Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Matemática, Física y Computación

Departamento de Matemática

Sistema integrado de medios para favorecer la comprensión de la Geometría en la Matemática Básica

TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MÁSTER EN MATEMÁTICA APLICADA

Autor: Lic. Guillermo Li Cardoso
Tutora: Dra. Dámasa Martínez Martínez

2008

DEDICATORIA

A Alían y Aláin, mis hijos y a Maria Isabel mi esposa,
por el cariño y comprensión, sin ellos no hubiera sido
posible la realización de esta Tesis

A mis padres por la formación que me dieron
y el cariño que me continúan dando

AGRADECIMIENTO

A FIDEL y LA REVOLUCIÖN por darme la posibilidad de estudiar y convertirme en un educador

A la Dra. Dámasa Martínez Martínez, al MSc. Andrés Tellería Rodríguez, a la Lic. Aída María Torres Alfonso y al Dr. Rodolfo B. Gutiérrez Morreno que brindaron siempre su orientación y ayuda incondicional en el momento preciso

A los excelentes profesores de la maestría por su dedicación y contribución a mi superación profesional

A mis compañeros de trabajo por su preocupación y apoyo para el cumplimiento de mis funciones como docente

A todos, Gracias

Resumen

El presente Trabajo forma parte de los estudios que se realizan acerca del perfeccionamiento del Proceso de Universalización, que tributa al perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el contexto universitario actual. Esta investigación se ha desarrollado relacionada con los problemas de preparación del estudiante en los contenidos de Geometría en la Matemática Básica, por lo que a partir de la aplicación de métodos de investigación pedagógica se constató las necesidades que se presentan y se puso de manifiesto la necesidad de la conformación de un sistema integrado de medios para favorecer la comprensión de la Geometría en la Matemática Básica para el modelo semipresencial. Los materiales que se proponen pueden ser utilizados por los estudiantes en función de complementar los contenidos que les han impartido los docentes, reforzando de esta manera el camino a la comprensión matemática en la modalidad de aprendizaje semipresencial.

La propuesta que se presenta, está sustentada en la necesidad real que hay de transformar la enseñanza de la Geometría Analítica y Secciones Cónicas y hacer uso de los medios de enseñanza existentes, para que además sirva de enlace entre los contenidos y estos medios y mediante su aplicación obtener resultados más favorables en el aprendizaje de la geometría, esta propuesta está basada en el empleo de métodos interactivos de enseñanza y el uso de medios computacionales que permiten lograr un aprendizaje significativo.

Índice

Introducción

La universidad cubana abandona su carácter elitista con el Triunfo de la Revolución en el año 1959 y se pone al servicio de la sociedad para iniciar un proceso de profundas y continuas transformaciones dirigidas a ampliar el acceso a la misma de los diferentes sectores de la población: se establece la educación gratuita, se crea el plan de becas universitarias, se multiplican las universidades, se abren nuevas carreras, se incrementan significativamente las matriculas, surgen las unidades docentes, se estructura un sistema de estudios de postgrado y se diversifican los tipos de curso para posibilitar los estudios de nivel superior a los trabajadores, entre ellos los cursos vespertinos nocturnos, los cursos por encuentros y la educación a distancia.

Todo lo cual está respaldado por una política educacional aprobada en el 1er Congreso del PCC y ratificadas en los Congresos celebrados posteriormente, donde se establece que la educación intelectual:

"…tiene por objeto desarrollar las potencialidades del pensamiento del individuo para la adquisición de conocimientos, interpretar con criterio objetivo los fenómenos de la naturaleza y la sociedad, consecuente con los principios del materialismo histórico y dialéctico. Ello lo hará, además apto para asimilar los logros de la Revolución Científico - técnica Contemporánea ".

La creación de las sedes universitarias municipales dio una nueva dimensión a la universidad cubana, posibilitando la ampliación de acceso y el estudio permanente a lo largo de toda la vida. Se conformó para ello un *nuevo modelo pedagógico,* que se ha venido aplicando en todas las sedes universitarias desde hace varios cursos, con un apreciable incremento de la matrícula en cada año, que hoy constituye la principal fuente de acceso a la educación superior.

