

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Modelo Cinemático y Dinámico para Plataforma de dos grados de libertad

Autor: Sándor Eduardo Domínguez Velazco

Tutor: M. Sc Eduardo Izaguirre Castellanos

Santa Clara

2007

"Año de 49 de la Revolución"

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Modelo Cinemático y Dinámico para Plataforma de dos grados de libertad

Autor: Sándor Eduardo Domínguez Velazco

E-mail: sandorwin@yahoo.es

Tutor: M. Sc Eduardo Izaguirre Castellanos

Profesor Auxiliar. Dpto de Automática y Sistemas Computacionales.

Facultad de Ingeniería Eléctrica. E-mail: izaguirre@uclv.edu.cu

Santa Clara

2007

"Año 49 de la Revolución"



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Autor

Firma del Jefe de Departamento
donde se defiende el trabajo

Firma del Responsable de
Información Científico-Técnica

PENSAMIENTO

Si tu intención es describir la verdad, hazlo con sencillez y la elegancia déjasela al sastre

Albert Einstein

DEDICATORIA

A mis padres, Lázaro Domínguez Lara y Natividad Velazco Gómez, que con su ejemplo me enseñaron que el conocimiento es importante para la vida de todo ser humano. Por su paciencia para esperar este momento, por su apoyo durante toda mi vida y por ser la guía para ser cada día mejor.

A mi novia, Daily Martín Pérez, porque a lo largo de este tiempo que llevamos juntos, me ha dado su amor y confianza. Me enseñó que la vida tiene muchas facetas que son hermosas donde si somos capaces de soñar y creer que no existe imposible, sólo hay logros que alcanzar.

A mi abuela Mirta Gomez por brindarme su ayuda y su apoyo.

A mis tía Lazara y Mirtica que sin su ayuda no se me hubiera hecho posible la presentación de este trabajo.

A mis abuelos Lázaro y Eduardo por estar siempre conmigo.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, me gustaría agradecer a todos aquellos que han colaborado en algún momento en mi formación académica y personal haciéndome esforzarme para ser útil en la sociedad.

Agradezco a Drien por caminar conmigo por los senderos de la amistad y animarme en los momentos en que el desistir quería vencerme con sus sabios consejos que me guiaban por el sitio correcto.

A mi tutor MSc.Eduardo Izaguirre Castellanos por apoyarme y dedicarme con paciencia gran tiempo en estos seis meses y por comportarse como un padre y amigo en el desarrollo de este trabajo.

A mis primos Ramsés, Dailor, Daimler y Maria Alina por ser como los hermanos que nunca tuve y por su aliento y confianza.

A mi prima Daiqui y el Departamento de Personal del Contingente Campaña de Las Villas por permitirme imprimir esta trabajo.

A mis tíos Antonio y Juan Jesús por proporcionarme el consuelo y la ayuda cuando la desesperación toco a mi puerta.

A Haidee, Roberto, Yunier y Leiry.

A mis compañeros de aula por su amistad brindada durante el tiempo de estudio de la carrera y por los momentos que hemos pasado juntos.

A mis vecinos, especialmente a Ana, Dago y Robertico por estar siempre atentos a mis resultados y aceptarlos.

TAREA TÉCNICA

1. Revisión bibliográfica del tema de Robots Paralelos y aplicaciones en Plataformas de Simulación.
2. Análisis y estudio de las herramientas matemáticas existentes para modelación de Plataformas de más de dos grados de libertad.
3. Modelación Cinemática de la Plataforma SIMPRO.
4. Modelación Dinámica de la Plataforma SIMPRO.
5. Simulación de los resultados.

Firma del Autor

Firma del Tutor

RESUMEN

El desarrollo de robots paralelos para disímiles aplicaciones se esta generalizando en la actualidad, las grandes ventajas que representan en el manejo de grandes pesos, la exactitud en el posicionamiento del efector final y la rigidez de las arquitecturas paralelas las han hecho ser una alternativa a tener en cuenta con respecto a las estructuras robóticas en series.

Este trabajo persigue el objetivo de desarrollar los modelos cinemático y dinámico de una plataforma de dos grados de libertad empleada para la simulación de conducción de vehículos para entrenamiento de personal. En el mismo hace énfasis en las características generales que presentan los robots paralelos, las diferentes herramientas que se utilizan para su modelación, el análisis de las velocidades y la aceleración y aspectos dinámicos de un representante de los robots paralelos: la Plataforma de Conducción de sello SIMPRO, la misma brinda dos movimientos rotacionales alrededor de los ejes (x, y), representados por los ángulos de alabeo y cabeceo respectivamente. El modelo obtenido caracteriza la cinemática directa e inversa y la dinámica del robot, muy útil para el desarrollo de estrategias de control. La simulación y verificación del modelo se realiza con el software MATLAB donde se muestra la geometría de la estructura del robot y su comportamiento.

OBJETIVOS

1. Realizar un estudio actualizado de los diferentes tipos de estructuras paralelas, específicamente las aplicadas a plataformas de conducción, enfatizando en sus características y prestaciones.
2. Obtención de los modelos cinemático y dinámico para Plataforma de Conducción SIMPRO de dos grados de libertad.

NOTACION

A_i Extremo inferior de la articulación i -ésima conectada a la plataforma fija.

B_i Extremo superior de la articulación i -ésima conectada a la plataforma móvil.

$A_1 O A_2$ Puntos del plano que forman la plataforma fija.

$B_1 O' B_2$ Puntos del plano que forman la plataforma móvil.

OO' Distancia entre los centros de coordenadas fija y móvil

l_1 Distancia entre los puntos $A_1 O$ en la base fija.

l_2 Distancia entre los puntos $A_2 O$ en la base fija.

l_3 Distancia entre los puntos $B_1 O'$ en la base móvil.

l_4 Distancia entre los puntos $B_2 O'$ en la base móvil.

ϕ Rotación del efector final respecto al eje x' (Roll).

θ Rotación del efector final respecto al eje y' (Pitch).

ψ Rotación del efector final respecto al eje z' (Yaw).

xyz Sistema de referencia fijo.

$x'y'z'$ Sistema de referencia móvil o solidario.

$R_{x'y'z'}^{xyz}$ Matriz de rotación.

$A_2 C$ Longitud de la articulación de cabeceo.

$A_1 D$ Longitud de la articulación de Alabeo.

$F_{pistón}$ Fuerzas aplicadas por los actuadores a los pistones.

V_c Velocidad alcanzada por la plataforma móvil por la parte de cabeceo.

V_a Velocidad alcanzada por la plataforma móvil por la parte de alabeo.

ω_1 Velocidad angular de alabeo.

ω_2 Velocidad angular de cabeceo.

ε_1 Aceleración angular de alabeo.

ε_2 Aceleración angular de cabeceo.

M masa total de la plataforma móvil y la cabina.

m_i masa del émbolo del pistón.

m_o masa del cilindro del actuador neumático.

TABLA DE CONTENIDOS

PENSAMIENTO.....	i
DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS.....	iii
TAREA TECNICA.....	iv
RESUMEN.....	v
OBJETIVOS.....	vi
NOTACION.....	vii
INTRODUCCION.....	1
CAPITULO 1 Robótica paralela	8
1.1 Estructura Funcional de un Robot paralelo.....	9
1.2 Topología de un Robot paralelo.....	11
1.2.1 Designación de las arquitecturas.....	12
1.3 Cinemática Paralela.....	15
1.4 Dinámica Paralela.....	17
1.5 Sensores.....	18
1.5.1 Potenciómetros.....	19
1.5.2 Codificadores ópticos (encoders).....	19

	1.5.3	Unidades Inerciales de Medición.....	22
	1.6	Articulaciones.....	22
	1.7	Actuadores.....	23
	1.7.1	Actuadores Binarios.....	25
	1.8	Variantes de robots paralelos.....	26
	1.9	Aplicaciones de los robots paralelos.....	31
CAPÍTULO 2		Herramientas matemáticas	33
	2.1	Sistemas Multicuerpos.....	33
	2.2	Herramientas matemáticas para la representación espacial.....	34
	2.2.1	Matrices de rotación.....	35
	2.2.2	Ángulos de Euler.....	36
	2.2.3	Cuaternios.....	39
	2.2.4	Par de rotación.....	40
	2.3	Modelado Cinemática.....	40
	2.3.1	Modelo cinemático inverso.....	41
	2.3.2	Modelo cinemático directo.....	41
	2.3.3	Cinemática diferencial.....	43
	2.4	Modelado Dinámico.....	46
CAPÍTULO 3		Modelado y Simulación de la plataforma SIMPRO.....	48

3.1	Plataforma SIMPRO. Características.....	49
3.2	Definición de las notaciones de la plataforma.....	51
3.3	Análisis de movilidad de la plataforma.....	52
3.4	Modelado de la plataforma.....	54
3.4.1	Determinación de las velocidades y las aceleraciones.....	57
3.5	Dinámica de la plataforma.....	59
3.6	Simulación.....	62
3.6.1	Definición de los cuerpos rígidos.....	63
3.6.2	Momentos de inercia.....	63
3.6.3	Coordenadas de los cuerpos rígidos.....	64
3.6.4	Definición de las uniones.....	66
3.7	Resultados.....	67
3.8	Análisis económico.....	71
	CONCLUSIONES.....	72
	RECOMENDACIONES.....	73
	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	74
	ANEXOS.....	77

INTRODUCCIÓN

Al igual que otras muchas ramas de la ciencia y la tecnología, la robótica se ha desarrollado en los últimos años de una manera rápida e intensa. Los aportes de una informática en continuo desarrollo, la base teórica brindada por la Teoría de Control Moderna para el desarrollo del control de los robots, junto a los novedosos avances de la inteligencia artificial, permiten prever la disponibilidad, en pocos años, de robots dotados de una gran flexibilidad y capacidad de adaptación al entorno, que invadirían una gran cantidad de sectores productivos de forma imparable.

Actualmente, la robótica ha alcanzado un elevado grado de madurez, y la adquisición e instalación de robots de todo tipo en variados entornos productivos ha dejado de ser una aventura para convertirse en una opción razonable en muchas esferas de la automatización.

Dentro de la robótica se distinguen dos tendencias constructivas fundamentales, las estructuras series y las estructuras paralelas las cuales definen a la robótica serie y paralela respectivamente a la cual va encaminado el presente trabajo.

Estado del arte de los Robots Paralelos

Un robot paralelo es aquel cuya estructura mecánica esta formada por un mecanismo de cadena cinemática cerrada en el que el efector final se une a la base por al menos dos cadenas cinemáticas independientes.(Kuen, 2002)

En los últimos años los robots paralelos han marcado mucho interés en la comunidad de la robótica. Esto se evidencia en el aumento del número de artículos publicados en el tema junto con la aplicación de los mismos con fines muy diversos. No obstante en muchos casos las dificultades inesperadas en su diseño y control han conducido a resultados que no son los que exactamente se esperan, aunque se han logrado avances en el mejoramiento de las arquitecturas mecánicas convencionales.

Hasta el momento han sido propuestos gran cantidad de diseños mecánicos para robots paralelos donde los grados de libertad de los mismos varían desde dos hasta seis. Los resultados de un estudio de 100 arquitecturas mecánicas encontradas en la literatura (Jean-pierre Merlet, 2002) se muestran en la siguiente tabla:

Grados de libertad	Mecanismos Aplicados
6	40 %
5	3.5 %
4	6 %
3	40 %
2	10.5 %

Tabla 1.1

Mecanismos paralelos aplicados en función a sus grados de libertad.

Comparación entre mecanismos series y paralelos

El diseño de los robots serie se basa en los acoplamientos rígidos o empalmes prismáticos conformando una cadena cinemática en serie, actuados generalmente por motores. Uno de sus extremos está fijado a una base o plataforma fija y el otro se acopla al efector final. (Kuen, 2002)

Los mecanismos serie en general suelen ser similares al brazo humano, presentando la ventaja de un gran espacio de trabajo, en contraposición con limitaciones en su capacidad de carga.

Tales manipuladores serie tienden a ser pesados y caros debidos a los requisitos de rigidez y a la grandes fuerzas dinámicas a través de la estructura de transmisión mecánica en serie, que le son exigidos.

Las estructuras series pueden más a fondo ser clasificadas como manipulador espacial o manipulador planar. Un ejemplo representativo del manipulador serie espacial lo constituye el Manipulador Puma (Kuen, 2002), debido a su estructura serie, la carga útil está limitada por el mínimo esfuerzo de torsión del motor que actúa sobre la cadena cinemática. A esto hay que agregarle que los motores y articulaciones de la estructura forman parte de la carga de la misma, factor que desfavorece la capacidad de carga útil y la aparición de grandes efectos inerciales. Consecuentemente, la velocidad y la aceleración que el elemento de acción final puede alcanzar es baja y los errores que cada empalme mecánico acumula se reflejan en dicho elemento final. Otros detalles de esta estructura serie es que cuanto más cercanos estén los motores y los acoplamientos del elemento final, más pequeños serán los errores en las cadenas cinemáticas.

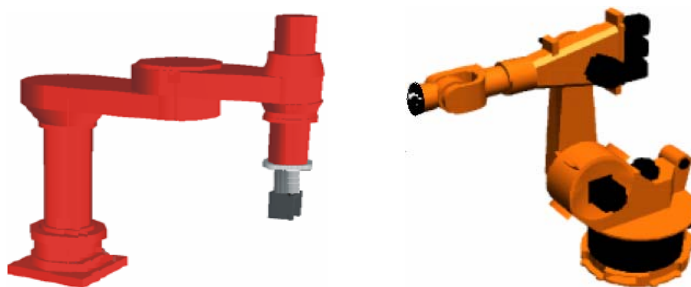


Figura 1.

Manipuladores serie.

En contraste como la robótica serie, los manipuladores paralelos consisten en una serie de varias subcadenas que conectan a diferentes puntos de la base el elemento final o plataforma móvil. Cada subcadena tiene un subconjunto de uniones activas y pasivas, donde la carga es compartida entre los actuadores de las diferentes cadenas.

Entre las ventajas de las arquitecturas paralelas podemos mencionar su elevada fuerza mecánica, ya que la carga en el efector final es soportada por múltiples articulaciones al mismo tiempo, resultando una menor fuerza por articulación.

Cuando los actuadores accionan sobre las articulaciones de las diferentes cadenas, las fuerzas resultantes que producen el movimiento de la plataforma actúan en paralelo para controlar los movimientos del manipulador. La carga se comparte entre los diversos actuadores de cada cadena, siendo capaz de manipular mayor carga útil, superior incluso que su propio peso, que de por sí es relativamente es bajo (Kuen, 2002).

La masa en movimiento es menor ya que los actuadores en un robots paralelo típico se colocan en la base fija (en contraste con los robots series) lo cual reduce considerablemente la masa que tiene que ser movida.

Como consecuencia de lo anteriormente explicado los robots paralelos presentan elevadas velocidades de operación en comparación con cualquier otra estructura robótica, alta exactitud en el posicionamiento del efector final ya que es mucho menos sensible a los errores de los sensores articulares que en los robots serie y una alta rigidez mecánica.

Los diseños tienen típicamente propiedades inerciales bajas puesto que los actuadores se localizan generalmente cerca de la base



Figura 2.

Manipuladores paralelos (izquierda robot IRB 340, derecha robot Hermes).

Como desventajas de los mecanismos paralelos podemos mencionar que son cinemáticamente complicados lo que hace recurrir en algunas ocasiones al empleo sensores redundantes para conformar el lazo de control (Kuen, 2002; Jean-Pierre Merlet, 1999).

Las cadenas cinemáticas múltiples implican mayor complejidad del mecanismo pues presentan mayor número de uniones y empalmes que en los series, generando mayor cantidad de restricciones relacionadas con el sistema y haciéndolos más costosos en lo que respecta a construcción y mantenimiento.

Por otro lado el espacio de trabajo de un robot paralelo está limitado por las características propias de la arquitectura del robot lo que implica la posible aparición de colisiones entre sus articulaciones. El cálculo del espacio de trabajo no es sencillo ya que la posición y orientación del efector final están muy fuertemente ligadas.

Los resultados computacionales relacionados con el cálculo de las posiciones del efector final para un conjunto dado de posiciones de los actuadores es en general un problema complejo en la robótica paralela, donde se pueden obtener un número considerablemente alto de soluciones .(Jean-pierre Merlet, 2002)

Otro aspecto a considerar es la existencia de singularidades, es decir las posiciones no alcanzables del efector final. Matemáticamente son las configuraciones del robot en las cuales el determinante de la matriz Jacobiana es nulo. Al anularse el Jacobiano, un incremento infinitesimal de las coordenadas cartesianas del efector final supondría un incremento infinito de las coordenadas articulares, lo cual no sería posible de lograr con los actuadores de robot.

La problemática de las singularidades es muy común y abunda en manipuladores paralelos, en una singularidad el manipulador puede verse afectado en su flexibilidad dinámica, es decir, su capacidad de resistir fuerzas externas en ciertas direcciones (Kuen, 2002).

Este problema debe resolverse específicamente para cada topología ya que no existe como en los manipuladores serie un modelo dinámico general y hace que se controlen en la actualidad de forma desacoplada. La presencia de cadenas cinemáticas cerradas impone apremios en los ángulos posibles de los empalmes y complica el proceso de diseño y el análisis (Kuen, 2002).

Como en los robots serie, los robots paralelos comerciales más exitosos tienen arquitecturas especiales para hacer los algoritmos de la cinemática tan simples como sea posible. Además existen muchas dualidades entre la cinemática de las estructuras series y las paralelas.

Dualidad fuerza-velocidad: los algoritmos para las transformaciones de fuerza en un robot serie son formalmente similares a las transformaciones de velocidad en un robot paralelo, y viceversa.

Dualidad inversa-directa: la cinemática directa de un robot serie es simple, mientras la cinemática inversa es difícil (en el sentido que las ecuaciones para resolver son no lineales y tienen soluciones múltiples); todo lo contrario para el caso de los robots paralelos.

Caso de estudio

El Centro de Investigación y Desarrollo de Simuladores (CIDSIM) es una entidad que se encarga de la fabricación y desarrollo de simuladores para entrenamiento y simulación de vehículos de conducción en nuestro país. Dentro del marco de un convenio de colaboración existente la Universidad Central de las Villas (UCLV) y la entidad CIDSIM, hemos de presentar en este trabajo el desarrollo de un modelo matemático que describa el comportamiento de una plataforma de conducción desarrollada por dicha empresa, la cual presenta 2 grados de libertad, garantizando con ello las sensaciones de alabeo y cabeceo, durante la simulación.

Dado que la presente plataforma carece de un modelo matemático que describa su comportamiento, pretendemos con la realización de este trabajo lograr los modelos cinemático y dinámico de la misma, así como mostrar las herramientas matemáticas fundamentales para su desarrollo, constituyendo ello el objetivo fundamental del presente trabajo.

Además se pretenden analizar las características mecánicas de la plataforma para proponer en caso de que sea necesario, teniendo en cuenta aspectos como la robustez, el costo y la versatilidad de las utilidades, mejoras de la misma.

El conocimiento del modelo de esta plataforma permite desarrollar estrategias de control, así como la simulación de su comportamiento en diferentes tipos de aplicaciones, constituyendo la base para la realización de algoritmos de control más avanzados.

Organización del informe

El trabajo se ha estructurado en tres capítulos. El capítulo I está dirigido a dar una panorámica de los diferentes robots paralelos, se analizan las diferentes estructuras mecánicas que constituyen la base de los mencionados robots. También se hace referencia a las variantes de plataformas con sus respectivos grados de libertad, sus características y sus fundamentales aplicaciones, se incluye la dinámica y prestaciones de las especificadas plataformas orientadas a la simulación y entrenamiento de conducción de vehículos. Por último se dedica un acápite a los diferentes actuadores para plataformas y las tendencias.

