

UNIVERSIDAD CENTRAL “MARTA ABREU” DE LAS VILLAS
Facultad de Ingeniería Mecánica
Departamento de Ingeniería Mecánica



“Optimización multicriterial aplicada al diseño de engranajes cilíndricos metálicos de dientes oblicuos.”

Tesis presentada en opción al grado de Máster en Ciencias Técnicas.

Ing. Osmany Palli Pérez

Santa Clara, 2014

UNIVERSIDAD CENTRAL “MARTA ABREU” DE LAS VILLAS
Facultad de Ingeniería Mecánica
Departamento de Ingeniería Mecánica



Título: “Optimización multicriterial aplicada al diseño de engranajes cilíndricos metálicos de dientes oblicuos.”

Tesis presentada en opción al grado de Máster en Ciencias Técnicas.

Autor: Ing. Osmany Palli Pérez

Tutor: Dr.C Ing. Jorge Laureano Moya Rodríguez.
Dr.C. Ing. Ángel Silvio Machado Rodríguez.

Santa Clara, 2014

Dedicatoria

Quiero dedicar este trabajo a mi madre Gladys V. Pérez Díaz, a mi abuela Oslinda Díaz Noda y a mi padrastro José Gutiérrez Bayolo, que me han apoyado incondicionalmente y han confiado en mí.

A mis hermanos Maikel Palli y Ana María Palli que aunque lejos, siempre están presente.

A mis amigos...

Agradecimientos

Al concluir este trabajo quisiera primeramente agradecer a Dios por estar conmigo siempre y guiarme por el buen camino.

A todas aquellas personas que han colaborado en la realización del mismo, en especial a mi tutor Dr. C. Jorge Laureano Moya Rodríguez quien no sólo ha sido un guía en la investigación, sino también apoyo y soporte en toda la carrera.

Profesores de la UCLV, en especial al Dr. C. Ángel Silvio Machado Rodríguez por sus consejos y aportes a la investigación.

En especial a Eduardo Miguel Fírvida Donéstevés, uno de los pilares de la investigación que sin él, hubiese sido muy difícil realizarla.

A Reniel Estrada Yanes por su ayuda incondicional.

A Francisco e Ileana por hacer realidad material los resultados de la tesis y por tantos momentos compartidos.

Al colectivo de trabajadores de la Empresa De Bujías “Nefalí Martínez” en especial para Alian, Migue A. Jure y Yodan López Burgos.

A Lidia, Ana y Noel por ayudarme tanto en todos estos años.

A Luri por dedicarme su tiempo, ser tan comprensible y compartir sus sabios consejos.

A Nivaldo, familia, Luis, Maira, Gisbel, la chucha, Diana, Raúl(s) y amigos en común, por dedicarme su tiempo y amistad.

A Ariasny, Robin, Javier Cabeza, Michel, Erik, Rigo, Yohan, Ariel(s), Daniel Padilla, Lianny, Marly, Leonardo Expósito, Kirenía, Ramonin, Alexis Alonso, Yudieski Bernal, y amistades del tiempo.

A Manuel (Januz), David (Melhaydel), Marlon, Lisandra, Aniley, Alejandros, Yandy y Andy Peñate, Lorena, Alain Alonso, Chacón, Dustin, Yarien (Yabar), Diana, Yohan (Sir_Angel), Duvier (Krad), Enrique (Eisen), Javier(s), Enrique (Kronuz), Antonio Dagnier (Curra), Rodolfo (rojo), Elisabeth, Migue, Pucho, familia y grupo en general, porque la vida es más amena cuando disfrutamos el tiempo con los buenos amigos.

A Laura, Denis, Raimel, los Ninjas, Alvaro, Anabel, Gavi, Irvin, Ismay, Marcelino, C.A. Recarey y grupo del planetario, gracias por el tiempo dedicado.

A Sandra, Dayana, Eimy, Asalia, Lucia Sandra, Rosmery, Liesly, Lucy, Eilen, Ari, Dianely, Iralma, porque la belleza no es solo superficial y con su amistad me basta.

A C. Manero, Raidel, David, Jasiel, Yadira, Neri, Carlito, Héctor y grupo de amigos de los años, orgulloso de su amistad.

A todos los amigos y camaradas de los años de carrera.

A todas aquellas amistades que siempre estuvieron ahí para apoyarme...

Índice

Contenido

Introducción	i
Capítulo 1	1
Marco teórico	1
1.1 Motivación de la Investigación.....	1
1.2 Fallas en los engranajes.	3
1.2.1 Fallas Superficiales en los dientes del engranaje.....	5
1.2.2 Fallas volumétricas.	8
1.3 Normas de Cálculo de Engranajes.	10
1.4 Métodos de optimización.....	10
1.4.1 Método de Optimización Multicriterial.	11
1.5 Optimización de engranajes.....	12
1.6 Conclusiones parciales.....	14
Capítulo 2.....	15
Normas de cálculo y selección de parámetros de diseño.....	15
2.1 Parámetros de diseño.	15
2.1.1 Selección del material y del tratamiento térmico.....	16
2.1.2 Parámetros Geométricos.	18
2.1.2.1 Módulo de los engranajes.	18
2.1.2.2 Ángulo de presión.	19
2.1.2.3 Ángulo de la hélice.	21
2.1.2.4 Factor de corrección.....	22
2.1.2.5 Espesor del alma del engranaje.....	22
2.1.3 Rugosidad de la superficie.	23
2.1.4 Calidad del dentado.....	24
2.1.5 Lubricación.	25
2.1.6 Cálculos para la vida útil en los engranajes cilíndricos de dientes rectos.	28
2.2 Normas de cálculo de engranajes cilíndricos de dientes rectos.	31
2.2.1 Normas AGMA.....	31
2.2.2 Normas ISO.	36
2.2.3 Normas DIN.....	41
2.2.4 Normas GOST.	42
2.3 Conclusiones parciales.....	44
Capítulo 3.....	45
Aplicación del Algoritmo Genético en la optimización multicriterial.....	45
3.1 Introducción.	45
3.2 Funcionamiento de un algoritmo genético básico.	51
3.3 Algoritmos Genéticos.	55
3.4 Comparación entre los diferentes tipos de AG.	56
3.5 Ventajas y desventajas de los AG con respecto a otros métodos.	58
3.6 Implementación del Algoritmo genético de segunda generación NSGA-II.	58

3.7 Metodología para los cálculos.	60
3.8 Estudio de caso.	62
3.9 Conclusiones parciales.....	69
Conclusiones Generales.....	70
Recomendaciones	71
Bibliografía	72
Anexos	77
Anexo 1	77
Anexo 2.....	79
Anexo 3.....	81

Resumen

El siguiente trabajo trata sobre la optimización multicriterial de los engranajes cilíndricos metálicos de dientes oblicuos de perfil de evolvente, variando los parámetros geométricos que determinan el perfil del diente como: la corrección de altura, el ancho, el ángulo de la hélice del diente, entre otros, para elevar su resistencia a la picadura y a la flexión simultáneamente; además se equipara el desgaste en ambas ruedas dentadas. Se crea un procedimiento para el cálculo de los parámetros geométricos de los engranajes cilíndricos de dientes oblicuos, utilizando la Inteligencia Artificial específicamente un Algoritmo Genético.

Primero se hace un estudio de la información documental con respecto a las diferentes fallas que se presentan en los engranajes cilíndricos de dientes oblicuos, destacando las principales, ya que a partir del conocimiento de estas fallas se puede diseñar un producto que las resista o prevenga, evitando así la pérdida directa o indirecta de bienes económicos.

Por otra parte se hace un estudio de las diferentes normas de cálculo, para seleccionar una, con la cual realizar los cálculos en MATLAB, donde en dicho software se le introducen las variables y las funciones objetivos para obtener las variables optimizadas. A partir de éstos se crea una metodología y una interfaz capaz de viabilizar los cálculos y agrupar las tres funciones objetivos en una sola.

Introducción

Los mecanismos han sido empleados por el hombre desde sus primeros pasos como parte definitoria en la evolución. Los antiguos egipcios aunque no conocían la rueda y la polea, conocían el plano inclinado, la palanca y el rodador de troncos; y con ellos construyeron pirámides y monumentos. Las primeras apariciones de la rueda y la polea de eje ocurrieron en Mesopotamia alrededor del 3000 y 4000 a.c (1).

Muchos de los diseños primitivos estuvieron dirigidos hacia aplicaciones militares como catapultas, aparatos para escalar, etc. Uno de los grandes ingenieros de la edad antigua fue Arquímedes, es reconocido por haber diseñado innovadoras máquinas, incluyendo armas de asedio y el tornillo de Arquímedes, que lleva su nombre. Experimentos modernos han probado las afirmaciones de que Arquímedes llegó a diseñar máquinas capaces de sacar barcos enemigos del agua o prenderles fuego utilizando una serie de espejos.

Más adelante fue acuñado el término ingeniero civil para diferenciarlo del militar. La ingeniería mecánica tuvo sus principios en el diseño de máquinas, a medida que las invenciones de la Revolución Industrial, requerían soluciones más complicadas en problemas de control de movimiento (2).

Dentro de todos los elementos de máquinas, sin dudas las transmisiones por engranajes es el grupo de transmisiones mecánicas más difundido e importante desde los inicios de la Revolución Industrial hasta nuestros días. Este mecanismo de tres miembros, en el cual dos elementos engranados son móviles y forman con el elemento fijo pares de rotación o traslación, es empleado en los más diversos campos y condiciones de trabajo: desde relojes y equipos de precisión hasta máquinas de grandes dimensiones.(3)

Desde épocas muy remotas se han utilizado cuerdas y elementos fabricados en madera para solucionar los problemas de transporte, impulsión, elevación y movimiento. Nadie sabe a ciencia cierta dónde ni cuándo se inventaron los engranajes. La literatura de la antigua China, Grecia, Turquía y Damasco mencionan engranajes pero no aportan muchos detalles de los mismos.

El mecanismo de engranajes más antiguo de cuyos restos se dispone es el mecanismo de Anticitera. Se trata de una calculadora astronómica datada entre el 150 y el 100 a.c. y compuesta por al menos 30 engranajes de bronce con dientes triangulares. Presenta características tecnológicas avanzadas como por ejemplo trenes de engranajes epicicloidales que, hasta el descubrimiento de este mecanismo, se creían inventados en el siglo XIX (4).

Un engranaje se puede considerar como una rueda dentada que cuando se acopla con otra rueda dentada de diámetro más pequeño (piñón), transmitirá rotación de un eje a otro. La función principal de un engrane es transferir potencia de un eje a otro, manteniendo una razón definida entre las velocidades rotacionales de los ejes. Los dientes de un engrane impulsor empujan los dientes del engrane impulsado, ejerciendo una componente de la fuerza perpendicular al radio del engrane. De este modo se transmite un par de torsión y como el engrane gira, se transmite potencia. Los engranes son las transmisiones de par de torsión más fuertes y resistentes. Su eficiencia de transmisión de potencia puede ser tan alta como del 98%. Por otra parte, usualmente

los engranajes son más costosos que otros transmisores de par de torsión, tales como los de transmisión por cadena y banda. Los engranajes están altamente estandarizados en cuanto a forma de los dientes y tamaño (2; 5).

Las demandas exigidas a los diseñadores en el proceso de diseño de engranajes han cambiado sustancialmente en los últimos años. Diseñar un engranaje para que cumpla cabalmente las exigencias de explotación y que no falle sigue siendo una tarea desafiante, pero hoy en día entran a considerarse otros factores como son el ruido, la protección del medio ambiente, los ciclos de vida, etc. Además, el proceso de diseño del engranaje en sí mismo debe ser barato y rápido. Se puede decir que el diseñador de engranajes hace frente a un nuevo ambiente de diseño. Para responder a la nueva situación de diseño, los diseñadores de engranajes deben considerar nuevos fenómenos que no eran previamente una cuestión de preocupación.

El diseño de las transmisiones de engranajes metálicos continúan siendo un tema muy importante en la ingeniería, durante muchos años los especialistas en esta actividad han servido de apoyo a los distintos sectores de la industria mundial que utilizan este tipo de componentes. Toda esta actividad ha dado lugar desde hace algunos años a la aparición de diversas normas técnicas a nivel mundial, las cuales se han aplicado de manera general y han logrado aportar uniformidad y seguridad en el cálculo de los engranajes.

En la actualidad las normas técnicas están solicitando a sus comités ejecutivos una revisión de las fórmulas de cálculo que utilizan en las diferentes verificaciones de los dientes del engranaje, pero utilizando para ello las distintas herramientas computacionales: CAD, CAM, CAE que están al servicio de los investigadores, con la finalidad de profundizar en el cálculo de los engranajes. Una razón determinante es que no llegan a obtener un modelo geométrico exacto para ser analizado y la aplicación de la carga es deficiente en algunos de los trabajos mencionados. Las normas más prestigiosas son la GOST, DIN, AGMA y la ISO, cada una de estas normas se basa en el conocimiento y experiencia acumulada por los científicos que han trabajado en ella en el transcurso de los años.

En el proceso en general de fabricación del engranaje, desde los cálculos hasta el proceso en sí de manufactura, la optimización tiene un papel fundamental ya que pueden optimizarse todos los pasos y así se ahorra recursos y tiempo de fabricación y por ende la economía es favorecida.

Los estudios realizados hasta el momento no satisfacen todas las necesidades de los fabricantes de engranajes, por lo que se hace necesario realizar nuevos estudios sobre la base de diseños contra fallas.

El primer término para la optimización fue programación lineal, debido a George B. Dantzig, aunque mucho de la teoría había sido introducida por Leonid Kantorovich en 1939. Dantzig publicó el algoritmo Simplex (Simple) en 1947 y John von Neumann desarrolló la teoría de la dualidad en el mismo año. (6-9); hasta nuestros tiempos el diseño optimizado ha recibido mucha atención de diseñadores, fabricantes, estadísticos y profesionales en general por las ventajas que brinda. Esencialmente, la idea central en un diseño optimizado es maximizar o minimizar una función real eligiendo

sistemáticamente valores de entrada (tomados de un conjunto permitido) y computando el valor de la función. La generalización de la teoría de la optimización y técnicas para otras formulaciones comprende un área grande de las matemáticas aplicadas. De forma general, la optimización incluye el descubrimiento de los "mejores valores" de alguna función objetivo dado un dominio definido, incluyendo una variedad de diferentes tipos de funciones objetivo y diferentes tipos de dominios (6).

Se puede además optimizar un producto a varios criterios, el problema está en que normalmente no existe una variable que produzca un óptimo de forma paralela para cada uno de los objetivos que componen las funciones, esto se deberá a la existencia de conflictos entre objetivos, que harán que la mejora de uno de ellos dé lugar a un empeoramiento de algún otro. Por lo que se deberá llegar a un consenso en la que todos los objetivos sean satisfechos en un grado aceptable, desde el punto de vista de diseño (10).

Por todo lo presentado se pretende en esta investigación lograr el perfeccionamiento del diseño de los engranajes cilíndricos de dientes oblicuos exteriores aumentando su ciclo de vida, al tener en cuenta un diseño optimizado multicriterialmente contra las fallas más comunes en el funcionamiento del mismo. Esto implica el análisis geométrico y de resistencia de los dientes de los engranajes, con la finalidad de mejorar algunas de sus deficiencias.

Objeto de Trabajo: Los engranajes cilíndricos de dientes oblicuos exteriores de perfil evolvente.

Problema científico: No existe en la literatura revisada una metodología para la optimización multicriterial del diseño de los engranajes cilíndricos exteriores metálicos de dientes oblicuos de perfil evolvente, teniendo en cuenta la variación de sus parámetros geométricos para obtener la máxima resistencia mecánica a las fallas de picadura, flexión y una función para igualar los deslizamientos relativos simultáneamente.

Objetivo General

Desarrollar una metodología para el diseño multicriterial de engranajes cilíndricos de dientes oblicuos exteriores de perfil evolvente utilizando técnicas de optimización, según los criterios de resistencia a la flexión, resistencia al contacto y la equiparación del desgaste en ambas ruedas.

Objetivos específicos:

1. Realizar una investigación documental sobre el diseño de engranajes según criterios de resistencia al contacto, flexión y desgaste de las principales normas de cálculos: AGMA, GOST, DIN e ISO.
2. Seleccionar los parámetros que afectan significativamente la durabilidad del diente del engranaje a diferentes fallas, como son: desplazamiento de la herramienta, calidad del dentado, ángulo de presión de la herramienta, número de dientes del piñón y corona respectivamente, ancho, viscosidad del lubricante entre otros.
3. Formular el modelo matemático de un engranaje cilíndrico de dientes oblicuos exteriores, donde se tenga en cuenta los factores que influyen en la resistencia del

mismo a diferentes fallas estudiadas, como son la picadura, el desgaste y la rotura en el pie del diente.

4. Optimizar las funciones objetivos: resistencia a la picadura, resistencia a la flexión según la norma de cálculo ISO, además de igualar los deslizamientos relativos en ambos engranajes teniendo en cuenta las restricciones de distancia entre centros y relación de transmisión ya que los parámetros que se varían, influyen positivamente en un criterio y negativamente en el otro.

El **campo de acción** para este trabajo sólo se aplica a engranajes cilíndricos de dientes oblicuos exteriores con corrección de altura.

Según lo que se plantea en el problema científico del trabajo y el objetivo que persigue el mismo, y después de haber realizado una investigación documental adecuada se puede plantear la siguiente **hipótesis**:

“Es posible obtener una metodología para la optimización multicriterial aplicada al diseño de engranajes cilíndricos de dientes oblicuos exteriores de perfil evolvente según los criterios de resistencia a la flexión, al desgaste y a la picadura.”

Tareas de la Investigación:

Para lograr los objetivos propuestos, en el trabajo se siguieron una serie de tareas que se muestran a continuación:

1. Hacer un análisis de la información documental del conocimiento existente sobre el tema hasta el momento, según las normas fundamentales de diseño de engranajes.
2. Analizar las principales fallas en los mecanismos por engranajes cilíndricos metálicos como son: la fatiga en el pie del diente, el desgaste de las superficies en contacto y la picadura.
3. Seleccionar una norma de cálculo y los parámetros de diseño más significativos que afectan la resistencia del diente del engranaje según las fallas picadura, desgaste y rotura por fatiga en el pie del diente.
4. Formular un modelo matemático en MATLAB capaz de calcular las diferentes expresiones según las normas ISO de cálculo de engranajes.
5. Optimizar multicriterialmente las funciones de resistencia al contacto, resistencia a la picadura, además de la función para igualar el desgaste de los dientes del engranaje teniendo en cuenta las restricciones.
6. Aplicar la formulación a un ejemplo práctico en la industria donde existen problemas en el desempeño de un par de engranajes que está fallando.
7. Analizar los resultados obtenidos en un gráfico donde se muestre el frente de Pareto.
8. Orientar la opción que satisfaga el diseño contra fallas donde según la combinación de parámetros se mejore la fabricación y la vida útil del producto; además de que se incremente la estabilidad y el rendimiento en el funcionamiento del mecanismo.
9. Crear una interfaz en MATLAB que viabilice los cálculos.

Métodos de Investigación empleados:

Entre los métodos científicos empleados en esta investigación se pueden señalar los siguientes:

Métodos generales: Se utilizó el método hipotético deductivo al elaborar la hipótesis y proponer el desarrollo de nuevos criterios de diseño a partir de los resultados parciales de la revisión de la bibliografía. Se empleó además el método sistémico para enmarcar el

tema de investigación en uno más amplio del diseño Mecánico para aplicar métodos computacionales de modelado y análisis y, posteriormente descomponerlo en subsistemas que al unirlos brindan una solución al problema planteado.

Métodos lógicos: El método científico fundamental empleado en esta tesis es el *analítico-sintético*. Mediante el *análisis* se evaluaron las variables controlables, las no controlables y las dependientes en los diferentes criterios de resistencia mecánica de la norma de cálculo, ello permitió elegir las variables más significativas entre todas las que afectan la resistencia del diente en el funcionamiento normal del engranaje, por lo que se pudo realizar los cálculos de diseño. El *análisis* permite también establecer las comparaciones entre la influencia de las variables controlables en el comportamiento de las variables dependientes. La *síntesis* permite integrar las partes analizadas, lo que proporciona como principal resultado el desarrollo de nuevos métodos de diseño. También se emplea el método *inductivo-deductivo*. Mediante el estudio de las características funcionales de los engranajes y de sus fallas, se pudo deducir el posible beneficio del desarrollo de un nuevo diseño del cual se obtuvieran las propiedades tribomecánicas requeridas y posteriormente comprobarlo mediante la aplicación del más moderno software de diseño y simulación, aplicando métodos numéricos.

Métodos matemáticos: Se empleó el MATLAB, para la simulación del comportamiento de las tensiones bajo condiciones de explotación, y el Kissoft para comparar los resultados obtenidos en el MATLAB.

El valor práctico del trabajo

El valor práctico de la presente investigación se encuentra en la posibilidad de mejorar los diseños de los engranajes, al evaluar de forma simultánea los esfuerzos tanto al contacto como a la flexión y el desgaste, al tener en cuenta la influencia de factores comunes en los cálculos y la optimización multicriterial de estas funciones en el ciclo de vida de la transmisión diseñada.

Los beneficios del trabajo están dados ante la posibilidad de poder presentar los resultados de la presente investigación a los especialistas de las normas técnicas internacionales para que lo apliquen y puedan mejorar el diseño de los engranajes en un futuro próximo. Los cálculos pueden servir como base para hacer una interfaz gráfica en MATLAB aplicable para cualquier caso de diseño deseado, ya que en esta interfaz se desarrollan expresiones de cálculo capaz de visualizar los resultados optimizados obtenidos en un frente de Pareto.

Por ejemplo, en una pareja de engranajes, los factores que influyen en la resistencia de los dientes tales como dimensiones geométricas, material de construcción, condiciones de trabajo, corrección, método de lubricación, viscosidad del lubricante, etcétera, se pueden mejorar fácilmente por los diseñadores; mientras que los costos de fabricación se elevan, es decir existen factores contrastantes que si se mejoran en un criterio, se empeoran en otro, por lo que el concepto de valor óptimo se hará relativo y será necesario decidir de alguna forma cuáles son las mejores soluciones al problema según lo que se busque en el diseño.

Por lo tanto, la función principal del diseño optimizado multicriterialmente es encontrar una o varias soluciones que satisfagan las necesidades del cliente según los criterios a analizar. En otras palabras, el diseño optimizado multicriterialmente asegura la solución óptima del producto seleccionando a varios criterios, una de las respuestas que se reflejan en el frente de Pareto obtenidos en esta interfaz.

Resultados que aportará el tema:

- Obtención del modelo geométrico de la pareja de engranajes con un sistema real de aplicación de la carga para el instante crítico de funcionamiento, que determina el esfuerzo al contacto, la flexión y el desgaste del diente del engranaje mediante los cálculos de los criterios de resistencia al contacto, resistencia a la flexión y al desgaste utilizando MATLAB.
- Desarrollo de una metodología para la optimización multicriterial de engranajes cilíndricos de dientes oblicuos exteriores de perfil evolvente, utilizando los criterios de resistencia a la flexión y resistencia al contacto, según las normas de cálculo internacionales además de igualar el desgaste en los dientes de ambas ruedas.
- Ahorro de materiales.
- Mayor rapidez en la elaboración de los diseños.
- Mayor durabilidad de los engranajes diseñados por la metodología elaborada al no verse afectados por determinadas fallas en el funcionamiento y/o variaciones del régimen de funcionamiento.

Novedad científica

El autor defiende como novedad científica de la investigación la siguiente:

Se obtiene una metodología para el cálculo de la resistencia al contacto y a la fatiga volumétrica, además de la equiparación de los deslizamientos relativos para igualar el desgaste de los dientes en contacto simultáneamente al tener en cuenta la optimización multicriterial de estas expresiones, que mejoran las características funcionales de las transmisiones.

Estructura de la tesis

La tesis está conformada por tres capítulos, conclusiones y recomendaciones. El primero se dedica al estado del arte, donde se analiza parte de la revisión documental para centrar el tema de la investigación, se comentan las normas de cálculo de engranajes más importantes y la optimización en los cálculos.

El siguiente capítulo se dedica al análisis de las normas, análisis de los parámetros y la selección de los mismos para realizar los cálculos.

El tercer capítulo se dedica a la optimización multicriterial, ventajas y desventajas, usando Algoritmo Genético donde se obtiene como resultado la metodología y la aplicación de esta a un caso específico en el diseño de engranajes, donde se obtienen como resultados los valores óptimos de las variables en un frente de Pareto.

Capítulo 1

Marco teórico

Introducción

En este capítulo se presenta la motivación por la cual se realizó la investigación, los antecedentes y una muestra de lo que verá en los capítulos posteriores. Se expone que por las demandas del mercado mundial existe la necesidad de fabricar más barato y con más calidad. Además se trata de darle un enfoque a los objetivos de la tesis, así como a la investigación en general, sin dejar de mencionar las restricciones y el alcance de los resultados. Las conclusiones de este capítulo sirven como referencias para el capítulo siguiente.

1.1 Motivación de la Investigación.

Garantizar la resistencia mecánica, eficiencia y rendimiento de los dientes en los engranajes ha sido por mucho tiempo un campo de discusión y debate entre los científicos.

Se han estudiado de hecho, nuevos tipos de fallas y las tendencias a la optimización tienen una cara negativa de la moneda al no soportar los dientes de las ruedas cambios en las condiciones de explotación para las que fueron diseñados. El uso de la optimización disminuye los márgenes de seguridad y hay que prestar atención a garantizar el buen funcionamiento de los productos.

José I. Pedrero (11) en este artículo propone un método para estudiar la influencia del número de dientes y la corrección, en la resistencia a la flexión, haciendo una regresión y obtiene expresiones analíticas en el cálculo de engranajes cilíndricos rectos y helicoidales de perfil evolvente.

Magnus MackAldener (12) crea una Interfaz gráfica como herramienta de diseño robusto en el Engineering Design Method para el diseño contra la fatiga por agrietado interior, aplicable a las transmisiones de automóviles en general. Sin embargo, enfoca la investigación en transmisiones de camiones pesados, implicando que los engranajes que se tratan en el documento son engranajes helicoidales cementados.

Alfonso (13) realizó un estudio del comportamiento a flexión de dentaduras de engranajes cilíndricos de perfil de evolvente, en los modelos propuestos por las normas AGMA e ISO y la generalización de las expresiones de los métodos de cálculo. Además desarrolló un modelo basado en la geometría del diente en la sección normal a la línea de contacto, y desarrolló el método de cálculo correspondiente; ahora los

resultados dependen en gran parte de los valores de las restricciones, de forma que si la tensión admisible de flexión tiene un valor alto, la solución óptima tiene un número de dientes alto y si la tensión admisible de flexión baja, la solución óptima se mueve hacia menor número de dientes.

En este artículo Pedrero (14) realiza un análisis en la lubricación de las teorías elastohidrodinámicas, donde varía los factores geométricos para obtener un cambio favorable en el espesor específico de la película de lubricante y así aumentar la resistencia al desgaste y al gripado, sólo que las variables de estas fallas son comunes, es decir cuando realizas las variaciones para aumentar la resistencia en una, aumenta en la otra.

En este trabajo Moya (15) analiza la influencia que tienen las modificaciones del perfil del diente que se logran con la corrección del dentado en la resistencia del diente a la picadura donde se determinan los valores del coeficiente de corrección de altura que garantizan la máxima resistencia a la picadura, además se determinan los valores del coeficiente de corrección angular para la resistencia a la picadura, rotura y desgaste.

En el artículo Gonzalo (16) presenta un procedimiento que permite determinar un valor de vida útil de referencia previendo la rotura por fatiga de los dientes de acero en ruedas de engranajes cilíndricos de ejes paralelos y contacto exterior. El procedimiento está fundamentado en considerar la resistencia a la picadura y a flexión de los dientes en engranajes cilíndricos según la norma AGMA 2101-D04 (17) dirigida al cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos.

En el transcurso de la vida cotidiana, los diseñadores se enfrentan a difíciles decisiones con bastante frecuencia debido a que deben escoger entre varias posibilidades, denominadas alternativas, el conjunto de las cuales constituye el llamado conjunto de elección. Para escoger en este conjunto el decisor tiene diversos puntos de vista, denominadas "criterios". Estos criterios son, al menos parcialmente, contradictorios en el sentido de que si el diseñador adopta uno de dichos puntos de vista, por ejemplo la minimización del costo, no escogerá la misma alternativa que si se basa en otro criterio, por ejemplo el de mejor rendimiento.

Las ventajas de la modelización multicriterios deben ser valoradas en relación con la modelización clásica en la que el objetivo consiste en llegar a un problema de maximización con restricciones en la que la solución óptima representa la mejor elección.

