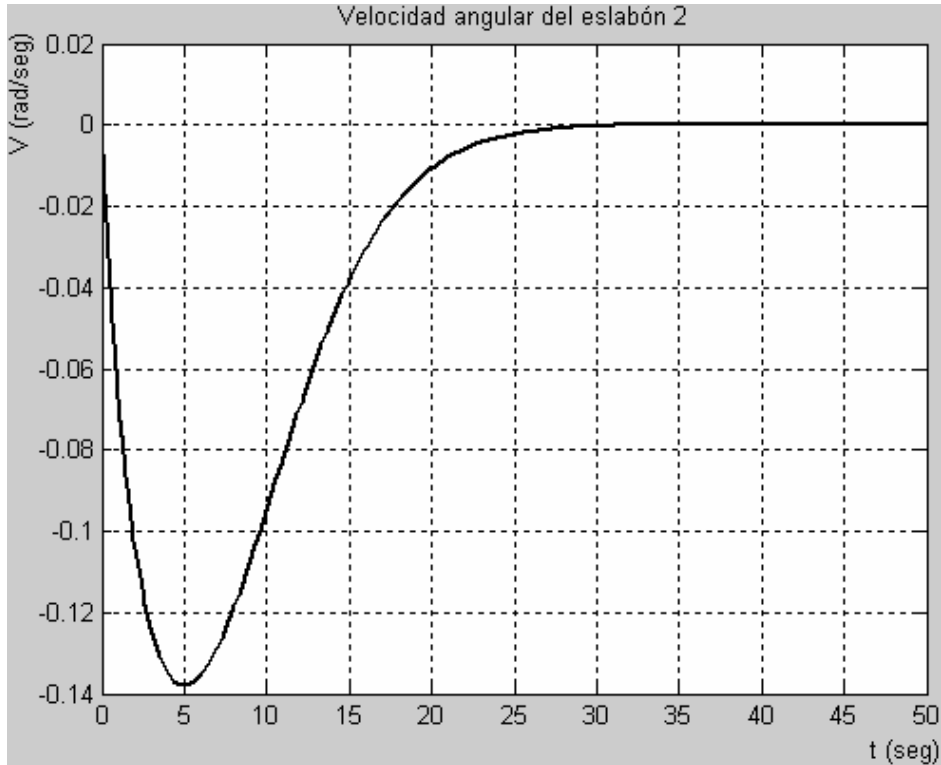


Figura 4.8 Gráfica de velocidad angular del eslabón dos contra tiempo.

Como se puede observar, las velocidades angulares se estabilizan en cero después de alcanzar un valor pico. Esto quiere decir que al moverse los eslabones alcanza una velocidad máxima y después de llegar a la posición deseada se hace cero.

4.2.1 Respuesta del Observador de Estado de Orden Mínimo

En esta sección se establece una comparación entre las velocidades angulares observada y real de cada Observador de Estado de Orden Mínimo utilizado, para así valorar el desempeño de los mismos y comprobar que el error sea el mínimo posible. Las Figuras 4.9 y 4.10 muestran dichas respuestas.

