

Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Electroenergética



TRABAJO DE DIPLOMA

Incidencia de Armónicos de Tiempo en el Comportamiento del Motor

Asincrónico Trifásico

Autor: Arian Ramos Martínez

Tutores: M. Sc. Alicia Hernández Maldonado

Ing. Lucy Rovira Carralero

Santa Clara

2004

"Año del 45 aniversario del triunfo de la revolución"

Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Electroenergética



TRABAJO DE DIPLOMA

Incidencia de Armónicos de Tiempo en el Comportamiento del Motor Asíncrono Trifásico

Autor: Arian Ramos Martínez

E-mail: arian@uclv.edu.cu

Tutores: M. Sc. Alicia Hernández Maldonado

Dpto. de Electroenergética

Facultad de Ing. Eléctrica. UCLV.

E-mail: aliciah@uclv.edu.cu

Ing. Lucy Rovira Carralero

Dpto. de Electroenergética

Facultad de Ing. Eléctrica. UCLV.

E-mail: lucy@fie.uclv.edu.cu

Santa Clara

2004

"Año del 45 aniversario del triunfo de la revolución"



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Eléctrica autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Autor

Firma del Jefe de
Departamento donde se
defiende el trabajo

Firma del Responsable de
Información Científico-
Técnica

TAREA TÉCNICA

Trabajo de diploma: Título a desarrollar por el diplomante “Incidencia de los Armónicos de Tiempo en el Comportamiento del Motor Asincrónico Trifásico. ”

1. Revisión bibliográfica relacionada con la incidencia de los armónicos de tiempo sobre la operación de los motores asincrónicos trifásicos.
2. Establecer los parámetros y magnitudes que varían con los armónicos de tiempo en el circuito equivalente del motor.
3. Tomando como referencia una señal sinusoidal poner a punto el programa para la determinación de las características de comportamiento de los motores asincrónicos trifásicos.
4. Utilizar otros tipos de señales para valorar el comportamiento del motor, entre estas una onda cuadrada, una onda cuadrada asimétrica, una onda escalonada y una onda cuadrada discontinua.
5. Comparar el efecto de los diferentes armónicos de tiempo sobre el comportamiento del motor.
6. Escribir el informe del trabajo de tesis con todos los requisitos que se exigen.

Firma del diplomante

Firma de los tutores

RESUMEN

Este trabajo aborda la problemática teórica de los armónicos de tiempo que están presentes a la salida de los circuitos electrónicos convertidores y el efecto que estos causan en el motor asincrónico trifásico. Su objetivo general es a partir de los modelos matemáticos y circuitales correspondientes, desarrollar un programa en Matlab capaz de graficar la influencia de los armónicos en el motor de inducción mediante diversas características de comportamiento.

El informe consta además, de un análisis de cómo está confeccionado el programa, donde se muestran partes del algoritmo de programación implementado y las ventanas de diálogos para la confección de los distintos tipos de ondas no sinusoidales. Se presentan resultados obtenidos por el programa en forma de gráficos y tablas, que posibilitan una mejor comprensión.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. ARMÓNICOS DE TIEMPO EN EL MOTOR ASINCRÓNICO TRIFÁSICO	4
1.1 Introducción	4
1.2 Voltajes no sinusoidales de alimentación	4
1.3 Armónicos de tiempo de la fuerza magnetomotriz	5
1.4 Circuito equivalente para el análisis de los armónicos	6
1.5 Armónicos de la corriente	9
1.6 Pérdidas del motor alimentado con fuentes no sinusoidales	12
1.6.1 Pérdidas de cobre del estator	12
1.6.2 Pérdidas de cobre del rotor	13
1.6.3 Pérdidas de núcleo de los armónicos	14
1.7 Eficiencia del motor	15
1.8 Armónicos del momento	15
1.8.1 Armónicos de momento constantes	15
1.8.2 Armónicos del momento pulsante	17
1.9 Consideraciones finales del capítulo.....	18
CAPÍTULO 2. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE CÁLCULO...19	19
2.1 Introducción	19
2.2 Concepción general del programa	19
2.3 Procedimiento para la descomposición de las señales	20
2.3.1 Onda sinusoidal	21
2.3.2 Onda cuadrada simétrica	23
2.3.3 Onda cuadrada asimétrica	25
2.3.4 Onda escalonada	27
2.3.5 Onda cuadrada discontinua	30

2.4	Procedimiento para obtener las características de comportamiento	33
2.5	Procedimiento para la obtención de gráficos	40
2.6	Consideraciones finales del capítulo	43
CAPÍTULO 3. VALIDACIÓN DEL ALGORITMO DE CÁLCULO		44
3.1	Introducción	44
3.2	Características de comportamiento bajo una señal cuadrada	44
3.2.1	Incidencia del primer armónico	44
3.2.2	Incidencia del quinto armónico	47
3.2.3	Incidencia del séptimo armónico	50
3.2.4	Valoración del efecto global de los armónicos	52
3.3	Influencia de la forma de onda del voltaje en las componentes armónicas ...	53
3.3.1	Comportamiento de los primeros armónicos	54
3.3.2	Comportamiento de los quintos armónicos	57
3.3.3	Comportamiento de los séptimos armónicos	60
3.4	Consideraciones finales del capítulo	63
CONCLUSIONES		65
RECOMENDACIONES		66
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		67
BIBLIOGRAFÍA		68

INTRODUCCIÓN

Es conocido que los circuitos convertidores electrónicos presentan a su salida una forma de onda del voltaje y la corriente no sinusoidal, por lo que presentan un alto contenido de armónicos, los cuales afectan en gran medida la eficiencia y el comportamiento del motor asincrónico trifásico. Hoy día en las industrias es muy frecuente la utilización de estos circuitos convertidores electrónicos para el control de los motores asincrónicos trifásicos por lo que conocer cómo inciden estas señales sobre la operación del motor posibilita el desarrollo de alternativas para contrarrestar sus efectos.

El estudio de estos armónicos y su influencia en la operación de los motores asincrónicos trifásicos resultan de gran dificultad para los estudiantes de la carrera de Ingeniería Eléctrica, siendo uno de los temas más complicados y de menor comprensión por los estudiantes y especialistas. Esta problemática condujo a la formulación del problema de investigación: ¿cómo incidir en una mejor comprensión de los efectos de las ondas no sinusoidales de alimentación sobre el comportamiento del motor asincrónico trifásico? Para dar respuesta a este problema de investigación se lleva a cabo este trabajo de diploma que tiene como objetivo general el siguiente:

Desarrollar un programa en Matlab que posibilite determinar la influencia de armónicos de tiempo en el voltaje de alimentación, sobre el comportamiento en estado estable del motor asincrónico trifásico.

Para cumplimentar dicho objetivo general se definió un conjunto de objetivos específicos, estos son:

1. Analizar la influencia de los armónicos de tiempo sobre los parámetros del motor asincrónico trifásico
2. Establecer las señales no sinusoidales a tener en consideración para los armónicos de tiempo

3. Desarrollar un programa en Matlab que simule el comportamiento del motor asincrónico trifásico bajo la influencia de los armónicos de tiempo, posibilitando el trazado de diferentes características de operación
4. Realizar pruebas de robustez del programa para diferentes señales no sinusoidales de entrada

En general el trabajo consistió en confeccionar una aplicación en Matlab, capaz de descomponer una señal no sinusoidal en series de Fourier y aplicando el método de superposición, analizar el efecto que cada armónico ejerce sobre la operación del motor asincrónico trifásico en el estado estable.

La importancia de este trabajo radica esencialmente en la generalidad del procedimiento para la descomposición de las señales no sinusoidales posibilitando la entrada de cualquier tipo de señal lo cual puede ser de gran utilidad para el análisis de señales reales que generan los convertidores estáticos, así como en el aspecto metodológico ya que se dispone de un programa que puede utilizarse como apoyo en la enseñanza de esta temática.

Lo novedoso de este trabajo se constata en los aspectos siguientes: la concepción de procedimientos para la programación de algunas de las señales no sinusoidales, la forma en que se presentan las gráficas de las características de comportamiento que posibilitan la comparación visual para un mismo armónico con diferentes formas de ondas.

La estructuración establecida para este informe de trabajo de diploma consta de tres secciones fundamentales: la introductoria, el cuerpo del trabajo y la conclusiva. La sección introductoria abarca la tarea técnica, el resumen y la introducción del trabajo.

El cuerpo del trabajo se dividió en tres capítulos que dan respuestas a los objetivos específicos. El capítulo uno aborda toda la concepción teórica en relación con los armónicos de tiempo en las señales de alimentación, el modelo matemático y circuital que representa al motor asincrónico trifásico, así como la influencia de los armónicos en estos. En el capítulo dos se analiza todo el algoritmo de programación utilizado para la confección del programa, que incluye la interfaz de entrada de datos necesarios para la conformación de cada forma de onda de voltaje, los procedimientos para la determinación de las

características de comportamiento y la obtención de las gráficas correspondientes. Además se ilustran ejemplos de cada una de las ondas que pueden obtenerse así como la entrada de datos para estas. El capítulo tres muestra diferentes resultados obtenidos mediante el programa para dos motores diferentes, uno de poca potencia y otro de gran potencia. Se presentan características de potencia desarrollada y momento desarrollado en función de la velocidad del rotor para los primeros, quintos y séptimos armónicos de las distintas formas de ondas analizadas lo que contribuye a una mejor comprensión de la incidencia de estos. Adicionalmente se presentan un conjunto de tablas comparativas que esclarecen más aun la incidencia de los armónicos en el motor de inducción.

La sección conclusiva contiene las conclusiones, recomendaciones, las referencias bibliográficas y la bibliografía.

Para analizar la temática abordada en este trabajo se consultaron diferentes fuentes documentales lo que permitió una mejor comprensión de la temática y con ello un esclarecimiento de la estrategia a seguir. El procedimiento para las características de comportamiento se desarrolla tomando como referencia el presentado en el texto *An Introduction To Electrical Machines and Transformers* de *George Mc Pherson*. La modelación circuital para los armónicos superiores se efectúa a partir de lo planteado en *Power Electronic Control of AC Motors* de *Murphy J. M. D.* Otros aspectos se toman de diversos artículos y textos que aparecen referenciados en el cuerpo del trabajo.

CAPÍTULO 1. ARMÓNICOS DE TIEMPO EN EL MOTOR ASINCRÓNICO TRIFÁSICO

1.1 Introducción

La mayoría de los circuitos convertidores electrónicos utilizados en el control de velocidad de las máquinas asincrónicas trifásicas poseen a la salida una forma de onda de voltaje y corriente no sinusoidal [1] y por tanto, provista de una gran cantidad de armónicos de tiempo, que al introducirse en el motor pueden afectar el comportamiento del mismo en los distintos regímenes de trabajo. En este capítulo, se analizará teóricamente el funcionamiento del motor alimentado con fuentes no sinusoidales y comparadas con la operación normal cuando es alimentado con una onda sinusoidal.

1.2 Voltajes no sinusoidales de alimentación

La onda de voltaje de alimentación no sinusoidal en el estator de la máquina se puede descomponer en la componente fundamental y los demás armónicos por series de Fourier. Para una forma de onda simétrica (ejemplo: una onda cuadrada o una onda escalonada), solamente los armónicos impares estarán presentes. Los armónicos de orden triple, que sus tres fases están en fase, no inducen corrientes en el rotor en las conexiones: delta y estrella sin neutro. La serie de Fourier de los voltajes de fase para los armónicos de orden superior es:

$$v_a = V_1 \text{sen}(\omega \cdot t) + V_5 \text{sen}(5\omega \cdot t) + V_7 \text{sen}(7\omega \cdot t) + \dots \quad (1.1)$$

$$v_b = V_1 \text{sen}(\omega \cdot t - 120) + V_5 \text{sen}5(\omega \cdot t - 120) + V_7 \text{sen}7(\omega \cdot t - 120) + \dots \quad (1.2)$$

$$v_c = V_1 \text{sen}(\omega \cdot t + 120) + V_5 \text{sen}5(\omega \cdot t + 120) + V_7 \text{sen}7(\omega \cdot t + 120) + \dots \quad (1.3)$$

Donde:

V_1 es el voltaje pico máximo del armónico fundamental.

V_5 es el voltaje pico máximo del quinto armónico.

V_7 es el voltaje pico máximo del séptimo armónico.

ω es la frecuencia angular de la onda ($2 \cdot \pi \cdot f$).

Las ecuaciones (1.2) y (1.3) pueden ser simplificadas de la forma siguiente:

$$v_b = V_1 \text{sen}(\omega \cdot t - 120) + V_5 \text{sen}(5\omega \cdot t + 120) + V_7 \text{sen}(7\omega \cdot t - 120) + \dots$$

(1.4)

$$v_c = V_1 \text{sen}(\omega \cdot t + 120) + V_5 \text{sen}(5\omega \cdot t - 120) + V_7 \text{sen}(7\omega \cdot t + 120) + \dots$$

(1.5)

Si la saturación magnética del núcleo es despreciada, el motor puede ser considerado como un dispositivo lineal, y el principio de superposición puede ser aplicado [3]. Esto significa que el comportamiento del motor puede ser analizado independientemente para la componente fundamental y para cada término de los armónicos. El comportamiento total del motor alimentado por una fuente no sinusoidal se obtiene sumando las respuestas obtenidas por cada armónico individualmente. Así, si el motor se alimenta con un voltaje no sinusoidal, la corriente y el momento resultante del motor están dados por la suma de la contribución de la corriente y del momento de cada armónico de la forma de onda de alimentación.

1.3 Armónicos de tiempo de la fuerza magnetomotriz

Los armónicos de tiempo de la fuerza magnetomotriz (fmm) son producidos por los armónicos de la corriente en las bobinas de la fase. Asumiendo, por ejemplo, que la corriente de fase presenta componente del quinto armónico, por lo tanto, cada fase establece una forma de onda de la fuerza magnetomotriz que tiene la misma distribución espacial que el armónico fundamental pero que pulsa a cinco veces la frecuencia fundamental. El quinto armónico de la fuerza magnetomotriz para una fase está dada por:

$$f_1 = \hat{F}_5 \cos \theta \sin 5\omega \cdot t$$

(1.6)

Donde \hat{F}_5 es la amplitud máxima de la fmm del quinto armónico y θ es el ángulo de desplazamiento espacial en grados eléctricos. De manera similar, para las demás fases:

$$f_2 = \hat{F}_5 \cos(\theta - 2\pi/3) \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3) \quad (1.7)$$

y

$$f_3 = \hat{F}_5 \cos(\theta - 4\pi/3) \sin(\omega \cdot t - 4\pi/3) \quad (1.8)$$

La fmm resultante es obtenida sumando la contribución de la fmm de las tres fases. Así:

$$f = \frac{3}{2} \hat{F}_5 \sin(5\omega \cdot t + \theta)$$

(1.9)

Este resultado confirma que el quinto armónico de la corriente induce una fmm rotatoria. La velocidad de rotación está dada por $d\theta/dt = -5\omega$, que significa que la onda está girando a cinco veces la velocidad sincrónica en la dirección opuesta a la fmm fundamental.

Semejantemente, puede ser demostrado que el séptimo armónico induce una fmm cuya onda rota a siete veces la velocidad sincrónica en la misma dirección que el campo fundamental. En general, los armónicos del orden $k = (3n - 1)$, donde $n = 1, 2, 3, \dots$, inducen un campo rotatorio que gira en sentido opuesto al fundamental a una velocidad k veces la velocidad sincrónica, mientras que los armónicos del orden $k = (3n + 1)$ inducen campos rotatorios que giran en el mismo sentido que el fundamental a una velocidad k veces la velocidad sincrónica [3].

1.4 Circuito equivalente para el análisis de los armónicos

El circuito equivalente convencional del motor de inducción de la figura 1.1 [2] (a) puede ser reemplazado por uno más general, figura 1.1 (b), que tiene en cuenta la influencia de los armónicos de tiempo [3].

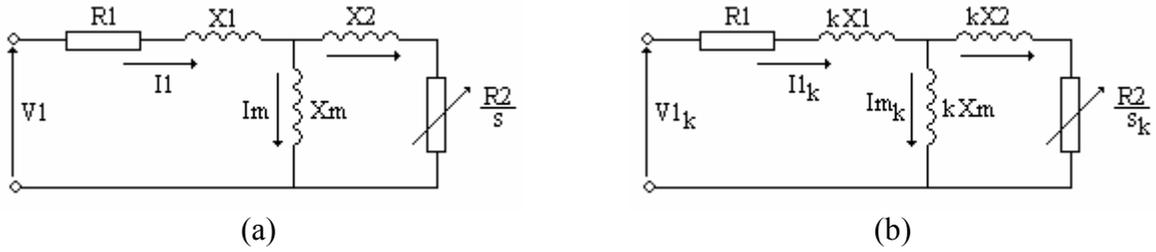


Figura 1.1. Circuito equivalente por fase del motor asincrónico trifásico (a) para el armónico fundamental solamente, (b) bajo la influencia de los armónicos de tiempo.

Como se sabe, X_1 y X_2 son la reactancia de dispersión del estator y del rotor respectivamente para la frecuencia fundamental de la fuente, X_m es la reactancia de magnetización correspondiente y k denota el orden del armónico. El resbalamiento del rotor con respecto al campo rotatorio fundamental, que habitualmente se denota por s , en lo adelante será denotado por s_1 , para distinguirlo claramente del resbalamiento de los demás armónicos. Por lo tanto:

$$s_1 = \frac{n_1 - n}{n_1} \tag{1.10}$$

Donde n_1 es la velocidad sincrónico del campo rotatorio fundamental, y n es la velocidad real del rotor.

Entonces los armónicos de orden k de la corriente de fase inducen armónicos de tiempo de orden k de la fmm que giran a favor o en contra del campo fundamental a una velocidad k veces la velocidad, kn_1 . El resbalamiento del rotor para un armónico del orden $k = (3n + 1)$ que gira en el mismo sentido que el fundamental es:

$$s_k = \frac{kn_1 - n}{kn_1} \tag{1.11}$$

y para los armónicos del orden $k = (3n - 1)$ que giran en sentido opuesto al fundamental:

$$s_k = \frac{kn_1 + n}{kn_1} \tag{1.12}$$

En general:

$$s_k = \frac{kn_1 \mp n}{kn_1} \quad (1.13)$$

Donde el signo negativo es válido para los armónicos de secuencia positiva y el signo positivo se aplica para los armónicos de secuencia negativa.

El resbalamiento para cada armónico, s_k , expresado en términos de s_1 es:

$$s_k = \frac{(k \mp 1) \pm s_1}{k} \quad (1.14)$$

El resbalamiento fundamental, s_1 , se substituye por el resbalamiento del armónico de orden k que se desee analizar, s_k , y todas las reactancias inductivas son multiplicadas por el factor k . Las resistencias del estator y del rotor aumentan también debido al efecto *skin* (pelicular), producido por la frecuencia de los armónicos.

Puede ser verificado por medio de la ecuación 1.14 que cuando el motor está operando normalmente existe una pequeña variación en s_k . Si la velocidad del motor varía de la sincrónica hasta cero, el resbalamiento fundamental, s_1 , varía de cero a uno, pero el resbalamiento del quinto armónico, s_5 , varía solamente de 1.2 a 1. La variación correspondiente al resbalamiento del séptimo armónico, s_7 , es de 0.857 a 1, y para un armónico más alto, s_k es prácticamente cercano a la unidad. El circuito equivalente del motor de inducción para armónicos de la figura 1.1 (b) puede ser simplificado como se muestra en la figura 1.2 (a) quitando las resistencias. Esto se justifica por el hecho de que el aumento lineal de las reactancias con la frecuencia es mucho mayor, que el aumento de las resistencias del rotor y del estator con la frecuencia debido al efecto *skin* [3]. Puesto que s_k es aproximadamente igual a la unidad para los armónicos superiores, las resistencias del circuito son despreciables en comparación con las reactancias a la frecuencia de los distintos armónicos. La figura 1.2 (a) puede ser simplificada, como se muestra en la figura 1.2 (b); esto se debe a que la reactancia de magnetización es mucho mayor que la reactancia de dispersión del rotor y puede ser omitida [3]. La impedancia del motor para los armónicos de la corriente son aproximadamente $k(X_1 + X_2)$ donde X_1 y X_2 son las reactancias de dispersión del estator y del rotor a la frecuencia fundamental.