Optimizar varias funciones objetivo a la vez, no se traduce en encontrar un óptimo para cada función, sino más bien en proponer un conjunto de puntos en los que cada función objetivo contribuya a alcanzar una buena aptitud total, la cual será establecida y evaluada por el diseñador.

La modelización multicriterios proporciona al diseñador una libertad de juicio que le es ocultada por la modelización monocriterio. La modelización multicriterios es así mucho

más realista puesto que considera las restricciones por lo que realmente son, a saber, elementos de la decisión, es decir, criterios (8).

Cada autor trata aspectos diferentes o se ajusta a problemas específicos, además en cada investigación existe una función objetivo o dos pero estas presentan parámetros similares ya que si una función es optimizada positivamente, la otra también.

En este trabajo se varían de forma general parámetros geométricos en cierto rango para el diseño de engranajes metálicos cilíndricos de dientes rectos exteriores de perfil evolvente, éstos son procesados por un algoritmo genético que los optimiza según los criterios de resistencia mecánica al desgaste, a la flexión y a la picadura, de las normas ISO (18), luego se muestran en un frente de Pareto donde se puede observar la distribución de los resultados óptimos en relación con las funciones objetivo, según las restricciones que se especifican, distancia entre centros, relación de transmisión, etcétera, con esa metodología obtenida se pueden simplificar los cálculos de diseño; y se obtienen diseños de engranajes óptimos y resistentes.

1.2 Fallas en los engranajes.

Las fallas en los engranajes pueden ocurrir por diversos factores que varían según las características de funcionamiento del mecanismo, o factores externos que pueden o no aparecer en determinados momentos, en el trabajo normal del mismo, como por ejemplo: sobrecargas sostenidas o momentáneas, mala lubricación, aumento de la temperatura de trabajo, aumento de la potencia a transmitir y otros, sin dejar de mencionar el fallo inevitable debido al desgaste normal en el flanco del diente, donde va perdiendo propiedades mecánicas progresivamente hasta que ocurre el fallo.

Por estas razones es necesario hacer, según las características deseadas en el funcionamiento del mecanismo, un diseño que cumpla todos los requisitos necesarios para asegurar el buen desempeño del par, que los engranajes queden con buena calidad y las especificaciones técnicas deseadas, además de lograr un buen montaje para evitar problemas en el funcionamiento.

Es esencial el conocimiento de las fallas en los engranajes y sus causas para realizar un correcto diseño del par de ruedas dentadas. En la figura 1 se clasifican algunas fallas por engranajes, donde se puede apreciar la diversidad que existe.

Es necesario destacar que no todos los científicos denominan igual las fallas.

CLASIFICACIÓN DE LAS FALLAS EN LOS ENGRANAJES

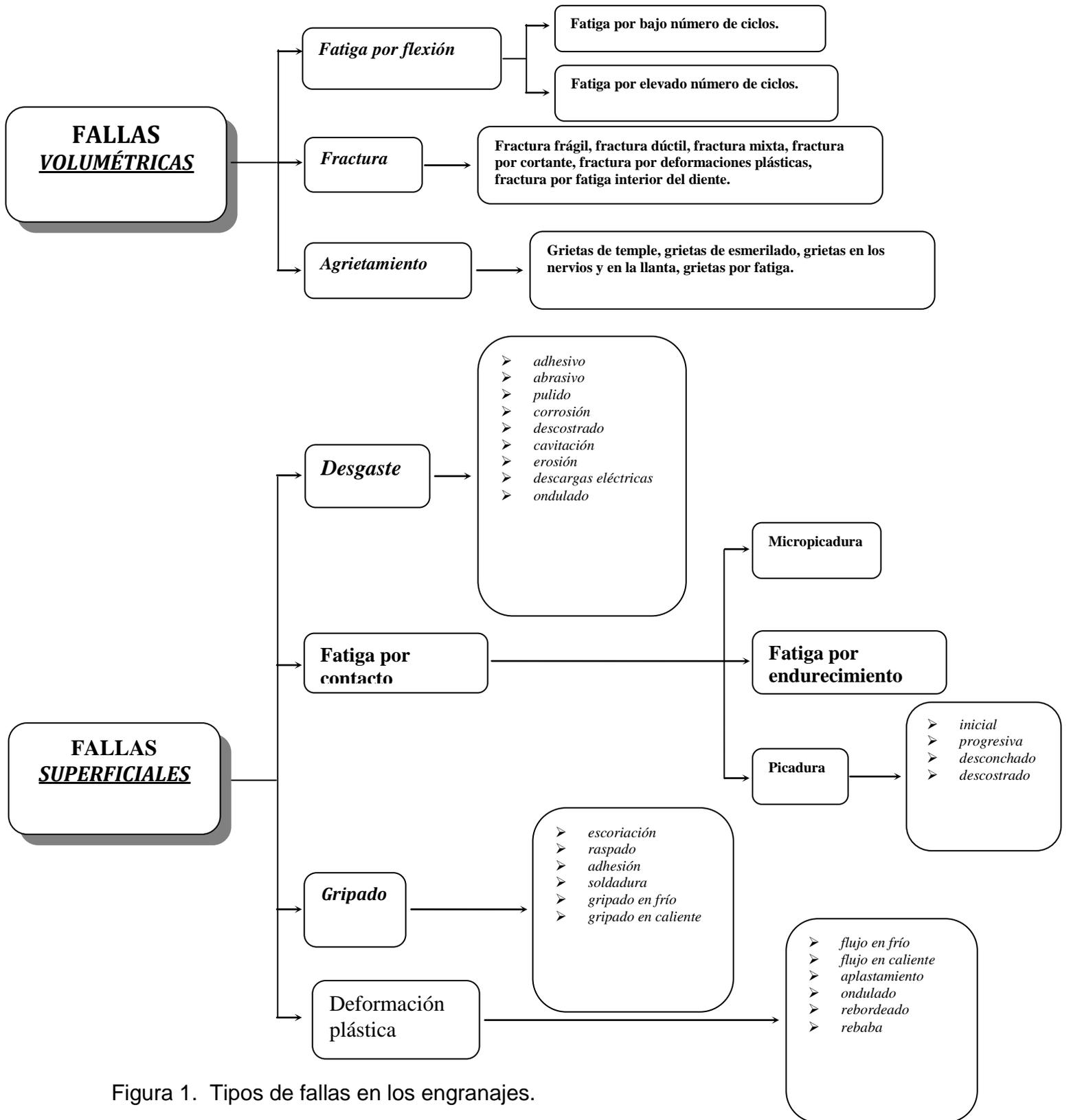


Figura 1. Tipos de fallas en los engranajes.

La falla más común en las transmisiones por engranajes cerradas, que están bien lubricadas y protegidas contra el ensuciamiento es la picadura (pitting), mientras que en las transmisiones abiertas, mal lubricadas es la falla por desgaste. En ambas transmisiones la falla más peligrosa es la rotura del diente, que para evitarla los dientes se calculan a flexión (19-28).

1.2.1 Fallas Superficiales en los dientes del engranaje.

Las fallas que van menguando la capacidad y el rendimiento del diente en la superficie del engranaje, (21) son fallas que pueden aparecer a largo plazo, el operario en muchos casos no se daría cuenta de que está ocurriendo, por lo que es importante conocer estas fallas para poder identificar la posible causa de su aparición y desarrollo para corregirla a tiempo, antes de que ocurran pérdidas materiales. Dentro de este grupo se encuentran, las fallas por fatiga superficial, fallas por desgaste, fallas por gripado y otras que se muestran en la figura 1.

1.2.1.1 Falla por fatiga superficial, picadura (Pitting).

La falla por picadura es la fatiga en la superficie de los dientes del engranaje, y consiste en la aparición sobre la superficie de pequeños hoyos semejantes a cavidades alveolares que crecen, convirtiéndose luego en oquedades. La picadura puede ser inicial (limitada) o progresiva. La picadura inicial es debido a la concentración de la carga en la longitud de los dientes. En las ruedas de materiales de buena adaptación funcional la picadura puede cesar, y prácticamente no influye sobre el trabajo de la transmisión por engranajes, ya que las cavidades formadas desaparecen poco a poco por laminado. Es peligrosa sólo la picadura progresiva que se extiende a toda o una parte de la longitud de los dientes. La picadura lleva al aumento de la presión sobre las partes aún no desmenuzadas de la superficie, a la expulsión del lubricante a las cavidades y, finalmente, al aplastamiento plástico o bien al agarrotamiento.

La picadura aparece cerca de la línea polar, sobre los pies de los dientes, donde, debido a las pequeñas velocidades de desplazamiento, se originan grandes esfuerzos de fricción. Luego se extiende a toda la superficie de los pies. Para evitar la picadura los dientes se calculan a la fatiga superficial.

1.2.1.2 Falla por desgaste.

En el caso de la falla por desgaste puede aparecer en varias formas, cada una responde a una o varias causas específicas, según su comportamiento. El desgaste de las superficies de los dientes será tanto mayor, cuanto más deslizamiento específico haya entre los dientes y cuanto mayor sea la tensión por contacto a la compresión en estas superficies. Por cuanto el máximo deslizamiento específico tiene lugar en los puntos iniciales y finales de contacto de los dientes, entonces el máximo desgaste se produce en los pies y en las cabezas de los dientes. En el polo del engrane no hay deslizamiento de los perfiles, por eso el desgaste en la zona circumpolar será mínimo (29-31).

- El desgaste abrasivo: es una de las principales causas de la inutilización de los engranajes abiertos y cerrados, en las máquinas que trabajan en ambientes agresivos. El desgaste no es uniforme a lo largo del perfil del diente, debido a la velocidad no uniforme de deslizamiento y a las tensiones irregulares de contacto por presión. Sin embargo, debido al cambio de los radios de curvatura durante el desgaste, éste se hace uniforme. Los dientes desgastados adquieren una forma específica aguzada (19).
- Desgaste adhesivo: Ocurre en superficies de deslizamiento cuando la presión entre las asperezas en contacto provoca deformaciones plásticas locales y la adhesión. Donde ocurren deformaciones plásticas, la energía se absorbe en forma de calor. El desgaste adhesivo puede presentarse por instantes y es un proceso que se repite y que inevitablemente lleva a la destrucción (20).
- Desgaste por pulido: Es un proceso muy lento de desgaste en el cual las asperezas de las superficies de contacto son progresivamente pulidas hasta desarrollar bellas superficies lisas y brillantes. Si los aditivos de extrema presión en el lubricante son demasiado reactivos químicamente, pueden causar pulido de las superficies de los dientes del engranaje, hasta que alcancen una terminación tipo pulido espejo. Aunque los engranajes pulidos pueden parecer buenos, el desgaste por pulido es no deseable, dado que generalmente reduce la precisión del engranaje mediante desgaste de los perfiles de los dientes más allá de las formas ideales (32).

El desgaste de las ruedas dentadas es una función de la potencia específica de las fuerzas de fricción, (31):

$$A = \frac{F_f \cdot V_{des}}{S} = \frac{f \cdot P_n \cdot V_{des}}{S} \quad (1)$$

Donde:

A - Trabajo específico de las fuerzas de fricción.

f - Coeficiente de fricción.

P_n- Fuerza normal entre los dientes.

V_{des}- Velocidad de deslizamiento entre los dientes.

S - Área de contacto en la unidad de tiempo.

El cociente $\frac{V_{des}}{S}$ se conoce como deslizamiento específico, de aquí que el desgaste será tanto mayor cuanto mayor sea el mismo.

$$V_{des} = (\omega_1 + \omega_2) \cdot \rho \quad (2)$$

$$W_1 = f \cdot P_n \cdot (\omega_1 + \omega_2) \left(1 - \frac{r_1 \text{sen} \alpha}{\rho_1} \right) \frac{1}{2\pi \cdot b} \quad (3)$$

$$W_1 = f \cdot P_n \cdot (\omega_1 + \omega_2) \left(1 - \frac{r_2 \text{sen} \alpha}{\rho_2} \right) \frac{1}{2\pi \cdot b} \quad (4)$$

$$\rho_1 + \rho_2 = AB \quad (5)$$

Donde:

ρ_1 : es la distancia entre un punto en contacto cualquiera y el polo del engranaje.

AB : es la línea teórica de engranaje.

W : potencia de fricción.

Ahora bien, estas expresiones de cálculo no nos satisfacen, ya que los factores geométricos necesarios en la construcción de los engranajes que queremos variar para disminuir o equiparar el desgaste en ambas ruedas, no están presentes. Pues lo que haremos, será igualar los deslizamientos relativos de ambas ruedas caracterizados

por los coeficientes relativos λ_{12} y λ_{21} .

Y según (31) el mínimo desgaste se da cuando

$$Y_1 = Y_2 \quad (6)$$

$$Y_1 = Z_1 \left[\left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) \text{sen} \alpha - \sqrt{\left(\frac{Z_2}{2} + 1 + X \right)^2 - \left(\frac{Z_1}{2} \cos \alpha \right)^2} \right] \quad (7)$$

$$Y_2 = Z_2 \left[\left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) \text{sen} \alpha - \sqrt{\left(\frac{Z_1}{2} + 1 - X \right)^2 - \left(\frac{Z_1}{2} \cos \alpha \right)^2} \right] \quad (8)$$

1.2.1.3 Falla superficial por gripado.

Se define como un daño localizado, causado por la soldadura de la fase sólida entre superficies que se deslizan. Es acompañado por la transferencia de metal de una superficie a otra debido a la soldadura, esto puede ocurrir en cualquier contacto por deslizamiento o rodadura donde la película del lubricante no tiene el espesor suficiente para separar las superficies. Los síntomas son asperezas microscópicas, superficies con un acabado tipo mate. Los análisis de la superficie muestran transferencia de metal de un cuerpo a otro.

El gripado puede ocurrir en los dientes de engranajes que operan en un régimen de lubricación límite. Si el espesor de la película no es lo suficientemente grueso, como para evitar el contacto entre las superficies de los dientes de los engranajes, esta puede romperse y la superficie descubierta, soldarse.

En contraste con la picadura o la fatiga por flexión, las cuales ocurren después de un período de operación determinado, el gripado puede aparecer inmediatamente después de ponerse en marcha el equipo. De hecho, los engranajes son más vulnerables al gripado cuando son nuevos y las superficies no se han asentado.

Los mecanismos básicos del gripado, no están claramente definidos, por lo general se considera que es causado por una generación intensa de calor friccionar, generado por la combinación de altas velocidades de deslizamiento y una intensa presión de contacto. La teoría de la Temperatura crítica de Block es considerada como el mejor criterio para predecir el gripado. Esta falla se presenta principalmente, cuando existe deslizamiento bajo condiciones de lubricación límite (21; 33; 34).

1.2.1.4 Fallas superficiales por deformaciones plásticas.

Las deformaciones plásticas tienen lugar en los dientes cargados fuertemente de las ruedas dentadas de acero bajo la acción de las fuerzas de rozamiento. En estas fallas la superficie de los flancos puede entrar en fluencia, arrastrando material por la acción del deslizamiento, apareciendo estrías o rebabas en la cabeza. Las partículas de metal de la capa superficial de los dientes de la rueda conductora se alejan del polo y los dientes de la rueda conducida que se acercan al polo; como resultado de esto, sobre los dientes impulsores se forman surcos a lo largo de la línea polar, y en los dientes impulsados, crestas. Estas deformaciones plásticas aparecen con más intensidad en los dientes de acero con dureza poco elevada, particularmente con insuficiencia de lubricación y en las transmisiones de pequeña velocidad (20; 29; 35; 36).

1.2.2 Fallas volumétricas.

En las fallas volumétricas es donde ocurre la fractura del diente ya sea en la cabeza como en la base del diente, que es provocado por las tensiones de flexión, las cuales reducen sobre todo la vida de los engranajes y pueden causar fallos catastróficos bajo picos de carga (20; 21; 37).

Es muy común en engranajes y se puede presentar de maneras muy diversas, pero para comprobar su existencia es necesario comprender su tipo clásico (38).

Las cinco condiciones que indican una fatiga volumétrica son:

- a) el origen está en la superficie del pie del diente, del lado cargado del mismo.
- b) el origen se ubica en el centro, entre los extremos del diente, donde se debe ubicar la carga normal.
- c) un diente falla primero, la fractura progresa lentamente desde el centro de la raíz del diente hasta el extremo.
- d) en la medida que progresa la fractura, el diente se deflecta en cada ciclo hasta que la carga alcanza simultáneamente el extremo superior del próximo diente, la sobrecarga o la fatiga por flexión del diente comenzó en la misma área.
- e) el material y sus características metalúrgicas no varían y el piñón debe mantener sus condiciones de operación normal.

Si alguna de estas cinco condiciones cambia ya no estaremos en presencia del ejemplo clásico de fatiga volumétrica por flexión.

Hay casos en que casi se produce la fatiga volumétrica clásica explicada, pero por ejemplo, no se cumple el punto (d) y por determinadas razones el origen se ubica en un extremo de la raíz del diente, una de ellas puede ser una sobrecarga o impacto aplicado en el extremo del diente. Otro caso puede ser en el que la fractura se origina fuera del centro del diente y continúa hacia el extremo opuesto al cargado (38) .

Esta falla se puede manifestar como:

- Rotura por sobrecarga: Se produce una rotura violenta en el pie del diente debido a cargas bruscas en la transmisión, como ocurre, por ejemplo, en prensas, martillos u otra clase de máquinas de acción similar, debido a causas que no pueden ser consideradas como defecto de cálculo o de fabricación del engranaje.
- Rotura por fatiga: Ocasionada por la repetición constante de esfuerzos, y caracterizada por la formación, en principio, de grietas en espacios o zonas muy limitadas, las cuales van aumentando progresivamente en extensión y profundidad, hasta producirse la rotura. También puede ser causada por la repetición de esfuerzos no previstos en el cálculo, o producidos por vibraciones u otras circunstancias, que obliguen al engranaje a un trabajo fuera de las condiciones previstas.

1.2.2.1 Falla por la rotura del diente.

Es la falla que causa la inutilización de la transmisión, y frecuentemente el deterioro de otras piezas al penetrar en éstas trozos de los dientes rotos.

La rotura del diente puede producirse: por grandes sobrecargas de choques o estáticas, sobrecargas reiteradas, que provocan la fatiga de ciclo corto, o bien por cargas reiteradas con un ciclo más amplio, las que provocan la fatiga del material.

La fatiga se debe frecuentemente a:

- concentración de carga a lo largo de los dientes por errores de fabricación y montaje o por grandes deformaciones elásticas de los árboles;

- desgaste de dientes que provocan su debilitamiento y el aumento de la carga dinámica;
- engrane en marcha de los piñones desplazables.

Las grietas suelen producirse en el pie de los dientes, en el lado de las fibras extendidas, donde obran los mayores esfuerzos de tracción y locales, relacionados con la forma. La fractura se produce predominantemente en el pie del diente.

En caso de rotura por fatiga, la fractura tiene forma cóncava sobre el cuerpo de la rueda, y forma convexa a consecuencia de la rotura por sobrecarga (20; 21; 29; 38).

1.3 Normas de Cálculo de Engranajes.

Con las actuales tecnologías para el diseño, cálculo, simulación y manufactura de elementos de máquinas, las nuevas investigaciones se hacen cada vez más costosas según el ingenio de los diseñadores innovadores, tratando de satisfacer los requerimientos de los clientes. El uso de nuevos y cada vez más complejos softwares, nuevas máquinas herramientas, nuevos materiales a partir de los nanomateriales, mejor calidad en los procesos-productos, menores tiempos de producción según los pedidos, entre otros factores, favorecen el servicio de las máquinas, mecanismos y sus elementos respectivamente; pero mientras más sofisticado sean éstos, más costoso saldrá el producto final por lo que se perjudica la economía.

Los engranajes cilíndricos, rectos y helicoidales, de perfil de evolvente son, con total seguridad, los elementos de transmisión de potencia entre ejes paralelos más utilizados en la práctica industrial (3). Y por esta razón, han sido siempre objeto de estudio, tanto para la mejora de los procesos de generación de los dientes como para la evaluación de la capacidad de carga –o potencia transmisible– en condiciones de operación. Resultado de ello, es un elevado grado de desarrollo de la normativa internacional de diseño de engranajes (GOST, DIN, ISO y AGMA, principalmente), que permite predecir con notable precisión el comportamiento de las dentaduras. A pesar de ello, todas estas normas son objeto en la actualidad de permanente revisión, en busca de modelos cada vez más precisos, que permitan ajustar el diseño a los requerimientos establecidos, con la mayor reducción posible de costos, pero manteniendo los niveles de fiabilidad.

1.4 Métodos de optimización.

Pierre de Fermat y Joseph Louis Lagrange encontraron cálculos basados en fórmulas identificadas como óptimas, mientras que Isaac Newton y Carl Friedrich Gauss propusieron métodos iterativos para el movimiento hacia un óptimo. Históricamente, el primer término para la optimización fue programación lineal, debido a George B. Dantzig, aunque mucho de la teoría había sido introducida por Leonid Kantorovich en 1939. Dantzig publicó el algoritmo Simplex (Simple) en 1947 y John von Neumann desarrolló la teoría de la dualidad en el mismo año (6; 20).

A continuación se presenta en la tabla 1 un resumen de las características y posibilidades de cada método.

Tabla 1. Resumen de la Características y Posibilidades de cada método de optimización (20).

Método	Tipos de Problemas				
	Número Variables	Forma Variables	Forma Objetivo de la Función	Forma de Restricción	Optimo Local Global
1	Pocas	Continua	Diferenciable	Simple e Igualdades diferenciales	Local
2	Muchas	Continua	Lineal	Igualdades y Desigualdades	Global
3	Varias	Continua	Continuo y Converso	Continuas y Desigualdades	Local
4	Varias	Discreta	Múltiples etapas	General	Global
5	Pocas	Discreta	General	General	Global
6	Muchas	Elementos	General	General	Local y Especializado
7	Muchas	Discreta	Bien Estructurado	Bien Estructurado	No especificado

1.4.1 Método de Optimización Multicriterial.

Uno de los métodos más utilizados en la optimización de las transmisiones por engranajes, es el método de optimización multicriterial (39; 40). El mismo se basa en el desarrollo de algoritmos y programas, para su uso concreto durante el diseño de estas transmisiones.(7; 41)

La solución de los problemas relacionados con la optimización multicriterial, se encuentra en varias fuentes bibliográficas. Una parte de estas soluciones, se basa en los métodos matemáticos clásicos, utilizando los conjuntos de Pareto y otros. Los primeros contienen la solución óptima, es decir aquellas soluciones que pueden ser mejoradas, según cualquier criterio de diseño.

El concepto de Dominancia de Pareto fue formulado en el siglo XIX por Vilfredo Damasco Federico Pareto y supone el origen de las investigaciones en la materia de optimización multiobjetivo. Se expondrá a continuación dicho concepto restringido al caso de un problema de minimización, la extensión al caso de un problema de maximización es trivial.

En la Dominancia de Pareto dado un vector $u = (u_1, \dots, u_k)$, se dice que domina a otro vector $v = (v_1, \dots, v_k)$ si y sólo si:

$$\forall i \in \{1, \dots, k\}, u_i \leq v_i \quad (9)$$

y

$$\exists i_0 \in \{1, \dots, k\} \mid u_{i_0} < v_{i_0} \quad (10)$$

En la Optimalidad de Pareto: una solución x^* se dice que es Pareto-óptima si y sólo si no existe otro vector x tal que $v = f(x) = (v_1, \dots, v_k)$ domine a $u = f(x^*) = (u_1, \dots, u_k)$. En otras palabras, la definición anterior dice que el punto x^* es un óptimo de Pareto si no existe un vector x que haga mejorar alguno de los objetivos -- respecto a los valores obtenidos para x^* -- sin que empeore de forma simultánea alguno de los otros objetivos. En general, la solución en el sentido de Pareto al problema de optimización multiobjetivo no será única: la solución estará formada por el conjunto de todos los vectores no-dominados, a los que se conoce con el nombre de conjunto de no-dominados, o frente de Pareto.

1.5 Optimización de engranajes.

Sobre optimización de engranajes se han realizado varios trabajos a nivel mundial. En la literatura revisada se destacan trabajos de España, China, Suecia, Italia y Cuba. J.L. Borrego y J.L. Pedrero (42) determinan los rendimientos y parámetros geométricos óptimos desde el punto de vista dimensional dando restricciones iniciales como holguras, radiales y de paso, el esfuerzo axial y los desplazamientos específicos máximos equilibrados en el piñón y la corona para obtener resultados con la mayor resistencia al desgaste.

Moya en la referencia (31) determina los valores óptimos del coeficiente de corrección del dentado para igualar el desgaste de las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores, ya que minimizan el deslizamiento relativo entre los dientes de una de las ruedas y maximizan el de la otra.

Machado (20) organizó metodológicamente un procedimiento para la optimización multicriterial de las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos, utilizando la corrección de altura solamente para elevar su capacidad de carga y así la posterior recuperación de los mismos.

Hong-Zhong Huang y colectivo (43) utilizan una programación física interactiva para optimizar multicriterialmente engranajes cilíndricos de dientes rectos de tres etapas, como funciones objetivos optimizan la reducción del mínimo volumen y la maximización de la vida a la fatiga superficial. Después de que generan una solución de Pareto,

añaden un desplazamiento de la preferencia en la función de la clase de cada objetivo, en dependencia de si el diseñador le gustaría mejorar ese objetivo o sacrificarlo, con el fin de mejorar otros objetivos.

M. Faggioni y el colectivo (44) presentan un método de optimización global para el diseño de engranajes de dientes rectos, capaz de encontrar modificaciones en el perfil que reducen al mínimo las vibraciones. Utilizan un modelo dinámico no lineal para estudiar el comportamiento vibratorio del par. Toman como funciones objetivo: consideraciones estáticas y el comportamiento dinámico de un sistema de masas concentradas. Desarrollan un algoritmo de optimización aleatoria-Simplex con el fin de reducir el coste computacional, además calculan la fiabilidad óptima usando una simulación de Monte Carlo.

Marco Barbieri y el colectivo de autores, (45) proponen un algoritmo genético para encontrar las mejores soluciones entre los parámetros geométricos, en la reducción del ruido de los engranajes cilíndricos de dientes rectos. Los planteamientos se basan, en la reducción de las fluctuaciones en el error de transmisión estática y el error de transmisión dinámica respectivamente.

Ashtosh Kumar Singh y Hitendra Pal Gangwar (46) optimizan engranajes de dientes rectos interiores usando algoritmo genético, minimizando como función objetivo la distancia entre centros, utilizan un algoritmo genético para que dé óptimos globales en lugar de óptimos locales en un número discreto de variables y para reducir el tiempo de cálculo.

Yallamti Murali Mohan y T.Seshaiah (47) optimizan engranajes cilíndricos de dientes rectos minimizando solamente los parámetros de distancia entre centros, la deflexión del diente y el peso del engranaje, como funciones objetivo, usando algoritmo genético en lenguaje de programación "C". Esta optimización la realizan para tres tipos de materiales.

Samuel Sánchez Caballero y el colectivo de autores (48) en su artículo crean un procedimiento multiobjetivo usando como herramienta algoritmos genéticos para diseñar engranajes obteniendo no sólo un diseño óptimo, sino también un conjunto de diseños cercanos al mismo, pero no restringen ni los números de dientes ni la relación de transmisión, por lo que la aplicación de dos resultados cercanos no es la misma para los diseños optimizados. Es decir lo que se hace es optimizar todos los parámetros y se obtiene un diseño sin aplicación.

1.6 Conclusiones parciales.

Según la bibliografía consultada, las fallas fundamentales en engranajes son la rotura del diente, el desgaste, y picadura. En las transmisiones cerradas prevalece la picadura, mientras que en las transmisiones abiertas prevalecen el desgaste y la fractura; en los engranajes que están sometidos a gran desgaste la picadura se observa muy rara vez, porque las capas superficiales se desgastan por rozamiento antes de que ocurra la falla por picadura. El conocimiento de las fallas en los engranajes y sus causas, permite hacer cálculos precisos de las transmisiones y la correcta elección de los parámetros geométricos.

No existe en la documentación revisada una metodología para el diseño de engranajes cilíndricos metálicos de dientes oblicuos, optimizando las expresiones de los cálculos de resistencia a la flexión, tensión superficial, y desgaste simultáneamente.

La solución para la optimización del diseño que atienda simultáneamente a las tres fallas de engranajes más difundidas se encuentra en la optimización multicriterial.

Capítulo 2

Normas de cálculo y selección de parámetros de diseño.