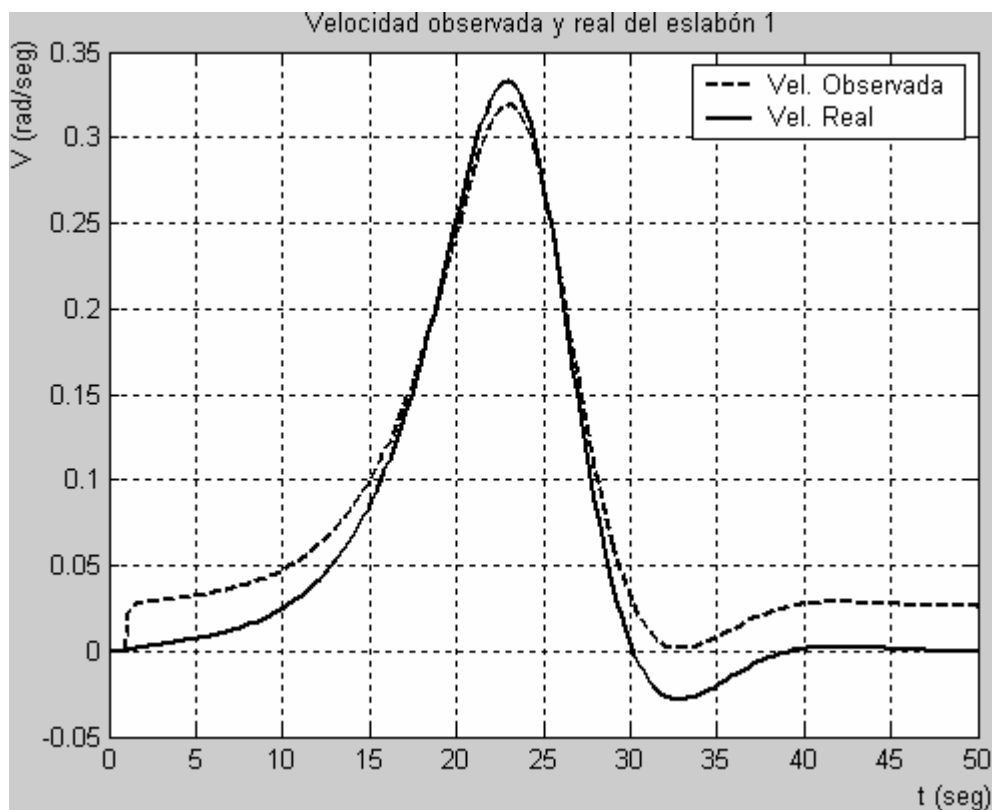


Figura 4.8 Gráfica de velocidad angular (observada y real) del eslabón uno contra tiempo.

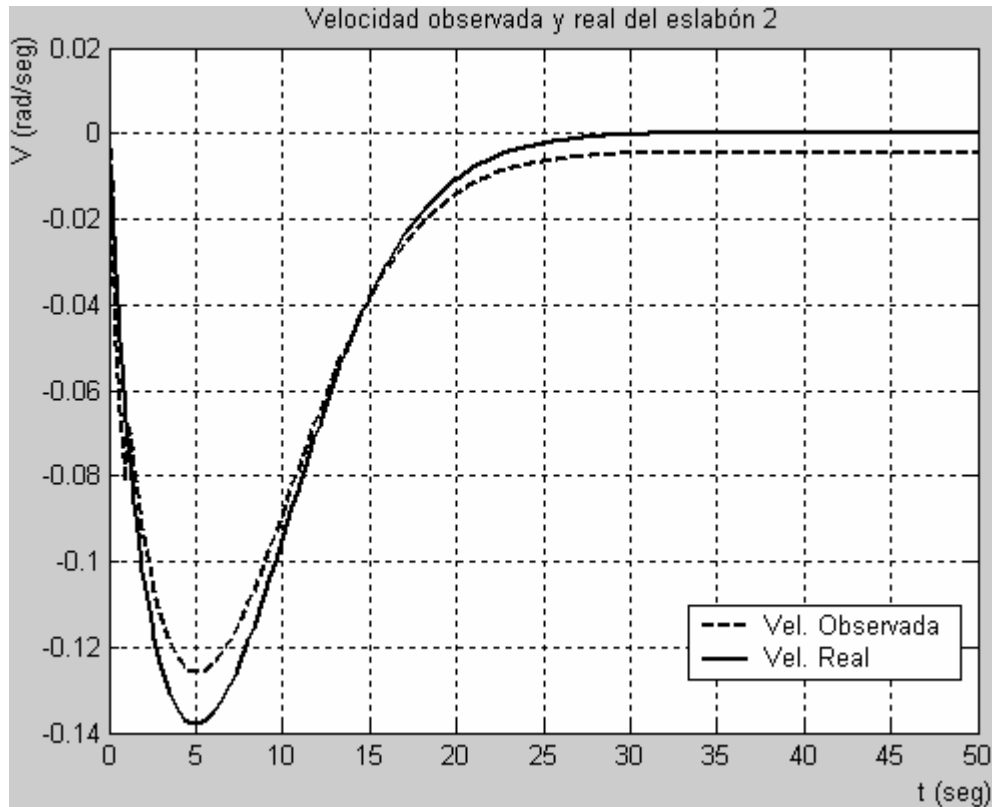


Figura 4.8 Gráfica de velocidad angular (observada y real) del eslabón dos contra tiempo.

Como se puede apreciar los dos observadores de estado presentan una buena respuesta, pues las velocidades estimadas siguen prácticamente con exactitud la respuesta de la velocidad real, a pesar del error en estado estable.

4.3 Análisis económico

El diseño y simulación del Control por Modo Deslizante ha requerido de la inversión de tiempo por parte del diplomante y del tutor, teniendo en cuenta seis meses de trabajo a tiempo completo del diplomante y una dedicación de dos horas semanales del tutor el monto del gasto para el desarrollo del trabajo asciende a aproximadamente 750 pesos cubanos.

Aunque se diseñó para el robot IRB'6 que es el que se dispone en la facultad, sin gastos apreciables puede diseñarse para otros robots.