El capítulo II está dirigido más específicamente a la modelación matemática, estado del arte en este campo. El capítulo III está centrado a la modelación cinemática y dinámica de la plataforma desarrollada por el CIDSIM, sus características y aplicaciones. Aquí obtenemos ambos modelos para dicha plataforma evaluando los mismos y validando las expresiones matemáticas sobre el paquete “Mechanic Library” del Matlab.

En el trabajo se exponen varios anexos que complementan el mismo, así como una abundante colección de referencias bibliográficas para todo aquel que se muestre interesado en este campo.

CAPÍTULO 1. Robótica paralela

La robótica hoy en día ha alcanzado un nivel de la madurez en su tecnología, brindando la posibilidad de ser un recurso a considerar para lograr soluciones estándar para muchas tareas actuales (Cavallo, 2003). Muchas de las aplicaciones de la robótica actual implican la utilización de las arquitecturas paralelas, la cual está en franco ascenso, no solo por su importancia sino también por las prestaciones que se pueden lograr con este tipo de robots. Como ejemplo podemos mencionar: los simuladores de vuelos y de conducción de vehículos, la colocación u orientación de elementos mecánicos como son la orientación de grandes antenas parabólicas, los centros de ensamblaje, etc y otras necesidades generales de la producción donde se requiera el empleo de dispositivos de alta precisión, velocidad elevada y alta capacidad de carga. Los más recientes robots paralelos han encontrado aplicación como robots médicos para la cirugía.

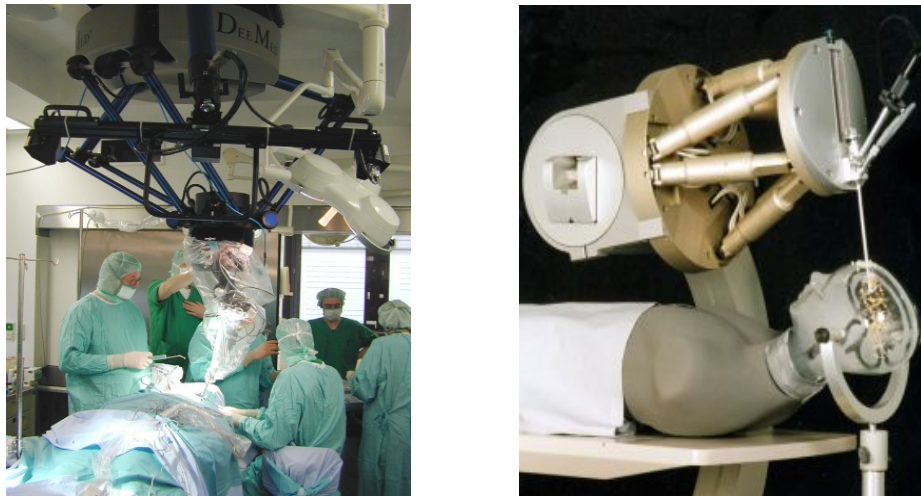


Figura 1.1.

Robots paralelos en aplicaciones médicas.

Los estudios de las estructuras mecánicas paralelas datan desde 1813 con las investigaciones de Cauchy acerca de los posibles movimientos de los ortoedros articulados (Cavallo, 2003), seguido con los estudios de geómetras franceses e ingleses que realizaron

sus investigaciones sobre poliedros y sus aplicaciones. Estos trabajos se desarrollaron mucho antes de manejarse el término robot y aún lejos de encontrarse todavía una realización práctica de estos dispositivos. No obstante los estudios contribuyeron a desarrollar la base de la teoría de estructuras paralelas que hasta hoy en día ha continuado desarrollándose.

1.1 Estructura funcional de un robot paralelo

Es un hecho las potencialidades que brinda la robótica paralela, específicamente en lo que respecta a su desempeño, donde tanto en la parte de software como de hardware hay muchos aspectos que resultan de gran interés en la comunidad científica. De aquí que muchos autores se hayan interesado en lograr una caracterización funcional de los robots paralelos, que permita a su vez una mejor comprensión a la hora de realizar el diseño, simulación, análisis de estructuras, etc.

En revisiones bibliográficas realizadas encontramos una clasificación por subsistemas para robots paralelos (Jean-pierre Merlet, 2002), lo cual permite un mejor entendimiento de estos sistemas robotizados, de acuerdo al campo donde se proyecte su estudio. Esta clasificación se muestra en la figura 1.2.

El primer subsistema es el robot en sí con su modelo dinámico constituido por:

- La topología del mecanismo que explica cómo los empalmes, los acoplamientos y los actuadores se conjugan funcionalmente para producir el movimiento deseado.
- La geometría del mecanismo, o sea las dimensiones de los acoplamientos, localización de los empalmes, etc

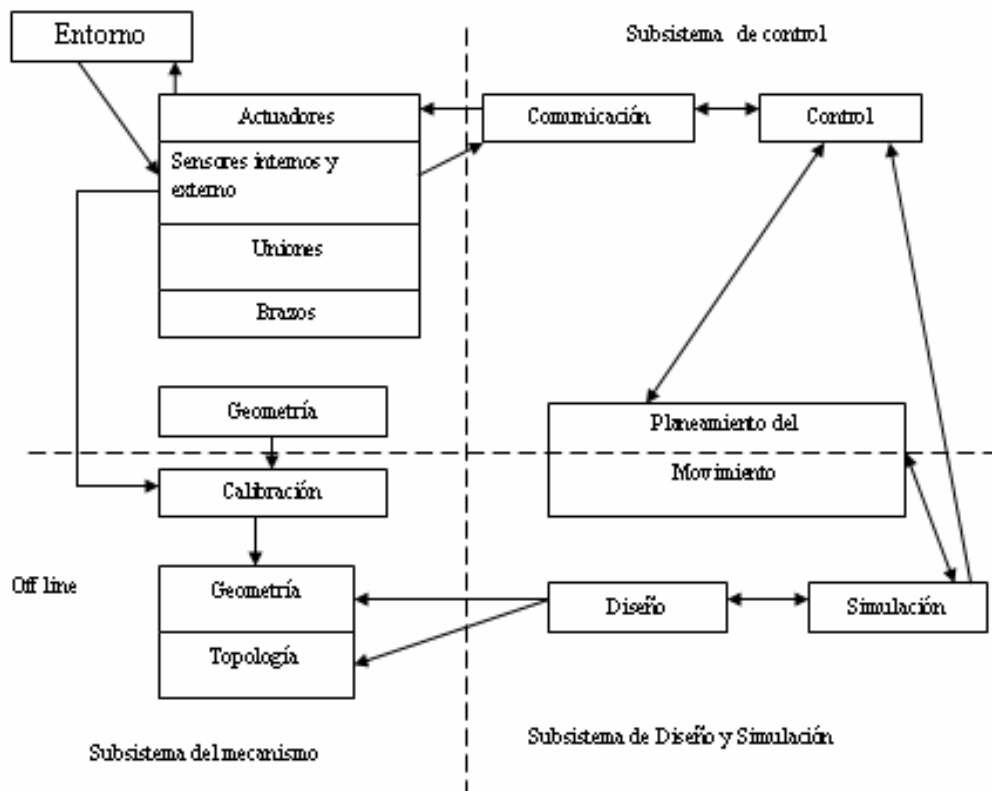


Figura 1.2

Subsistemas de un Robot Paralelo

El subsistema de control esta constituido de:

- Nivel de comunicación a través del cual se transfiere los datos de los sensores y los actuadores del robot al controlador.
- Nivel de control dividido en:
 - o Nivel de planificación de movimientos el cual genera una secuencia de movimientos para el robot.
 - o Un regulador que asegure la ejecución de los movimientos elaborados por el planificador del movimiento.

Los subsistemas de diseño y simulación están constituidos por:

- Modulo de diseño que permite determinar la mejor topología y geometría teórica para la realización de las tareas por el robot.
- Modulo de simulación que permite obtener del comportamiento del robot caracterizado por su topología y su geometría.

Opcionalmente se puede tener un subsistema de calibración cuyo propósito es lograr un acople entre el modelo teórico de la geometría y la geometría real usando la configuración donde el numero de sensores por articulación es igual o agregando sensores para hacer una configuración de sensores redundantes.

Se pueden distinguir en la figura 1.2 una división que definen los subsistemas de trabajo “on line” y “off-line” (sobre todo los de simulación y diseño). Los elementos de una categoría se pueden utilizar por los elementos de otras categorías.

La realización práctica del robot paralelo se diferencia del modelo teórico de la figura anterior en:

- Geometría real.
- Las uniones y empalmes.
- Los actuadores.
- Los sensores los cuales pueden ser internos o externos.

1.2 Topología de Robot Paralelos

La *topología* o arquitectura de un mecanismo paralelo se establece como las articulaciones, conexiones, acoplamientos y actuadores que están estructurados para lograr un determinado movimiento deseado.

La *geometría* de un mecanismo son las dimensiones de las articulaciones, así como ubicación de las uniones y acoplamientos.

1.2.1 Designación de las Arquitecturas

Una cadena cinemática se describe generalmente por la secuencia de los pares cinemáticos (articulaciones) que la conforman, donde la notación que se emplea para clasificar dichos pares cinemáticos es la siguiente:

- P: Articulación Prismática (prismatic)
- R: Articulación en Revolución (revolute)
- C: Articulación Cilíndrica (cylinder)
- U: Articulación Universal (universal)
- S: Articulación Esférica (spherical)
- H: Helicoidal (helicoidal)

El mecanismo esférico es aquel en que todos los puntos de sus acoplamientos describen trayectorias ubicadas en esferas concéntricas, figura 1.3.

La articulación esférica es el tipo de articulación que más grados de libertad posee.

Independientemente de los diversos tipos de articulaciones mecánicas existentes, existen algunas equivalencias entre las mismas (Lu, 2006), entre ellas podemos mencionar:

- La articulación S (esférica) es equivalente a las intersecciones de tres articulaciones en revolución.
- Una articulación C (cilíndrica) equivale a una articulación prismática con una en revolución.
- Una articulación U (universal) equivale a dos articulaciones en revolución cruzadas.

En algunas ocasiones el termino U se emplea para designar una articulación universal tipo Cardan (Hooke's Cardan). Sin embargo algunos autores consideran que la articulación universal Cardan no es un par cinemático, siendo la notación más apropiada RR

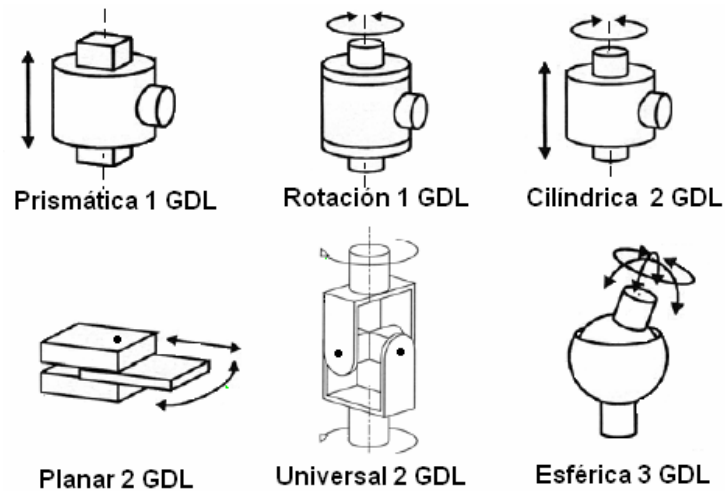


Figura 1.3

Diferentes tipos de articulaciones con sus grados de libertad.

Desde el punto de vista de la nomenclatura, para indicar que un par cinemático es actuado, se procede a subrayar la letra que lo clasifica, digamos P, o R. Por ejemplo, las cadenas serie cinemáticas de la Plataforma de Gough mostrada en la figura 1.4 son del tipo (RR) PS.

Mecanismos paralelos con idénticas cadenas cinemáticas, se denotan como n-XXX, donde n es el número de cadenas cinemáticas y XXX representan el tipo de cadena cinemática, siendo la última letra la que denota el par cinemático en la plataforma móvil.

Ejemplos:

3P - Describe a tres Juntas Prismáticas

2P - Describe dos Juntas Prismáticas actuadas desde plataforma fija.

R - Describe una cadena cinemática cerrada en Revolución.

S - Describe una cadena cinemática cerrada del tipo Esférica.

Para ilustrar lo anterior tomemos como ejemplo la topología de robot 3P-6RRS, la cual significa que el mismo consta de 3 uniones prismáticas actuadas desde la plataforma fija (3P), unidas a la plataforma móvil mediante 6 cadenas cinemáticas cerradas del tipo Revolución- Revolución -Esférica (RRS).

Si la información del tipo de cadena cinemática y el número de actuadores no resultan suficientes para especificar los grados de libertad del mecanismo paralelo, deberá explícitamente indicarse todo lo necesario para su entendimiento.

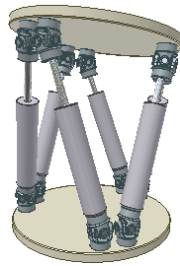


Figura.1.4

Plataforma de Gough mecanismo paralelo de seis GDL del tipo 6-(RR)PS

El robot paralelo -Ojo Ágil- de la Universidad de Laval mostrado en la figura 1.5 es un mecanismo paralelo esférico de tres GDL del tipo 3-RRR.

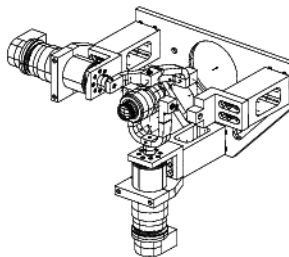


Figura 1.5.

Robot esférico Agile Eye.

Mientras que el robot paralelo Eclipse que se observa en la figura 1.6 de 6 GDL es del tipo 3-RPRS.

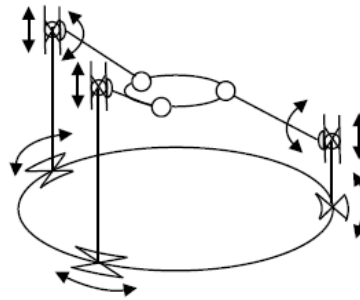


Figura.1.6

Robot Eclipse, mecanismo paralelo del tipo 6-DOF 3-RPRS.

1.3 Cinemática Paralela

La cinemática del robot estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia (Barrientos, 1997). Realiza una descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo, y particularmente por las relaciones entre la posición y la orientación del extremo final del robot con los valores que toman sus coordenadas articulares.

Existen dos problemas a resolver por la cinemática del robot (Barrientos, 1997), el primero se conoce como el problema cinemático directo que consiste en determinar cual es la posición y orientación del extremo final del robot con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia conociendo los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del robot. El segundo se denomina problema cinemático inverso que resuelve la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del extremo conocida.

Denavit y Hartenberg propusieron un método sistemático para representar y analizar la geometría espacial de los elementos de una cadena cinemática particularmente un robot con respecto a un sistema fijo.

También la cinemática del robot trata de encontrar las relaciones entre las velocidades del movimiento de las articulaciones y las del efector final. Esta viene dada por el modelo diferencial expresado mediante la matriz Jacobiana.

Las relaciones que busca el modelado cinemático no tienen en cuenta las fuerzas o pares que actúan sobre el robot (actuadores, cargas, fricciones) que son originadas por el movimiento del mismo pero si debe permitir conocer, además de la relación entre las coordenadas articulares y el extremo final, la relación entre sus respectivas derivadas que permiten que el sistema de control establezca que velocidad debe imprimir a cada articulación para que el extremo final desarrolle una trayectoria concreta (Barrientos, 1997).

El análisis de la cinemática directa constituye uno de los problemas más complejos a resolver en la obtención del modelo de los robots paralelos respecto a los robots series. Su objetivo es más bien para la simulación ya que la solución de la problemática de la cinemática inversa es uno de los elementos básicos para el control de cualquier robot.

Aunque existen muchas y diferentes arquitecturas mecánicas de robots paralelos, el problema de cinemática directa para la mayoría de estas se puede reducir en solucionar la cinemática directa solo para algunas arquitecturas dominantes. Por ejemplo la solución de la cinemática directa de la plataforma de Gough permite solucionar la del Hexápodo aunque las arquitecturas mecánicas de estos robots son absolutamente diferentes.

Numerosos trabajos (Cavallo, 2003; Lu, 2006; Óscar Reinoso, 2002) han proporcionado una comprensión profunda del problema de la cinemática directa, que alternadamente han conducido a los algoritmos eficientes para determinar todas las soluciones de la cinemática directa usando el método de eliminación, el análisis de intervalos o método Gröebner (Husty, 1996)

A pesar de los avances que representan estos algoritmos no podemos decir que los mismos garantizan la solución completa del problema de la cinemática directa. Los procedimientos algorítmicos proporcionan todas las soluciones y por lo tanto resulta necesario precisar las soluciones para determinadas posiciones del efector final.

Por lo tanto el verdadero problema de la cinemática directa sin solucionar radica en complementar los algoritmos actuales para encontrar un algoritmo que rechace las

soluciones que no pueden ser alcanzadas (singularidades) del conjunto total de soluciones. Aún no está claro si este criterio podrá ser suficiente para eliminar no todas sino una no posible solución.

La cinemática directa puede abordarse desde dos vertientes: la *Mínima*, que implica un mínimo número de sensores, igual al número de actuadores articulados, y la *Redundante*, donde el número de sensores es mayor que el número de actuadores. (Jean-pierre Merlet, 2002)

1.4 Dinámica Paralela

La dinámica en las estructuras paralelas se encarga del análisis de las fuerzas que actúan en los actuadores y en el efector final relacionándose con las velocidades y las aceleraciones de los elementos mencionados anteriormente.

La dinámica juega un papel importante en el control de los robots paralelos teniendo influencia en la rapidez de movilidad del efector final en robots que manejen grandes pesos, en el ancho de banda de la respuesta del robot en el caso de aplicaciones de vibraciones asegurando la rigidez de las articulaciones. De manera análoga a la cinemática se define la dinámica inversa y la dinámica directa.

La dinámica inversa relaciona la trayectoria a seguir por el efector final, la velocidad y la aceleración permitiendo determinar la fuerza de las articulaciones actuadas.

Por su parte la dinámica directa permite conociendo las fuerzas o torques de las articulaciones actuadas determinar la trayectoria a seguir por el efector final, su velocidad y su aceleración.

En contraste con la cinemática, que ha sido muy estudiada durante las dos últimas décadas, para la dinámica se puede encontrar poca producción científica. (Óscar Reinoso, 2002)

1.5 Sensores

Los robots paralelos requieren por sus características de altos pares cinemáticos con relativamente grandes valores de amplitud de movimiento, en muchos casos con cargas relativamente pesadas, como por ejemplo en aplicaciones de simulación de vehículos conducción.

Una parte importante a la hora de construir un robot es la definición y ubicación de los sensores. Los sensores trasladan la información desde el mundo real hasta el sistema de cómputo encargado de ejecutar los algoritmos de control del robot, permitiendo cerrar el lazo.

Los sensores en los robots paralelos pueden ser internos (usados frecuentemente para el control del movimiento) y externos (que toman información del ambiente del robot). (Jean-pierre Merlet, 2002)

El número de sensores que se utilizaran para un determinado tipo de arquitectura depende de la información que se obtiene de la cinemática directa, la misma determina si se emplean un número mínimo de sensores (un sensor por actuador articulado) o si se utilizan sensores redundantes (mayor número de sensores que de actuadores articulados).

Aunque la utilización de menos sensores resulta más económico hay que tener en cuenta que usando redundancia de sensores es posible optimizar el funcionamiento del robot para una tarea dada; por ejemplo para las operaciones relacionadas con máquinas herramientas que requieren solamente 5 grados de libertad, es posible utilizar el grado de libertad adicional de una plataforma de Gough (la rotación de la plataforma alrededor de su propio eje normal) de modo que la flexibilidad dinámica para una trayectoria típica sea del 5 al 25% más grande que la de un robot idéntico en el cual no se utiliza redundancia.