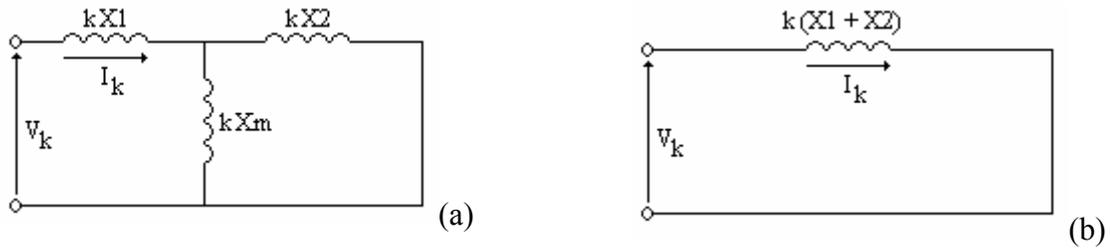


Figura 1.2 Circuito equivalente aproximado: (a) despreciando las resistencias del rotor y del estator, (b) despreciando la reactancia de magnetización.

Como se analizó anteriormente existen armónicos cuyos campos rotan en el mismo sentido que el campo del armónico fundamental, estos serán llamados armónicos de secuencia positiva; otros armónicos cuyos campos rotan en sentido contrario al fundamental serán llamados armónicos de secuencia negativa y aquellos armónicos cuyas corrientes no inducen campos rotatorios por estar sus tres fases en fase serán llamados armónicos de secuencia cero.

Los armónicos de la corriente del estator de secuencia cero están en fase con respecto al tiempo, y por lo tanto no inducen campo rotatorio fundamental en el entrehierro. Sin embargo, los armónicos de secuencia cero establecen pequeños armónicos pulsantes de la fmm en el entrehierro, y cada onda pulsante puede descomponerse en una onda viajera que gira en el sentido de las manecillas del reloj y otra que gira en sentido contrario a las manecillas del reloj; tal como se analiza en el motor de inducción monofásico. Estas ondas de flujo hacen que circule corriente por el rotor debido a esos armónicos de magnitudes desiguales, y por lo tanto la presencia de las corrientes de secuencia cero en el estator puede tener cierto efecto en el momento del motor.

La reactancia presente en el flujo de secuencia cero del armónico de orden k es kX_0 , donde X_0 es la reactancia de secuencia cero del estator a la frecuencia fundamental [3]. Si X_0 es pequeña y el voltaje aplicado tiene una componente de secuencia cero grande, la corriente resultante de secuencia cero causa pérdidas de cobre cuya magnitud es apreciable y reduce significativamente la eficiencia del motor. Como se conoce, la corriente de secuencia cero puede fluir solamente en un motor en estrella con neutro entre la carga y la fuente; o sea, que exista una trayectoria de retorno para la corrientes de fase de secuencia cero. En la práctica, la mayoría de los circuitos inversores no genera voltaje de secuencia cero, pero si

estos están presentes, difícilmente pueden manifestarse por la inexistencia de conexión física con el neutro.

Para analizar la operación del motor a muy baja frecuencia de alimentación el circuito equivalente de los armónicos aproximado de la figura 1.1 (b) puede no ser válido, porque la resistencia del enrollado puede ser un factor significativo para los armónicos de baja frecuencia. Las simplificaciones empleadas se justifican, generalmente, si la frecuencia fundamental de alimentación excede los 10 Hz.

1.5 Armónicos de la corriente

Puesto que s_k es cercana a la unidad para los armónicos de orden superior a cualquier valor de la velocidad del motor, desde cero hasta la velocidad sincrónica, el circuito equivalente de la figura 1.1 (b) es prácticamente independiente de la velocidad del motor, y esto es acentuado por el circuito aproximado que se deriva de él. Cuando el motor de CA es alimentado por un circuito inversor con una forma de onda específica a su salida y con una frecuencia particular, los armónicos de la corriente se mantienen prácticamente constantes para cualquier condición de operación del motor, desde la condición de vacío hasta plena carga. La corriente fundamental del estator es determinada por la carga del motor y, como resultado, los armónicos de la corriente en el motor son considerablemente mayores para la operación en vacío que para la condición de plena carga. Este mayor contenido de armónicos puede causar un aumento significativo de las pérdidas en la operación sin carga de la máquina comparada con la operación normal con una onda sinusoidal. Sin embargo, como se analizará más adelante, la eficiencia de la máquina a plena carga no se reduce excesivamente.

El circuito equivalente aproximado de la figura 1.2 (b) es similar al usado para realizar los cálculos a rotor bloqueado con una onda sinusoidal en un motor de inducción, cuando la corriente del motor también es limitada por la reactancia de dispersión ($X_1 + X_2$). El comportamiento del motor en vacío alimentado con una onda sinusoidal es, por lo tanto, una medida de su funcionamiento para los diferentes armónicos. Si el motor posee una corriente de arranque alta, también tiene armónicos de la corriente de arranque altos para

fuentes no sinusoidales de alimentación. Si el motor tiene una reactancia de dispersión muy baja, debe ser utilizado con precaución para voltajes no sinusoidales, porque las componentes armónicas de la corriente pueden recalentar el motor.

Si V_k denota el armónico de orden k del voltaje de la fuente, el armónico de la corriente correspondiente del estator es $I_k = V_k/Z_k$, donde Z_k es la impedancia de entrada para el armónico de orden k . Para armónicos de secuencia positiva y negativa, el circuito aproximado de la figura 1.2 (b) es válido, y $Z_k = k(X_1 + X_2)$. Así:

$$I_k = \frac{V_k}{k(X_1 + X_2)} \quad (1.15)$$

Para armónicos de secuencia cero, $Z_k = kX_0$, y:

$$I_k = \frac{V_k}{kX_0} \quad (1.16)$$

Estas fórmulas permiten la rápida evaluación de los armónicos de la corriente debido a una forma de onda no sinusoidal de voltaje conociendo la amplitud de sus armónicos. Generalmente, no hay armónicos de secuencia cero, y por lo tanto la corriente rms total producida por los armónicos está dada por:

$$\begin{aligned} I_{arm} &= \sqrt{I_5^2 + I_7^2 + I_{11}^2 + I_{13}^2 + \dots + I_k^2 + \dots} \\ &= \sqrt{\sum_{k \neq 1} I_k^2} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Si I_1 es la corriente fundamental rms del motor, la corriente rms total del estator, incluyendo el armónico fundamental, es:

$$\begin{aligned} I_{rms} &= \sqrt{I_1^2 + I_5^2 + I_7^2 + I_{11}^2 + I_{13}^2 + \dots + I_k^2 + \dots} \\ &= \sqrt{I_1^2 + I_{arm}^2} \end{aligned} \quad (1.18)$$

Para una forma de onda de voltaje dada, el contenido relativo de armónico de la corriente del estator tiene una estrecha relación con la reactancia de dispersión del motor. Es conveniente expresar la corriente del motor y la reactancia de dispersión en por unidad (pu): es decir, los valores reales de la corriente y de la reactancia se expresan como fracción de ciertos valores bases. La corriente base es la corriente a plena carga para una onda sinusoidal, I_{FL} , y la reactancia base $X_{base} = V_R / I_{FL}$, donde V_R es el voltaje de fase para

una onda sinusoidal. Así, la reactancia de dispersión en por unidad del motor a la frecuencia fundamental f_1 , es:

$$X_{pu} = \frac{(X_1 + X_2)}{X_{base}} = (X_1 + X_2) \frac{I_{FL}}{V_R} \quad (1.19)$$

$$X_{pu} = \frac{I_{FL}}{I_s} \text{sen}\Phi_s$$

(1.20)

Donde I_s , es la corriente fundamental del motor en vacío y Φ_s , es el ángulo correspondiente del factor de potencia.

Combinando las ecuaciones 1.15 y 1.19, los armónicos de orden k de la corriente se puede expresar en por unidad como una fracción de la corriente a plena carga. Así:

$$I_k = \frac{V_k}{kV_{pu}} \quad (1.21)$$

Donde V_k es ahora, el voltaje en por unidad del armónico de orden k cuya base es el voltaje de la onda sinusoidal del motor.

Para la operación a frecuencia nominal, X_{pu} es la reactancia de dispersión en por unidad del motor, pero esta reactancia varía linealmente con la frecuencia. Es conveniente conservar X_{pu} como la reactancia en por unidad a la frecuencia base, f_r , y tomar en cuenta la dependencia de la frecuencia con la reactancia de dispersión por medio de un factor que se multiplica, f_1 , que es la frecuencia fundamental en por unidad. El armónico de orden k de la corriente en por-unidad a la frecuencia fundamental, f_1 , está dada por:

$$I_k = \frac{V_k}{k \cdot f_1 \cdot X_{pu}} \quad (1.22)$$

1.6 Pérdidas del motor alimentado con fuentes no sinusoidales

Las pérdidas producidas por los armónicos de la corriente, tienen una gran influencia en la eficiencia de los motores asincrónicos trifásicos. Mientras más contenido armónico tenga la forma de onda de voltaje no sinusoidal, mayor magnitud tendrán los armónicos de la corriente por lo que las pérdidas de cobre en el rotor y el estator de la máquina serán mayores y la eficiencia del motor se reducirá.

1.6.1 Pérdidas de cobre del estator

La presencia de los armónicos de la corriente en las bobinas del estator causa un incremento en las pérdidas. Cuando se desprecia el efecto *skin*, las pérdidas de cobre del estator para una fuente no sinusoidal es proporcional al cuadrado de la corriente rms total. Si m_1 es el número de fase del estator y R_1 es la resistencia del estator por fase, las pérdidas totales de cobre del estator son:

$$P_{cu1} = m_1 \cdot I_{rms}^2 \cdot R_1 \quad (1.23)$$

Sustituyendo por I_{rms} de la ecuación 1.19 se obtiene como resultado:

$$P_{cu1} = m_1 (I_1^2 + I_{arm}^2) R_1 \quad (1.24)$$

Donde el segundo término representa las pérdidas de cobre para los diferentes armónicos.

Se ha comprobado experimentalmente que la presencia de los armónicos de la corriente también aumenta la componente del primer armónico levemente, I_1 , debido al incremento de la corriente de magnetización.

1.6.2 Pérdidas de cobre del rotor

Asumir que la resistencia de las bobinas del estator de la máquina permanece constante a las frecuencias de los armónicos es razonable. Para el motor de CA hay un aumento de la resistencia del estator con la frecuencia que depende de la forma, del tamaño, y de la disposición de los conductores en el estator. Sin embargo, el efecto *skin* es mucho más apreciable en el rotor de jaula, que exhibe un aumento significativo en la resistencia bajo la frecuencia de los armónicos, particularmente en rotores de barras profundas. En motores sincrónicos y asincrónicos, el quinto armónico de la fmm rota en sentido contrario al de la fmm fundamental y la fmm del séptimo armónico rota en la misma dirección e inducen armónicos de la corriente en el rotor de frecuencia seis veces la fundamental es decir, 360 Hz en caso de que de una fuente de 60 Hz. Similarmente, el undécimo y decimotercer armónico inducen corriente en el rotor de frecuencia 12 veces la frecuencia fundamental, o

720 Hz. A estas frecuencias, la resistencia del rotor es mucho mayor que a valores de corriente directa. El aumento real depende de la forma geométrica de la sección transversal del conductor y de la ranura del rotor. Existen curvas que dan el factor en el cual la resistencia es aumentada.

Puesto que la resistencia del rotor es una función de la frecuencia de los armónicos, las pérdidas de cobre del rotor se calculan independientemente para cada armónico. En general, para el armónico de orden k , las pérdidas de cobre del rotor son:

$$P_{cu2} = m_1 (I_{2k})^2 R_{2k} \quad (1.25)$$

Donde I_{2k} es la corriente del rotor para el armónico de orden k , y R_{2k} es la resistencia correspondiente del rotor, corregida para el efecto *skin*.

Puede también ser apropiado utilizar un valor reducido de la reactancia en por unidad porque la inductancia de dispersión del rotor se reduce perceptiblemente como resultado del efecto *skin*. La inductancia total de dispersión del motor para armónicos de altas frecuencias es típicamente 80 o 90 por ciento de su valor a la frecuencia fundamental. Las pérdidas de cobre total producidas por los armónicos se obtienen sumando la contribución de cada armónico por separado. En muchos motores de inducción, las pérdidas adicionales de cobre del rotor debido a los armónicos de la corriente es la causa principal de la reducción de la eficiencia de los motores alimentados con fuentes no sinusoidales.

1.6.3 Pérdidas de núcleo de los armónicos

Las pérdidas de núcleo en las máquinas también aumentan con la presencia de los armónicos en el voltaje de suministro y en la corriente. Según se ha explicado anteriormente, los armónicos de tiempo de la fmm son establecidos en el entrehierro por cada armónico de la corriente del estator. Estos armónicos de tiempo de la fmm tienen el mismo número de polos que el campo fundamental, pero rotan en su misma dirección o en sentido contrario a un múltiplo de la velocidad sincrónica. Sin embargo, los armónicos de tiempo del flujo del entrehierro resultante son pequeños.

Como se mostró anteriormente, los armónicos de tiempo del flujo del entrehierro son normalmente insignificantes, indicando que los armónicos de la fmm del estator y del rotor

se neutralizan casi totalmente el uno al otro. Sin embargo, hay un efecto en el rotor de los motores de inducción de jaula en los cuales la ranura del rotor se inclina con respecto a la ranura del estator. Esta construcción da lugar a una fase angular diferente a lo largo de la longitud del núcleo entre los valores máximos del estator y la fmm del rotor. Si las fmm del entrehierro de los conductores del estator y del rotor se balancean el uno al otro a lo largo de la longitud del núcleo, hay una fmm radial resultante en el entrehierro que se mueve axialmente en cualquier dirección. Esta inclinación de la fmm, que es más grande en los extremos del núcleo, establece un flujo disperso oblicuo en el entrehierro que produce pérdidas de núcleo en las laminaciones del estator y del rotor. Para la corriente del armónico fundamental, las pérdidas de núcleo son pequeñas, porque el flujo oblicuo cambia con la frecuencia fundamental en el núcleo del estator y con el resbalamiento en el núcleo del rotor [3]. Para los armónicos de la corriente, sin embargo, los cambios producidos por el flujo de dispersión oblicuo con la frecuencia de los armónicos en el núcleo del estator y del rotor, y las pérdidas asociadas a este efecto pueden ser substanciales. Las pérdidas de núcleo producidas por los armónicos de tiempo pueden acercarse o aún exceder a las pérdidas de cobre producidas por estos armónicos en el motor.

1.7 Eficiencia del motor

La magnitud de las pérdidas producidas por los armónicos depende obviamente del contenido armónico del voltaje de suministro y de la corriente del motor. Armónicos de voltaje de amplitudes altas y bajas frecuencias causan aumentos perceptibles en las pérdidas de la máquina y reduce la eficiencia. Sin embargo, la mayoría de los inversores electrónicos no generan armónicos de un orden menor que el quinto, y los armónicos de orden superior de la corriente tienen generalmente amplitudes pequeñas. Para tales formas de onda, la reducción de la eficacia a plena carga del motor no es excesiva.

Si se desprecia el efecto *skin*, las pérdidas de cobre del motor son proporcional al cuadrado de la corriente rms total, y las pérdidas de cobre producidas por los armónicos es aproximadamente un nueve por ciento de las pérdidas de cobre fundamentales.

1.8 Armónicos del momento

La presencia de los armónicos de tiempo de la fmm en el entrehierro es la causante de que aparezcan armónicos de momento en el motor. Este momento puede ser de dos tipos: armónicos de momento constantes y armónicos de momento pulsantes.

1.8.1 Armónicos de momento constantes

El momento constante es desarrollado por la reacción de los armónicos del flujo en el entrehierro con los armónicos de la fmm del rotor, o las corrientes, del mismo orden. Sin embargo, estos armónicos de momento constante, que son una fracción muy pequeña del momento principal, tienen un efecto insignificante en la operación del motor. Esto puede ser verificado calculando la contribución del momento del circuito equivalente para armónicos, figura 1.1 (a), donde el momento fundamental se calcula por el circuito equivalente fundamental. Así, el momento fundamental está dado por la ecuación:

$$M_1 = \frac{p \cdot m_1}{2\pi \cdot f_1} (I_2)^2 \frac{R_2}{s_1} \quad (1.26)$$

Donde:

p es el número de polos del motor de inducción.

m_1 es el número de fases del motor de inducción.

De manera similar, la contribución de los armónicos de momento de orden k , M_k , se puede calcular del circuito equivalente de la figura 1.1 (b), dado por:

$$M_k = \pm \frac{p \cdot m_1}{2\pi \cdot k \cdot f_1} (I_{2k})^2 \frac{R_{2k}}{s_k} \quad (1.27)$$

Donde el signo positivo se corresponde con la secuencia positiva y es para los armónicos de momento que están en la misma dirección que el fundamental, y el signo negativo es para la secuencia negativa y es para los momentos que se oponen al fundamental.

El resbalamiento fundamental, s_1 , es pequeño para la operación normal a plena carga del motor de inducción, y por lo tanto, la ecuación 1.14 para el resbalamiento de los armónicos se convierte en:

$$s_k = \frac{k \mp 1}{k} \quad (1.28)$$

Sustituyendo en la ecuación 1.27, queda:

$$M_k = \pm \frac{p \cdot m_1}{2\pi \cdot f_1} (I_{2k})^2 \frac{R_{2k}}{k \mp 1} \quad (1.29)$$

El armónico de orden k del momento, expresado como fracción del momento fundamental, es:

$$\frac{M_k}{M_1} = \pm \left[\frac{I_{2k}}{I_2} \right]^2 \left[\frac{R_{2k}}{R_2} \right] \left[\frac{s_1}{k \mp 1} \right] \quad (1.30)$$

Si el motor funciona con carga nominal, entonces la corriente por el rotor, I_2 , se acerca a la corriente nominal, e (I_{2k} / I_2) es aproximadamente igual al armónico de orden k de la corriente en por unidad, I_k , según lo dado por la ecuación 1.22. Substituyendo esta expresión en la ecuación 1.26 queda la ecuación general:

$$\frac{M_k}{M_1} = \pm \left[\frac{V_k}{k \cdot f_1 \cdot X_{pu}} \right]^2 \left[\frac{R_{2k}}{R_2} \right] \left[\frac{s_1}{k \mp 1} \right] \quad (1.31)$$

Analizando esta ecuación con valores tomados de diferentes motores, se demuestra que esta relación está cercana a cero, lo que quiere decir que el momento desarrollado por los armónicos superiores es una fracción muy pequeña del momento desarrollado por el armónico fundamental. Esto puede ser analizado más adelante, en el capítulo tres.

1.8.2 Armónicos del momento pulsante

Como se analizó anteriormente, la componente constante del momento es producto de la reacción de cada armónico de la fmm del rotor con los armónicos del flujo del entrehierro del mismo orden. Las componentes de momento pulsante son producidas por la reacción de los armónicos de la fmm del rotor con los armónicos del flujo rotatorio de diferente orden. Como se demostró anteriormente, los armónicos del flujo del entrehierro son pequeños, y el

momento pulsante dominante aparece producto de la interacción entre los armónicos de la corriente del rotor, o las fmm, y el flujo rotatorio fundamental. El quinto armónico de la corriente del estator, por ejemplo, presenta una secuencia negativa y produce una fmm que rota a cinco veces la velocidad sincrónica en la dirección opuesta al campo fundamental. La corriente del rotor inducida por el armónico de tiempo de la fmm reacciona con el campo rotatorio fundamental para producir un momento pulsante a seis veces la frecuencia fundamental, porque la velocidad relativa de la onda de la fmm del rotor y del campo fundamental del entrehierro es seis veces la velocidad sincrónica.

