

# **Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas**

**Facultad de Ingeniería Eléctrica**

**Departamento de Automática y Sistemas  
Computacionales**



## **TRABAJO DE DIPLOMA**

**Análisis teórico del método de Ziegler-Nichols**

**Autor: Yunier Valeriano Medina**

**Tutor: M.Sc., María del Carmen Hernández Carús**

**Santa Clara**

**2009**

**"Año del 50 Aniversario del Triunfo de la Revolución"**

# Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas  
Computacionales



## TRABAJO DE DIPLOMA

### Análisis teórico del método de Ziegler-Nichols

Autor: Yunier Valeriano Medina

[yvaleriano@uclv.edu.cu](mailto:yvaleriano@uclv.edu.cu)

Tutor: M.Sc., María del Carmen Hernández Carús

[Carmen@uclv.edu.cu](mailto:Carmen@uclv.edu.cu)

Santa Clara

2009

"Año del 50 Aniversario del Triunfo de la Revolución"



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

---

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

---

Firma del Autor

---

Firma del Jefe de  
Departamento donde se  
defiende el trabajo

---

Firma del Responsable de  
Información Científico-Técnica

## **PENSAMIENTO**

***“El auténtico conocimiento es conocer la extensión  
de la propia ignorancia”.***

**Confucio**

## DEDICATORIA

*A mis padres por la confianza, el apoyo y la formación  
que me han brindado.*

*A mi hermano.*

*A toda mi familia y amistades por apoyarme  
en todo momento.*

*A todos los profesores que han sabido guiarme.*

## AGRADECIMIENTOS

*A mis padres y hermano, que sin su ayuda este trabajo no hubiese sido posible.*

*A mis abuelos, primos y tíos por estar siempre a mi lado.*

*A Yudith, Mirtha, Betty, Belkys y Elvira que han sido claves en mi educación.*

*A toda mi familia.*

*A María del Carmen por haberme enseñado tanto y confiar siempre en mí.*

*A Urquijo, Eduardo Andrés, Pablo José, Lisdán y Luis por el equipo que formamos.*

*A Roide, Drianet, Chambery, Ariagnis, Rodney, Yamilet por ser mis amigos.*

*A Yeinier por todo lo que me ayudó.*

*A Víctor por el apoyo en momentos difíciles.*

*A todo mi grupo de Automática.*

*A Diamir por su colaboración.*

*A los profesores y trabajadores de la Facultad de Eléctrica.*

*A todo aquel que de una manera u otra contribuyó en mi formación.*

## TAREA TECNICA

Para alcanzar los objetivos planteados en este Trabajo de Diploma se realizaron las siguientes tareas técnicas:

- Establecer una visión panorámica de los métodos de ajuste de controladores más utilizados o referidos en la literatura.
- Hacer una Revisión bibliográfica sobre la utilización del método de *Ziegler-Nichols*, los objetivos que se persiguen, los resultados que se obtienen y las premisas que se satisfacen.
- Responder a las preguntas: ¿Se logra razón de decrecimiento de  $\frac{1}{4}$  y máximo sobreimpulso entre el 10 y 60 % siempre que se aplica el método? ¿Por qué? ¿En qué condiciones?
- Realizar un informe escrito con los resultados de la revisión, de los análisis teóricos y de las conclusiones.

---

Firma del Autor

---

Firma del Tutor

## RESUMEN

El presente Trabajo de Diploma trata acerca del método de sintonización de controladores propuesto por *Ziegler* y *Nichols*. Se realiza un análisis teórico acerca de las especificaciones y resultados del método teniéndose en cuenta los criterios expuestos por varios investigadores.

Se valoran cada una de las afirmaciones que históricamente han existido sobre el transiente de las respuestas de los sistemas una vez que se ajusta aplicando esta técnica.

Se realizaron un conjunto de pruebas, cuyos resultados se muestran en forma de tablas y gráficos, que posibilitan respaldar el análisis teórico y cumplimentar los objetivos propuestos.

## TABLA DE CONTENIDOS

PENSAMIENTO .....	i
DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS .....	iii
TAREA TECNICA .....	iv
RESUMEN .....	v
INTRODUCCION .....	1
Organización del informe.....	3
 CAPITULO 1. PANORAMICA ACTUAL SOBRE LOS METODOS DE AJUSTE DE CONTROLADORES .....	4
1.1.    Introducción.....	4
1.2.    Métodos de lazo abierto.....	6
1.2.1.    Método de <i>Cohen y Coon</i> .....	6
1.2.2.    Método de López y otros.....	7
1.2.3.    Método de <i>Kaya y Sheib</i> .....	8
1.2.4.    Método de <i>Sung</i> y otros.....	9
1.3.    Métodos de lazo cerrado.....	9
1.3.1.    Método de <i>Rovira y Murrill</i> .....	9
1.3.2.    Método de <i>Kaya y Sheik</i> .....	10
1.3.3.    Método de <i>Sung</i> y otros.....	10
1.3.4.    Método de <i>Brosilow</i> .....	10
1.4.    Conclusiones del capítulo.....	11
 CAPITULO 2. METODO DE SINTONIA DE <i>ZIEGLER-NICHOLS</i> .....	12
2.1.    Introducción.....	12
2.2.    Análisis de los resultados obtenidos por Ziegler y Nichols.....	12
2.2.1.    Método de Lazo Cerrado.....	13
2.2.2.    Método de Lazo Abierto.....	15
2.3.    Criterios acerca del método de sintonía de Ziegler-Nichols.....	18
2.3.1.    Razón de decrecimiento de $\frac{1}{4}$ .....	19
2.3.2.    Rango de máximo sobreimpulso.....	20
2.3.3.    Disturbio o <i>set-point</i> .....	21
2.3.4.    Procesos donde el método es aplicable.....	22

2.4. Aspectos a destacar del método.....	24
2.5. Conclusiones del Capítulo.....	25
CAPITULO 3. ANALISIS Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS	
OBTENIDOS.....	27
3.1. Introducción.....	27
3.2. Clasificación de las plantas empleadas.....	27
3.3. Resultados obtenidos a partir del ajuste a lazo cerrado.....	29
3.3.1. Comportamiento de la razón de decrecimiento en las respuestas..	29
3.3.2. Rangos de máximo sobreimpulso.....	33
3.2.3. Estabilidad.....	36
3.4. Resultados obtenidos a partir del ajuste a lazo abierto.....	37
3.4.1. Comportamiento de la Razón de decrecimiento en las respuestas.	38
3.4.2. Rangos de máximo sobreimpulso.....	38
3.4.3. Estabilidad.....	39
3.5. Consideraciones generales acerca de los resultados.....	39
3.6. Análisis económico.....	43
3.7. Conclusiones del capítulo.....	44
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	45
Conclusiones.....	45
Recomendaciones.....	46
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	47
ANEXOS.....	49

## INTRODUCCION

El controlador es un elemento fundamental en el lazo de control. Es considerado como el “cerebro” del circuito de control, debido a que es el dispositivo encargado de tomar las decisiones. Para lo cual compara la señal del proceso que llega del transmisor contra el *set-point* y envía la señal apropiada al elemento de acción final para mantener la variable que se controla en el *set-point* (Smith and Corripio, 1991). Hay una gran variedad de herramientas para ajustar controladores, la efectividad de cada una de ellas depende de la aplicación y de los resultados que se quieran.

El primer método de ajuste que surgió fue el que propusieran *Jhon Ziegler* y *Nathaniel Nichols* en el año 1942. Estos autores especificaron una razón de decrecimiento de un cuarto para considerar adecuada la respuesta a lazo cerrado. Desde su surgimiento resultó ser polémico por la forma de aplicarse y los resultados que se debían obtener. No obstante es uno de los más usados debido a lo fácil que es de aplicar.

A pesar de que se trata de una técnica de ajuste bastante conocida es normal encontrarse con errores en su aplicación y controversias acerca de los resultados que ofrece. En pos de darle solución a esa problemática se trazó como objetivo general de este trabajo determinar si las afirmaciones que históricamente se han hecho sobre el comportamiento de la respuesta transitoria de sistemas, una vez que se ajusta un controlador siguiendo los pasos que proponen *Ziegler* y *Nichols*, se logran o no.

Para cumplimentar el objetivo general planteado se establecen los siguientes objetivos específicos:

1. Obtener la mayor cantidad de información revisando trabajos científicos ya realizados sobre el respaldo teórico que puede tener el método de *Ziegler- Nichols*.

2. Analizar el comportamiento de la respuesta temporal de diferentes plantas una vez que se sintonice el regulador (controlador) por el método de *Ziegler-Nichols* y encontrar las causas que provocan dicho comportamiento.
3. Generalizar de ser posible la esperanza de comportamiento de respuesta temporal desde diferentes modelos de plantas.

Lograr respuestas con  $\frac{1}{4}$  de razón de decrecimiento, valores de máximo sobreimpulso que estén dentro del rango del 10 al 60% y asegurar siempre la estabilidad del sistema constituyen los principales cuestionamientos que han perseguido a este método desde su presentación. Por lo tanto estos serán los aspectos fundamentales sobre los que girará el análisis.

La investigación está enmarcada dentro de la Teoría del control, específicamente en el campo del análisis y diseño de controladores en esquemas de control de sistemas lineales. Este es un tema que no ha perdido actualidad y en la literatura se reportan nuevas variantes, dudas y posibilidades de análisis que son necesarias valorar.

Para llevar a cabo esta tarea se partió del conocimiento que se tenía sobre el método, enriquecido con la bibliografía existente en *Internet*. Fue importante disponer de un *software* tan potente como el *Matlab*, en una de sus versiones más reciente.

El trabajo contiene una panorámica acerca de los métodos de diseño más utilizados, que sirve de base para todo el análisis teórico que sobre las reglas de ajuste de *Ziegler y Nichols* se realiza. Esta parte teórica está respaldada por los resultados de un conjunto de pruebas que se realizaron y que contribuyeron al cumplimiento de los propósitos que se tenían. Las pruebas no fueron evaluadas solo desde la óptica de los autores del método, sino que se utilizan otros criterios que han venido apareciendo con el transcurrir del tiempo y que sirven para darle una mayor profundidad al estudio.

**Organización del informe.**

El informe está dividido en introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos. La estructura de los capítulos se muestra a continuación:

Capítulo 1: Se ofrece una breve panorámica acerca de los métodos de ajuste de controladores más utilizados en la actualidad, sus principales características y los posibles resultados que se pueden obtener.

Capítulo 2: Se realiza un análisis teórico del método, teniéndose en cuenta tanto los criterios expuestos por los propios autores como los de otros investigadores.

Capítulo 3: Se muestran y discuten los resultados que se obtuvieron en las pruebas realizadas, los cuales complementan el análisis que se expone en el capítulo anterior.

## **CAPITULO 1. PANORAMICA ACTUAL SOBRE LOS METODOS DE AJUSTE DE CONTROLADORES**

### **1.1. Introducción.**

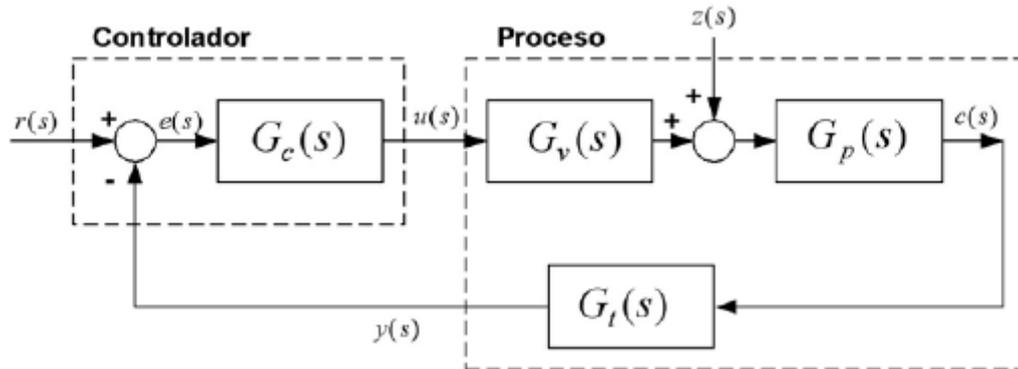
Desde que se tuvo la genial idea de cerrar el lazo de control e introducir un controlador en alguna parte del mismo han sido numerosos los investigadores que han trabajado con el objetivo de lograr el método de sintonización más idóneo (Peraza, 2007). Cuando se realiza el ajuste se trata de lograr que el sistema responda, cumpliendo requisitos establecidos de antemano, en estado transitorio o estable.

En la literatura se puede encontrar una gran variedad de términos que se utilizan para clasificar a un controlador, lo cual sin dudas crea confusión y demuestra que no existen algoritmos estandarizados. Por ejemplo, hay bases de datos que recogen más de 200 controladores industriales de diferentes fabricantes (Peraza, 2007). Esto ha propiciado el surgimiento de un número elevado de métodos que son utilizados en la sintonización.

Para sintonizar los controladores, primero se debe identificar la dinámica del proceso, y partiendo de esta, determinar los parámetros del controlador utilizando el método seleccionado (Alfaro, 2002b). La obtención de la información dinámica del proceso requiere que este sea excitado de alguna forma y que tanto la entrada aplicada como la respuesta del proceso sean registradas (Peraza, 2007).

En un lazo de control realimentado, como el de la figura 1.1, el instrumento conocido como controlador es el encargado de efectuar las acciones de control que actúan sobre la señal de error. El error es la diferencia entre el valor deseado de la variable controlada y su valor real. Generalmente se desea que el sistema de control lleve la variable controlada a un nuevo valor deseado en el caso de que este cambie, o que la regrese a su valor deseado ante la presencia de una perturbación. La forma en que el controlador realiza estas

acciones depende de su estructura y del valor de sus parámetros (Alfaro, 2002a).



**Figura 1.1. Lazo de control** (Peraza, 2007).

El sistema de control tiene dos posibles condiciones de operación:

Servomecanismos ( $z = 0$ ), caracterizada por la expresión 1.1, para la cual se requiere un buen seguimiento del valor deseado (Alfaro, 2002b).

$$y(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} r(s) \quad (1.1)$$

Regulador ( $r = 0$ ), expresión 1.2, donde lo importante es la insensibilidad a las perturbaciones (Alfaro, 2002b).

$$y(s) = \frac{G_c(s)G_p(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)} z(s) \quad (1.2)$$

La práctica ha demostrado que un lazo de control sintonizado como servomecanismo no funciona de la mejor manera como regulador y que el desempeño de uno sintonizado como regulador a su vez no es satisfactorio como servomecanismo. En este último caso la respuesta del sistema de control a un cambio en el valor deseado es más oscilatoria y suele presentar un máximo sobreimpulso excesivo (Alfaro, 2002a).

El primer método de sintonía que surgió fue el propuesto por *Ziegler y Nichols*, sobre el cual tratará este informe, pero es importante dedicar este capítulo a dar una panorámica de otras formas de sintonías que son ampliamente utilizadas. Para su análisis se dividirán en dos grupos: métodos de lazo abierto y métodos de lazo cerrado.

## 1.2. Métodos de lazo abierto.

El controlador cuando está instalado opera manualmente. Produciendo un cambio escalón a la salida del controlador se obtiene la curva de reacción del proceso, a partir de la cual se identifica un modelo para el mismo. Este modelo es la base para la determinación de los parámetros del controlador (Alfaro, 2002b). En la figura 1.2 se muestra el circuito de control que se utiliza en este tipo de ajuste.

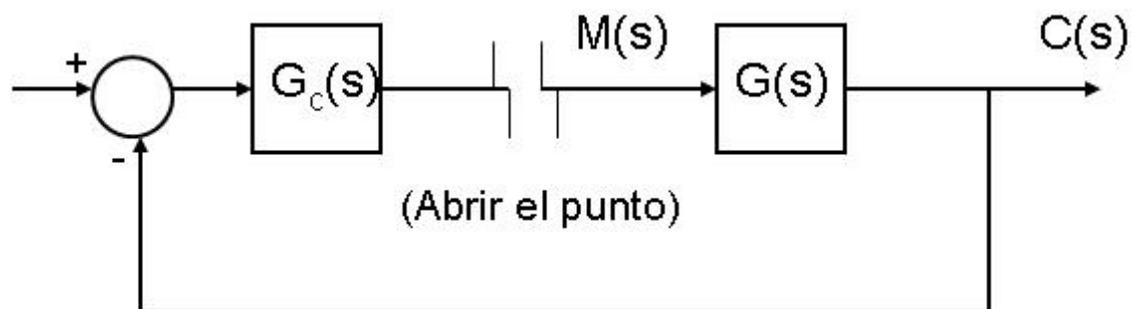


Figura 1.2. Esquema del circuito de control para el ajuste a lazo abierto.

### 1.2.1. Método de *Cohen y Coon*.

Estos autores consideran que el proceso es autorregulado por lo que declaran un índice de autorregulación definido como  $\mu = tm/t$ . Sus ecuaciones de sintonización se basan en el mejor modelo de primer orden más tiempo muerto que se pueda obtener para lazos de control que funcionan como regulador. El criterio de desempeño que adoptaron fue  $\frac{1}{4}$  de razón de decrecimiento con mínima área bajo la curva de respuesta (Peraza, 2007, Coughanowr, 1991).

### 1.2.2. Método de López y otros.

Debido a que los parámetros de ajuste de los criterios que persiguen razón de decrecimiento un cuarto no son únicos, se crearon métodos donde las especificaciones de la respuesta fueran un error o desviación mínima de la variable controlada.

El método presentado por López fue el primero basado en criterios integrales con ecuaciones para el cálculo de los parámetros del controlador. Se define una función de costo de la forma:

$$\Phi = \int_0^{\infty} F[e(t), t] dt \quad (1.3)$$

Mientras menor sea el valor de  $\Phi$ , mejor será el desempeño del sistema de control, por lo que un desempeño óptimo se alcanza cuando  $\Phi$  es mínimo.

Estos autores desarrollaron sus fórmulas de manera empírica en base a la suposición de que la función de transferencia del proceso para entrada perturbadora es idéntica a la función de transferencia para la señal de salida del controlador (Smith and Corripio, 1991).

Los criterios de desempeño utilizados fueron: Integral del error absoluto (*IAE*), Integral del error absoluto por el tiempo (*ITAE*) e Integral del error cuadrático (*ISE*) (Peraza, 2007, Smith and Corripio, 1991). Estas magnitudes se representan mediante el área sombreada en las figuras 1.3 y 1.4, para cambios en la entrada perturbadora y *set-point* respectivamente.

La optimización de los criterios de desempeño de este método está basada en el mejor modelo de primer orden más retardo que se pueda obtener con un controlador PID-Ideal.

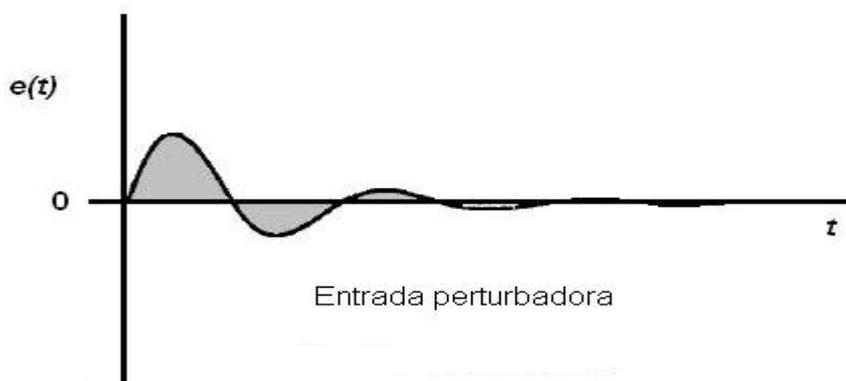


Figura 1.3. Definición de las integrales de error para cambios en la perturbación.

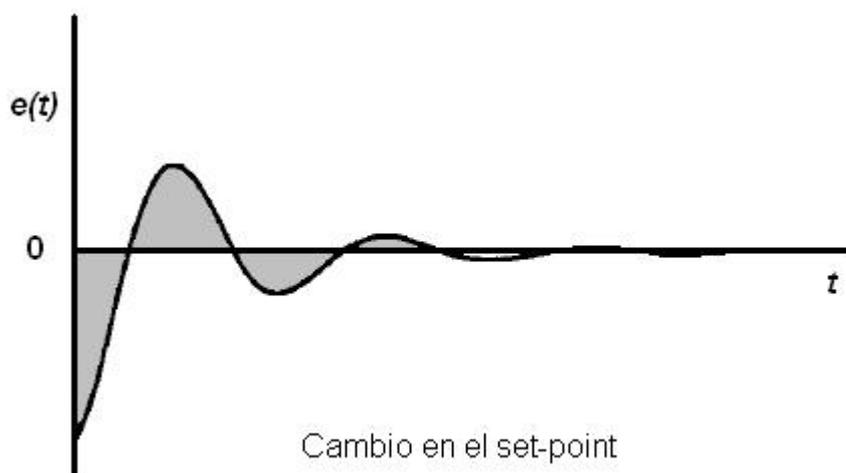


Figura 1.4. Definición de las integrales de error para cambios en el *set-point*.