En la actualidad se trabaja desde el M.E.S. por lograr establecer, en la educación superior cubana, solo dos modalidades de estudio diferentes: la *presencial,* que se aplica en los Cursos Regulares Diurnos, propia para estudiantes que dedican todo su tiempo al estudio; y la *semipresencial,* para el resto de los tipos de curso, en la que por lo general los estudiantes comparten el estudio con otras ocupaciones y que hoy representa cerca del 80 % de los de 620 000 estudiantes que alcanza la matricula total razón para prestarle especial atención.

La Enseñanza de la Matemática en Cuba se presenta como una ciencia con un marcado carácter científico-experimental que forma parte del plan y programas de estudio *en el nuevo modelo pedagógico*, apoyada sobre todo en las condiciones concretas de las escuelas cubanas, en las experiencias propias acumuladas, y en las influencias recibidas durante las décadas del 70 y del 80, de países, como los hoy extintos RDA y la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS) que aportaron algunas de las bases teóricas sobre las cuales se ha edificado la didáctica de la Matemática Cubana como una demanda social.

Partiendo de que la gran tarea de la Matemática en este siglo XXI es seguir contribuyendo de múltiples formas al progreso de la cultura humana y una de las vías de llevar a cabo esta contribución es conservando y transmitiendo el legado matemático acumulado durante muchos siglos de conocimiento.

Sin embargo, transmitir de la mejor manera esa riqueza cultural es un trabajo extraordinariamente complejo, que requiere de un esfuerzo sistemático por parte de la comunidad matemática. En este sentido la Universidad Central Martha Abreu de Las Villas, la Facultad de Matemática, Física y Computación y en particular la Carrera de Matemática tienen como estrategia número uno la calidad en la formación del profesional que les permitirá cumplir cabalmente su misión en la sociedad.

La realización de investigaciones científicas, las experiencias obtenidas en la labor docente y la validación permanente de los planes y programas que se han introducido, han permitido la elaboración paulatina de una concepción metodológica para la Enseñanza de la Matemática, en correspondencia con el desarrollo de las ciencias pedagógicas y las normas sociales impuestas por las profundas transformaciones ocurridas en el país con el triunfo revolucionario.

Históricamente la enseñanza de la Matemática se ha desarrollado con la utilización de la tiza y la pizarra o el papel y el lápiz los cuáles son medios estáticos. Sin embargo la utilización de la Computadora nos permite la realización de su enseñanza sobre una base dinámica, donde es posible presentar la información matemática de varias formas y sobre todo la dinámica e interactiva.

Una de las tendencias en la modernización de la clase en la actualidad lo constituye la utilización de los más variados métodos y medios de enseñanza lo que contribuye, además, a resolver la contradicción entre el volumen siempre creciente de la educación de los individuos.

A partir del desarrollo de la enseñanza a distancia, de la introducción de las TIC y de la nueva concepción del modelo pedagógico *Semipresencial*, se comienza a vislumbrar la apertura de un nuevo capítulo de la Educación Superior cubana, para lo cual se hace necesario desarrollar estrategias y acciones que permitan asegurar una debida *calidad en la masividad* de la enseñanza (Benítez-Cárdenas et al. 2006). En este sentido se propone que el libro de texto y la guía de estudio continúen siendo la base fundamental del auto aprendizaje pero, con una nueva visión (Dirección de Tecnología Educativa-MES 2006):

Cada asignatura de la modalidad de estudio Semipresencial contará con un sistema integrado y progresivo de medios de enseñanza que posibiliten el aprendizaje de los estudiantes, en el que el texto y la guía de estudio desempeñan el papel fundamental y esta última además una función articuladora entre todos.

En el Dpto. de Matemática de la Facultad de Matemática, Física y Computación de la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas se han desarrollado diferentes investigaciones que tributan al perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el contexto universitario actual, que han posibilitado esclarecer el papel de la Matemática en las diferentes carreras, los principales problemas básicos profesionales que requieren de la matemática su objeto fundamental de estudio, el uso de las tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje y los roles que juega el profesor de Matemática en la Universalización.

Como resultado de este trabajo se han materializado la defensa de varias tesis de maestrías y de doctorado constituyendo las mismas, fuentes de información para el trabajo de los docentes de matemáticas en diferentes carreras de varios centros de Educación Superior.