Una de las variables que más se mide en el caso de las arquitecturas paralelas consiste en la posición. El robot trepador desarrollado por Universidad Politécnica de Madrid mide la posición mediante sensores de ultrasonidos Siemens (RG6233-3JS00) separados 120° entre sí, ubicados en cada uno de los anillos hexagonales del robot. (Óscar Reinoso, 2002).

1.5.1 Potenciómetros.

Los potenciómetros en la robótica son empleados para medir movimiento y determinar la posición de un determinado mecanismo, como por ejemplo el eje de una articulación prismática de un brazo mecánico. Estos constituyen una opción económica para el sensado de la posición del actuador respecto al sistema de referencia fijo, lo cual posibilita determinar la posición del efector final.

Existen dos tipos de potenciómetros: los lineales y los logarítmicos. El tipo lineal como lo dice su nombre, varía su valor en forma constante (linealmente), mientras que los logarítmicos poseen una curva de variación de la salida del tipo logarítmica, es decir que su valor aumenta lentamente en los extremos para luego cambiar cada vez más rápidamente. (Germán López 2003)

La medición de la variable posición permite obtener la velocidad y la aceleración mediante la derivación. En este caso las variables de velocidad y aceleración se obtienen de manera indirecta mediante la ejecución de un algoritmo matemático, y pueden presentar errores, los cuales hay que analizar y valorar si los mismos son permisibles para la aplicación.

1.5.2 Codificadores ópticos (encoders)

Un codificador óptico es un transductor en el cual las variaciones en los desplazamientos (lineales o angulares) son equivalentes a las variaciones de pulsos luz desde una fuente luminosa a un detector a través de un grupo de ranuras practicadas en un disco circular. Estos transductores brindan información de desplazamientos lineales y angulares de forma digital. Son de gran aplicación debido a que la salida digital resulta compatible con medios de cómputo y otros sistemas electrónicos digitales. Hay de dos tipos fundamentales de codificadores ópticos, los incrementales y los absolutos.

Los codificadores ópticos incrementales realizan la medición mediante incrementos acumulados de la señal de salida. Consisten en un disco rígido unido al eje rotatorio en el que se va a realizar la medición. El disco tiene un número de ranuras equidistantes entre sí,

a través de las cuales pasa un haz de luz. El resto del disco es opaco. Una fuente de luz, consistente en diodos LED, se alinea con el disco. Si la luz de los LED es ininterrumpida, es detectada por los detectores del haz de luz.

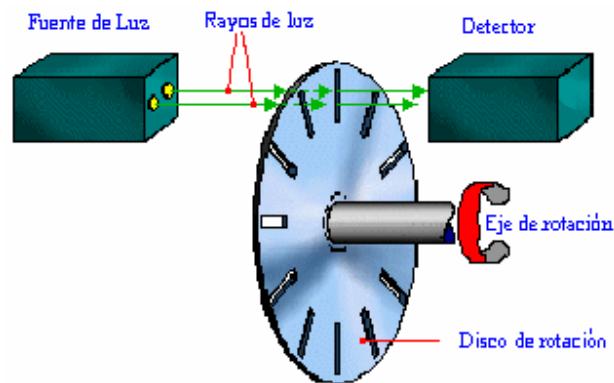


Figura 1.7.

Codificador óptico incremental.

En la figura 7 se muestra un disco incremental típico de un codificador óptico. Mientras que el eje rota, la luz pasa a través de las ventanas equidistantes en el disco, mientras es bloqueada por las secciones opacas del mismo.

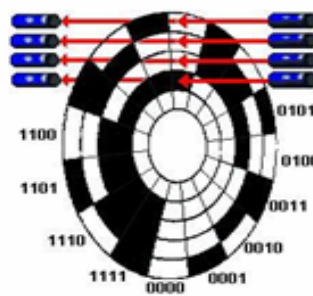


Figura 1.8.

Disco de un codificador óptico incremental típico

La rotación del eje donde esta ubicado el encoder produce debido al paso de luz por las ranuras una señal lumínica en forma de pulsos, que son detectados por pequeños detectores lumínicos. Los LED se disponen de modo que al rotar el disco la diferencia de fase entre los trenes de pulso muestre la dirección de la rotación. El número de los pulsos detectados es proporcional al ángulo con el cual el eje y el disco rotan. El desplazamiento angular se puede determinar a partir de ubicar una ranura de referencia, la cual indica el punto de referencia inicial. La resolución de los codificadores ópticos incrementales está entre 0.0034 radianes (0.2°) y 0.102 radianes (6°), en dependencia del numero de ranuras.

Al aparecer la parte opaca del disco la luz proveniente del LED no llega al detector lo que corresponde a un cero lógico al pasar la luz a través de la pequeña ranura equivale a un uno lógico. Las combinaciones de ventanas o ranuras abiertas y cerradas siguen una secuencia binaria a partir de la 0 a 2^n-1 , donde está el número n de pistas. La resolución en este tipo de codificador óptico se determina dividiendo 2 radianes (2π) entre el número de ventanas en el disco.

Los codificadores ópticos absolutos dan una señal de salida relacionada con la rotación de un eje desde una determinada posición de referencia. A diferencia del codificador óptico incremental en que la señal de salida está en forma binaria o cifrada, este proporciona una señal de salida de valor absoluto.

En la práctica la alineación exacta de los bordes de la ventana en cada pista es difícil de alcanzar en los codificadores ópticos absolutos, y por lo tanto los errores se introducen frecuentemente. Estos errores ocurren en los límites entre las ranuras.

Una de las mayores desventajas de estos codificadores ópticos radica en que en la mayoría de las ocasiones más de una ventana cambia su valor, esto es propio de la naturaleza sistema de numeración binario. Si el sistema absoluto del codificador lee mal una ventana, puede conducir a errores de la medición de la posición. Para superar esto, se emplea la codificación Gray, donde se produce una secuencia donde solamente una ranura o ventana cambia su condición entre dos posiciones consecutivas.

Las aplicaciones de los encoders son innumerables, principalmente se centran en el posicionamiento angular y la conversión de desplazamientos lineales en angulares. Entre algunas de ellas podemos mencionar el control del giro en plataformas y bancadas de

maquinas herramientas, maquinas controladas por ordenador, posicionamiento de brazos robotizados, etc

1.5.3 Unidades Inerciales de Medición.

Otro tipo de sensores lo constituyen las llamadas Unidades Inerciales de Medición (IMU: Inertial Measurement Units). Los sistemas inerciales de medición son pequeños, y altamente precisos. Estas cualidades específicas permiten utilizarlos en aplicaciones de la robótica paralela entre otras muchas.

Las IMU brindan la posibilidad de dar información de todo el movimiento dinámico del objeto donde estén instaladas. En un solo módulo sensor inercial podemos encontrar la adquisición y el procesamiento de los datos de las velocidades y aceleraciones por ejes, obteniendo como señales de salidas los ángulos de Euler, velocidad y aceleración por ejes.

Las prestaciones y ventajas de las IMU, su bajo peso y consumo, así como las altas precisiones hacen que constituyen una opción a considerar. Como desventaja tenemos el relativo alto costo, lo cual hace tener bien en cuenta la relación costo-beneficio de acuerdo al tipo de aplicación.

En el anexo 3 se muestra una tabla comparativa entre los sensores potenciométricos, los encoders y las unidades inerciales.

1.6 Articulaciones

Los robots paralelos utilizan articulaciones en sus estructuras, entre ellas las uniones esféricas y universales, cuya capacidad de movimiento está restringida a los grados de libertad de las mismas, y determinan junto con la arquitectura mecánica el espacio de trabajo del robot, entre otros aspectos.

Hoy en día se continúan desarrollando nuevos diseños mecánicos destinados a mejorar las capacidades de movimiento y flexibilidad de los robots paralelos, como por ejemplo los

empalmes mecánicos propuestos por la INA o los de Hephaist (Jean-pierre Merlet, 2002) que constituyen nuevas tecnologías de articulaciones orientadas a las arquitecturas paralelas.

En cuanto a cualquier empalme mecánico estos deben tener una fricción baja, ninguna histéresis y deben tener un contragolpe muy reducido, deben ser diseñados de modo que sea posible agregar los sensores a la medida en parte o totalmente la amplitud del movimiento de los empalmes, lo cual resulta importante en la cinemática directa. (Jean-pierre Merlet, 2002).

Los empalmes flexibles son también un campo de la investigación interesante, especialmente para los micro-robots. (Jean-pierre Merlet, 2002)

1.7 Actuadores

Los actuadores tienen como propósito generar el movimiento de los elementos del robot según las ordenes dadas por la unidad de control. (Barrientos, 1997)

Los actuadores de los robots paralelos al igual que en los sistemas de control clásicos pueden ser neumáticos (aire a presión), hidráulicos (aceites minerales a presión) y eléctricos.

Existen dos tipos de actuadores neumáticos, los cilindros neumáticos y los motores neumáticos (aletas rotativas o de pistones axiales).

Los cilindros neumáticos pueden ser de simple efecto donde el embolo se desplaza en un sentido como resultado del empuje del aire a presión y en el otro sentido mediante la acción de un muelle que recupera al embolo a su posición de reposo. También los cilindros neumáticos pueden ser de doble efecto (el aire mueve el embolo en los dos sentidos).

Generalmente, con los cilindros neumáticos de simple efecto se persigue un posicionamiento en los extremos del mismo y no un posicionamiento continuo. (Barrientos, 1997)

En los motores neumáticos se obtiene el movimiento de rotación de un eje mediante aire a presión. Los más frecuentemente usados son los motores de aletas rotativas y los motores de pistones auxiliares. (Barrientos, 1997)

Otro método más sencillo de obtener rotación a partir de actuadores neumáticos se basa en el empleo de cilindros con émbolos acoplados a un sistema de piñón-cremallera.

Los actuadores neumáticos de desplazamiento lineal constituyen una tecnología que se ha venido introduciendo en los robots paralelos que requieren de un posicionamiento continuo, demostrando ser una tecnología barata , de respuesta rápida , elevada relación potencia-peso y fácil mantenimiento (Rubio, 2006)

El control de los actuadores neumáticos es un proceso suficientemente complejo en si mismo debido a la no linealidad causada por la compresibilidad del aire originada por efectos no lineales de la fricción a bajas velocidades

Los actuadores hidráulicos al igual que en el caso de los neumáticos, se presentan del tipo cilindro y del tipo motores de aletas y pistones (Barrientos, 1997). Permiten el manejo de una fuerza considerable, sus aplicaciones se centran en el manejo de cientos de Newton-metros y la potencia de salida es de algunos Kilowatt (Krejinin, 2006)

Como utilizan fluidos poco compresibles tienen una alta frecuencia natural y respuesta rápida, por tanto son idóneos para aplicaciones que requieran de grandes fuerzas y movimientos rápidos.

Adicionalmente tienen disponen de buena fiabilidad con bajos niveles de ruido, características mecánicas simples y relativamente seguras durante la operación.

Es de tener en cuenta en los sistemas hidráulicos la contaminación que ocurre por el paso del fluido dentro de las superficies del actuador, el goteo de sustancias como el aceite pueda dañar estas superficies. Como la acción se realiza por el paso de un fluido por conductos es frecuente la aparición de retardos y de cambios en la viscosidad del aceite con variaciones en la temperatura. Por demás estas afectaciones en la temperatura propician la formación de burbujas que combinados con los cambios en la presión del fluido permiten la aparición de la cavitación.

Los actuadores eléctricos en los robots industriales se caracterizan por la facilidad de control, sencillez y precisión (Barrientos, 1997). Dentro de ellos se destacan tres tipos:

- Motores de corriente continua (DC)
 - Controlados por inducido
 - Controlados por excitación

- Motores de corriente alterna (AC)
 - Sincrónicos
 - Asincrónicos

- Motores paso a paso.

En el anexo 2 se muestra las características de los diferentes actuadores que se emplean en las arquitecturas robóticas.

Un actuador muy empleado es el lineal. En el campo de máquinas de herramientas por ejemplo se está utilizando el robot Urane SX en la Automática Renault cuyo actuador es un motor eléctrico lineal que se caracteriza por lograr niveles de aceleración altos. No obstante en la rama de los actuadores para micro-robots paralelos se experimenta una carencia de actuadores lineares y de sensores adecuados para las exigencias de este tipo de aplicación.

1.7.1 Actuadores Binarios

Más recientemente han aparecido en determinadas aplicaciones de los robots paralelos el empleo de actuadores no convencionales como por ejemplo los actuadores binarios (Andreas Wingert et al, 2002; Moustapha Hafez, 2002; Vivek A. Sujan, 2001) . Ello posibilita extender el ámbito de aplicación de estas arquitecturas paralelas, aunque al mismo tiempo introduce restricciones adicionales en la solución teórica de los diseños mecánicos. A su vez el robot paralelo se distingue por disponer de los actuadores no solo como el órgano de accionamiento, sino también que el mismo forma parte de la estructura mecánica del robot.

Los actuadores binarios tienen un número finito de estados: 2 estados, a saber completamente extendidos o contraídos. Combinando varios de estos actuadores se puede conseguir un robot que puede alcanzar un número muy alto de posiciones. Esto permite diseñar robots muy baratos que pueden ser muy rápidos, siendo una alternativa interesante para usos específicos tales como selección y localización de objetos. El análisis teórico de este tipo de robots suele ser muy difícil.

Un ejemplo de estos tipos de actuadores son los desarrollados para la construcción de robots paralelos binarios para la exploración en la superficie de Marte (Andreas Wingert et al., 2002; Moustapha Hafez, 2002; Vivek A. Suján, 2001), distinguiéndose dos tipos: los SMA y los EPAM.

Los SMA están compuestos por mecanismos biestables intercalados por uniones de elementos flexibles, donde se utilizan muescas para sujetar las articulaciones en los posibles estados discretos del actuador binario. Los actuadores SMA se pueden montar a los lados del empalme similar a la musculatura de un codo o de una rodilla humana.

Por otra parte los EPAM “Electrostrictive Polymer Artificial Muscle” se basan en músculos artificiales de polímeros que en dependencia del grado de polarización de las membranas del mismo se obtienen los dos posibles estados. Con los EPAM se logra una alta tensión, bajo consumo de potencia, alta flexibilidad y bajo peso.

Por último queremos referirnos al uso de actuadores alambrados, los cuales se emplean en lugar de los empalmes rígidos, permiten someter a la plataforma a tirones externos. Con ellos se diseñan robots muy rápidos y ligeros que pueden usarse como alternativas a variadas soluciones clásicas. En contraposición al empleo de los alambres, tenemos que no pueden usarse los alambres para empujar la plataforma (lo cual limita el área de trabajo del robot)

1.8 Variantes de robots paralelos

Consecuentemente al desarrollo de la robótica, muchos son los trabajos realizados en las estructuras mecánicas paralelas y gran parte de ellos por su significación han trascendido

para formar la base teórica del desarrollo de los robots paralelos, ejemplo de ello son los trabajos realizados por Stewart Eric Gough.

Eric Gough inventó la plataforma paralela más popular de todas (Rafael Aracil 2006), cuyo diseño consistía en un octaedro hexápodo con lados de longitud variable. Estaba destinado a la comprobación del comportamiento de los neumáticos de la casa Dunlop bajo cargas aplicadas a diferentes ejes, intentando simular el aterrizaje de un avión, (Maquina Universal de Prueba de Neumáticos).

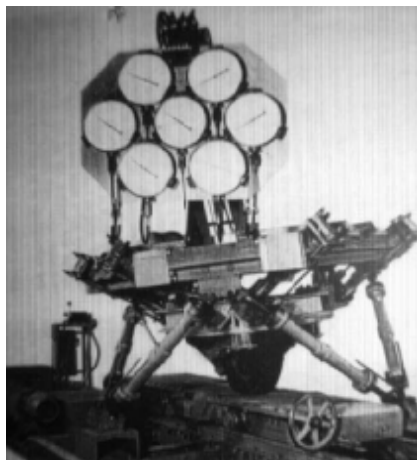


Figura 1.9.

Plataforma de Gough diseñada para el control de calidad de neumáticos.

En la actualidad este ingenioso diseño constituye la base de la construcción de numerosos tipos de plataformas, entre ellas las famosas Mesas de Simulación Multiejes (MAST: Multi-Axis Simulation Table) muy empleadas para la simulación de conducción de todo tipo de vehículos, algunas variantes son mostradas en la figura 1.10.

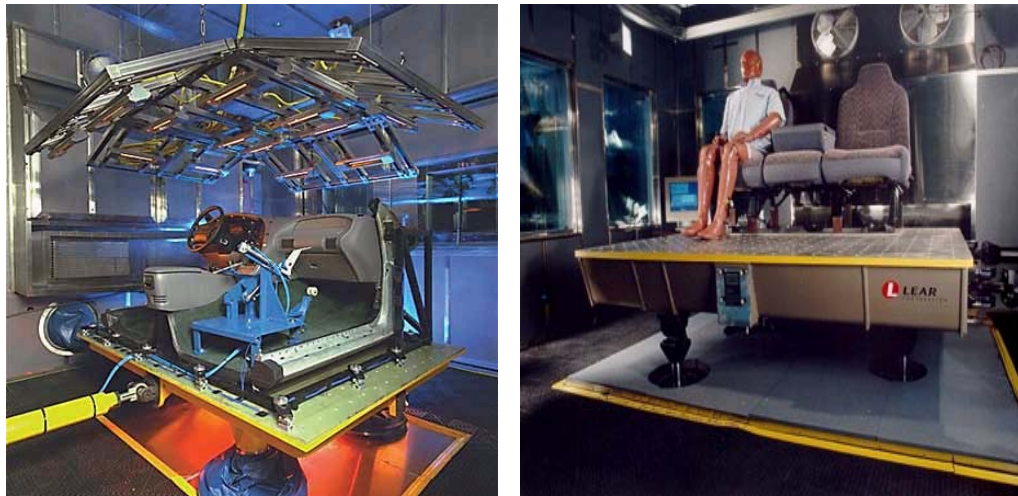


Figura. 1.10

Varios tipos de Mesas multiejes para la simulación de vehículos.

La estructura mecánica de la plataforma de Gough permite la realización de arquitecturas más rígidas usando cadenas cinemáticas idénticas. Ello implica poder manejar grandes cargas con una alta precisión además de reducciones en el costo y fácil mantenimiento.



Figura 1.11.

Plataforma de Gough en una aplicación industrial.

Stewart presentó un artículo en el que describía una plataforma de 6 grados de libertad destinada a simular vuelos de avión (figura 1.12). Este constituye uno de los trabajos que hace un buen análisis académico de plataformas paralelas. (Rafael Aracil 2006)

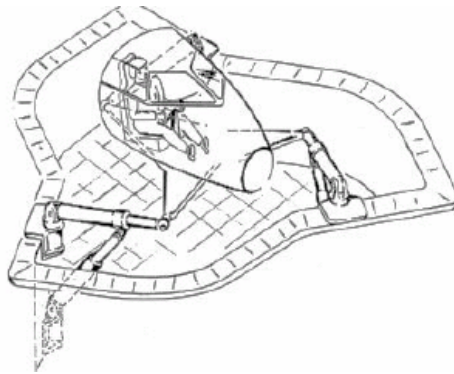


Figura 1.12.