### 1.2.3. Método de *Kaya* y *Sheib*.

Este método se desarrolló para los controladores PID-Clásico (PID-Serie), PID No Interactuante y PID-Industrial. Consiste en el mismo procedimiento que realizara López para el PID-Ideal. Está basado en el mejor modelo de primer orden más tiempo muerto que se pueda obtener para reguladores. El criterio de desempeño corresponde a la minimización de alguno de los criterios integrales (Peraza, 2007, Alfaro, 2002b).

### 1.2.4. Método de *Sung* y otros.

El modelo de segundo orden más tiempo muerto fue el que tomaron estos investigadores como base para su procedimiento, identificado mediante la realización de una prueba con realimentación por relé (VanDoren, 2006), seguida por una con control proporcional (P). El criterio de desempeño corresponde a la minimización de la *ITAE* y el controlador un PID-Ideal. El ajuste de las ecuaciones la realizaron para  $0.05 \leq tm/t \leq 2.0$  (Peraza, 2007).

### 1.3. Métodos de lazo cerrado.

Para estos tipos de ajustes el controlador opera de forma automática produciendo un cambio en el valor deseado. Se obtiene información del comportamiento dinámico del sistema para identificar un modelo de orden reducido para el proceso, o de las características de la oscilación sostenida del mismo para utilizarla en el cálculo de los parámetros del controlador (Alfaro, 2002b). El circuito de control que se utiliza en este tipo de ajustes se aprecia en la figura 1.5.

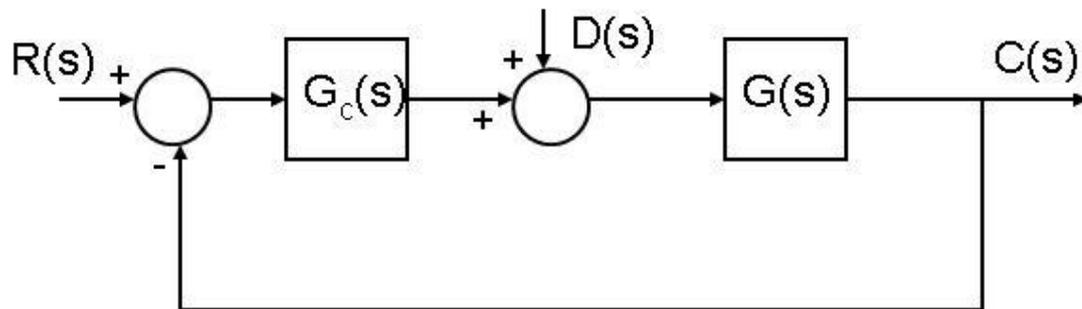


Figura 1.5. Esquema del circuito de control que se utiliza en los ajustes a lazo cerrado.

#### 1.3.1. Método de *Rovira* y *Murrill*.

Estos autores siguiendo el trabajo realizado por López para el ajuste de controladores en lazo abierto, presentaron el primer método basado en criterios integrales para el cálculo de los parámetros del controlador que opera como

servomecanismo. Para ello utilizaron una expresión similar a la 1.3, para la cual mientras menor sea el valor de  $F$  mejor será el desempeño. Por lo que un desempeño óptimo se logra cuando  $F$  sea mínimo.

Las especificaciones de diseño utilizadas por Rovira fueron: la Integral del error absoluto ( $IAE$ ), Integral del error absoluto por el tiempo ( $ITAE$ ). No tuvieron en cuenta el criterio ( $ISE$ ) por su naturaleza altamente oscilatoria.

Estas reglas son empírica, están basadas en un modelo de primer orden más retardo y fueron propuestas para un PID-Ideal (Peraza, 2007, Smith and Corripio, 1991).

### **1.3.2. Método de *Kaya y Sheik*.**

Estos autores realizaron lo mismo que Rovira, pero para PID-Clásico (PID-Serie), PID-No Interactuante y PID-Industrial. Se parte de un modelo de primer orden más retardo. La meta de desempeño corresponde a la minimización de algunos de los criterios integrales (Peraza, 2007).

### **1.3.3. Método de *Sung y otros*.**

Estos investigadores brindan la posibilidad de utilizar sus ajustes en controladores que operan como servomecanismos. El procedimiento se basa en el mejor modelo de segundo orden más tiempo muerto que se pueda obtener. El ajuste de las ecuaciones la realizaron para  $0.05 \leq tm/t \leq 2.0$  (Peraza, 2007).

### **1.3.4. Método de *Brosilow*.**

*Brosilow* para la realización de este método utilizó un procedimiento basado en la aproximación de la función de transferencia del controlador por una serie de *Maclaurin* para derivar las ecuaciones en el cálculo de los parámetros del controlador PID-IMC. Estos controladores tienen la característica de que sus parámetros se han determinado aplicando alguna de las técnicas de control con modelo interno (Peraza, 2007).

#### **1.4. Conclusiones del capítulo.**

Como se ha podido apreciar existen varios métodos destinados al ajuste de controladores, cada uno con características y especificaciones diferentes. A partir de ahora este informe se concentrará en analizar lo más exhaustivamente posible el método de sintonía propuesto por *Ziegler* y *Nichols*. Esta elección se justifica porque se trata de una técnica muy utilizada a pesar de no ofrecer siempre los mejores resultados y sobre la cual existen diversos criterios.

## **CAPITULO 2. METODO DE SINTONIA DE ZIEGLER-NICHOLS**

### **2.1. Introducción.**

Cuando en 1940 la compañía *Taylor Instrument* lanzó al mercado el primer controlador Proporcional-Integrativo-Derivativo (PID), el *Fulscope* modelo 100, no existía un procedimiento sistemático para la sintonización de los controladores industriales. Los controladores Proporcional (P), Proporcional-Integrativo (PI) y Proporcional-Derivativo (PD) ya existentes se sintonizaban utilizando procedimientos de prueba y error (Alfaro, 2005).

Los ingenieros de la *Taylor*, *Jhon Ziegler* y *Nathaniel Nichols*, se dieron a la tarea de determinar una forma simple de sintonizar el nuevo regulador. El resultado de ese trabajo fue la regla de sintonización ampliamente conocida como método de *Ziegler* y *Nichols* (Ziegler and Nichols, 1942). Este procedimiento produjo reacciones encontradas cuando fue presentado en la reunión anual de la Sociedad Americana de Ingenieros Mecánicos (ASME), en 1941. (Alfaro, 2005)

A pesar del tiempo transcurrido, el método de *Ziegler* y *Nichols* es ampliamente utilizado, ya sea en su versión original o con modificaciones. Sin embargo, se encuentra con mucha frecuencia en la literatura errores en su aplicación o controversias sobre para que tipo de controladores debe usarse.

En este capítulo se realizará un análisis de los aspectos fundamentales expuestos por los autores en la presentación del método. Se presentarán además los diversos criterios que se recogen en la literatura sobre estas reglas y su forma de aplicación.

### **2.2. Análisis de los resultados obtenidos por Ziegler y Nichols.**

*Ziegler* y *Nichols* tuvieron como propósito examinar la acción de los tres efectos principales del control, Proporcional (P), Proporcional-Integrativo (PI) y Proporcional-Integrativo-Derivativo (PID), asignarle valores prácticos y ofrecer

un método que permitiera obtener de una manera rápida y sencilla los ajustes óptimos de cada efecto del control (Ziegler and Nichols, 1942). No exponen ningún trabajo matemático, ni ejemplo ilustrativo alguno que sustente la obtención del método.

Para su estudio las reglas de sintonización propuestas por *Ziegler y Nichols* se dividen en dos variantes: la de lazo cerrado y la de lazo abierto. En relación a la variante de lazo cerrado sus ajustes se basan en la información última del sistema, obtenida utilizando solamente la acción proporcional. Para el caso de lazo abierto los autores obtuvieron la curva de reacción del sistema ante entrada paso, de donde encontraron las relaciones para sus fórmulas de ajustes.

### **2.2.1. Método de Lazo Cerrado.**

Este método también se recoge en la literatura con otros calificativos como son el de método basado en respuesta frecuencial (Hägglund and Åström, 2004) y método del límite de estabilidad (Paraskevopoulos, 2002). Consiste en aumentarle la ganancia a un sistema bajo la acción del efecto proporcional hasta que la respuesta del mismo alcance oscilaciones sostenidas y recoger los valores de ganancia y período de oscilación que el sistema muestra en esas circunstancias.

#### **Regulador Proporcional.**

*Ziegler y Nichols* toman como magnitud de ajuste del efecto proporcional a la sensibilidad, la cual definen como el cambio de presión de salida por pulgada del recorrido del indicador. La definición anterior debe constituir la explicación de que en la actualidad se utilice la ganancia en la sintonía y no la sensibilidad. El ajuste de la sensibilidad incide en la estabilidad del control, la cual se mide a través de la razón de decrecimiento ( $R_d$ ), que no es más que la razón entre una onda y la que le precedió (Ziegler and Nichols, 1942).

Para que el ajuste proporcione una buena estabilidad se utiliza un punto bien definido y fácil de encontrar conocido como última sensibilidad ( $S_u$ ). Un sistema con regulador en última sensibilidad da un  $Rd = 1$ , sobre la última sensibilidad da una  $Rd > 1$  e inferior a la última sensibilidad da una  $Rd < 1$  (Ziegler and Nichols, 1942).

El ajuste correcto de la sensibilidad radica en balancear de manera correcta la  $Rd$  y la compensación de la carga. *Ziegler y Nichols* consideran que un buen compromiso, para la mayoría de los usos, es tomar la sensibilidad de manera que se obtenga una  $Rd = 25\%$ . Este valor de sensibilidad es la mitad de la  $S_u$  (Ziegler and Nichols, 1942). La sensibilidad debe ser ajustada siempre en la condición de carga más difícil con el objetivo de alcanzar la mejor estabilidad posible, ya que si se ajusta para una determinada condición de carga se corre el riesgo que al variarse la misma el sistema pierda estabilidad.

### **Regulador Proporcional-Integral.**

El efecto integral tiene como objetivo eliminar el error. Se puede definir como la rápida respuesta que da la válvula, proporcional a la diferencia entre el valor del indicador y el del *set-point* (Ziegler and Nichols, 1942). La tasa de reposición o restablecimiento ( $T_r$ ) es la magnitud que caracteriza al efecto integral, su unidad de tiempo es  $\text{min}^{-1}$  y es una medida de la velocidad a la cual la acción integral restablece el valor final de la variable en el estado estacionario, o sea cuando el error se hace cero (Ziegler and Nichols, 1942). En realidad esta tasa de reposición no es otra que el inverso del tiempo integral ( $T_i$ ), que es la magnitud que se utiliza en la sintonización.

Para lograr el ajuste óptimo de la  $T_r$  se trata de alcanzar un balance entre la eliminación del error, o sea la rapidez con que se elimina la diferencia entre el valor del indicador y el *set-point*, y la estabilidad. El período de oscilación  $P_u$ , alcanzado para la  $S_u$  es un buen parámetro de ajuste para la tasa de restablecimiento. Por lo que la  $T_r$  óptima se alcanza generalmente dividiendo

1.2 entre el  $P_u$ . Para reguladores PI la sensibilidad debe bajarse desde 0.5 del  $S_u$  a 0.45 del  $S_u$ , de no hacerse así la adición del efecto integral aumentaría sobremanera la  $Rd$  (Ziegler and Nichols, 1942).

### Regulador Proporcional-Integral-Derivativo.

El efecto derivativo mejora la estabilidad de la respuesta. Proporciona un movimiento adicional de la válvula proporcional a la variación del indicador (Ziegler and Nichols, 1942). La magnitud que caracteriza al efecto proporcional es el tiempo derivativo ( $T_d$ ), el cual se expresa en minutos.

El ajuste óptimo del  $T_d$  depende directamente del período de oscilación, su valor debe de estar cercano a un  $1/8$  del  $P_u$  de una oscilación en la última sensibilidad. Debido a las mejoras en la estabilidad que ofrece el efecto derivativo, es posible aumentar la sensibilidad cuando se ajusta un regulador PID a 0.6 del  $S_u$ , por las mejoras que brinda el efecto derivativo a la estabilidad del sistema (Ziegler and Nichols, 1942).

**Tabla 2.1: Ajustes propuestos por Ziegler y Nichols. Método de lazo cerrado**

Tipo de regulador	Sensibilidad	Tasa de reposición	Tiempo derivativo
Proporcional	$S = 0.5 \times S_u$	—————	—————
Proporcional-Integral	$S = 0.45 \times S_u$	$T_r = \frac{1.2}{P_u}$	—————
Proporcional-Integral-Derivativo	$S = 0.6 \times S_u$	$T_r = \frac{2}{P_u}$	$T_d = \frac{P_u}{8}$

### 2.2.2. Método de Lazo Abierto.

En la literatura se puede encontrar como método basado en la respuesta escalón (Paraskevopoulos, 2002) y como método basado en la curva de reacción (Burns, 2001). En este caso los cambios se realizarán a la salida del regulador, se evalúan los resultados y a partir de estos se predicen los ajustes. La utilización de la curva de reacción del proceso se justifica porque con esta se obtiene una aceptable representación del sistema ahorrándose trabajos

matemáticos engorrosos. Si bien ella no ofrece una información completa del proceso al menos permite realizar una predicción aceptable de los ajustes del regulador (Ziegler and Nichols, 1942). La curva de reacción que utilizaron Ziegler y Nichols para la obtención de sus ajustes se muestra en la figura 2.1. Como se puede apreciar la misma tiene forma de "S".

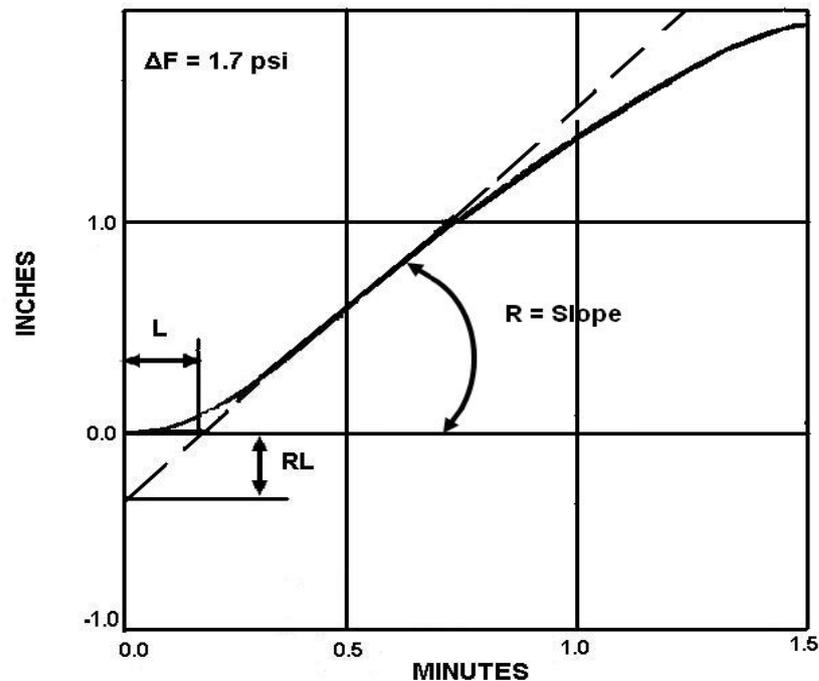


Figura 2.1. Curva de reacción utilizada por Ziegler y Nichols en sus pruebas (Ziegler and Nichols, 1942).

### Regulador Proporcional.

De la curva de reacción del proceso se utilizan dos características para fijar la sensibilidad: la regla de reacción ( $R$ ), que no es más que la máxima razón de variación de la indicación que ocurre en el punto de inflexión de la curva (Ziegler and Nichols, 1942), y el retardo ( $L$ ). Para obtener los valores de  $R$  y  $L$  a partir de la curva de reacción se aplica el método de la tangente (Smith and Corripio, 1991). En ocasiones se hace necesario disminuir la variación de la respuesta del regulador sobre la válvula ( $\Delta F$ ) con el objetivo de aminorar los efectos perjudiciales de los disturbios al sistema.

La razón de la reacción que resulta de esta variación es la razón unitaria de la reacción ( $R_1$ ), la cual se obtiene de la siguiente forma:

$$R_1 = \frac{R}{\Delta F} \quad (2.1)$$

Por tanto para el caso de un regulador P el ajuste óptimo de la sensibilidad, para lograr una  $Rd$  de  $\frac{1}{4}$ , se determina como el inverso del producto de  $R_1$  y  $L$  (Ziegler and Nichols, 1942).

### **Regulador Proporcional-Integral.**

*Ziegler y Nichols* demostraron que para el último valor de sensibilidad el aumento del período de oscilación es cuatro veces el retardo. Es por eso que para obtener la ecuación de  $T_r$  expresada en términos de  $L$ , se sustituye el  $P_u$  por cuatros veces el retardo. Se hace notar que para el regulador PI la sensibilidad tiene que ser más pequeña, pues como ya se había dicho la adición del efecto integral conspira con el objetivo de lograr una  $Rd$  del 25%.

### **Regulador Proporcional-Integral- Derivativo.**

Con este regulador se hace lo mismo que el anterior, utilizar la relación existente entre el período y el retardo en las ecuaciones de  $T_r$  y del  $T_d$  (Ziegler and Nichols, 1942). Nuevamente se aumenta el valor de la sensibilidad aprovechando las ventajas que en relación a la estabilidad proporciona el efecto derivativo.

Cualquier cambio en el circuito de control que proporcione una sensibilidad más alta y una tasa de restablecimiento más rápida mejorará los resultados obtenidos. Algunos cambios pueden ser realizados ocasionalmente en el proceso con el fin de elevar los valores de sensibilidad y de  $T_r$ , sin que se pierda el balance. No se debe olvidar que la sensibilidad se debe fijar para la condición de carga más difícil para que así no corra riesgo la estabilidad (Ziegler and Nichols, 1942).

**Tabla 2.2. Ajustes propuestos por Ziegler y Nichols. Método de lazo abierto**

Tipo de regulador	Sensitividad	Tasa de reposición	Tiempo derivativo
Proporcional	$S = \frac{1}{R_1 \times L}$	————	————
Proporcional-Integral	$S = \frac{0.9}{R_1 \times L}$	$T_r = \frac{0.3}{L}$	————
Proporcional-Integral-Derivativo	$S = \frac{1.2}{R_1 \times L}$	$T_r = \frac{0.5}{L}$	$T_d = 0.5 \times L$

### 2.3. Criterios acerca del método de sintonía de Ziegler-Nichols.

Desde su presentación, las reglas propuestas por *Ziegler-Nichols*, han sido motivo de mucha polémica. Entre los distintos aspectos que han causado estas discrepancias se encuentra los resultados obtenidos en las diversas aplicaciones para las que se ha utilizado el método. Muchos plantean que si no se logran mejores resultados se debe a la selección de  $\frac{1}{4}$  de  $Rd$  como meta de diseño.

Es por eso que muchos autores se han dado a la tarea de estudiar el método con el objetivo de alcanzar mejores resultados. Aunque se debe resaltar que en muchas ocasiones las reglas de sintonización propuestas por *Ziegler y Nichols* solo son presentadas, sin un análisis que pueda ayudar a una mejor comprensión de las mismas.

A pesar de que los autores del método dejan claro las especificaciones que con este se logran, es muy frecuente encontrar en la literatura nuevas especificaciones referidas a parámetros de la respuesta transitoria como máximo sobreimpulso ( $M_p$ ), tiempo de establecimiento ( $T_s$ ) y otras. Otra cuestión interesante que rodea el empleo de este método consiste en que el mismo es utilizado tanto ante entrada perturbadora como ante cambios en el *set-point* lo cual conspira contra la obtención de los resultados deseados.

De la bibliografía consultada se encontró que en un 31% de la misma se procedía solo a presentar el método o a mencionar su utilización sin realizar un

análisis del mismo. De la restante, se encontró que en un 47% se plantea como meta de diseño a obtener  $\frac{1}{4}$  de  $Rd$  y en un 26% se refieren al máximo sobreimpulso. Por su parte en un 62% se hace mención a sintonizar ante cambios en la carga (disturbio), mientras que ante variaciones en el punto de ajuste solo un 14%.