El séptimo armónico de la corriente del estator también produce un momento pulsante a seis veces la frecuencia fundamental. El séptimo armónico tiene secuencia de fase positiva y por lo tanto produce armónicos de tiempo del campo que rotan a siete veces la velocidad sincrónica en la misma dirección que el campo fundamental. La velocidad relativa del campo principal del entrehierro y de los armónicos de la fmm del rotor es también seis veces la velocidad sincrónica, y los dos momentos pulsantes a seis veces la frecuencia fundamental se combinan para producir una fluctuación en el momento electromagnético desarrollado por el motor. Similarmente, los undécimos y decimoterceros armónicos producen un armónico pulsante de orden doce.

1.9 Consideraciones finales del capítulo

El mayor problema causado por los armónicos de tiempo en el motor asincrónico trifásico es la eficiencia. Debido a la presencia de armónicos de las corrientes circulando por los devanados del rotor y del estator de la máquina y a la alta frecuencia de estas que hacen apreciables el efecto *skin* en las resistencias del motor, elevando sus valores, las pérdidas de la misma son incrementadas considerablemente, además hay que tener en cuenta también las pérdidas de núcleo debido a la presencia de estos armónicos de la corriente, que como se vio anteriormente, pueden incluso superar a las pérdidas de cobre producidas por estos mismos armónicos.

El momento desarrollado por los armónicos de orden superior es una fracción pequeña del momento desarrollado por la componente fundamental, y por lo tanto no tienen tanta incidencia en el funcionamiento del motor.

CAPÍTULO 2. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE CÁLCULO

2.1 Introducción

La determinación de las características de comportamiento del motor asincrónico trifásico teniendo en cuenta los armónicos superiores de tiempo es un procedimiento complejo que requiere de soporte computacional.

Matlab es un programa para realizar cálculos numéricos con vectores y matrices. Como caso particular puede trabajar también con números escalares, tanto reales como complejos. Una de las capacidades más atractivas es la de realizar una amplia variedad de gráficos en dos y tres dimensiones. Matlab tiene también un lenguaje propio de programación.

El Matlab como herramienta de cálculo potente ofrece muchas facilidades para la descomposición en series de Fourier de señales no sinusoidales, así como para la confección de gráficos. Para la implementación de este trabajo, se necesitaba un programa capaz de realizar cálculos matemáticos complicados como por ejemplo hacer la descomposición en series de Fourier de señales no sinusoidales y cálculos con números complejos, por estas razones se escogió el Matlab.

2.2 Concepción general del programa

La figura 2.1 muestra un diagrama de bloques general con la secuencia lógica para la confección del programa. Primeramente, hay un módulo en el cual el usuario da entrada a los datos, tanto del motor como los necesarios para confeccionar las diferentes formas de ondas de voltaje no sinusoidales; el segundo módulo se encarga de obtener las formas de ondas de voltaje no sinusoidales con los datos ofrecidos por el usuario; el módulo siguiente descompone en series de Fourier las formas de ondas obtenidas en la etapa anterior; el cuarto módulo del programa obtiene las características de comportamiento del motor asincrónico trifásico mediante el método de superposición y la etapa final o último módulo grafica las características obtenidas.

La entrada de datos, por parte del usuario, se logra a través de ventanas de diálogos en las cuales se piden todos los parámetros necesarios para la confección de las distintas formas de ondas, así como los datos de chapa del motor y los valores del circuito equivalente.

Los cálculos que se realizan para obtener las características de comportamiento del motor de inducción se efectúan a través del circuito equivalente que considera las pérdidas rotacionales en el rotor mediante la aplicación del método de la superposición, o sea realizando los cálculos para cada uno de los armónicos por separados.

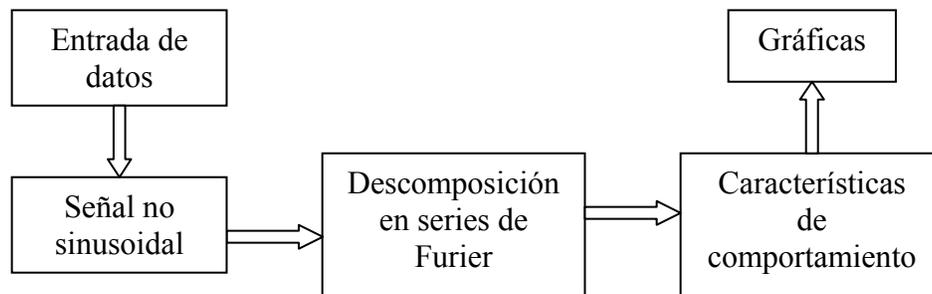


Figura 2.1 Diagrama de bloques del procedimiento seguido.

2.3 Procedimiento para la descomposición de las señales

Para la descomposición en series de Fourier el Matlab posee una función capaz de realizar la descomposición de cualquier señal, esta función es *fft* (*fast furier transformer*). Esta función devuelve sus resultados en números complejos, como nuestro propósito es trabajar con la amplitud de los diferentes armónicos hay que hallarle el valor absoluto a los valores que devuelve la función, este resultado obtenido se guarda en un vector. Para saber la amplitud de cada armónico es necesario conocer primero un grupo de características o datos de la onda que se desea descomponer como son: el número de veces que se muestreó esta y la cantidad de ciclos que esta presenta.

Para este trabajo se desarrollaron algoritmos para la descomposición de las diferentes señales no sinusoidales, los cuales se describen seguidamente.

2.3.1 Onda sinusoidal

Esta es la onda más sencilla, de lo analizado en este trabajo este tipo de onda no presenta ninguna componente de armónicos superiores de tiempo, solamente la fundamental, por lo que su descomposición en series de Fourier es innecesaria.

La entrada de datos se realiza mediante la ventana que se muestra en la figura 2.2, donde el usuario puede establecer la amplitud y la frecuencia de la onda. Los botones que aparecen debajo del cuadro de dialogo de dicha figura realizan las funciones siguientes:

- Graficar: Este botón posibilita obtener la gráfica de la onda sinusoidal con las características definidas por el usuario.
- Aceptar: Con esta acción se le transfieren al programa los datos necesarios para calcular las características de comportamiento del motor cuando es alimentado por dicha onda.
- Cancelar: Cancela la forma de onda.

En la figura 2.3 se muestra un ejemplo de una onda de amplitud 220 V de valor rms y una frecuencia de 60 Hz.

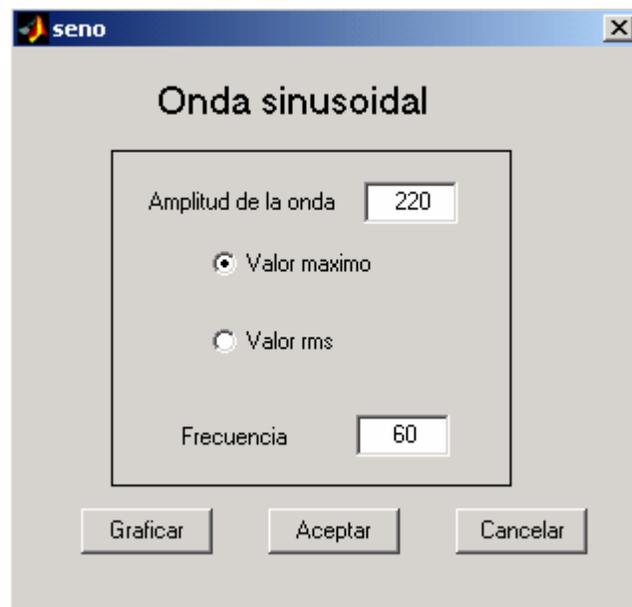


Figura 2.2 Cuadro de diálogo para la obtención de la onda sinusoidal.

El procedimiento establecido para programar la onda sinusoidal fue el siguiente:

```
if get(handles.rb1,'value') == 1
    amplitud = str2num(get(handles.edit1,'string')); % amplitud de la onda
else
    amplitud = str2num(get(handles.edit1,'string'))*sqrt(2); % amplitud de la onda
end
frecuencia = str2num(get(handles.edit2,'string'));
t=[0:1.000399e-5:0.016666];
y=amplitud*sin(2*pi*frecuencia*t); % confección de la onda seno
x=abs(fft(y)); % descomposición en series de Furier
for q=1:10,
    volt(q)=x(q*1666/1666+1)/833;
end
figure
for q=1:10,
    hold on
    z=volt(q)*sin(2*pi*60*q*t);
    plot(t,z)
end
grid
```

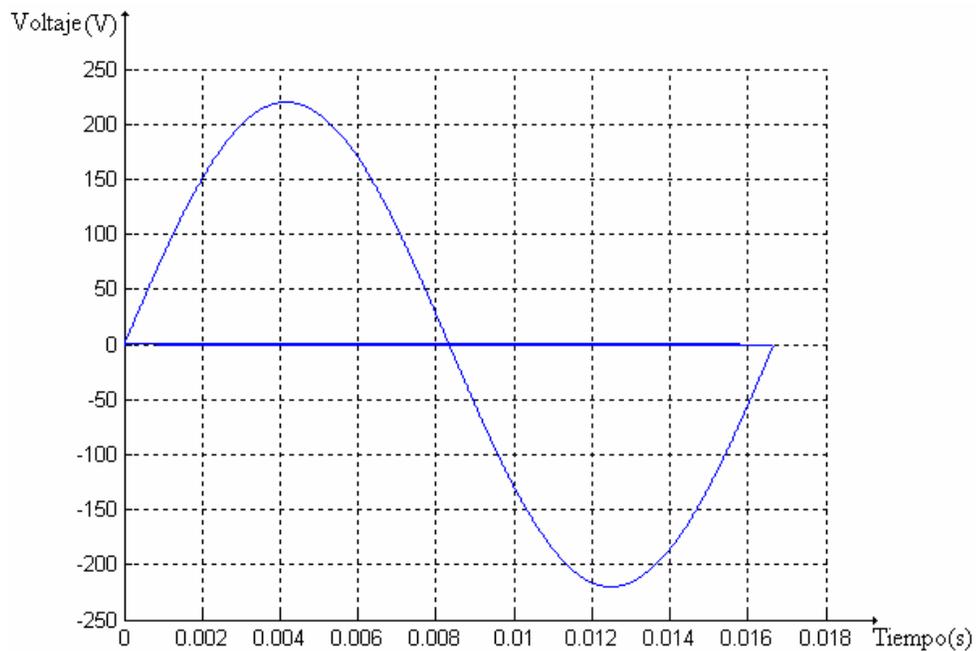


Figura 2.3 Onda sinusoidal

En este caso se descompuso la onda sinusoidal para demostrar que no presenta armónicos de orden superior, como se muestra en la figura 2.3.

2.3.2 Onda cuadrada simétrica

Esta señal se construye a partir de establecer un módulo de amplitud máximo y mínimo idénticos para cada semiciclo.

La obtención de esta onda y su descomposición en series de Fourier en Matlab se logran a través de las sentencias siguientes:

```

color = char('b','k','r','g','m','c','y');m = 0;
amplitud = str2num(get(handles.edit1,'string')); % amplitud de la onda
frecuencia= str2num(get(handles.edit2,'string')); % frecuencia de la onda
armonicos(2)= str2num(get(handles.edit3,'string')); % número de armónicos
y = amplitud*[ones(1,1000) -ones(1,1000)]; % confección de la onda
x = abs(fft(y)); % descomposición de la onda en series de Furier
for q = 1:armonicos(2),
    volt(q) = x(q*2000/2000+1)/1000; % amplitud de cada armónico
    frecuencia(q)=60*q; % frecuencia de cada armónico
end
t = [0:0.0000083333:0.016666];
figure
plot(t,y) % gráfica de la onda cuadrada
for q = 1:armonicos(2),
    if m == 7
        m = 1;
    else
        m = m+1;
    end
    hold on
    z = volt(q)*sin(2*pi*frecuencia(q)*t);
    plot(t,z,color(m)) % gráfica de los armónicos
end
grid

```

Puede comprobarse en este fragmento de programa cómo se construyó la onda cuadrada cuya amplitud es conocida con un muestreo de 2000 puntos por ciclos y solamente se consideró un ciclo. Con la función `fft` se descompuso la onda en series de Fourier y con la función `abs` se calcula su valor absoluto. La amplitud de cada armónico se guarda en la variable `x`. Para extraer cada amplitud de esta variable se establece un ciclo desde uno hasta el número de armónicos en que fue descompuesta la onda.

La sentencia:

```
volt(q) = x(q*2000/2000+1)/1000;
```

Devuelve la amplitud de cada armónico, donde q es el orden del armónico al que se le desea conocer su amplitud y 2000 es el número de veces que se muestrea la onda en un ciclo y 1000 son las veces que se muestrea en un semiciclo.

La entrada de datos para esta señal se realiza mediante la ventana de diálogo que se observa en la figura 2.4, como se aprecia los valores de amplitud, frecuencia y número de armónicos de la onda que se desee analizar pueden ser definidos fácilmente. Además están los botones: Graficar, Aceptar y Cancelar realizan las funciones siguientes:

- Graficar: Al pulsar este botón se obtiene la gráfica de la onda cuadrada simétrica con las especificaciones dadas por el usuario y su descomposición hasta el armónico señalado.
- Aceptar: Con esta acción se le pasan al programa los datos necesarios para calcular las características de comportamiento del motor cuando es alimentado por dicha onda.
- Cancelar: Cancela la forma de onda.

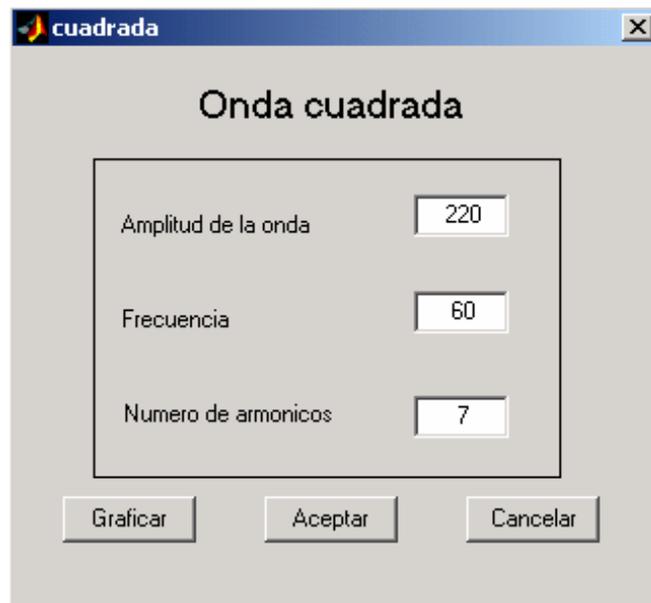


Figura 2.4 Cuadro de diálogo para la obtención de la onda cuadrada.

En la figura 2.5 se muestra un ejemplo de una onda cuadrada de amplitud 220 V, 60 Hz y hasta el séptimo armónico.

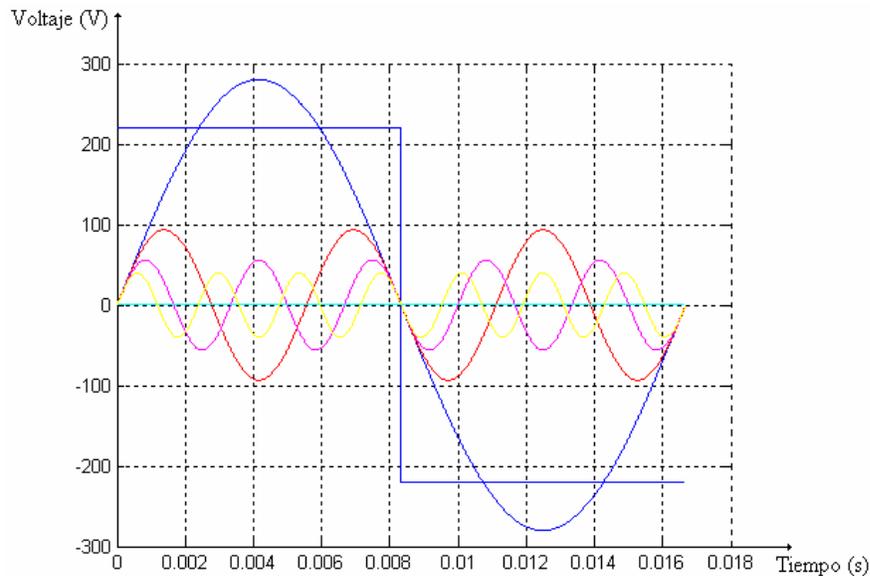


Figura 2.5 Onda cuadrada simétrica y su descomposición en armónicos.

2.3.3 Onda cuadrada asimétrica

Esta onda se diferencia de la cuadrada en que tiene un valor de voltaje diferente en el semiciclo positivo que en el semiciclo negativo, esta característica es la que provee la asimetría de la onda. La figura 2.6 muestra el cuadro de dialogo para la entrada de datos que permite confeccionar esta onda. Los botones que aparecen en la parte inferior de la figura realizan las mismas funciones descritas para el caso de la onda cuadrada simétrica.

Las sentencias utilizadas para la programación de la onda cuadrada asimétrica y para su descomposición en series de Fourier son las siguientes:

```
color = char('b','k','r','g','m','c','y');
%----- Onda cuadrada asimetrica -----
ampmas = str2num(get(handles.edit1,'string')); % semiciclo positivo
ampneg = str2num(get(handles.edit2,'string')); % semiciclo negativo
y1 = ampmas*[ones(1,1000)];
y2 = ampneg*[-ones(1,1000)];
y = [y1 y2]; % confección de la onda
%----- Descomposición en armónicos -----
x = abs(fft(y)); % descomposición en series de furier
armonicos(3) = str2num(get(handles.edit4,'string'));
for q = 1:armonicos(3),
    volt(q) = x(q*2000/2000+1)/1000; % obtención de loa armónicos
    frecuencia(q)=60*q;
end
```

```

%----- Grafica -----
t = [0:0.0000083333:0.016666];m=1;
figure
plot(t,y) % gráfica de la onda cuadrada asimétrica
grid
for q = 1:armonicos(3),
    if m == 7
        m = 1;
    else
        m = m+1;
    end
    hold on
    z = volt(q)*sin(2*pi*frecuencia(q)*t);
    plot(t,z,color(m)) % gráfica de los armónicos
end
a = (x(1)/1000)*[ones(1,2000)];
plot(t,a,'k')

```

El procedimiento para obtener la amplitud de los diferentes armónicos es el mismo que fue usado en la señal cuadrada simétrica.

The image shows a MATLAB dialog box titled "Onda cuadrada asimetrica". It contains four input fields for user-defined parameters: "Amplitud (+)" set to 220, "Amplitud (-)" set to 110, "Frecuencia" set to 60, and "Numero de armonicos" set to 7. Below these fields are three buttons: "Graficar", "Aceptar", and "Cancelar".

Figura 2.6 Cuadro de diálogo para la obtención de la onda cuadrada asimétrica.

Un ejemplo de una onda cuadrada asimétrica de amplitud 220 V en el semiciclo positivo y 110 V en el semiciclo negativo se muestra en la figura 2.7, esta onda está descompuesta hasta el séptimo armónico.