Los resultados obtenidos muestran una respuesta aproximadamente 15% más rápida y además exenta del ruido que significa la implementación con otras variantes de control.

Por otra parte la estimación de la velocidad mediante el Observador de Estado de Orden Mínimo implica la no necesidad del sensor de velocidad que en el mercado están siendo cotizados alrededor de 80 USD.

Suponiendo que el robot trabaje durante 16 horas diarias implicaría un incremento de 240 % de productividad en la jornada.

Con el incremento de la productividad señalado, considerando una producción neta de 6000 pesos con el algoritmo convencional se lograrían 14,400 pesos, o sea 8,400 pesos más con el Control por Modo Deslizante.

Por lo tanto bajo las condiciones planteadas y considerando 10% de ganancia (840 pesos) en un mes de trabajo a régimen de 16 horas diarias la inversión realizada en el diseño del algoritmo se puede amortizar en un mes de trabajo.

4.4 Conclusiones del capítulo

Mediante la simulación se ha podido comprobar la efectividad del diseño para el Control por Modo Deslizante de las dos articulaciones del robot en su respuesta a entradas de referencia de velocidad.

Las variables observadas siguen con buena exactitud la velocidad real aunque lógicamente influenciada por el momento que debe vencer el motor.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

En este trabajo se ha realizado una aproximación a un problema bastante complejo como es el control de un robot manipulador. Se presentó el desarrollo de un controlador basado en las técnicas del Control por Modo Deslizante. El desempeño de este control fue evaluado mediante la simulación en la poderosa herramienta computacional Matlab/Simulink, permitiendo la valoración del diseño. En general se llegó a las siguientes conclusiones numeradas a continuación.

- 1.- El diseño del Control por Modo Deslizante al igual que el observador fue muy sencillo, pues partimos de un modelo simplificado, es decir, de segundo orden y lineal.
- 2.- Se ha podido comprobar mediante la simulación la posibilidad de controlar las articulaciones de un robot manipulador utilizando Modo Deslizante de Control, con ello se ha disminuido en un grado el orden del sistema, objetivo principal de esta estrategia de control, lo que por otra parte resulta más robusto. Por lo dicho anteriormente, a pesar de las alinealidades presentes, el sistema, al llegar a su operación en Modo Deslizante se comporta como si fuera de primer orden y lineal.
- 3.- Una característica importante de este sistema es que el ajuste del controlador dependió solo del parámetro C como se puede observar en la ecuación del control, y del parámetro M .
- 4.- El diseño y simulación de un observador, para la estimación de la velocidad, ha permitido eliminar fuentes de ruido en el sistema de control que perjudicarían la operación estable del manipulador.

5.- El sistema de control diseñado presenta las ventajas propias del Control por Modo Deslizante como son: la capacidad de adaptarse a variaciones rápidas de los parámetros, perturbaciones y ruidos de dinámicas no modeladas e insensibilidad teórica a errores en la medición del estado y sus derivadas.

Recomendaciones

Implementar el controlador de manera integral en el robot ASEA IRB-6 el cual se encuentra disponible en el laboratorio de robótica y percepción de nuestra facultad.

En la realización de futuros trabajos destacar la realización de pruebas para comparar este sistema de control con otras técnicas de control convencional, así también con las pruebas reales aplicadas al robot disponible.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Albus, J. S. (1975). "A new approach to manipulator control: The cerebellar model articulation controller." Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control.
- Arafet, P. (2000). Control de un servomecanismo no lineal por Modo Deslizante. Facultad de Ingeniería Eléctrica. Cuba, Universidad de Oriente.
- Arbide, R. S. (1990). La síntesis cinemática y dinámica de los robots industriales.
- Barbashin, E. (1970). Introduction to the Theory of Stability.
- Barrientos, A. (1998). Fundamentos de Robótica.
- Camacho, E. F. (1999). Model Predictive Control. London.
- Clarke, D. (1987). Generalized predictive Control. Basic Algorithm.
- Clegg, J. (1956). "Time-dependent nonlinear compensating network." Electric Engineer.
- Craig, J. J. (2003). Introduction to Robotics: Mechanics and Control.
- Emelyanov, S. (1970). Theory of Variable Structure Control Systems.
- Flugge-Lotz, I. (1953). Discontinuous Automatic Systems. New York.
- Flugge-Lotz, I. (1956). "Synthesis of nonlinear control systems." Trans. IRE PGAC 11.
- Fu, K. (1988). Robótica, control, detección, visión e inteligencia."
- García, M. A. G. (2004). Cálculo de caminos óptimos para manipuladores articulados. Departamento de Informática y Automática. Salamanca, Universidad de Salamanca.
- García, N. (2001). "Simulación del Servo Control Visual de un robot de 2 gdl." IEEE Transactions on systems, man and cybernetics.