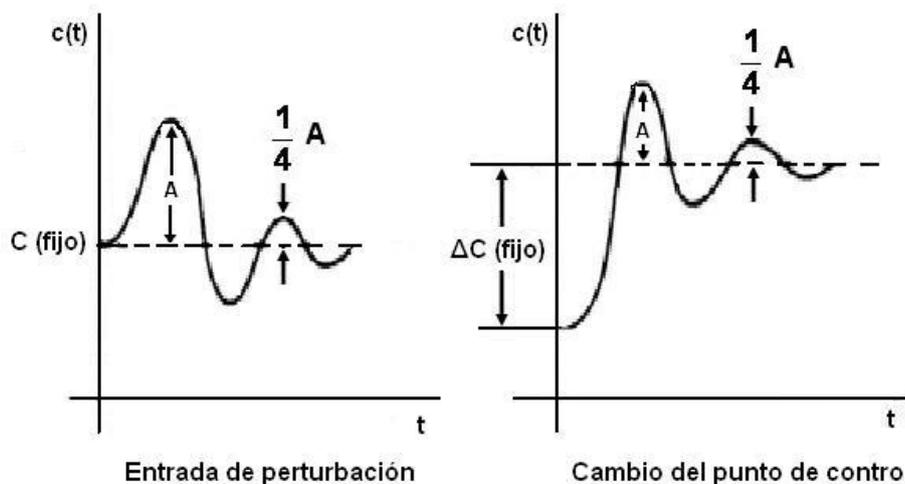
### 2.3.1. Razón de decrecimiento de $\frac{1}{4}$ .

La razón de decrecimiento es la razón de amplitud entre dos oscilaciones sucesivas; debe ser independiente de las entradas al sistema y depender únicamente de la raíces de la ecuación característica (Smith and Corripio, 1991).

Para muchos autores está claro que *Ziegler y Nichols* consideraron que ajustar para lograr una  $Rd$  del 25% proporcionaba un buen compromiso que aseguraba la estabilidad (Alfaro, 2005). Sin embargo, esta selección constituye una de las principales desventaja del método pues afecta la robustez del sistema (Hägglund and Åström, 2004), y en otros casos se plantea que fue escogida de manera arbitraria debido a que el método es totalmente empírico (Alfaro, 2005).

Cuando se ajusta ante cambios en *set-point* no es deseable obtener respuestas con  $\frac{1}{4}$  de  $Rd$  producto a que la desviación máxima del nuevo *set-point* es  $\frac{1}{2}$  de la desviación máxima precedente (Smith and Corripio, 1991), como se muestra en la figura 2.2.

La mayoría de los diseñadores saben que una respuesta con una  $Rd$  de  $\frac{1}{4}$  se puede considerar satisfactoria y en muchos casos para alcanzar la misma se procede a sintonizar por ensayo y error (Coughanowr, 1991).



**Figura 2.2. Respuesta obtenida ante cambio en set-point y entrada perturbadora** (Smith and Corripio, 1991).

A excepción del caso del regulador proporcional, se puede verificar de manera sencilla que para cada valor del tiempo de integración, de un regulador PI, es posible encontrar un valor de ganancia con el cual se produce una respuesta con  $Rd$  de  $\frac{1}{4}$  y viceversa. Lo mismo sucede para el caso del regulador PID. Por lo que la principal dificultad de obtener respuestas con razón de decrecimiento de  $\frac{1}{4}$  radica en que existe un número infinito de conjuntos de valores de los parámetros del regulador que logran ese desempeño y las fórmulas que dan *Ziegler* y *Nichols* son solo una combinación de las tantas que existen (Smith and Corripio, 1991).

En lo que si existe una marcada unidad de criterios es en que el método de *Ziegler* y *Nichols* ofrece un buen punto de partida en la sintonía de reguladores, pero si se quieren obtener resultados lo más exacto posible se debe refinar el ajuste (Harriot, 1980).

### 2.3.2. Rango de máximo sobreimpulso.

El máximo sobreimpulso  $M_p$  es el valor del pico máximo de la curva de respuesta medido desde la unidad, indica la estabilidad relativa del sistema (Ogata, 1998). En la figura 2.3 se observa una representación gráfica de esta magnitud.

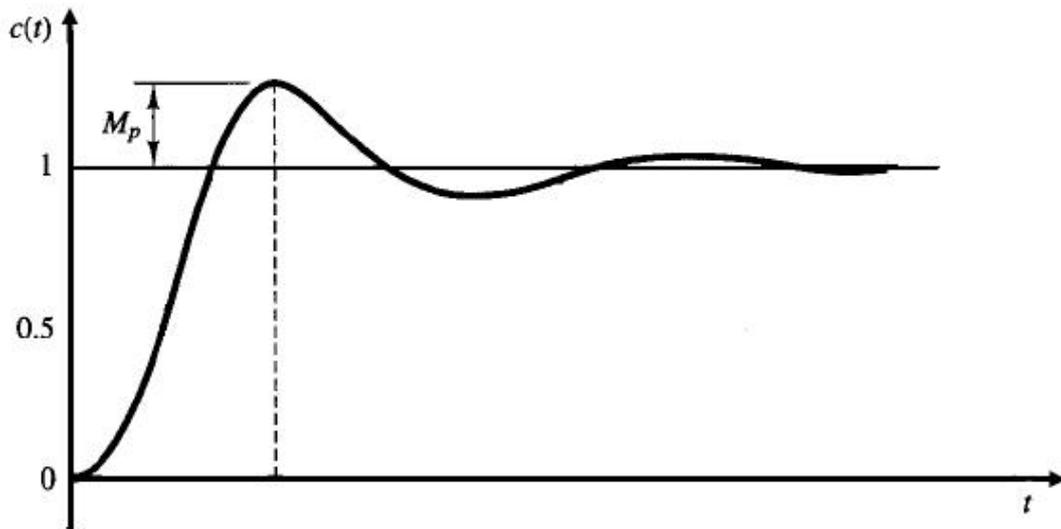


Figura 2.3. Representación gráfica del máximo sobreimpulso (Ogata, 1998).

A pesar de que en ningún momento se mencionó valores de  $M_p$  a obtener cuando se presentó el método, es muy común que se utilice a esta magnitud como meta de diseño a la hora de sintonizar controladores haciendo uso de las reglas de *Ziegler y Nichols*. Quizás esto se deba a lo deseable que resulta reducir toda la respuesta a un solo número o figura de mérito que pueda ser utilizado para comparar los distintos sistemas (Coughanowr, 1991).

Lo cierto es que cuando se sintoniza un regulador utilizando estas reglas se hace con la esperanza de obtener un  $M_p$  dentro del rango de 10 a 60% y como promedio, experimentado en muchas plantas diferentes, se obtiene un  $M_p$  del 25%. Si el resultado del ajuste arroja un valor excesivo de máximo sobreimpulso se podrá hacer una sintonización más precisa, ya sea experimentalmente o de otro modo, con el fin de lograr que el sistema de lazo cerrado exhiba respuestas transitorias satisfactorias (Ogata, 1998). En sentido general la intención es obtener un  $M_p$  mínimo (Coughanowr, 1991), o lo más razonable posible (Harriot, 1980).

### 2.3.3. Disturbio o *set-point*.

*Ziegler y Nichols* realizaron todas sus pruebas introduciendo un cambio escalón en la salida del controlador, entrada a la planta, manteniendo en todo momento

el valor deseado constante (Alfaro, 2005). Sin embargo, es una práctica utilizar estas reglas para cambios en *set-point* (Ogata, 1998), lo cual quizás esté dado por la existencia de terminologías utilizadas para valorar la respuesta al paso de los sistemas de segundo orden (Coughanowr, 1991).

Se hace habitual realizar comparaciones entre el método de *Ziegler-Nichols* y otros basadas en los resultados obtenidos ante variaciones en el *set-point* (Stephanopoulos, 1984, Liu and Daley, 2001), lo cual carece de validez ya que los autores del método no se preocuparon nunca por la respuesta del sistema ante un cambio en el valor fijado. Por lo que a la hora de aplicar las reglas se debe tener en cuenta que las mismas surgieron para ser aplicadas a reguladores y no a servomecanismos (Alfaro, 2005).

#### 2.3.4. Procesos donde el método es aplicable.

La variante de lazo abierto del método de *Ziegler-Nichols* surge a partir del modelo que se muestra en la ecuación 2.2 y que corresponde al de un proceso con integrador y no al de un primer orden más retardo (POR) que se aprecia en la ecuación 2.3.

$$G_p(s) = \frac{Re^{-Ls}}{S} \quad (2.2)$$

$$G_p(s) = \frac{Kpe^{-Ls}}{TS + 1} \quad (2.3)$$

Para poder utilizar las ecuaciones de *Ziegler* y *Nichols* en función de los parámetros de un modelo POR, lo cual se hace frecuentemente, es necesario determinar  $L$  y  $T$  a partir del método de la curva tangente ya que ese fue el empleado por *Ziegler* y *Nichols* (Alfaro, 2005). No obstante se debe tener siempre presente que estas fórmulas solo se aplican a un rango limitado de razones, de retardo contra constante de tiempo, que está entre 0.10 y 1.0 (Smith and Corripio, 1991).

Otra de las características que debe tener un proceso para que se le pueda aplicar la variante de lazo abierto del método es que la curva de respuesta escalón unitaria tiene que tener forma de “S”, si la planta no contiene ni integradores ni polos dominantes complejos conjugados, la curva va a tener forma de “S” y entonces se puede aplicar el método (Ogata, 1998). Por tanto en aquellos sistemas con integradores puros el método no es aplicable (Burns, 2001).

En cuanto a la variante de lazo cerrado las reglas se podrán aplicar siempre y cuando exista un valor de ganancia para el cual se obtenga oscilaciones sostenidas. En aquellas plantas que posean un integrador estas reglas no son pertinentes (Ogata, 1998). Los sistemas a los cuales se les puede aplicar el método tienen la propiedad de que son estables en lazo abierto (Sira-Ramírez et al., 2004).

Hay que destacar que *Ziegler y Nichols* realizaron todos sus experimentos utilizando el regulador *Fulscope 100* (Alfaro, 2005). Si bien se sabe que la función transferencial de los reguladores P y PI no ha presentado variaciones desde que los mismos surgieron, para el caso del PID no ha sucedido lo mismo. La función transferencial del *Fulscope 100*, mostrada en la ecuación 2.4, a partir de la cual se calculaban los parámetros efectivos del regulador es diferente de las que poseen los reguladores actuales.

$$u(s) = k_c \left( \frac{\tau_i + \tau_d}{\tau_i - \tau_d} \right) \left[ 1 + \frac{1}{(\tau_i + \tau_d)s} + \frac{\tau_i \tau_d}{\tau_i + \tau_d} s \right] e(s) \quad (2.4)$$

$$K_c = k_c \left( \frac{1 + \tau_d/\tau_i}{1 - \tau_d/\tau_i} \right) \quad (2.5)$$

$$T_i = (1 + \tau_d/\tau_i) \tau_i \quad (2.6)$$

$$T_d = \frac{\tau_d}{(1 + \tau_d/\tau_i)} \quad (2.7)$$

Como se puede apreciar en las ecuaciones 2.5, 2.6 y 2.7 las expresiones para el cálculo de  $T_i$  y  $T_d$  del regulador utilizado por *Ziegler* y *Nichols* coinciden con la de los PID que suelen usarse en la actualidad. Sin embargo, no sucede lo mismo para el caso del cálculo de la ganancia, debido a que se incluye el término  $(1 - \tau d / \tau i)$  en el denominador. Este factor es causante del aumento de la ganancia proporcional equivalente del regulador, aspecto este que no se ha tomado en cuenta en la utilización de las ecuaciones de *Ziegler-Nichols* con controladores diferentes del *Fulscope* 100 (Alfaro, 2005).

#### 2.4. Aspectos a destacar del método.

Otra desventaja del método radica en que se utiliza poca información del proceso en su aplicación (Hägglund and Åström, 2002). No es posible obtener reglas de sintonía para reguladores caracterizando al proceso solo con dos parámetros. Es por eso que manteniendo el ideal de diseño de *Ziegler* y *Nichols* se ha propuesto un tercer parámetro para caracterizar el proceso. Se trata de incorporar el tiempo relativo al retardo ( $\tau$ ) para la variante de lazo abierto (Hägglund and Åström, 2002) y la razón de ganancia ( $k$ ) para el caso de lazo cerrado (Hägglund and Åström, 2004).

El parámetro  $\tau$  es esencialmente el cociente entre  $L$  y  $T$ , muy utilizado en el control, pero con la ventaja de que se encuentra en todo momento en la gama de valores entre 0 y 1 (Hägglund and Åström, 2002).

$$\tau = \frac{L}{L+T} \quad (2.8)$$

Por su parte la razón de ganancia se determina dividiendo la ganancia para la cual el sistema presenta oscilaciones sostenidas y la ganancia estática del proceso, como se aprecia en la ecuación 2.9 (Hägglund and Åström, 2004).

$$\kappa = \frac{K_{cu}}{K_p} \quad (2.9)$$

Ambos parámetros se encuentran relacionados y tienen como particularidad que presentan valores pequeños para procesos que están caracterizados por el retardo y cercanos a uno para aquellos que se consideran lentos (Hägglund and Åström, 2004).

Cuando se ajusta utilizando las reglas propuestas por *Ziegler* y *Nichols* se obtienen, por lo general, valores elevados para los parámetros del regulador. Para el regulador PI en la variante de lazo cerrado del método, por ejemplo, se establecen las siguientes relaciones como valores constantes.

$$K \times K_{cu} = 0.4 \quad (2.10)$$

$$\frac{T_i}{T_u} = 0.8 \quad (2.11)$$

Las mismas se aplican para todos los valores de razón de ganancia ( $k$ ). Sin embargo, es razonable mantener un valor constante para la relación 2.10 solo en aquellos casos en que  $k > 0.5$ . Por tanto la ganancia sugerida por *Ziegler* y *Nichols* es muy alta. Otro tanto sucede con el  $T_i$  que se sugiere, siendo este en extremo elevado (Hägglund et al., 1998, Hägglund and Åström, 2001). Por lo que la relación 2.11 solo es factible cuando  $k > 0.5$ . Estos valores elevados de ganancia y  $T_i$  que fueron sugeridos por *Ziegler* y *Nichols* conspiran contra la robustez del método (Ellis, 2004).

La variante de lazo cerrado se considera nociva (Ellis, 2004, Skogestad, 2003), a pesar que con la misma se logran mejores resultados. El peligro está en que el sistema debe oscilar sostenidamente y cuando eso ocurre se corre el riesgo de que el mismo se vuelva inestable debido a un error en el incremento de la ganancia (Burns, 2001).

## 2.5. Conclusiones del Capítulo.

El método de sintonización de reguladores propuesto por *Ziegler* y *Nichols* es totalmente empírico, no está sustentado por trabajo matemático alguno. Se ha

utilizado desde su surgimiento no tanto por los resultados que ofrece sino por la sencillez con que se aplica. Se trata de una regla que ha sufrido modificaciones con el paso de los años, con el objetivo de mejorar los resultados. La elección de  $\frac{1}{4}$  de  $Rd$  como meta de diseño por parte de *Ziegler* y *Nichols* se considera arbitraria y conspira contra la robustez del sistema, lo cual ha dado lugar a que se utilice otras figuras de mérito. En fin, que a pesar de que se trata de un método ampliamente utilizado, los resultados que se obtienen no siempre son satisfactorios.

## **CAPITULO 3. ANALISIS Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS**

### **3.1. Introducción.**

Como parte de la investigación que se llevó a cabo sobre el método de sintonización de controladores propuesto por *Ziegler* y *Nichols*, se realizaron un conjunto de pruebas a varias plantas que se consideran típicas en el campo del control. Este estudio permitió analizar el comportamiento transitorio de las variables empleadas en los lazos una vez ajustado el regulador y/o controlador según las fórmulas de *Ziegler-Nichols*.

No solo se tuvieron en cuenta los criterios y metas de diseño ofrecidos por los autores del método desde un inicio, sino que se valoraron además las especificaciones que se han ido sumando por parte de otros investigadores con el fin de obtener una idea lo más exacta posible de los resultados que se obtienen al sintonizar por esta vía. Se analizaron los efectos que sobre la respuesta ocasionan las tres acciones del control: proporcional, integral y derivativa.

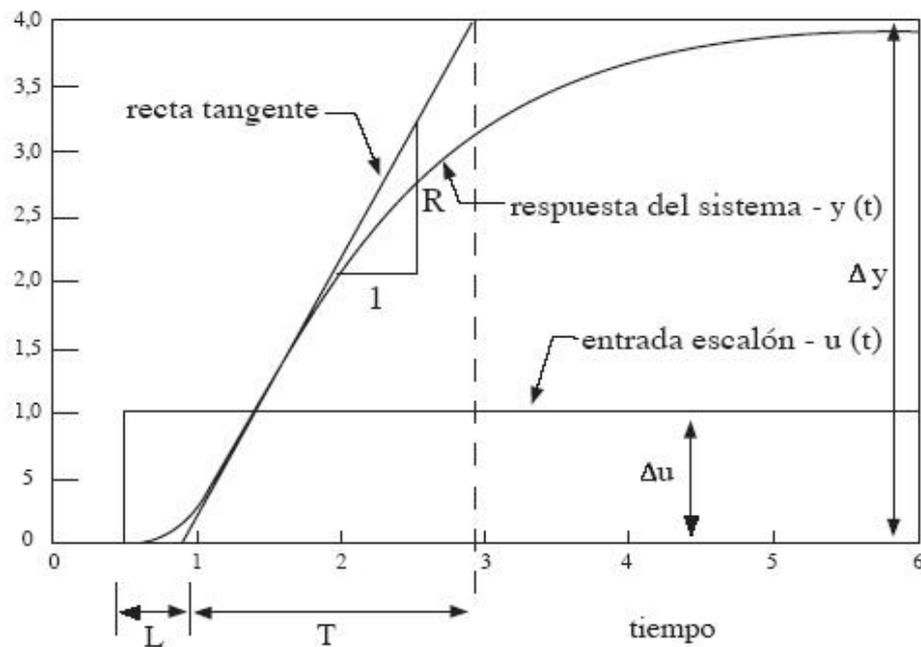
En la realización de estas pruebas se utilizó el *software* MATLAB, específicamente las herramientas *Simulink*, *rlocus*, *bode*, *polar* y otros comandos como *step*, *pzmap* y *semilogx* que forman parte de las funciones de análisis de sistemas continuos del *Toolbox* de control. A través de ellos se obtuvieron las simulaciones y modelos necesarios para el correcto análisis de la parte transitoria de la respuesta.

### **3.2. Clasificación de las plantas empleadas.**

Con el objetivo de analizar la mayor cantidad de respuestas posibles, para la realización de este estudio se escogieron diez modelos que representaran tanto a servomecanismos como a procesos, de manera que se pudiera ajustar ante cambios en la carga (disturbio) y *set-point* haciendo uso de la variante de lazo abierto y de lazo cerrado del método.

Para aplicar la variante de lazo cerrado del método se seleccionaron sistemas que tuvieran la capacidad de oscilar sostenidamente. Las plantas con esas características deben de poseer como mínimo un par de polos complejos conjugados, por lo que sus funciones de transferencia deben ser de tercer orden en adelante.

Para el ajuste por la vía de lazo abierto, se tuvieron en cuenta aquellos procesos cuya curva de respuesta escalón unitario tuviera forma de 'S'. En la obtención del modelo de primer orden con retardo se utilizó el método de la recta tangente (Smith and Corripio, 1991, Santana and Rojas, 1999), que fue el que usaron *Ziegler* y *Nichols* en sus investigaciones (Alfaro, 2005). Con la particularidad de que el valor de la constante de tiempo se calculó en un punto donde coincidían la respuesta del modelo y la respuesta real, lo cual permitió una mayor exactitud (Smith and Corripio, 1991).



**Figura 3.1. Aplicación del método de la tangente a partir de la curva de reacción**  
(Alfaro, 2005).

Para el caso de lazo cerrado, los modelos que se utilizaron pueden clasificarse en plantas de tercer orden en adelante tipo cero o tipo uno. Dentro de este grupo se trabajó con sistemas que poseen todos sus ceros y polos en la parte izquierda del plano, conocidos como sistemas de fase mínima (Ogata, 1998) y otros que al menos tenían un cero o un polo en la parte derecha del plano, sistemas de fase no mínima (Ogata, 1998), así como plantas que se distinguían por la presencia de retardo.