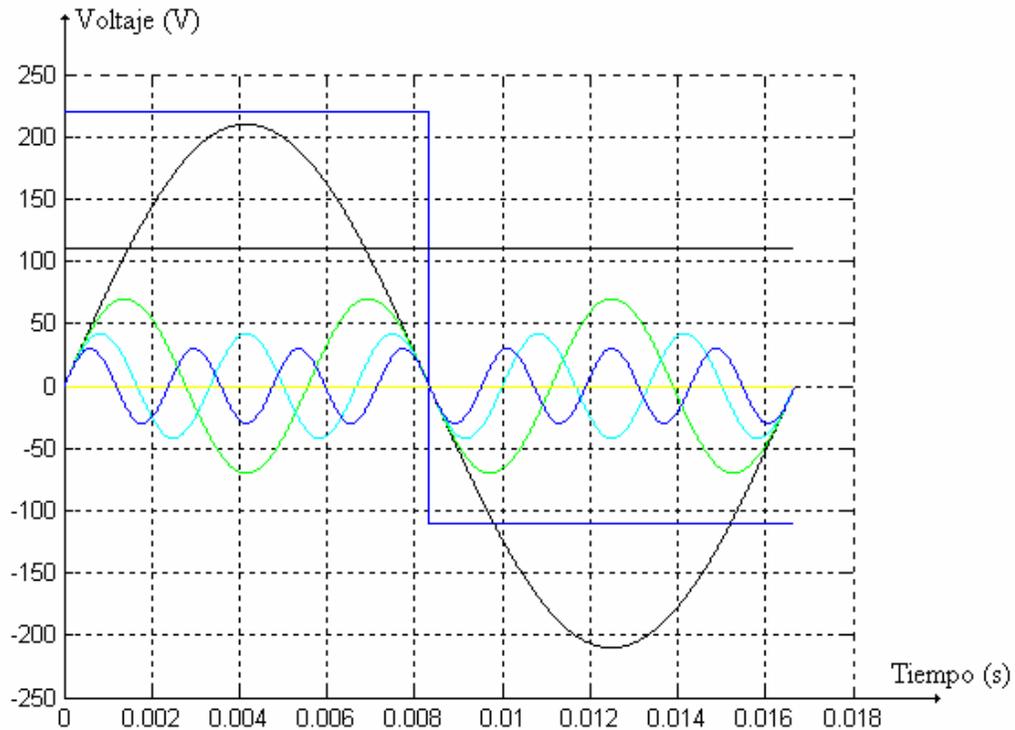


Figura 2.7 Onda cuadrada asimétrica y su descomposición en armónicos.

2.3.4 Onda escalonada

Los datos para confeccionar esta onda se introducen a través de un cuadro de dialogo, el cual se muestra en la figura 2.8. Los datos necesarios para la confección de la onda escalonada son la amplitud, número de escalones y hasta qué armónico se desea descomponer la onda. Los botones que aparecen en la parte inferior de la figura realizan las mismas funciones descritas para el caso de la onda cuadrada simétrica.

Un ejemplo de una onda escalonada de amplitud máxima 220 V, cuatro escalones y hasta el séptimo armónico puede observarse en la figura 2.9.

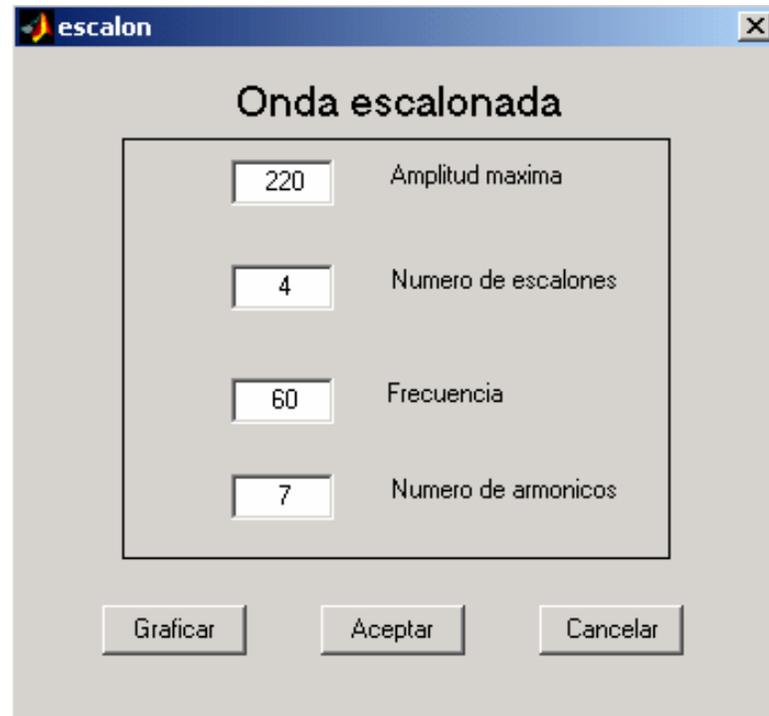


Figura 2.8 Cuadro de diálogo para la obtención de la onda escalonada.

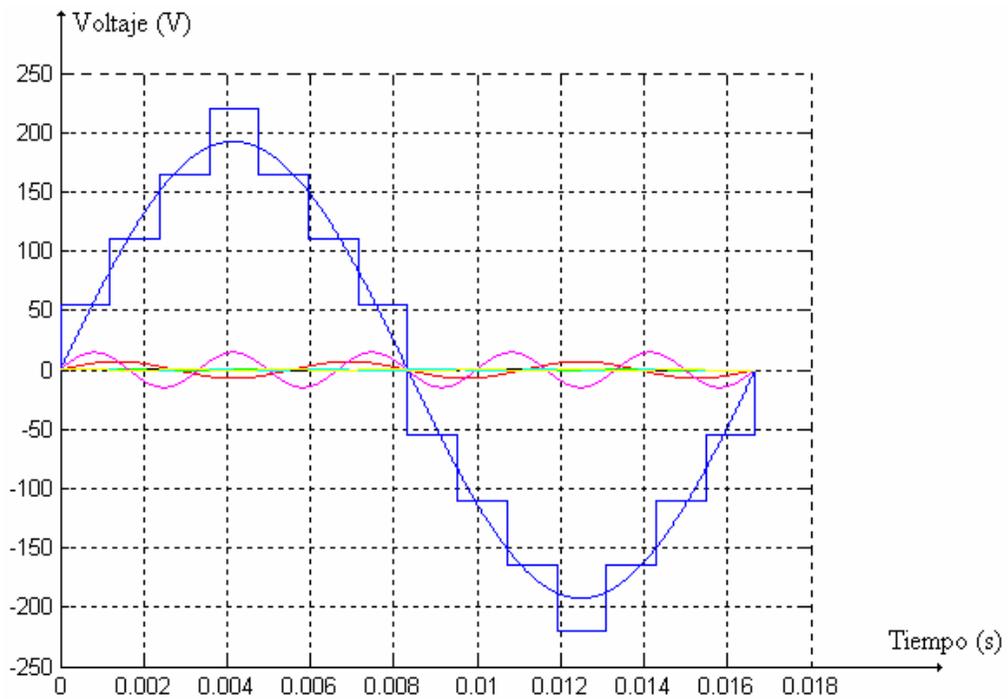


Figura 2.9 Onda escalonada.

Las sentencias utilizadas en la programación para la configuración de la onda escalonada y para su descomposición en series de Fourier son las siguientes:

```

color = char('b','k','r','g','m','c','y');m = 0;
armonicos(4) = str2num(get(handles.edit3,'string')); % número de armónicos
amp = str2num(get(handles.edit1,'string')); %amplitud maxima de la onda
n = str2num(get(handles.edit2,'string')); % cantidad de escalones
h = 2*n-1;
for q = 100:500
    puntos = q*2*(2*n-1); % número de muestreo de la onda
    if puntos > 2000
        break
    end
end
p = puntos*2*(2*n-1); % número de muestreo de la onda
for q = 1:n,
    amplitud(q) = amp*q/n;
end
y = [];
for q = 1:(2*n-1),
    if q <= n
        z = length(y);
        y(z+1:z+puntos) = amplitud(q);
    elseif q > n & q <= (2*n-1)
        z = length(y);
        y(z+1:z+puntos) = amplitud(h+1-q);
    end
end
xx = [0 y -y 0];
z = length(xx);
t1 = [0:0.0166666/z:0.0166666];
t = t1(1:z);
figure
plot(t,xx)
grid on
x=abs(fft(xx));
for q = 1:armonicos(4),
    volt(q) = x(q*z/z+1)/(z/2);
    frecuencia(q)=60*q;
end
for q=1:armonicos(4),
    if m == 7
        m = 1;
    else
        m = m+1;
    end
end

```

```

hold on
zz = volt(q)*sin(2*pi*frecuencia(q)*t);
plot(t,zz,color(m))
end
grid on

```

En una sección de este procedimiento se efectúa el cálculo de la amplitud de cada uno de los escalones de la onda mediante un recurso que consiste en tomar como referencia la amplitud máxima dividida por el número de escalones, estableciéndose con ello la amplitud mínima, correspondiente al primer y último escalón. El resto de los escalones se determinan multiplicando esta amplitud mínima por los escalones siguientes mediante un ciclo. Por ejemplo, si la señal escalonada tiene como amplitud máxima 220 V y se desean cuatro escalones (figura 2.9), la amplitud mínima es $\frac{220}{4} = 55$ V. El primer escalón será de 55 V, el segundo dos veces el anterior es decir 110 V y así sucesivamente hasta llegar a 220 V. Asociado a este procedimiento está establecer las veces que se muestrea cada escalón lo cual se realiza mediante un proceso iterativo que tomo como referencia los 2000 ciclos establecidos para todos los casos.

2.3.5 Onda cuadrada discontinua

La característica principal de esta onda es que comienza su conducción en un ángulo diferente a cero y termina antes de 180°, estos parámetros son entrados por el usuario al igual que la amplitud y el número de armónicos que se desea obtener. La figura 2.10 muestra el cuadro de diálogo de la onda cuadrada discontinua, que solo difiere de los otros casos en los parámetros que se introducen como datos.

Los botones que aparecen en la parte inferior del cuadro de diálogo realizan las mismas funciones que en los casos anteriores.

Esta señal se obtiene mediante la ejecución de las sentencias siguientes:

```

color=char('b','k','r','g','m','c','y');m = 0;
amp = str2num(get(handles.edit1,'string'));
arm = str2num(get(handles.edit2,'string'));
ang1 = str2num(get(handles.edit3,'string'));
ang2 = str2num(get(handles.edit4,'string'));
if ang1 >= ang2

```

```

    fallo
else
    y = zeros(1,3600);
    inicio = ang1*10;final = ang2*10;
    y(inicio:final) = amp;
    y(inicio+1800:final+1800) = -amp;
    t = [0:0.016666/3600:0.016666];
    time = t(1:length(y));
    figure
    plot(time,y)
    x = abs(fft(y));
    for q=1:arm,
        volt(q)=x(q*3600/3600+1)/1800;
        frecuencia(q)=60*q;
    end
    for q=1:arm,
        if m==7
            m=1;
        else
            m=m+1;
        end
        hold on
        z=volt(q)*sin(2*pi*frecuencia(q)*time);
        plot(time,z,color(m))
    end
grid
end

```

Con este procedimiento pueden simularse diversas formas de ondas, mediante la variación de los ángulos de inicio y fin de conducción.

El ángulo de comienzo y final de conducción se obtiene por una sencilla regla de tres, la onda cuadrada desde cero hasta 180° se muestrea 1000 veces, lo que quiere decir que el punto mil corresponde a 180° , por lo tanto se puede obtener en qué punto de muestreo hay que empezar a construir la onda conociendo el ángulo que se desea.

Un ejemplo de una onda cuadrada discontinua la cual presenta una amplitud de 220 V, descompuesta hasta el séptimo armónico se observa en la figura 2.11, como se observa la conducción comienza en 30° y termina en 150° .

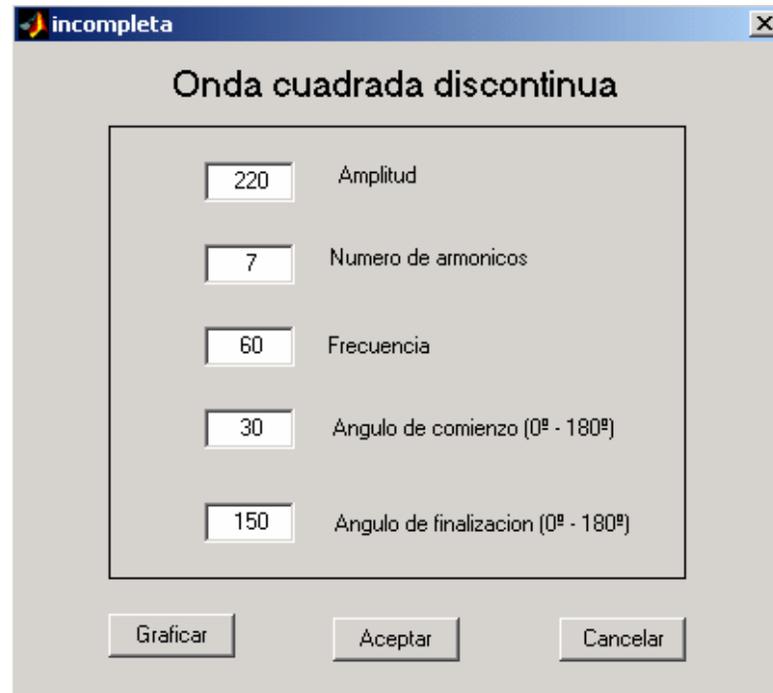


Figura 2.10 Cuadro de diálogo para la obtención de la onda cuadrada discontinua.

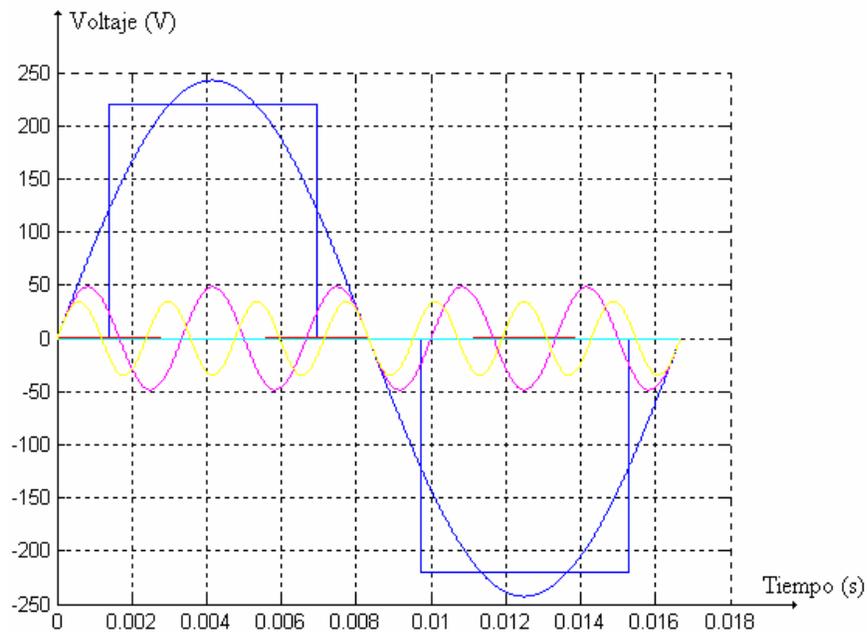


Figura 2.11 Onda cuadrada discontinua y su descomposición en armónicos

2.4 Procedimiento para obtener las características de comportamiento

Los cálculos para la obtención de las características de comportamiento de los motores asincrónicos trifásicos fueron realizados mediante un procedimiento basado en la utilización de vectores para tener la posibilidad de barrer toda la zona de operación del motor con gran facilidad.

Teniendo la amplitud del voltaje de cada armónico y con el circuito equivalente se calculan las corrientes por rotor y por el estator, con el ángulo de la corriente del estator se calcula el factor de potencia, con este, la corriente y el voltaje se obtiene la potencia de entrada del motor. El procedimiento de cálculo es el convencional donde se aplica a la técnica de reducción de redes para el circuito equivalente del motor asincrónico trifásico [15], conocida la velocidad de operación. Seguidamente se detalla este.

1. Cálculo de la velocidad sincrónica para cada uno de los armónicos

La velocidad sincrónica es siempre constante para cada armónico y no depende de la velocidad a la que se esté moviendo el rotor de la máquina, su cálculo se efectuó de la forma siguiente:

$$\omega_s = \pm k \cdot \frac{4\pi \cdot f_1}{p} \quad (2.1)$$

donde:

ω_s es la velocidad sincrónica del campo rotatorio en rev/min.

k es el orden del armónico.

f_1 es la frecuencia fundamental de alimentación.

p es el número de polos.

Esta ecuación expresa la velocidad sincrónica en rev/min, también se calculó la velocidad en rpm, la ecuación utilizada fue la siguiente:

$$\eta_s = \pm k \cdot \frac{120 f_1}{p} \quad (2.2)$$

donde:

η_s es la velocidad sincrónica del campo rotatorio en rpm.

En estas ecuaciones de la velocidad el signo positivo se utiliza para los armónicos de secuencia positiva y el signo negativo para los armónicos de secuencia negativa.

2. Cálculo del vector de la velocidad del rotor

Para esto primeramente se definió el vector resbalamiento, desde cero hasta uno para los armónicos de secuencia positiva y desde cero hasta 1.4 para los armónicos de secuencia negativa.

Como se analizó en el capítulo anterior la ecuación para calcular el resbalamiento es la siguiente:

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} = \frac{\eta_s - \eta}{\eta_s}$$

(2.3)

de esta ecuación se despeja la velocidad del rotor, quedando de la forma siguiente:

$$\omega = \omega_s(1 - s) \qquad \qquad \qquad \text{ó} \qquad \qquad \qquad \eta = \eta_s(1 - s)$$

(2.4)

donde:

s es el resbalamiento

η es la velocidad del rotor en rpm

ω es la velocidad del rotor en rev/min

de esta forma quedan conformados los vectores de velocidad del rotor para cada uno de los armónicos analizados, uno en rev/min y otro en rpm.

3. Cálculo de la impedancia del rotor

La impedancia del rotor está compuesta simplemente por la reactancia de dispersión del rotor y por la resistencia del rotor, que es afectada por el resbalamiento:

$$Z_2 = \frac{r_2}{s} + j \cdot x_2 \qquad \qquad \qquad (2.5)$$

donde:

Z_2 es la impedancia total del circuito del rotor.

r_2 es la resistencia de los devanados del rotor.

x_2 es la reactancia de dispersión del rotor.

4. Cálculo de la impedancia de campo

Esta impedancia es el paralelo de la impedancia del rotor y la reactancia de magnetización y se calcula de la forma siguiente:

$$Z_f = \frac{r_2}{s} \parallel x_2 = R_f + j \cdot X_f = \frac{j \cdot X_m [(r_2 / s) + j \cdot x_2]}{(r_2 / s) + j(x_2 + X_m)} \quad (2.6)$$

donde:

X_m es la reactancia de magnetización.

En la figura 2.12 se muestra circuítalmente el significado de la impedancia de campo.

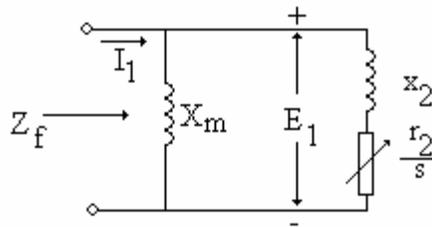


Figura 2.12 Representación circuítal de la impedancia de campo.

5. Cálculo de la impedancia de entrada

La impedancia de entrada es la que ve la fuente o la que se ve a la entrada del motor. Es una suma serie de la impedancia de campo y de la impedancia del estator. La ecuación utilizada para el cálculo de la impedancia de entrada fue la siguiente:

$$Z_{ent} = z_1 + Z_f = (r_1 + j \cdot x_1) + (R_f + j \cdot X_f) \quad (2.7)$$

El circuito de la figura 2.13 muestra una representación circuítal de la impedancia de entrada.