Otro aporte científico importante de este colectivo lo constituye la Estrategia didáctica para flexibilizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Universalización de la Educación Superior, investigación resultante de un Proyecto Ramal MES. terminada con resultados satisfactorios, la cual permite una preparación más eficiente a los estudiantes y profesores de las carreras que estudien Matemática en la Universalización de La

Educación Superior, proponiendo un sistema de guías de manera interactiva la que le permite al estudiante ante la no comprensión de un concepto matemático, la posibilidad de utilizar otros recursos didácticos disponibles en el software *UniversiMat, Matemática en la Universalización, versión 1.3-2007,* en soporte de CD.

La base teórica necesaria registrada en las investigaciones de los múltiples proyectos realizados en este sentido, permite aseverar que no se ha previsto el efecto de concepción metodológica integrada de Medios sobre la Enseñanza de la Matemática Básica, en particular de los contenidos relacionados con la Geometría que incorpore a ella este poderoso instrumento.

Por otra parte, la diversidad de fuentes de ingreso a carreras universitarias que deben recibir la asignatura de Matemática Básica y en particular los contenidos relacionados con la Geometría, carecen de la utilización de medios de enseñanza que permitan su mejor comprensión por parte de los alumnos que ingresan a las carreras desde el modelo semipresencial, muchos de los cuales han estado desvinculados de los estudios.

Gestándose así la imposibilidad de adquirir hábitos y habilidades en el uso de los medios y con ella el empleo eficiente de los recursos didácticos con el objetivo de favorecer la comprensión de la Geometría, en esos jóvenes que hoy se incorporan en nuestros territorios a la Universidad Cubana en los cuales se advierte dificultad.

Actualmente los alumnos que llegan a nuestras aulas universitarias han presentado ciertas dificultades en el aprendizaje de la Matemática y en particular en procesos de comprensión de los contenidos geométricos en la Matemática Básica, en su tránsito por la enseñanza media. De lo que puede inferirse que estas insuficiencias en el desarrollo de habilidades son limitaciones para lograr un aprendizaje significativo.

En el análisis cualitativo y cuantitativo de los resultados docentes alcanzados por los estudiantes universitarios de las carreras de ingeniería durante varios cursos. Se obtuvo como resultado que:

-Gran parte de los estudiantes presentan un bajo aprovechamiento docente, en el primer año donde predominan las puntuaciones de 2 y 3, estas corresponden fundamentalmente a la asignatura de Matemática Básica. Partiendo de este análisis se considera que una de las causas por las cuales estos resultados son bajos, está vinculada directamente con el desarrollo de la comprensión por el estudiante en los contenidos geométricos.

Esta situación obliga a prestar una especial atención al análisis de la Insuficiente utilización *integrada* de Medios de enseñanza-aprendizaje para lograr el proceso de comprensión de los contenidos geométricos en la Matemática Básica por los estudiantes universitarios de las carreras de ingeniería *desde* el modelo semipresencial.

Todo lo cual ha permitido plantearnos el siguiente **Problema Científico:**

Cómo contribuir a la utilización integrada de medios de enseñanza que permitan una mejor comprensión de conceptos básicos de Geometría en la Matemática Básica, por parte de los estudiantes que ingresan a las carreras universitarias de ingeniería *desde* el modelo semipresencial.

Objetivo general de investigación:

Proponer un sistema integrado de medios para favorecer la comprensión de conceptos básicos de Geometría en la Matemática Básica, por parte de los estudiantes que ingresan a las carreras universitarias desde el modelo semipresencial.

1.2 Objetivos específicos:

1. Determinar el estado actual del problema de investigación y establecimiento del marco teórico de la investigación a través del estudio de la bibliografía.
2. Diagnosticar de la situación problémica mediante el análisis de la situación didáctica que se enfrenta.
3. Diseñar desde el punto de vista teórico -metodológico el sistema integrado de medios para favorecer la comprensión de conceptos básicos de Geometría en la Matemática Básica, por parte de los estudiantes que ingresan a las carreras universitarias desde el modelo semipresencial.

Preguntas de investigación:

1. ¿Cuáles son los presupuestos teórico que sustentan un sistema de medios de enseñanza para la comprensión de conceptos básicos de Geometría en la Matemática Básica, por parte de los estudiantes que ingresan a las carreras universitarias?
2. ¿Cuál es el estado actual que tiene la situación problémica mediante el análisis de la situación didáctica que se enfrenta?

3. ¿Cuál debe ser la conformación teórico- metodológica del sistema integrado de medios de enseñanza para la comprensión de conceptos básicos de Geometría en la Matemática Básica, por parte de los estudiantes que ingresan a las carreras universitarias.