En el siguiente capítulo se muestran los parámetros relacionados con los cálculos según la norma seleccionada en el capítulo anterior, una breve descripción de parámetros analizados según la bibliografía consultada, se muestran los pasos por la norma ISO según los criterios de resistencia mecánica.

En el diseño de engranajes el diseñador tiene la facilidad de manejar las propiedades mecánicas como desee según las exigencias técnicas del mecanismo en general o una exigencia puntual en un diseño determinado.

Estas propiedades mecánicas pueden variarse según se varíen los parámetros geométricos de diseños establecidos en las diversas normas de cálculo (49-51).

2.1 Parámetros de diseño.

En el problema de diseño de engranajes pueden distinguirse tres grupos de variables. En el primer grupo se encuentran aquellas cuyos valores son dados y por lo general el diseñador no tiene control sobre ellas porque dependen del diseño general de la máquina. Tales son:

- Potencia a transmitir.
- Velocidad de rotación del piñón.
- Fiabilidad
- Número de horas de funcionamiento.
- Características de las máquinas a acoplar.

En el segundo grupo se engloban aquellas que puede controlar el diseñador y por lo tanto se pueden considerar variables de diseño:

- Material.
- Ángulo de inclinación de la hélice.
- Calidad I.S.O.
- Desplazamiento de la herramienta.
- Lubricante.
- Relación de transmisión.

En el tercer grupo se hallan las variables dependientes. El diseñador no puede controlarlas excepto en forma indirecta, cambiando una o más del segundo grupo. Tales variables son:

- Módulo.
- Número de dientes.
- Ancho del diente.
- Diámetro del piñón.

- Volumen mínimo.
- Rendimiento.
- Vida del engranaje.
- Régimen de lubricación.

Puede considerarse que estas magnitudes son factores de diseño porque es necesario establecer limitaciones sobre sus valores (34).

Los parámetros que se seleccionaron en el diseño para realizar los cálculos fueron siete, los cuales el diseñador puede controlar. Éstos son:

- Ancho.
- Calidad de dentado.
- Factor de corrección.
- Ángulo de la hélice.
- Rugosidad de la superficie.
- Coeficiente de altura de la cabeza.
- Coeficiente de altura del pie.
- Coeficiente del radio del pie.

Estas variables se pueden variar a conveniencia para lograr una mayor resistencia del mecanismo, tanto a la falla por picadura como a la flexión en el pie del diente, siempre y cuando se respeten las variables que dependen del diseño general de la máquina.

2.1.1 Selección del material y del tratamiento térmico.

Cuando se selecciona el material del cual está compuesta una rueda dentada, éste debe garantizar la resistencia de sus capas superficiales y la resistencia de los dientes a la flexión. En catálogos de diferentes máquinas herramientas rusas se recomienda utilizar acero 40X, como material para la construcción de engranajes (52).

Tabla 2. Marcaje del sistema GOST (53).

Alfabeto Cirílico	Alfabeto Castellano	Elemento de aleación
Г	G	Manganeso (Mn)
Х	X	Cromo (Cr)
Н	N	Níquel (Ni)
М	M	Molibdeno (Mo)
С	S	Silicio (Si)
Ф	F	Vanadio (V)
Ю	IU	Aluminio (Al)
Д	D	Cobre (Cu)
В	V	Wolframio (W)
К	K	Cobalto (Co)
Б	B	Niobio (Nb)
Т	T	Titanio (Ti)

2.1.1.1 Tratamiento térmico.

El tratamiento térmico consiste en una combinación de operaciones de calentamiento, y enfriamiento, con tiempos determinados, aplicados a un metal o aleación en el estado sólido, en una forma tal que producirá las propiedades deseadas, por lo que el calentamiento, con el único fin de favorecer una deformación, no se incluye dentro de esta definición.

El objeto de los tratamientos es mejorar las propiedades mecánicas, o adaptarlas, dándole características especiales a las aplicaciones que se le van a dar la las piezas, de esta manera se obtiene un aumento de dureza y resistencia mecánica, así como mayor plasticidad o maquinabilidad para facilitar su conformación.

Todos los procedimientos de tratamientos térmicos de aceros, incluyen la transformación o descomposición de la austenita, por lo que el primer paso en cualquier proceso de tratamiento del acero, será el calentar el material a alguna temperatura , que como mínimo sea la del intervalo crítico que lleva a la formación de la austenita.

Las tensiones de contacto admisibles en los dientes son proporcionales a la dureza de los materiales, y la capacidad portante de los engranajes, según su resistencia de contacto, es proporcional al cuadrado de la dureza (19).

2.1.1.2 Tipos de tratamiento térmico.

Los tratamientos térmicos se pueden clasificar en tres tipos, los cuales tienen ciertas semejanzas, en los tres se calienta el acero a una temperatura ligeramente superior a la crítica, y luego, después de un período de permanencia en esta temperatura, suficiente para conseguir el estado austenítico, se enfrían las piezas. La diferencia fundamental entre los tres tratamientos es la velocidad de enfriamiento, que es lo que caracteriza a cada tratamiento, siendo así que las dos primeras partes (calentamiento y permanencia), se pueden estudiar en común para los tres tipos, que son:

- * Recocido (de primer y segundo genero)
- * Temple
- * Revenido
- * Normalizado
- * Cementado
- * Carburación
- * Cianuración
- * Nitruración
- * Alta frecuencia

- Alta frecuencia

El temple por inducción de alta frecuencia es el que se recomienda, ya que es un tratamiento térmico de endurecimiento localizado de piezas de acero en los puntos especificados, se induce una corriente parásita calentando la zona que se quiere endurecer, mientras que la pieza restante recibe una corriente fría manteniendo sus propiedades mecánicas sin alteraciones en la estructura cristalina, por lo tanto la dureza permanece igual, proporcionando la ventaja de que absorba las sobrecargas o golpes bruscos entre los dientes ocurridos durante el funcionamiento.

2.1.2 Parámetros Geométricos.

Existe un grupo de parámetros geométricos, que una vez conocidos, puede ser realizado el cálculo completo de la geometría de las ruedas dentadas. Ellos son:

- z : Número de dientes.
- m : Módulo normal.
- β : Ángulo de la hélice en el cilindro de referencia.
- b : Ancho del diente.
- x : Coeficiente de corrección del diente.
- α : Ángulo del perfil de la cremallera de referencia.
- c*: Factor de holgura radial (c / m).
- ha*:Factor de altura de cabeza (ha/m).

Usualmente es aceptado en los cálculos prácticos que $ha^* = hFP^*$

Para conservar la constancia de la relación de transmisión cinemática en el engranaje los dientes del piñón y la rueda deben tener los perfiles conjugados, es decir que: La normal común a los perfiles en contacto divide a la distancia entre centros en dos segmentos inversamente proporcional a las velocidades angulares de las ruedas. Esta condición de contacto de los dientes entre el piñón y la rueda se observa si ellos engranan correctamente con la cremallera de referencia (3).

2.1.2.1 Módulo de los engranajes.

Las dimensiones de los engranajes son determinadas por medio del módulo.

El módulo: una característica de magnitud que se define como el cociente de dividir el paso circular, expresado en milímetros, por el número π . Donde $\pi = 3.1416$.

$$m = \frac{p}{\pi} \quad (11)$$

Por consiguiente, la longitud de la circunferencia primitiva de una rueda dentada es igual al paso circular multiplicado por el número de dientes "z", con lo cual el diámetro primitivo resulta:

$$d = \frac{p \cdot z}{\pi} \quad (12)$$

Sustituyendo en esta fórmula p / π por el valor m , tenemos:

$$d = m \cdot z \quad (13)$$

Esto demuestra que el diámetro primitivo es igual al módulo multiplicado por el número de dientes.

En la siguiente tabla se muestran valores aplicables a los engranajes cilíndricos con dentado recto y dentado helicoidal.

El sistema módulo puede satisfacer todas las exigencias de la industria mecánica y por este motivo es aconsejable evitar criterios distintos del módulo, para la utilización de las máquinas-herramientas, herramientas y los utillajes normales. En las tablas de relación de módulos estandarizados con los pasos correspondientes se muestran valores aplicables a los engranajes cilíndricos con dentado recto y dentado helicoidal (54).

Para que dos engranajes puedan engranar tienen que tener el mismo módulo, éste podría tomar un valor cualquiera (55), pero en la práctica esta normalizado según el siguiente criterio:

De 1 a 4 en incrementos de 0,25 mm

De 4 a 7 en incrementos de 0,50 mm

De 7 a 14 en incrementos de 1 mm

De 14 a 20 en incrementos de 2 mm

2.1.2.2 Ángulo de presión.

El ángulo de presión es el que se forma entre la línea práctica de engranaje y la tangente a la circunferencia primitiva en el polo del engranaje (54).

De la misma forma las normas determinan el número mínimo de dientes según el valor del ángulo de presión mostrado en la tabla 3, (56).

Tabla 3. Número mínimo de dientes según el valor del ángulo de presión (54; 57).

Ángulos de presión normalizados	Número Mínimo de dientes
14.5°	32
15°	30
20°	17
25°	12

Mientras más bajo sea el ángulo de presión más disminuye la carga admisible (54), el radio del círculo generador de la evolvente:

$$r_b = \frac{z \cdot m \cdot \cos \alpha}{2} \quad (14)$$

es más pequeño, y aunque esta diferencia sea mínima tiene en cambio mucha importancia porque la evolvente empieza precisamente en el círculo base (generador),

y el punto de contacto es el límite de penetración de la herramienta en los flancos sin ahuecar la base del diente.

Esta diferencia entre los radios de las circunferencias base influye en la reducción del número de dientes mínimo-teórico, realizables sin interferencia.

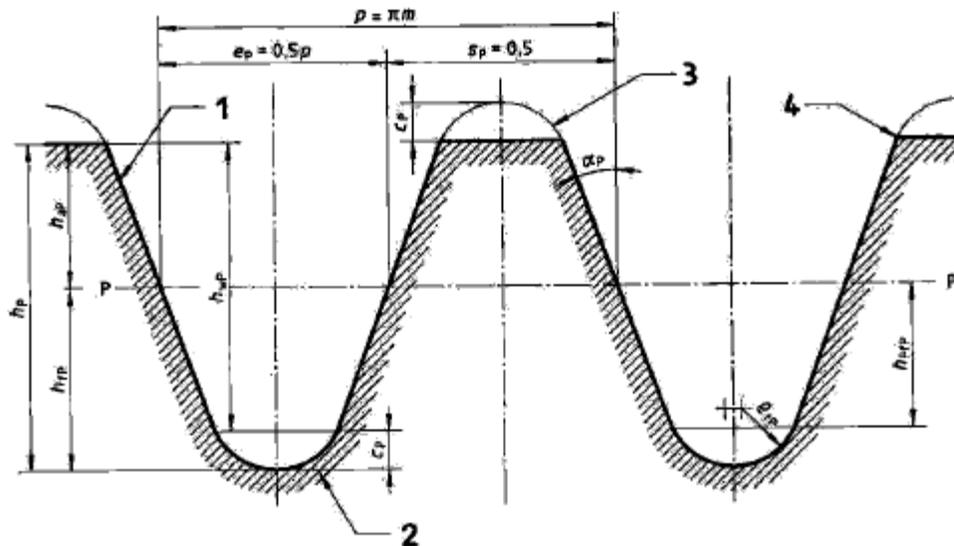


Figura 2. Perfil de referencia de cremallera básica para herramienta (3). Es usual adoptar perfiles de referencia iguales para la herramienta y el engranaje, es decir:

$$\alpha = \alpha_p, h_a = h_{fp}, \rho_f = \rho_{ap}$$

- 1- perfil de herramienta,
- 2- perfil de engranaje,
- 3- fondo de herramienta,
- 4- cresta de rueda.

Las herramientas más usuales se muestran en la tabla 4.

Tabla 4. Valores de perfiles de referencia de cremalleras básicas.

α	h_a^*	c^*	ρ_F^*	Norma que acepta
20,0°	1,00	0,25	0,250	---
20,0°	1,00	0,25	0,300	AGMA 201.02-68
20,0°	1,00	0,25	0,375	JIS B 1701-72
20,0°	1,00	0,25	0,400	GOST 13755-68
20,0°	1,00	0,35	0,300	---
20,0°	1,00	0,40	0,400	---
20,0°	1,20	0,50	0,300	---
22,5°	1,00	0,25	0,400	---
25,0°	1,00	0,25	0,318	AGMA 201.02-68
14,5°	1,00	0,157	0,470	AGMA 201.02-68

ρ_F^* : factor del radio de curvatura en la zona de transición del pie diente (ρ_F / m).

2.1.2.3 Ángulo de la hélice.

El ángulo de inclinación de la hélice es: el ángulo que forma la tangente a la hélice trazada sobre el cilindro primitivo con el eje de la rueda.

En los engranajes con el ángulo de inclinación diferente de cero, los dientes de los engranajes no son paralelos al eje de rotación (58).

Este ángulo tiene que ser igual para las dos ruedas que engranan pero de orientación contraria, o sea: uno a derecha y el otro a izquierda. Su valor se establece a priori de acuerdo con la velocidad que tenga la transmisión, los datos orientativos de este ángulo son los siguientes:

Velocidad lenta: $\beta = (5^\circ - 10^\circ)$

Velocidad normal: $\beta = (15^\circ - 25^\circ)$

Velocidad elevada: $\beta = 30^\circ$

El ángulo de montaje se mantiene igual al ángulo de la cremallera cuando engranan ruedas normales.

El contacto es siempre, como en los engranajes de dientes rectos, a través de la cara del diente, pero en este caso no va de la base del diente al extremo de los dientes, teniendo como consecuencia que el momento flector en la base del diente es aproximadamente la mitad del que correspondería en la punta del diente, por lo que los dientes helicoidales poseen mayor capacidad de carga. Además, la transferencia gradual de carga origina un funcionamiento más silencioso, menor carga dinámica y mayores velocidades admisibles, lo que hace muy adecuada la utilización de estos engranajes en servicios tales como cajas de cambios y en general cargas pesadas en las que se precisa una transmisión poco ruidosa (59).

La principal ventaja de los engranajes helicoidales de ejes paralelos es que poseen una acción de engrane continuo que empieza por un lado de la punta del diente y termina, por el lado opuesto, sobre el círculo generador del dentado (54). Por esta razón estos engranajes son más silenciosos que los de dientes rectos usándolos entre ejes paralelos. Poseen una mayor relación de contacto. Pueden transmitir mayores cargas a mayores velocidades. Los engranajes helicoidales pueden ser montados tanto en ejes paralelos como en los que no lo son. Los dientes helicoidales son, por otra parte, a igualdad de módulo más resistentes que los dientes rectos.

La principal desventaja de utilizar este tipo de engranaje, es la fuerza axial que éste produce; para contrarrestar esta reacción se tiene que colocar una chumacera que soporte axialmente y transversalmente al árbol. Por esta razón se puede decir que se desgastan más que los rectos, son más caros de fabricar y necesitan generalmente más engrase que los rectos.

Como criterio para determinar cuándo usar ruedas rectas y cuando helicoidales tenemos:

- Los engranajes rectos: se emplean en transmisiones con velocidades bajas y en situaciones en las que el ruido no constituye un problema serio.
- Los engranajes helicoidales: se emplean cuando se trabaja a altas velocidades, transmisión de enormes potencias, y cuando el trabajo silencioso es de importancia. Se consideran altas velocidades cuando la velocidad tangencial supera los 25 m/s, o cuando el piñón gira a más de 3600 r.p.m. (60).

2.1.2.4 Factor de corrección.

Muchos textos de Teoría de Mecanismos y de Diseño de Elementos de Máquina para explicar la corrección hablan esencialmente de un desplazamiento de la herramienta, y no relacionan directamente la corrección con el cambio de diámetro del semiproducto bruto donde se va a tallar la rueda dentada.

La esencia de las correcciones del dentado consiste en ir ubicando el diente en una zona de la evolvente diferente a la que le hubiera correspondido si las ruedas se hubieran tallado normalmente. Está claro que si deseamos movernos hacia afuera por la evolvente el radio del semiproducto debe ser mayor y viceversa (15; 21; 31; 61).

Cuando se corrige una pareja de engranajes y la misma corrección positiva X_p que se le da al piñón, se le da negativa a la corona X_c ; estamos en presencia de una corrección de altura o corrección compensada de las ruedas dentadas, donde se mantiene igual la distancia entre centros del piñón y de la rueda (62).

Es decir:

$$X_p = -X_c \quad (15)$$

$$X_\Sigma = X_p + X_c = 0. \quad (16)$$

el valor de X de la ecuación resultante:

$$X = \frac{0,25 \cdot (Z_c^2 - Z_p^2) \cdot \text{sen}^2 \alpha_c + Z_c - Z_p}{Z_c + Z_p + 4} \quad (17)$$

que corresponde al valor de la corrección de altura necesario para obtener el mínimo valor de las tensiones de contacto, o lo que es lo mismo, la máxima resistencia a la picadura (21; 62).

2.1.2.5 Espesor del alma del engranaje.

Los engranajes cilíndricos de dientes rectos con rebajos en el alma, son más ligeros, no obstante, exigen mayor mecanizado. Los engranajes macizos son más fáciles de

fabricar, pero si tienen gran anchura son muy pesados y no permiten obtener calidades mecánicas homogéneas de los dientes después del tratamiento térmico.

Para sujetar con comodidad las ruedas en la máquina herramienta, al mecanizarlas se aconseja abrir agujeros (aberturas) en los discos entre las llantas y los cubos. A veces, se abren agujeros de gran diámetro con el fin de reducir el peso de las ruedas (63).

El peso del engranaje influye directamente en el factor dinámico, si a un engranaje macizo se le hacen rebajos en el alma, varía el factor dinámico ya que varía el peso del mismo.

A continuación se presentan las dimensiones recomendadas para los cálculos de los rebajos en los engranajes cilíndricos de dientes rectos (19; 64).

$$De \leq 500.mm \quad (18)$$

$$d = 0.32A ; d_{cm} = 1.6d \quad (19)$$

$$D_0 = De - 10m_H \quad (20)$$

$$d_0 = 0.25(D_0 - d_{cm}) \quad (21)$$

$$D = 0.5(D_0 + d_{cm}) \quad (22)$$

$$\delta_c = 0.3b ; n = 0.5m_n \quad (23)$$

$$R = 5mm$$

2.1.3 Rugosidad de la superficie.

Características que definen al estado de superficie

Todas las superficies de las piezas fabricadas, presentan irregularidades que son del material y del proceso del maquinado.

Independientemente de la manera en que las características de una superficie son obtenidas, su representación se hace generalmente amplificando el trazo de esta superficie sobre un plano de intersección normal a la misma (65).

Análisis de una Superficie

Si se corta normalmente una superficie por un plano, se obtiene una curva llamada perfil de la superficie. Es a partir de este perfil que se analizan los diferentes defectos.

Se clasifican los defectos geométricos en cuatro órdenes:

Defecto De Primer Orden: son los defectos de forma. Por ejemplo: desviaciones de rectitud, de circularidad, etcétera.

Defecto De Segundo Orden: Se caracterizan por una línea ondulada. Se obtiene trazando la línea evolvente superior que pasa por la mayoría de las crestas

Defecto De Tercer Orden: caracterizan la rugosidad de la superficie. Los defectos de tercer orden son defectos no periódicos constituidos por arrancamientos, fracturas, etc.

Texturas de las Superficies

La textura de la superficie que consiste en desviaciones repetitivas y aleatorias con respecto a la superficie nominal de un objeto, se define por cuatro elementos: rugosidad, ondulación, orientación y fallas. La rugosidad se refiere a desviaciones pequeñas con respecto a la superficie nominal finamente espaciadas que vienen determinadas por las características del material y los procesos que formaron la superficie. La ondulación se define como una desviación mucho más espaciada que ocurre debido a la deflexión del material de trabajo, vibración, tratamiento térmico y factores similares. La rugosidad se sobrepone a la ondulación. La orientación es la dirección predominante o patrón de la textura superficial y está determinada por los métodos de manufactura usados para crear la superficie, generalmente debido a la acción de las herramientas de corte. La figura 4 presenta la mayoría de las posibles orientaciones que puede tomar una superficie y comprenden grietas, rayas, inclusiones y defectos similares en la superficie. Aunque algunas de las grietas se relacionan con la textura de la superficie, afectan también su integridad.

La medida más usada de textura superficial es la rugosidad superficial.

La rugosidad de la superficie sufre la misma clase de deficiencias que cualquier medida única utilizada para valorar un atributo físico complejo. Un ejemplo de estas fallas se detecta en los patrones de orientación, de modo que la rugosidad de la superficie puede variar significativamente, dependiendo de la dirección en que se mida (65).

Rugosidad superficial y acabado de la Superficie

Estos son dos términos que se incluyen en el campo de la textura superficial. La rugosidad superficial es una característica mensurable, basada en las desviaciones de la rugosidad tal como se definió previamente. El acabado superficial es un término más subjetivo, frecuentemente usado como sinónimo de rugosidad de la superficie.

Los diseñadores especifican la rugosidad superficial de los diseños en los dibujos de ingeniería.

2.1.4 Calidad del dentado.

Según Shigley (28), la AGMA ha definido un conjunto de números de calidad para definir con una precisión especificada las tolerancias de los engranajes de acuerdo a los diferentes tamaños de fabricación. La mayoría de los engranajes comerciales presentan un número de calidad entre 3 y 7. Mientras que los número del 8 al 12 son de una calidad superior donde se demande mayor precisión.

La precisión en las transmisiones por engranajes se desglosa en una serie de factores que influyen en el funcionamiento correcto del mecanismo, uno de estos factores es la precisión cinemática que se caracteriza por la discordancia máxima de los ángulos de giro de las ruedas en engrane (error total); esta precisión es de importancia esencial

para los aparatos divisores de engranajes, unidos con grandes masas, y para rápidos engranajes impulsores, pues existe el peligro de vibraciones resonantes y otras vibraciones y de ruido; está relacionada con el error acumulado del paso y con el batimiento.

Otro factor es *la suavidad de trabajo de los engranajes*, éste se caracteriza por reiterados cambios intermitentes de la velocidad en un giro de la rueda, cambios que producen cargas dinámicas, vibraciones (incluso resonantes) y ruidos. Influye considerablemente en la capacidad de trabajo de los engranajes impulsores rápidos. Se determina por errores del paso y del perfil.

La marcha de contacto de los dientes caracteriza la concentración de la carga sobre los dientes. Influye mucho en el trabajo de los engranajes impulsores.

El juego lateral entre las superficies inactivas de los dientes permite evitar el agarrotamiento (en particular, durante el calentamiento) y asegura el giro libre de las ruedas. Influye en la capacidad de trabajo de los engranajes, si aparecen vibraciones torsionales, y de los engranajes reversibles.

La aspereza de las superficies activas de los dientes influye en la longevidad de los engranajes (19).

En ISO, GOST y DIN es que mientras menor sea el número de precisión mayor será la calidad del dentado, por otra parte en AGMA a medida que aumente el grado de precisión mayor será la calidad del dentado en el engranaje.

2.1.5 Lubricación.

Todo equipo mecánico está constituido por sistemas tribotécnicos y pares tribológicos que necesitan de alguna manera ser lubricados y por tanto se precisa de métodos de lubricación que cumplan con el objetivo de hacer llegar el lubricante hasta el punto que se necesita lubricar (66-68).

Los métodos de lubricación existentes para el mecanismo en estudio son:

Métodos de lubricación por aceite

Los métodos fundamentales de lubricación por aceite se relacionan a continuación:

- Lubricación por mecha.
- Lubricación por anillos.
- Lubricación por goteo o gravedad.
- Lubricación de nivel constante.
- Lubricación hidrostática.
- Lubricación mecánica o centralizada.
- Lubricación por aire o neumática.

- Lubricación por salpicadura o baño de aceite.
- Lubricación por circulación.
- Lubricación por presión o hidráulico.

La teoría de las artes de lubricación ha sido un tema popular para el debate científico durante mucho tiempo y Martin hizo uno de los primeros intentos de explicar las características del ciclo de mallado en términos de lubricación del fluido de la película en el 1916. La teoría de Martin, que asume que las ruedas eran sólidos rígidos y que el lubricante era un fluido isoviscoso, se produjo en momentos en que la lubricación del fluido de película completa no fue aceptada como un modo de funcionamiento de los engranajes, y desde que fue predicho el espesor de la película de aceite, que fueron del orden de unas micro-pulgadas, la teoría hizo poco para disipar los temores actuales (14).

La primera teoría que trató de explicar el fenómeno de la lubricación en las transmisiones por engranaje, fue la de Martin (1916), en ésta, Martin, suponiendo los sólidos en contacto rígidos, y el lubricante isoviscoso, de una solución directa de la ecuación de Reynolds, obtuvo la siguiente expresión para el espesor de la película (67).

$$\frac{h_o}{R} = 4,9 \frac{U}{W} \quad (24)$$

Esta teoría, no contempla las deformaciones elásticas del material, ni la influencia de la presión en la viscosidad, este comportamiento, si bien es cierto, no es aceptable en la actualidad para los contactos altamente cargados, se acerca a la realidad para los contactos con cargas ligeras.

En el análisis se ha empleado esta teoría, no sólo para comparar los resultados obtenidos mediante ésta con los de las restantes teorías que sí contemplan los efectos antes mencionados, sino también debido a que los reductores PM-400, se pueden operar en diferentes regímenes de carga y velocidad.

En el año 1949, Grubin desarrolló una primera aproximación para contemplar la influencia de los efectos elásticos y de la presión sobre la viscosidad con lo cual, se obtiene, la ecuación siguiente:

$$\frac{h_o}{R} = 1,95 \frac{(\alpha E^t)^{0.73} * U^{0.73}}{W^{0.091}} \quad (25)$$

Esta solución fue perfeccionada por Dawson y Higginson (1961) mediante una solución simultánea de las ecuaciones elástica e hidrodinámicas, y arribó a la expresión siguiente:

$$\frac{h_o}{R} = 1,95 \frac{(\alpha E^t)^{0.6} * U^{0.7}}{W^{0.13}} \quad (26)$$

Estas dos ecuaciones, en esencia son similares, aunque matemáticamente la solución de Dowson es más exacta.

Donde:

$$R = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} \quad (27)$$

(R) Radio de curvatura reducido.

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left[\frac{1 - \sigma_1^2}{E_1} + \frac{1 - \sigma_2^2}{E_2} \right] \quad (28)$$

Módulo de Young (E)

$$U = \frac{\eta_0 (u_1 + u_2)}{2E'R} \quad (29)$$

Parámetro adimensional de velocidad (U)

Viscosidad del lubricante a presión atmosférica y la temperatura de la superficie de los dientes (N_0)

Velocidades superficiales de los dientes a través de la zona de contacto (u_1, u_2)

$$W = \frac{w}{E'R} \quad (30)$$

Parámetro adimensional de carga (W)

$$w = \frac{Fn}{B} \quad (31)$$

Carga de contacto en los dientes por unidad de ancho (w)

Ancho (B)

Las ecuaciones de las teorías se agruparon sustituyendo los valores antes mencionados de la siguiente forma:

Ecuación de Grubin:

$$h_o = \left(1.95 \frac{\alpha^{\frac{8}{11}} E'^{\frac{8}{11}}}{2^{\frac{8}{11}}} \right) \frac{N_o^{\frac{8}{11}} (Up + Uc)^{\frac{8}{11}} R^{\frac{8}{11}}}{W^{\frac{1}{11}}} \quad (32)$$

Ecuación de Dowson:

$$h_o = \left(1.60 \frac{\alpha^{0.6} E^{0.03}}{2^{0.7}} \right) \frac{N_o^{0.7} (Up + Uc)^{0.7} R^{0.43}}{W^{0.13}} \quad (33)$$

Los términos entre paréntesis son constantes y se denominaron: Coeficiente de Martin, Coeficiente de Grubin y Coeficiente de Dowson respectivamente.

Para el cálculo de estos coeficientes se emplearon los valores de α y E establecidos por Fuller (1967).

La lubricación que predomina en un par de engranajes es la lubricación elastohidrodinámica.

2.1.6 Cálculos para la vida útil en los engranajes cilíndricos de dientes rectos.

Existen teorías para calcular la predicción del fallo en un engranaje y según éstas, el esfuerzo máximo de contacto en la superficie está limitado a un valor menor que el límite de fatiga superficial en el material del engranaje (25; 69-71).

El método propuesto por Lundberg-Palmgren durante años ha sido el comúnmente aceptado para determinar la vida a la fatiga de elementos rodantes en los cojinetes y en los engranajes cilíndricos. El enfoque de este modelo se encuentra en el postulado de una relación estadística entre la probabilidad de supervivencia, la duración de la fatiga y un nivel de criterio de fatiga relacionado con el esfuerzo para un volumen elemental del material del engranaje. Supone que se inicia una fisura por fatiga a una distancia por debajo de la superficie de contacto de rodadura, de acuerdo con un esfuerzo cortante ortogonal de gran magnitud τ_{yz} , como se muestra en la figura 3 entre esa distancia y un punto débil del material.