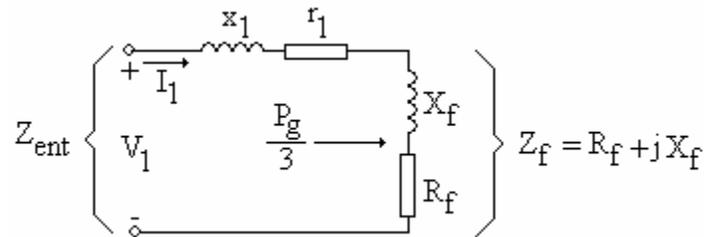


Figura 2.13 Representación circuital de la impedancia de entrada.

Hay que tener en cuenta para los circuitos de las figuras 2.13 y 2.12 que para los armónicos de orden superior las inductancias son afectadas por la frecuencia al igual que las resistencias por el efecto *skin*.

6. Cálculo de la corriente por el estator

Conocida la impedancia de entrada y el voltaje de alimentación es muy fácil calcular la corriente que circula por el estator de la máquina mediante la aplicación de la ley de Ohm:

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_{ent}}$$

(2.8)

Debe aclararse que se tomo como referencia el voltaje de entrada y todos los demás ángulos de los vectores por tanto toman como referencia a este.

7. Cálculo del factor de potencia ($\cos\theta$)

La corriente calculada anteriormente, I_1 , es un fasor y como todo fasor presenta un módulo y un ángulo. Por lo tanto la corriente que circula por el estator presenta un ángulo de defasaje con respecto a V_1 , el coseno de este ángulo es el factor de potencia:

$$f.p = \cos\theta$$

(2.9)

donde:

θ es el ángulo de defasaje que existe entre I_1 y V_1

8. Cálculo de la corriente de magnetización

Esta corriente es la que circula por la rama de magnetización, a través de la reactancia X_m , utilizando el circuito equivalente de la figura 1.1 (b), se puede calcular aplicando la ley de Kirchoff de los voltajes de la forma siguiente:

$$I_m = \frac{V_1 - I_1(r_1 + j \cdot x_1)}{X_m} \quad (2.10)$$

9. Cálculo de la corriente por el rotor

Esta corriente se calcula mediante la ley de Kirchoff de corriente de la forma siguiente:

$$I_2 = I_1 - I_m \quad (2.11)$$

10. Cálculo de la potencia de entrada

Teniendo el voltaje de alimentación, la corriente por el estator de la máquina y el ángulo de defasaje entre estos dos vectores, se puede calcular la potencia que consume el motor asincrónico trifásico de la manera siguiente:

$$P_{ent} = 3|V_1||I_1|\cos\theta \quad (2.12)$$

Esta potencia de entrada se expresa en Watt (W) para llevarla a kW solo hay que dividir por mil.

11. Pérdidas de cobre en el rotor

Estas pérdidas de cobre son la potencia disipada en los devanados del rotor:

$$P_{cu2} = 3 \cdot I_2^2 \cdot r_2 \quad (2.13)$$

12. Pérdidas de cobre en el estator

Igual que en el caso anterior estas pérdidas representan la potencia disipada en los devanados del estator y se calculan por:

$$P_{cu1} = 3 \cdot I_1^2 \cdot r_1 \quad (2.14)$$

13. Cálculo de la potencia del entrehierro

Esta magnitud representa la potencia que pasa al entrehierro o se transfiere al rotor, en la figura 2.13 se puede ver de manera circuital donde se consume esta potencia. La ecuación utilizada para el cálculo de la misma fue:

$$P_g = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_f \quad (2.15)$$

14. Cálculo de la potencia desarrollada por la máquina

Esta representa la potencia que puede desarrollar el motor de inducción, teniendo en cuenta las pérdidas rotacionales. Su cálculo se efectuó de la forma siguiente:

$$P_{des} = (1 - s)P_g \quad (2.16)$$

Todas las potencias calculadas se expresan en Watts.

15. Momento desarrollado

Teniendo la potencia desarrollada por el motor y la velocidad sincrónica, el momento que este puede llegar a desarrollar se calcula por la ecuación:

$$M_{des} = \frac{P_{des}}{\omega_s}$$

(2.17)

Las unidades de medidas para el momento son N-m.

16. Cálculo de las pérdidas rotacionales

Como se sabe las pérdidas rotacionales en la práctica no son constantes, sino que varían proporcionalmente con la velocidad. Teniendo las pérdidas rotacionales nominales se puede calcular aproximadamente estas pérdidas para cualquier velocidad del rotor por una sencilla regla de tres.

17. Cálculo de la potencia de salida del motor

A partir de la potencia desarrollada por el motor y sus pérdidas rotacionales para cualquier punto de operación, la potencia real de salida se calcula de forma siguiente:

$$P_{sal} = P_{des} - P_{rot}$$

(2.18)

donde:

P_{rot} son las pérdidas rotacionales en W.

P_{sal} es la potencia de salida del motor de inducción en W.

18. Cálculo del momento de salida

Con la potencia de salida y la velocidad desarrollada por el motor se calcula el momento de salida de la forma siguiente:

$$M_{sal} = \frac{P_{sal}}{\omega} \quad (2.19)$$

donde:

M_{sal} es el momento desarrollado en N-m.

19. Cálculo de la eficiencia

La eficiencia del motor no es más que el porcentaje que representa la potencia de salida de la potencia de entrada, o sea, qué parte de la potencia que entra es la que se le entrega a la carga. La eficiencia se calcula de la forma siguiente:

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} \times 100 \quad (2.20)$$

donde:

η es la eficiencia del motor de inducción.

Siguiendo este procedimiento se obtienen los parámetros del motor dentro de un vector para cada punto de operación y en el caso de los armónicos superiores, se tiene para la zona de operación real y un poco más.

2.5 Procedimiento para la obtención de gráficas

Matlab presenta una gran variedad de funciones para graficar, la más general de todas es la función plot, con esta función se confeccionan todas las gráficas del programa. Estas son las siguientes:

- Potencia desarrollada contra velocidad del rotor en rpm (P_{des} vs η_2).
- Potencia desarrollada contra velocidad del rotor en rad/seg (P_{des} vs ω_2).
- Momento contra velocidad del rotor en rpm (M_{des} vs η_2).
- Momento contra velocidad del rotor en rad/seg (M_{des} vs ω_2).
- Corriente del estator contra velocidad del rotor en rpm (I_1 vs η_2).

- Corriente del estator contra velocidad del rotor en rad/seg (I_1 vs ω_2).
- Corriente del rotor contra velocidad del rotor en rpm (I_2 vs η_2).
- Corriente del rotor contra velocidad del rotor en rad/seg (I_2 vs ω_2).
- Factor de potencia contra velocidad del rotor en rpm (f.p vs η_2).
- Factor de potencia contra velocidad del rotor en rad/seg (f.p vs ω_2).
- Eficiencia contra velocidad del rotor en rpm (Efic vs η_2).
- Eficiencia contra velocidad del rotor en rad/seg (Eric vs ω_2).

Estas gráficas superponen en un mismo gráfico la misma característica para diferentes tipos de onda de voltaje de alimentación, cada una con un color distinto, el cual es señalado en el programa.

Para las gráficas de momento y potencia de los armónicos superiores se señaló con el color azul la zona de operación que corresponde al trabajo del motor, o sea desde cero hasta la velocidad sincrónica del campo fundamental, que es hasta donde realmente puede operar el motor.

Además cada gráfica tiene su título, sus ejes con los nombres y está cuadrículada.

A manera de ejemplo se muestra la programación para graficar la potencia desarrollada contra la velocidad del rotor en rpm (P_{des} vs η_2):

```
global Pdes1 n21
global Pdes2 n22
global Pdes3 n23
global Pdes4 n24
global Pdes5 n25
a = str2num(get(handles.edit1,'string'));
figure
if get(handles.chb1,'value') == 1
    plot(n21,Pdes1)
    title('Caracteristica de Pdes vs n2')
    ylabel('Potencia (W)')
    xlabel('velocidad (rpm)')
end

if get(handles.chb2,'value') == 1
    hold on
    plot(n22(a,:),Pdes2(a,:), 'k')
    if a == 5
```

```
        plot(n22(5,1001:1201),Pdes2(5,1001:1201),'b')
elseif a == 7
    plot(n22(7,858:1001),Pdes2(7,858:1001),'b')
end
title('Caracteristica de Pdes vs n2')
ylabel('Potencia (W)')
xlabel('velocidad (rpm)')
end

if get(handles.chb3,'value') == 1
    hold on
    plot(n23(a,:),Pdes3(a,),'g')
    if a == 5
        plot(n23(5,1001:1201),Pdes3(5,1001:1201),'b')
    elseif a == 7
        plot(n23(7,858:1001),Pdes3(7,858:1001),'b')
    end
    title('Caracteristica de Pdes vs n2')
    ylabel('Potencia (W)')
    xlabel('velocidad (rpm)')
end

if get(handles.chb4,'value') == 1
    hold on
    plot(n24(a,:),Pdes4(a,),'r')
    if a == 5
        plot(n24(5,1001:1201),Pdes4(5,1001:1201),'b')
    elseif a == 7
        plot(n24(7,858:1001),Pdes4(7,858:1001),'b')
    end
    title('Caracteristica de Pdes vs n2')
    ylabel('Potencia (W)')
    xlabel('velocidad (rpm)')
end

if get(handles.chb5,'value') == 1
    hold on
    plot(n25(a,:),Pdes5(a,),'m')
    if a == 5
        plot(n25(5,1001:1201),Pdes5(5,1001:1201),'b')
    elseif a == 7
        plot(n25(7,858:1001),Pdes5(7,858:1001),'b')
    end
    title('Caracteristica de Pdes vs n2')
    ylabel('Potencia (W)')
    xlabel('velocidad (rpm)')
end
end
grid
```

2.6 Consideraciones finales del capítulo

En este capítulo se abordó el algoritmo de cálculo utilizado para la confección del programa. Este es sencillo pero resuelve la problemática de valorar la influencia de los armónicos de tiempo en los motores asincrónicos trifásicos. La utilización del Matlab como herramienta de cálculo fue de gran ayuda por las facilidades que este software ofrece para los cálculos matemáticos engorrosos como son el cálculo con vectores y números complejos.

También se explicitan los procedimientos fundamentales implementados en la programación así como las ventanas que sirven de interfaces para el usuario.

CAPÍTULO 3. VALIDACIÓN DEL ALGORITMO DE CÁLCULO

3.1 Introducción

Para validar el algoritmo de cálculo implementado en el programa, se toman los datos de dos motores diferentes, uno de poca potencia y otro de gran potencia. Para cada motor se realizan corridas con diferentes formas de ondas aportando resultados interesantes.

Para una mejor comprensión de este capítulo se identifican los motores numéricamente. El motor de menor potencia se identifica como motor uno. Los datos correspondientes a este motor son los siguientes:

220 V, trifásico, cuatro polos, 60 Hz, 3770 W, P_{rot} 350 W y conexión delta.

Para el circuito equivalente los datos son:

$R_1 = 0.39 \Omega$, $X_1 = 0.35 \Omega$, $R_2 = 0.14 \Omega$, $X_2 = 0.35 \Omega$ y $X_m = 16 \Omega$.

El motor de mayor potencia se denomina motor dos. Sus datos son los siguientes:

250 kW, 440 V, cuatro polos, conexión delta, 60 Hz.

Los datos del circuito equivalente del motor dos son:

$R_1 = 0.03 \Omega$, $X_1 = 0.26 \Omega$, $R_2 = 0.02 \Omega$, $X_2 = 0.19 \Omega$ y $X_m = 6.54 \Omega$.

3.2 Características de comportamiento bajo una señal cuadrada

Los motores uno y dos son alimentados por una onda cuadrada, de amplitud 220 V y 60 Hz para el motor uno; y de amplitud de 440 V y 60 Hz para el motor dos, o sea cada cual acorde a sus datos. La descomposición en series de Fourier de estas ondas cuadradas se realiza hasta el séptimo armónico ya que son los que más influencia tienen sobre la máquina. Los armónicos decimoprimeros y decimoterceros no tienen prácticamente efecto alguno sobre el comportamiento del motor.

3.2.1 Incidencia del primer armónico

El primer armónico, que es el campo fundamental, es el que más momento y potencia desarrolla y por tanto determina en mayor medida el comportamiento del motor. En las

figuras 3.1 y 3.2 se muestran las características de potencia y momento desarrollado por el motor uno respectivamente. De manera similar se muestran las características del motor dos en las figuras 3.3 y 3.4.

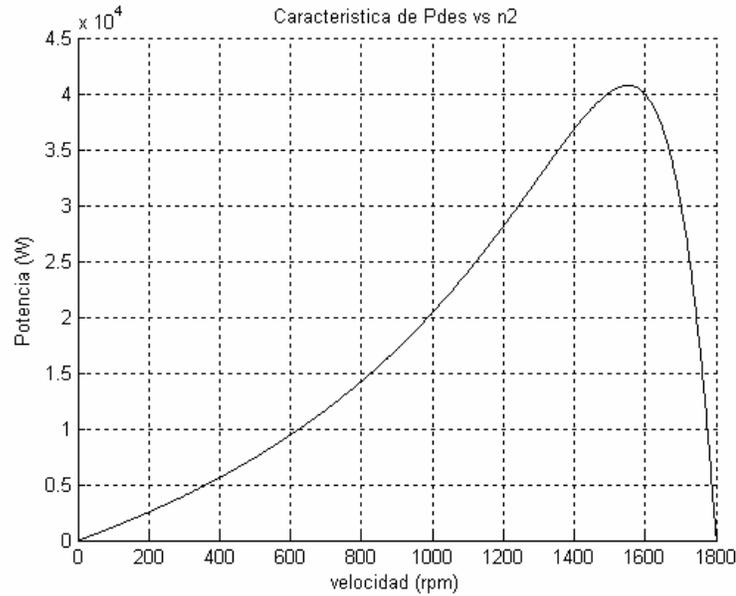


Figura 3.1 Característica de potencia desarrollada por el primer armónico del motor uno contra velocidad.

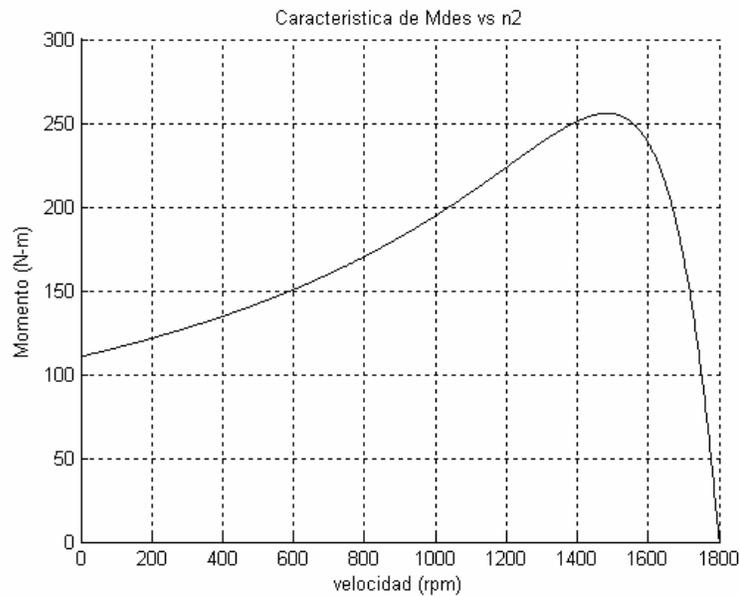


Figura 3.2 Característica de momento desarrollado por el primer armónico del motor uno contra velocidad.

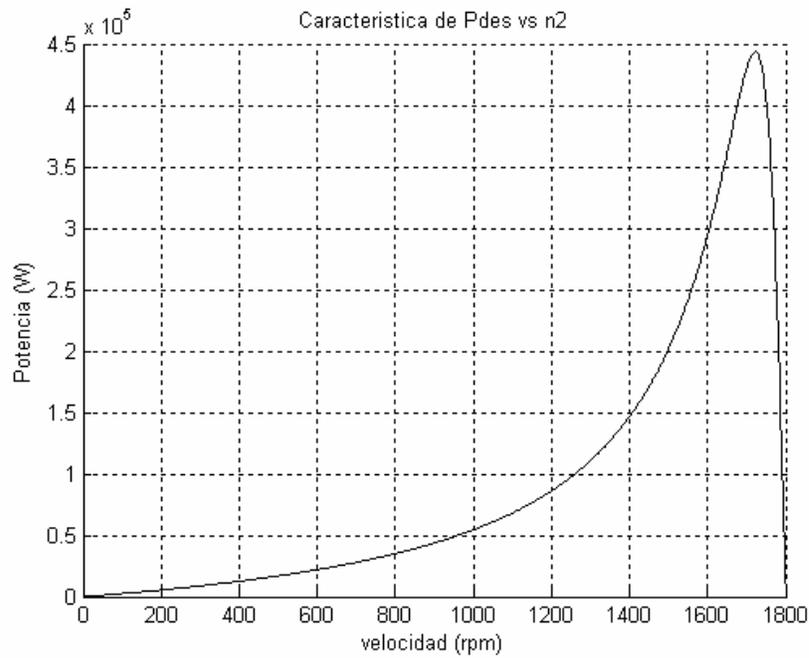


Figura 3.3 Característica de potencia desarrollada por el primer armónico del motor dos contra velocidad.

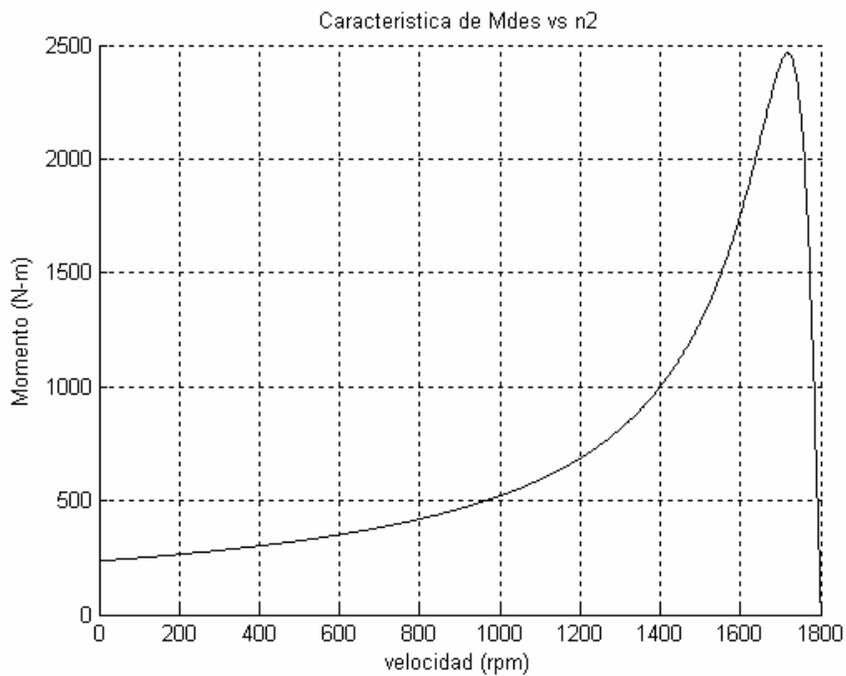


Figura 3.4 Característica de momento desarrollado por el primer armónico para el motor dos contra velocidad.

En estas características se puede observar de manera gráfica la potencia y el momento desarrollado por el primer armónico de ambos motores, esto da una idea de la magnitud de los valores máximos y del momento de arranque.

3.2.2 Incidencias del quinto armónico

La influencia del quinto armónico de la señal de alimentación en la zona de operación se muestra en azul en las figuras 3.5 y 3.6. La zona de operación del motor, está enmarcada desde cero hasta 1800 rpm, pues la velocidad sincrónica del quinto armónico es de 9000 rpm. De ahora en lo adelante en todas las gráficas que se muestren aparecerá sombreada en azul la zona de operación.