La muestra.

Estudiantes de las carreras de ciencias de 1ro a 5to de la SUM de Ranchuelo.

Profesores de Matemática que han impartido la asignatura Matemática Básica con 1, 2, 3, 4 y 5 años de experiencia de los Municipios de Ranchuelo, Cifuentes, Sagua, Placetas y Santa Clara.

Métodos de investigación

El proceder metodológico de la investigación tiene sus bases en el método dialéctico materialista del Marxismo Leninismo como metodología general para el análisis e interpretación de los problemas, así como guía para las transformaciones de la realidad.

Para realizar la investigación se utilizaron **métodos** del nivel teórico, empíricos y matemáticos.

La aplicación de los **métodos teóricos** permitió la integración de las principales ideas alrededor de la problemática que se aborda, así como la concepción de los fundamentos de la propuesta y la interpretación de la información acopiada por medio de los diferentes instrumentos diseñados**.**

Analítico-Sintético: Fue utilizado para la revisión y búsqueda de información de las diversas bibliografías y otros documentos consultados sobre la temática para llegar al estado deseado según lo normado, dándonos como resultado el estado real del mismo. Asimismo para el procesamiento de la información acopiada por medio de los diferentes instrumentos diseñados.

Inductivo - Deductivo: Se utilizó durante toda la investigación con énfasis en la consulta de fuentes y documentos, para hacer generalizaciones lógicas de toda la información empírica teniendo en cuenta el problema objeto de investigación. Además a lo largo de toda la investigación a través del diseño y la intencionalidad de la investigación.

Histórico – lógico: Se empleó para obtener información sobre los antecedentes del problema objeto de investigación, para conocer su evolución y el ordenamiento lógico

Sistémico-estructural: Para la elaboración de la propuesta.

Los métodos empíricos permitieron la recopilación de la información necesaria que sustentó el problema científico de la investigación.

La entrevista a:

Docentes: con el propósito de profundizar en sus opiniones, criterios y valoraciones con relación a la utilización de medios de enseñanza que permitan una mejor comprensión de conceptos básicos de la Geometría por parte de los estudiantes que ingresan a las carreras universitarias desde el modelo semipresencial. Esta ofrecerá una información más amplia que permitirá enriquecer, completar y constatar el trabajo que se realiza en la institución universitaria relacionado con la temática.

Análisis de documentos: Se realizará el análisis de documentos rectores y normativos que rigen el trabajo con los medios de enseñanza para la comprensión de conceptos básicos de la Geometría por parte de los estudiantes que ingresan a las carreras universitarias. Dicho análisis permitirá establecer cuáles son elementos esenciales para llegar al estado deseado.

Pruebas Pedagógicas: Con el fin de constatar en los estudiantes el estado de la comprensión de conceptos básicos de la Geometría.

Métodos Matemáticos:

El análisis porcentual Se utilizará para hacer una valoración desde el punto de vista porcentual de los resultados que se obtendrán con cada uno de los instrumentos que facilitarán ir diagnosticando el estado actual sobre el tema**.** También para realizar el análisis de los resultados que se obtienen en la etapa de valoración.

Desde el punto de vista Práctico se aporta:

Una caracterización de las necesidades de la utilización integrada de los medios en relación con la comprensión de la Geometría en la Matemática Básica para las carreras Universitarias en el modelo semipresencial.

Un sistema integrado de medios para favorecer la comprensión de conceptos básicos de Geometría en la Matemática Básica, por parte de los estudiantes que ingresan a las carreras universitarias desde el modelo semipresencial.

La tesis está estructurada en introducción, dos capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos.

Capítulo 1: Consideraciones teóricas que fundamentan el sistema integrado de medios para favorecer la comprensión de la Geometría en la Matemática Básica.

1.1 Características del modelo semipresencial.

En la Educación Superior en la época actual, al margen de las posibles particularidades que puedan existir en diferentes países, se acostumbra a distinguir, básicamente, entre dos modalidades de estudio; diferentes por el modo de asumir la relación estudiante-profesor: *"presencial"* y *"a distancia".*

La modalidad presencial es entendida generalmente, como aquella donde el proceso de formación tiene lugar a partir de la presencia de los estudiantes y sus profesores, en el mismo lugar, en el mismo tiempo y con altos niveles de carga lectiva semanal, con lo cual se asegura una relación estable y permanente para lograr los objetivos propuestos.