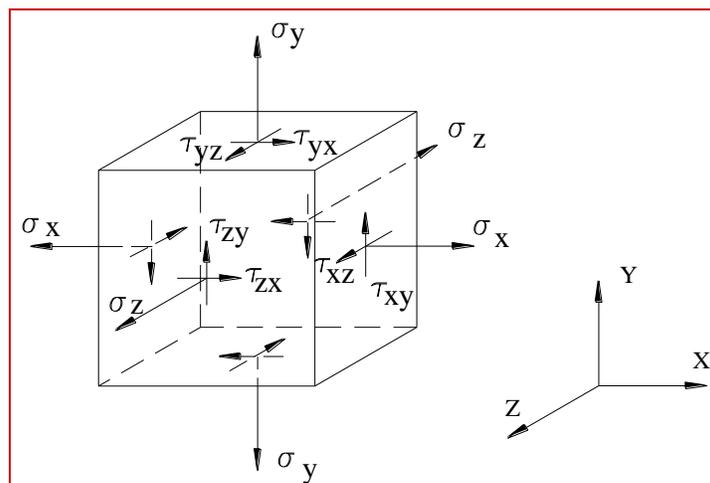


Figura 3. Tensiones de deformación.

Se supone que dichos puntos débiles están distribuidos estocásticamente en todo el material y que la distribución del esfuerzo en la totalidad de la parte inferior de la superficie sólo es función del esfuerzo normal que ocurre entre las superficies en contacto de rodadura.

La fórmula básica de Lundberg-Palmgren establece que para un diente de engranaje sometido a un número N de ciclos de esfuerzo concentrado repetitivo, la probabilidad de supervivencia a la fatiga iniciada debajo de la superficie viene dada por:

$$\ln \frac{1}{S} \approx \frac{\tau_0^c \eta^e V}{Z_0^h} \quad (34)$$

En la que τ_0 es el esfuerzo cortante ortogonal máximo τ_{yz} , y Z_0 es la profundidad a la que ocurre.

Si la probabilidad a la supervivencia es especificada, la vida η para la fiabilidad requerida puede ser expresada como:

$$\eta \approx \frac{Z_0^{h/e}}{\tau_0^{c/e} V^{1/e}} \quad (35)$$

Lundberg y Palmgren tomaron el volumen sometido a esfuerzo como proporcional al producto del arco del diente f , la profundidad Z_0 y la longitud de la evolvente a través de la zona de carga l , donde el esfuerzo de Hertz es máximo y viene dado por:

$$V = f \cdot Z_0 \cdot l \quad (36)$$

El esfuerzo de Hertz máximo en la superficie de contacto viene dado por:

$$q = \frac{2Q}{\pi \cdot f \cdot b} \quad (37)$$

El semiancho de la zona de contacto es:

$$b = \frac{\sqrt{8Q(1-\mu^2)}}{\pi \cdot f \cdot E \sum \rho} \quad (38)$$

Donde $\sum \rho$ es la suma de las curvaturas de piñón rueda:

$$\sum \rho = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \quad (39)$$

De acuerdo con la teoría de Hertz, la causa de fatiga aparece a una profundidad cercana a la superficie en la que:

$$\frac{Z_0}{b} = 0.75 \quad (40)$$

$$\frac{\tau_0}{q} = 0.3 \quad (41)$$

Usando las expresiones precedentes para el esfuerzo, volumen de esfuerzo y profundidad, se puede expresar la fórmula de Lundberg-Palmgren como:

$$\log \frac{1}{S} \approx Q^{(c-h+1)/2} f^{-(c-h-1)/2} \sum \rho^{(c+h-1)/2} l \cdot \eta^e \quad (42)$$

Asumiendo que la probabilidad de supervivencia es de un 90% y usando las expresiones precedentes para Z_0 , τ_0 y V es posible expresar la ecuación de la vida como:

$$\eta \approx Q^{-(c-h+1)/2e} f^{(c-h-1)/2e} \sum \rho^{-(c+h-1)/2e} \cdot l^{-1/e} \quad (43)$$

La supervivencia de dos engranajes en contacto viene dada por:

$$S = S_1 \times S_2 \quad (44)$$

y además

$$\left(\frac{1}{L_M} \right)^e = \left(\frac{1}{L_1} \right)^e + \left(\frac{1}{L_2} \right)^e \quad (45)$$

Esta ecuación es válida para la combinación de engranajes (1) y (2) en contacto con probabilidad de supervivencia del 90%. El subíndice (1) es para el piñón y (2) para la rueda.

$$L_M = \left\{ \left(\frac{1}{L_p} \right)^e + \left(\frac{1}{L_g} \right)^e \right\}^{-1/e} \quad (46)$$

Ó

$$L_M = \left\{ Z_1 \left(\frac{1}{\eta_1} \right)^e + \left(\frac{1}{\eta_2} \right)^e \right\}^{-1/e} \quad (47)$$

2.2 Normas de cálculo de engranajes cilíndricos de dientes rectos.

Las transmisiones por engranajes en su totalidad son las transmisiones mecánicas divulgadas a través de los años. Son los elementos de transmisión de potencia más utilizados en la práctica industrial. Y han sido siempre objeto de estudio, para mejorar la capacidad de carga de los dientes, en los procesos industriales. Por tanto se ha elevado el desarrollo de la normativa internacional de diseño de engranajes, como por ejemplo las normas GOST, DIN, ISO y AGMA, principalmente. A pesar de esto las normas no son precisas y en la actualidad se trabaja en busca de modelos cada vez más exactos, que permitan ajustar el diseño a los requerimientos establecidos manteniendo los niveles de fiabilidad (72; 73).

2.2.1 Normas AGMA.

La American Gear Manufacturers Association es una asociación voluntaria de empresas, consultores y académicos que tengan un interés directo en el diseño, fabricación y aplicación de los engranajes, acoplamientos y componentes relacionados de transmisión de energía y equipos.

AGMA comenzó en la vanguardia de las nuevas tecnologías. En 1916, un nuevo equipo para el mercado estaba surgiendo. Hizo hincapié en el funcionamiento silencioso, particularmente para engranajes de distribución en la industria automotriz.

Fundada en 1916, AGMA es una organización miembro y está impulsada por el mercado, la realización de programas y la prestación de servicios a la industria de equipo y sus clientes. Empresas AGMA miembros actualmente son más de 400. Ellos incluyen a los fabricantes de engranajes de los Estados Unidos, México y Canadá, así como los intereses de engranajes de más de 30 países de todo el mundo.

AGMA está acreditado por el Instituto Americano de Estándares Nacionales para escribir todos los estándares de Estados Unidos respecto al endeudamiento. AGMA es también la Secretaría (Presidente) por el Comité Técnico 60 de la Organización Internacional de Normalización (ISO). TC 60 es el comité responsable del desarrollo de todas las normas internacionales de engranajes. Además de la celebración de la posición de la Secretaría, convoca AGMA (sillas) los activos Grupos de Trabajo de ISO relacionadas con la inspección de los aparejos y las pruebas.

Fabricantes de engranajes estaban explorando diferentes materiales, pero carecían de normas técnicas para engranajes no metálicos.

AGMA nació cuando RD Nuttall Empresa reunió a varios fabricantes de engranajes para discutir el desarrollo de dichas normas.

Los miembros AGMA primero incluyeron a Cincinnati Company Gear, Gear Earle y Machine Company, Horsburgh y Scott Company, Newark Gear Cutting Machine Company, Compañía RD Nuttall, Philadelphia Gear Works, Pittsburgh y Gear Machine

Company, Simonds Manufacturing Company y Van Dorn Compañía Dutton. Ellos establecieron un comité ejecutivo, que redactó una constitución y oficiales electos. Planearon la primera Junta AGMA, celebrada en Pittsburgh 14 a 15 mayo de 1917 (74).

Desde 1993, AGMA posee la dirección del Comité Técnico 60 de la Organización Internacional de Normalización (ISO), responsable del desarrollo de normas internacionales relacionadas con los engranajes. Actualmente posee 49 comités técnicos vinculados al desarrollo de normas AGMA para el diseño, fabricación y aplicación de los engranajes y acoplamientos dentados.

Uno de los principales fundamentos de la asociación es el desarrollo y actualización de las normas AGMA. Debido al intenso trabajo desarrollado, actualmente cuenta con un total de 64 normas vinculadas al campo de los engranajes. De ellas, directamente asociadas al cálculo de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos son las siguientes normas AGMA:

ANSI/AGMA 2001-C95: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos con dientes de evolvente (sistema inglés).

ANSI/AGMA 2101-C95: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos con dientes de evolvente (sistema métrico).

ANSI/AGMA 908-B89 (R1995): Factores Geométricos para determinar la Resistencia a la Picadura y la Flexión en los dientes de los engranajes cilíndricos rectos y helicoidales.

ANSI/AGMA 1010-E95: Aspecto de los dientes – Terminología para el Desgaste y los Fallos.

ANSI/AGMA 9005-D94: Lubricación Industrial de Engranajes (20; 75).

AGMA 925--A03: Effect of Lubrication on Gear Surface Distress.

2.2.1.1 Actualidad de AGMA.

Hoy en día, AGMA todavía está en el filo de corte. La asociación incluye alrededor de 400 de los principales expertos del mundo de fricción en más de 30 países.

La asociación está dirigida por un Comité Ejecutivo y un Consejo de Administración. Los miembros también participan en los Consejos de Dirección de Empresas y de los Comités Técnicos. El personal a tiempo completo de 12 profesionales de la asociación tiene su sede en Alexandria, Virginia.

Al igual que en sus inicios, AGMA continúa estableciendo literalmente la norma. Su proceso de desarrollo de estándares abiertos se adapta al mercado global (74).

2.2.1.2 Cálculos de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales.(76)

$$\sigma_H = Z_E \left(F_t K_0 K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_{w1} b Z_I} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (48)$$

Donde

σ_H : es la tensión de contacto, N/mm²;

Z_E : es el coeficiente elástico, [N/mm²]^{0.5};

F_t : carga tangencial transmitida, N);

K_0 : es el factor de sobrecarga;

K_v : es el factor dinámico;

K_s : es el factor de tamaño;

K_H : es el factor de distribución de carga;

Z_R : es el factor de condición de superficie para la Resistencia a la picadura;

b : es el ancho, mm;

Z_I : factor geométrico para la Resistencia a la picadura;

d_{w1} : diámetro de paso del piñón, mm.

2.2.1.3 Cálculo a la Flexión en los dientes de los engranajes cilíndricos rectos y helicoidales.

Para el cálculo de la tensión de flexión en la base del diente, AGMA utiliza el modelo de Lewis (77), considerando el diente del engranaje como una viga en voladizo. Lewis supone que la sección crítica del diente, en la que la tensión de flexión es máxima, puede determinarse por el punto de tangencia entre el perfil del diente y una parábola inscrita en el mismo con su vértice en el punto de intersección del eje del diente y la línea de acción de la carga.

La carga normal sobre el diente del engranaje es constante y depende de la potencia a transmitir, revoluciones del engranaje y el radio de base, puesto que esta carga sigue siempre la dirección de la línea de acción, siendo esta tangente a los radios de base de las dos ruedas que engranan. Como todos los puntos de contacto en el engrane, desde el radio de cabeza al radio de finalización de engrane, se sitúan sobre la línea de acción, existen puntos de contacto o puntos de aplicación de la carga que producen el estado más desfavorable para el cálculo de la tensión de flexión. El punto de aplicación de la carga más desfavorable para engranajes rectos de precisión, es el radio de contacto único superior, ya que es en ese punto cuando el contacto se mantiene con un solo diente, el cual debe de soportar toda la carga. Cuando se habla de engranajes rectos de precisión, se quiere decir que se supone que más arriba de ese punto, siempre existirán dos dientes simultáneamente en contacto que se repartirá entre ellos la carga a transmitir. Si no es así, el punto más desfavorable sería, al igual que para engranajes helicoidales con grado de recubrimiento en el salto mayor que 1, el radio de cabeza del engranaje, como considera AGMA (76). En el caso de engranajes

helicoidales, el punto más desfavorable de aplicación de la carga es el radio de cabeza, puesto que cuando un diente comienza a engranar, se produce un mínimo en la longitud de la línea de contacto, ya que, o deja de disminuir o comienza a aumentar en ese preciso instante. Para el caso de engranajes helicoidales con grado de recubrimiento en el salto menor que 1, el punto más desfavorable se encontrará entre el de contacto único superior y el radio de cabeza, considerando ésto la carga aplicada en el punto de contacto único superior y afectando a la tensión de flexión por un factor llamado factor de recubrimiento helicoidal, que tiene en cuenta el desplazamiento de dicho punto en función del grado de recubrimiento en el salto. La figura 4 muestra un diente con la carga aplicada en la cabeza del diente y la parábola de Lewis inscrita en el mismo (13).

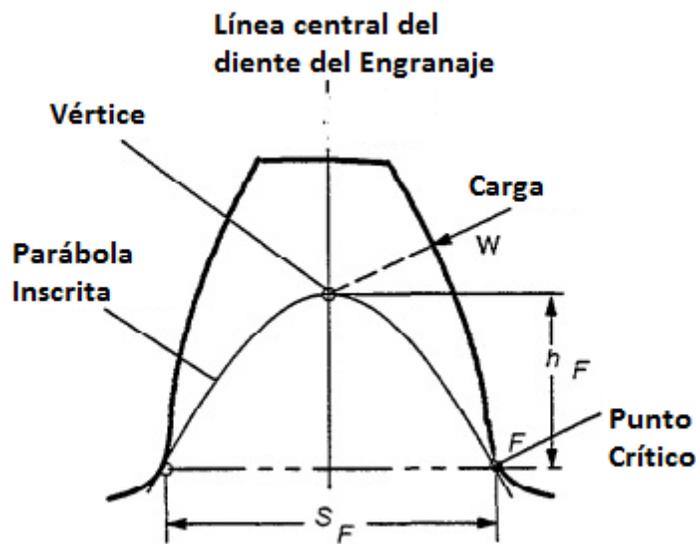


Figura 4. Punto crítico de máxima tensión de flexión (77).

La tensión de flexión en una determinada sección de una viga en voladizo en forma parabólica de anchuras S_F , longitud L y localizada a una distancia h_F del vértice, punto en donde se supone aplicada la carga, está dada por:

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot h_F P_l}{L \cdot S_F^2} \quad (49)$$

Siendo $\frac{S_F^2}{6}$ el módulo resistente de la sección de la viga y P_l la carga perpendicular al eje. La tensión de compresión en esa misma sección de la viga en voladizo será:

$$\sigma_c = \frac{P_c}{L \cdot S_F} \quad (50)$$

Trasladando lo anterior al caso del diente de un engranaje, la sección la que se ha calculado la tensión de flexión y compresión corresponderá con la sección crítica en el diente, siendo h_F la altura de la parábola de Lewis, S_F la anchura del diente en la sección crítica y P_L y P_c las componentes de flexión y compresión respectivamente de la carga normal que actúa sobre el diente.

La carga normal al diente en el radio primitivo de funcionamiento, o radio de rodadura, es:

$$W_N = \frac{W_t}{\cos \phi_{nr} \cdot \cos \psi_r} = \frac{W_t}{\cos \phi \cdot \cos \psi_b} \quad (51)$$

siendo

W_t la carga tangencial que se obtiene directamente del par a transmitir M por el engranaje: $W_t = M / r_r$. En esta expresión, r_r es el radio de rodadura en la sección frontal del engranaje,

ϕ_{nr} el 'ángulo de presión normal de funcionamiento,

ψ_r el 'ángulo de hélice de funcionamiento,

ϕ_r el ángulo de presión de funcionamiento en la sección frontal.

La carga normal, W_N , forma con la perpendicular al eje del diente un ángulo ϕ_{nL} cuya expresión se obtendrá posteriormente. Por lo tanto, la componente de compresión de la carga normal será:

$$P_c = W_N \cdot \text{sen} \phi_{nL} \quad (52)$$

y la tensión de compresión, según la Ecuación 53,

$$\sigma_c = \frac{W_N \cdot \text{sen} \phi_{nL}}{L_{\min} \cdot S_F} \quad (53)$$

Siendo L_{\min} la longitud mínima de la línea de contacto.

La componente de flexión de la carga normal será:

$$P_L = \frac{W_N \cdot \cos \phi_{nL}}{C_h} \quad (54)$$

siendo C_h el factor helicoidal. Este factor tiene en cuenta que cuando la carga no se aplica a lo largo de la cabeza del diente sino sobre una línea que forma un determinado ángulo con la misma, se produce una disminución en la máxima tensión de flexión en la base del diente, disminución tanto mayor cuanto mayor sea el ángulo formado entre la línea de aplicación de la carga y la cabeza del diente.

La tensión de flexión en la sección crítica será, por lo tanto, según la ecuación 55.

$$\sigma_b = \frac{6h_F \cdot W_N \cdot \cos \phi_{nL}}{L_{\min} \cdot S_F^2 \cdot C_h} \quad (55)$$

2.2.2 Normas ISO.

La Organización Internacional para la Estandarización (en francés: Organización Internacional de Normalización, Ruso: Международная организация по стандартизации, tr Myezhdunarodnaya Organizatsiya po standartizatsii.), ampliamente conocida como ISO, es un establecimiento de normas internacionales, órgano integrado por representantes de diversas normas nacionales. Fundada el 23 de febrero de 1947, la organización promulga las normas de propiedad en todo el mundo, industrial y comercial. Tiene su sede en Ginebra, Suiza.

Nombre y abreviatura

Los tres idiomas oficiales de la ISO son Inglés, francés, y ruso. Logotipos de la organización en dos de sus idiomas oficiales, inglés y francés, incluye la palabra ISO, y por lo general se refiere este nombre abreviado. La organización dice que la ISO no es un acrónimo o iniciales del nombre completo de la organización en los dos idiomas oficiales, sino el reconocimiento de que sus iniciales serían diferentes en idiomas diferentes, el Comité aprobó la norma ISO, con base en las isos palabra griega (ἴσος, que significa, igual), como la forma universal por debajo de su nombre. Sin embargo, uno de los delegados fundadores, Willy Kuert, recordó la cuestión de nomenclatura original con el comentario: ". Hace poco leí que el nombre fue elegido porque ISO« iso »es un término griego que significa "igual".

2.2.2.1 Breve reseña histórica.

La organización que hoy se conoce como ISO comenzó en 1926 como la Federación Internacional de las Asociaciones Nacionales de normalización (ISA), cuyo objetivo era principalmente la ingeniería mecánica. [6] Fue disuelto en 1942, durante la Segunda Guerra Mundial, pero fue reorganizada bajo su nombre actual, ISO, en 1946, cuando delegados de 25 países se reunieron en el Instituto de Ingenieros Civiles de Londres; la nueva organización inició oficialmente sus operaciones en febrero de 1947.

ISO es una organización voluntaria cuyos miembros son autoridades reconocidas en

las normas, cada uno en representación de un país. La mayor parte del trabajo de la ISO se realiza por los 2 700 comités técnicos, subcomités y grupos de trabajo. Cada comité o subcomité está a cargo de una Secretaría de una de las organizaciones miembros.

ISO tiene 162 miembros nacionales, de los 205 países en total en el mundo (78; 79).

De estas normas, son dirigidas al cálculo de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos las siguientes:

ISO 6336-1: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Introducción y factores de influencia general.

ISO 6336-2: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Cálculo de la durabilidad superficial (picadura).

ISO 6336-3: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Cálculo de la resistencia en el pie del diente.

ISO 6336-5: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Resistencia y calidad de los materiales.

ISO-TR10495: Cálculo de la vida de servicio en condiciones de carga variable, para engranajes cilíndricos.

ISO-TR13989-1: Verificación de la resistencia de los flancos de los dientes al desgaste adhesivo.

Criterio de temperatura de flash.

ISO-TR13989-2: Verificación de la resistencia de los flancos de los dientes al desgaste adhesivo.

Criterio de temperatura media.

Derivada de la Norma ISO 6336, dirigida a engranajes con aplicación general, se han realizado un grupo de propuestas de normas con aplicaciones más específicas, como son los casos de:

ISO-CD9085-1: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos industriales.

ISO-CD9085-2: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos industriales. Cálculo simplificado.

ISO-CD9084: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos para altas velocidades.

ISO-CD9083: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos con aplicación en la marina.

ISO-CD9082: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos con aplicación en vehículos.

ISO-CD9081: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos con aplicación en la aviación.

2.2.2.2 Norma ISO 6336-2 Cálculos de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales.

El cálculo de la durabilidad de la superficie se basa en la tensión de contacto, σ_H , en el punto de paso o en el punto de contacto único interior del par de diente. El mayor de los dos valores obtenidos se utiliza para determinar la capacidad de carga (determinante). σ_H y el esfuerzo de contacto admisible, σ_{HP} , se calculará por separado para la rueda y piñón. σ_H será inferior a σ_{HP} . Esta comparación se expresó en factores de seguridad S_{H1} y S_{H2} que deberá ser superior al mínimo acordado S_{Hmin} factor de seguridad (80).

Tensiones de contacto, σ_H

Según la norma ISO 6336-2 (35) el cálculo de las tensiones de contacto (pitting) se realiza por las ecuaciones siguientes:

$$\sigma_{HO} = Z_H Z_E Z_\delta Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{b^* d_1} \frac{u+1}{u}} \quad (56)$$

$$\sigma_{H1} = Z_B \sigma_{HO} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \quad (57)$$

$$\sigma_{H2} = Z_D \sigma_{HO} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \quad (58)$$

$$\sigma_{H1} = Z_B \sigma_{HO} \sqrt{K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP} \quad (59)$$

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{HLim} Z_{NT}}{S_{Hmin}} Z_L Z_V Z_R Z_W Z_X = \frac{\sigma_{HG}}{S_{Hmin}} \quad (60)$$

2.2.2.3 ISO 6336-3: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Cálculo de la resistencia en el pie del diente (37; 75).

Este cálculo toma como modelo de referencia la semejanza existente entre una barra prismática con carga en voladizo y un diente con la carga aplicada en la cresta. Este modelo ha permitido desarrollar las ecuaciones necesarias para evaluar los esfuerzos

que surgen en la raíz del diente y están asociadas con la fractura que puede ser producida en la base del diente (70).

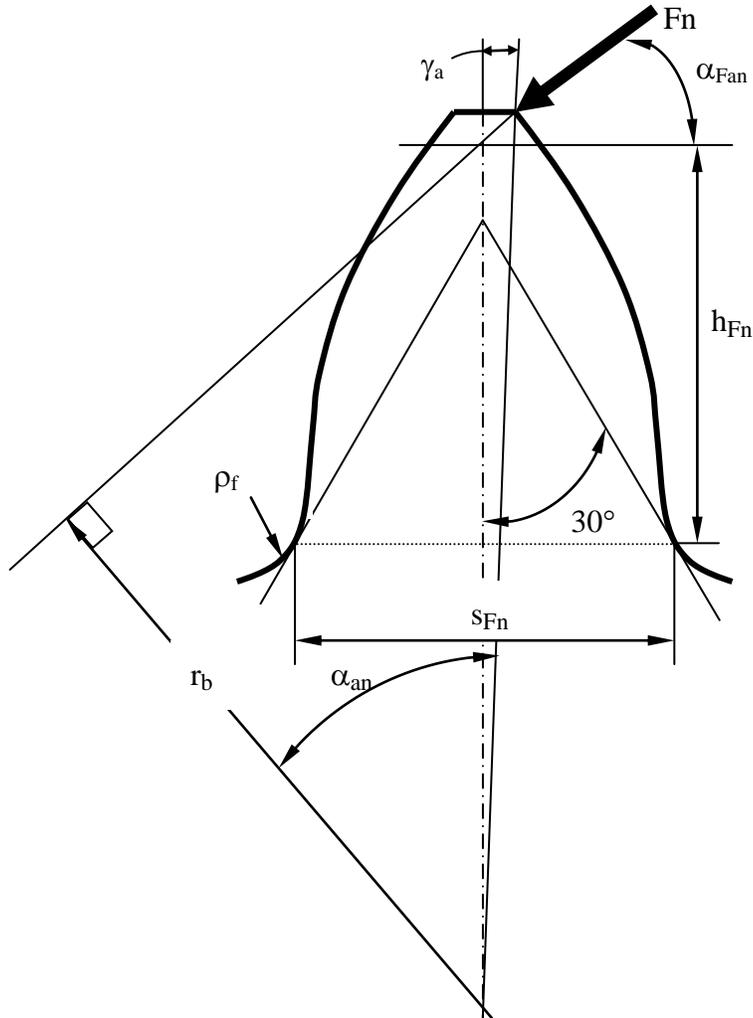


Figura 5. Modelo de referencia en el cálculo de los esfuerzos en la base del diente.

La fórmula para determinar los esfuerzos de flexión según el análisis del modelo de referencia, pueden ser obtenidas las ecuaciones de los diferentes tipos de esfuerzos que actúan en la raíz del diente.

Esfuerzo normal por flexión:

$$\sigma_F = \frac{F_n \cdot \cos(\alpha_{Fan}) \cdot h_{Fa}}{\frac{s_{fn}^2 \cdot b}{6}} \quad (61)$$

Esfuerzo normal por compresión:

$$\sigma_C = \frac{F_n \cdot \text{sen}(\alpha_{Fan})}{s_{fn} \cdot b} \quad (62)$$

Esfuerzo tangencial por cortante:

$$\tau = \frac{F_n \cdot \text{cos}(\alpha_{Fan})}{s_{fn} \cdot b} \quad (63)$$

De estos tres esfuerzos, el más significativo por su magnitud es el correspondiente al esfuerzo por flexión, por tal motivo, y para simplificar el análisis del esfuerzo resultante en la base del diente, generalmente son despreciados los esfuerzos por compresión y por cortante en el cálculo del esfuerzo en la raíz del diente. De tal forma que la ecuación básica para determinar los esfuerzos de flexión en la base del diente es:

$$\sigma_F = \frac{F_n \cdot \text{cos}(\alpha_{Fan}) \cdot h_{Fa}}{\frac{s_{fn}^2 \cdot b}{6}} \quad (64)$$

Siendo:

F_n : Fuerza normal (N). Es considerada toda la fuerza actuando en un solo par y aplicada en la cresta del diente analizado.

α_{Fan} : Angulo de incidencia de la fuerza normal cuando actúa la carga en la cresta.

h_{Fa} : Altura desde la zona crítica por rotura en la raíz del diente hasta el punto de intersección de la línea de acción de la fuerza normal y el eje de simetría del diente (mm).

s_{fn} : Espesor cordal en la zona crítica del diente por rotura de su base (mm).

b : Ancho del diente en la base (mm).

Conociendo la dependencia entre la fuerza normal y su componente tangencial, y empleando valores relativos al módulo del espesor y de la altura, para generalizar el cálculo es posible obtener la siguiente fórmula, para determinar el esfuerzo básico por flexión en la raíz del diente:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m} \cdot \left[\frac{6 \cdot \frac{h_{Fa}}{m} \cdot \text{cos}(\alpha_{Fan})}{\left(\frac{s_{fn}}{m}\right)^2 \cdot \text{cos}(\alpha)} \right] \quad (65)$$

Por definición, la relación entre corchetes se reconoce como el Factor de Forma y se identifica como Y_{Fa} . Adicionalmente se introducen, para el cálculo del esfuerzo por flexión, otros factores que consideran la influencia de concentradores de tensión en la base del diente, la distribución irregular de la carga en el engrane y la inclinación de los dientes, entre otros aspectos. La inclusión de estos factores, como coeficientes teóricos

y prácticos, hace posible la obtención de una ecuación básica para el cálculo de los esfuerzos de flexión mucho más ajustada a la condición de carga verdadera, permitiendo que su aplicación al cálculo de los engranajes cilíndricos sea un reflejo más fiel de la realidad.

Sustituyendo en la ecuación básica de los esfuerzos de flexión los referidos factores, y luego de realizar las agrupaciones necesarias, son obtenidas las siguientes ecuaciones para el cálculo de los esfuerzos actuantes en la base de los dientes del piñón (σ_{F1}) y la rueda (σ_{F2}):

Para el piñón:

$$\sigma_{F1} = \frac{F_t}{b_1 \cdot m} \cdot Y_{Fa1} \cdot Y_{sa1} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \quad (66)$$

Para la rueda:

$$\sigma_{F2} = \frac{F_t}{b_2 \cdot m} \cdot Y_{Fa2} \cdot Y_{sa2} \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha} \quad (67)$$

Donde:

F_t : Fuerza tangencial (N).

b_1 : Ancho del diente del piñón (mm).

b_2 : Ancho del diente de la rueda (mm).

m : Módulo del engranaje (mm).