Por su parte todos los procesos sintonizados a lazo abierto responden a un modelo POR, caracterizados por tres parámetros: ganancia, constante de tiempo y retardo. En todos ellos se cumple que la razón entre el retardo y la constante de tiempo se encuentra entre 0.1 y 1.0, condición necesaria para poder aplicar las fórmulas de ajuste destinadas a esta variante del método (Smith and Corripio, 1991). En este grupo hay procesos con ganancia unitaria y otros donde el valor de ganancia es diferente de uno.

### **3.3. Resultados obtenidos a partir del ajuste a lazo cerrado.**

El análisis de la respuesta se centró en tres aspectos fundamentales: razón de decrecimiento de  $\frac{1}{4}$ , valores de máximo sobreimpulso entre el 10 y 60% y estabilidad. Como se puede apreciar este estudio no toma en cuenta solo las especificaciones mencionadas por los autores del método, sino que se incluyen otras que contribuyen a tener una mejor evaluación de los resultados. Solo se expondrán en este capítulo los resultados de aquellos casos que de una forma u otra generalizan el comportamiento de la respuesta ante los ajustes realizados. En los Anexos se reflejan las funciones transferenciales de todos los sistemas utilizados, así como las gráficas con los resultados que se alcanzaron.

#### **3.3.1. Comportamiento de la razón de decrecimiento en las respuestas.**

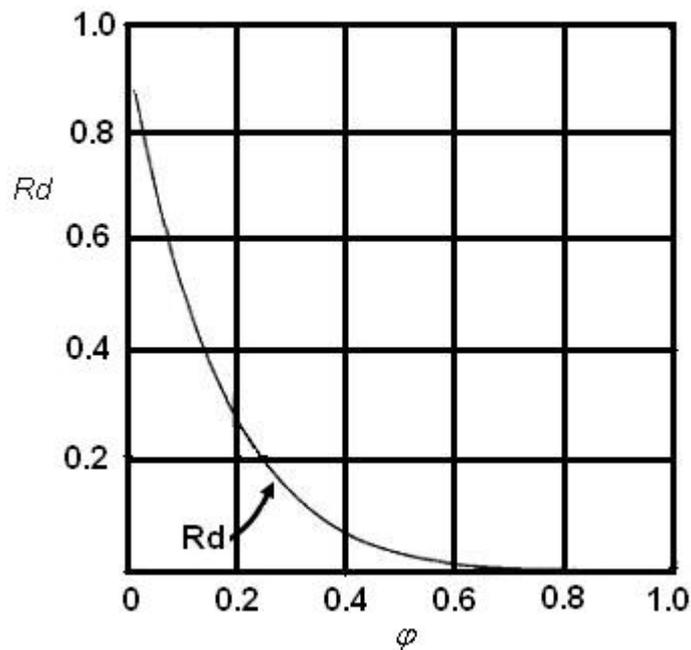
Para sistemas de segundo orden típico se puede calcular la razón de decrecimiento de la siguiente manera:

$$Rd = Mp^2 = e^{-2\left(\frac{\pi\varphi}{\sqrt{1-\varphi^2}}\right)} \quad (3.1)$$

siendo  $\varphi$  el factor de amortiguamiento relativo al sistema (Coughanowr, 1991).

Si el sistema es de orden superior con un par de polos complejos conjugados dominantes, la expresión anterior puede tomarse como una buena aproximación para el cálculo de la  $Rd$ .

Si los polos complejos conjugados dominantes aportan una  $\varphi = 0.21$ , entonces la respuesta alcanzará una  $Rd = 25\%$ .



**Figura 3.2. Relación entre  $\varphi$  y  $Rd$  para sistemas con un par de polos complejos conjugados (Coughanowr, 1991).**

Dentro del conjunto de plantas que se utilizaron en el estudio solo en un caso se obtuvo razón de decrecimiento cercana al 25%, al ajustar el regulador y/o controlador haciendo uso de la metodología de lazo cerrado propuesta por *Ziegler y Nichols*.

El sistema al cual se hace referencia en el párrafo anterior se nombra en este informe como Gp1, es un tipo uno con dos polos reales ubicados en la parte izquierda del plano.

$$G_{p1}(s) = \frac{1}{S(s + 1)(s + 5)} \quad (3.2)$$

Utilizando solo la acción proporcional se encontró que los valores de ganancia última ( $K_{cu}$ ) y período último de oscilación ( $T_u$ ) (Smith and Corripio, 1991), para los cuales el sistema oscila sostenidamente son:  $K_{cu} = 30$  y  $T_u = 2.8$  segundos.

A partir de esta información se ajustó el regulador-controlador, de estructura PID, siendo sus parámetros los que se muestran a continuación:

$$K_c = 18 ; T_i = 1.4 \text{ seg.} \text{ y } T_d = 0.35 \text{ seg.}$$

Las respuestas obtenidas tanto ante cambios en la entrada perturbadora como *set-point* se pueden apreciar en la figura 3.3. Las mismas poseen una  $Rd = 24.19\%$ . Al analizar el gráfico que muestra la ubicación de los ceros y polos, figura 3.4, sobresale la presencia de un par de polos complejos conjugados que aportan una  $\varphi = 0.22$ . Estos polos son dominantes debido a que hay un polo que no influye por estar más de diez veces alejado y a que el polo que se encuentra en  $-1.12$  tiene un cero muy cercano por lo que sus acciones se anulan.

Sin embargo debe aclararse que para la misma planta, pero con reguladores-controladores P y PI sintonizados según proponen Ziegler-Nichols, no se obtuvieron resultados satisfactorios. Incluso en el caso del PI, como se verá más adelante, se alcanzó una respuesta con oscilaciones sostenidas. Por tanto el método no siempre garantiza una  $Rd$  del 25%.

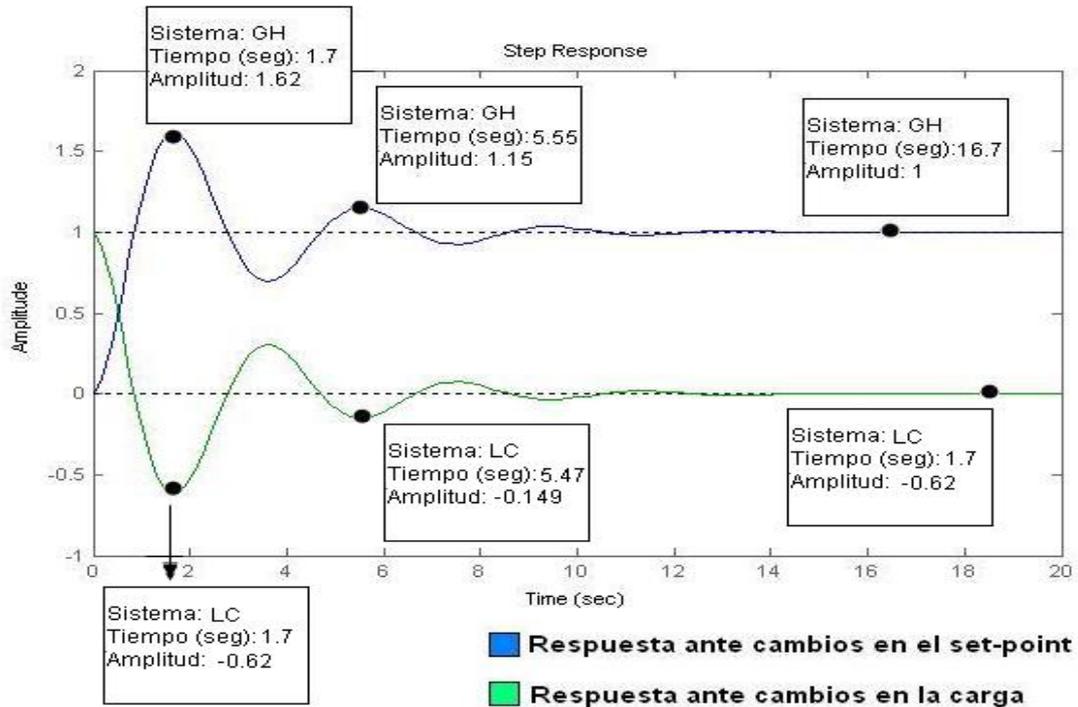


Figura 3.3. Respuestas ante cambios en el *set-point* y en la carga de un PID. Caso de estudio 1.

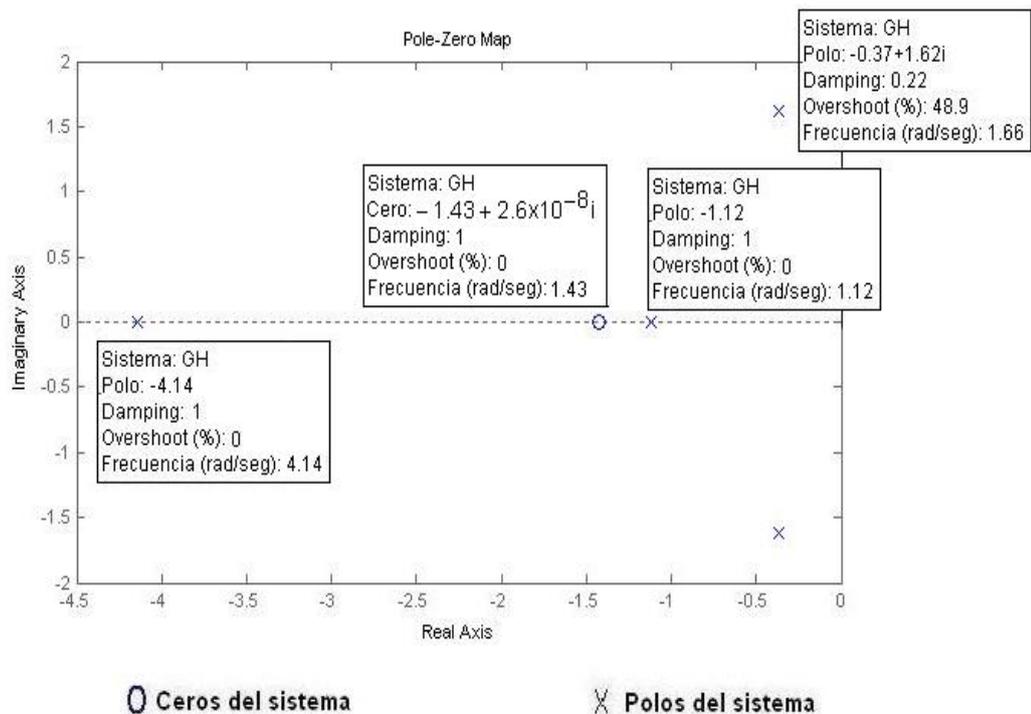


Figura 3.4. Mapa de polos y ceros para un PID. Caso de estudio 1.

### 3.3.2. Rangos de máximo sobreimpulso.

Como se ha expresado en los capítulos anteriores *Ziegler* y *Nichols* no mencionaron en ningún momento el máximo sobreimpulso como meta de diseño para sus ajustes. Sin embargo, se ha hecho costumbre evaluar las respuestas que se alcanzan con estos ajustes a partir de los valores de  $M_p$  que se logren. Por lo que se decidió utilizar este parámetro en el análisis de las respuestas.

El  $M_p$  está relacionado con el factor de amortiguamiento en aquellos sistemas que presenten un par de polos complejos conjugados dominantes de la siguiente manera:

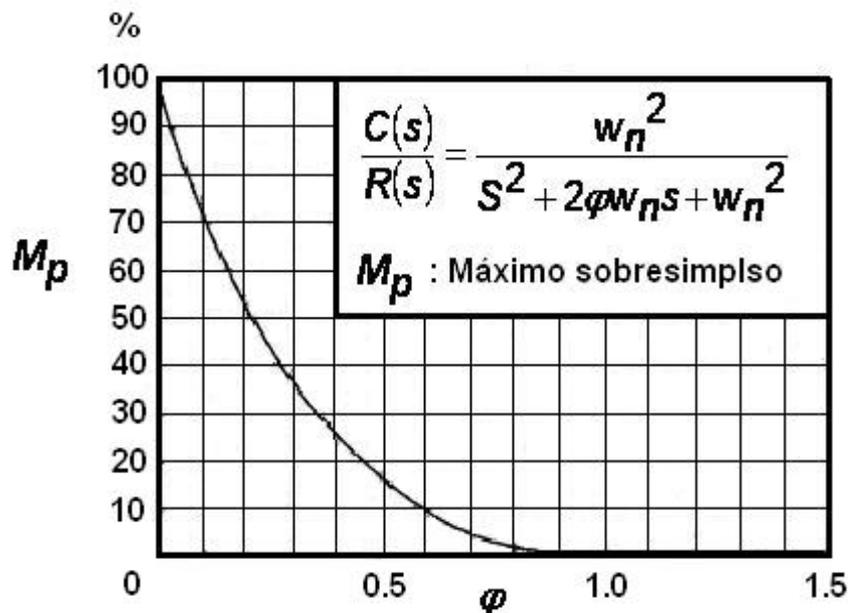


Figura 3.5. Relación entre  $M_p$  y  $\varphi$  para sistemas con un par de polos complejos conjugados (Ogata, 1998).

Ogata y otros autores plantean que el  $M_p$  debe de estar entre el 10 y el 60% para considerarlo satisfactorio. En los casos estudiados en más de una ocasión se obtuvo respuestas con valores que cumplen con esos requisitos. Sin embargo, en ninguno se alcanzó  $M_p = 25\%$  que es el valor que según dichos

autores se debe alcanzar como promedio cuando se sintoniza con las ecuaciones propuestas por *Ziegler* y *Nichols*.

Cuando se habla de máximo sobreimpulso el controlador solo debe ajustarse ante cambios en el *set-point* ya que ante variaciones en la carga no tiene sentido hablar de  $M_p$  debido a que la respuesta debe estabilizarse en cero.

Para la planta y controlador del Caso de estudio 7, expresiones 3.3 y 3.4 respectivamente, se obtuvo una respuesta con  $M_p = 43.4\%$ . Como se puede ver este valor está dentro del rango, pero algo alejado del 25%. En el diagrama de polos y ceros, figura 3.7, se observa que a pesar de que el sistema contiene dos pares de polos complejos conjugados ninguno son dominantes, pues no están lo suficientemente alejado del resto.

$$G_{p7}(s) = \frac{9}{(s + 1)(s^2 + 2s + 9)} \quad (3.3)$$

$$K_c = 18 \quad T_i = 1.4 \text{ seg.} \quad T_d = 0.35 \text{ seg.} \quad (3.4)$$

Se escogió para mostrar los resultados la configuración PID del controlador porque como se sabe la acción del efecto derivativo contribuye en muchas ocasiones a mejorar considerablemente la respuesta.

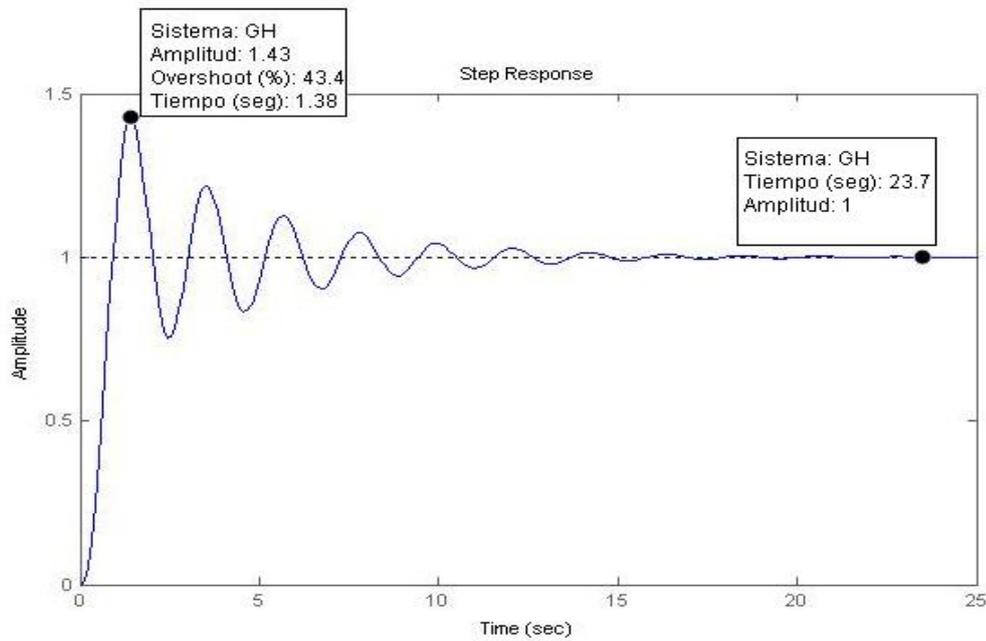


Figura 3.6. Respuesta ante cambios en el *set-point* para controlador PID. Caso de estudio 7.

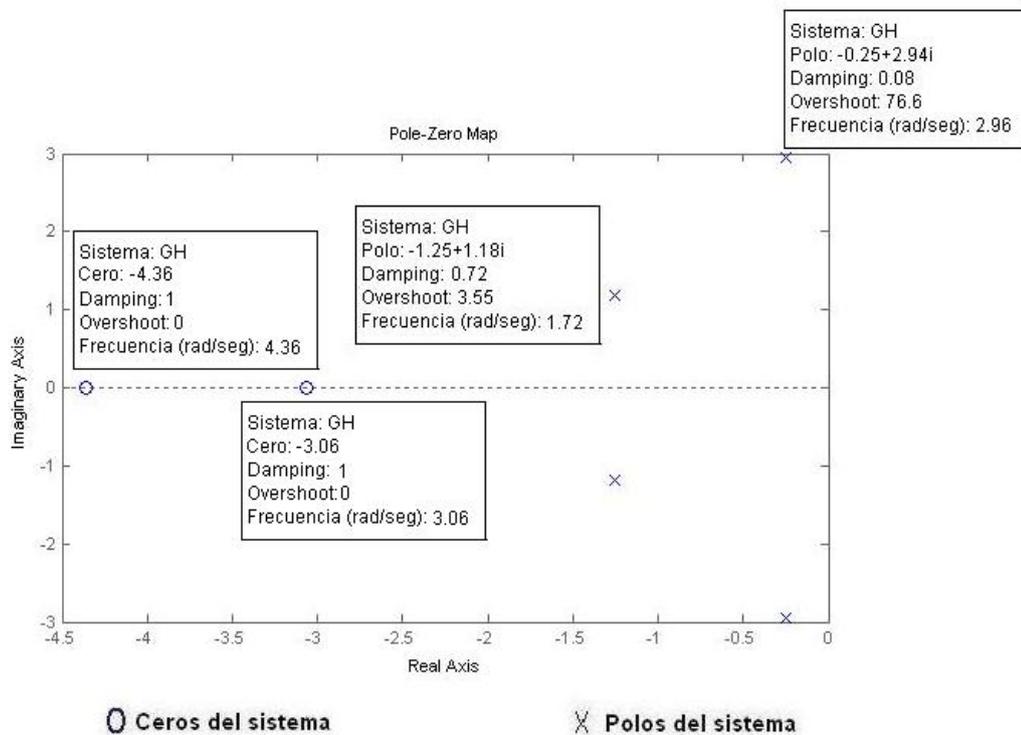


Figura 3.7. Diagrama de polos y ceros para un PID. Caso de estudio 7.

### 3.2.3. Estabilidad.

De manera general se lograron respuestas estables a partir de los ajustes realizados. Además de los valores de  $M_p$  que se mencionaron anteriormente se alcanzaron tiempos de establecimiento que se pueden catalogar de aceptables ya que oscilan entre los 5 y 20 segundos. Los polos y ceros se mantuvieron en la parte izquierda del plano. Sin embargo, para el sistema Gp1, con regulador PI, se obtuvo una respuesta con oscilaciones sostenidas, figura 3.8. Esto está dado por la ubicación sobre el eje imaginario del par de polos complejos conjugados dominantes, figura 3.9.