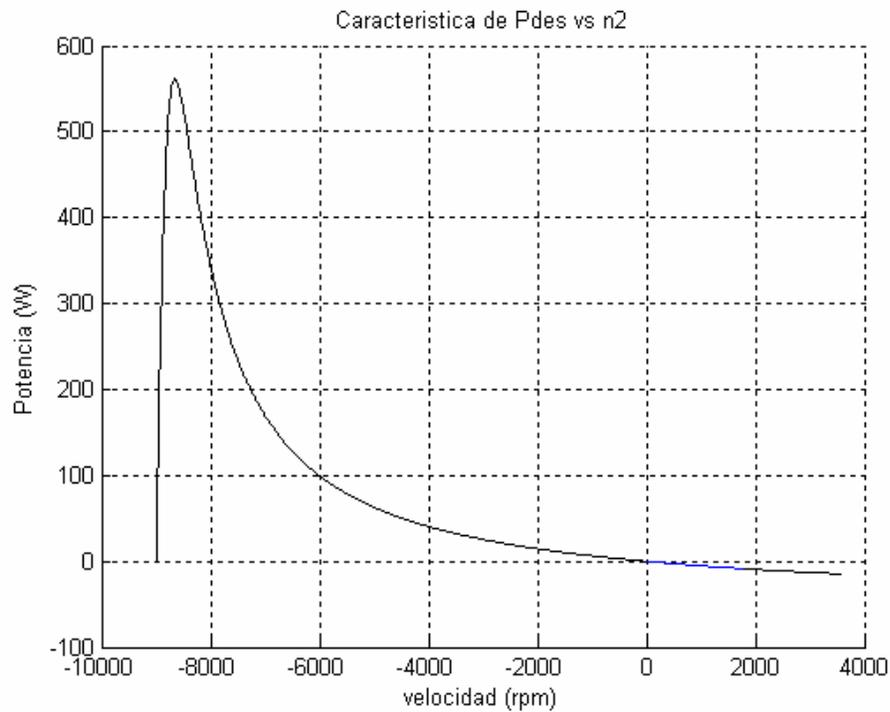


Figura 3.5 Característica de potencia desarrollada por el quinto armónico para el motor uno contra velocidad.

Como se observa en las figuras 3.5 y 3.6 el quinto armónico desarrolla una potencia y un momento negativos, por lo tanto, representa un frenaje para la máquina y empeora su

funcionamiento reduciendo la potencia que puede desarrollar y el momento que puede entregar.

En la práctica los valores de potencia y momento desarrollados por la máquina para el quinto armónico son pequeños en la zona de operación del motor y por lo tanto estos no tienen mucha influencia sobre el comportamiento del motor.

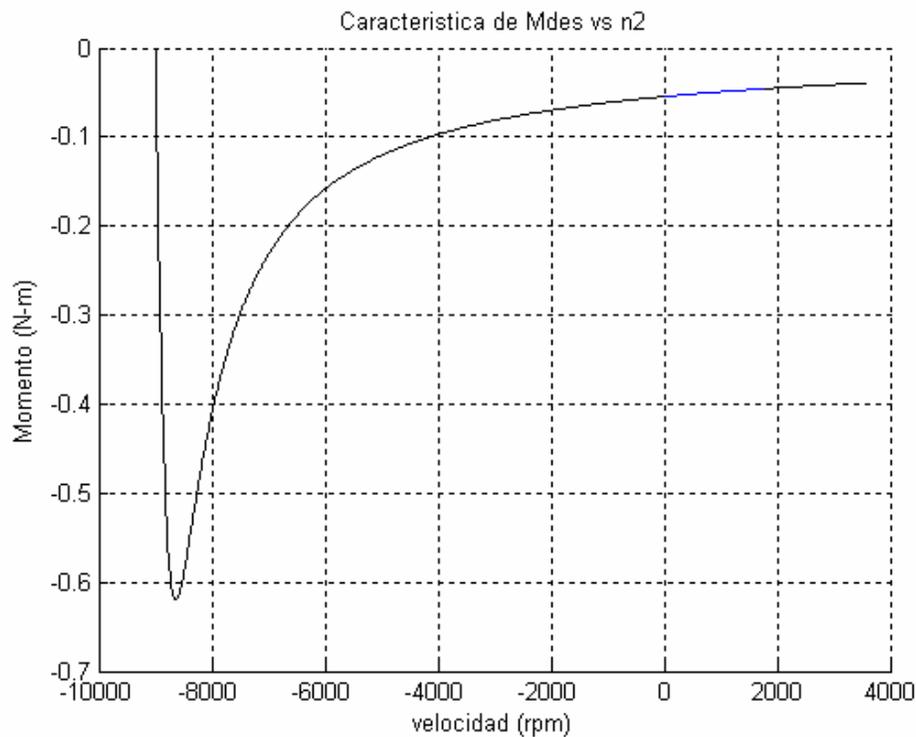


Figura 3.6 Característica de momento desarrollado por el quinto armónico del motor uno contra velocidad.

Las características de potencia y momento desarrollados por el motor dos para el quinto armónico en función de la velocidad sincrónica de este se muestran en las figuras 3.7 y 3.8. Como en el caso anterior, aquí también se destaca en azul la parte de la característica que corresponde a la zona real de operación del motor dos, desde cero hasta 1800 rpm.

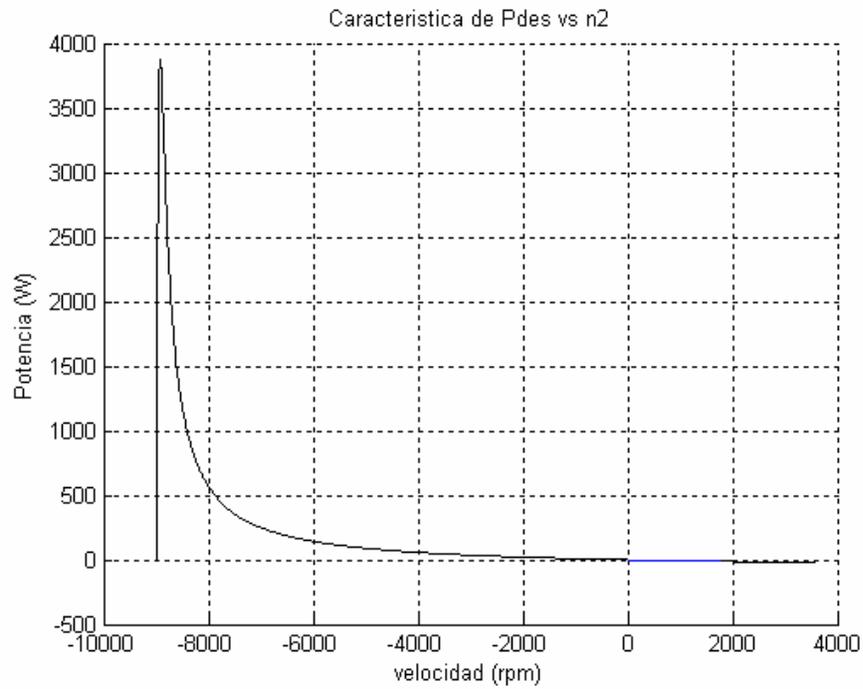


Figura 3.7 Característica de potencia desarrollada por el quinto armónico del motor dos contra velocidad.

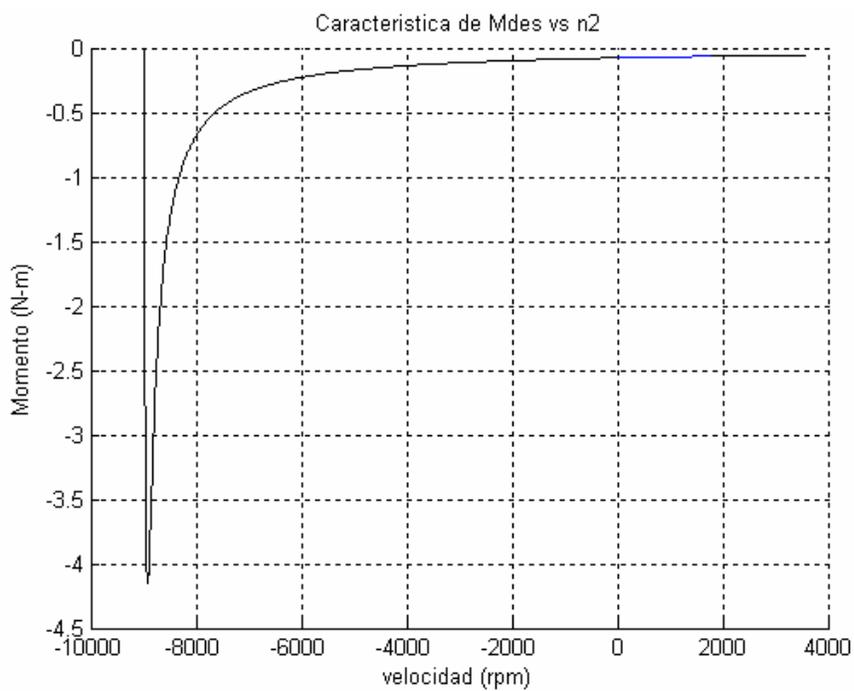


Figura 3.8 Característica de momento desarrollado por el quinto armónico del motor dos contra velocidad.

3.2.3 Incidencia del séptimo armónico

Tal como se analizó en el epígrafe 1.4 del capítulo uno, el séptimo armónico desarrolla un momento positivo.

Las figuras 3.9 y 3.10 muestran las características de potencia y momento desarrollados por el motor uno contra la velocidad sincrónica del séptimo armónico.

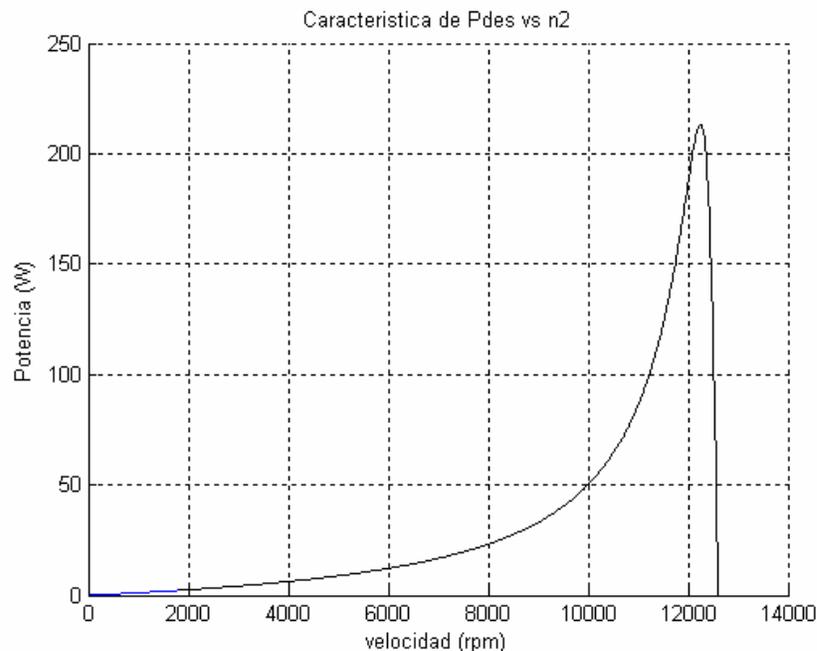


Figura 3.9 Característica de potencia desarrollada por el séptimo armónico del motor uno contra velocidad.

Como se muestra en la figura 3.10 el séptimo armónico desarrolla un momento positivo, por lo que contribuye con el armónico fundamental al comportamiento de la máquina. El momento desarrollado por el séptimo armónico es menor que el momento desarrollado por el quinto, esto quiere decir que el momento desarrollado por el séptimo armónico reduce en gran medida al momento de frenaje que desarrolla el quinto armónico.

Igualmente sucede con los armónicos undécimo y decimotercero que se contrarrestan y queda solamente un pequeño momento de frenaje. Estos armónicos tienen mucha menos influencia que el quinto y el séptimo.

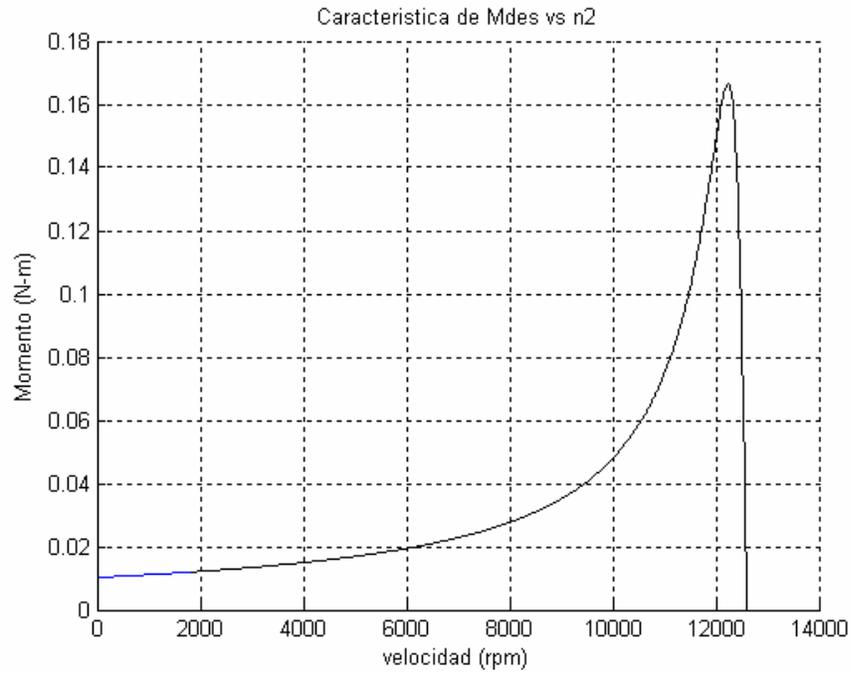


Figura 3.10 Característica de momento desarrollado por el séptimo armónico del motor uno contra velocidad.

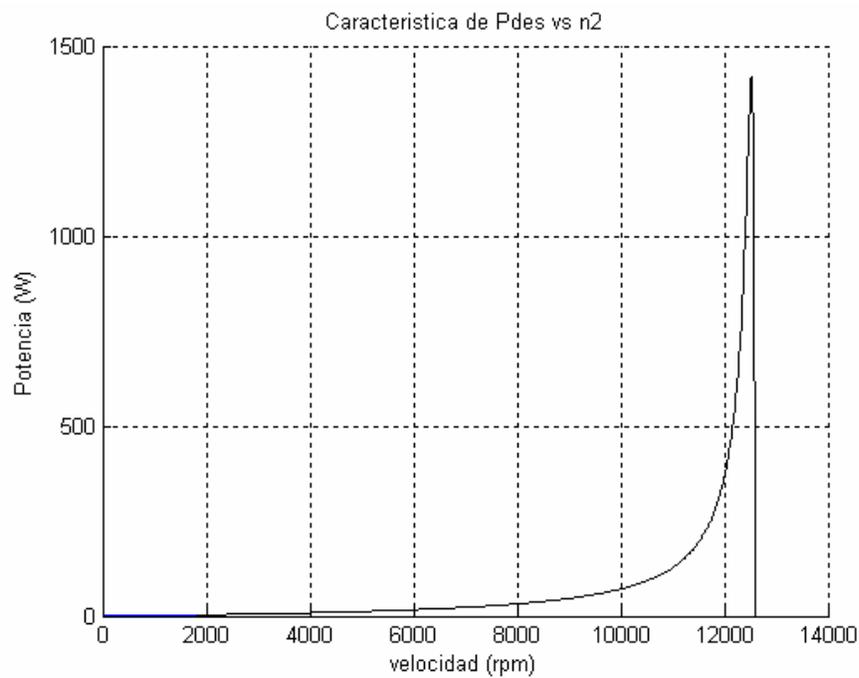


Figura 3.11 Característica de potencia desarrollada por el séptimo armónico del motor dos contra velocidad.

Las figuras 3.11 y 3.12 muestran las características de potencia y momento desarrollados para el séptimo armónico por el motor dos.

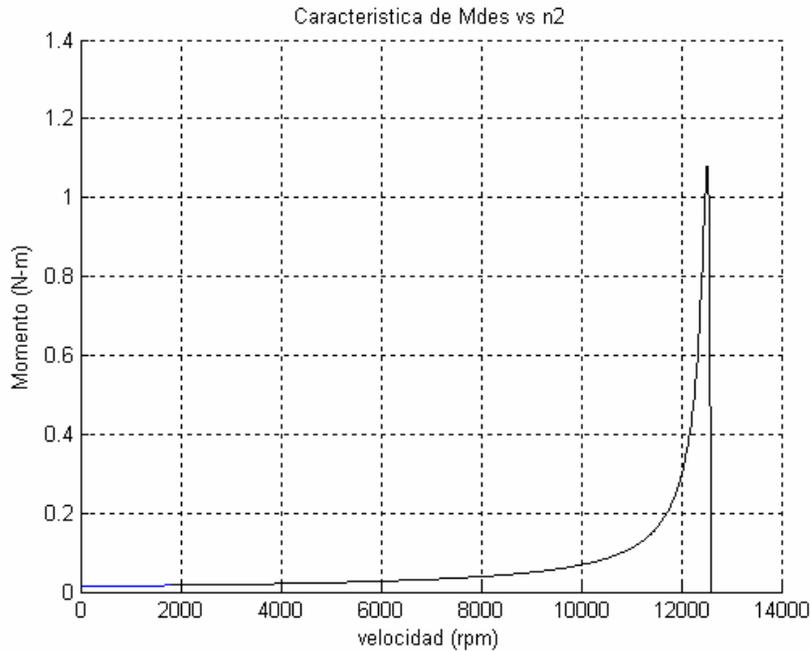


Figura 3.12 Característica de momento desarrollado por el séptimo armónico del motor dos contra velocidad.

3.2.4 Valoración del efecto global de los armónicos

Como se ha observado en las gráficas de los epígrafes anteriores, la potencia y el momento desarrollados por los armónicos quinto y séptimo de ambos motores son muy pequeños en comparación con la potencia y el momento desarrollado por el primer armónico. Esto demuestra que la influencia de estos armónicos sobre el comportamiento del motor es muy pobre. Además estos armónicos se contrarrestan prácticamente el uno al otro, quedando solamente un pequeño momento de frenaje.

La tabla 3.1 muestra la potencia y el momento desarrollados por el motor uno para algunos puntos específicos de operación como son:

1. En el arranque ($n_2 = 0$).
2. Valores máximo de potencia y momento desarrollados.
3. Un punto de operación seleccionado ($n_2 = 1746$ rpm).

También se muestran en esta tabla los porcentajes que representan estos valores de potencia y momento desarrollados respecto a los del primer armónico.

Tabla 3.1 Características del motor uno.

	Arranque n = 0			Máximo			n = 1746 rpm		
	M _{arr} (N-n)	$\% \frac{M_{arr}}{M_{arr1}}$	P _{des} (W)	M _{máx} (N-m)	$\% \frac{M_{max}}{M_{max1}}$	P _{des} (W)	M _{des} (N-m)	$\% \frac{M_{des}}{M_{des1}}$	P _{des} (W)
1 ^{ro}	110.8	1	0	255.9	1	40742	107.7	1	19693
5 ^{to}	-0.05	0.00045	0	-0.62	0.0024	561.3	-0.046	0.00043	-8.38
7 ^{mo}	0.0103	0.00009	0	0.1664	0.00065	213.4	0.0119	0.00011	2.17

Estos resultados refuerzan el hecho del pequeño efecto producido por el quinto y el séptimo armónico. Por ejemplo, para el punto de operación seleccionado el momento desarrollado por el quinto armónico es solamente un 0,00043 por ciento del fundamental y el desarrollado por el séptimo es un 0,00011.

La tabla 3.2 muestra la potencia y el momento desarrollado por el motor dos para los mismos puntos que para el motor uno.

Tabla 3.2 Características del motor dos.