Y_ε : Factor por razón de contacto.

Y_β : Factor por ángulo de la hélice.

Y_{Fa1} : Factor de forma de los dientes del piñón.

Y_{Fa2} : Factor de forma de los dientes de la rueda.

Y_{sa1} : Factor de concentración de tensiones de los dientes del piñón.

Y_{sa2} : Factor de concentración de tensiones de los dientes de la rueda.

K_A : Factor por aplicación de carga.

K_V : Factor por carga dinámica interna.

$K_{F\beta}$: Factor de carga en el flanco del diente.

$K_{F\alpha}$: Factor de carga transversal.

2.2.3 Normas DIN.

Deutsches Institut für Normung e.V. (DIN, en Inglés, el Instituto Alemán de Normalización) es la organización nacional de Alemania para la normalización y es el país miembro cuerpo de la ISO. DIN es una asociación alemana registrada (eV), con sede en Berlín. Actualmente hay alrededor de treinta mil normas DIN, que abarca casi todos los campos de la tecnología.

Fundada en 1917 como la Normenausschuss der deutschen Industrie (NADI, "Comité de Normalización de la Industria Alemana"), el NADI pasó a llamarse Deutscher Normenausschuss (ADN, "Comité de Normalización alemán") en 1926 para reflejar que

la organización trataba las cuestiones de normalización en muchos campos, a saber, no sólo para los productos industriales. En 1975 pasó a llamarse de nuevo a Deutsches Institut für Normung, o 'DIN' y es reconocido por el gobierno alemán como cuerpo oficial nacional de estándares, que representa los intereses alemanes en los planos internacional y europeo.

El acrónimo "DIN", es expandió a menudo incorrectamente como Deutsche Industrienorm ("estándar de la industria alemana"). Esto es en gran parte debido al origen histórico de la DIN como "NADI". Por ejemplo, la primera norma publicada fue 'DI-Norm 1' (alrededor de los pasadores cónicos) en 1918. Mucha gente todavía erróneamente asocian a DIN con el antiguo DI-Norm.

Uno de los primeros, y probablemente el más conocido, es DIN 476. La norma que introdujo los tamaños de papel de serie A en 1922 - adoptada en 1975 como norma internacional ISO 216. Los ejemplos más comunes de la tecnología moderna incluyen DIN y los conectores mini-DIN.

En los trabajos iniciales realizados para la discusión y aprobación de la vigente Norma ISO 6336, tuvieron gran importancia como propuestas de normas preliminares las actuales normas alemanas:

DIN 3990-1: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Introducción y factores de influencia general.

DIN 3990-2: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Cálculo de la durabilidad superficial (picadura).

DIN 3990-3: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Cálculo de la resistencia en el pie del diente.

Hoy en día los cálculos de resistencias a la picadura en su mayoría tienen su base en la norma AGMA e ISO DIS 6336, o en las normas nacionales que corresponden a la ISO como, por ejemplo, DIN 3990, en Europa del Este y la URSS, las Normas del COMECON se utilizan. En 1987 y 1988 nuevas revisiones de emisión de estas normas que se enumeran a continuación. La nueva norma DIN 3990 está en plena conformidad con la norma ISO DIS 6336. El nuevo TGL 10545 un estándar de Alemania Oriental (RDA), se puede tomar como representante de una norma del COMECON (81).

2.2.4 Normas GOST.

GOST (en ruso: ГОСТ) se refiere a un conjunto de normas técnicas mantenidas por el Consejo Euro-Asiático de Normalización, Metrología y Certificación (EASC), una organización regional de funcionamiento de estándares bajo los auspicios de la Comunidad de Estados Independientes (CEI).

Todo tipo de normas reguladas están incluidas, con ejemplos que van desde las normas de gráficos para la documentación de diseño a las recetas y datos nutricionales de los nombres de marca de la era soviética.

2.2.4.1 Antecedentes de la norma.

Normas GOST fueron desarrollados originalmente por el gobierno de la Unión Soviética como parte de su estrategia nacional de normalización. La palabra GOST (en ruso: ГОСТ) es un acrónimo de Gosudarstvennyy standart (en ruso: государственный стандарт), que significa norma estatal.

La historia de las normas nacionales en la URSS se remonta a 1925, cuando una agencia del gobierno, más tarde llamado Gosstandart, fue establecida y puesta a cargo de la escritura, actualización, publicación y difusión de las normas. Después de la Segunda Guerra Mundial, el programa nacional de normalización pasó por una gran transformación. La primera norma GOST, GOST 1 Sistema Estatal de Normalización, se publicó en 1968.

Los trabajos de los investigadores soviéticos, además del estudio realizado de las normas CAME y las propuestas de normas ISO contemporáneas, permitieron la elaboración de la siguiente norma de cálculo:

GOST 21354-86: Engranajes cilíndricos de dientes de evolvente. Cálculo de Resistencia.

2.2.4.2 El presente de GOST.

Después de la desintegración de la URSS, las normas GOST adquirieron un nuevo carácter de los estándares regionales. Ahora están administrados por el Consejo Euro-Asiático de Normalización, Metrología y Certificación (EASC), una organización de normalización autorizada por la Comunidad de Estados Independientes.

En la actualidad, la colección de normas GOST incluye más de 20 000 títulos que se utilizan ampliamente en las actividades de evaluación de la conformidad en 12 países. Sirviendo como las bases reguladoras de los programas de certificación del gobierno y del sector privado a través de la Comunidad de Estados Independientes (CEI), la energía de las normas GOST cubierta, petróleo y gas, la protección del medio ambiente, construcción, transporte, telecomunicaciones, minería, procesamiento de alimentos y otras industrias (82).

2.2.4.3 Norma GOST 21354-86 Engranajes cilíndricos de dientes de evolvente. Cálculo de Resistencia.(83)

$$\sigma_{HO} = Z_H Z_E Z_\delta Z_\beta \sqrt{\frac{F_t}{b^* d_1} \frac{u+1}{u}} \quad (68)$$

Los cálculos son los mismos que la los de la norma ISO, pero sin el factor Z_B .

2.3 Conclusiones parciales.

La norma DIN está en plena conformidad con la norma ISO 6336 y la GOST tiene cálculos muy semejantes a los cálculos de resistencia de ISO, pero sin el factor Z_B . Para los cálculos de tensión de flexión AGMA utiliza el modelo de Lewis, mientras que ISO toma como modelo de referencia la semejanza existente entre una barra prismática con carga en voladizo y un diente con la carga aplicada en la cresta. En la norma ISO el cálculo de la durabilidad de la superficie se basa en la tensión de contacto, σ_H , en el punto de paso o en el punto de contacto único interior del par de dientes, mientras que AGMA se basa en los métodos para determinar los factores geométricos I y J para diferentes condiciones y aplicaciones. Por tanto para los cálculos del trabajo se utilizarán los cálculos de la norma ISO de resistencia a la flexión y resistencia a la picadura.

Los parámetros que se seleccionarán para realizar los cálculos del diseño serán: ancho, calidad de dentado, factor de corrección, ángulo de la hélice, rugosidad de la superficie, coeficiente de altura de la cabeza, coeficiente de altura del pie y el coeficiente del radio del pie.

Las normas existentes no evalúan a profundidad la resistencia al desgaste de los dientes. Solamente la norma AGMA 925--A03 tiene algunos cálculos de desgaste basados en gráficos.

Capítulo 3

Aplicación del Algoritmo Genético en la optimización multicriterial.

3.1 Introducción.

El término diseño optimizado, es frecuentemente utilizado y fácilmente aceptado en cualquier artículo o publicación que veamos diariamente.

La Optimización ha adquirido un gran apogeo, como herramienta de trabajo importante para los diseñadores y proyectistas en la Industria ya que racionaliza tiempo, recursos y economía.

Optimizar significa:

- buscar alguna solución
- que se distingue de las demás posibles soluciones
- por ser (lo suficiente) extremo
- dentro de una ordenación
- a lo mejor, bajo ciertas restricciones
- (en un tiempo razonable).

Problemas que se quiere resolver:

- minimizar gastos
- maximizar ganancias
- maximizar ocupación
- minimizar energía
- minimizar recursos
- minimizar tiempo

Las técnicas de optimización proporcionan las reglas para moverse de punto a punto, en la trayectoria de una región fiable. Los métodos establecen como elegir una nueva dirección y cuán lejos moverse. El método apropiado depende de la forma del problema, el número de variables del problema, si son continuas o discretas, la forma de la función objetivo y las restricciones. Para introducir los tipos de técnicas de optimización y dar una idea de la serie de problemas que abarcan, a continuación se listan los métodos más comunes de optimización con un pequeño comentario de sus posibilidades (84).

1- Método de cálculo y multiplicadores de Lagrange.

Los cálculos pueden ser usados en pequeños problemas, de pocas variables continuas con funciones objetivos simples y sin restricciones. También pueden ser usadas

cuando están presentes restricciones de igualdad, a través de la introducción de los multiplicadores de Lagrange. Los métodos de cálculos son efectivos cuando pueden ser utilizados.

2- Programación lineal.

Grandes problemas con variables continuas, pueden ser resueltos mediante métodos de programación lineal, si la función objetivo es lineal y las restricciones están en forma de igualdades o desigualdades lineales.

3- Optimización no lineal.

Los métodos no lineales de optimización, tienen que ver con el manejo de la geometría de una función objetivo no lineal, sujeto a restricciones de desigualdades no lineales que definen la región de trabajo. La estructura de estos métodos es más compleja y solamente es posible determinar un óptimo local.

4- Programación dinámica.

La programación dinámica es un procedimiento especial, para la búsqueda de decisiones multietapas en los procesos; ellas resuelven un tipo de problema particular de estructuras, de una forma más viable que las matemáticas, este método reduce la cantidad de cálculos que deben ser realizados y el éxito depende de la correcta formulación del problema.

5- Métodos Branch & Bound.

Estos métodos son una aproximación general a problemas de optimización discreta y conducen a una búsqueda inteligente, a través de todas las soluciones posibles. A pesar de la generalidad de la idea, el método se limita a pequeños problemas.

6- Procedimientos de permutación.

Este método tiene que ver con problemas que se representan como permutaciones y pueden encontrar un óptimo local de esos problemas, pero la elección y definición del óptimo local se decide para cada aplicación particular. Esto pudiera ser una libertad de uso, pero también conduce a incertidumbres acerca de la calidad de las respuestas obtenidas.

7- Técnicas heurísticas.

Muchos problemas industriales, se resuelven por aproximaciones heurísticas o intuitivas. Típicamente, un método heurístico determinará el valor para cada variable a optimizar, en muy corto tiempo. El tiempo de cálculo es rápido, pero generalmente nada se sabe acerca de la calidad de la respuesta.

En la investigación se pueden definir varios objetivos buscando obtener la resistencia óptima del diseño de acuerdo con los criterios de la norma internacional ISO, de resistencia a la picadura y a la flexión en el pie del diente, además de igualar el desgaste entre los dientes de cada engranaje, definiendo éstas como las funciones objetivos de la investigación. En la investigación se pueden definir varios objetivos buscando obtener la resistencia óptima del diseño de acuerdo con los criterios de la norma internacional

Este problema ha sido resuelto por diferentes autores, optimizando la resistencia de cada criterio por separado, donde los diseñadores juegan con las variables buscando resultados óptimos según las restricciones del problema específico al que se enfrentan.

En la figura 6 se representa, con trazo grueso, el Frente de Pareto de una función con dos objetivos. El área sombreada T representa la imagen de dicha función objetivo. Se puede observar que no existe ningún punto perteneciente a T que mejore en el sentido de Pareto, a algún punto del Frente: eligiendo un punto de T de forma arbitraria, por ejemplo p3, se puede trazar la vertical hasta obtener el punto de corte con el Frente de Pareto, en este caso p1; dicho punto de corte siempre tendrá el mismo valor de f1 y un valor mejor de f2. También se puede observar que para 2 puntos cualesquiera del Frente de Pareto, nunca habrá uno que mejore de forma simultánea los dos objetivos, respecto al otro punto. Cogiendo por ejemplo los puntos p1 y p2, se observa que para p1 mejora f2, pero a costa de empeorar f1.

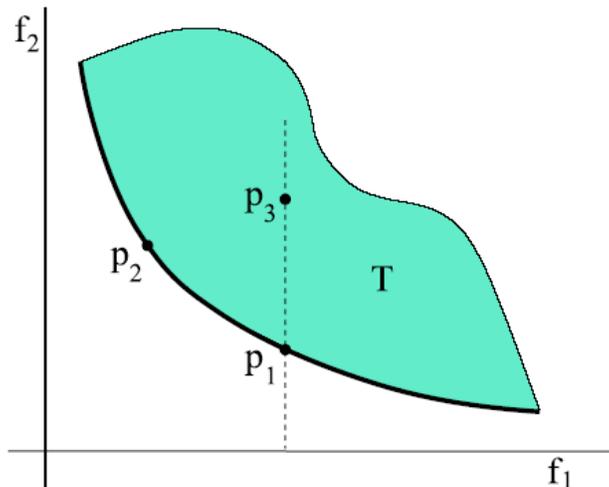


Figura 6. Frente de Pareto para una función con dos objetivos (85).

Del conjunto de Pareto, las mejores soluciones se obtienen por diferentes métodos. Uno de los métodos de resolver el problema multicriterial es convirtiendo la función en unicriterial, mediante la determinación del valor extremo de la función objetiva:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad (69)$$

Dónde:

Q_i - miembros de la función calidad.

n - números de indicadores de calidad.

$$Q = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n \quad (70)$$

Dónde:

k_i - parámetros de calidad.

a_i - coeficientes de peso o vectores de escala.

El principio fundamental del método propuesto, consiste en la variación predeterminada de los parámetros, que tienen una interrelación interna con los criterios de optimización, hasta llevar el conjunto de Pareto a un punto, que será el óptimo.

Si interpretamos el problema de optimización como un problema de programación lineal, como resultado se obtiene la aproximación de las fronteras del conjunto de Pareto, en un sistema de ecuaciones lineales, es decir, si representamos el conjunto como un polígono de valores posibles, estos parámetros cambian hasta la obtención de una solución.

Cuando no se puede linealizar habrá que optimizar por tanto una función de la forma $f : S \rightarrow T$, donde $S \subset \mathcal{R}^n$ y $T \subset \mathcal{R}^k$; pero el problema está en que normalmente no existe un elemento de S que produzca un óptimo de forma simultánea para cada una de las k funciones objetivo. Esto es debido a un conflicto entre objetivos, que hace que la mejora de uno de ellos dé lugar a un empeoramiento de otro. Habrá que llegar por tanto a una situación de compromiso, en la que todos los objetivos sean satisfechos en un grado aceptable, desde el punto de vista de diseño. A diferencia de los problemas de optimización con un único objetivo, el concepto de óptimo es relativo y la toma de decisión sobre cuál es la mejor solución al problema deberá incorporarse al algoritmo (85).

La factibilidad de variación en la práctica, de los parámetros que tienen relación con los criterios de optimización, con el objetivo de llevar al conjunto de Pareto a un punto, puede tener lugar sólo para problemas concretos aplicados y exige un análisis previo de la esencia técnica del problema y de los parámetros iniciales.

El problema de la elección óptima del diseñador puede entenderse como un problema de optimización restringida, es decir, el diseñador desea encontrar la canasta (x1, x2) que “maximice” o “minimice” su función, sujeta a la restricción, m.

Este problema puede resolverse por varios métodos algebraicos y numéricos, como por ejemplo el Método de Lagrange, el Método de sustitución y TMS.

Hay al menos dos excepciones a la condición de tangencia: Cuando tenemos gustos o preferencias quebradas (o con algún vértice), y cuando tenemos soluciones de esquina (86).

Elección óptima restringida

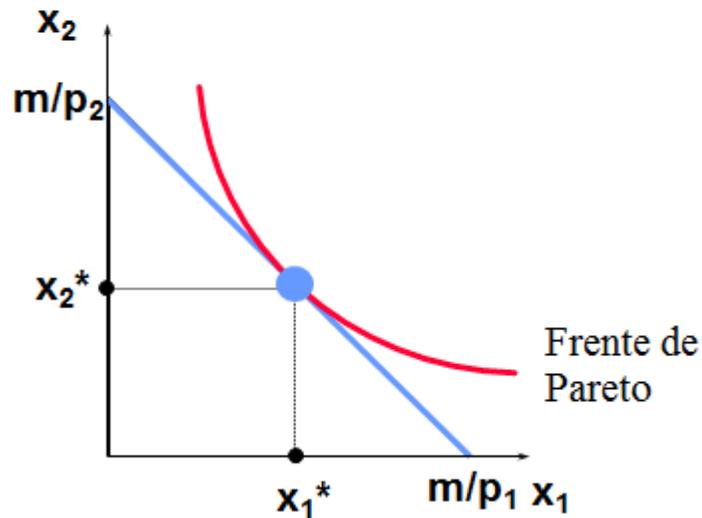


Figura 7. Elección óptima restringida, donde (x_1^*, x_2^*) , es por tanto la cesta óptima (86; 87).

En el caso en que las soluciones estén en una distribución cóncava como se muestra en la figura 8, la solución preferida se encontrará en el punto de intercepción de la tangente con la curva.

Soluciones esquina: preferencias cóncavas

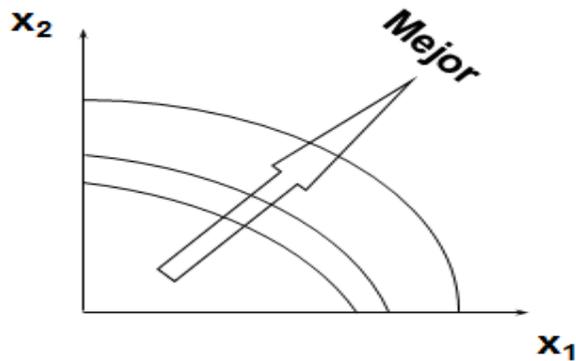


Figura 8. Preferencia cóncava.

En este caso, el conjunto de Pareto es una zona (contorno de bloqueo) de la capacidad de carga de los dientes; es decir, aquella zona cuyas fronteras en el plano $(X_1; X_2)$, ver figura 9, corresponden a las isóneas de los parámetros geométricos de la transmisión, de las restricciones de dimensionamiento y a la resistencia de los dientes. En el plano el conjunto de Pareto es un polígono de valores permisibles (7).

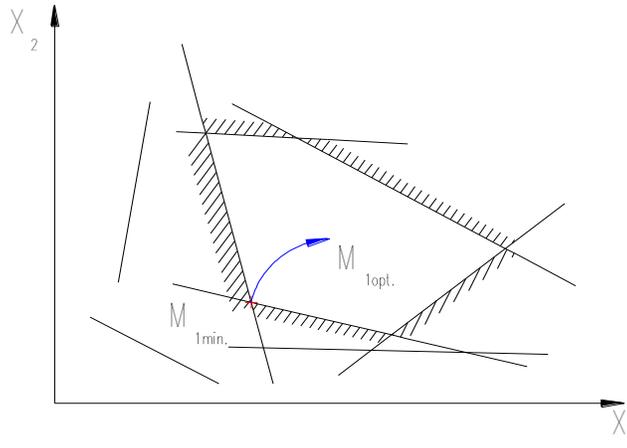


Figura 9. Líneas formando un Contorno de Bloqueo.

El parámetro que tiene una vinculación interna con los criterios de optimización, es el tiempo de trabajo de la transmisión (T_p).⁽²⁰⁾

Las técnicas de optimización evolutiva multiobjetivo son una alternativa de solución al problema planteado (7).

La Computación Evolutiva es un paradigma sub-simbólico de la Inteligencia Artificial cuyos principios se basan en la teoría Neo-Darwiniana de la evolución, la cual se sustenta en el principio de supervivencia del más apto, que existe en la Naturaleza. Originada desde 1930, con el trabajo pionero de W. D. Cannon, la computación evolutiva ha dado pie a tres técnicas principales que fueron concebidas de manera totalmente independiente:

- La programación evolutiva (PE).
- Las estrategias evolutivas (EE).
- Los algoritmos genéticos (AG).

Los algoritmos genéticos (AG) o programación evolutiva como también se le conocen surgen como herramientas para la solución de complejos problemas de búsqueda y optimización, producto del análisis de los sistemas adaptativos en la naturaleza, y como resultado de abstraer la esencia de su funcionamiento.

Desde finales de la década de 1950 y principios de los 60 se desarrollaron trabajos por algunos biólogos para simular sistemas genéticos en una computadora, dentro de estos trabajos es destacable el de Fraser, entre los años 60 y 62, donde se llegó a algo bastante parecido a los AG, trabajando con cadenas y fenotipos.

A pesar de estos trabajos, se reconoce al profesor John Holland de la Universidad de Michigan como el creador de los AG con su trabajo sobre teoría de los sistemas adaptativos, en el año 1962. Es Holland el primero que adaptó la idea de la genética a sistemas artificiales bajo el nombre de “planes reproductivos”, el nombre de AG lo usó por primera vez Bagley en el año 1967, y el mismo es el autor de un trabajo importante

sobre la utilización de AG en juegos, pero no fue hasta después del 1975 tras la publicación de su libro titulado “Adaptation in Natural and Artificial Systems” que se le llamó algoritmos genéticos (88-92).

3.2 Funcionamiento de un algoritmo genético básico.

En el trabajo con AG se maneja una serie de términos “importados” de la genética natural. No siempre es adecuada la analogía, pero estos son comúnmente aceptados (89).

Tabla 5. Conceptos de los Algoritmos Genéticos.

Población	Conjunto de individuos o cromosomas. Equivale a una muestra aleatoria del espacio de solución o un conjunto de soluciones alternativas.
Cromosoma	Un cromosoma es un portador de la información genética que transmite cada uno de sus genes. Una posible solución.
Gen	Cada uno de los rasgos o características que conforman el cromosoma. También se les llama parámetros o aspectos. Cada gen equivale a una variable del problema.
Genotipo	En biología se le llama al “paquete” genético total en su forma interna. En la terminología de AG será la información genética de todo el cromosoma en forma codificada.
Fenotipo	Se le llama en genética al paquete genético tal y como interactúa con el medio exterior. En los AG artificiales serían los aspectos del cromosoma decodificados.
Locus	Es la posición de un gen en el cromosoma.
Alelo	Es el valor asociado a un gen.

Ahora bien, el modo de trabajo de un AG puede resumirse en el siguiente esquema de funcionamiento de un AG simple.

El mecanismo de un AG simple es como sigue:

- El AG simple genera aleatoriamente una población de “n” estructuras (cadenas, cromosomas o individuos).
- Sobre la población actúan los operadores transformando la población. Una vez completada la acción de los tres operadores se dice que ha transcurrido un ciclo generacional.
- Luego se repite el paso anterior mientras no se garantice el criterio de parada del AG.

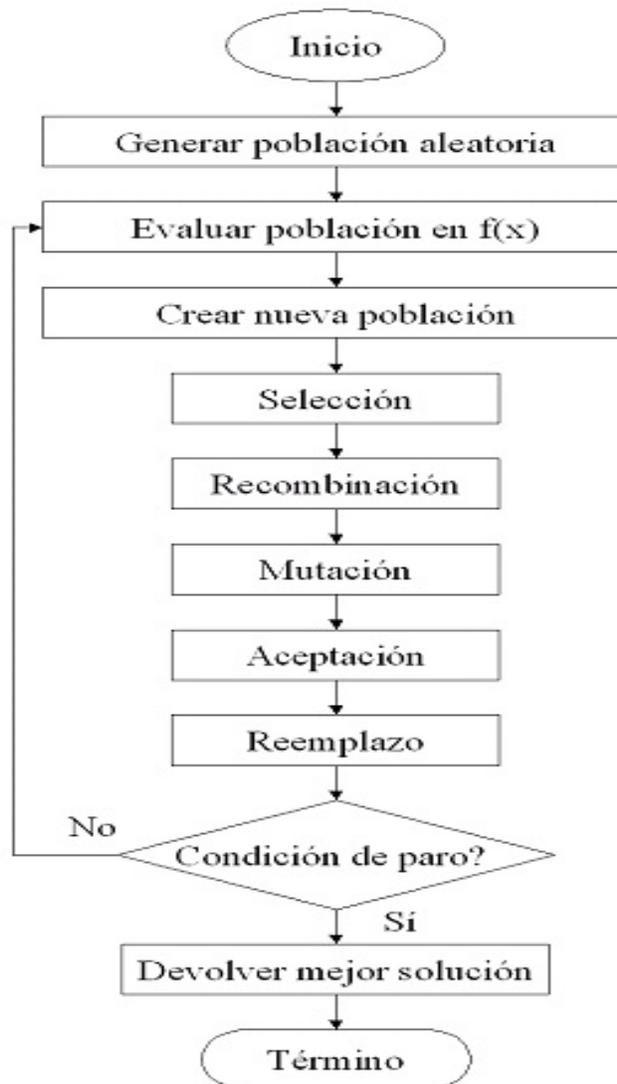


Figura 10. Diagrama funcional de un algoritmo genético.

Los AG trabajan a partir de una población inicial de estructuras artificiales que van modificando repetidamente a través de la aplicación de los siguientes operadores genéticos:

- **El operador de selección o Darwiniano** realiza la selección de las cadenas de acuerdo a su adaptabilidad para el posterior apareamiento.

Sucede que en las generaciones iniciales de un AG los valores de adaptabilidad promedio son bajos. La presencia de algunas cadenas con un valor de adaptabilidad relativamente alto provoca que el mecanismo de selección proporcional asigne un número grande de copias a estas supercadenas provocando así la convergencia temprana.

Por el contrario, cuando el AG se encuentra en los últimos estados, es decir, cuando está convergiendo, la varianza entre los valores de adaptabilidad de las cadenas es pequeña y por tanto el esquema de selección proporcional asigna más o menos igual número de copias para todas las cadenas, perdiéndose el objetivo de promover las mejores cadenas.

Existen dos técnicas para resolver estos problemas, *el escalado y la selección por rango*. El objetivo es limitar la competencia primero y luego estimularla.

Otra forma de evitar esto es el *esquema de truncamiento sigma*, que considera la desviación estándar de los valores de adaptabilidad antes del escalado garantizando descartar cadenas que potencialmente causen valores negativos.

Selección basada en el rango: Otro enfoque para evitar los problemas de la selección proporcional antes mencionados es el de ignorar la función objetivo actual y usar un procedimiento de ranqueo. Se clasifican las cadenas de acuerdo a sus valores de adaptabilidad. Los padres son seleccionados usando la siguiente distribución de probabilidad

$$p([k]) = 2k / n(n+1) \quad (71)$$

donde $[k]$ es la k -ésima cadena ordenada en forma ascendente. “ n ” es el tamaño de la población. Note que la mejor cadena de la población, la $[n]$, tiene oportunidad de ser seleccionada igual a $2/n+1$, el doble que la media cuya oportunidad es de $1/n$. Algunos especialistas en el tema han generalizado este método de ranqueo y argumentan el hecho de preferirlo, al escalado de la función objetivo.

Selección de torneo: Una alternativa que combina la idea de ranqueo con el mecanismo de selección es la selección de torneo. Una cadena necesita ganar una competencia entre un conjunto de cadenas seleccionadas aleatoriamente. En un k -torneo la mejor de k cadenas es seleccionada para la próxima generación. Algunos análisis más profundos de las características de esta selección son reportados en (89).

Técnica del resto estocástico: Esta técnica establece que la cantidad de copias que debe tener una cadena específica debe ser calculada del siguiente modo. Primero, de forma determinística se toma la parte entera del valor esperado de copias para esa cadena. Segundo, la parte fraccionaria participa en una selección estocástica (la ruleta). De esta forma, la aleatoriedad se restringe sólo a la parte fraccionaria.

Elitismo: Establece que el mejor individuo o los mejores de la población sobrevivan de generación en generación. La estrategia de elitismo básica copia el mejor individuo de la población actual a la próxima si éste individuo no ha sido transferido a través del proceso normal de selección, cruzamiento y mutación.

- **El operador de cruzamiento o Mendeliano** realiza la recombinación del material genético de dos cadenas padres.

Producto de la importancia que tiene el operador de cruzamiento para los AG diferentes técnicas de cruzamiento han sido propuestas y analizadas.