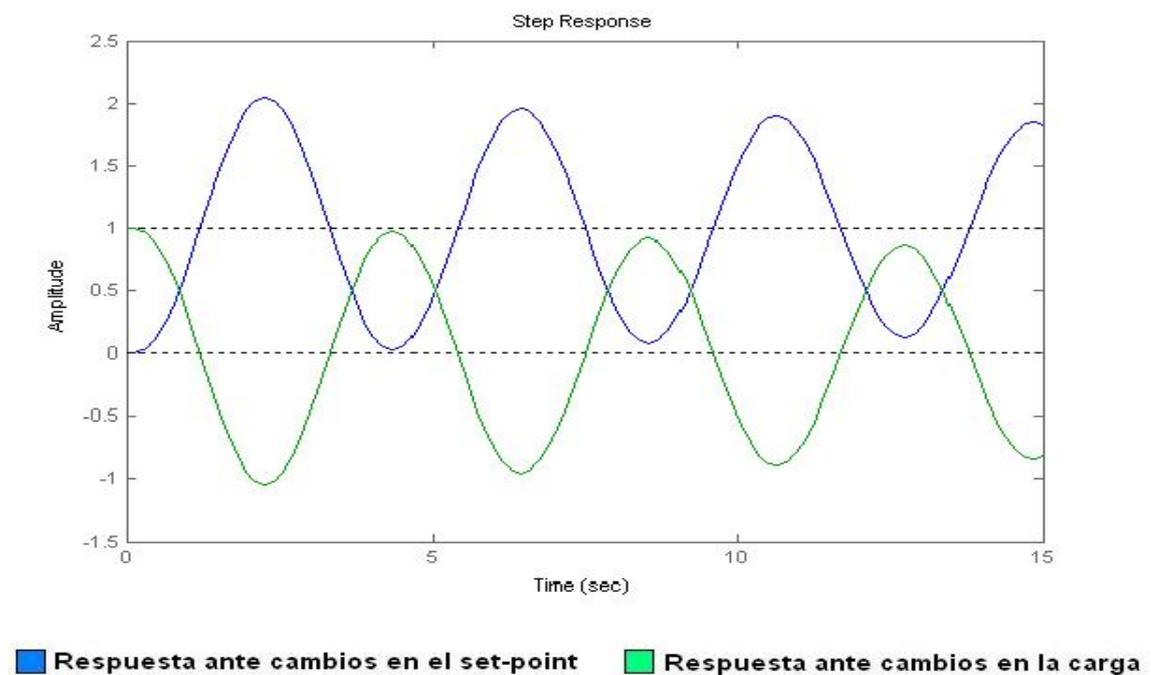


Figura 3.8. Respuesta ante cambios en el *set-point* y la carga para un PI. Caso de estudio 1.

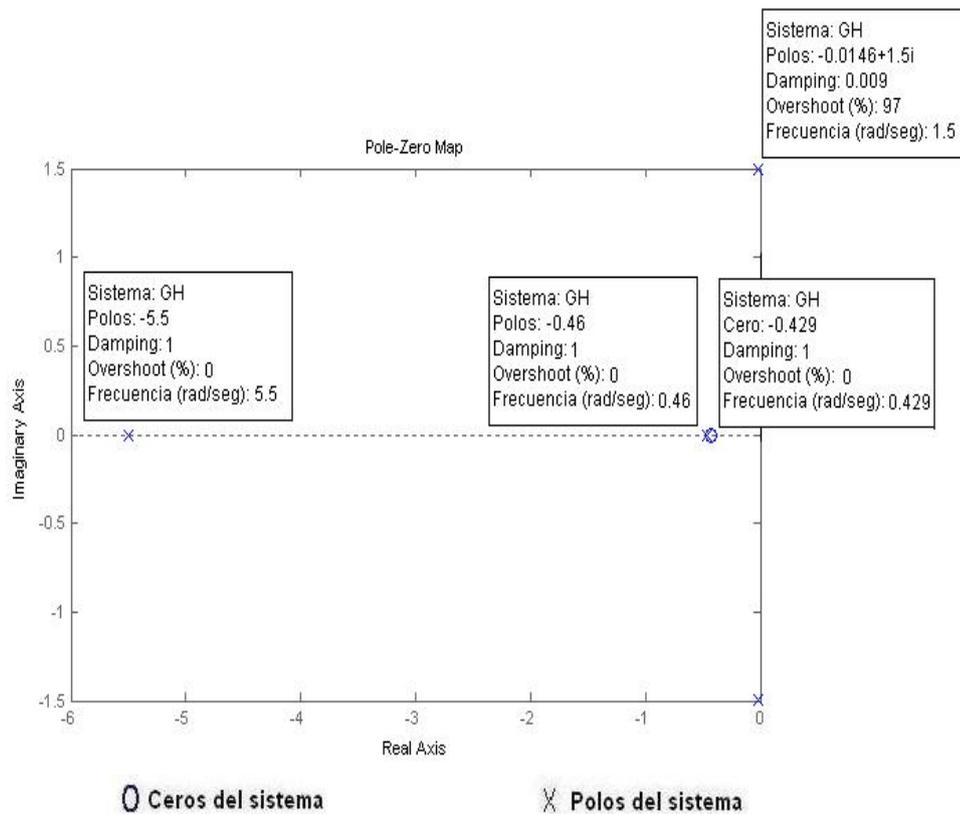


Figura 3.9. Diagrama de polos y ceros para un PI. Caso de estudio 1.

### 3.4. Resultados obtenidos a partir del ajuste a lazo abierto.

Para este tipo de ajuste se tuvieron en cuenta las mismas magnitudes para el estudio de las respuestas, lo que varía es el método de análisis de los resultados. Aquí se hará sobre la base del margen de ganancia  $Mg$  y el margen de fase  $Mf$ . Esto se debe a que la herramienta con la que contamos, MATLAB, necesita aproximar por serie los términos denominados retardo de transporte, para incluirlos en la función de transferencia como división de polinomios. Esta operación cambia las características del modelo y por tanto el análisis de la distribución de ceros y polos sobre la que se ha venido trabajando en este informe.

Sin embargo basando el análisis en las características de frecuencia resultantes, en figuras como el margen de fase y de ganancia, este puede ser más objetivo. Para hacerlo no fue posible usar la instrucción *margin* que el *software* tiene porque también requiere de una aproximación de la dinámica por

tanto se hizo necesario programar una rutina donde estos parámetros pudieran medirse. La misma se expone en los Anexos.

### 3.4.1. Comportamiento de la Razón de decrecimiento en las respuestas.

En las pruebas realizadas no se obtuvieron razones de decrecimiento cercanas al 25%. En muchos casos influyó el efecto provocado por la acción derivativa, causante de que las ondas presentaran amplitudes similares lo cual eleva la  $Rd$ .

Si se toma como ejemplo el proceso Gp6 con regulador PID, se observa que la respuesta presenta una  $Rd = 68.18\%$  que no es para nada cercana a  $\frac{1}{4}$ . Por su parte los márgenes de fase  $Mf = 63.2^\circ$  y de ganancia  $Mg = 2.81$  que posee el sistema de control hablan por sí solo de su mala estabilidad relativa.

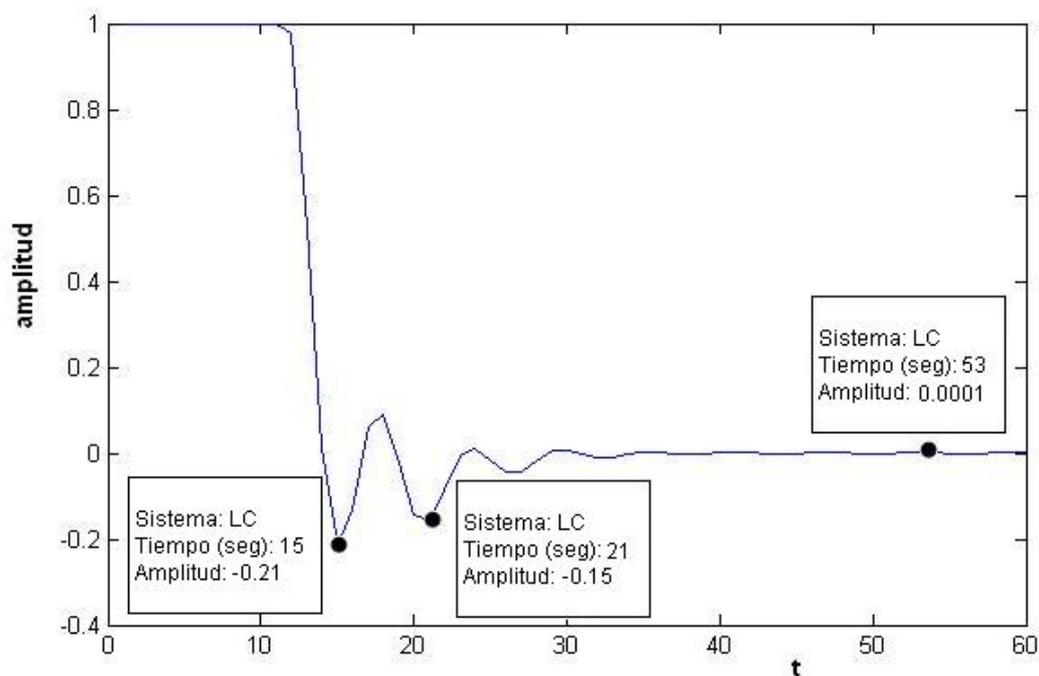
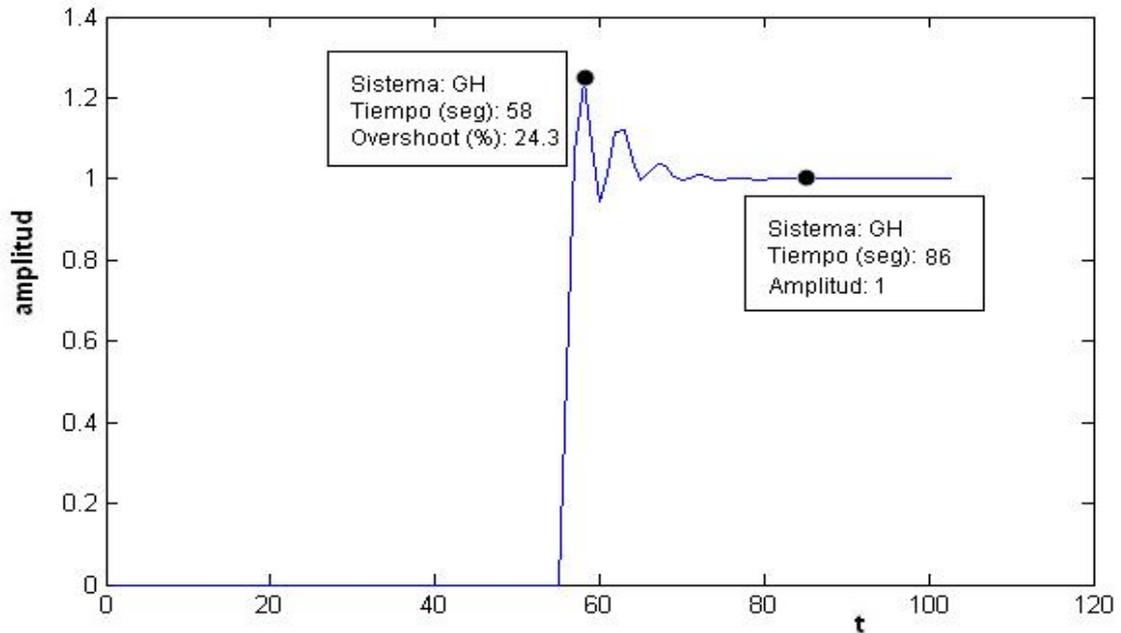


Figura 3.10. Respuesta ante entrada perturbadora para un PID. Caso de estudio 6.

### 3.4.2. Rangos de máximo sobreimpulso.

La gran mayoría de los  $M_p$  que se obtuvieron caen dentro del rango propuesto por Ogata. Por ejemplo para el sistema Gp6, controlado por un PID, se obtuvo

un  $M_p = 22.1\%$ , figura 3.11. Por otra parte los tiempos de establecimiento no se pueden catalogar como satisfactorios ya que sus valores son elevados debido al efecto del retardo.



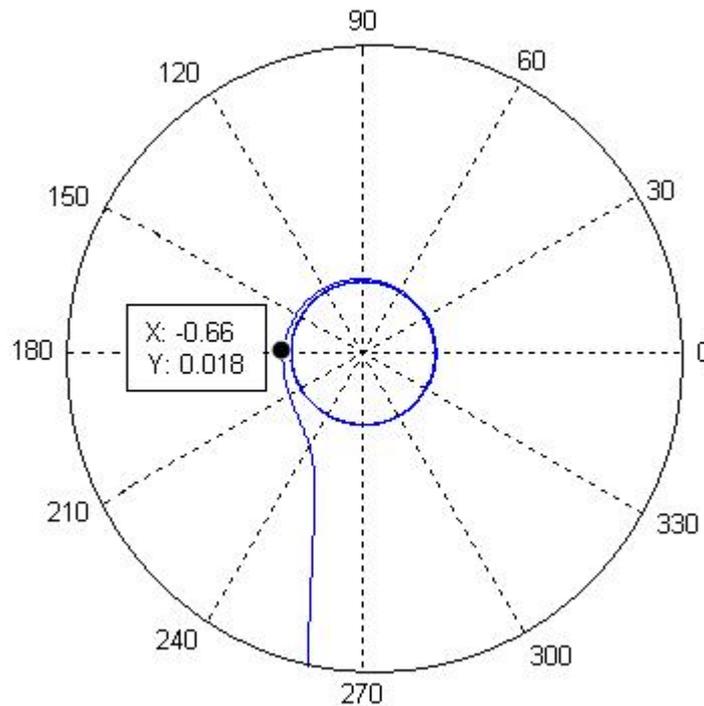
**Figura 3.11. Respuesta ante *set-point* para un PID. Caso de estudio 6.**

### 3.4.3. Estabilidad.

De forma general se alcanzaron respuestas estables, las cuales se estabilizaron en cero ante cambios en la carga y en uno al realizar variaciones en el *set-point*. Para este tipo de análisis se obtuvo el diagrama polar del sistema de control. Si se toma como ejemplo el sistema del caso de estudio 6, cuyo diagrama polar se muestra en la figura 3.12, se observa que el intercepto por el eje "X" está lo suficientemente alejado del punto (-1; 0). Sin embargo, se debe aclarar que cada uno de estos casos fue sometido a un ajuste fino con el cual se lograron las metas propuestas por *Ziegler-Nichols*.

### 3.5. Consideraciones generales acerca de los resultados.

Como se ha podido comprobar los resultados que se han alcanzado, en su gran mayoría, no se han correspondido con las expectativas del método. Al



**Figura 3.12. Diagrama polar. Caso de estudio 6.**

igual que a otros investigadores, (Hagglung & Astrom, 2004) los valores de los parámetros de los controladores  $(K_C, T_i, T_d)$ , que se obtuvieron a partir de las ecuaciones propuestas por los autores del método, en sus gran mayoría se consideran elevados. Por lo que el primer paso del ajuste fino consistió en disminuir la ganancia y en muchos casos el tiempo derivativo. En última instancia se disminuyó el  $T_i$ , ya que este es un parámetro muy difícil de ajustar y afecta el transiente de la respuesta.

En correspondencia al carácter empírico del método los resultados que se obtienen no siguen una tendencia lógica. Después de realizadas estas pruebas se comprobó que la acción de los controladores ajustados sobre los sistemas no aseguran una posición de ceros y polos capaz de alcanzar los valores de  $R_d$  propuestos. No obstante, los valores alcanzados se pueden considerar como un buen primer acercamiento, que debe ser refinado si se quieren conseguir resultados más exactos.

En las tablas 3.1 y 3.2 se muestran para cada caso de estudio los parámetros de los controladores ajustados originalmente por las ecuaciones de *Ziegler* y *Nichols* y luego del refinamiento, tanto para entrada perturbadora como para variaciones del *set-point* en lazo cerrado. No se muestran los valores de  $R_d$  para el PI del Gp1 y el PI del Gp9 ya que la respuesta para el sistema de control 1 presenta oscilaciones sostenidas y en el caso del sistema 9 la respuesta solo presenta una oscilación. Por su parte en las tablas 3.3 y 3.4 se aprecian los mismos parámetros, pero obtenidos a lazo abierto. Las repuestas del sistema 4 con PI y sistema 10 con PI y PID, ajustados según *Ziegler-Nichols*, no presentan  $R_d$  y  $M_p$  debido a que los picos tienen valores por debajo de uno. No se muestran los valores de  $R_d$  para el Gp6 con un PI ya que la respuesta que se obtiene presenta un solo pico.

**Tabla 3.1: Resultados de los ajustes por Ziegler-Nichols en lazo cerrado**

Casos de estudio	Tipo de controlador	Ajustes según <i>Ziegler-Nichols</i>			Especificaciones de las respuestas		
		Kc	Ti	Td	<i>set-point</i>		disturbio
					Rd	Mp	Rd
Caso de estudio 1	P	15	-	-	43.75%	64.10%	43.75%
	PI	13.5	2.33	-	Resp. con oscilac. sosten.		
	PID	18	1.4	0.35	24.19%	62.00%	24.19%
Caso de estudio 3	P	3.37	-	-	29.82%	38.90%	30.90%
	PI	3.03	1.85	-	41.66%	48.00%	41.66%
	PID	4.05	1.11	0.27	10.25%	39.00%	10.25%
Caso de estudio 5	P	3.03	-	-	30.76%	38.80%	32.29%
	PI	2.72	3.39	-	44.44%	45.00%	44.44%
	PID	3.63	2.03	0.51	13.88%	36.00%	13.88%
Caso de estudio 7	P	1.33	-	-	52.63%	19.00%	50.00%
	PI	1.2	1.19	-	62.50%	8.30%	62.50%
	PID	1.6	0.56	0.14	51.16%	43.00%	51.16%
Caso de estudio 9	P	1.14	-	-	18.18%	21.80%	15.41%
	PI	1.03	1.63	-	-	59.50%	-
	PID	1.37	0.96	0.1	2.50%	78.60%	2.50%

**Tabla 3.2: Resultados del ajuste fino en lazo cerrado**

Casos de estudio	Tipo de controlador	Ajuste fino			Especificaciones de las respuestas		
					set-point		disturbio
		Kc	Ti	Td	Rd	Mp	Rd
Caso de estudio 1	P	10	-	-	24.49%	48.60%	24.49%
	PI	8.5	10	-	27.27%	55.30%	27.27%
	PID	innecesarios			-	-	-
Caso de estudio 3	P	3.04	-	-	25.14%	35.00%	26.17%
	PI	2.63	2.15		26.47%	34.00%	26.47%
	PID	5.35	1.37	0.61	26.97%	26.00%	26.90%
Caso de estudio 5	P	2.68	-	-	24.24%	33.20%	27.50%
	PI	2.13	3.39	-	26.67%	30.00%	26.67%
	PID	3.86	2.03	0.4	26.08%	46.00%	26.08%
Caso de estudio 7	P	0.85	-	-	36.36%	8.00%	36.36%
	PI	0.83	0.39	-	24.00%	50.00%	24.15%
	PID	1	0.36	0.14	23.53%	51.00%	23.53%
Caso de estudio 9	P	1.31	-	-	25.80%	31.40%	25.61%
	PI	1.39	1.63	-	25.00%	80.00%	25.00%
	PID	1.65	0.96	0.1	24.71%	88.50%	24.71%

**Tabla 3.3: Resultados de los ajustes por Ziegler-Nichols en lazo abierto**

Casos de estudio	Tipo de controlador	Ajustes según Ziegler-Nichols			Especificaciones de las respuestas		
					set-point		disturbio
		Kc	Ti	Td	Rd	Mp	Rd
Caso de estudio 2	P	6.56	-	-	15.78%	38.00%	21.21%
	PI	5.90	23.97	-	15.38%	50.00%	15.38%
	PID	7.80	14.40	3.60	47.91%	66.00%	48.23%
Caso de estudio 3	P	4.38	-	-	16.13%	31.00%	17.14%
	PI	3.94	1.66	-	12.76%	47.00%	14.28%
	PID	5.25	1.00	0.25	45.00%	53.00%	42.85%
Caso de estudio 4	P	1.34	-	-	13.04%	23.00%	11.20%
	PI	1.20	27.14		mala respuesta		
	PID	1.60	16.30	4.07	76.68%	19.30%	72.30%
Caso de estudio 6	P	1.55	-	-	8.70%	23.00%	8.70%
	PI	1.39	14.32	-	no hay	3.00%	no hay
	PID	1.86	8.60	2.15	68.18%	24.30%	68.18%
Caso de estudio 8	P	1.75	-	-	15.78%	38.00%	14.28%
	PI	1.59	2.61	-	15.79%	76.70%	14.66%
	PID	2.12	1.57	0.39	2.00%	84.60%	2.30%
Caso de estudio 10	P	1.00	-	-	11.11%	18.00%	11.11%
	PI	0.90	14.32		mala respuesta		
	PID	1.20	8.60	2.15	mala respuesta		

**Tabla 3.4: Resultados del ajuste fino en lazo abierto**

Casos de estudio	Tipo de controlador	Ajuste fino			Especificaciones de las respuestas		
					<i>set-point</i>		disturbio
		Kc	Ti	Td	Rd	Mp	Rd
Caso de estudio 2	P	7.9			25.53%	47.00%	26.47%
	PI	6.70	23.97		24.59%	61.50%	25.75%
	PID	8.1	14.4	2.6	26.08%	69.00%	25.27%
Caso de estudio 3	P	4.82			25.71%	35.00%	25.00%
	PI	4.63	1.66		26.66%	60.00%	23.72%
	PID	5.74	1.66	0.17	25.44%	72.00%	25.00%
Caso de estudio 4	P	1.75			25.64%	39.00%	26.20%
	PI	1.90	27.14		26.47%	34.20%	25.80%
	PID	1.55	16.30	3.10	25.00%	16.60%	24.34%
Caso de estudio 6	P	2.10			25.00%	36.00%	24.24%
	PI	2.20	14.32		25.58%	43.10%	24.39%
	PID	1.78	8.60	1.50	26.02%	23.10%	26.08%
Caso de estudio 8	P	2.04			26.00%	50.00%	25.49%
	PI	1.79	2.61		25.28%	87.00%	25.08%
	PID	1.20	1.57	0.07	25.46%	85.60%	24.70%
Caso de estudio 10	P	1.39			26.47%	34.00%	25.80%
	PI	1.5	14.32		25.00%	24.50%	25.92%
	PID	1.43	8.6	1.15	25.94%	27.40%	23.81%

### 3.6. Análisis económico.

Para la realización de este trabajo fue necesario contar con una *PC* con el *software* MATLAB en su versión 7.4 instalado y cuatro meses de trabajo del diplomante. El tutor dedicó como promedio 4 horas semanales, lo que representa un 8% de su fondo de tiempo.