	Arranque n = 0			Máximo			n = 1746 rpm		
	M _{arr} (N-n)	$\% \frac{M_{arr}}{M_{arr1}}$	P _{des} (W)	M _{máx} (N-m)	$\% \frac{M_{max}}{M_{max1}}$	P _{des} (kW)	M _{des} (N-m)	$\% \frac{M_{des}}{M_{des1}}$	P _{des} (kW)
1 ^{ro}	235.68	1	0	2463.8	1	443.87	2278.4	1	416.58
5 ^{to}	-0.076	0.00032	0	-4.147	0.00168	38.73	-0.063	0.000028	-0.012
7 ^{mo}	0.0142	0.00006	0	1.08	0.00044	1.41	0.0165	0.0000072	0.003

Se puede observar de la tabla 3.2, una correspondencia similar a los resultados mostrados en la tabla 3.1, en cuanto al porcentaje que representan los armónicos, quinto y séptimo respecto al armónico fundamental.

3.3 Influencia de la forma de onda del voltaje en las componentes armónicas

Otro análisis interesante resulta de valorar cómo influyen las diferentes formas de onda en el comportamiento del motor, a partir de su descomposición en armónicos.

3.3.1 Comportamiento de los primeros armónicos

Para este análisis se toman solamente los parámetros de potencia y momento desarrollados por los primeros armónicos de las diferentes formas de ondas de voltaje de alimentación. Cada una de estas características se identifica por un color, el cual se mantendrá para todas las gráficas mostradas en lo adelante. Los colores asignados a cada forma de onda del voltaje son los siguientes:

- Onda sinusoidal en azul.
- Onda cuadrada en negro.
- Onda cuadrada asimétrica en verde.
- Onda escalonada en rojo
- Onda cuadrada discontinua en violeta.

La potencia desarrollada por los motores uno y dos para cada forma de onda de voltaje aparecen en las figuras 3.13 y 3.14 respectivamente.

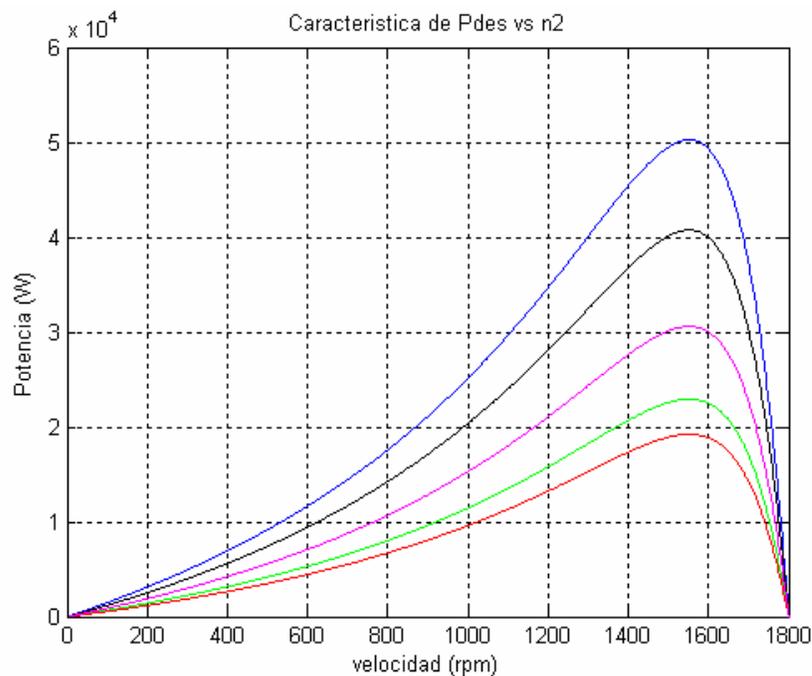


Figura 3.13 Potencia desarrollada por los primeros armónicos del motor uno.

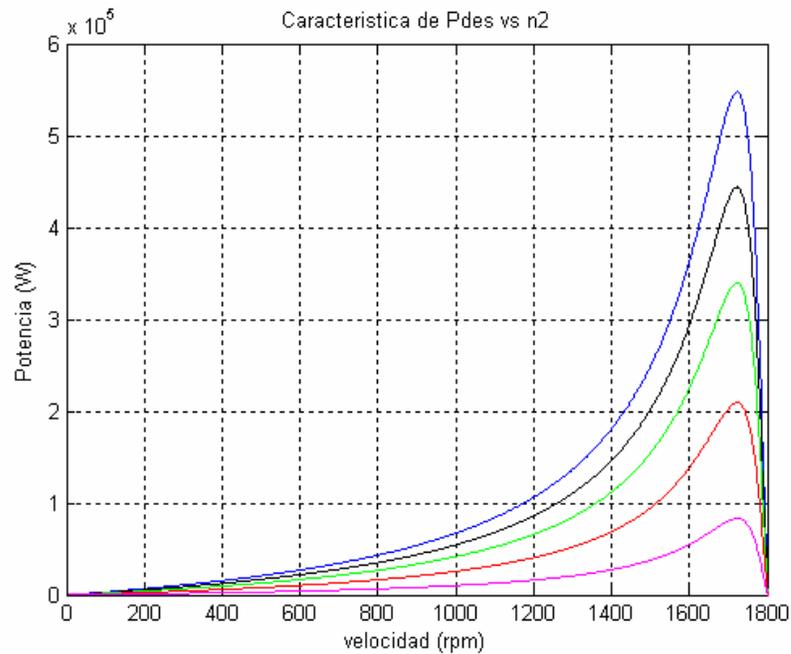


Figura 3.14 Potencia desarrollada por los primeros armónicos del motor dos.

Del análisis de estas se comprueba que la onda sinusoidal es la que más potencia desarrolla, lo cual es lógico, pues como es una onda puramente sinusoidal, no contiene armónicos de orden superior. La onda cuadrada es la segunda que más potencia desarrolla, esto se debe a que su descomposición en series Fourier presenta una alta componente del armónico fundamental, pero también tiene altas componentes de los armónicos superiores, como se verá más adelante. Después de estas ondas le siguen en magnitud de potencia desarrollada la onda cuadrada asimétrica, la onda escalonada y por último la onda cuadrada discontinua. Más adelante se verá cómo se comportan los armónicos superiores de estos tipos de ondas de voltaje.

Las figuras 3.15 y 3.16 muestran el momento desarrollado por los motores uno y dos respectivamente, evidenciándose una correspondencia similar con las características de las figuras 3.13 y 3.14.

En las tablas 3.3 y 3.4 se muestran los valores de potencia y momento desarrollado para ambos motores en puntos específicos de la operación del motor como son el arranque, la potencia y el momento máximo desarrollados y para una velocidad de 1746 rpm.

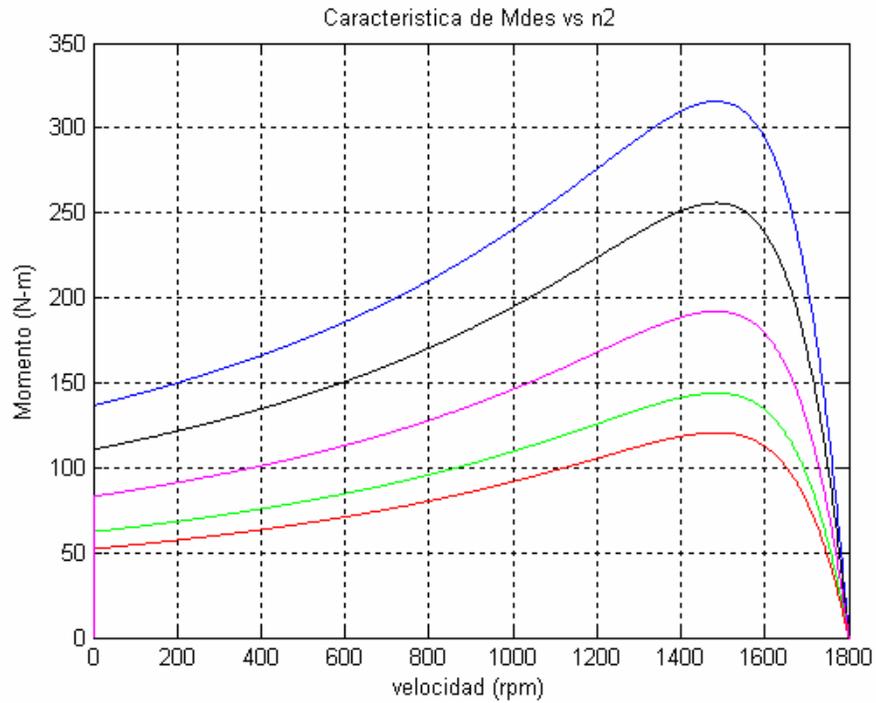


Figura 3.15 Momento desarrollado por los primeros armónicos del motor uno.

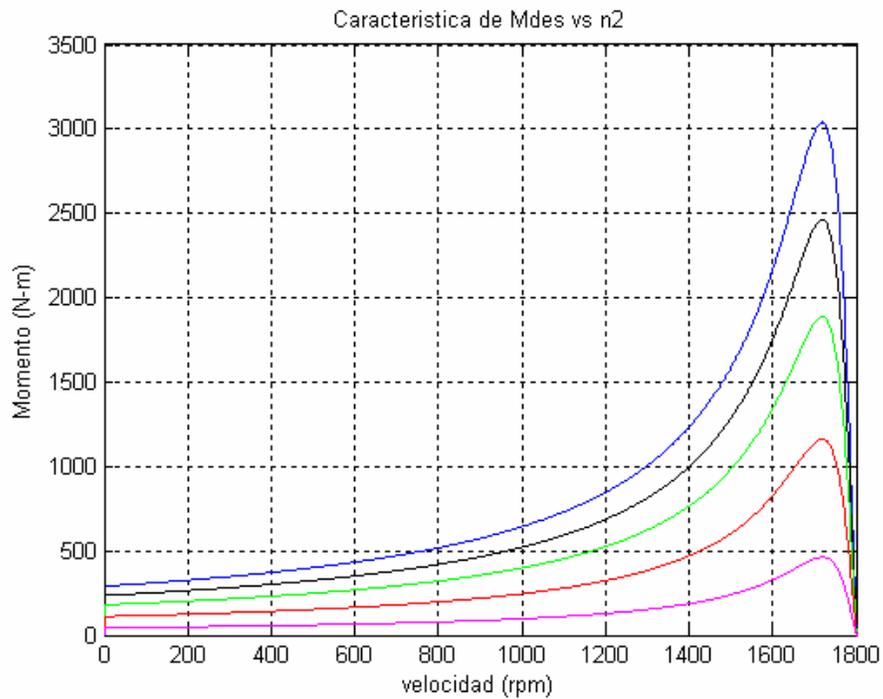


Figura 3.16 Momento desarrollado por los primeros armónicos del motor dos.

Tabla 3.3 Características del motor uno para los primeros armónicos.

Tipo de onda	Momento de arranque (N-m)	Valores máximos		n = 1746 rpm	
		M _{máx} (N-m)	P _{máx} (kW)	M _{des} (N-m)	P _{des} (kW)
Sinusoidal	136.63	315.66	50.26	132.88	24.3
Cuadrada	110.75	255.86	40.72	107.71	19.69
Asimétrica	62.3	143.92	22.92	60.58	11.08
Escalonada	55.2	127.53	20.31	53.68	9.82
Discontinua	83.15	192.09	30.59	80.86	14.79

Tabla 3.4 Características del motor uno para los primeros armónicos.

Tipo de onda	Momento de arranque (N-m)	Valores máximos		n = 1746 rpm	
		M _{máx} (N-m)	P _{máx} (kW)	M _{des} (N-m)	P _{des} (kW)
Sinusoidal	290.76	3039.6	547.61	2810.8	513.93
Cuadrada	235.68	2463.8	443.8	2278.4	416.58
Asimétrica	180.45	1886.4	339.8	1744.4	318.94
Escalonada	117.47	1228	221.23	1135.6	207.63
Discontinua	176.94	1849.7	333.2	1710.5	312.75

Para ambos motores en los casos de las ondas simétrica y escalonada se obtienen los menores valores de los diferentes parámetros. Los mayores valores se obtienen para el caso de la onda sinusoidal.

3.3.2 Comportamiento del quinto armónico

Si el análisis desarrollado en el epígrafe 3.3.1 se realiza para las componentes de quinto armónico puede aportar resultados interesantes. El quinto armónico representa un momento de frenaje, lo cual perjudica al motor.

Las figuras 3.17 y 3.18 muestran las gráficas de potencia desarrollada por los quintos armónicos de los motores uno y dos respectivamente para cada forma de onda de voltaje, la referencia de los colores se mantiene igual que en el epígrafe anterior solo que no aparecerán las correspondientes a la onda sinusoidal.

Del análisis de dichas figuras se evidencia que el quinto armónico de la onda cuadrada es la que mayor potencia desarrolla en ambos motores y por lo tanto es la que mayor momento de frenaje produce. La onda cuadrada, que como se vio en el epígrafe anterior seguía en magnitud de los parámetros a la onda sinusoidal, es ahora en el quinto armónico la que

mayor potencia desarrolla. Por otra parte se observa que la onda escalonada, desarrolla la menor potencia. Los demás armónicos se comportan de manera similar.

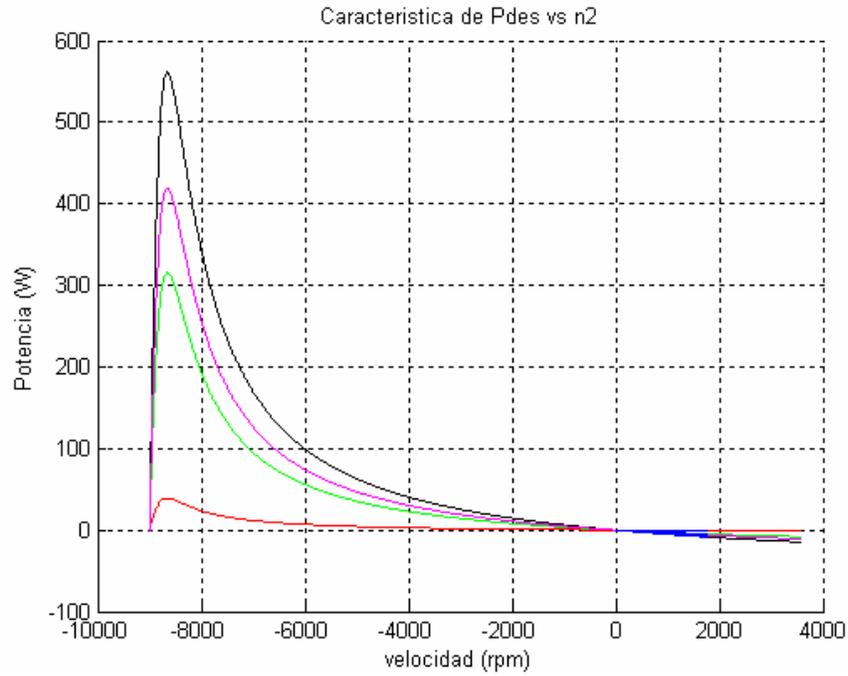


Figura 3.17 Potencia desarrollado por los quintos armónicos del motor uno.

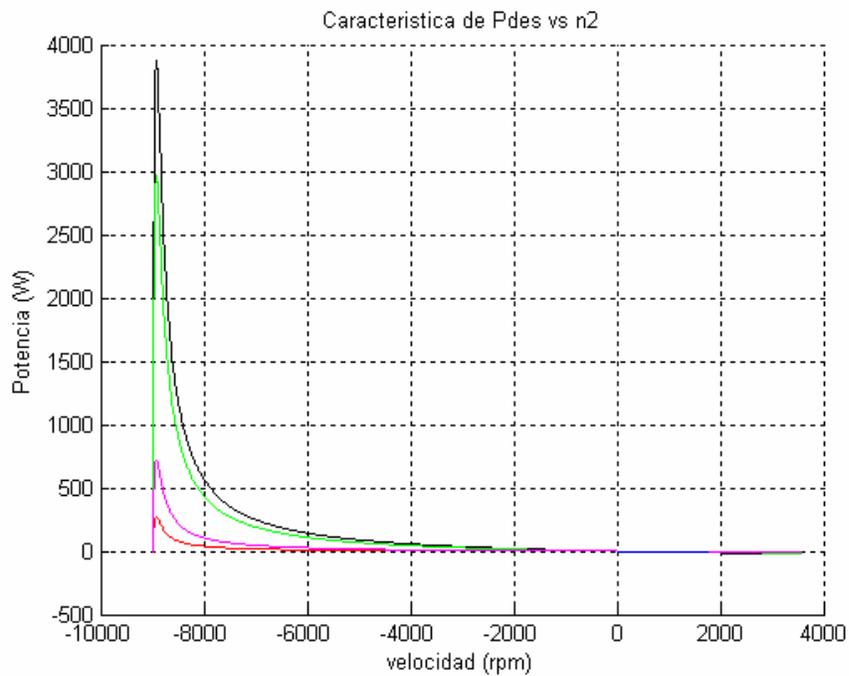


Figura 3.18 Potencia desarrollada por los quintos armónicos del motor dos.

Las características de momento desarrollado por los quintos armónicos de los motores uno y dos aparecen en las figuras 3.19 y 3.20. Como era de esperar los resultados obtenidos son similares a los obtenidos para las características de potencia desarrollada.

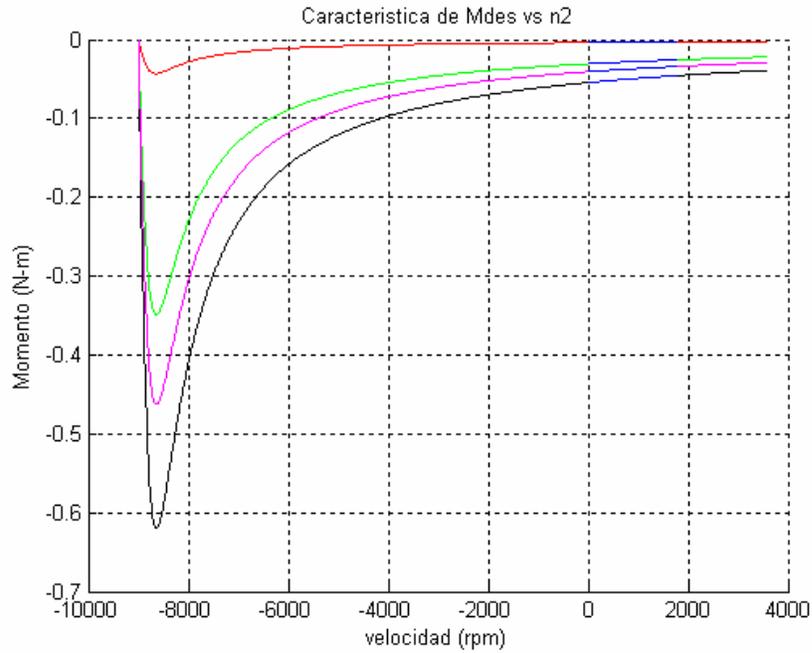


Figura 3.19 Momento desarrollado por los quintos armónicos del motor uno.

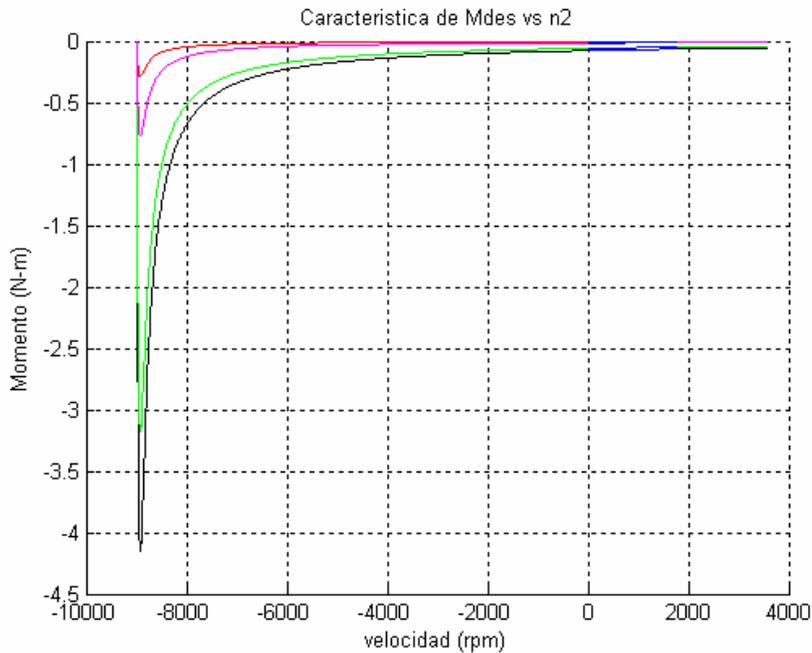


Figura 3.20 Momento desarrollado por los quintos armónicos del motor dos.