Cruzamiento de uno, dos y múltiples puntos: El cruzamiento de un punto de cruce es el que utiliza el AG simple. En el esquema de *cruzamiento de dos puntos*, dos puntos son seleccionados aleatoriamente y los segmentos de las cadenas entre ellos intercambiados. El *cruzamiento de múltiples puntos* trata cada cadena como un anillo de bits dividido por k puntos de cruce en k segmentos. Los segmentos alternados son intercambiados entre el par de cadenas a entrecruzar.

Cruzamiento uniforme: Es el intercambio de bits entre las cadenas, en vez de segmentos como los casos anteriores. En cada posición de la cadena los bits son probabilísticamente intercambiados con una probabilidad fija.

Una clasificación de los operadores de cruzamiento los analiza según las nociones de *peso posicional* y *peso distribucional*. Un operador de cruzamiento es de *peso posicional* si la probabilidad de que un bit sea cambiado depende de su posición. El *peso distribucional* de un operador de cruzamiento es relativo al número de bits intercambiados por el operador. Si la distribución del número no es uniforme el operador de cruzamiento tiene peso distribucional. Así se dice que el operador de cruzamiento de un solo punto tiene el máximo peso posicional y el menor distribucional y el cruzamiento uniforme tiene el máximo peso distribucional y el mínimo posicional.

Estudios empíricos y teóricos han comparado los diferentes tipos de cruzamiento en cuanto a una medida para cuantificar la destrucción de esquemas, y a la potencialidad de exploración del espacio de búsqueda. Otro aspecto estudiado es la relación tamaño de la población y tipo de cruzamiento.

• **El operador de Mutación** al estilo del operador natural realiza la mutación de un gen dentro de un cromosoma o cadena a sus diferentes formas alelomorfias.

Para cada uno de estos operadores está asociado el uso de probabilidades y la generación de números aleatorios.

La mutación es un proceso, similar al biológico en el cual un gen de un individuo muta o cambia al otro valor posible, o sea, si era 0 pasa a ser 1 y viceversa.

Este proceso es muy importante ya que puede ser que un individuo malo tuviera alguna característica muy buena. Cuando este individuo pasa por el proceso de reproducción existe una alta probabilidad de que sea eliminado y por lo tanto se pierda esa característica deseable. La recuperación de esta característica puede ser prácticamente imposible a través de los otros mecanismos genéticos.

La casualidad que a veces permite hallazgos importantes, que por los caminos lógicos podría demorarse mucho, es simulada a través de la mutación.

Puede ser que ninguno de los individuos de la población tenga una característica (y que hasta incluso ninguno de los anteriores tuvo) y que esa característica es el detalle que necesitan para lograr una mejoría importante, entonces esto puede obtenerse también a través de la mutación.

El proceso es muy simple y sólo consiste en determinar cuál es el gen que mutará el organismo. La selección de este gen se realiza de forma aleatoria. Una vez que se obtiene es necesario cambiar el valor que está en esa posición de la cadena por su opuesto.

El AG ejecuta para un número fijo de generaciones o hasta que se satisface algún criterio de parada (7; 89).

3.3 Algoritmos Genéticos.

Algunos AG propuestos para resolver problemas de optimización multiobjetivo son:

- **Algoritmos Genéticos de primera generación:**
 - VEGA (*Vector Evaluated Genetic Algorithm*) propuesto por Schaffer (93) a mediados de la década de 1980. Es un algoritmo *a priori* que divide la población de un AG en tantas subpoblaciones como objetivos existan, este no permite obtener la frontera de Pareto.
 - MOGA (*Multi Objective Genetic Algorithm*), desarrollado por Fonseca y Fleming (94) en 1993. El manejo de las restricciones que propone, tiene serias limitaciones.
 - NSGA (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*), propuesto por Srinivas y Deb en 1994 (95). Se basa en la idea original de Goldberg sobre el uso de niveles de dominación. Se diferencia básicamente de un AG simple en el índice de bondad elegido.
 - NPGA (*Niched-Pareto Genetic Algorithm*), este método fue propuesto por Horn y Nafpliotis en 1993 (96), en donde el cambio principal en un AG simple se realiza en la etapa de selección.
- **Algoritmos Genéticos de segunda generación:**
 - NSGA-II (*Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II*), propuesto en el año 2000 por Kalyanmoy Deb, A. Pratap, S. Agarwal y T. Meyarivan (97). Este es una versión mejorada de su antecesor en la primera generación (*NSGA*), acá se mejoran fundamentalmente tres aspectos que son: el proceso de ordenamiento de las soluciones no-dominadas, la adición de elitismo y finalmente no requiere del parámetro σ_{share} para incrementar la variedad en la población.

- SPEA (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*), presentado por Zitzler y Thiele en 1999 (98), fue concebido como un medio de integración de los demás algoritmos evolutivos para optimización multiobjetivo existentes en aquel entonces. Usa un archivo que contiene las soluciones no-dominadas encontradas previamente.
- SPEA-2, dado a conocer por Zitzler, Laumanns y Thiele en el año 2001 (99), incorpora tres diferencias a su antecesor (*SPEA*). Incorpora una estrategia de bondad de grano-fino, empleo de una técnica de estimación del vecino más cercano que guía la búsqueda de una manera más efectiva y presenta un método de truncamiento de las soluciones que están en los extremos del archivo externo o población.
- PAES (*Pareto Archived Evolution Strategy*), este método fue presentado por Knowles y Corne en el año 2000 (100). Consiste en una estrategia de evolución (1+1) (esto es, un solo padre genera un solo hijo), en combinación con un archivo histórico que almacena algunas de las soluciones no-dominadas encontradas previamente.
- MRCD y MRCD min-max (*Genetic Algorithm for multiobjective Robust Control Design*) (101), son algoritmos que usan de forma directa los conceptos de optimización de Pareto para hallar su frente y los óptimos asociados, además son algoritmos a posteriori ya que tratan de obtener el conjunto completo de dichos óptimos, dejando para una segunda fase la elección de uno de ellos.

3.4 Comparación entre los diferentes tipos de AG.

Los algoritmos genéticos fueron formulados como un método de búsqueda de propósito general, mantienen poblaciones de soluciones potenciales y hacen uso del principio de la supervivencia del más apto, presente en la teoría de la evolución natural. Los algoritmos genéticos clásicos utilizan vectores de números binarios, el proceso de selección es aleatorio, dependiendo las probabilidades de selección de cada individuo de su aptitud, o de su posición en el ranking y los parámetros de la reproducción, probabilidades de cruce y de mutación permanecen constantes (85). Sin embargo, existen diferencias entre éstos, como se muestra en la tabla 6, (102).

Tabla 6. Comparación de diferentes Algoritmos Genéticos (103).

Algoritmo	Asignación de la función	Mecanismo de la Diversidad	Elitismo	Población Externa	Ventajas	Desventajas
VEGA	Cada subpoblación se evalúa con respecto a un objetivo distinto	no	no	no	Primer MOGA implementación sencilla	Tienden converger hasta el extremo de cada objetivo
MOGA	Clasificación de Pareto	Comparte el resultado de la función objetivo haciendo uso de los nichos	no	no	Extensión simple de objetivo único GA	-Por lo general, la convergencia lenta -Problemas relacionados con los parámetros del nicho
WBGA	Promedio ponderado de los objetivos normalizados	Uso de nichos Pesos predefinidos	no	no	Extensión simple de objetivo único GA	Dificultades en el espacio no convexo función objetivo
NPGA	Sin asignación por aptitud, selección de torneos	Conteo de los nichos como desempate en la selección en torneo	no	no	Proceso muy sencillo de selección con la selección de torneo	Problemas relacionados con el parámetro adicional de parámetros del nicho para la selección de torneos
RWGA	Promedio pesado de los objetivos normalizados	Pesos asignados al azar	si	si	Instrumento eficiente y fácil	Dificultades en el espacio no convexo función objetivo
PESA	Sin asignación por aptitud	Peso asignado aleatoriamente basado en células.	Elitista puro	si	-Fácil de implementar - Computacionalmente eficiente	-El rendimiento depende de tamaños de celda -Información previa necesaria sobre el espacio objetivo
PAES	Dominio de Pareto se utiliza para sustituir un padre si la descendencia domina	La densidad basada en células como desempate entre los hijos y los padres	si	si	Estrategia hill-climbing de mutación aleatoria Fácil de implementar Computacionalmente eficiente	-No es un enfoque basado en la población -El rendimiento depende de tamaños de celda
NSGA	Clasificación basada en la clasificación de no-dominación	Comparte el resultado de la función objetivo haciendo uso de los nichos	no	no	Convergencia rápida	Los problemas relacionados con los parámetros del nicho
NSGA-II	Clasificación basada en la clasificación de no-dominación	Distancia de agrupamiento	si	no	-Parámetro individual (N) -Apropiadamente probado -Eficiente	El ajuste de la distancia trabaja en espacio objetivo solamente
SPEA	Clasificación basada en el almacenamiento	Agrupamiento para truncar población	si	si	- Apropiadamente probado - Ningún parámetro	Algoritmo de agrupamiento complejo

	externo de soluciones no dominadas	externa			para la agrupación	
SPEA-2	Fuerza de dominadores	Densidad basa en el k-ésimo vecino más cercano	si	si	Mejora de la SPEA Asegúrese de que se conservan los puntos extremos	Gimnasio y cálculo de la densidad de cálculo muy
RDGA	El problema reduce a un problema bi-objetivo con rango solución y la densidad como objetivos	Prohibida la densidad de la región basada en células (o celda).	si	si	Actualización de celda dinámico Robusto con respecto al número de objetivos	Más difícil de implementar que otras
DMOEA	Clasificación basada en células	Densidad a base de células de adaptación	Si (implícitamente)	no	-Eficientes para actualizar densidades celulares -Adaptable acerca a establecer los parámetros de GA	Más difícil de implementar que otras

3.5 Ventajas y desventajas de los AG con respecto a otros métodos.

Desde el punto de vista de la comparación de los AG con otros métodos de búsqueda se pueden enmarcar sus diferencias en cuatro aspectos:

- 1- Trabajan con una codificación de los parámetros y no con los parámetros mismos.
- 2- Buscan a partir de una población de puntos y no de un punto simple.
- 3- Usan directamente la función objetivo y no la derivada u otro conocimiento auxiliar.
- 4- Usan reglas de transición probabilísticas y no determinísticas. (89)
- 5- No necesitan conocimientos específicos sobre el problema que intentan resolver.
- 6- Operan de forma simultánea con varias soluciones, en vez de trabajar de forma secuencial como las técnicas tradicionales.
- 7- Cuando se usan para problemas de optimización, maximizar una función objetivo, resultan menos afectados por los máximos locales (falsas soluciones) que las técnicas tradicionales.
- 8- Resulta sumamente fácil ejecutarlos en las modernas arquitecturas masivamente paralelas.
- 9- Usan operadores probabilísticos, en vez de los típicos operadores determinísticos de las otras técnicas.
- 10- Pueden tardar mucho en converger, o no converger en absoluto, dependiendo en cierta medida de los parámetros que se utilicen: tamaño de la población, número de generaciones, etc.
- 11- Pueden converger prematuramente debido a una serie de problemas de diversa índole.

3.6 Implementación del Algoritmo genético de segunda generación NSGA-II.

Basándose en las ideas expuestas por Goldberg (104), mencionadas anteriormente en este capítulo, Srinivas y Deb desarrollaron un nuevo algoritmo conocido como NSGA (a partir de los términos en inglés: *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*) (105).

El diagrama de flujo para el desarrollo del algoritmo genético NSGA-II se muestra en la figura 11, donde se observan los pasos a seguir en el proceso de obtención de los resultados.

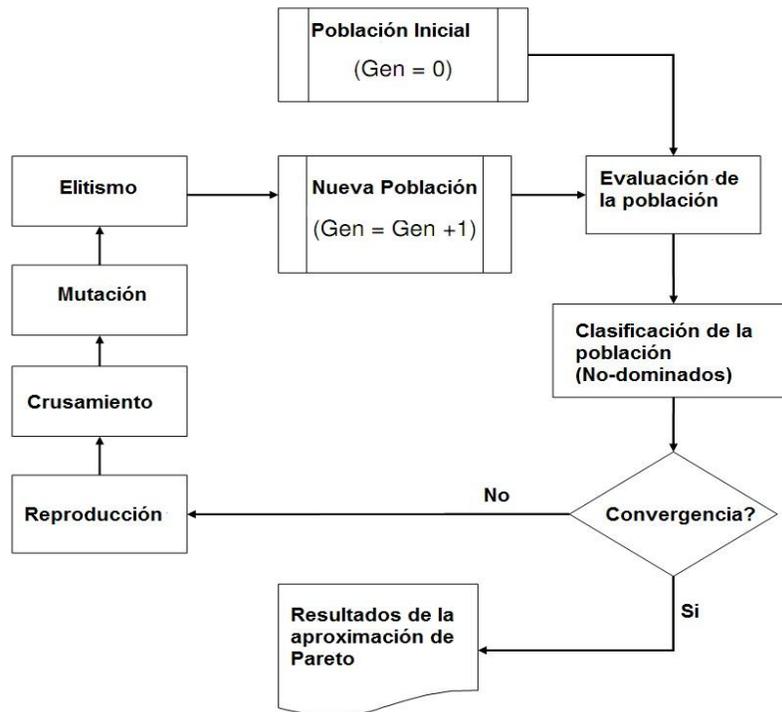


Figura 11. Diagrama de Flujo de AG, NSGA-II (106).

Los pasos del algoritmo son los siguientes:

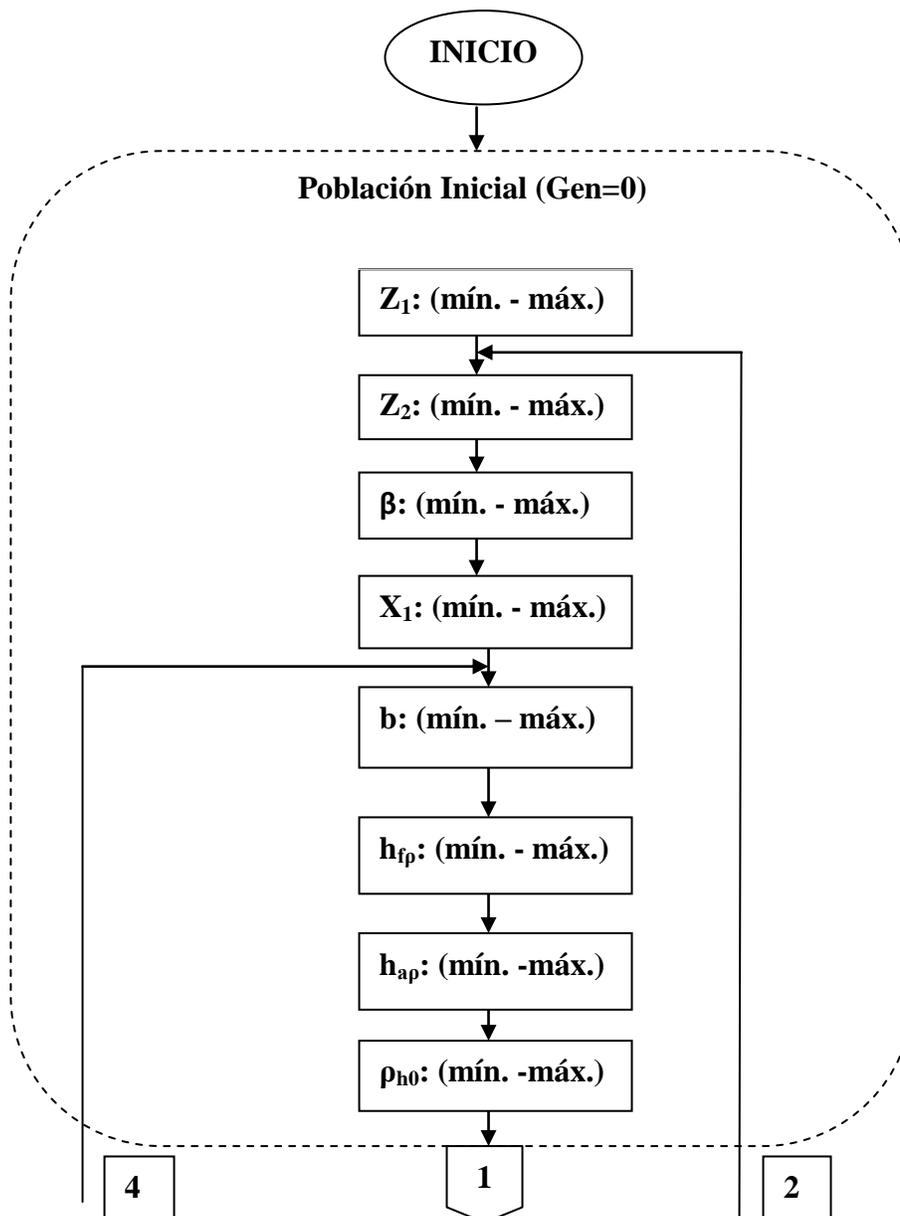
1. Se buscan todos aquellos cromosomas que son no-dominados por el resto de la población, y se les asigna el orden 1. Estos cromosomas serán conocidos como primer frente de no-dominados.
2. Se asigna un mismo valor de aptitud a cada uno de los cromosomas anteriores, con objeto de dar la misma probabilidad de reproducción a todos ellos.
3. Se modifica la aptitud de cada individuo, dividiendo su valor original por una cantidad proporcional al número de individuos existente en sus proximidades, con objeto de favorecer la diversidad en la población.
4. Los individuos componentes del primer frente de no-dominados son ignorados temporalmente y con el resto de la población se vuelven a buscar aquellos individuos no-dominados. Al nuevo grupo de no-dominados se les asigna el orden 2 y se les denominará como segundo frente de no-dominados.
5. A cada uno de los individuos del segundo frente de no-dominados se les asigna una misma aptitud, que será menor que el valor mínimo de las aptitudes del primer frente.

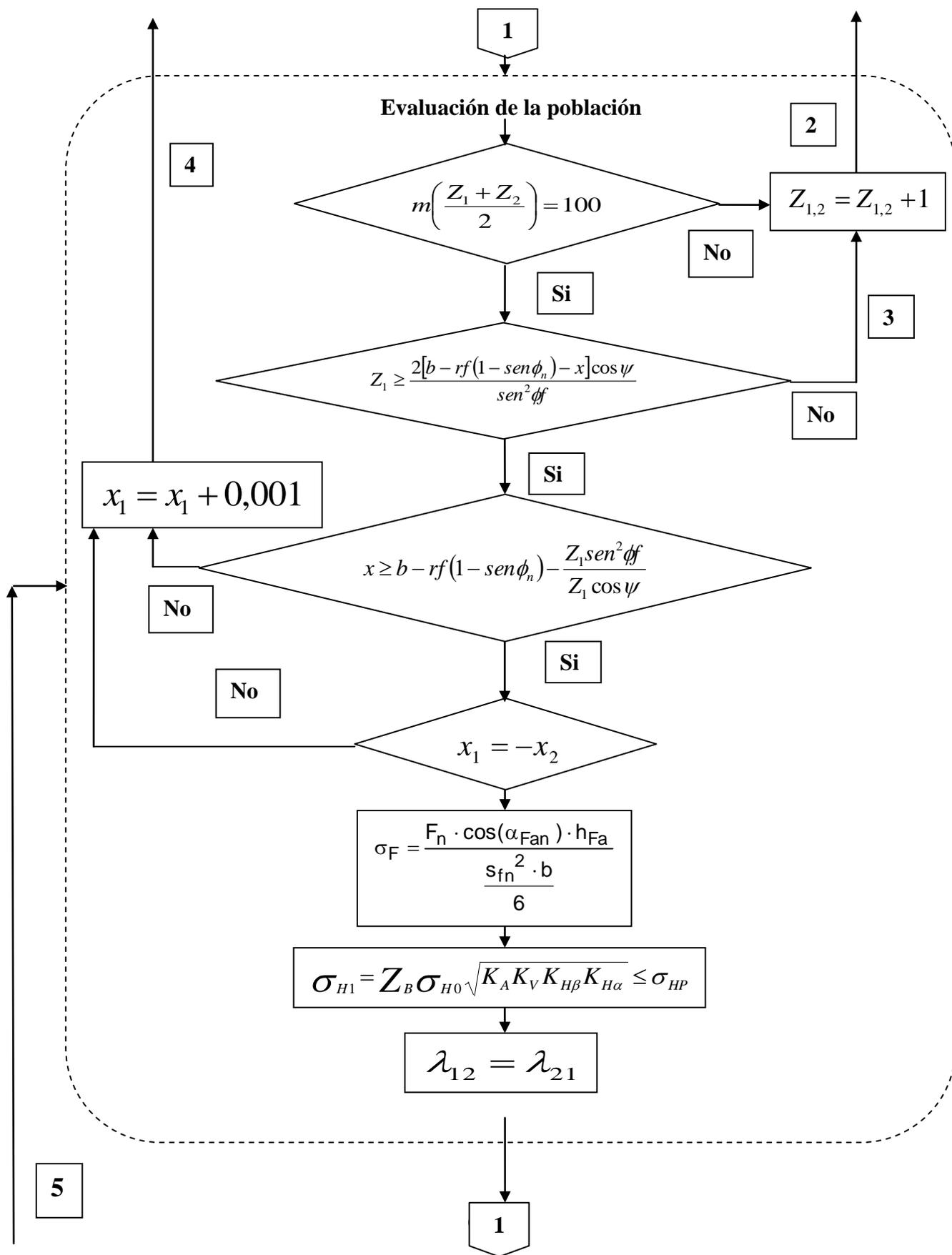
6. Se modifican las aptitudes de los individuos del segundo frente de no-dominados en la misma forma que se hizo con los del primero.

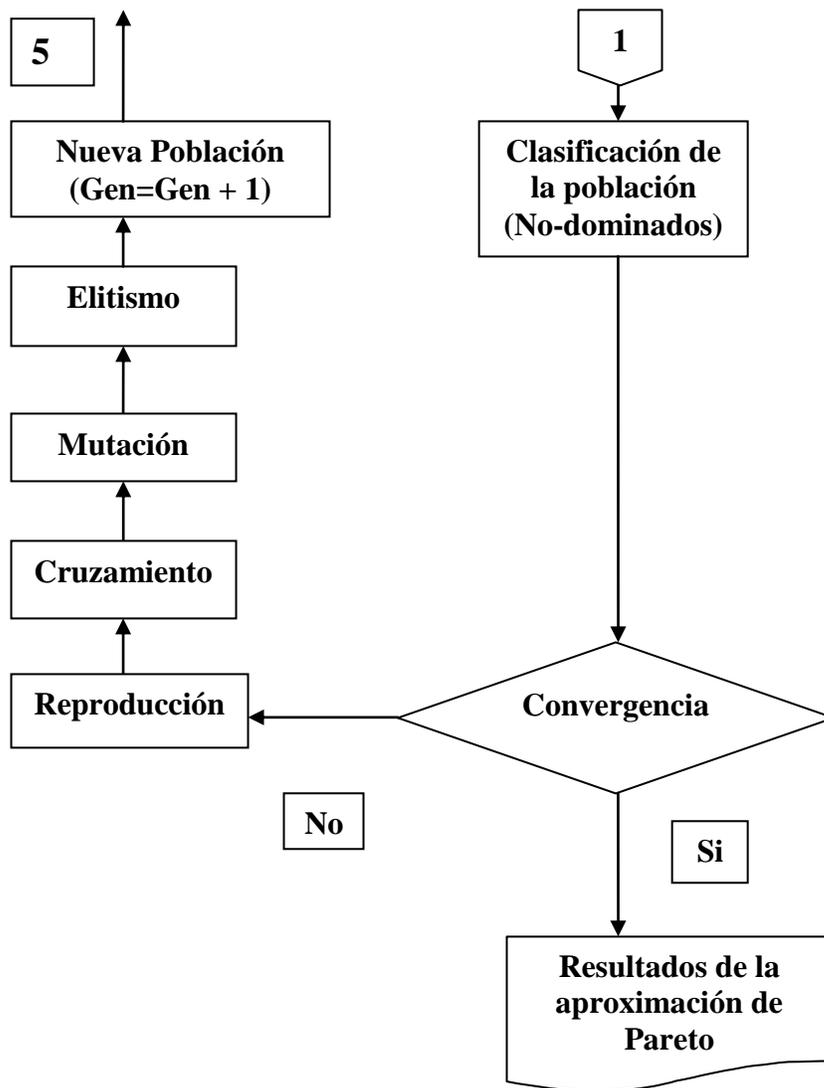
7. Se repiten los procedimientos anteriores, hasta tener asignadas las aptitudes de todos los individuos de la población (85; 106).

Según la ayuda del MATLAB, el algoritmo genético con el que se trabaja es un algoritmo genético elitista controlado (una variante de NSGA-II), este algoritmo siempre favorece a los individuos con un mejor valor de adaptabilidad, el algoritmo genético elitista controlado también favorece a los individuos que pueden ayudar a aumentar la diversidad de la población, incluso si tienen un valor menor de aptitud. Es importante mantener la diversidad de la población para la convergencia a un óptimo frente de Pareto. La diversidad se mantiene controlando los miembros de élite de la población.

3.7 Metodología para los cálculos.







3.8 Estudio de caso.

Como estudio de casos de este trabajo se tomó la problemática existente en Fábrica de Bujías “Neftalí Martínez”, donde, por el uso prolongado de las máquinas herramientas hay déficit de piezas de repuesto para las cajas de velocidad que viene presentando problemas en el funcionamiento desde hace un tiempo. Se aplicó la interfaz en MATLAB al par de ruedas dentadas que se señalan en la figura 12, restringiendo la distancia entre centros a 100 mm, el ángulo de presión a 20° , el número de dientes del piñón a 35, el de la corona a 45, material 40X, tratamiento térmico: alta frecuencia, tipo de lubricante: máquina 100 (*Viscosidad ISO---100, Viscosidad a 40 °C Cst --- 99.0, Punto de inflamación 220 °C, Índice de Viscosidad -- 93, Densidad 0.88g/cm³*), la potencia en kW a 7.1, la velocidad en revoluciones por minuto

del piñón en 499.0 y de la corona en 388.1, el momento torsor del piñón en 135.9 y de la corona 174.4, el factor de aplicación de carga en 1.25 y el módulo a 2.5. Los resultados de la interfaz fueron los siguientes:

Beta	Alpha	x	be	Q	Rz	haPMin	hfPMin	RhoFPMin
0.0	20	0.99	18	6	0.79	1.16	1	0.49

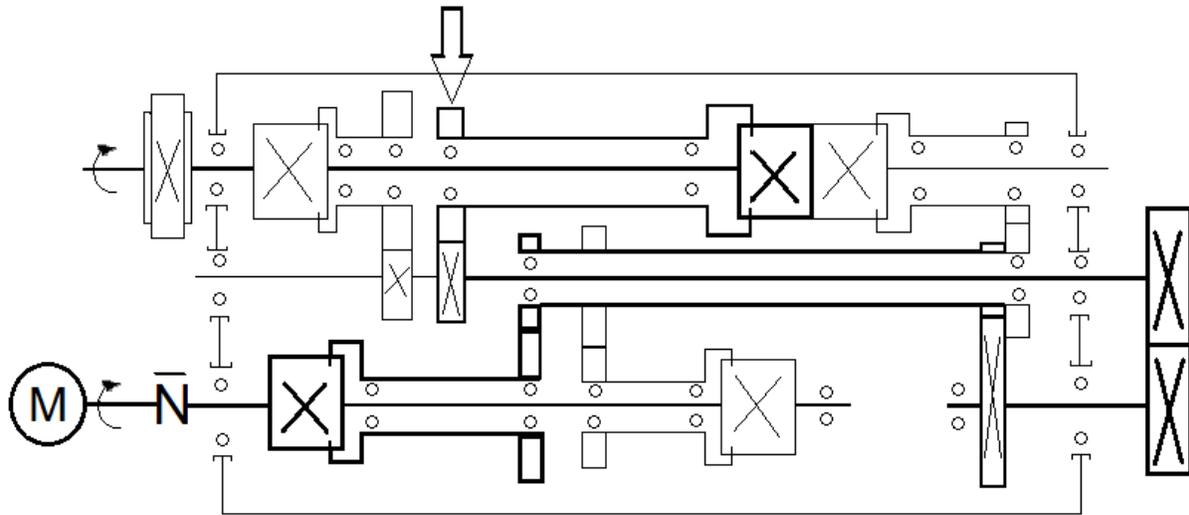


Figura 12. Esquema cinemático de la caja de la máquina herramienta.

En la figura 13 se muestran un grupo de engranajes calculados a partir de la interfaz, los cuales cumplen los requerimientos necesarios para ponerlos en funcionamiento cuando se requieran. Se puede observar la buena calidad que presentan en su acabado, además de la huella dejada por el tratamiento térmico por alta frecuencia, típico del proceso.