Los resultados alcanzados contribuirán a optimizar el proceso de ajuste. Además de que los criterios expuestos podrán formar parte de futuras investigaciones del departamento y enriquecerán la preparación de docentes y alumnos en esta técnica de ajuste.

### **3.7. Conclusiones del capítulo.**

Los resultados alcanzados no responden a una tendencia fija que permita asegurar la eficacia del ajuste, demuestran que se trata de un método de sintonía empírico y que están muy relacionados con las características de las plantas. Cuando se ajusta por esta vía se puede obtener un primer acercamiento aceptable y por medio de un ajuste fino llegar a las especificaciones que propusieran *Ziegler* y *Nichols*.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

### Conclusiones

Aun cuando en la mayoría de los textos que tratan sobre el método de ajuste de Ziegler Nichols se afirma que se consiguen con él respuestas transitorias que muestran  $\frac{1}{4}$  de razón de decrecimiento, y un máximo sobreimpulso entre el 10 y 60 % esta afirmación no está respaldada matemáticamente y no tiene ningún fundamento que la haga cierta. Pueden alcanzarse estos parámetros en muchos casos solamente reubicando los polos y ceros del controlador o regulador a partir del ajuste inicial. Si se alcanzan esos valores a partir de un reajuste fino entonces ya no es el método el que garantiza los mismos.

Puede ocurrir en determinado tipo de plantas que no se alcance la estabilidad una vez que el regulador o controlador quede sintonizado por el método de sintonía de Ziegler Nichols.

Los autores del método hicieron los planteamientos iniciales de forma empírica, lograron esos resultados para cierto tipo de plantas y en determinadas condiciones de operación, con el tiempo de tanto repetir la afirmación a la que nos referimos en el primer párrafo se han dado por ciertas y no es así.

## **Recomendaciones**

1. Los resultados que aquí se han obtenido deben ser compartidos con los alumnos y profesores del Departamento para que sirvan como medio de consulta y puedan ser utilizados en las asignaturas de la disciplina Sistema de Control.
2. Seguir profundizando acerca del método.
3. Extender este estudio a otras variantes que se emplean regularmente en el proceso de ajuste.

**REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.**

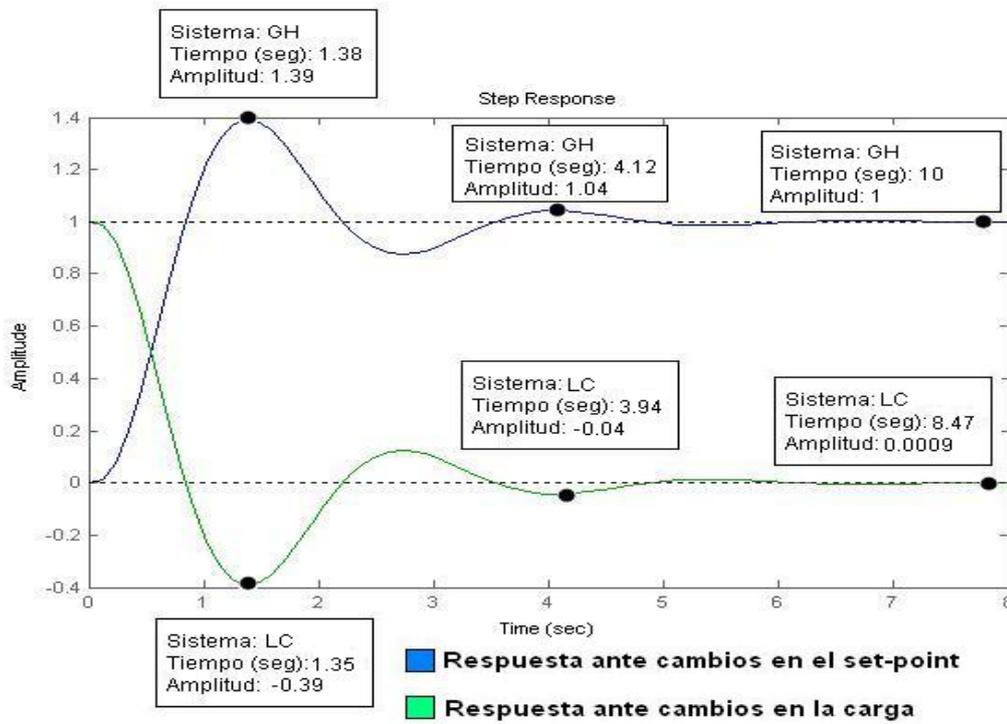
1. ALFARO, V. M. (2002a) Ecuaciones para controladores PID universales. *Ingeniería*, 12, 11-20.
2. ALFARO, V. M. (2002b) METODOS DE SINTONIZACION DE CONTROLADORES PID QUE OPERAN COMO REGULADORES. *Ingeniería*, 12, 21-36.
3. ALFARO, V. M. (2005) ACTUALIZACION DEL METODO DE SINTONIZACION DE CONTROLADORES DE ZIEGLER Y NICHOLS. *Ingeniería* 15, 39-52.
4. BURNS, R. S. (2001) *Advanced Control Engineering*. Butterworth-Heinemann. Londres, Gran Bretaña.
5. COUGHANOWR, D. R. (1991) *Process Systems Analysis and Control*. MCGRAW-HILL INTERNATIONAL EDITIONS.
6. ELLIS, G. (2004) *CONTROL SYSTEM DESIGN GUIDE*. Elsevier Academic Press. San Diego, California. Estados Unidos.
7. HÄGGLUND, T. & ÅSTRÖM, K. (2002) REVISITING THE ZIEGLER-NICHOLS TUNING RULES FOR PI CONTROL. *Asian Journal of Control*, 4, 364-380.
8. HÄGGLUND, T. & ÅSTRÖM, K. J. (2001) The future of PID control. *Coontrol Engineering Practice*, 9, 1163-1175.
9. HÄGGLUND, T. & ÅSTRÖM, K. J. (2004) REVISITING THE ZIEGLER-NICHOLS TUNING RULES FOR PI CONTROL- PART II. *Asian Journal of Control*, 6, 469-482.
10. HÄGGLUND, T., ÅSTRÖM, K. J. & PANAGOPOULOS, H. (1998) Design of PI Controllers based on Non-Convex Optimization. *Automatica*, 34, 585-601.
11. HARRIOT, P. (1980) *PROCESS CONTROL*, Ciudad de La Habana, Cuba, Editorial Pueblo y Educación.
12. LIU, G. P. & DALEY, S. (2001) Optimal-tuning PID control for industrial systems. *Coontrol Engineering Practice*, 9, 1185-1194.
13. OGATA, K. (1998) *Ingeniería de Control Moderna*. PRENTICE-HALL. Ciudad de México, México.
14. PARASKEVOPOULOS, P. N. (2002) *MODERN CONTROL ENGINEERING*. Marcel Dekker, Inc. Basel, Suiza.

15. PERAZA, M. M. (2007) Elección del método idóneo para sintonizar controladores PID. *Departamento de Automática y Sistemas Computacionales*. Santa Clara, Universidad Central "Martha Abreu" de Las Villas.
16. SANTANA, L. H. & ROJAS, J. H. (1999) SINTONIA DE REGULADORES PID. *Ingeniería Química*.
17. SIRA-RAMÍREZ, H., MÁRQUEZ, R., RIVAS-ECHEVARRÍA, F. & LLANES-SANTIAGO, O. (2004) Control de Sistemas No Lineales.
18. SKOGESTAD, S. (2003) Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning *Journal of Process Control*, 13, 291-309.
19. SMITH, C. A. & CORRIPIO, A. B. (1991) PRINCIPLES AND PRACTICE OF AUTOMATIC PROCESS CONTROL. EDITORIAL LIMUSA. Ciudad de México, México.
20. STEPHANOPULOS, G. (1984) *CHEMICAL PROCESS CONTROL AN INTRODUCTION TO THEORY AND PRACTICE*, New York, Estados Unidos, Prentice Hall.
21. VANDOREN, V. (2006) Auto-Tuning Control Using Ziegler-Nichols. *Control Engineering*, 65-70.
22. ZIEGLER, J. & NICHOLS, N. (1942) Optimum Settings for Automatic Controllers. *ASME Transactions*, 42, 759-766.

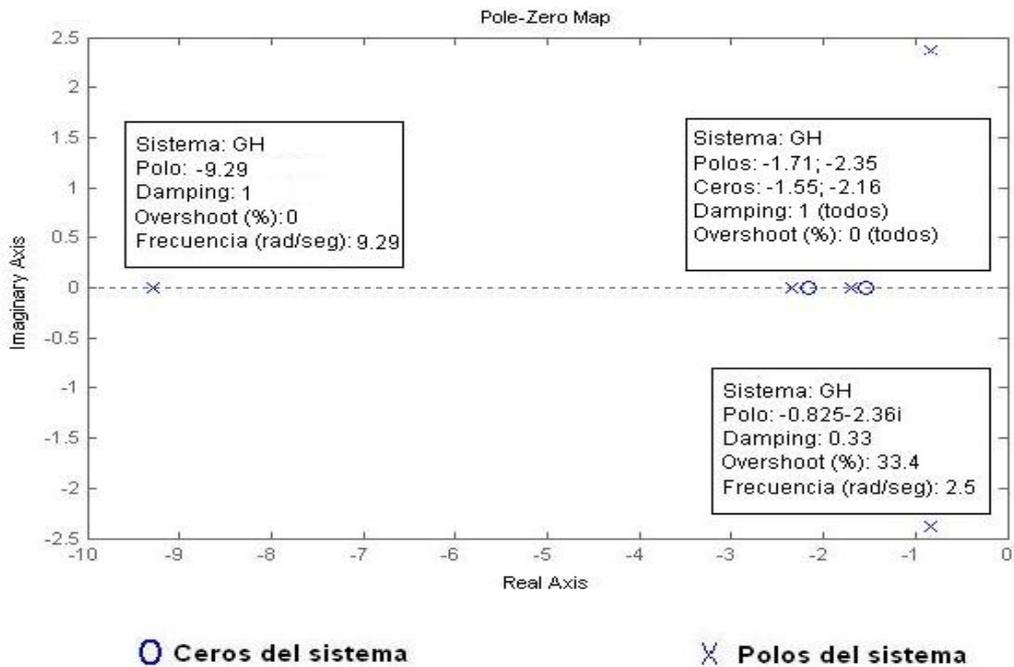
**ANEXOS.****Anexo I: Plantas utilizadas en las pruebas.**

Casos de estudio	Función de transferencia
Gp1	$G_p(s) = \frac{1}{S(s+1)(s+5)}$
Gp2	$G_p(s) = \frac{0.8e^{-7.2s}}{37.8s+1}$
Gp3 (lazo cerrado)	$G_p(s) = \frac{1}{(s+1)(0.5s+1)(0.25s+1)(0.125s+1)}$
Gp3 (lazo abierto)	$G_p(s) = \frac{e^{-0.5s}}{2.19s+1}$
Gp4	$G_p(s) = \frac{e^{-8.15s}}{10.92s+1}$
Gp5	$G_p(s) = \frac{1-0.1s}{(s+1)^3}$
Gp6	$G_p(s) = \frac{e^{-4.3s}}{6.7s+1}$
Gp7	$G_p(s) = \frac{9}{(s+1)(s^2+2s+9)}$
Gp8	$G_p(s) = \frac{8.64e^{-0.7s}}{(0.005s+1)^2(0.1s+1)(15s+1)}$
Gp9	$G_p(s) = \frac{5(s+20)}{S(s+4.59)(s^2+3.41s+16.35)}$
Gp10	$G_p(s) = \frac{e^{-4.3s}}{4.3s+1}$

**Anexo II: Respuestas y diagramas de ceros y polos de los sistemas de control ajustados por el método de Ziegler y Nichols a lazo cerrado.**



**Figura 1. Respuesta del PID. Caso de estudio 3.**



**Figura 2. Diagramas de polos y ceros del PID. Caso de estudio3.**

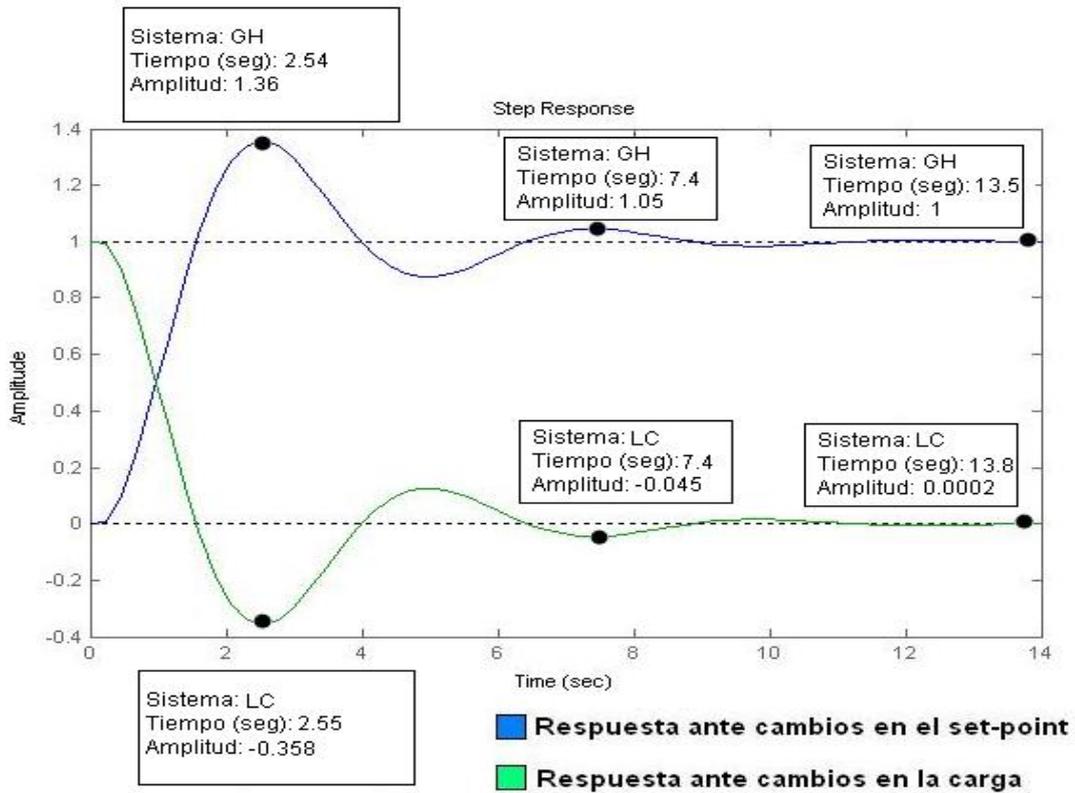


Figura 3. Respuesta del PID. Caso de estudio 5.

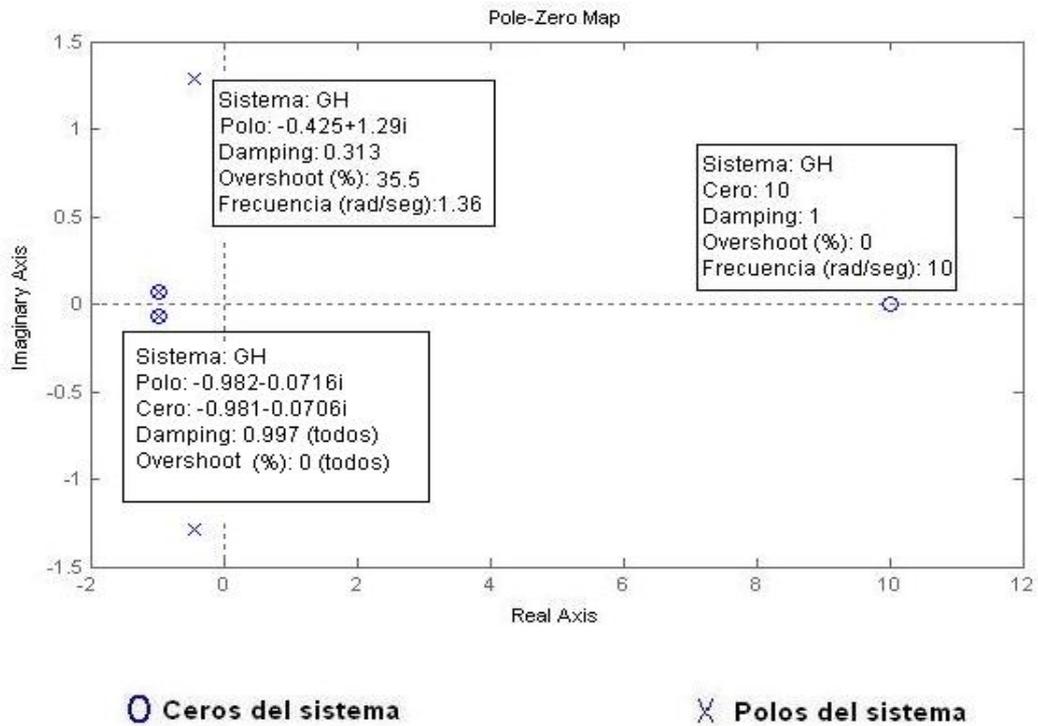


Figura 4. Diagrama de polos y ceros del PID. Caso de estudio 5.

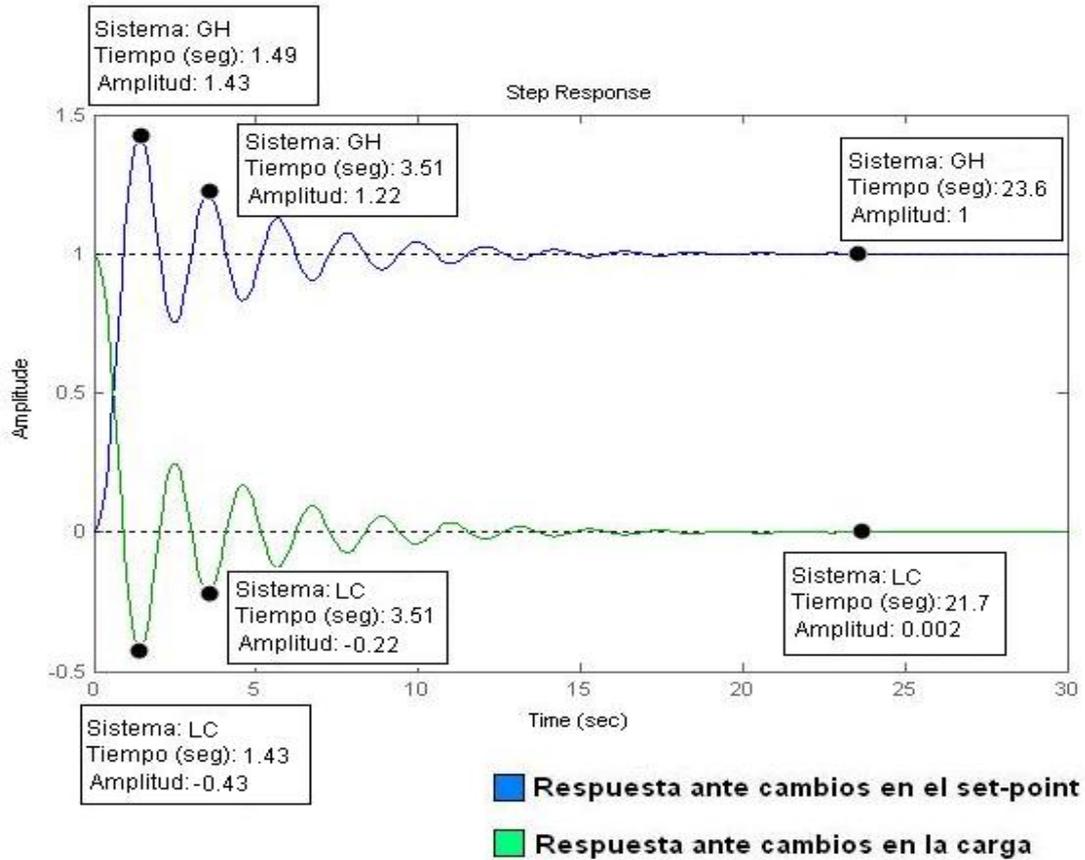


Figura 5. Respuesta del PID. Caso de estudio 7.