Esquema del diseño de la Plataforma de Stewart

Las máquinas cinemáticas paralelas (PKMs) desde los años 90 constituyen una opción de mucho interés que crece continuamente en diversos sectores de la industria como una herramienta útil, con prestaciones dinámicas potencialmente deseable, rápido tiempo de respuesta, rigidez, y exactitud aceptable (Huang et al., 2005). Entre los representantes de este tipo de robots paralelos se pueden citar el robot Delta, el Hexapods, el Hexagile y el robot Hermes (Mario García-Sanz 2005; T. Huang, 2005). Dentro de sus principales aplicaciones están el desarrollo de herramientas de perforación, rebajado de piezas, soldadura, ensamblaje en la industria de automóviles, etc. Para el futuro se está valorando la posibilidad de implementar arquitecturas mixtas (serie-paralela) para el desarrollo de los robots.

Los Mecanismos Paralelos Híbridos (Hybrid Parallel Mechanism) tienen n grados de libertad en el efector final conectado a una base con m grados de libertad ($m < n$) por cadenas cinemáticas independientes, que tienen uno o mas uniones actuadas. Aquí se presentan elementos de arquitectura serie-paralela. Un representante de estos son las variantes del robot Tricep.

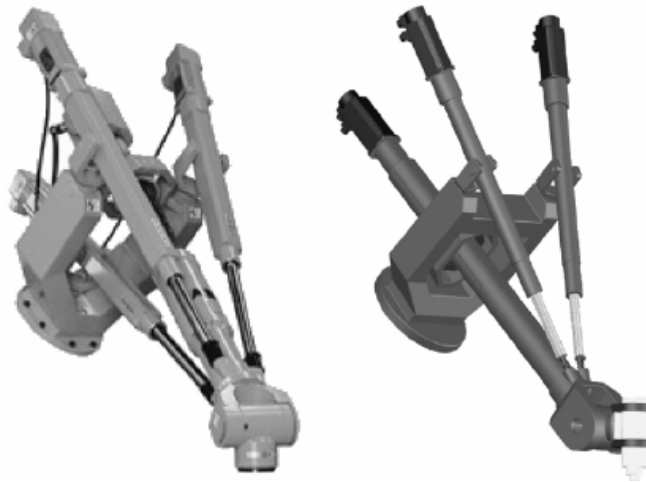


Figura 1.13

Variantes del Robot Tricept de arquitectura mixta.

Los mecanismos completamente paralelos (Fully-Parallel Mechanism) presentan n -grados de libertad en el efector final el cual está conectado a una base con n cadenas cinemáticas independientes, las cuales tienen una unión actuada. Como ejemplo de ello se pueden citar las estructuras paralelas que se mueven con tres grados de libertad (rotación en el plano perpendicular y dos traslaciones en el plano horizontal) posibilitando incluir la estructura planar de dos grados de libertad y el mecanismo planar de tres grados de libertad. (Cavallo, 2003; Rafael Aracil 2006).

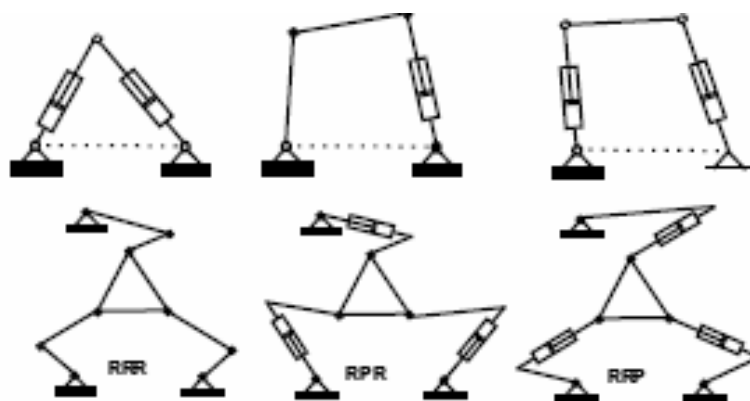


Figura 1.14

Arquitecturas de estructuras planares.

Los manipulantes paralelos espaciales (SPMs) consisten en un efector final conectado con la base por un número de cadenas cinemáticas. El número de cadenas cinemáticas es generalmente igual a los grados de libertad del manipulante. Comúnmente, tres grados de libertad son bastantes para muchos usos. Particularmente, mecanismos esféricos de tres grados de libertad se pueden utilizar para los robots humanoides. Varios aspectos se deben considerar para analizar la adaptación de estos mecanismos a los elementos de un robot humanoide. Uno de ellos es el estudio del espacio de trabajo y de la destreza de estas plataformas. (Navarro, 2003).

La plataforma esférica del tipo 3-RRR mostrada en la figura 1.14 presenta tres articulaciones rotatorias una de las cuales es actuada, un clásico ejemplo de este tipo de arquitectura es el Ojo Ágil de Gosselin.

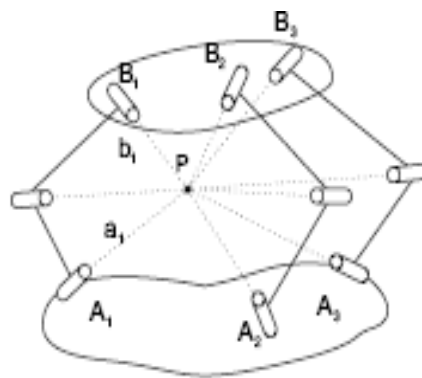


Figura 1.14

Plataforma esférica del tipo 3-RRR

1.9 Aplicaciones de los robots paralelos

La primacía de los robots serie en las diferentes aplicaciones es indiscutible sobre los robots paralelos ya que estos últimos están en constante crecimiento y su utilidad se centra en cubrir el rango de aplicaciones que no se pueden implementar con los robots serie dada sus limitaciones (Rafael Aracil 2006).

Dentro de las aplicaciones de los robots paralelos se pueden mencionar las desarrolladas en el campo de la medicina específicamente en la cirugía (oftalmología, neurocirugía)

donde se aprovechan la exactitud de la posición del elemento final para lograr suturas precisas.

También esta característica es aprovechada en la industria de componentes electrónicos debido a la necesidad de alta precisión que se necesita en los diferentes puntos de soldadura de componentes electrónicos. En otros países la implementación de robots paralelos cuyo elemento final son taladros o remachadores se aplican en el sector de la aeronáutica, el robot industrial Hermes desarrollado por Fatronik es un ejemplo de robot paralelo para este fin. Aquí también entra a jugar un papel fundamental la alta rigidez de las estructuras paralelas que permiten eliminación de inercias indeseadas. (Rafael Aracil 2006)

La utilidad de estas estructuras es visible en el campo de las comunicaciones donde se requiera de manejo de pesos que genéricamente se extiende desde decenas de kilogramos hasta decenas de toneladas como es el caso de la orientación de radares.

También las aplicaciones se extienden a la orientación de la propulsión de submarinos para la exploración del fondo del mar (Cavallo, 2003).

En la implementación de mecanismo de de gran utilidad en el campo de la visión activa como es el caso del Ojo Ágil desarrollado por la Universidad de Laval (figura 1.14) que es utilizado para la orientación de cámaras fotográficas, abarcando un espacio de trabajo relativamente grande muy análogo al de un ojo humano.

La implementación de robots trepadores evidencia lo versátiles que pueden ser las arquitecturas paralelas.(Óscar Reinoso, 2002)

Además posibilitan la simulación de plataformas de conducción que se extiende al transporte simulando automóviles, simulando vuelos y a la implementación de sistemas con fines de entretenimiento y diversión.

CAPÍTULO 2. Herramientas matemáticas.

Los movimientos de la plataforma móvil en los robots paralelos se realizan en el espacio tridimensional donde es necesario conocer parámetros como la posición y orientación de esta respecto a la base fija.

Un punto queda definido en el espacio por los datos de su posición (Barrientos, 1997). Los datos de la posición están en dependencia de las coordenadas en que se definan, polares (r, θ) o cartesianas (x, y) en sistemas de dos dimensiones o cilíndricas (r, θ, z), cartesianas (x, y, z) y esféricas (r, θ, ϕ) en tres dimensiones.

En el caso de un robot sea serie o paralelo, no es suficiente especificar cual debe ser la posición de su extremo sino que es necesario indicar su orientación que esta definida por tres grados de libertad o tres componentes linealmente independientes.

2.1 Sistemas Multicuerpos

Un sistema de múltiples cuerpos con restricciones, está compuesto por una serie de cuerpos rígidos conectados entre sí por articulaciones, formando una cadena cinemática cuyas restricciones sobre su movimiento relativo o sobre la dinámica de su interacción son dependientes del tipo de arquitectura. La configuración de las uniones también determina su clasificación como mecanismos de cadena cerrada, en el caso de que la configuración se cierre en un lazo sobre alguna referencia determinada, o de cadena abierta cuando no existen lazos cerrados sobre su configuración. (Navarro, 2003)

La descripción de un sistema mecánico con múltiples cuerpos parte de la definición de un sistema inercial de referencia xyz y un sistema de referencia móvil o solidario $x'y'z'$ cuyo origen O esta rígidamente fijado al cuerpo.

La definición de los sistemas de referencia fijo y los solidarios en las plataformas de conducción se realizan de forma arbitraria. Sin embargo, el origen de estos sistemas se elige generalmente para estar en el centro geométrico de la plataforma fija, o en su centro de gravedad o en una de las esquinas.

En el caso de la descripción espacial es necesaria la posición del origen O y los tres ángulos de rotación de Euler lo que da como resultado un vector de coordenadas generalizadas, $q = [x, y, z, \psi, \theta, \varphi]$. Los sistemas mecánicos en general se configuran para aplicaciones específicas y dependiendo de éstas, se definen los grados de libertad, así como el tipo de cinemática de las articulaciones (Navarro, 2003)

2.2 Herramientas matemáticas para la representación espacial

La presencia de cadenas cinemáticas cerradas en las arquitecturas paralelas impone complicaciones al trabajar con los ángulos de las articulaciones, lo cual implica que se empleen herramientas matemáticas para el análisis de la geometría espacial que son necesarias para manejar esta situación (Kuen, 2002). Estas herramientas matemáticas permiten la definición de la posición y la orientación de forma sencilla y robusta, que son en sí las relaciones entre el manipulador y el entorno.

Los métodos de localización espacial tratados en un principio son equivalentes, en dependencia de su uso esta el nivel de aplicación de los mismos. Los ángulos de Euler en cualquiera de sus variantes y los pares de rotación son solamente aplicables a la representación de orientaciones, en el caso de los cuaterniones pueden representar orientaciones y composiciones de rotaciones junto con traslaciones.

2.2.1 Matrices de rotacion

Las matrices de rotación o matriz de cósenos directores (R) se definen como la orientación de un sistema de referencia móvil respecto a un sistema de referencia fijo. (Barrientos, 1997)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Donde el sistema $x'y'z'$ es el sistema rotado y xyz es el sistema de origen.

La matriz de rotación constituye uno de los métodos más extendidos para la descripción de orientaciones, debido a que proporciona el uso del álgebra matricial y como principal utilidad permite representar la orientación de sistemas girados únicamente sobre los ejes principales del sistema de referencia. Por ello se definen tres matrices de rotación básicas.

$$R(x, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \text{sen} \varphi \\ 0 & -\text{sen} \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$R(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \text{sen} \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen} \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$R(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & \text{sen} \psi & 0 \\ -\text{sen} \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Las matrices de rotación pueden componerse para expresar la aplicación continua de varias rotaciones.

Permiten expresar la orientación por nueve valores (3 por el vector unitario en la dirección del eje x , tres en la dirección por el vector unitario y , y tres por el vector unitario en la

dirección del eje z). Expone la representación de forma completa e intuitiva. (Barrientos, 1997)

2.2.2 Angulos de Euler

Otro método que se emplea mucho en el análisis de la orientación en las arquitecturas series y paralelas son los Ángulos de Euler (φ, θ, ψ) que fueron introducidos por Leonhard Euler en mecánica del sólido rígido y define la orientación de un sistema de referencia solidario respecto a un sistema de coordenadas fijas. Como condición se establece que los sistemas de coordenadas tienen que tener un origen común.

Girando sucesivamente el sistema fijo sobre unos ejes determinados de un triedro ortonormal según ángulos cuyos valores se definen por φ, θ, ψ se obtendrá entonces el sistema móvil.

Usualmente los ángulos de Euler varían entre los siguientes intervalos:

$$0 \leq \varphi \leq 360$$

$$0 \leq \theta \leq 180$$

$$0 \leq \psi \leq 360$$

Existen diversas convenciones para realizar el giro respecto a los ejes (24 ortonormales definidas) (Barrientos, 1997). Las convenciones más usuales son:

Convención ZZZ (giroscópicos): La primera rotación alrededor del eje Z (ángulo φ) la segunda alrededor del eje X (ángulo θ) y la tercera alrededor del eje Z (ángulo ψ).

Esto permite definir la matriz de rotación de la aplicación como:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi_1 & \sin \psi_1 & 0 \\ -\sin \psi_1 & \cos \psi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \psi_1 - \sin \psi \cos \varphi \sin \psi_1 & \cos \psi \sin \psi_1 + \sin \psi \cos \varphi \cos \psi_1 & \sin \psi \sin \varphi \\ -\sin \psi \cos \psi_1 - \sin \psi_1 \cos \psi \cos \varphi & -\sin \psi \sin \psi_1 + \cos \psi \cos \varphi \cos \psi_1 & \cos \psi \sin \varphi \\ \sin \psi_1 \sin \varphi & -\sin \varphi \sin \psi_1 & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

En la bibliografía consultada emplean en sus trabajos ésta convención (H. Goldstein, 1980) (J. Stauss, 1988). (Landau, 1976)

Convención ZYZ: La principal diferencia entre la tratada anteriormente respecto a esta convención, es ahora la segunda rotación se realiza en torno al eje y ángulo θ .

Esto permite definir la matriz de rotación como:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi_1 & \sin \psi_1 & 0 \\ -\sin \psi_1 & \cos \psi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta \cos \psi_1 - \sin \psi \sin \psi_1 & \cos \psi \cos \theta \sin \psi_1 + \sin \psi \cos \psi_1 & \cos \psi \sin \theta \\ -\sin \psi \cos \theta \cos \psi_1 - \cos \psi \sin \psi_1 & -\sin \psi \cos \theta \sin \psi_1 + \cos \psi \cos \psi_1 & -\sin \psi \sin \theta \\ \sin \theta \cos \psi_1 & -\sin \theta \sin \psi_1 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Entre los autores que utilizan esta convención se encuentran los trabajos de (Arfken, 1985), (Mehring, 1983), (K. Narita, 1966), encontrándose aplicada en mecánica cuántica.

Estas dos primeras convenciones son las habituales entre las que realizan giros sobre ejes previamente girados.

Convención XYZ (Roll, Pitch, Yaw): Es la más habitual entre las que aplican a los giros sobre los ejes del sistema fijo. Se utiliza en la aeronáutica y se basa primero en una rotación alrededor del eje x (cabeceo), la segunda alrededor del eje y (alabeo), y la tercera alrededor del eje z (guiñada); estas rotaciones se definen respectivamente por los ángulos Roll (φ), Pitch (θ) y Yaw (ψ), según se muestra en la figura 2.1.

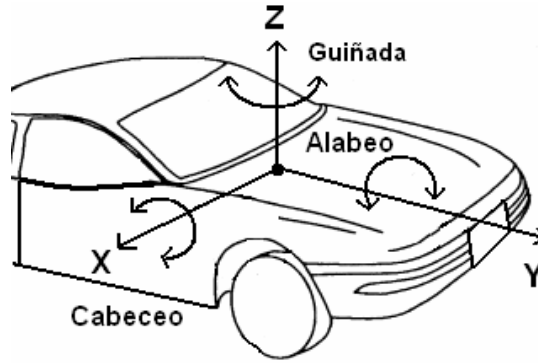


Figura 2.1.

Ángulos de Euler (Roll, Pitch, Yaw) empleados en el simulador SIMPRO

Esto define la matriz de rotación de la siguiente forma:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta & -\sin \varphi \cos \theta & \sin \varphi \\ \cos \varphi \sin \theta \sin \psi + \sin \varphi \cos \psi & -\sin \varphi \sin \theta \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi & -\cos \theta \sin \psi \\ -\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi & \sin \varphi \sin \theta \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi & \cos \theta \cos \psi \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Como se puede observar la definición de las convenciones no es única existiendo gran variedad en dependencia del autor que la aplique, acogiéndose a una de estas por determinada conveniencia.

Los ángulos de Euler constituyen una notación compacta (solo tres variables), son relativamente difíciles de manejar para la composición de rotaciones y para su aplicación sobre un vector. Siempre que se concatenan varios giros seguidos es necesario considerar

que no se trata de una transformación conmutativa debiéndose seguir una secuencia determinada de aplicación.

2.2.3 Cuaternios

Son una herramienta de gran versatilidad computacional para el trabajo con giros y orientaciones (Barrientos, 1997). Fueron definidos por Hamilton y en la bibliografía clásica no son tratados con detalle a pesar de emplearse en arquitecturas series y paralelas.

Entre las propiedades de los cuaterniones tenemos que están constituidos por cuatro componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan las coordenadas del cuaternio en una base.

Es frecuente denominar una parte escalar del cuaternio definida como q_0 y otra parte vectorial definida por el resto de las componentes, representándose ello como:

$$Q = [q_0, q_1, q_2, q_3] = [s, v] \quad (2.8)$$

Donde s parte escalar y v vectorial.

Para la utilización de los cuaternios como metodología de representación de orientaciones, se asocia el giro de un ángulo sobre el vector k al cuaternio (Barrientos, 1997) definido por:

$$Q = \text{Rot}(k, \theta) = \left(\cos \frac{\theta}{2}, k \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.9)$$

Dentro de las operaciones matemáticas realizadas con los cuaternios está el cuaternio conjugado, producto útil para la composición de transformaciones, la suma, la resta (Barrientos, 1997) lo que hace que este método proporcione grandes ventajas sobre otros métodos de descripción espacial.

2.2.4 Par de rotación

Se basa en la definición de un vector k ($k1, k2, k3$) y un ángulo de giro, tal que el sistema de referencia definido como solidario corresponda al sistema de referencia fijo girando un ángulo θ sobre el eje k . Al par (k, θ) se le denomina par de rotación.

Para la definición de la orientación es necesaria la definición de cuatro parámetros ($k1, k2, k3$ y θ) que se pueden representar como $\text{Rot}(k, \theta)$

Para la composición de rotaciones presenta una expresión complicada lo que limita su aplicación práctica en algunas aplicaciones.

2.3 Modelado Cinemático

La modelación cinemática de los robots paralelos difiere de la modelación de los series. En los series se aplica la metodología de Denavit- Hartenberg, (Rafael Arcancil 2006), que permite la obtención del modelo cinemático directo de una manera sencilla e independiente de su configuración física. La obtención del modelo cinemático inverso es más difícil, y requiere utilizar consideraciones geométricas específicas para cada configuración, resolver ecuaciones por métodos numéricos resulta complejo y brinda un gran número de soluciones.

En el caso de los robots paralelos el modelado de la cinemática inversa es sencillo, siendo su planteamiento basado en consideraciones geométricas generales. A diferencia de la robótica serie la cinemática directa resulta ser más compleja.

Numerosos han sido los estudios realizados en la modelación cinemática, pero los primeros que se centraron en el estudio de las arquitecturas paralelas fueron Fichter 1986 y Merlet 1990 (Rafael Aracil 2006)

Fichter realizó trabajos con la plataforma de Stewart, formulando las ecuaciones dinámicas de una forma rudimentaria, donde despreciaba la masa de los actuadores y la fricción de las articulaciones, también enumeró configuraciones articulares singulares. Realizó varias recomendaciones para la construcción práctica de la plataforma de Stewart describiendo la construcción del robot de la Universidad de Oregón en el cual usó una plataforma triangular sobre una base hexagonal semiregular.