- Garret, S. (1961). "Linear switching conditions for a third order positive-negative feedback control."
- González, J. N. (2000). Sistemas con modos deslizantes.
- Hsu, Y. C. (2001). "A fuzzy adaptive variable structure controller with application to robot manipulators." IEEE Transactions on systems, man and cybernetics **31**.
- Kuo, B. (1996). Automatic Control Systems.
- Letov, A. (1957). "Conditionally stable control systems (on a class of optimal control systems)." Automatic Remote Control **7**.
- Lewis, L. (1993). Control of Robot Manipulators.
- Maslennikov, V. (1956). "High-quality control of neutral plants by means of an astatic controller." Automatic Remote Control **2**.
- Naranjo, F. (1993). Control Digital Adaptivo con Modo Deslizante: Aplicación a un Motor de Corriente Continua. Memorias del Primer Encuentro Nacional de Automática. Colombia.
- Ogata, K. (2003). Ingeniería de control moderna. Madrid.
- Ostrovsky, G. (1956). "Applications of nonlinear correction to control systems of the second order." Automatic Remote Control **11**.
- Pérez, C. (2004). "Gripper Tracking with Trajectory Prediction and Adaptive Fuzzy Control." IEEE Transactions on systems.
- Rodríguez, E. R. (2004). "Modelación de robots industriales para tareas de diseño y control." Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada.
- Romero, R. (2002). Diferenciación mediante control por Modos Deslizantes. Dep. de Ingeniería de Sistemas y Automática. Sevilla, Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla.
- Sciavicco, L. (1996). Modeling and Control of Robot Manipulators.
- Shigin, E. (1958). "On improvement of transient processes with the help of correction networks with varying parameters." Automatic Remote Control **4**.

- Spong, M. (1989). Robot Dynamics and Control.
- Stout, G. (1956). "Nonlinearity in control systems." Control Engineer.
- Tsyppkin, Y. (1955). Theory of Relay Control Systems.
- Utkin, V. (1977). "Variable Structure Systems with Sliding Modes." IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL **22**.
- Utkin, V. (1992). Sliding Modes in Control Optimization. Moscow.
- Wunch, W. (1953). "Reproduction of an arbitrary function of time by discontinuous control."
- Zambrano, D. (2004). "Control predictivo por modo deslizante para robots manipuladores." Revista de Ingeniería UC **11**.

ANEXOS

Anexo I Parámetros constantes del manipulador.

| Par. | Valor numérico | Descripción del parámetro |
|-----------|-------------------------|---|
| L_1 | 0.45 m | Longitud del eslabón 1 |
| L_{c_1} | 0.319 m | Longitud al centro de masa del eslabón 1 |
| m_1 | 2.084 Kg | Masa del eslabón 1 |
| I_1 | 0.3487 Kgm ² | Momento de inercia del eslabón 1 respecto al centro de masa |
| L_2 | 0.67 m | Longitud del eslabón 2 |
| L_{c_2} | 0.2536 m | Longitud al centro de masa del eslabón 2 |
| m_2 | 4.836 Kg | Masa del eslabón 2 |
| I_2 | 0.6249 Kgm ² | Momento de inercia del eslabón 1 respecto al centro de masa |
| g | 9.8 m/seg ² | Aceleración de la gravedad |

Anexo II Parámetros constantes del actuador.

| Par. | Valor numérico | Descripción del parámetro |
|------------|-------------------------|---|
| L_a | 0.002 H | Inductancia de armadura |
| R_a | 3.2 Ω | Resistencia de armadura |
| ω_o | 314 rad/seg | Velocidad nominal |
| E_{ao} | 50 V | Voltaje de armadura nominal |
| I_{ao} | 6.5 A | Corriente de armadura nominal |
| T_o | 0.606 Nm | Torque nominal |
| I_{max} | 15.625 A | Corriente de armadura máxima |
| T_{max} | 1.45 Nm | Torque máximo |
| J_m | 0.0036 Kgm ² | Inercia del eje del motor |
| B_m | 0.0019 Nmseg/rad | Fricción viscosa del eje del motor |
| K_b | 0.093 Nm/A | Ganancia de conversión corriente-torque |
| K_a | 0.093 | Ganancia de FEM contraelectromotriz |
| K_m | 6.28 rad/segV | Ganancia del motor |
| t_m | 0.8 seg | Constante de tiempo del motor |
| r | 1/200 | Razón de reducción de engranes |