Figura 13. Engranajes cilíndricos de dientes rectos obtenidos de los cálculos, para una aplicación industrial.

Análisis de los resultados

En el transcurso del trabajo se ha presentado la metodología para realizar una optimización multicriterial del diseño de engranajes cilíndricos de dientes oblicuos exteriores de perfil evolvente. Se analizaron las investigaciones en diversos artículos sobre el diseño de engranajes referenciados en la literatura. En este último capítulo se muestran los resultados obtenidos de la metodología propuesta, donde se tienen siete variables, cada una con una amplitud de “n” valores que interactúan entre sí según las tres funciones objetivos: resistencia a la fatiga, a la flexión y a la picadura, regulados por el algoritmo genético que hace posible la optimización desde la selección de los parámetros hasta los resultados.

En el análisis de los resultados, estos se muestran en forma gráfica. En primer lugar, los puntos, obtenidos en la optimización, se grafican en coordenadas de resistencia según las funciones objetivo. Este gráfico es, la representación del conjunto de valores óptimos de las variables que cumplen con las restricciones de distancia entre centros, número de dientes mínimo para evitar el socavado y relación de transmisión, entre otras, representados en la frontera de Pareto. Se muestran además en los anexos 1, 2, 3, las combinaciones de las variables que dan como resultados los valores óptimos de resistencia. Las unidades de resistencias tanto a la picadura como a la flexión son en MPa, mientras que para los valores del factor de igualdad del deslizamiento relativo para lograr la equiparación al desgaste de ambas ruedas están dados en mm.

Como resultado de la investigación se obtuvo una interfaz para MATLAB que calcula los valores óptimos de las variables ya mencionadas según las funciones objetivos de resistencia mecánica.

En la figura 14 se muestra el frente de Pareto para los resultados de las combinaciones de las variables en los cálculos tanto de resistencia a las tensiones de contacto como de los valores de la corrección necesaria para igualar los deslizamientos relativos y así el desgaste en ambos engranajes. En este caso según la elección óptima la mejor combinación sería el resultado de los factores geométricos y que definen la herramienta que se muestran a continuación según el punto 18 del anexo 3.

Beta	Alpha	x	be	Q	Rz	haPMin	hfPMin	RhoFPMIn
0,02	25	0.36	39.99	6	0.58	1	1.27	0.42

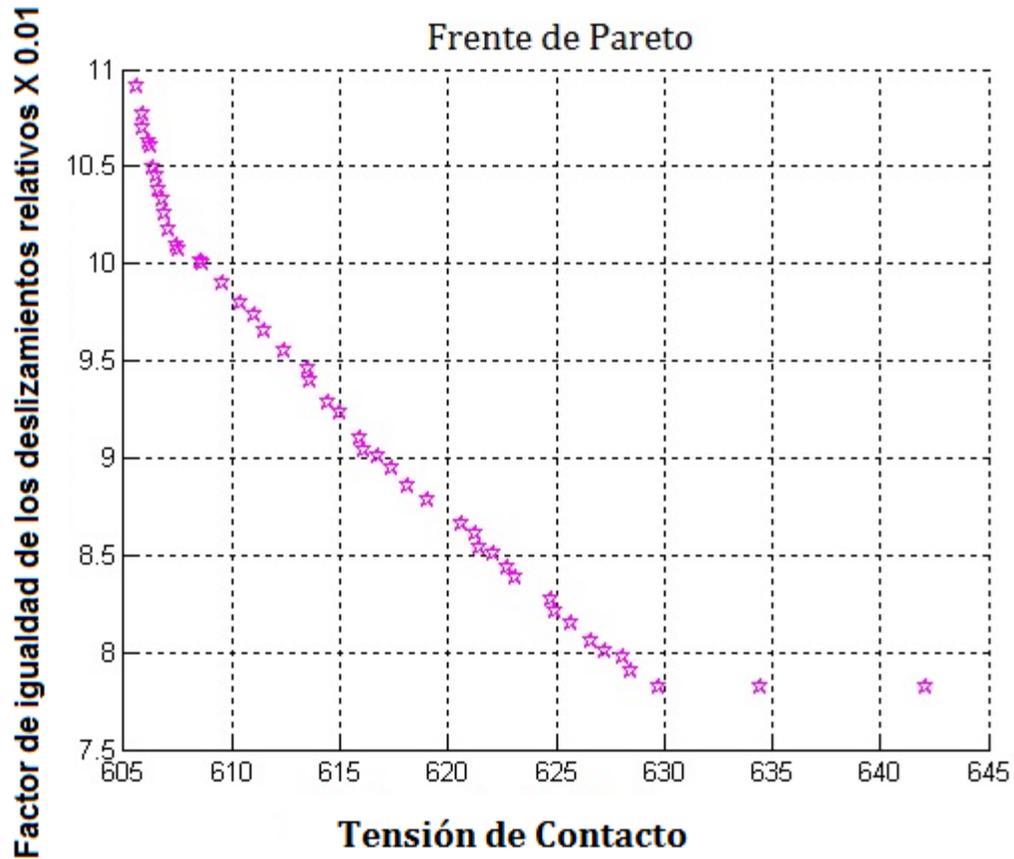


Figura 14. Convergencia de la optimización en el Frente de Pareto sobre la resistencia del diente del engranaje a las tensiones de contacto con los valores de la función que equipara las velocidades de deslizamiento relativo igualando el desgaste en ambos dientes en contacto.

En la figura 15 se muestra el frente de Pareto para los resultados de las combinaciones de las variables en los cálculos tanto de resistencia a las tensiones de flexión como de los valores de la función que equipara los deslizamientos relativos para igualar el desgaste en ambos engranajes, y según las restricciones predeterminadas. En este caso según la solución esquina, con preferencia cóncava la mejor combinación sería el resultado 30 del anexo 2. Los factores geométricos y que definen la herramienta que se muestran a continuación:

Beta	Alpha	x	be	Q	Rz	haPMin	hfPMin	RhoFPMIn
0.09	24.9	0.67	39.9	6	0.36	1	1	0.5

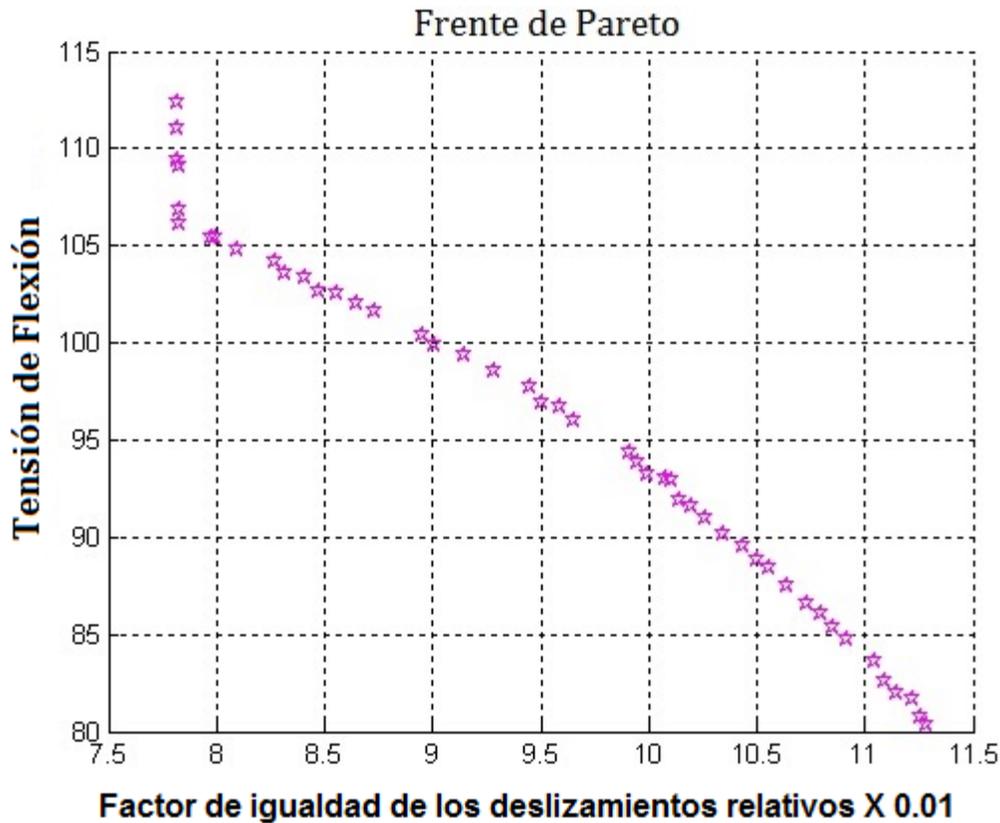


Figura 15. Convergencia de la optimización en el Frente de Pareto sobre la resistencia del diente del engranaje a las tensiones de flexión con los valores de la función que equipara los deslizamientos relativos para igualar el desgaste en los dientes en contacto.

En la figura 16 se muestra el frente de Pareto para los resultados de las combinaciones de las variables en los cálculos tanto de resistencia a las tensiones de flexión como la resistencia a las tensiones de contacto y según las restricciones predeterminadas. En este caso según la solución esquina, con preferencia cóncava la mejor combinación sería el resultado 4 del anexo 1. Los factores geométricos y que definen la herramienta para la construcción del engranaje se muestran a continuación:

Beta	Alpha	x	be	Q	Rz	haPMin	hfPMin	RhoFPMIn
0.18	24.8	0.99	39.04	6	0.55	1.16	1	0.49

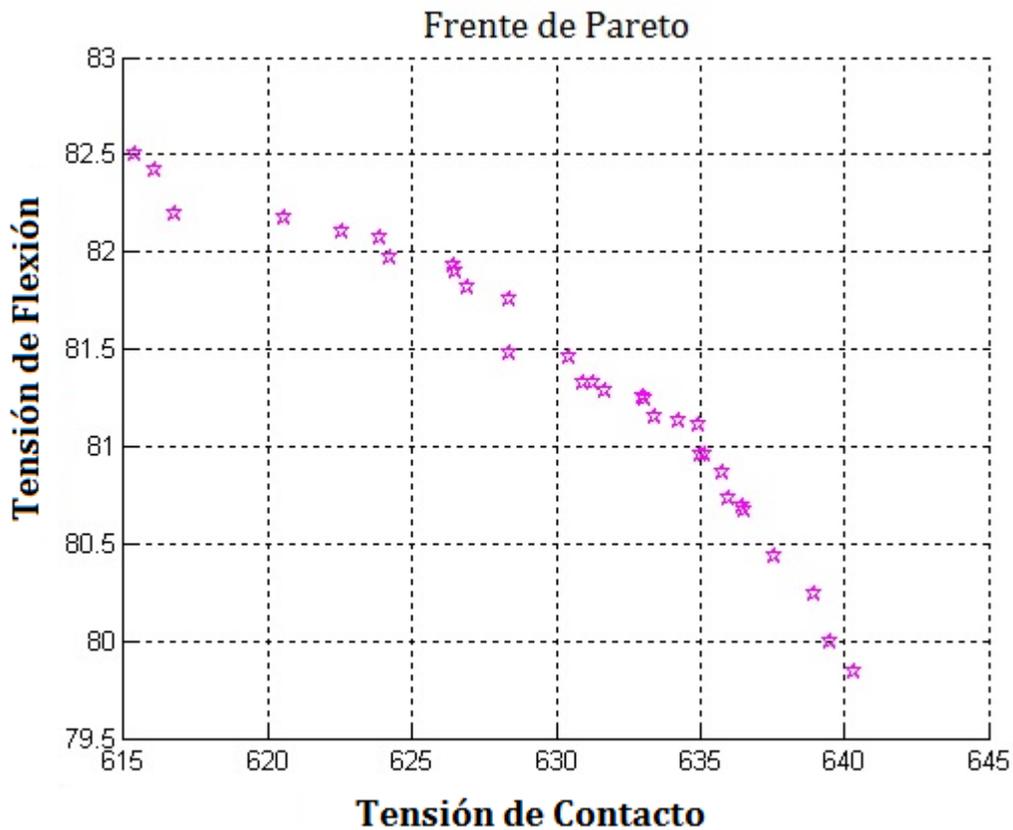


Figura 16. Convergencia óptima en el Frente de Pareto sobre la resistencia del diente del engranaje a la picadura y a la flexión.

En la figura 17 se muestran los resultados de las combinaciones de las variables en los cálculos tanto de resistencia a las tensiones de flexión, resistencia a las tensiones de contacto y valores de la función para la igualdad de los deslizamientos relativos para igualar el desgaste en un mismo gráfico. En el caso de que están las tres resistencias se recomienda el método de Taguchi para la selección y robustecimiento del diseño.

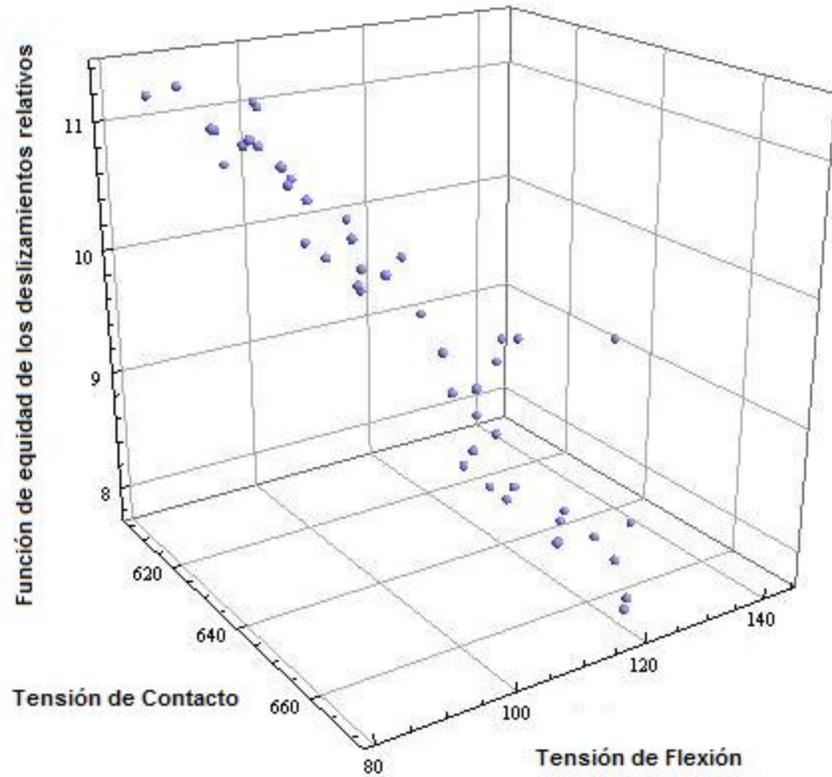


Figura 17. Convergencia óptima en el Frente de Pareto sobre la resistencia del diente del engranaje a las tensiones de contacto, a las tensiones de flexión y a los valores de la función que equiparan los deslizamientos relativos entre los dientes del engranaje.

Para realizar los cálculos con rapidez se creó una interfaz en MATLAB, donde se corrió un algoritmo genético capaz de realizar los cálculos y obtener los frentes de Pareto.

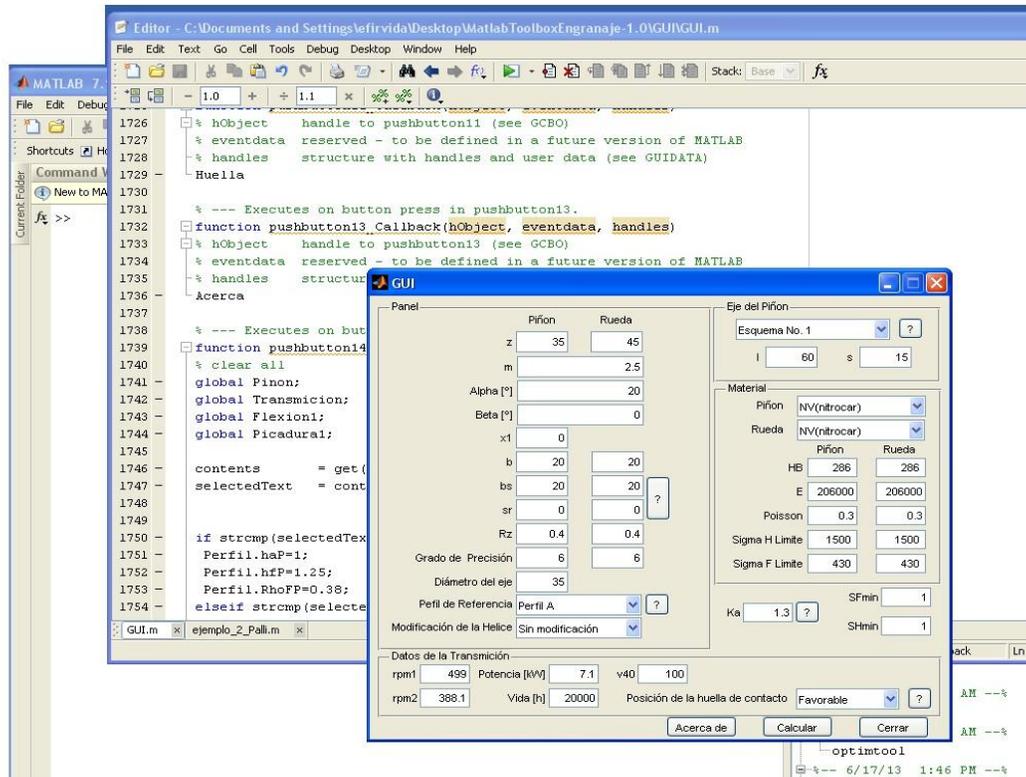


Figura 18. Interfaz para la optimización multicriterial en el cálculo de engranajes cilíndricos de dientes oblicuos.

3.9 Conclusiones parciales.

El algoritmo genético que se emplea en este trabajo es el algoritmo de segunda generación NSGA II con elitismo controlado, que es el indicado para resolver la optimización multicriterial, por ser una potente herramienta para la solución de complejos problemas de búsqueda y optimización.

Se obtuvo una metodología para agrupar los cálculos de tres resistencias mecánicas, resistencia a la picadura, al desgaste y a la flexión simultáneamente.

Se obtuvo una interfaz gráfica en MATLAB para la realización de los cálculos con rapidez, aplicable a las transmisiones por engranajes metálicos cilíndricos de dientes oblicuos de perfil evolvente, tanto para diseñar como para su recuperación.

Conclusiones Generales.

1. No existe en la documentación revisada una metodología para el diseño de engranajes cilíndricos metálicos de dientes oblicuos, optimizando las expresiones de los cálculos de resistencia a la flexión, tensión superficial, y desgaste simultáneamente.
2. La nueva norma DIN está en plena conformidad con la norma ISO DIS 6336 y la GOST tiene cálculos muy semejantes a los cálculos de resistencia de ISO, para los cálculos de tensión de flexión AGMA utiliza el modelo de Lewis, mientras que ISO toma como modelo de referencia la semejanza existente entre una barra prismática con carga en voladizo y un diente con la carga aplicada en la cresta, sin embargo en ISO el cálculo de la durabilidad de la superficie se basa en la tensión de contacto, σ_H , en el punto de paso o en el punto de contacto único interior del par de diente, mientras que AGMA se basa en los métodos para determinar los factores geométricos I y J para diferentes condiciones y aplicaciones. Por tanto para los cálculos del trabajo se utilizarán los cálculos de la norma ISO, de resistencia a la flexión y resistencia a la picadura.
3. Los parámetros que se seleccionarán para realizar los cálculos del diseño serán: ancho, calidad de dentado, factor de corrección, ángulo de la hélice, rugosidad de la superficie, coeficiente de altura de la cabeza, coeficiente de altura del pie y el coeficiente del radio del pie.
4. El algoritmo genético que se emplea en este trabajo es el algoritmo de segunda generación NSGA II con elitismo controlado, que es el indicado para resolver la optimización multicriterial, por ser una potente herramienta para la solución de complejos problemas de búsqueda y optimización.
5. Se obtuvo una metodología para agrupar los cálculos de tres resistencias mecánicas en una única expresión.
6. Se obtuvo una interfaz gráfica en MATLAB para la realización de los cálculos con rapidez, aplicable a las transmisiones por engranajes metálicos cilíndricos de dientes oblicuos de perfil de evolvente, tanto para diseñar como para su recuperación.
7. Se obtuvo un grupo de engranajes cilíndricos de dientes rectos para una aplicación en la industria, utilizando la interfaz creada en MATLAB.

Recomendaciones

De las combinaciones de variables óptimas encontradas, se propone el método de Taguchi para robustecer una única combinación como resultado absoluto.

Mejorar la interfaz y agregar otros cálculos de engranajes contra fallas como el gripado, la micropicadura, la deformación plástica entre otras.

Bibliografía

1. MANUEL G. RODRÍGUEZ R., M. H. R., UBALDO ORTIZ M. . Breve y parcial historia de los engranes. 2002, vol. V.
2. Máquinas y mecanismos, etapas de desarrollo. In., 2012.
3. REY, G. G. *Cálculo de engranajes cilíndricos*. Edtion ed. Ciudad de la Habana. Cuba., 2001.
4. Historia. In., 2013.
5. QUIJORNA, A. J. N. Elementos de máquinas [online]. 2007.
6. Optimización matemática 2013.
7. ENCISO, S. F. C. Creación de Portafolios de Inversión utilizando Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, 2005.
8. DR. C. FERNANDO MARRERO DELGADO, M. C. A. V. Z., ING. BARBARA RODRIGUEZ MORERA. MANUAL DE INVESTIGACION DE OPERACIONES II [online]. [Santa Clara, Cuba]: 2011.
9. SARDIÑAS, I. R. Q. Optimización multiobjetivos del proceso de torneado Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos” 2004.
10. Optimización multiobjetivos 2013.
11. JOSÉ I. PEDRERO, C. G.-M., A FUENTES Fórmulas aproximadas para la determinación de los factores de forma y de concentración de esfuerzos de engranajes rectos y helicoidales 1997.
12. MACKALDENER, M. Tooth Interior Fatigue Fracture & Robustness of Gears 2001, 11-38.
13. FUENTES, A. A. Modelo de Cálculo a Flexión de Engranajes Cilíndricos de Perfil de Evolvente. U.N.E.D., 1996.
14. J.I.PEDRERO Influencia de los parámetros geométricos y de funcionamiento en el régimen de lubricación de engranjes cilíndricos.
15. MOYA RODRÍGUEZ J. L. , H. B. A., GOYTISOLO ESPINOSA R. A , MACHADO RODRÍGUEZ A. S. INFLUENCIA DE LA CORRECCIÓN DEL DENTADO EN LA RESISTENCIA A LA PICADURA DE LOS ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DIENTES RECTOS EXTERIORES. 2007.
16. REY, G. G. Procedimiento para estimar la vida útil de engranajes cilíndricos de acero en base a la resistencia a la fatiga del material y norma AGMA 2101-D04 2008.
17. ANSI/AGMA.2101-D04. Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth. In., 2004.
18. ISO.6336-1:1996, I. S. Calculation of load capacity of spur and helical gears In *Part 1: Basic principles, introduction and general influence factors*. Switzerland, 1999.
19. RECHETOV, D. *Elementos de máquina*. Edtion ed. Moscú, 1981.
20. RODRÍGUEZ, M. I. Á. S. M. Consideraciones acerca del Diseño de los Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos aplicables a su recuperación. Universidad Central “Marta Abreu”de Las Villas, 2001.

21. HENRIOT, G. *Traité Théorique et Pratique des Engrenages*. Edition ed. París, 1991. ISBN 2-04-015607-0.
22. R. W. SNIDLE, H. P. E., M. P. ALANOU, M. J. A. HOLMES Understanding Scuffing and Micropitting of Gears 2003.
23. GABRIEL F. DAMBAUGH, P. E. Fatigue Considerations of High Strength Rolling Bearing Steels. 2006.
24. WEI, Z. STRESSES AND DEFORMATIONS IN INVOLUTE SPUR GEARS BY FINITE ELEMENT METHOD. University of Saskatchewan, 2004.
25. FARSHID SADEGHI, B. J., TREVOR S. SLACK, NIHAR RAJE, NAGARAJ K. ARAKERE A Review of Rolling Contact Fatigue. Journal of Tribology, 2009.
26. NICODEMUS LORENZO TARAPASADE, D. R. A. G. E., M.SC. JUAN GABRIEL NOA ÁGUILA. ANÁLISIS DE LA AVERÍA DEL PIÑÓN DE LA TRANSMISIÓN FINAL DEL MOLINO DE CRUDO No. 2 DE LA EMPRESA "CEMENTOS CIENFUEGOS S.A.". 2006.
27. MICHAL HAJZMAN, P. P. SENSITIVITY ANALYSIS OF GEARBOX TORSIONAL VIBRATIONS. 2012.
28. SHINLEY, J. E. *Mechanical Engineering*. Edition ed. México, 2008. ISBN 0-390-76487-6.
29. GUILLERMO ABREU RUANO, J. L. M. R. Máquinas y Equipos para el ensayo de transmisiones por engranajes. 2010.
30. FLODIN, A. Wear of spur and helical gears 2000, 9-24.
31. JORGE L. MOYA RODRÍGUEZ, R. G. E., EDWIN ABREGÚ LEANDRO, ÁNGELS. MACHADO RODRÍGUEZ INFLUENCIA DE LA CORRECCIÓN DE ALTURA EN LA DISMINUCIÓN DEL DESGASTE EN LOS ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DIENTES RECTOS EXTERIORES 2008.
32. CORONADO, C. E. PROGRAMA DE LUBRICACIÓN PARA LÍNEA DE PRODUCCIÓN EN PASTAS LA MODERNA, S.A. 2009.
33. ANSI/AGMA.1010-E95. Appearance or Gear Teeth-Terminology of Wear and Failure. In. Alexandria, VA, 1995.
34. C.GARCÍA-MASIÁ. Optimización del Diseño de Engranajes por Análisis Paramétrico. 1994.
35. ISO.6336-2:1996, I. S. Calculation of load capacity of spur and helical gears In *Part 2: Calculation of surface durability (pitting)*. Switzerland, 1999.
36. MR. BHARAT GUPTA, M. A. C., MR. GAUTAM V. VARDE CONTACT STRESS ANALYSIS OF SPUR GEAR 2012, 1(4).
37. ISO.6336-3:1996, I. S. Calculation of load capacity of spur and helical gears In *Part 3: Calculation of tooth bending strength*. Switzerland, 1999.
38. ALBAN, L. E. Systematic Analysis of Gear Failures. 1990.
39. R.K.CARROLL, G. E. J. Dimensionless Solutions to the Optimal Design of Spur Gear Sets. Journal of Mechanisms, 1989, Vol. 111, 290-296.
40. F.L.LITVIN, W. T. T., C.B.TSAY, J.J.COY, R.F.HANDSCHUH. Spiral Bevel and Circular Arc Helical Gears: Tooth Contact Analysis and the Effect of Misalignment on Circular Arc Helical Gears 1985.
41. FORMELLA, A. Técnicas avanzadas de optimización 2007, 24-37.
42. J.L.PEDRERO, J. L. B. Influencia de los parámetros geométricos en el diseño de reductoras en dos etapas.