Merlet por su parte presentó una descripción del prototipo de plataforma de Stewart construida en el INRIA, Sophia-Antipolis, Francia, dando las directrices para solucionar las ecuaciones cinemáticas, desarrollar el Jacobiano, derivar las ecuaciones dinámicas en condiciones mas generales que las propuestas por Fichter y determinar el espacio de trabajo. También hizo mención del potencial de la plataforma de Stewart como sensor de fuerza y como dispositivo de acoplamiento pasivo.

2.3.1 Modelo cinemático inverso

El modelo geométrico inverso de un robot paralelo se puede definir por el conjunto de ecuaciones que establecen los valores de las variables articulares de su cadena cinemática en función de la configuración del efector final. (Rafael Aracil 2006).(J. P. Merlet, 2006)

El modelo geométrico inverso de un robot paralelo puede ser planteado en forma vectorial donde el número total de vectores que caracteriza el modelo coincide con el número de grados de libertad del robot.

2.3.2 Modelo cinemático directo

El cálculo del modelo cinemático directo consiste en calcular la posición y orientación de la base móvil a partir del conocimiento de las variables actuadas articulares. Resulta ser más complejo en este tipo de arquitecturas ya que permite obtener analíticamente el vector de

coordenadas de la base móvil y la matriz de rotación compatibles con las ecuaciones planteadas para cada cadena cinemática.

Mediante el uso de la formulación de Denavit-Hartenberg o consideraciones de tipo geométrico se ha hecho posible la obtención de soluciones de tipo analíticas al problema de la cinemática directa en arquitecturas sencillas, los trabajos de Merlet, 2002, Innocenti and Parenti-Castelli, 1993, Angeles and López-Cajún, 1992 Ait-Ahmed and Renaud, 1993, demuestran lo anteriormente expuesto. (Óscar Reinoso, 2002)

Para el análisis de la cinemática directa esta se puede obtener por dos métodos básicos (J.P. Merlet, 2006)

- Método analítico.
- Método geométrico.

Un ejemplo que evidencia la complejidad de la obtención del modelo directo de una estructura paralela lo constituye los estudios realizados por Merlet 1997 donde como resultado de esta modelación se obtiene en un robot de arquitectura UPS de seis grados de libertad, para un mismo conjunto de longitudes de los actuadores donde pueden haber hasta 40 soluciones diferentes.

El tratamiento de la obtención de múltiples soluciones tanto en la cinemática directa como en la inversa se realiza mediante la utilización de métodos numéricos, por ejemplo mediante el algoritmo de Newton- Raphson , Métodos de Euler, Liebman, etc.

Obviamente, al tratarse de ecuaciones no lineales, hay que utilizar un método iterativo para su solución, donde el más empleado como método clásico en la resolución de problemas mecánicos mediante técnicas computacionales, es el de Newton-Raphson. (H.Goldstein, 1980), (Varshalovich, 1988)

La solución desde el punto de vista computacional es sencilla dando lugar a una metodología sistemática e independiente de la configuración del robot. En el caso de obtener una solución, ésta sería única. Los inconvenientes están esencialmente relacionados con que se debe asegurar la convergencia del algoritmo numérico.

2.3.3 Cinemática diferencial

La herramienta fundamental para el análisis de velocidades de un robot paralelo es el Jacobiano que establece la relación entre las velocidades de las coordenadas articulares y las velocidades de variación de la posición y orientación del extremo del robot (Rafael Aracil 2006). El análisis del Jacobiano para manipuladores paralelos es más difícil que para los manipuladores series, porque hay muchos eslabones que forman cadenas cinemáticas cerradas.

La matriz Jacobiana es una matriz formada por las derivadas parciales de primer orden de una función. Una de las aplicaciones más importantes de esta matriz es la posibilidad que brinda de aproximar linealmente a la función en un punto. En este sentido, el Jacobiano representa la derivada de una función multivariable.

Una limitación importante de un manipulador paralelo es que pueden existir configuraciones singulares donde el determinante de la matriz Jacobiana es cero y el manipulador pierde completamente su propiedad de rigidez.

Esta propiedad atrajo la atención de diferentes investigadores, entre ellos Gosselin y Ángeles que en 1990 estudiaron las singularidades de los mecanismos de cadenas cinemáticas cerradas y sugiriendo la separación de la matriz Jacobiana en dos matrices: una asociada con la cinemática directa y la otra con la cinemática inversa.

Varios autores se han dedicado al estudio de la relación que existe entre las fuerzas que deben realizar los actuadores y las fuerzas aplicadas a la plataforma móvil en algunos tipos de manipuladores paralelos en su condición de equilibrio (Zabalza, Ros, Gil, Pintor, & Jiménez, 2002). Referidos a estos autores, Merlet establece el sistema de ecuaciones:

$$\Delta \rho = J^{-1} \Delta q \quad (2.10)$$

Donde:

$\Delta \rho$: Desplazamientos de los actuadores.

Δq : Desplazamientos de la plataforma móvil.

J^I : Matriz Jacobiana cinemática inversa.

También define el sistema de ecuaciones que relaciona en estado de equilibrio las fuerzas aplicadas por los actuadores con las fuerzas aplicadas a la plataforma móvil como:

$$f = J^T F \quad (2.11)$$

Siendo:

f : Fuerzas aplicadas por los actuadores.

J^T : Matriz Jacobiana cinemática traspuesta.

F : Fuerzas aplicadas en la plataforma móvil.

Según se establece en (Zabalza, Ros, Gil, Pintor, & Jiménez, 2002); Waldron y Hunt llegan al sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{bmatrix} \omega \\ \mu \end{bmatrix} = J \dot{\theta} \quad (2.12)$$

La expresión 2.12 relaciona las velocidades angular y lineal de la plataforma móvil (ω, μ) con las velocidades de los actuadores $\dot{\theta}$, donde J representa la matriz Jacobiana cinemática.

La relación entre las fuerzas a aplicar por los actuadores con el momento resultante de fuerzas referente a un punto aplicadas a la plataforma móvil planteada por estos autores es:

$$T = J^T \begin{bmatrix} M \\ R \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Siendo

R : Resultante de fuerzas aplicadas a la plataforma móvil.

M : momento de fuerzas respecto a un punto.

J^T : Matriz Jacobiana cinemática traspuesta.

Merlet (Zabalza, Ros, Gil, Pintor, & Jiménez, 2002), expone unos sistemas de ecuaciones similares a los anteriores:

$$\dot{\theta} = J^{-1}W \quad (2.14)$$

$$\tau = J^T F \quad (2.15)$$

Donde

F : Resultante y el par respecto del punto genérico de las fuerzas aplicadas a la plataforma móvil.

W : Representa la velocidad de un punto genérico.

$\dot{\theta}$: Velocidad de los actuadores.

J : Jacobiano cinemático.

Otros autores como Gosselin, Tahamasebi y Tsai y Kosuge exponen sistemas de ecuaciones que unificando la nomenclatura resultarían sistemas con el mismo significado que los expuestos por Waldron por Hunt y por Merlet. (Zabalza, Ros, Gil, Pintor, & Jiménez, 2002).

$$\dot{\theta} = J \dot{X} \quad (2.16)$$

$$F = J^T f \quad (2.17)$$

Donde

f : Fuerzas aplicadas por los actuadores.

$\dot{\theta}$: Velocidades de los actuadores.

J : Matriz Jacobiana.

F : Fuerzas aplicadas a la plataforma móvil.

$\dot{X}$: Velocidades de la plataforma móvil.

Aquí se pone de manifiesto que la matriz Jacobiana citada por Gosselin, Tahamasebi y Tsai y Kosuge es la que tanto Merlet, Waldron y Hunt denominan matriz Jacobiana cinemática inversa.

2.4 Modelado Dinámico

Durante el movimiento de un cuerpo, sus distintos puntos tienen por regla general, diferentes aceleraciones (G.G.Baránov, 1975).

Esto se debe al principio de D'Alembert, que establece que a cada punto de un elemento que tiene una masa elemental dm , se le debe aplicar una fuerza de inercia elemental dada por $dF = -a dm$, donde a es la aceleración de la masa elemental dm .

Al aplicar este principio a un cuerpo conformado por una infinidad de puntos estos tendrán también una infinidad de fuerzas de inercia.

Al determinar las fuerzas que actúan en los pares cinemáticos no es necesario aplicar al elemento una serie de fuerzas de inercia sino que se puede aplicar una fuerza de inercia resultante al centro de masa del cuerpo en cuestión. Esta fuerza se puede calcular por la expresión:

$$F_{in} = -ma_g \quad (2.18)$$

Donde

a_g : aceleración del centro de masa.

F_{in} : fuerza de inercia.

m: masa del cuerpo.

El signo menos indica que la fuerza de inercia esta dirigida en sentido opuesto a la aceleración del centro de masa G.

La determinación del momento principal que tiene el par de fuerza resultante se realiza por la expresión:

$$M = -J_s \varepsilon \quad (2.19)$$

Siendo:

J_s : Momento de inercia de la masa del elemento.

ε : Aceleración angular.

Para la determinación de la fuerza resultante F_{in} y el momento principal se utilizan las fórmulas (3.17) y (3.18) necesitándose los parámetros que conforman estas ecuaciones. Sin embargo, a veces resulta cómodo reemplazar la resultante F_{in} y el par cuyo momento principal es M por una resultante F_{in} . (G.G.Baránov, 1975)

La ecuación resultado de lo anterior se muestra a continuación:

$$h = \frac{M}{F_{in}} \quad (2.20)$$

CAPÍTULO 3. Modelado y Simulación de la plataforma SIMPRO.

Con el fin de obtener el modelo matemático de un robot es preciso antes analizar la estructura de su mecanismo, así como su geometría. De esta manera se puede conocer la movilidad del robot y las relaciones espaciales de los elementos que lo componen.

Un modelo dinámico de un sistema se define como el conjunto de ecuaciones que representan la dinámica del sistema con precisión o al menos, bastante bien. Hay que tener presente que un modelo matemático no es único para un sistema determinado. Un sistema se puede representar de formas diferentes, por lo que puede presentar muchos modelos matemáticos dependiendo de cada perspectiva. (Ogata, 2006).

Según (Jean-Pierre Merlet, 2002) muchos investigadores recomiendan que los modelos dinámicos no se deben utilizar porque en el modelado los errores son numerosos (algunos parámetros que aparecen en las relaciones de la dinámica son de hecho difíciles de estimar, aun cuando los métodos “*on line*” de validación se hayan propuesto

Además en vez de considerar el sistema entero, se sugiere que cada actuador esté controlado independientemente con una ley del control más robusta que un PID simple y se discute que establecer una ley de control basada en las relaciones de la dinámica es difícil no sólo debido a la complejidad de las relaciones de la dinámica, sino también debido a la dificultad de manejar la cinemática directa que se encuentra siempre relacionada con la dinámica.

El modelado dinámico de los robots paralelos tiene grandes diferencias respecto al de los robots serie, donde existe un modelo de tipo general (Óscar Reinoso, 2002).

Este capítulo está orientado a la obtención del modelo cinemático y dinámico de la estructura paralela propuesta. Antes de la obtención de los mismos se realiza una breve descripción de la plataforma refiriéndose a su aplicación y a sus principales características mecánicas. También se hace un análisis de la movilidad del robot, y se establece la notación que se utilizará para la aplicación de algunas de las herramientas matemáticas analizadas en el capítulo anterior.

Además se simula el modelo obtenido empleando el MATLAB con el cual se analiza el comportamiento de la plataforma de conducción con el modelo obtenido.

3.1 Plataforma SIMPRO. Características.

El simulador de conducción de sello SIMPRO producido por CIDSIM es ampliamente utilizado en el entrenamiento de personal. Está compuesto por una cabina de conducción con los mandos reales que simulan el comportamiento a la cual se enfrenta el chofer del vehículo y un monitor que le brinda la simulación virtual del entorno con el que interacciona. Puede simularse un vehículo ligero o pesado.

La misma presenta una estructura mecánica formada por una estructura paralela, con cinco uniones universales y dos articulaciones prismáticas actuadas por pistones neumáticos.

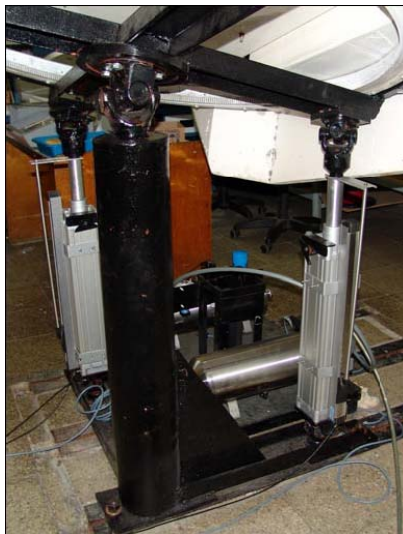


Figura 3.1

Imagen de la plataforma de conducción SIMPRO.

La cabina pivotea sobre una columna central mediante una articulación pasiva en cuyo extremo superior se encuentra una unión universal. Los movimientos de la plataforma móvil se logran mediante la acción de los dos cilindros neumáticos (actuadores) que

constituyen articulaciones actuadas prismáticas cuyos desplazamientos lineales le imprimen al efector final rotaciones sobre dos ejes perpendiculares entre sí. (ejes x y y para nuestro caso) Estas rotaciones simulan las pendientes del mundo virtual las cuales son visualizadas en el monitor ubicado en la propia de la cabina.

En ambos extremos de las articulaciones prismáticas, se encuentran uniones universales que le permiten los grados de movilidad necesarios para lograr las orientaciones de la plataforma móvil superior. Figura 3.1.

Dicha plataforma de simulación SIMPRO constituye un robot paralelo de dos grados de libertad, donde la acción de cada uno de los actuadores tiene efecto sobre una sola articulación lo que permite que esta se comporte de forma desacoplada.

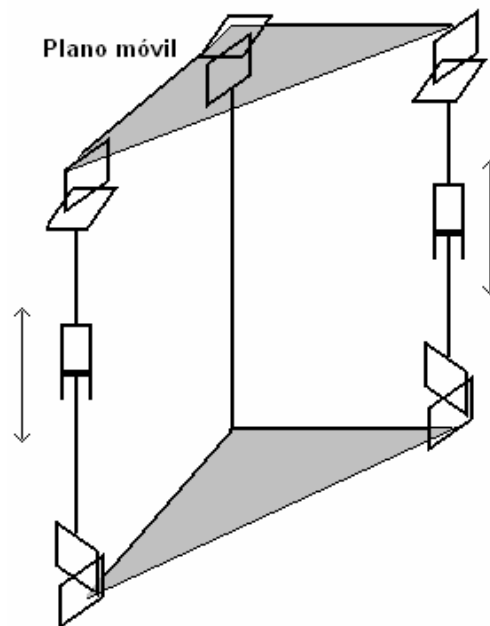


Figura 3.1

Arquitectura de la Plataforma de simulación SIMPRO

3.2 Definición de las notaciones de la plataforma

Para el caso particular de la plataforma objeto de estudio, tenemos que la base fija está compuesta por el triángulo formado por los puntos A_1OA_2 dependiendo solamente de las longitudes l_1 y l_2 . Las longitudes de estos segmentos se definen en el anexo 4.

La plataforma móvil está conformada por el plano que forman los puntos $B_1O'B_2$ siendo única su geometría y solamente dependiente y definida por la longitud de sus bordes l_3 y l_4 .

La definición de los orígenes de coordenadas en los sistemas de referencia fijo y móvil se realizan de acuerdo la bibliografía consultada (Huang et al., 2005; Mario García-Sanz 2005; Jean-Pierre Merlet, 2002) (Chablat, Wenger, Majou, & Merlet, 2004), (Guanfeng Liu, 2003). En tal sentido consideramos ubicar el sistema de referencia móvil coincidente con el centro del triángulo que conforma la plataforma superior (efector final) la cual es la responsable de soportar la cabina de conducción. El sistema de referencia fijo se coloca en el centro de la base fija ubicada en la en la parte inferior de la base metálica que soporta toda la estructura de la plataforma, la cual va anclada al suelo.

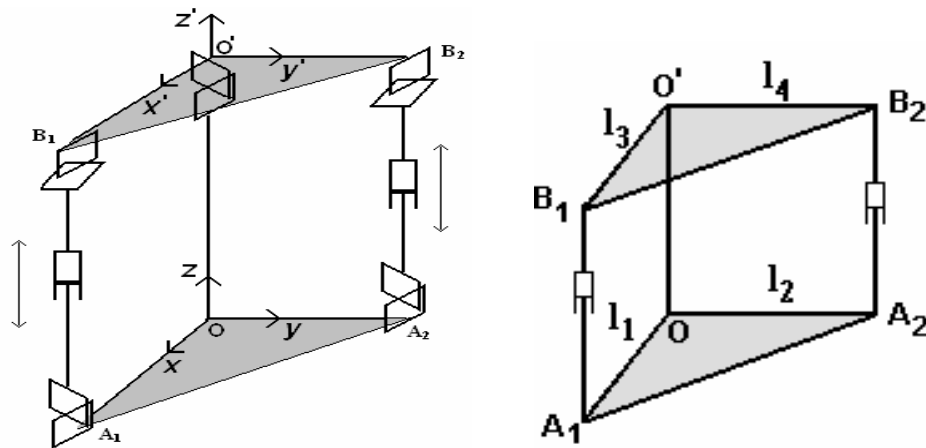


Figura 3.2

Definición de los sistemas de referencia y de las longitudes
de los brazos en la plataforma SIMPRO.

La orientación en el espacio de la plataforma móvil estará determinada por los ángulos de rotación φ y θ . El ángulo φ es el ángulo de rotación alrededor del eje x' del sistema $x'y'z'$ de coordenadas móviles, el cual da la sensación de cabeceo, mientras que θ es el de rotación alrededor del eje y' , brindando la sensación de alabeo.

3.3 Análisis de movilidad de la plataforma

En la robótica paralela, el hecho de conectar múltiples cuerpos rígidos a articulaciones, implica tener que determinar el conjunto de las diferentes posiciones del efector final que pueden ser alcanzadas, para una arquitectura dada, lo cual es determinante a la hora de concebir el tipo de aplicación. No obstante existe para este conjunto de posibles soluciones, un compromiso a lograr entre la rigidez del mecanismo paralelo y el rango o amplitud de sus movimientos (movilidad).

Es por ello que en la teoría de los mecanismos se considera la movilidad como un importante parámetro a tener en cuenta en el estudio de estos sistemas. El concepto de movilidad viene dado por la representación del número de grados de libertad independientes que posee el efector final.

En estas arquitecturas paralelas, es muy común el empleo de las articulaciones y uniones para incrementar el número de grados de libertad del efector final. Las más usadas son la prismática, esférica, universal y en revolución, las cuales están disponibles en el mercado a bajos precios (Jean-Pierre Merlet, 2006). No obstante se debe prestar atención al emplearlas, pues una incorrecta selección puede provocar una reducción en la movilidad del robot. Por ejemplo una articulación esférica posee 3 grados de libertad, sin embargo el rango de su movimiento es reducido (típicamente ± 15 grados) y por lo tanto no permite la rotación completa alrededor de un mismo eje como lo permite una articulación rotacional, que sin embargo posee un solo grado de libertad.

Basándonos en estos elementos hemos decidido calcular analíticamente los grados de libertad del robot simulador SIMPRO, por medio de formulaciones matemáticas que están debidamente desarrolladas en la literatura.

Haciendo uso del concepto de manipulador paralelo completo (**fully parallel manipulators**) nombre que es dado a aquel robot paralelo cuyo número de cadenas cinemáticas es idénticamente igual al número de grados de libertad del efector final, concepto extensible a la arquitectura que tiene el simulador nuestro, podemos entonces emplear las clásicas fórmulas de movilidad para determinar los grados de libertad del mismo.