Esa modalidad es la más apropiada para estudiantes que dedican todo su tiempo a los estudios y docentes de dedicación exclusiva, por tanto, no constituye la respuesta más general al objetivo que Cuba se ha propuesto alcanzar con los nuevos programas de Educación Superior.

Basado en estas tecnologías han surgido, incluso, Universidades en las cuales no existen encuentros presenciales de ningún tipo, y todo el proceso de relaciones entre los estudiantes y los profesores tiene lugar a través de la Web.

La idea de la semipresencialidad surge asociada a estas dos posiciones, combinando los encuentros presenciales con aquellos que se realizan a través de los medios; y donde la independencia cognoscitiva y la autopreparación del estudiante, adquieren una especial relevancia.

De tal modo, la concepción de semipresencialidad que se presenta supone la articulación de ayudas pedagógicas de ambos tipos, tanto presenciales como mediadas por los recursos tecnológicos, en una estrategia educativa integrada que puede adecuarse a las reales posibilidades de la población destinataria de la formación, propiciando un enfoque más individualizado de esa relación, a partir de las necesidades educativas individuales de cada estudiante.

En la Educación Superior cubana, la semipresencialidad es la modalidad pedagógica que posibilita el amplio acceso y la continuidad de estudios de todos los ciudadanos, a través de un proceso de formación integral, enfatizando más en los aspectos que el estudiante debe asumir por si mismo; flexible y estructurado; en el que se combina el empleo intensivo de los medios de enseñanza con las ayudas pedagógicas que brindan los profesores; adaptable en intensidad a los requerimientos de estos y a los recursos tecnológicos disponibles para llevarla a cabo.

Los estudios semipresenciales son propios de estudiantes que no disponen de todo su tiempo para ellos, por razones laborales u otras. Por sus características, permiten enfrentar mayores niveles de acceso y demandas de poblaciones estudiantiles geográficamente distantes de las sedes centrales, llevando los estudios universitarios allí donde ellos residen o laboran, con lo cual se abren nuevas posibilidades para todos los que aspiran a cursar estudios universitarios.

A partir de las anteriores reflexiones y de la experiencia acumulada por nuestras universidades en la impartición de los diferentes tipos de cursos, es posible caracterizar, de modo general, cuales pudieran ser las diferencias que se presentan entre ambas modalidades de estudio:

MODALIDAD PRESENCIAL	**MODALIDAD SEMIPRESENCIAL**
Propio para jóvenes que pueden dedicar todo su tiempo a los estudios.	Sus características posibilitan que puedan estudiar en ella personas que no pueden dedicar al estudio todo su tiempo.
Demandan plazos determinados para su culminación, lo que supone ritmos de progreso mayores y comunes para todos los estudiantes.	Cada estudiante puede avanzar a su propio ritmo, sin límites de tiempo para culminar sus estudios.
Se caracteriza por una mayor presencialidad y carga semanal, aunque pueden utilizarse igualmente métodos semipresenciales y no presenciales.	Menos presencial como rasgo fundamental, su carga semanal es menor, pero pueden utilizar igualmente métodos presenciales y no presenciales.
Responden a un plan de ingreso	Se puede ofrecer a todas las personas que

aprobado por el país, en respuesta a las demandas de fuerza de trabajo calificada.	posean nivel Medio Superior vencido, sin límites de edad o de algún otro tipo. Aseguran que sea posible alcanzar el pleno acceso.
Se garantiza una plaza al concluir los estudios por medio del proceso de ubicación laboral.	En general no se garantiza una plaza, aunque para determinadas fuentes de ingreso puede suceder.
Se desarrolla fundamentalmente en las sedes centrales, aunque algunas de sus partes pueden ofrecerse igualmente en las Sedes Universitarias Municipales (SUM) y otras Sedes Universitarias.	Se desarrolla fundamentalmente en las Sedes Universitarias Municipales (SUM) y otras Sedes Universitarias, aunque algunas de sus partes pueden ofrecerse en las Sedes Centrales.

Características de la modalidad semipresencial en la Educación Superior cubana

Formación integral, con mayor énfasis en la actividad independiente del estudiante, para que éste sea capaz de asumir de modo activo su propio proceso de formación integral.