43. HUANG, H.-Z. Multiobjective Optimization of Three-Stage Spur Gear Reduction Units Using Interactive Physical Programming. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2005, 19(5), 1080-1086.
44. FAGGIONI, M., F. PELLICANO, G. BERTACCHI AND A. O. ANDRISANO. Dynamic optimization of spur gears. 2007.
45. BARBIERI, M. AND G. SCAGLIARINI. Optimization methods for spur gear dynamics. 2008.
46. SINGH, A. K. AND H. P. GANGWAR Optimization of Internal Spur Gear Design Using Genetic Algorithm. *MIT International Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 2(1), 22-30.
47. MOHAN, Y. M. AND T. SESHIAH Spur Gear Optimization By Using Genetic Algorithm. *International Journal of Engineering Research and Applications*, 2012, 2(1), 311-318.
48. CABALLERO, S. S. Optimización de transmisiones de engranajes mediante algoritmos evolutivos. In *Revista de investigación 3 ciencias*. 2013.
49. ROBERT P. TATA, P. E. Introduction to Gear Design. 2012.
50. KAPELEVICH, A. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth 1999.
51. ING O. GARCÍA PEYRANO , I. H. D. Rediseño del reductor principal del horno de la Empresa Cementos Selva Alegre. 2007.
52. NARJAD, O. *Automatic single-spindle bar-turning lathes of models 1E140, 1E125*. Edtion ed.: Stankoimport USSR, 1990.
53. PÉREZ, D. F. M. *Guia para la selección y conversión de aceros según normas GOST q otras normas internacionales*. Edtion ed. La Habana, Cuba, 1995.
54. GAZZANIGA, L. *El libro de los engranajes*. Edtion ed. Barcelona, 1966.
55. Cálculo de engranajes. In., 2013.
56. DANIEL ROBERTO HERNÁNDEZ-OCHOA, M. V.-A. Análisis del socavado en engranajes cilíndricos de perfil evolvente aplicados en mecanismos de minería. In *Ciencias de la Tierra*. Cuba, 2006, vol. 22.
57. NORTON, R. L. Design of machinery [online]. segunda edición. 2001.
58. Engranajes. In., 2013.
59. MANCHA, U. D. C.-L. Tema 8. Engranajes. In. España, 2013.
60. Engranajes paralelos de dentado oblicuo (helicidales). In.
61. RODRÍGUEZ, J. L. INFLUENCIA DE LA CORRECCIÓN EN LA LUBRICACIÓN DE LAS TRANSMISIONES POR ENGRANAJES. .
62. RODRÍGUEZ, J. L. M. Correcciones en las Transmisiones por Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos 2000.
63. DOBROVOLSKY, V. *Elementos de Máquinas*. Edtion ed. Moscú, 1970.
64. RESHETOV, D. C. D. N. *Atlas de diseño de elementos de máquinas*. Edtion ed. Ciudad de la Habana, 1982.
65. MIRAMONTES, J. J. L. Características del acabado superficial. In.
66. ALVARES, E. INGENIERÍA DE LA LUBRICACIÓN Lubricantes y Lubricación de Elementos de Máquinas. 2006.
67. D. DOWSON, G. R. H. Elastohydrodynamic Lubrication - Fundamentals of Roller and Gear Lubrication. 1996.
68. LUBRICATION:, K. Aceites lubricantes para engranajes cerrados. 2013.
69. J.W.BLAKE, H. S. C. Surface Pitting Life Model for Spur Gears. . 1990.

70. A.FUENTES, M. ESTREMS AND J.I.PEDRERO Análisis de la Tensión de Flexión en Engranajes Cilíndricos de Perfil de Evolvente 1997, 3, 169-176.
71. , 2006.
72. ANDRZEJ KAWALEC, J. W., DARIUSZ CEGLAREK Comparative Analysis of Tooth-Root Strength Using ISO and AGMA Standards in Spur and Helical Gears With FEM-based Verification. Journal of Mechanical Design, 2006, 128.
73. H.VON EIFF, K. H. H., G.LECHNER Influence of gear tooth geometry on tooth stress of external and internal gears. Journal of Mechanical Design, 1990, 112, 575.
74. AGMA. History. In., 2013.
75. REY, I. G. G. Apuntes para el cálculo de Engranajes Cilíndricos según Normas ISO del Comité Técnico 60. 1998.
76. ANSI/AGMA.908-B89. Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth. In. Alexandria, VA: American Gear Manufacturers Association, 1989.
77. LEWIS, W. Invetigation of Strenght of Gear Teeth. 1893, pp. 16-23.
78. ISO. The ISO story. In., 2013.
79. ISO. Friendship among equals. 2012.
80. JORGE CARRO-SUÁREZ, F. F.-S., IRMA FLORES-NAVA. Análisis de esfuerzo de contacto en engranes rectos aplicando el criterio de Hertz con ingeniería asistida por computadora. 2011.
81. DR. JOHN H. TANZER, J. P. S., WILLIAM L. WALTERS *Gear design, manufacturing, and inspection manual*. Edtion ed., 1990. ISBN 1-56091-006-2.
82. GOST. GOST. In., 2008.
83. GOST.21354-87. Cálculo de Transmisiones por Engranajes Cilíndricas de dientes rectos de perfil de evolvente. In. Moscú: Gosudartsviennij Standart, 1989.
84. H.H.LIN, F. B. O., D.P.TOWNSEND. Dynamic Loading of Spur Gears with Linear or Parabolic Tooth Profile Modifications. 1989.
85. SÁNCHEZ, M. P. Desarrollo e implementación de una metodología para el diseño de sistemas de control mediante algoritmos evolutivos multiobjetivo. UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA, 2006.
86. APARICIO, J. Microeconomía - Notas de clase. 2007. Available from Internet:<www.cide.edu/investigadores/aparicio/micro.html>.
87. SERVICES, L. M. Tema 4: La elección óptima del consumidor. 2010. Available from Internet:<http://merlin.fae.ua.es/iturbe/Tema4_Eleccion.ppt>.
88. CARLOS A. COELLO COELLO, D. A. V. V., GARY B. LAMONT. Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems. 2002.
89. LIO, D. D. G. Algoritmos Genéticos. 1998.
90. BENITO, A. B. Optimización con Matlab 2008.
91. MARROQUÍN, M. G. V. Modelación y Optimización Aplicada a la Simulación de Procesos y Sistemas de Manufactura. Universidad Autónoma de Nuevo León, 2007.
92. LOPEZ, J. A. Algoritmos Genéticos. In., 2000.
93. J.D.SCHAFFER. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithm. PhD. Thesis Vanderbilt University, 1984.
94. C. M.FONSECA, P. J. F. Genetic algorithms for multiobjective optimization: formulation, discussion and generalization [online]. 1993.

95. N.SRINIVAS, K. D. Multiobjective Function Optimization Using Nondominated Sorting Genetic Algorithm. 1995, vol. 2, pp. 221-248.
96. J. HORN, N. N. Multiobjective Optimization Using Niche Pareto Genetic Algorithm. University of Illinois at Urbana Champaign, 1993.
97. DEB, K. P., AMRIT. AGARWAL, SAMEER, T. MEYARIVAN, A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II 2002, 6, 182-197.
98. E.ZITZLER, L. T. Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative case Study and the Strength Pareto Approach 1999, 3, 257-271.
99. E.ZITZLER, M. L., L.THIELE. Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithms: A Comparative case Study and the Strength Pareto Approach. 2001.
100. J. D. KNOWLES, D. W. C. The Pareto Archived Evolution Strategy: A New Baseline Algorithm for Multiobjective Optimization. 1999, pp. 98-105.
101. LÓPEZ, A. H. Diseño de controladores Robustos Multiobjetivo por medio de Algoritmos Genéticos. Universidad de Valladolid, 2000.
102. PETKOVI, D. Dynamic Programming Algorithm vs. Genetic Algorithm: Which is Faster? 2011.
103. ABDULLAH KONAKA, D. W. C., ALICE E. SMITH. Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial. 2006.
104. E.GOLDBERG, D. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. 1989.
105. N.SRINIVAS, K. D. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. . Indian Institute of Technology, 1993.
106. KUMAR, A. Robust Design Methodologies: Application to Compressor Blades. 2006, pp. 23-98.

Anexos

Anexo 1

Combinación de variables de la figura 15, del Frente de Pareto de Resistencia a las Tensiones de contacto y a las tensiones de Flexión.

No	Beta	Alpha	x	be	Q	Rz	haPMin	hfPMin	RhoFPMIn	Resistencia a picadura	Resistencia a flexión
1	0.08245241	24.6721538	0.99940099	39.0173198	6.02401649	0.59930963	1.06424179	1.0008547	0.49982667	616.731232	82.1972234
2	0.08245241	24.6955913	0.99940099	39.0602885	6.02401649	0.63837213	1.12674179	1.0008547	0.49982667	628.395976	81.4790914
3	0.09194426	24.6665821	0.9993997	39.0340287	6.02683321	0.58356326	1.1342983	1.00091186	0.49981794	630.447035	81.4570908
4	0.17792265	24.7569936	0.99951219	39.0470451	6.03928937	0.55086929	1.16139983	1.00046122	0.49984669	634.922155	81.1152762
5	0.11474816	24.6554855	0.99933679	38.9976201	6.03262364	0.55107695	1.0574752	1.00079186	0.49980893	616.081766	82.4183461
6	0.14843894	24.7072994	0.9993723	39.0232087	6.03142883	0.55195757	1.05593433	1.00101852	0.49981847	615.348348	82.5071174
7	0.13530329	24.6965406	0.99941896	39.0517389	6.02881825	0.57640088	1.11294482	1.00075232	0.49984322	626.4676	81.9310718
8	0.10149957	24.6772652	0.9994629	39.0264659	6.02516976	0.572956	1.08266173	1.0009488	0.49982932	620.591663	82.1730744
9	0.1279122	24.6912803	0.99951967	39.0584591	6.03238213	0.55322765	1.11357678	1.00100734	0.49985193	626.517248	81.8967485
10	0.12419638	24.6717117	0.99945721	39.0485078	6.03157842	0.6056802	1.09829322	1.00058479	0.49982537	623.869085	82.0733109
11	0.1211077	24.6717807	0.9994169	39.0560024	6.03175176	0.56115231	1.14824149	1.00078829	0.49984814	633.052316	81.2457505
12	0.12033895	24.6747527	0.99942747	39.047764	6.03658555	0.58738535	1.14792844	1.00070879	0.49985602	633.007364	81.2526599
13	0.1686666	24.7239591	0.9995549	39.0849848	6.03682863	0.55116933	1.15711901	1.00044927	0.49985144	634.240911	81.1304325
14	0.12603659	24.6903485	0.99942717	39.0412289	6.02517665	0.57478464	1.12285595	1.00069283	0.49983737	628.369469	81.7570341
15	0.12532614	24.6836473	0.99961974	39.1313502	6.04003005	0.55053422	1.19517015	1.00071232	0.49982511	640.325092	79.8410422
16	0.10189108	24.6784073	0.99952069	39.0541154	6.03831229	0.55091494	1.17619754	1.00051829	0.49985652	637.585725	80.4320518
17	0.09852529	24.6775622	0.99948596	39.0652294	6.02846294	0.5530674	1.14067078	1.00124032	0.49984979	631.311096	81.3240617
18	0.10566034	24.6931046	0.99947282	39.0432562	6.0324418	0.55349884	1.14260777	1.00056218	0.49983498	631.69207	81.2855675
19	0.10729114	24.6569237	0.99947391	39.047888	6.03133373	0.56787575	1.15972767	1.00090728	0.4998241	635.15862	80.95364
20	0.11936736	24.7023806	0.99951732	39.0832461	6.03675006	0.55146283	1.13968397	1.00054617	0.49983332	630.918569	81.3277493

21	0.12301456	24.6921599	0.99961545	39.1209031	6.03242709	0.60507265	1.1905045	1.00068376	0.49982637	639.512867	79.9917852
22	0.12772939	24.6846098	0.99940063	39.0994286	6.03275476	0.55994817	1.10256396	1.00094443	0.4998372	624.223149	81.9747495
23	0.11250205	24.6783726	0.99950105	39.0606102	6.03830742	0.55091413	1.16640353	1.00048773	0.49984839	635.995877	80.7304446
24	0.09854284	24.6803612	0.99941867	39.0465706	6.02704653	0.57282154	1.15181454	1.00153655	0.49983003	633.392721	81.1508777
25	0.12177121	24.6838819	0.9994394	39.0834476	6.03047936	0.56210409	1.18463836	1.00071141	0.49982702	638.920269	80.2445286
26	0.09665182	24.6613371	0.99944882	39.018939	6.0252469	0.56607955	1.09174756	1.00103256	0.49982579	622.596747	82.1082627
27	0.10149957	24.6772652	0.9994629	39.0264659	6.02516976	0.572956	1.08266173	1.0009488	0.49982932	620.591663	82.1730744
28	0.12198128	24.6744389	0.99946797	39.0502261	6.03168398	0.56863853	1.16388246	1.00057594	0.49985351	635.790098	80.864465
29	0.11813801	24.6928504	0.99953785	39.0509034	6.03832925	0.55091612	1.16979587	1.00050913	0.49985705	636.513188	80.6729181
30	0.1211077	24.6717807	0.9994169	39.065768	6.00050176	0.56115231	1.15996024	1.00078829	0.49984814	635.033218	80.9572344
31	0.12250295	24.7032638	0.99942598	39.0551123	6.02805325	0.58293825	1.17015248	1.00064478	0.49984625	636.462044	80.6894971
32	0.09957934	24.6629879	0.9994424	39.0434716	6.03165364	0.60627904	1.1148021	1.00119464	0.49982342	626.892836	81.8201656

Anexo 2

Combinación de variables de la figura 16, del Frente de Pareto de Resistencia a las Tensiones de flexión y valores de la función para igualar los deslizamientos relativos y así el desgaste en ambas ruedas dentadas.

No	Beta	Alpha	x	be	Q	Rz	haPMin	hfPMin	RhoFPMIn	Valores de Corrección para igualar desgaste	Resistencia a la flexión
1	0.228967866	24.9999996	0.000303912	39.83418078	6.07266441	0.364787739	1.06228771	1.022457006	0.497532333	7.818094925	112.3565231
2	0.085722807	24.9410894	0.962437095	39.94555375	6.051214	0.362805758	1.068375562	1.000842985	0.499970114	11.14952962	81.97061362
3	0.211656698	24.99514337	0.000397756	39.86603739	6.05886586	0.362155067	1.037856048	1.021171663	0.498798679	7.818875131	111.0163913
4	0.091142434	24.92144658	0.999034701	39.94994164	6.05127614	0.361157164	1.07847505	1.00077371	0.499996913	11.28723128	80.37169542
5	0.087624973	24.95942959	0.046310109	39.93182104	6.05108823	0.361873847	1.012998199	1.004908003	0.499493953	7.974108833	105.4652082
6	0.074119415	24.95370418	0.177237127	39.92711506	6.05081191	0.36075871	1.007233013	1.005596437	0.498146859	8.410516805	103.355144
7	0.079214959	24.95238712	0.696603667	39.93276461	6.05039029	0.362420231	1.01590797	1.002262478	0.499460678	10.19271594	91.64891297
8	0.073321385	24.95652719	0.337571934	39.93097092	6.05039622	0.36092311	1.010672098	1.002208449	0.499463953	8.950537091	100.4368787
9	0.075130166	24.95655505	0.248232373	39.93259108	6.05040162	0.360365318	1.009965945	1.002521499	0.499586473	8.648515867	102.0239801
10	0.15219661	24.98146069	0.002443615	39.91350349	6.05130475	0.362140835	1.017922796	1.008935078	0.499650947	7.826951018	106.8150405
11	0.228967866	24.9999996	0.000304866	39.83418078	6.07266441	0.364787739	1.06228771	1.022457006	0.497532333	7.81809807	112.3565072
12	0.093091698	24.92573048	0.979957816	39.9491289	6.05100916	0.363038131	1.047105928	1.00192814	0.499924161	11.2163253	81.71590273
13	0.090543916	24.9703883	0.052071736	39.92846393	6.05071651	0.361220905	1.014987196	1.002617489	0.499507473	7.99209901	105.3809324
14	0.087836991	24.95075677	0.436053463	39.93644159	6.0503974	0.361742809	1.011593651	1.003322803	0.499534065	9.287134323	98.57761103
15	0.084431242	24.96378678	0.523033166	39.93181566	6.05071805	0.362332843	1.018423826	1.002840568	0.499388588	9.584946096	96.6838966
16	0.095624216	24.9492476	0.664102405	39.93953616	6.05086139	0.360866841	1.029662212	1.003104887	0.4996914	10.07867898	93.0175039
17	0.078446047	24.94436252	0.82171674	39.93726381	6.05108541	0.361117802	1.032765494	1.002153834	0.499748076	10.6390246	87.53897829
18	0.071282421	24.93694666	0.783132766	39.94012533	6.0507407	0.361861629	1.0206559	1.00464751	0.499865576	10.50205514	88.87501736
19	0.083719315	24.95557078	0.271391339	39.93173568	6.05057479	0.361687946	1.010742787	1.001743297	0.499940226	8.726681929	101.6381029
20	0.072418479	24.9526918	0.221403452	39.92849384	6.05082823	0.361595644	1.008496637	1.00571329	0.499154472	8.558712509	102.5813728
21	0.08529852	24.97430681	0.003162911	39.92333227	6.05077176	0.362136314	1.012055824	1.007872136	0.499649006	7.830018936	106.1089787

22	0.068167565	24.96268124	0.149609544	39.93352106	6.05066393	0.36006132	1.009854432	1.003205671	0.499607344	8.317219916	103.5824097
23	0.078451352	24.94264845	0.353804552	39.93052195	6.05118968	0.361423483	1.005001887	1.001549893	0.499717738	9.00731042	99.94809656
24	0.092313482	24.92606936	0.991044711	39.94816296	6.05125338	0.36240459	1.070575431	1.001183658	0.499998741	11.25703445	80.79133215
25	0.179360748	24.98507571	0.000674828	39.90941038	6.05690815	0.364885869	1.020678647	1.006355616	0.499328478	7.820765067	109.445046
26	0.077777814	24.95186006	0.765923843	39.93638347	6.05064746	0.361800642	1.017953181	1.002612329	0.498190212	10.43850496	89.54483381
27	0.072285698	24.96267134	0.64088021	39.93395007	6.05078915	0.361575062	1.012702478	1.003950359	0.499699444	9.995318499	93.29112523
28	0.089160622	24.96400859	0.935412713	39.93333512	6.05074469	0.36239854	1.039847659	1.003577895	0.499529965	11.04706664	83.62102353
29	0.078995265	24.94407604	0.681740463	39.93222112	6.05118058	0.361829357	1.009628287	1.002225899	0.499694316	10.14147441	91.97216604
30	0.091083306	24.92675768	0.670461635	39.94567216	6.05083628	0.362814758	1.036677443	1.002501942	0.499430863	10.10417535	92.92955149
31	0.081298431	24.95525868	0.195907058	39.93040098	6.05075779	0.360741501	1.004985039	1.001795956	0.499819999	8.472879517	102.7016077
32	0.17909182	24.9844474	0.002239553	39.91521538	6.05291226	0.364177009	1.01731314	1.002178435	0.499451081	7.825987905	109.108224
33	0.077075398	24.94671028	0.499368123	39.93279826	6.05077784	0.360655042	1.010115384	1.002260174	0.499664496	9.505380184	96.97671622
34	0.087828602	24.94643673	0.48332687	39.93623302	6.05110963	0.361813109	1.02161681	1.002818089	0.499884929	9.450110177	97.7117542
35	0.094856685	24.94762181	0.797769289	39.94160287	6.05115472	0.362312614	1.031381059	1.001044306	0.499735761	10.55276013	88.41175462
36	0.082929788	24.95452535	0.865767026	39.93850846	6.05093618	0.361723457	1.02813509	1.004020367	0.499769289	10.79597355	86.13603065
37	0.082907051	24.94937435	0.897494734	39.93820198	6.05112537	0.362308813	1.066819615	1.001185021	0.499897655	10.91155268	84.71858108
38	0.073236902	24.93023183	0.94671266	39.94519108	6.05111574	0.362753602	1.049870948	1.001443903	0.499922161	11.0937761	82.6236786
39	0.082971638	24.94807837	0.881707948	39.94204053	6.05115226	0.361420628	1.07483656	1.001820465	0.499811263	10.85457871	85.41994805
40	0.081035015	24.96057704	0.394260497	39.92421077	6.05091209	0.361960111	1.011323791	1.00299664	0.499674701	9.143002566	99.39436829
41	0.085195409	24.96444029	0.738729301	39.94489348	6.0508978	0.362695838	1.016528106	1.001637323	0.499840064	10.34003312	90.19892461
42	0.079809074	24.95815875	0.626581988	39.93822043	6.05113226	0.362561977	1.020550396	1.002535261	0.499480966	9.945864164	93.87075213
43	0.086378071	24.97017425	0.13682816	39.92354405	6.05076244	0.362046529	1.013538103	1.007859277	0.499497175	8.273789781	104.2043865
44	0.084711614	24.96075047	0.083132985	39.92376361	6.05076794	0.361296674	1.010137331	1.007486574	0.499790029	8.09608343	104.8528265
45	0.080623407	24.94344547	0.715500617	39.93109815	6.05059605	0.36290616	1.01653226	1.001821642	0.49992122	10.26076037	90.99471384
46	0.090260673	24.95004035	0.542109288	39.92989173	6.05125997	0.361927382	1.01112982	1.002353066	0.499891708	9.652768047	95.99574961
47	0.071972449	24.92433576	0.846566389	39.94523087	6.05069555	0.362007178	1.033928422	1.001985976	0.499885685	10.73140653	86.56302094
48	0.083056973	24.94889294	0.615839699	39.94897616	6.05074592	0.362227258	1.03046738	1.002458143	0.499893464	9.909552154	94.33511078

Anexo 3

Combinación de variables de la figura 17, del Frente de Pareto de Resistencia a las Tensiones de contacto y a la función para igualar los deslizamientos relativos y así el desgaste en ambos engranajes.

No	Beta	Alpha	x	be	Q	Rz	haPMin	hfPMin	RhoFPMIn	Resistencia a picadura	Valores de Corrección para igualar desgaste
1	0.018361161	24.99576393	0.00197734	39.92074706	6.050767258	0.598849711	1.036779818	1.26068472	0.46218783	634.4229011	7.824024859
2	0.036338698	24.9934443	0.782417223	39.9947987	6.047266263	0.552644902	1.018033077	1.361220822	0.433888561	606.3668781	10.49113762
3	0.027772623	24.99427894	0.841050462	39.98601856	6.04966661	0.503937717	1.02862691	1.270055654	0.440635152	605.899414	10.70084879
4	0.044191937	24.99429909	0.00197734	39.91952635	6.047549467	0.581033561	1.006881248	1.261478177	0.482399044	629.7486885	7.824166976
5	0.012060602	24.99896453	0.310815392	39.99617144	6.038908432	0.545045271	1.002942753	1.263093077	0.426291871	618.1398862	8.854959182
6	0.109238995	24.99462324	0.898504649	39.98643547	6.051075036	0.518825974	1.034948602	1.262761337	0.465330907	605.5999106	10.9080696
7	0.010548661	24.99820534	0.00197734	39.92685057	6.051926926	0.598849711	1.041906771	1.266666165	0.464140955	642.1271311	7.823788003
8	0.027733076	24.99339595	0.693071128	39.99153331	6.048284918	0.555664089	1.00407573	1.265367983	0.411266463	607.1061873	10.17447311
9	0.015686538	24.99304621	0.586305981	39.97919054	6.045470918	0.560489512	1.002931902	1.275517405	0.375572014	610.419699	9.800624811
10	0.032736434	24.99432054	0.099470063	39.99006102	6.048021482	0.57344251	1.003755969	1.256807293	0.457759417	625.6638416	8.146934822
11	0.027417659	24.99382638	0.752066105	39.99093737	6.049457995	0.59321576	1.013899819	1.263708139	0.40525141	606.6484035	10.38310187
12	0.081556015	24.99234048	0.858915012	39.99709483	6.05043807	0.545503356	1.028762778	1.302956704	0.45016894	605.85361	10.76541682
13	0.020121831	24.9936361	0.252134633	39.9848062	6.030319794	0.54506016	1.003973454	1.264035339	0.413778682	620.6291107	8.657536384
14	0.023045636	24.99078243	0.669319818	39.98869246	6.04801178	0.57515154	1.002496525	1.272226049	0.401486373	607.480565	10.09124801
15	0.024175555	24.99341229	0.208564948	39.97615095	6.047669029	0.576470085	1.00317986	1.254421038	0.434395369	622.0650082	8.51118771
16	0.02159954	24.99283825	0.435898934	39.99267711	6.047712063	0.578066993	1.00193484	1.26388519	0.412906916	614.4431501	9.281443834
17	0.019157546	24.99316607	0.382307638	39.98857818	6.047672693	0.556287462	1.003181949	1.275083715	0.432923568	615.8813061	9.098350609
18	0.020687743	24.99314462	0.364375157	39.99624242	6.016263936	0.581208276	1.001578916	1.271172785	0.419999143	616.1237475	9.037314859
19	0.028886112	24.99483814	0.071538149	39.97498048	6.047126415	0.578477686	1.003896961	1.261055438	0.429302409	626.5939516	8.054161135
20	0.022299626	24.99323047	0.421802208	39.99186363	6.047204868	0.577519815	1.002929165	1.268244086	0.427319951	614.9886463	9.233150854

21	0.072673961	24.99623059	0.815180903	39.99432846	6.050360655	0.559772759	1.021418389	1.285502509	0.452973766	606.2335441	10.60776837
22	0.029782788	24.9938364	0.616225978	39.98847995	6.047226464	0.566265555	1.003037674	1.258065083	0.435071358	609.5545968	9.9048282
23	0.013735659	24.99957535	0.216330501	39.99948997	6.0465233	0.578481912	1.003019706	1.302710951	0.417089745	621.4062071	8.536564295
24	0.029861564	24.99440134	0.047318557	39.96626612	6.049585586	0.586656343	1.00767145	1.260661614	0.438214076	628.0596978	7.97396954
25	0.015088146	24.9993198	0.290095975	39.97970806	6.048462371	0.573921951	1.00310242	1.282805838	0.411967942	619.0476977	8.78488263
26	0.029951136	24.99258081	0.025298916	39.93709333	6.047787375	0.582847169	1.004735235	1.268820033	0.443883217	628.4287343	7.901329415
27	0.029505983	24.99189946	0.239506912	39.97721606	6.047896648	0.576211944	1.003901935	1.260450569	0.428316942	621.23802	8.61524785
28	0.020659883	24.99372703	0.338317245	39.9853881	6.040164938	0.573863432	1.002858424	1.259913116	0.414853009	617.3861578	8.948737808
29	0.06339872	24.99232312	0.735841195	39.99393042	6.04820802	0.562986385	1.009152773	1.260950048	0.404111062	606.8253889	10.32576938
30	0.019560215	24.99205478	0.187334097	39.97964712	6.048292072	0.574657878	1.003424973	1.269428028	0.424771021	622.7473445	8.440206174
31	0.014372292	24.99281236	0.471243829	39.99193694	6.043284117	0.572708516	1.002543891	1.266875561	0.424233454	613.6047659	9.402716929
32	0.071496867	24.99370139	0.821220433	39.99745254	6.049714273	0.554686299	1.022879273	1.392117374	0.445225733	606.1065816	10.62978227
33	0.017229092	24.99341184	0.54485392	39.99557592	6.034119143	0.560899801	1.002247334	1.267052857	0.425366995	611.483361	9.656643313
34	0.031498124	24.99282277	0.647403503	39.99026696	6.048165337	0.578605574	1.003234436	1.242534654	0.395684412	608.5216868	10.01404509
35	0.014111455	24.99180397	0.118604035	39.97963743	6.048052133	0.578577755	1.003913211	1.260495492	0.44328592	624.9740095	8.210829342
36	0.026625751	24.99278218	0.172162735	39.98078357	6.047858052	0.578069354	1.002439051	1.256648726	0.427137574	623.1339843	8.389378756
37	0.041536143	24.99621849	0.716754466	39.99475607	6.024305573	0.552953764	1.007688439	1.268796271	0.424088047	606.8948812	10.25766303
38	0.02814286	24.99223688	0.566578909	39.99424696	6.039819221	0.570382521	1.002533303	1.257314518	0.421484547	611.0424466	9.73215009
39	0.020908164	24.99339677	0.355866897	39.98928335	6.041685854	0.575655207	1.002857716	1.263244048	0.41353739	616.7263402	9.008361686
40	0.021947831	24.99236428	0.644953655	39.98602755	6.048203494	0.575987993	1.003969286	1.26360861	0.427685512	608.6741632	10.0055223
41	0.027458304	24.99421371	0.770694321	39.98923387	6.049467709	0.539288349	1.016100859	1.269025459	0.405950655	606.5554621	10.44926724
42	0.029784336	24.9919572	0.057000316	39.95570789	6.047885051	0.581075912	1.004057733	1.266363732	0.441770521	627.2438456	8.006270103
43	0.035171431	24.99243949	0.136921022	39.98261977	6.04847581	0.574067932	1.004871957	1.259875613	0.443659593	624.7971768	8.271774383
44	0.015625054	24.99384603	0.664970067	39.99237847	6.038559963	0.576020287	1.002833182	1.277409737	0.417970895	607.5511991	10.07554007
45	0.026342388	24.99334923	0.513681624	39.99576834	6.025428468	0.560941838	1.00179114	1.270125334	0.420208704	612.4196294	9.548843592
46	0.036543584	24.9928778	0.487399162	39.98763742	6.047429016	0.5855292	1.002807076	1.263051163	0.421324726	613.5520624	9.458285778
47	0.010548661	24.99820534	0.00197734	39.92685057	6.051926926	0.598849711	1.041906771	1.297916165	0.464140955	642.1271311	7.823788003
48	0.109238995	24.99462324	0.898504649	39.98643547	6.051075036	0.518825974	1.034948602	1.231511337	0.48974497	605.5999106	10.9080696