Para un robot paralelo completo con m grados de libertad que posee n cadenas cinemáticas independientes para soportar al efector final, si estas cadenas son idénticas, se puede aplicar la fórmula de Grübler (J.P. Merlet, 2006), la cual establece:

$$m = 6(l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i \quad (3.1)$$

donde:

m : movilidad del mecanismo.

l : número total de cuerpos rígidos del mecanismo (incluyendo la base).

n : número total de articulaciones.

d_i : número de grados de libertad de la articulación i

En el caso que nos ocupa $l=7$, $n=7$, $d_i=8$ (uno por cada universal que se comportan como rotacionales en cada una de los extremos de las articulaciones prismáticas, uno por cada articulación prismática y dos por la unión universal de la columna central),

Sustituyendo en (3.1)

$$m = 6(7-7-1)+8=2$$

En (G.G.Baránov, 1975) se analiza otra expresión que plantea:

$$m = 6(n - 1) - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5 \quad (3.2)$$

Donde

n : todos los elementos del mecanismo

p_1 : número de pares cinemáticos de un movimiento

p_2 : número de pares cinemáticos de dos movimientos

p_3 : número de pares cinemáticos de tres movimientos

p_4 : número de pares cinemáticos de cuatro movimientos

p_5 : número de pares cinemáticos de cinco movimientos

Para la plataforma propuesta:

$$n=7, \quad p_1=6, \quad p_2=1$$

lo que da como resultado:

$$m = 6(7 - 1) - 5 \cdot 6 - 4 \cdot 1 = 2$$

El empleo estricto de la expresión (3.1) puede en ocasiones conducir a errores debido a que la misma no considera las relaciones geométricas que existen entre las uniones que se consideran. No obstante para nuestro mecanismo la fórmula de Grübler resulta suficiente para la realización del análisis preliminar de movilidad.

3.4 Modelado de la plataforma

En la plataforma de conducción SIMPRO la solución de la cinemática tanto directa como inversa depende de la longitud del brazo articulado de cada cadena cinemática cerrada.

En el caso de la cinemática directa la longitud del brazo articulado es la variable conocida y las incógnitas son el ángulo φ (rotación en el eje x') y el ángulo θ (rotación en el eje y') que definen la orientación del efector final. Figura 3.3.

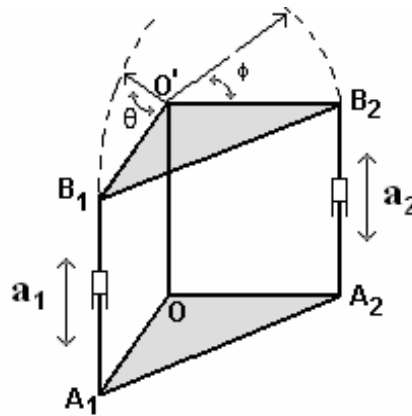


Figura 3.3

Representación de las rotaciones de alabeo y cabeceo en la plataforma de conducción SIMPRO.

En el caso de la cinemática inversa, la incógnita es el valor de la longitud del brazo actuado quedando en función de los ángulos en que se quiere rotar el efector final.

Tomando para el análisis una rotación en el eje y' como se muestra en la figura 3.4 el segmento $O'B_2$ describe una circunferencia de centro O' .

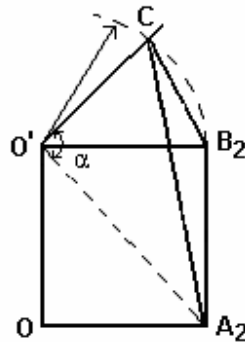


Figura 3.4

Geometría de las rotaciones de la plataforma móvil

Considerando el triángulo formado por los vértices $A_2O'C$ planteamos la fórmula de los cosenos referida al ángulo α , la cual queda:

$$\overline{A_2C}^2 = \overline{O'A_2}^2 + \overline{O'C}^2 - 2\cos\alpha \overline{O'A_2} \overline{O'C} \quad (3.3)$$

La igualdad (3.3) constituye la expresión de la cinemática inversa ya que permite calcular la longitud del brazo actuado A_2C en función de la orientación del efector final.

Los valores de los segmentos en el término derecho de la ecuación (3.3) son conocidos de los datos geométricos de la plataforma siendo:

$$\overline{O'C} = l_4 \quad (3.4)$$

$$\overline{O'A_2}^2 = \overline{OO'}^2 + \overline{OA_2}^2 \quad (3.5)$$

La relación que existe entre el ángulo de desplazamiento angular φ y el ángulo α se muestra en la ecuación (3.6)

$$\alpha = \alpha_0 + \varphi \quad (3.6)$$

donde:

α_0 : ángulo inicial de formado por $O'A_2$ y $O'B_2$

Este ángulo α_0 se puede calcular aplicando trigonometría en el $\Delta A_2OO'$ por la expresión:

$$\alpha_0 = \tan^{-1}\left(\frac{\overline{OO'}}{\overline{OA_2}}\right) \quad (3.7)$$

En el caso de la cinemática directa despejando el ángulo α de la expresión (3.3) se obtiene:

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\overline{O'A_2}^2 + \overline{O'C}^2 - \overline{A_2C}^2}{2\overline{O'A_2} \overline{O'C}}\right) \quad (3.8)$$

Para determinar φ se utiliza la ecuación (3.6).

De manera análoga para realizar el análisis correspondiente al movimiento de alabeo, se procede a obtener una ecuación similar a la anterior donde se sustituye el ángulo φ por θ y el punto C se sustituye por D , según se muestra en las expresiones 3.9 y 3.10

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{\overline{O'A_1}^2 + \overline{O'D}^2 - \overline{A_1D}^2}{2\overline{O'A_1} \overline{O'D}}\right) \quad (3.9)$$

$$\gamma = \alpha_0 + \theta \quad (3.10)$$

3.4.1 Determinación de las velocidades y las aceleraciones

En la figura 3.5 se muestra como el desplazamiento angular debido a la rotación con centro en el eje de referencia x' describe la longitud de arco definida por S , ésta longitud se puede obtener mediante el producto del radio de rotación (r) por el incremento angular ($\Delta\varphi$).

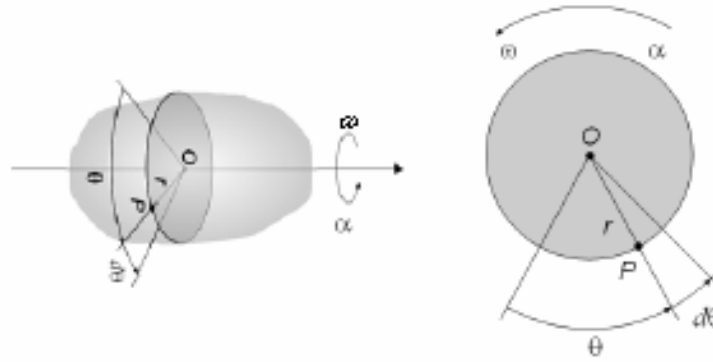


Figura 3.5

Representación de la dinámica de rotación.

$$S = r\Delta\varphi \quad (3.11)$$

Aplicando la fórmula anterior al caso que nos ocupa y analizando en el triángulo $\Delta B_2 O' B_1$ que conforma la plataforma móvil resulta:

$$S = \overline{O'B_2} \Delta\varphi \quad (3.12)$$

Aplicando expresiones trigonométricas en dicho triángulo, tenemos:

$$\overline{O'B_2} = \text{sen}\beta \overline{B_1 B_2} \quad (3.13)$$

Además:

$$\overline{B_1 B_2} = \cos \beta \overline{B_1 O'} \quad (3.14)$$

Sustituyendo en (3.12) las ecuaciones (3.13) y (3.14):

$$S = \text{sen} \beta \cos \beta \overline{O' B_1} \Delta \varphi \quad (3.15)$$

La ecuación (3.15) relaciona la longitud del arco S respecto al eje paralelo a $O' B_1$. Para referenciarlo al sistema de referencia fijo se aplica la definición de los ángulos de Euler que fueron descritas en el epígrafe 2.2.2. Luego, aplicando la convención Roll, Pitch, Yaw nos queda:

$$\overline{O' B_1} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta & -\text{sen} \varphi \cos \theta & \text{sen} \varphi \\ \cos \varphi \text{sen} \theta \text{sen} \psi + \text{sen} \varphi \cos \psi & -\text{sen} \varphi \text{sen} \theta \text{sen} \psi + \cos \varphi \cos \psi & -\cos \theta \text{sen} \psi \\ -\cos \varphi \text{sen} \theta \cos \psi + \text{sen} \varphi \text{sen} \psi & \text{sen} \varphi \text{sen} \theta \cos \psi + \cos \varphi \text{sen} \psi & \cos \theta \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Desarrollando la expresión anterior:

$$\overline{O' B_1} = \begin{bmatrix} l_3 \cos \varphi \cos \theta \\ l_3 (\cos \varphi \text{sen} \theta \text{sen} \psi + \text{sen} \varphi \cos \psi) \\ -l_3 (\cos \varphi \text{sen} \theta \cos \psi - \text{sen} \varphi \text{sen} \psi) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Sustituyendo en la ecuación (3.15), obtenemos:

$$S = \text{sen} x \cos x \begin{bmatrix} l_3 \cos \varphi \cos \theta \\ l_3 (\cos \varphi \text{sen} \theta \text{sen} \psi + \text{sen} \varphi \cos \psi) \\ -l_3 (\cos \varphi \text{sen} \theta \cos \psi - \text{sen} \varphi \text{sen} \psi) \end{bmatrix} \Delta \varphi \quad (3.18)$$

Considerando para el caso particular de la plataforma de conducción objeto de nuestro estudio, consideramos los siguientes valores:

$$\psi = 0 \quad \text{Angulo de rotación en el eje } z$$

$$\beta = 45^\circ$$

$$B_2 O' = B_1 O' = l_3$$

Sustituyendo los anteriores valores en (3.18), nos queda:

$$S = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} l_3 \cos \varphi \cos \theta \\ l_3 \sin \varphi \\ -l_3 \cos \varphi \sin \theta \end{bmatrix} \Delta \varphi \quad (3.19)$$

Derivando la expresión (3.19) respecto al tiempo:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -l_3 \sin \varphi \cos \theta \\ l_3 \cos \varphi \\ l_3 \sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} \frac{d\varphi}{dt} \quad (3.20)$$

$$\text{Como } \frac{d\varphi}{dt} = \omega_1 \quad (3.21)$$

la expresión (3.20) resulta:

$$Vc = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -l_3 \sin \varphi \cos \theta \\ l_3 \cos \varphi \\ l_3 \sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} \omega_1 \quad (3.22)$$

Para el movimiento de alabeo teniendo en cuenta la proyección del eje de giro ahora existe una componente en el eje y' .

$$Va = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} l_4 \sin \varphi \sin \theta \\ 0 \\ l_4 \sin \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \omega_2 \quad (3.23)$$

3.5 Dinámica de la plataforma

Consideremos el esquema mostrado en la figura 3.6 el cual representa las variables relacionadas con la dinámica de rotación de la plataforma. Aquí se desprecian las fuerzas de fricción entre el vástago y el cilindro, y se considera que los cuerpos rígidos no presentan deformaciones elásticas.

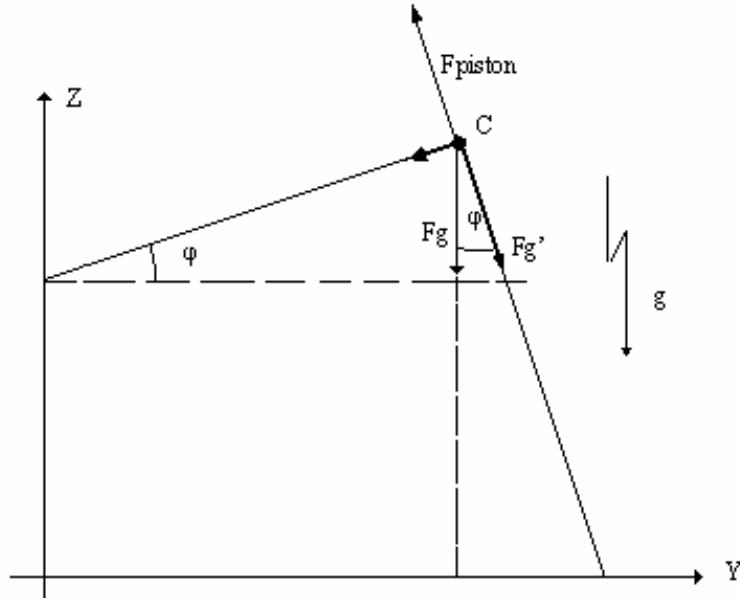


Figura 3.6

Variables relacionadas con la dinámica de rotación de la plataforma.

En el punto C de la plataforma móvil, aplicándose el diagrama de fuerzas correspondiente a la Segunda Ley de Newton, queda:

$$F_{\text{rest}} = M a_c \quad (3.24)$$

En el eje z'' de la figura 3.6

$$F_{\text{piston}} - F_g' = M a_c \quad (3.25)$$

Donde:

M : Masa de la cabina montada sobre el efector final.

La fuerza de gravedad en el punto C no es paralela al eje z'' , por lo tanto presenta componentes en los ejes x, z del sistema de referencia fijo dependientes del ángulo que se gira el efector final.

El vector fuerza de gravedad en la ecuación (3.25) se representa teniendo en cuenta las proyecciones en el sistema de referencia fijo como:

$$F'_g = \begin{bmatrix} F_g \text{sen} \varphi \\ 0 \\ F_g \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

La aceleración del punto C se obtiene derivando la expresión (3.23)

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\omega_1}{dt} \begin{bmatrix} -l_3 \text{sen} \varphi \cos \theta \\ l_3 \cos \varphi \\ l_3 \text{sen} \varphi \text{sen} \theta \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \omega_1^2 \begin{bmatrix} -l_3 \cos \theta \cos \varphi \\ -l_3 \text{sen} \varphi \\ l_3 \text{sen} \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Sustituyendo en (3.25) y despejando la fuerza del pistón:

$$F_{\text{piston}} = \frac{3M}{2} \left(\begin{bmatrix} -l_3 \cos \theta \text{sen} \varphi \\ l_3 \cos \varphi \\ l_3 \text{sen} \varphi \end{bmatrix} \frac{d\omega_1}{dt} + \begin{bmatrix} -l_3 \cos \theta \cos \varphi \\ -l_3 \text{sen} \varphi \\ l_3 \text{sen} \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \omega_1^2 + \begin{bmatrix} g \text{sen} \varphi \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \right) \quad (3.28)$$

En la expresión (3.28) obtenida, la fuerza que debe ejercer el pistón de cabeceo se encuentra relacionada con la orientación del efector final, quedando en dependencia además de las variables que representan la velocidad y aceleración angular, términos que se obtienen a partir de la cinemática directa del robot expresada en (3.8).

Derivando en la expresión (3.8) obtenemos:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\alpha_0}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} \quad (3.29)$$

Como α_0 es constante su derivada es cero quedando:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (3.30)$$

Resolviendo la derivada de la expresión de la cinemática directa:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{-\overline{A_2 C}}{\overline{O' A_2} \overline{O' C} \sqrt{1-h}} \quad (3.31)$$

$$\text{Donde } h = \frac{\overline{O' C}^4 - \overline{A_2 C}^4 + \overline{O' A_2}^4}{4 \overline{O' A_2}^2 \overline{O' C}^2} \quad (3.32)$$

Para el cálculo de ε_I (aceleración angular) se deriva la expresión (3.31) ya que la derivada de la velocidad angular nos da la aceleración angular, la misma queda:

$$\varepsilon = -\frac{1}{\overline{O'C} \overline{O'A_2}} \left(\frac{\frac{\overline{A_2C}^4 \sqrt{1-h}}{\overline{O'A_2}^2 \overline{O'C}^2} + \sqrt{1-h}}{1-h} \right) \quad (3.33)$$

De esta manera queda completamente definida la dinámica inversa de la plataforma de conducción dependiendo como es lógico de las variables que representan a las longitudes de sus brazos y de la orientación del efector final

3.6 Simulación

La simulación del modelo obtenido se realiza en el toolbox *SimMechanics* del *MATLAB* que permite modelar y simular en un ambiente apropiado mecanismos formados por cuerpos rígidos y articulaciones, así como los movimientos del mismo en el espacio tridimensional, usando la dinámica newtoniana.

SimMechanics es un módulo del *Simulink*, que abarca la modelación y el diseño de sistemas según principios físicos básicos. La modelación física funciona dentro del ambiente y de las interfaces de *Simulink Seamlessly* que interactúa con el resto de las funciones del *Simulink* y del *MATLAB*. Diferente a otros bloques de *Simulink*, que representan operaciones matemáticas o funciones de activación o desactivación de señales, sus bloques representan componentes o acciones físicas.

Las herramientas por las cuales está compuesto permiten la definición de los ejes de coordenadas que caracterizan al cuerpo rígido, su masa, sus restricciones cinemáticas, sus movimientos y su localización en el sistema de coordenadas.

Las herramientas de la visualización de *SimMechanics* muestran y animan las representaciones simplificadas de máquinas tridimensionales, antes y durante de la simulación, usando el sistema de los gráficos de *MATLAB*.

La referencia de ejes tomada para la simulación se toma de la propia del Matlab. Mediante la facilidad de comunicación que ofrece el MATLAB y sus diferentes *toolbox* se calculan los parámetros que son las variables que se utilizan en el archivo generado por el *SimMechanics* que permite la visualización de la estructura mecánica y la variación de la posición de la articulación de alabeo y la de cabeceo.

3.6.1 Definición de los cuerpos rígidos

En el caso de la plataforma a modelar, se identifican 6 cuerpos rígidos, pues el pivote central y la plataforma fija se toman como un solo cuerpo rígido. Ellos son:

- Base fija.
- Cilindro de la unión prismática (dos).
- Émbolos del pistón neumático (dos).
- Plataforma móvil.

Para la plataforma móvil, el valor de la masa es cortesía de CIDSIM y su valor se expone en el Anexo 5.

3.6.2 Momentos de inercia

Este tensor de inercia en el *SimMechanics* es una matriz cuadrada de orden tres y se asume siempre que el tensor de la inercia del cuerpo está evaluado en el centro de gravedad del mismo.

Como el centro de gravedad de un cuerpo está fijado rígidamente a él, durante la simulación, los valores de las componentes del tensor de la inercia no cambian mientras que el cuerpo se cambia de posición en el espacio.

Los cálculos de estos parámetros se pueden encontrar en el Anexo 5.

3.6.3 Coordenadas de los cuerpos rígidos

En este aspecto, se debe decir que en la ubicación de un cuerpo rígido en el *SimMechanics* se debe especificar la localización del centro de masa, el extremo inferior y el extremo superior como se ilustra en la figura 3.7. En este caso se define la ubicación en el espacio del émbolo que provoca el movimiento de alabeo, que según la definición realizada en el epígrafe 3.2 solamente tiene coordenadas en los ejes z y y . Al adaptarse a la definición que presenta el software, estas se traducen en los ejes y y x

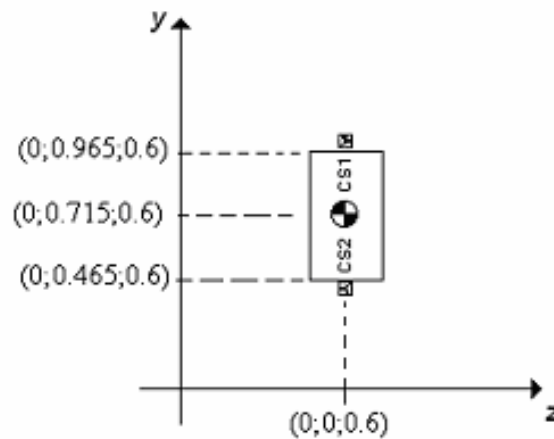


Figura 3.7

Representación de las coordenadas del émbolo de alabeo.