Las tablas 3.5 y 3.6 muestran los valores de potencia y momento desarrollado por los motores uno y dos respectivamente para ciertos puntos de operación específicos (los mismos que en el epígrafe anterior). Esto posibilita comprobar con más claridad la gran diferencia existente respecto a los del armónico fundamental.

Tabla 3.5 Características del motor uno para los quintos armónicos.

Tipo de onda	Momento de arranque (N-m)	Valores máximos		n = 1746 rpm	
		M _{máx} (N-m)	P _{máx} (W)	M _{des} (N-m)	P _{des} (W)
Sinusoidal	0	0	0	0	0
Cuadrada	-0.055	-0.62	531.32	-0.046	-8.38
Asimétrica	-0.31	-0.35	315.74	-0.026	-4.71
Escalonada	-0.0061	-0.0069	62.37	-0.0051	-0.93
Discontinua	-0.041	-0.46	418.86	-0.034	-6.25

Tabla 3.6 Características del motor dos para los quintos armónicos.

Tipo de onda	Momento de arranque (N-m)	Valores máximos		n = 1746 rpm	
		M _{máx} (N-m)	P _{máx} (kW)	M _{des} (N-m)	P _{des} (W)
Sinusoidal	0	0	0	0	0
Cuadrada	-0.076	-4.147	3.87	-0.063	-11.68
Asimétrica	-0.0584	-3.18	2.97	-0.05	-8.95
Escalonada	-0.0085	-0.46	0.43	-0.0071	-1.3
Discontinua	-0.057	-3.095	2.89	-0.048	-8.72

Vale señalar en estas tablas que el signo negativo se refiere a que están en sentido contrario al armónico fundamental.

3.3.3 Comportamiento del séptimo armónico

Estos armónicos actúan en el mismo sentido que el armónico fundamental, pero no son del todo beneficiosos ya que provocan pérdidas de cobre tanto en el estator como en el rotor y pérdidas de núcleo. Estos armónicos ayudan a contrarrestar el efecto de frenaje producido por el quinto armónico.

Las figuras 3.21 y 3.22 muestran las características de potencia desarrollada por los séptimos armónicos de los motores uno y dos respectivamente.

Se observa una similitud con respecto a los quintos armónicos en cuanto a la incidencia de las diferentes formas de ondas. La onda cuadrada es la que mayor potencia desarrolla y la onda escalonada es la que menor potencia desarrolla en ambos motores.

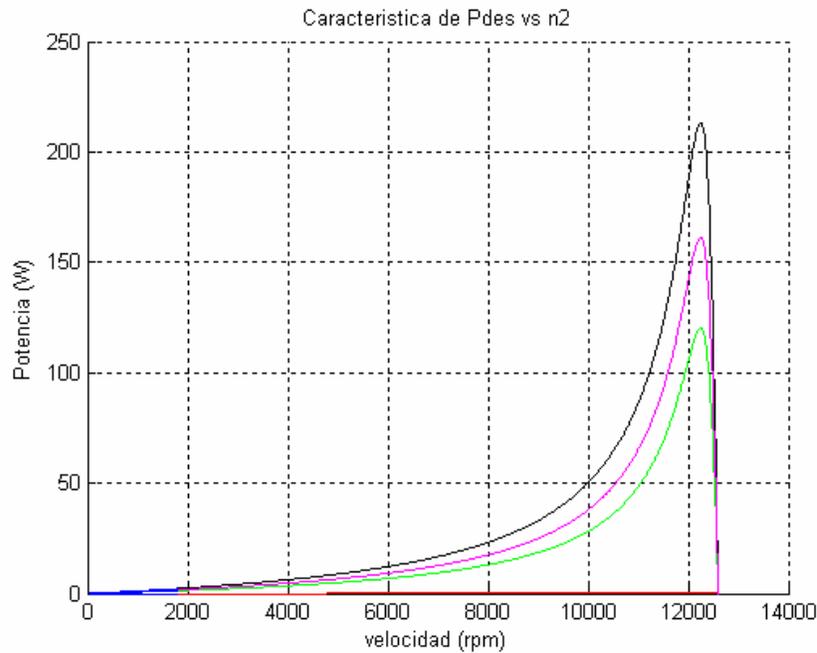


Figura 3.21 Potencia desarrollada por los séptimos armónicos del motor uno.

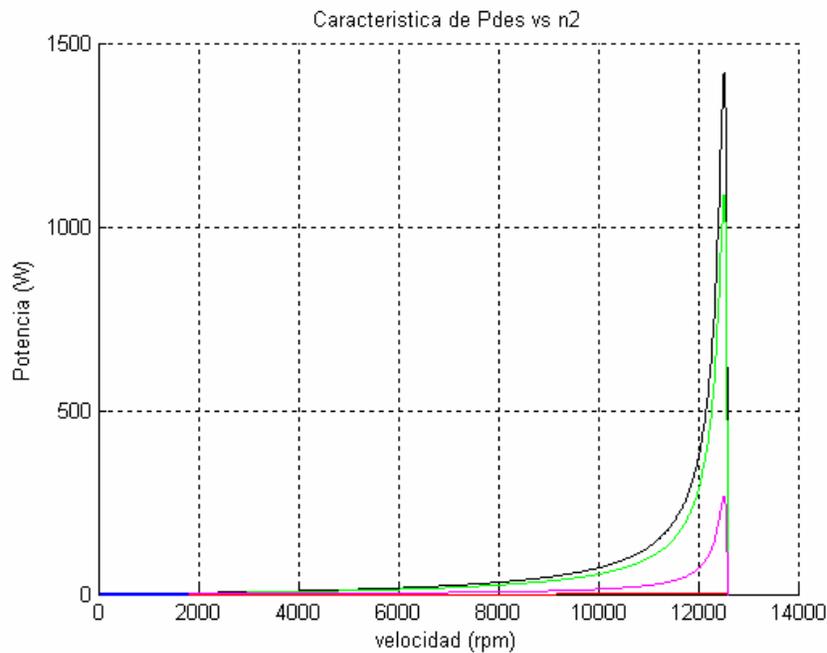


Figura 3.22 Potencia desarrollada por los séptimos armónicos del motor dos.

Las características de momento desarrollado por los séptimos armónicos de los motores uno y dos (Figuras 3.23 y 3.24) se comportan de manera similar que para el quinto armónico.

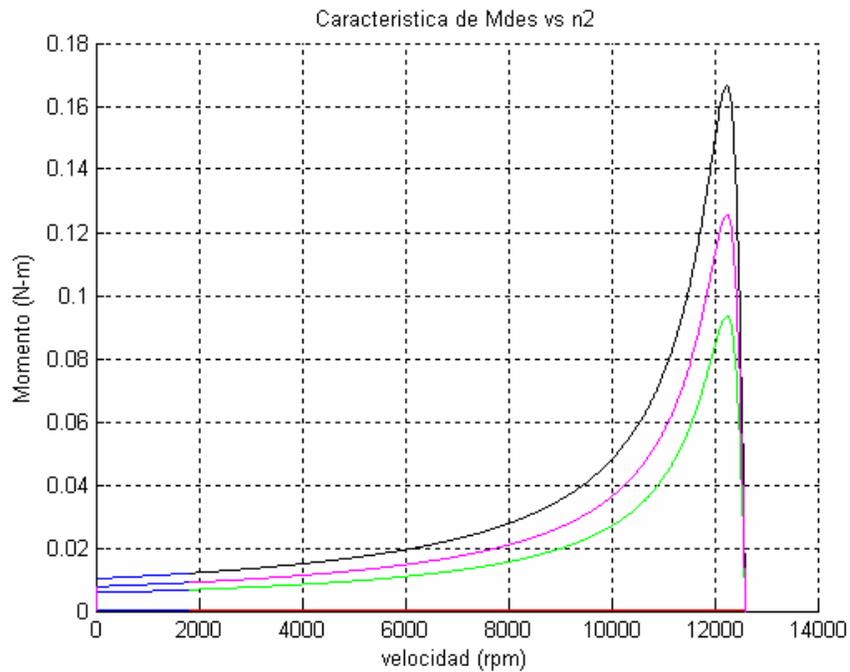


Figura 3.23 Momento desarrollado por los séptimos armónicos del motor uno.

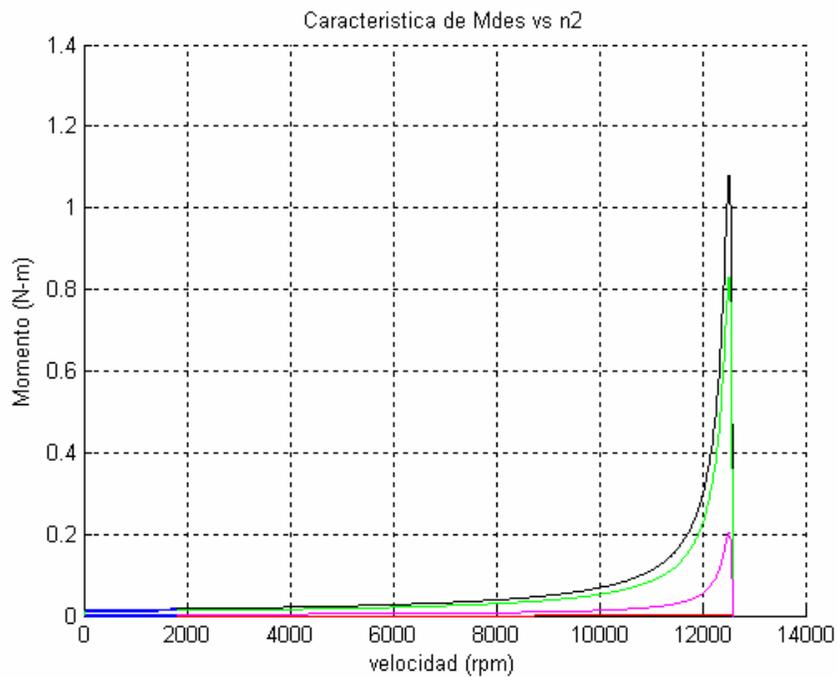


Figura 3.24 Momento desarrollado por los séptimos armónicos del motor dos.

Las tablas 3.7 y 3.8 muestran los valores de momento y potencia desarrollados por los motores uno y dos para los mismos puntos de operación establecidos en los epígrafes anteriores.

Tabla 3.7 Características del motor uno para los séptimos armónicos.

Tipo de onda	Momento de arranque (N-m)	Valores máximos		n = 1746 rpm	
		M _{máx} (N-m)	P _{máx} (W)	M _{des} (N-m)	P _{des} (W)
Sinusoidal	0	0	0	0	0
Cuadrada	0.0103	0.17	213.4	0.0119	2.17
Asimétrica	0.0058	0.09	120.04	0.0067	1.22
Escalonada	0.00002	0.00026	0.33	0.00002	0.0033
Discontinua	0.0078	0.13	161.17	0.009	1.64

Tabla 3.8 Características del motor dos para los séptimos armónicos.

Tipo de onda	Momento de arranque (N-m)	Valores máximos		n = 1746 rpm	
		M _{máx} (N-m)	P _{máx} (kW)	M _{des} (N-m)	P _{des} (W)
Sinusoidal	0	0	0	0	0
Cuadrada	0.0142	1.08	1.42	0.017	3.7
Asimétrica	0.0109	0.83	1.08	0.013	2.83
Escalonada	0.000022	0.0017	0.002	0.000026	0.0057
Discontinua	0.0107	0.82	1.07	0.013	2.79

Para el caso del séptimo armónico puede afirmarse que las magnitudes menores se corresponden con la onda escalonada

En las tablas 3.7 y 3.8 se puede apreciar la pequeña amplitud del momento y la potencia desarrollados por el séptimo armónico de las formas de ondas de voltaje.

3.4 Consideraciones finales del capítulo

El momento de frenaje producido por los quintos armónicos no es el problema fundamental de la presencia de armónicos de orden superior en las formas de ondas no sinusoidales, pues son de pequeña magnitud y se atenúan considerablemente con la presencia del séptimo armónico.

También se comprobó que la forma de onda de la señal determina la magnitud de los armónicos superiores, aspecto relevante que puede tomarse en consideración a la hora de diseñar circuitos electrónicos convertidores.

CONCLUSIONES

En el desarrollo de este trabajo se ha analizado la influencia de los armónicos de tiempo en el comportamiento del motor asincrónico trifásico, como se abordó en el primer capítulo, el quinto armónico desarrolla un momento de frenaje que afecta el comportamiento del motor, pero este, además de ser de magnitud pequeña, es contrarrestado por el momento desarrollado por el séptimo armónico que está en el mismo sentido que el momento fundamental. Los armónicos de tiempo producen pérdidas considerables en el motor de inducción, la circulación de corriente debido a la presencia de armónicos superiores por los devanados del rotor y del estator causan pérdidas de cobre y las pérdidas de núcleo producidas por los armónicos de la corriente pueden incluso superar a las de cobre.

Se implementaron algoritmos de programación en Matlab capaces de graficar señales no sinusoidales y de descomponer estas en series de Fourier para determinar la amplitud de cada armónico de una forma de onda no sinusoidal, para obtener las características de comportamiento del motor de inducción.

El programa desarrollado es capaz de descomponer las señales no sinusoidales en series de Fourier y aplicando el método de superposición obtener las características para cada armónico. Además grafica las características para un mismo armónico de las distintas señales de entrada en un mismo gráfico, posibilitando un mejor análisis de estas.

De las pruebas realizadas al programa se obtuvieron los resultados expuestos en el capítulo tres, estas pruebas se realizaron con un motor de poca potencia y otro de alta potencia lo que valida los algoritmos de cálculo y de programación utilizados.

RECOMENDACIONES

Como recomendaciones o vías de continuidad del trabajo se proponen las siguientes:

1. Tomar en cuenta la afectación de las resistencias de los devanados del estator y del rotor debido al efecto *skin*, mediante la incorporación al programa de los procedimientos correspondientes, lo cual contribuirá a una valoración más exacta de las pérdidas que ocurren en el motor.
2. Implementar un algoritmo de programación capaz de descomponer las señales reales de salida de los circuitos electrónicos convertidores, para esto es necesario primeramente tener diseñados en el Simulink de Matlab dichos circuitos o a través de señales que se capten en tiempo real a la salida de dichos dispositivos.
3. Ampliar esta aplicación a los motores sincrónicos trifásicos y a los motores monofásicos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Fitzgerald, A. E. et al (1990) *Electric Machinery*, 5ta Edición. McGraw-Hill.
2. McPherson George, Laramore Robert D. *An Introduction to Electrical Machines and Transformers. Second Edition*. Reimpreso en Cuba.
3. Murphy J. M. D., Turnbull F. G. (1988) *Power Electronic Control of AC Motors*, Pergamon Press.

BIBLIOGRAFÍA

4. Arrillaga J. L.I. Eguíluz. Armónicos en Sistemas de Potencia. Servicio de publicaciones de la Universidad de Cantabria, Santander. (1994).
5. Blázquez Miriam. Investigación sobre Medios Computacionales para apoyar el aprendizaje en la disciplina Máquinas Eléctricas. Tesis de Maestría. UCLV. Cuba, (1996).
6. Carvajal Jorge. Circuito equivalente para motores de doble jaula y ranura profunda. Trabajo de Diploma. Dpto. de Electroenergética, Fac. Ing. Eléctrica, UCLV, Cuba, (1992).
7. Castro M. Comparación de Técnicas y Herramientas de Autor para la generación de Aplicaciones Educativas. II Congreso de Tecnologías Aplicadas a la Enseñanza de la Electrónica, TAAE 96, Universidad de Sevilla. Vol. 3, (1996).
8. De Marcos J., Fernández A., Alonso C. Modelado y Simulación del Control Electrónico de Motores con PSPICE. II Congreso de Tecnologías Aplicadas a la Enseñanza de la Electrónica, TAAE 96, Universidad de Sevilla. Vol. 1, (1996).
9. Del Sol Rogelio. Cálculo de las Características de las Máquinas Síncronas con el uso de una Microcomputadora. Trabajo de Diploma. Dpto. de Electroenergética, Fac. Ing. Eléctrica, UCLV, Cuba, (1987).
10. Díaz Milagros. Programa para determinar características de motores eléctricos. Trabajo de Diploma. Dpto. de Electroenergética, Fac. Ing. Eléctrica, UCLV, Cuba, (1990).
11. Fitzgerald, A. E. et al (1990) *Electric Machinery*, 5ta Edición. McGraw-Hill.
12. García M. et al (2003) Influencia de los Armónicos de Tiempo en la Eficiencia de las Máquinas Asíncronas Trifásicas. Memorias Digitales del XI Simposio de Ingeniería Eléctrica. Noviembre 2003
13. Hernández Alicia, Moreno Ileana, Ferrer Elia. Características de la Especificación de Requisitos para Software Educativo. Evento La Ingeniera Electricista: Retos y Perspectivas. Camagüey. Cuba, (1997).
14. Hernández Alicia. Proyecto de Investigación: Desarrollo de Medios de Enseñanza Asistida por Computadoras para las Máquinas Eléctricas. Dpto. Electroenergética, UCLV, Cuba, (1997).

15. Ivanov - Smolenski, A. V. Máquinas Eléctricas. En 3 tomos. Editorial MIR Moscú, (1984).
16. Kostenko M., Piotrovsky L. Máquinas Eléctricas. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, (1968).
17. Langsdorf Alexander. Principios de las Máquinas de Corriente Continua. Sexta edición. Ediciones del Castillo S.A. España, (1968).
18. McPherson George, Laramore Robert D. *An Introduction to Electrical Machines and Transformers. Second Edition.* Reimpreso en Cuba.
19. Moreno A., Castro A., García F. J. Modelado y simulación de motores de inducción y su control. II Congreso de Tecnologías Aplicadas a la Enseñanza de la Electrónica, TAAE 96, Universidad de Sevilla. Vol. 3, (1996).
20. Murphy J. M. D., Turnbull F. G. (1988) *Power Electronic Control of AC Motors,* Pergamon Press.
21. Pérez Karel. Programa para la Determinación del Comportamiento de las Máquinas de Inducción a partir de las Ecuaciones Generalizadas. Trabajo de Diploma. Dpto. de Electroenergética, Fac. Ing. Eléctrica, UCLV, Cuba, (1996).
22. Rashid Muhammad H. (1993) *Electrónica de Potencia, Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones.* Prentice-Hall Hispanoamericana, SA.
23. Siskind Charles. *Direct - Current Machinery. First Edition.* Editora McGraw-Hill. USA. (1952).
24. Slemon G., Straughen A. *Electric Machines.* Addison-Wesley Publishing Co. Canadá, (1982).
25. The Matlab Curriculum Series. *The Student Edition of Matlab. The Math Works Inc. Prentice Hall, New York.* (1992).
26. Voldek A. I. Máquinas Eléctricas. En 2 tomos. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, (1985).
27. Zerquera Mariano, et al. Programas para la Simulación de las Máquinas Eléctricas. Taller Iberoamericano sobre la Enseñanza de la Ing. Eléctrica. CIPEL: Ciudad de la Habana, Cuba, (1996).