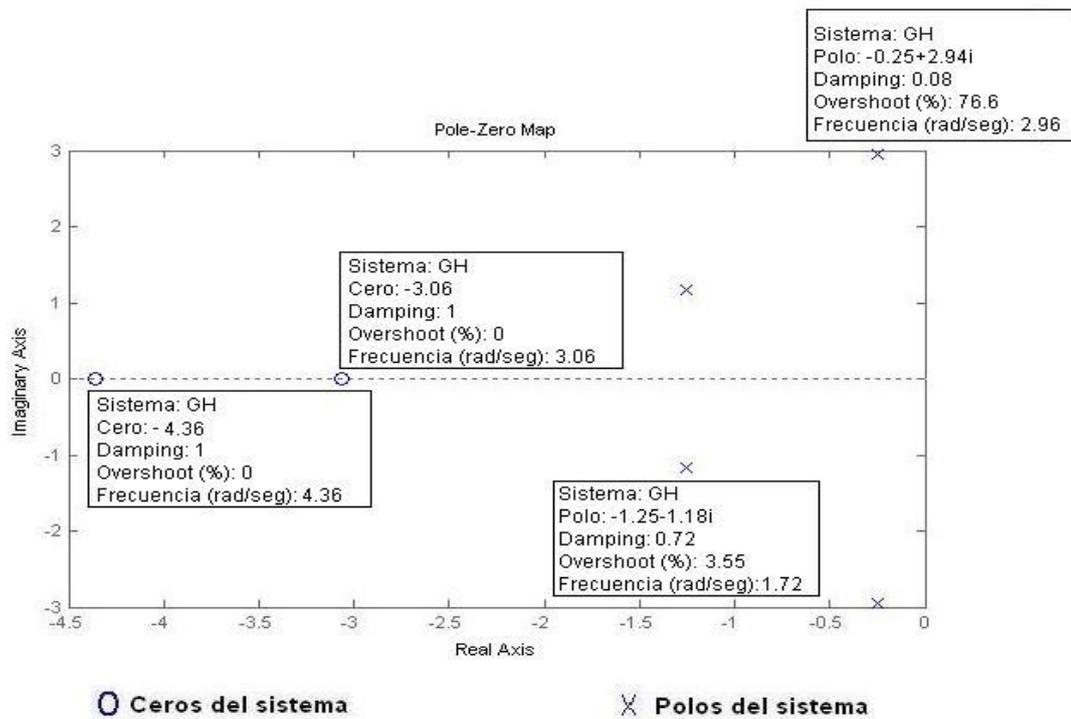


Figura 6. Diagrama de polos y ceros. Caso de estudio 7.

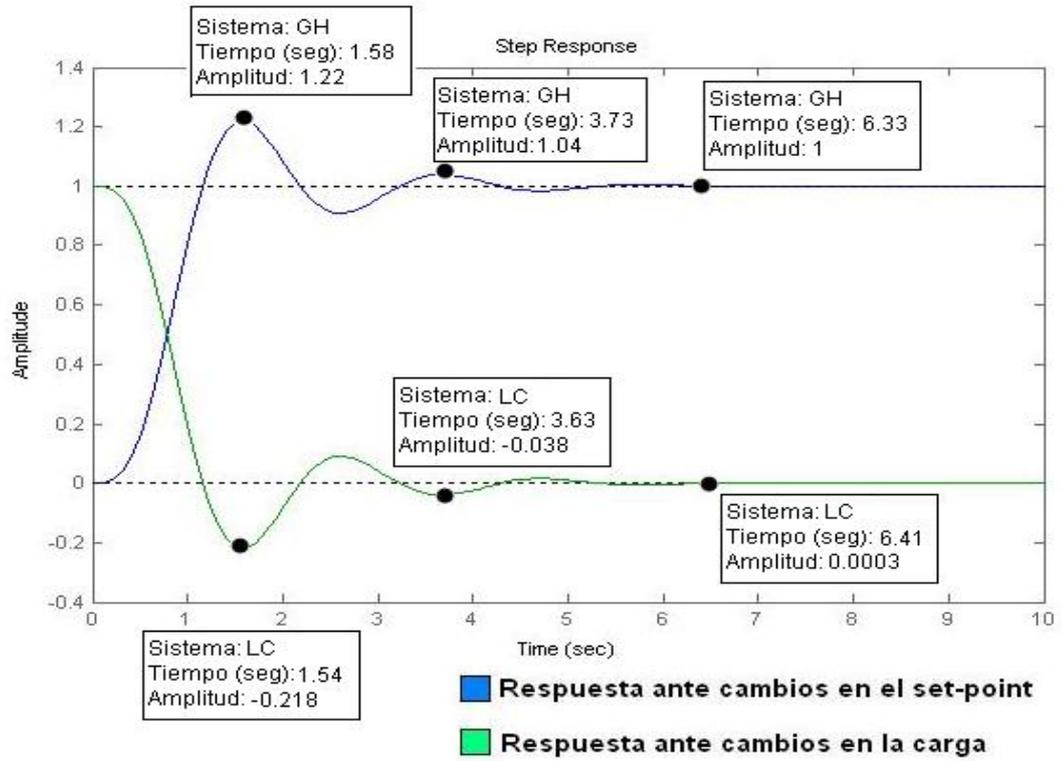


Figura 7. Respuesta del P. Caso de estudio 9.

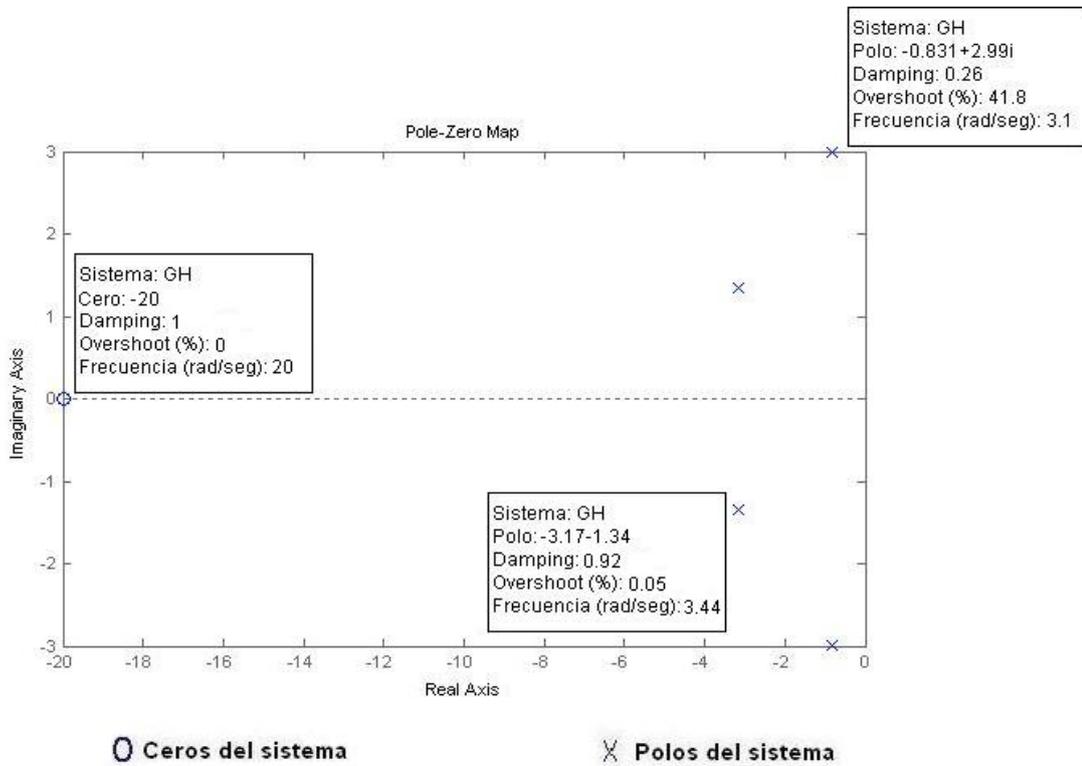
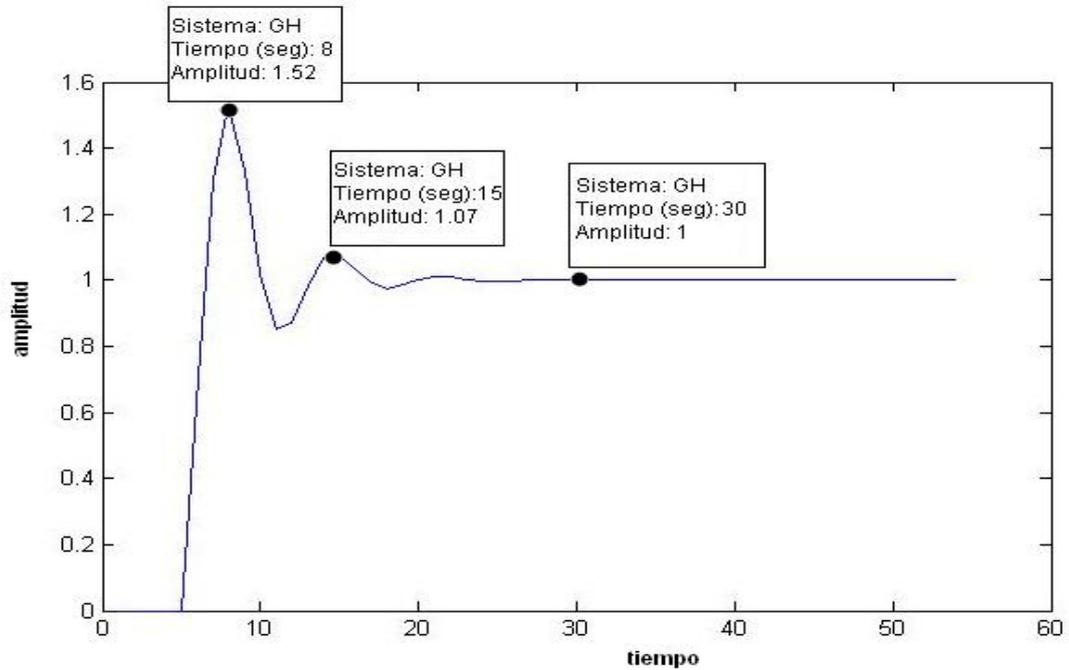
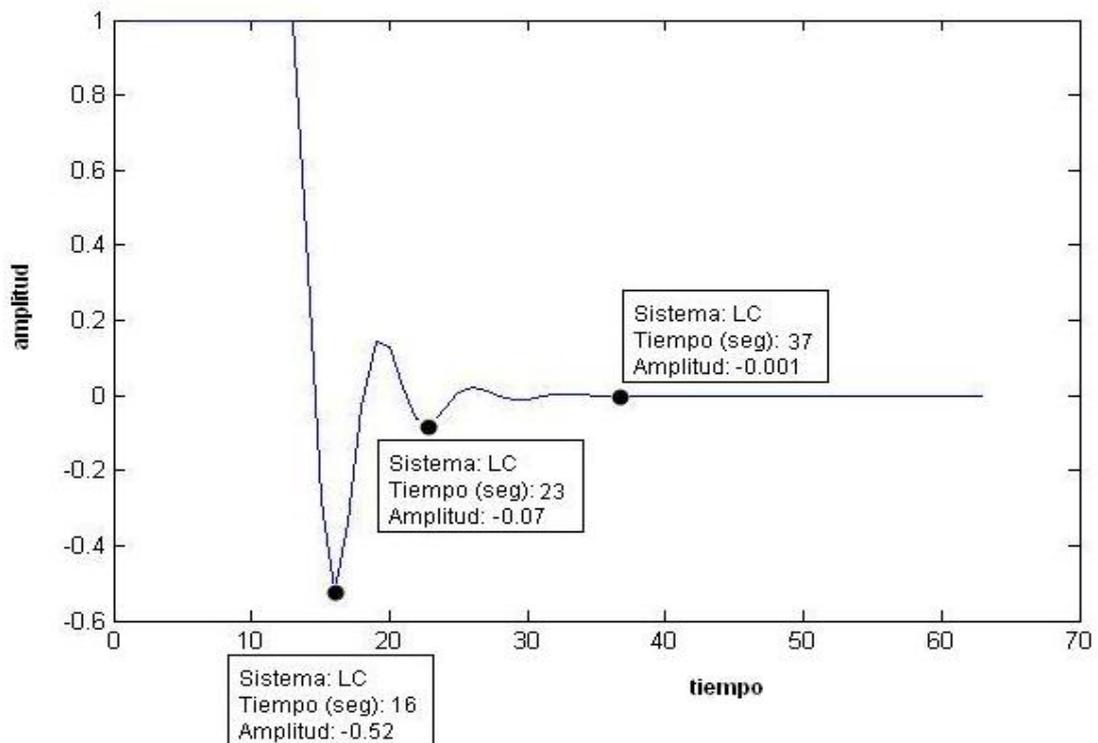


Figura 8. Diagrama de polos y ceros del P. Caso de estudio 9.

**Anexo III: Respuestas de los sistemas de control ajustados por el método de *Ziegler y Nichols* a lazo abierto.**



**Figura 9. Respuesta del PI ante cambios en el *set-point*. Caso de estudio 2.**



**Figura 10. Respuesta del PI ante cambios en la carga. Caso de estudio 2.**

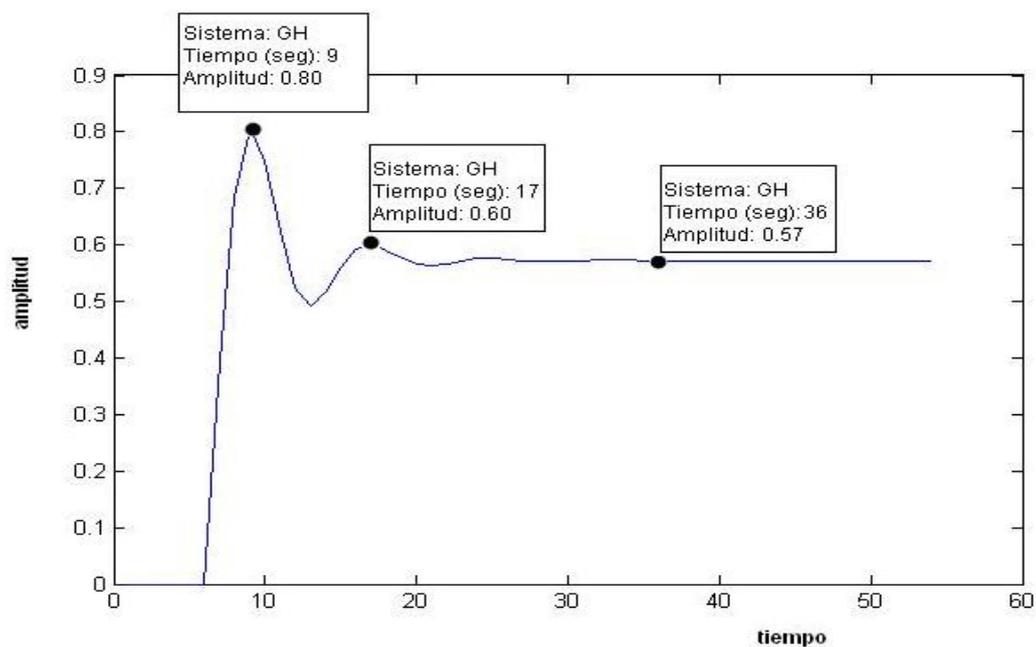


Figura 11. Respuesta del P ante cambios en el set-point. Caso de estudio 4.

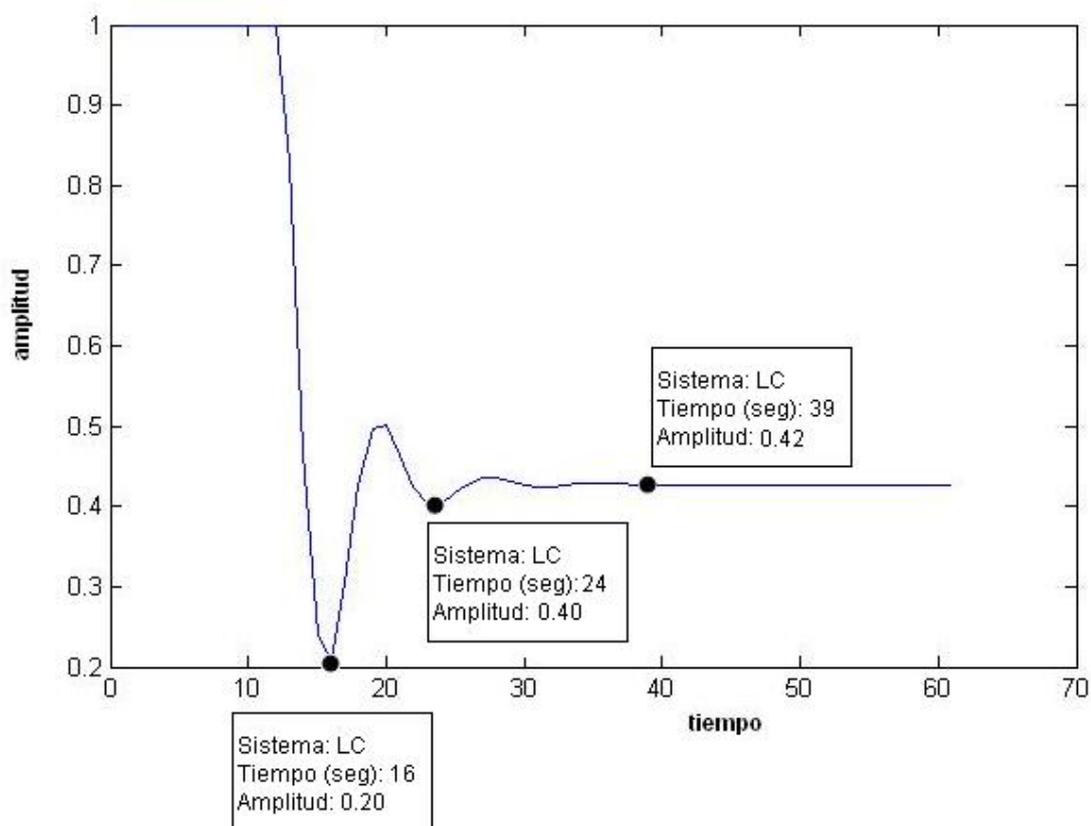


Figura 12. Respuesta del P ante cambios en la carga. Caso de estudio 4.