Para configurar todos los cuerpos rígidos en esta simulación se define las variables matriciales *base_fija* y *base_móvil*, las cuales presentan en sus filas la coordenadas de los puntos que conforman la base fija y la base móvil respectivamente.

Las configuraciones del cilindro y del émbolo de la cadena cinemática responsable del movimiento de cabeceo se muestran en las figuras 3.8 y 3.9. El origen de traslación se toma para todos los casos en el mundo (*WORLD*) definido por el *SimMechanics*.

Mass properties

Mass: Inertia:
 * with respect to the CG (Center of Gravity) Body coordinate system

Body coordinate systems

Position Orientation

Show port	Port side	Name	Origin position vector [x y z]	Units	Translated from origin of	Components axes of
☐	Top	CG	base_fija(1,)+[0 Lo/2 0]	m	WORLD	WORLD
☒	Top	CS1	base_fija(1,)+[0 Lo 0]	m	WORLD	WORLD
☒	Bottom	CS2	base_fija(1,)	m	WORLD	WORLD

Figura 3.8

Pantalla para la configuración de los parámetros del cuerpo rígido (cilindro) ubicado en la cadena cinemática responsable del movimiento de cabeceo.

Mass properties

Mass: Inertia:
 * with respect to the CG (Center of Gravity) Body coordinate system

Body coordinate systems

Position Orientation

Show port	Port side	Name	Origin position vector [x y z]	Units	Translated from origin of	Components axes of
☐	Top	CG	base_movil(2,)-[0 Li/2 0]	m	WORLD	WORLD
☒	Top	CS1	base_movil(2,)	m	WORLD	WORLD
☒	Bottom	CS2	base_movil(2,)-[0 Li 0]	m	WORLD	WORLD

Figura. 3.9

Pantalla para la configuración de los parámetros del cuerpo rígido (émbolo) ubicado en la cadena cinemática responsable del movimiento de cabeceo.

Para la parte de alabeo los vectores que definen la localización en la simulación presenta coordenadas en los ejes y y z .

La orientación de la plataforma móvil queda definida por la localización de los puntos que se definen en el epígrafe 3.2 como se muestra en la Figura 3.10

Mass properties

Mass:

Inertia:

* with respect to the CG (Center of Gravity) Body coordinate system

Body coordinate systems

Position ☒ Orientation ☐

Show port	Port side	Name	Origin position vector [x y z]	Units	Translated from origin of	Components in axes of
☐	Top	CG	pc	m	WORLD	WORLD
☒	Bottom	CS1	base_movil(1,.)	m	WORLD	WORLD
☒	Bottom	CS2	base_movil(2,.)	m	WORLD	WORLD
☒	Bottom	CS3	base_movil(3,.)	m	WORLD	WORLD

Figura 3.10

Definición de los parámetros asociados a la plataforma móvil

3.6.4 Definición de las uniones

En la definición de las uniones en el *SimMechanics* se desprecia su masa y sus longitudes solamente importando los movimientos de la unión en los ejes definidos para los grados de libertad que tenga la misma.

Para el caso de las uniones universales en la plataforma SIMPRO, dada la definición de los orígenes de coordenadas en el epígrafe 3.2 las rotaciones de esta unión se pueden realizar en correspondencia a los ejes donde presentan grados de libertad, siendo estos los ejes z y x en la simulación. Figura 3.11

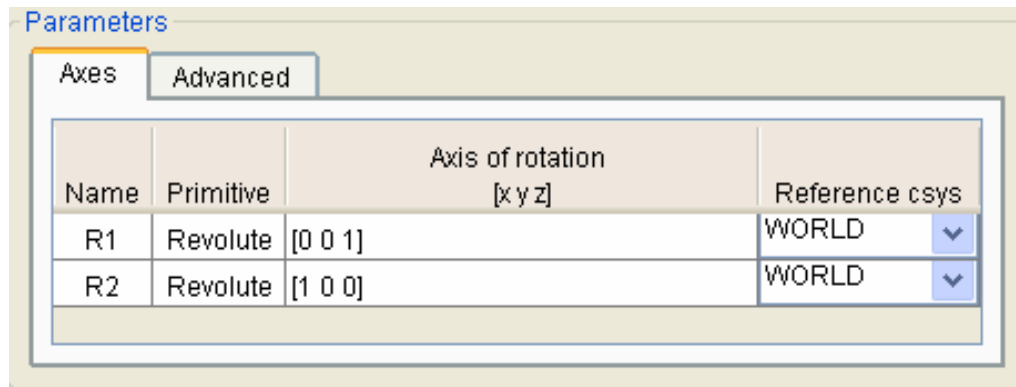


Figura 3.11

Ventana para configurar las rotaciones de las uniones universales

En el caso de las uniones cilíndricas definidas en la simulación, se presentan para lograr machear el modelo de las uniones Universales con la unión prismática que realmente existe en la estructura real, de manera que pueda absorber las rotaciones de las uniones Universales de los extremos de cada articulación.

3.7 Resultados

Con el desarrollo de la simulación se puede observar el comportamiento de la plataforma y su representación en el espacio lo que se muestra en la Figura 3.12 viéndose los centros de masa de los cuerpos rígidos que la componen, las uniones que con los elementos mencionados anteriormente forman las articulaciones. Además se representa la localización en el espacio de la plataforma móvil.

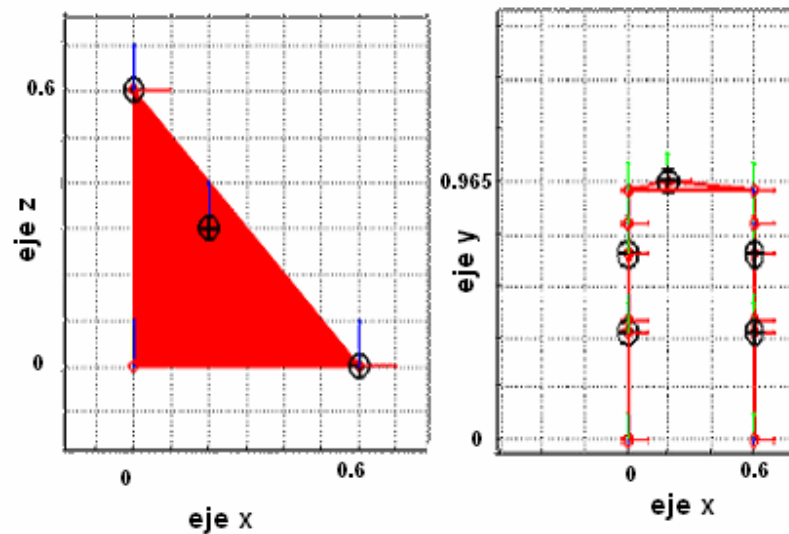


Figura.3.12

Vistas de la plataforma en el *SimMechanics*

Además se obtiene un programa en el MATLAB que permite el cálculo de la fuerza que se debe ejercer al pistón para lograr una orientación determinada del efector final (dinámica inversa) resuelta en el epígrafe 3.5 el cual se muestra en el Anexo 6.

Los resultados mostrados corresponden a la simulación efectuada para un valor de ángulo de cabeceo desde -15 hasta 15 grados vs longitud del brazo articulado programada en el Anexo 6 (cinemática inversa), según se muestra en las figura 3.14. Además se realizó la simulación de la cinemática directa variando la longitud de la articulación prismática desde 0.5 hasta 0.75 m, según aparece en la figura 3.15 donde se grafica dichos valores vs ángulos de orientación del efector final. .

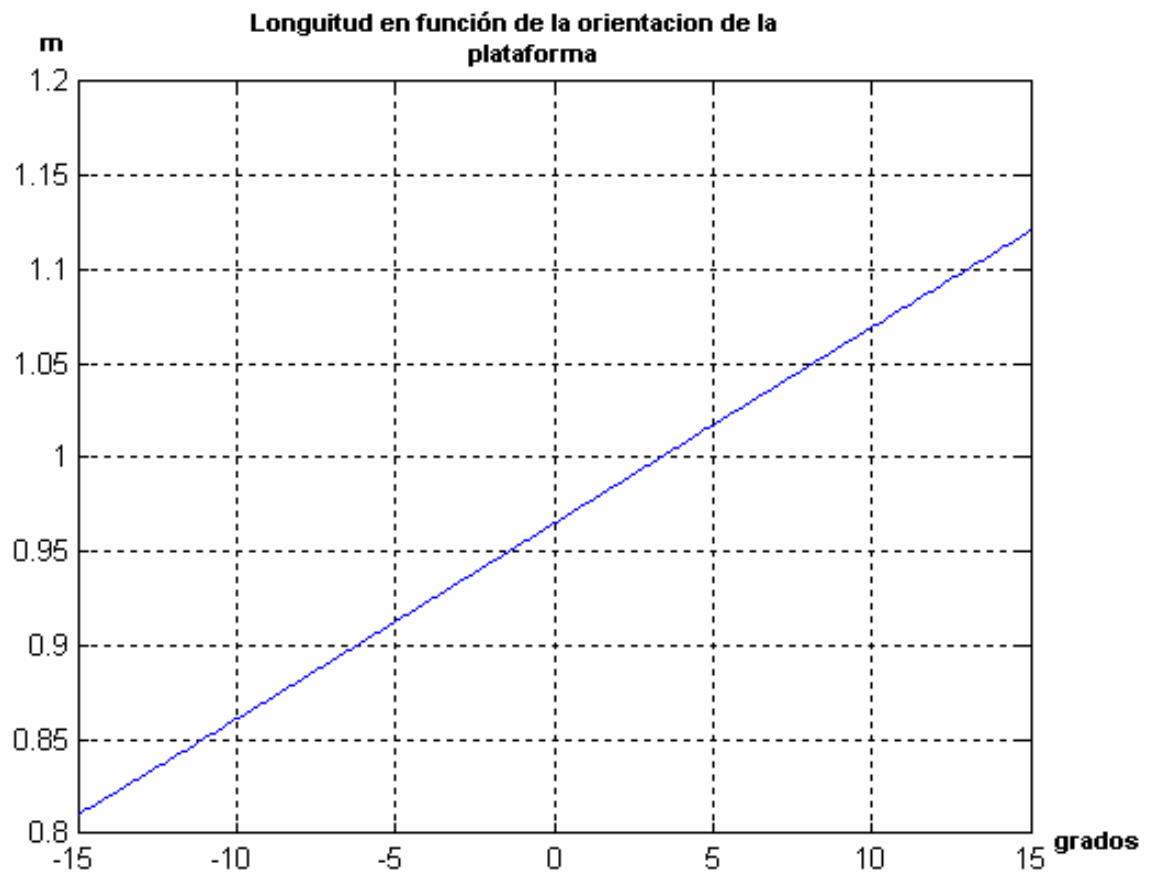


Figura 3.14

Variación de la longitud del brazo articulado en función del ángulo de Cabeceo.

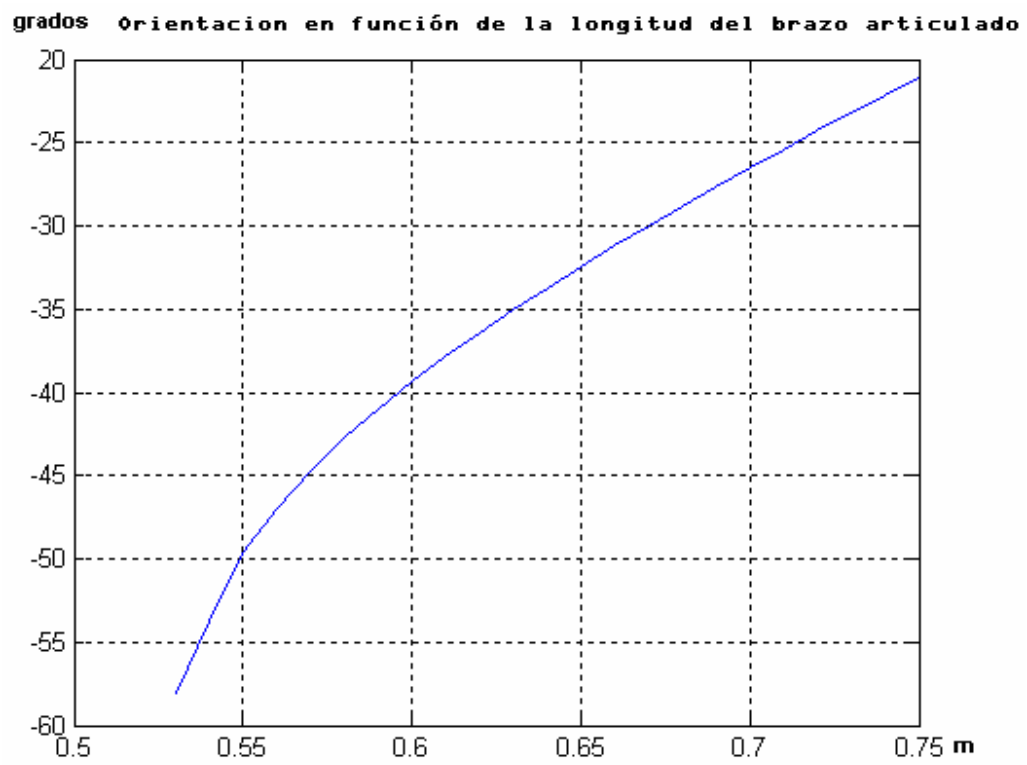


Figura 3.15

Variación del ángulo de Cabeceo en función de la longitud.

3.8 Análisis económico

El precio de la plataforma estudiada con el control implementado es de aproximadamente 12 000 USD y con la cabina del simulador completo incluyendo el sistema de visualización y mandos oscila entre 30 000 a 40 000 USD.

Su costo de producción es algo menor. El estudio aquí desarrollado da la posibilidad de realizar a priori, un análisis del comportamiento cinemático y dinámico de la plataforma antes de proceder con la construcción de la estructura mecánica, ello posibilita corregir a tiempo cualquier dificultad que pudiera detectarse en su comportamiento, con el correspondiente ahorro de recursos humanos y materiales.

El costo de un paquete de electrodos de soldar por arco eléctrico vale en el mercado 3.00 USD, el metro cuadrado de plancha de acero de 3 mm cuesta 13.00 USD, las articulaciones universales 2.5 USD, y las vigas de acero de perfil U cuestan alrededor de 8 USD el metro, un cilindro neumático de doble efecto 50 USD, de ahí la importancia que reviste realizar un diseño y construcción de la plataforma de manera adecuada, puesto que estos materiales forman parte de los necesarios para construir una plataforma de este tipo.

Otro aspecto a considerar en lo que respecta al ahorro de recursos económicos lo constituye el hecho de que con este trabajo se pueden implementar y simular estrategias de control, sin necesidad de emplear una plataforma verdadera lo cual también constituye una ventaja desde el punto de vista económico.

Por último queremos decir que el empleo de estas plataformas en la simulación de la conducción permite el adiestramiento del personal a la hora de conducir un vehículo lo que representa un ahorro de combustible, gomas, rodamientos y piezas de automóviles pues al llevar la conducción a un ambiente virtual se evitan desgastes de las piezas de los vehículos y se logra el perfeccionamiento de la técnica de conducción evitando accidentes de tránsito.

CONCLUSIONES

Mediante la realización de este trabajo podemos arribar a las siguientes conclusiones:

- 1 En el caso particular de la plataforma SIMPRO, los modelos cinemáticos directo e inverso obtenidos del enfoque geométrico no presentan múltiples soluciones debido a la sencillez de la estructura paralela.
- 2 El enfoque de tratar cada articulacion por independiente facilita los analisis cinemáticos y dinámicos para la obtencion de los modelos.
- 3 La implementación del modelo de la estructura planteada permite una mejora en el analisis del comportamiento de la misma, ya que actualmente está en explotación y se carece de un modelo matemático que permita evaluar su desempeño ante diferentes estrategias de control.
- 4 La simulación permite determinar los angulos maximos de orientacion de la plataforma móvil, estando limitados los mismos en su valor maximo por la longitud maxima permisible de la extremidad prismática. El valor minimo queda limitado por el angulo de rotacion minimo permisible por la union universal que articula en la base de plataforma movil.
- 5 El algoritmo implementado da la flexibilidad para efectuar modificaciones en la estructura de la plataforma.

RECOMENDACIONES

- 1 Realizar en otro software la simulación del modelo obtenido de manera que se puedan complementar el mismo en un ambiente gráfico mejorado para un mejor entendimiento del fenómeno físico modelado.
- 2 Realizar modificaciones mecánicas en la estructura mecánica de la plataforma SIMPRO consistentes en sustituir las uniones universales de los extremos superiores de las articulaciones por esféricas, y sustituir las uniones universales de los extremos inferiores de las articulaciones por rotacionales.
- 3 Realizar la identificación del proceso modelado para implementar futuras estrategias de control basada en las características geométricas y mecánicas de la plataforma de conducción SIMPRO.
- 4 Con el apoyo de este trabajo realizar un tutorial que facilite el entendimiento y el trabajo con el *SimMechanics* para futuros trabajos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andreas Wingert, M. L., Steven Dubowsky, Moustapha Hafez. (2002). Hyper-Redundant Robot Manipulators Actuated by Optimized Binary Dielectric Polymers. *Electroactive Polymer Actuators and Devices*, 4695.
- Arfken, G. (1985). *Mathematical Methods for Physicists* (tercera ed.). Orlando: Academic Press.
- Barrientos, A. (1997). *Fundamentos de Robótica* (primera edición ed.). Madrid.
- Cavallo, E. (2003). *Parallel Robotic System Design for The Steering And Guidance Mechanism of an Autonomous Underwater Vehicle*. Unpublished tesis doctoral, Universidad de estudio de Genova, Genova
- Chablat, D., Ph.Wenger, Majou, F., & Merlet, j.-p. (2004). An Interval Analysis Based Study for the Design and the Comparison of Three-Degrees-of- Freedom Parallel Kinematic Machines. *The international journal of robotics research*, 23, 615-624.
- G.G.Baránov. (1975). *Curso de la teoría de mecanismos y máquinas* moscu: editorial Mir.
- Germán López , S. M. (2003). *Motores y Sensores en Robótica* Universidad de la República Oriental del Uruguay.
- Guanfeng Liu, Y. L., and Zexiang Li. (2003). Singularities of Parallel Manipulators: A Geometric Treatment. *IEEE Transactions on robotics and automation*, 19, 579-594.
- H.Goldstein. (1980). *Classical Mechanicis* (segunda ed.).
- Huang, T., Li, M., Zhao, X. M., Mei, J. P., Chetwynd, D. G., & Hu, S. J. (2005). Conceptual Design and Dimensional Synthesis for a 3-DOF Module of the TriVariant—A Novel 5-DOF Reconfigurable Hybrid Robot. *IEEE Transactions on robotics*, VOL. 21, NO. 3, 449-456.
- Husty, M. L. (1996). An algorithm for solving the direct kinematic of Stewart-Gough-type platforms. *Mechanism and Machine Theory*, 31 numero 4, 365-380.
- J.Stauss. (1988). *Chem. Phys.* 40.
- K. Narita, J.-I. U., H. Kusumoto. (1966). *Chem. Phys.* 44.
- Krejnín, K. (2006). *Pneumatic Actuating System for Automatic Equipament*
- Kuen, Y. Y. (2002). *Geometry,Dynamics and Control of Parallel Manipulators*. Unpublished tesis doctoral, Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong.
- Landau, L. D. a. L. (1976). *Mechanics* (tercera ed.). Oxford,England: Pergamonn Press.
- Limón, R. C. (2006). *Modelo Matemático de un Robot Paralelo de Seis Grados de Libertad* Unpublished Tesis Licenciatura, Universidad de las Américas Puebla. , Puebla México.

- Lu, Y. (2006). "Analysis of kinematics and solution of active/constrained forces of asymmetric UPU1X parallel manipulators". Robotics Research Center, School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao, Hebei,.
- Mario García-Sanz , M. M. C. (2005). Herramientas para el estudio de robots de cinemática paralela: simulador y prototipo experimental. *Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial*, 2, 73-81
- Mehring, M. (1983). *Principles of High Resolution NMR in Solids* (segunda ed.). Berlin: Springer-Verlag.
- Merlet, J.-P. (1999). Parallel Robots: Open Problems.
- Merlet, J.-p. (2002, 25 de septiembre 2002). *Still a long way to go on the road for parallel mechanisms* Paper presented at the Asme 2002, Montreal.
- MERLET, J.-P. (2006). *Parallel Robots* (segunda ed. Vol. 128). Ontario, Canada.
- Moustapha Hafez, M. D. L., Steven Dubowsky. (2002). Optimized Binary Modular Reconfigurable Robotic Devices. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*,, 335-340.
- Navarro, J. M. S. (2003). *Desarrollo de una interfaz kinestsica paralela y experimentacion en control de sistemas hapticos y teleoperados*. Unpublished doctoral, Universidad Miguel Hernández, Elche.
- Ogata, K. (2006). *Ingenieria de Control Moderno* (cuarta ed.). Madrid.
- Óscar Reinoso, R. S., Rafael Aracil , Miguel Almonacid , Carlos Pérez. (2002). Avances en el desarrollo de un robot trepador de estructuras cilíndricas.
- Rafael Aracil , R. J. S., José Ma Sabater,Oscar Reinoso. (2006). Robots paralelos:Maquinas con un pasado para una robotica del futuro. *Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial* 3(1697-7912), 16-28.
- Rubio, E. (2006). Identificación y control de una plataforma electro-neumática de dos grados de libertad.
- T. Huang, M. L., X. M. Zhao, J. P. Mei, D. G. Chetwynd, and S. J. Hu. (2005). Conceptual Design and Dimensional Synthesis for a 3-DOF Module of the TriVariant—A Novel 5-DO

- Reconfigurable Hybrid Robot. *IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS*,, VOL. 21,No3, 449-456.
- Varshalovich, D. A. M., A. N.; and Khersonskii, V. K. . (1988). *Description of Rotation in Terms of the Euler Angles."* *Quantum Theory of Angular Momentum*. Singapur: World Scientific.
- Vivek A. Sujan, M. D. L. a. S. D. (2001). Lightweight Hyper-redundant Binary Elements for Planetary Exploration Robots. *IEEE Transactions on robotics*,(0-7803-6736-7), 1273-1278.
- Zabalza, I., Ros, J., Gil, J. J., Pintor, J. M., & Jiménez, J. M. (2002). Análisis de de fuerzas estáticas en un manipulador paralelo 6-rks tipo-hunt modelado con coordenadas naturales. 1-14.

Anexo 1**Comparación de los manipuladores Serie y Paralelo**

Elementos	Manipulador Serie	Manipulador Paralelo
Espacio de trabajo	Grande	Pequeño
Problemas de singularidad	Algunos	Abundante
Carga útil	Pequeña	Alta
Inercia	Alta	Baja
Estructura	Simple	Compleja
Precisión	Error acumulativo	Promedio en la salida
Velocidad/Aceleración	Pequeña	Alta
Cinemática directa	Fácil	Difícil
Cinemática inversa	Difícil	Usualmente fácil
Dinámica	Complicada	Muy complicada
Control	Simple	Complicado
Complejidad del diseño	Pequeña	Grande
Costo	Alto	Bajo

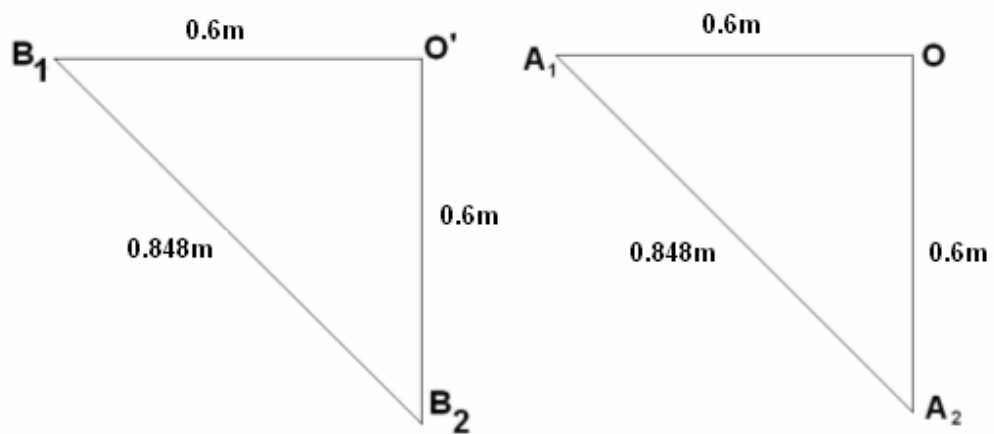
Anexo 2

Características de distintos tipos de actuadores para robots

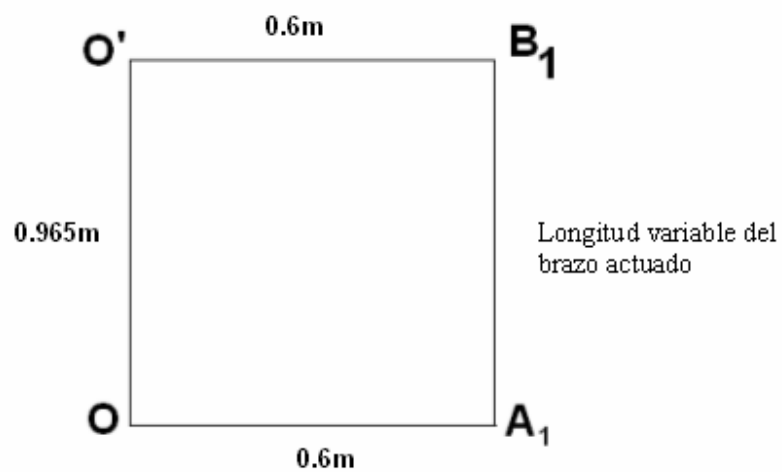
	Neumático	Hidráulico	Eléctrico
Energía	-Aire a presión (5-10 bar)	-Aceite mineral (50-100 bar)	-Corriente Eléctrica
Opciones	-Cilindros -Motor de paletas -Motor de pistón	-Cilindros -Motor de paletas -Motor de pistones auxiliares	-Corriente Continua -Corriente Alterna -Motor paso a paso
Ventajas	-Baratos -Rápidos -Sencillos -Robustos	-Rápidos -Alta relación potencia-peso -Autolubricantes -Alta capacidad de carga -Estabilidad frente a cargas estáticas	-Precisos -Fiables -Fácil control -Sencilla instalación -Silenciosos
Desventajas	-Dificultad de control continuo. -Instalación especial (Compresor, filtros) -Ruidoso	-Difícil mantenimiento -Instalación especial (filtros, eliminación aire) -Frecuentes fugas -Caro	-Potencia limitada

Anexo 3**Comparación entre los diferentes sensores**

Sensor	Rango dinámico	Resolución	Robustez Mecánica	Error relativo	Costo
Potenciómetro	Bajo	Mala	Regular	Alto	Bajo
Encoders	Medio	Buena	Mala	Bajo	Medio
Unidades Inerciales	Alto	Buena	Mala	Medio	Alto

Anexo 4**Geometría de la plataforma SIMPRO.**

Bases de la plataforma



Dimensiones en las cadenas cinemáticas cerradas.

Anexo 5

Cálculo de los parámetros dinámicos de los cuerpos rígidos de la Plataforma SIMPRO.

A.V.I Masa

Los datos de las masas del émbolo y el cilindro de las articulaciones de la Plataforma SIMPRO se calculan a partir de:

$$m = \int dV \rho(r) \quad (5.1)$$

Donde:

m : masa del cuerpo

dV : pequeña porción de volumen

$\rho(r)$: densidad de masa

Para el volumen total del cuerpo la ecuación (3.xx) se expresa como:

$$m = V \rho(r) \quad (5.2)$$

Para un cilindro el volumen se calcula por

$$V = \pi l r^2 \quad (5.3)$$

Sustituyendo para el cilindro las expresiones (5.2) y (5.3) donde $l=Lo=0.841m$, $r=ro=0.05m$ y la densidad de masa es $\rho(r)=0.1Kg/m$ se obtiene:

$$mo = 6.66 \cdot 10^{-4} Kg$$

Para el émbolo $l=Li=0.5$, $r=ri=0.025m$:

$$mi = 9.81 \cdot 10^{-5} Kg$$

A.V.II Momento de inercia

En el caso de la arquitectura propuesta considerando los cuerpos del émbolo y el cilindro de la unión prismática como varillas delgadas al ser su longitud mayor que su radio, su momento de inercia por ejes se pueden calcular por la expresión:

$$I = \frac{1}{12} mL^2 \quad (5.4)$$

Donde L longitud del cuerpo.

Para el caso del momento de inercia en el eje y la geometría cilíndrica del émbolo y del cilindro de la unión prismática permiten definir este momento de inercia por la expresión:

$$I = \frac{1}{2} mR^2 \quad (5.5)$$

Donde R es el radio.

Los resultados para la simulación del cilindro y el émbolo son:

Cilindro:

$$I_{xx} = \frac{m_o \cdot L_o^2}{12} = 0.39 \cdot 10^{-4} \text{ Kg } m^2$$

$$I_{yy} = \frac{m_o \cdot r_o^2}{2} = 0.00825 \cdot 10^{-4} \text{ Kg } m^2$$

$$I_{zz} = I_{xx} = 0.39 \cdot 10^{-4} \text{ Kg } m^2$$

Émbolo:

$$I_{xx} = \frac{m_i \cdot L_i^2}{12} = 0.2043 \cdot 10^{-5} \text{ Kg } m^2$$

$$I_{yy} = \frac{m_i \cdot r_i^2}{2} = 0.00306 \cdot 10^{-5} \text{ Kg } m^2$$

$$I_{zz} = I_{xx} = 0.2043 \cdot 10^{-5} \text{ Kg } m^2$$

Notar que los cuerpos rígidos de las articulaciones en esta estructura son iguales por tanto sus parámetros dinámicos son los mismos.

Para el caso de la plataforma móvil, se considera como una esfera ya que las longitudes que la conforman no son despreciables. El momento de inercia esta dado por:

$$I = \frac{2}{5}mR^2 \quad (5.5)$$

Donde R es el radio de la esfera.

En este caso se considera que es de 0.1 m y la masa de la cabina es de 466 Kg .

$$I_{xx} = I_{yy} = I_{zz} = 1.864 \text{ Kg}m^2$$

Anexo 6

Programación

A.VI.I Código de programación de la cinemática y la dinámica de la plataforma SIMPRO en el MATLAB

```
clc,clear
```

```
%Variables
```

```
L=0.6;    %Distancias l1, l2, l3, l4 de la plataforma
```

```
h=0.965;  %Distancia entre los orígenes de coordenadas OO'
```

```
g=9.81;   %Aceleración gravitatoria
```

```
Li=0.5;   %Longitud del vástago
```

```
Lo=0.841; %Longitud del cilindro
```

```
% Coordenadas de la Base Móvil.
```

```
base_movil=[0 0.965 0; 0.6 0.965 0;0 0.965 0.6];
```

```
base_fija=[0.6 0 0;0 0.965 0;0 0 0.6];
```

```
% Geometría de la base fija
```

```
alfacero_rad=atan (h/L); alfacero_deg=180/pi*alfacero_rad; % ángulo inicial
```

```
% Cilindro Neumático
```

```
mo=6.66e-4; % masa Kg.
```

```
io=1e-4*[0.39 0 0;0 0.00825 0;0 0 0.39];%momento de inercia
```

```
% Embolo
```

```
mi=9.81e-5; %masa Kg.
```

```
ic=1e-5*[0.2043 0 0;0 0.00306 0;0 0 0.2043]; %momento de inercia
```

```
%plataforma móvil
```

```
%geometría de la base móvil
```

```
pc=[0.2 1 0.1]; %centro de gravedad
```

```

mt=466; % masa total de la plataforma móvil Kg.

i=[1.864 0 0;0 1.864 0;0 0 1.864]; % momento de inercia

%Cinemática Inversa

    shideseado =input('Introduzca el valor deseado del ángulo de cabeceo en grados =
');

    alfa_deg=alfacero_deg+shideseado; alfa_rad=pi/180*alfa_deg;

    c=cos (alfa_rad);

    doa2=sqrt(h^2+L^2); %Variable para definir la distancia del segmento O'A2

    a2c=sqrt(doa2^2+L^2-(2*c*doa2*L)); % Longitud del brazo articulado de cabeceo -
Cap III formula 3.4-

    sitadeseado=input('Introduzca el valor deseado del angulo de alabeo en grados = ');

    ganma_deg=alfacero_deg+sitadeseado; ganma_rad=pi/180*ganma_deg;

    d=cos(ganma_rad);

    a1d=sqrt(doa2^2+L^2-2*d*doa2*L); %longitud del brazo articulado de alabeo -Cap III
derivado de la expresión 3.4-

    %Cinemática Directa

% Cálculo del Angulo de Cabeceo

Desplaz_Cabeceo=input('Valor deseado del Desplazamiento del Actuador de Cabeceo =');

alfa_rad=acos(-(Desplaz_Cabeceo^2-L^2-doa2^2)/(2*L*doa2)); % Cabeceo

alfa_deg=180/pi*alfa_rad;

Cabeceo_deg=alfa_deg-alfacero_deg;

% Cálculo del Angulo de Alabeo

Desplaz_Alabeo=input('Valor deseado del Desplazamiento del Actuador de Alabeo = ');

ganma_rad=acos(-(Desplaz_Alabeo^2-L^2-doa2^2)/(2*L*doa2)); % Alabeo

ganma_deg=180/pi*ganma_rad;

```

```
alabeo_deg=gamma_deg-alfacero_deg;
```

```
%Dinámica Inversa
```

```
h1=(doa2^4+L^4-a1d^4)/(4*doa2^2*L^2); % Variable intermedia -fórmula 3.31- Alabeo
```

```
h2=(doa2^4+L^4-a2c^4)/(4*doa2^2*L^2); % Variable intermedia -fórmula 3.31-
Cabeceo
```

```
% Velocidades angulares
```

```
w1=-a1d*(doa2*L)/((doa2^2*L^2)*(sqrt(1-h1))); % Alabeo
```

```
w2=-a2c*(doa2*L)/((doa2^2*L^2)*(sqrt(1-h2))); % Cabeceo
```

```
% Aceleraciones angulares
```

```
epsilon1=(1/doa2*L)*((a1d^4*(sqrt(1-h1)/(doa2^2*L^2))+sqrt(1-h1))/1-h1); % Alabeo
```

```
epsilon2=(1/doa2*L)*((a2c^4*(sqrt(1-h2)/(doa2^2*L^2))+sqrt(1-h2))/1-h2); % Cabeceo
```

```
%Velocidad
```

```
Va=0.5*w1*L*[sin(shideseado)*sin(sitadeseado);0;sin(shideseado)*cos(sitadeseado)];
```

```
Vc=0.5*w2*L*[sin(shideseado)*cos(sitadeseado);cos(shideseado);sin(sitadeseado)*cos(shi
deseado)];
```

```
%Aceleracion
```

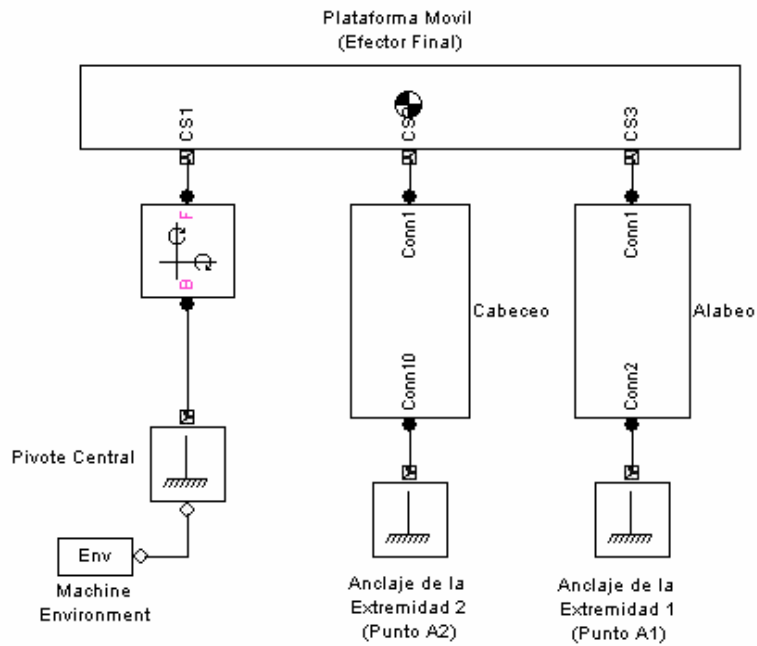
```
Aa=0.5*L*epsilon1*([sin(shideseado)*sin(sitadeseado);0;sin(shideseado)*cos(sitadeseado)
])+0.5*L*w1^2*[sin(shideseado)*cos(sitadeseado);0;-sin(shideseado)*sin(sitadeseado)];
```

```
Ac=0.5*epsilon2*L*([-
sin(shideseado)*cos(sitadeseado);cos(shideseado);sin(shideseado)*sin(sitadeseado)])+0.5*
L*w2^2*[-cos(sitadeseado)*cos(shideseado);-
sin(shideseado);sin(sitadeseado)*cos(shideseado)];
```

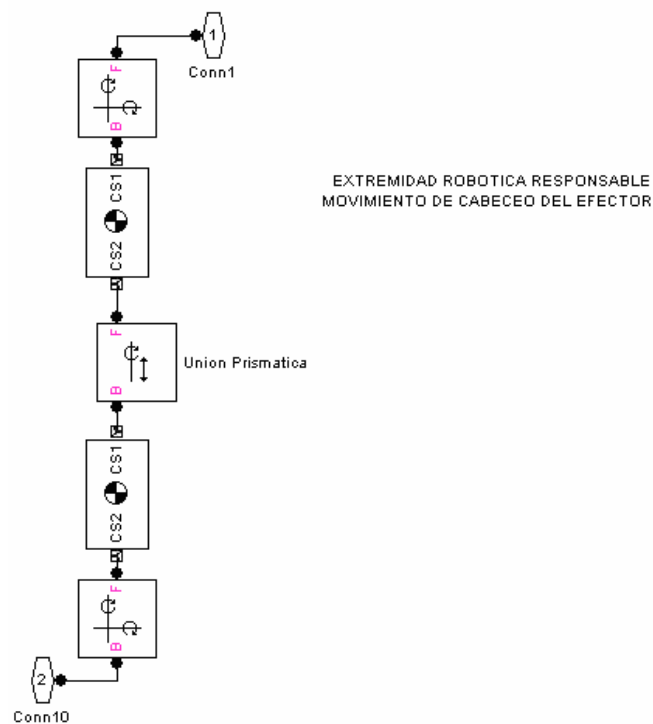
```
% Fuerza del piston
```

```
fpiston1=(3*mt/2)*(Aa+[0;g*sin(sitadeseado);g]);fpiston1=norm(fpiston1);
```

```
fpiston2=(3*mt/2)*(Ac+[g*sin(shideseado);0;g]);fpiston2=norm(fpiston2);
```



Modelado de la plataforma SIMPRO en el *SimMechanics*



Modelado de la articulación de Cabeceo