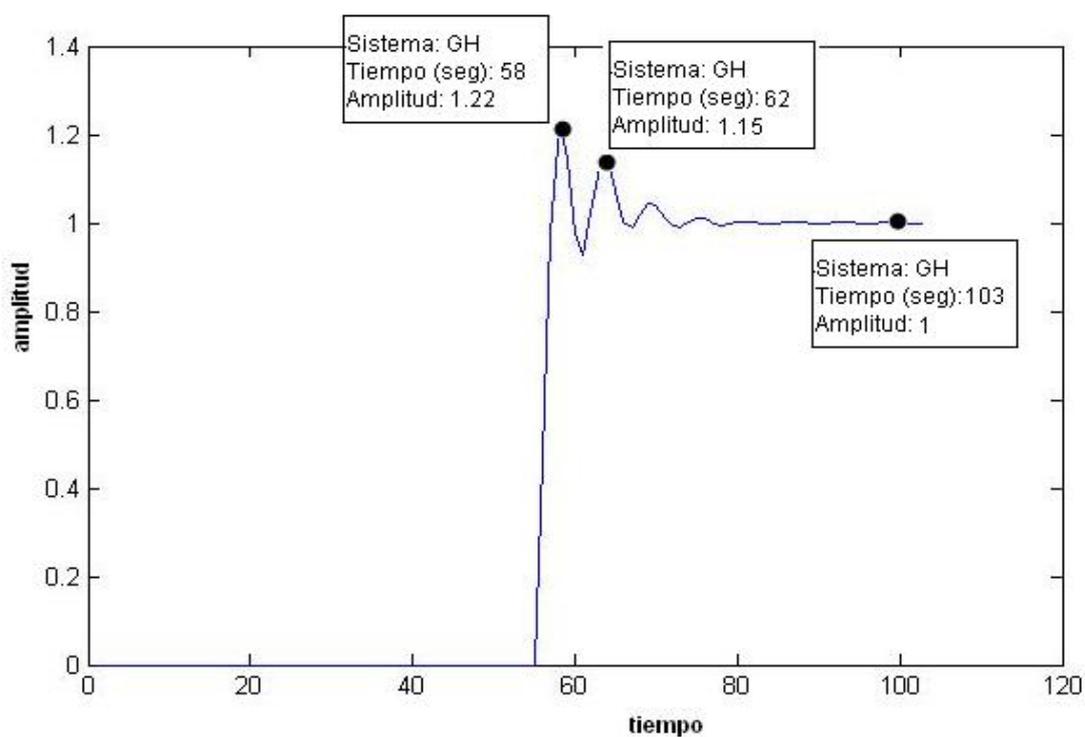


Figura 13. Respuesta del PID ante cambios en el *set-point*. Caso de estudio 6.

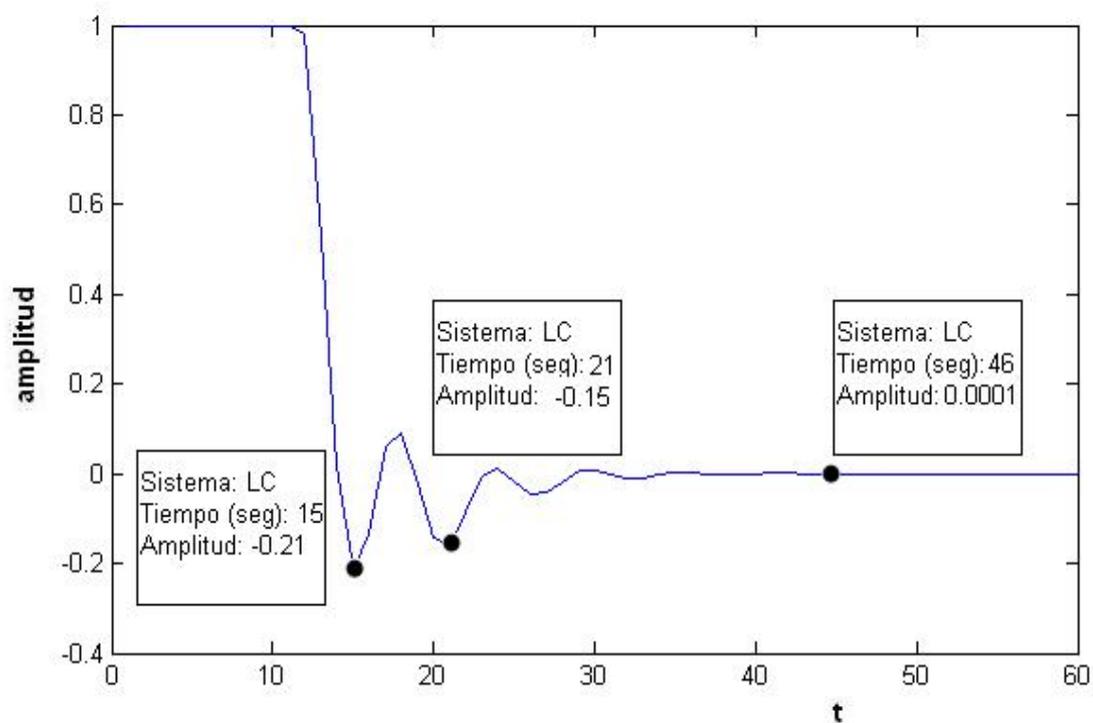


Figura 14. Respuesta del PID ante cambios en la carga. Caso de estudio 6.

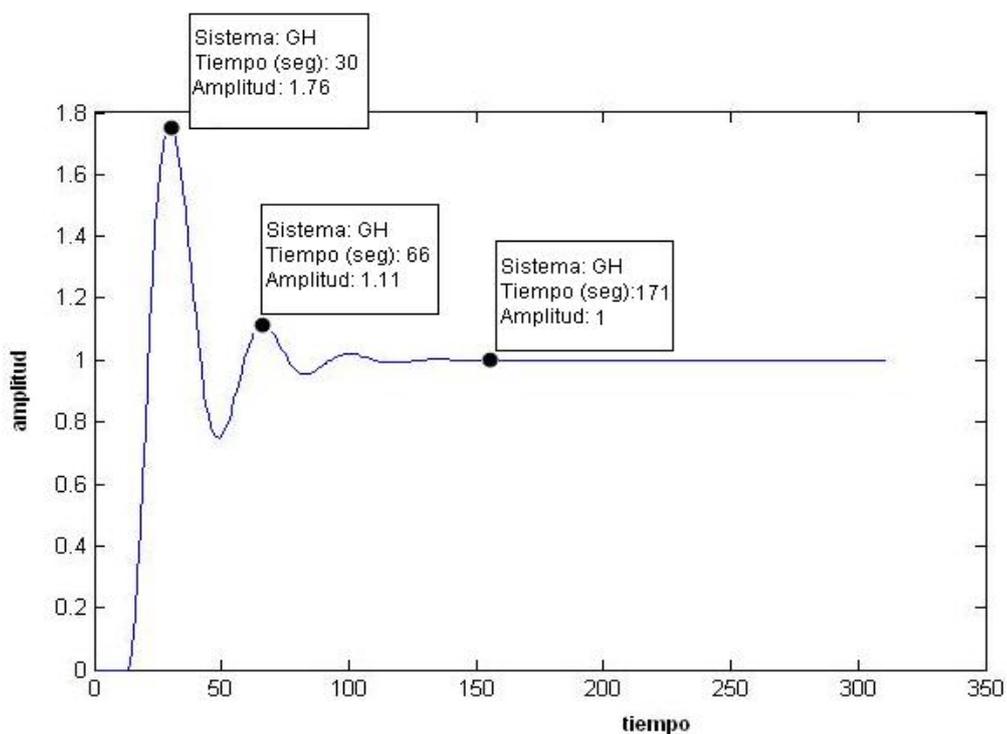


Figura 15. Respuesta del PI ante cambios en el *set-point*. Caso de estudio 8.

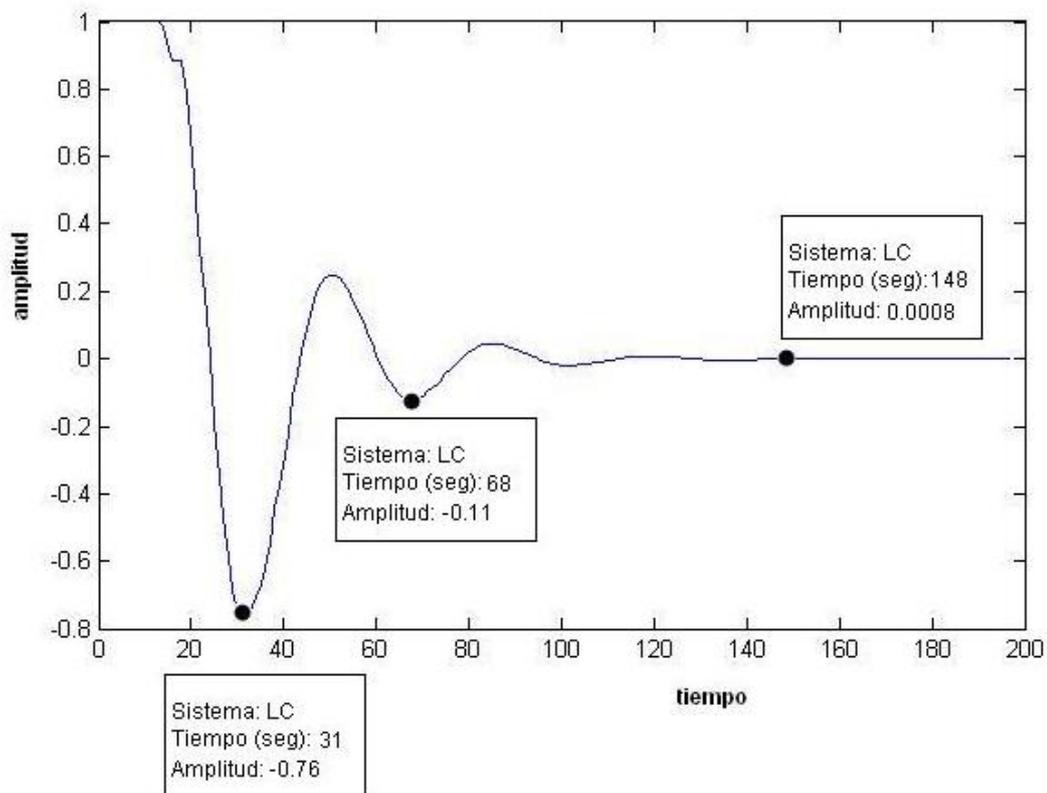


Figura 16. Respuesta del PI ante cambios en la carga. Caso de estudio 8.

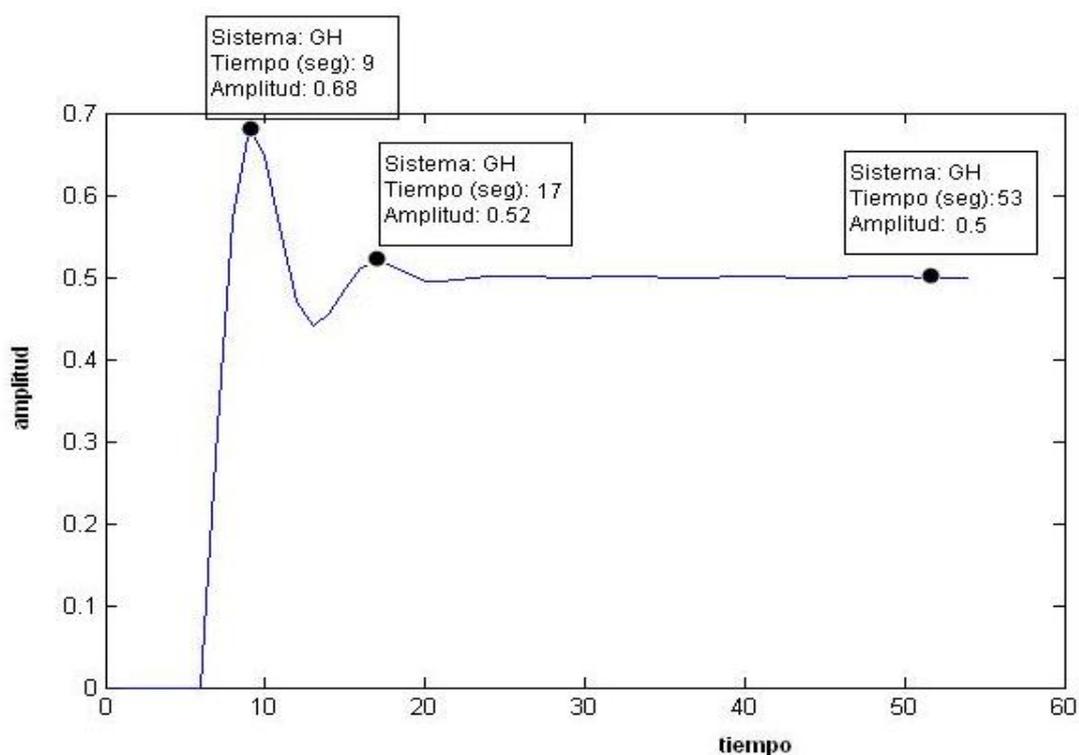


Figura 17. Respuesta del P ante cambios en el *set-point*. Caso de estudio 10.

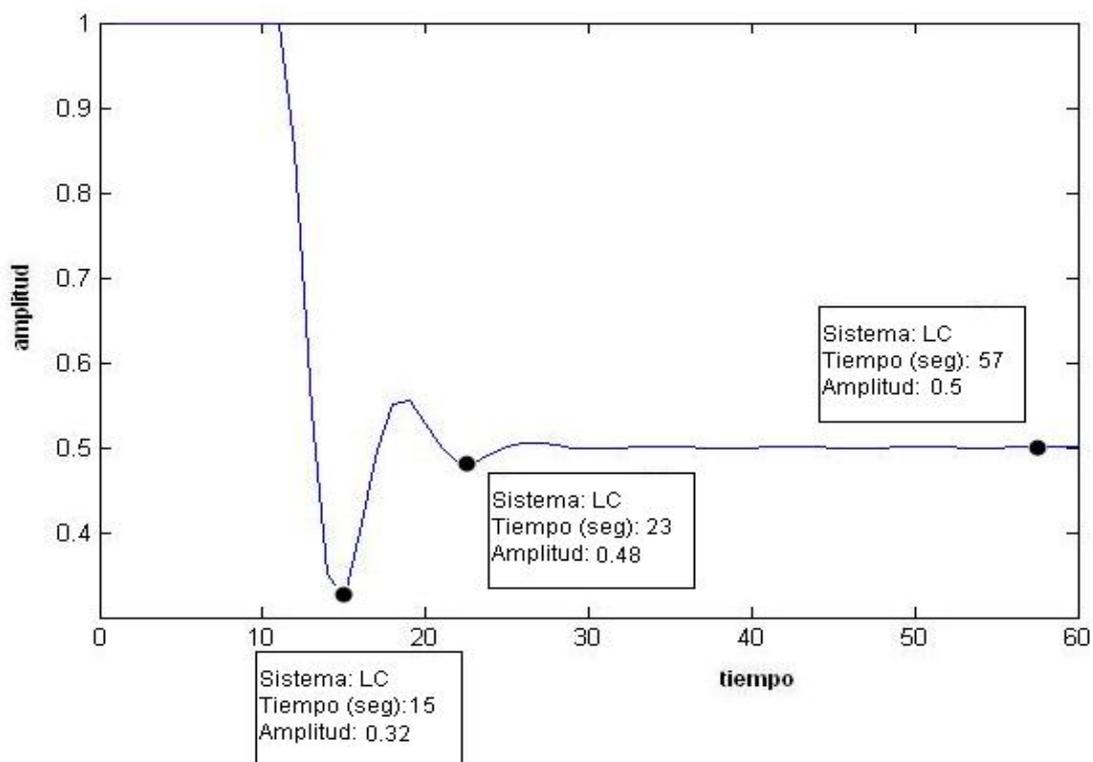


Figura 18. Respuesta del P ante cambios en la carga. Caso de estudio 10.

**Anexo IV: Especificaciones en el campo de la frecuencia a partir de los ajustes propuestos por Ziegler-Nichols.**

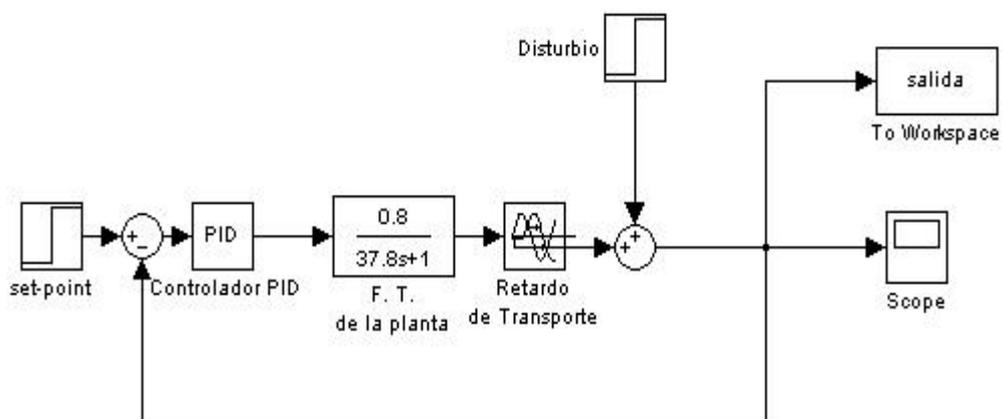
Casos de estudio	Tipo de controlador	Ajustes según Ziegler-Nichols			Especificaciones en el campo de la frecuencia	
		Kc	Ti	Td	Mg	Mf
Caso de estudio 2	P	6.56	-	-	4.55	44.41
	PI	5.90	23.97	-	5.33	30.45
	PID	7.80	14.40	3.60	1.93	40.61
Caso de estudio 3	P	4.38	-	-	4.70	46.71
	PI	3.94	1.66	-	5.49	32.69
	PID	5.25	1.00	0.25	1.95	42.18
Caso de estudio 4	P	1.34	-	-	6.32	80.95
	PI	1.20	27.14		7.17	76.77
	PID	1.60	16.30	4.07	3.03	70.55
Caso de estudio 6	P	1.55	-	-	6.07	85.72
	PI	1.39	14.32	-	6.91	67.06
	PID	1.86	8.60	2.15	2.81	63.20
Caso de estudio 8	P	1.75	-	-	4.97	41.41
	PI	1.59	2.61	-	5.61	21.68
	PID	2.12	1.57	0.39	2.83	27.47
Caso de estudio 10	P	1.00	-	-	7.07	17.00
	PI	0.90	14.32		7.42	86.14
	PID	1.20	8.60	2.15	3.49	83.66

## Anexo V: Programas utilizados en el ajuste de los controladores

### Programa utilizado en el ajuste a lazo cerrado.

```
Gp = tf(1,[1 6 5 0])
figure (1)
rlocus(Gp)
Kc=1.05; Ti=2.25; Td=0.39;
Gc=tf([Kc*Ti*Td Kc*Ti Kc],[Ti 0])
G=Gp*Gc
LC=feedback(1,G)
GH=feedback(G,1)
figure (2)
step(GH, LC)
figure(3)
pzmap(GH)
figure(4)
pzmap(LC)
```

### Circuito de control utilizado en los ajustes a lazo abierto.



## Programa utilizado para el cálculo de las especificaciones en el campo de la frecuencia

```

w=[0.001:0.001:100];% Rango de frecuencia
mag=1./sqrt((4.3*w).^2+1);% Cálculo del módulo de la planta
ang=-4.3*w*180/pi-atan(4.3*w)*180/pi;% Cálculo de la fase de la planta
Mdb=20*log10(mag);

figure(1) % Gráfica de la amplitud y fase de la planta en
semilogx(w,Mdb) función de la frecuencia
figure(2)
semilogx(w,ang)
Kc=1.20; Ti=8.60; Td=2.15;
Gc=tf([Kc*Ti*Td Kc*Ti Kc],[Ti 0])
[Mgc,Fgc]=bode(Gc,w); % Cálculo de la magnitud y la fase del
for j=1:length(Fgc) controlador
    FGC(j)=Fgc(1,1,j);
end

for j=1:length(Mgc)
    MGC(j)=20*log10(Mgc(1,1,j));
end

figure(1) % Gráfica de la amplitud y fase de la planta y el
hold on controlador en función de la frecuencia
semilogx(w,MGC)
figure(2)
hold on
semilogx(w,FGC)

MT=Mdb+MGC % Cálculo de la magnitud y la fase del circuito de
FT=ang+FGC control

```

```
figure(1) % Gráfica de la amplitud y fase del sistema de control
hold on   en función de la frecuencia
semilogx(w,MT,'r')
figure(2)
hold on
semilogx(w,FT,'r')

for i=1:length(FT) % Cálculo del margen de ganancia del circuito de
                  control
    if ang(i)<-179.5 & ang(i)>-180
        ind=i
    end
end

Mgan=-MT(ind)
e=MT/20
MT=10.^e

FTrad=FT*pi/180
figure(3)% Gráfica del diagrama polar del circuito de control
polar(FTrad,MT)

for i=1:length(MT) % Cálculo del margen de fase del circuito de control
    if MT(i)<1 & MT(i)>0.99
        indice=i
    end
end

MF=180+FT(indice)
```