El objetivo fundamental del proceso de formación en la Educación Superior cubana es la formación integral de los estudiantes, lo que supone:

- Elevada competencia profesional.
- Amplia cultura social-humanística.
- Profundo desarrollo político-ideológico.
- Defender la Revolución en el campo de las ideas.
- Servir a la Revolución en el lugar donde sea más necesario

Lo anterior se concreta, en la Educación Superior cubana en el dominio de los modos de actuación de la profesión que le permitan aplicar en su actividad laboral, con independencia, creatividad y ética revolucionaria, los contenidos asimilados durante la carrera, y ponerlos plenamente al servicio de la sociedad.

Una cualidad muy importante para lograr ese propósito es el desarrollo de la independencia cognoscitiva del estudiante. Sin dejar de reconocer que en ambas modalidades de estudio se requiere de dicha cualidad, en la semipresencial hay que lograrla en un grado mayor y en menos plazo de tiempo, toda vez que, al ser menos frecuentes las actividades presenciales, el estudiante tiene menos posibilidades de ser conducido por los profesores hacia los objetivos propuestos.

La independencia cognoscitiva del estudiante se manifiesta en su capacidad de representarse la tarea cognoscitiva; en el establecimiento de un plan que permita su solución; en la selección de los métodos para su solución; en la búsqueda creadora de la solución y en la forma en que verifica la validez de los resultados obtenidos.

El concepto que estructura la independencia cognoscitiva del estudiante en la Educación Superior cubana es el de trabajo independiente. Se entiende como tal a un sistema de organización de las condiciones pedagógicas, que garantiza la dirección del aprendizaje de los alumnos, individualmente o en colectivo, tanto por tareas asignadas como por deseo propio, sin la participación ni ayuda directa del profesor.

La Educación Superior debe lograr desarrollar en el estudiante la capacidad de aprender, es decir, la tarea de la Universidad no consiste en dar una gran cantidad de conocimientos sino enseñar al alumno a pensar, a orientarse independientemente, para ello es necesario organizar una enseñanza que impulse el desarrollo de esta capacidad, que el estudiante de sujeto pasivo se convierta en el centro del proceso de aprendizaje.

Aprender a aprender implica la capacidad de reflexionar en la forma en que se aprende y actuar en consecuencia, autorregulando el propio proceso de aprendizaje mediante el uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieren y adaptan a nuevas situaciones. El estudiante debe jugar un papel más protagónico, debe aprender básicamente mediante el autoestudio y la realización de forma independiente de las actividades, apoyado por los medios de enseñanza y por las ayudas pedagógicas que le brindan sus profesores.

Resulta vital para nuestra organización que todos interioricemos estos conceptos, toda vez que está claro que, en la actualidad, no es posible aprender toda la información de la que se disponemos y la memorización no es la estrategia principal de la formación. Otras habilidades resultan cruciales: capacidad para buscar información, para enjuiciarla críticamente, para aplicarla en la solución de problemas, entre otras posibles.

En correspondencia con ello, este enfoque del aprendizaje tiene que reflejarse en los diferentes componentes del proceso docente-educativo: en el diseño de los planes y programas de estudio, en la actuación de los estudiantes, en los medios de enseñanza, en las ayudas pedagógicas de los profesores, en las actividades presenciales, en la utilización de los diferentes escenarios educativos y en general en todos los elementos que intervienen en dicho proceso.

Flexibilidad, para facilitar el amplio acceso y adaptarse a diversas situaciones laborales, a las particularidades territoriales y al ritmo individual de aprovechamiento académico del estudiante, de acuerdo al tipo de curso que se trate.

Implica flexibilidad en el currículum, en el ritmo de aprendizaje, en las ayudas pedagógicas que reciba el estudiante, en los sistemas de evaluación, y en todos aquellos aspectos relacionados con la capacidad de adaptación del proceso de formación a la realidad personal, profesional y familiar del estudiante, a sus motivaciones, a sus expectativas, así como a las características del tipo de curso matriculado y las condiciones en que éste se desarrolla.

Un rasgo importante de esa flexibilidad está dado en que cada estudiante progrese a su propio ritmo. Asociado a esta idea hay un concepto propio de este enfoque del proceso de formación, que es el de matrícula responsable. Expresa la idea de que el estudiante, adecuadamente asesorado por su tutor, sea capaz de identificar con claridad cuáles y cuántas asignaturas puede vencer en cada período lectivo, en dependencia de sus reales posibilidades y matricule sólo esas.

Estructuración para favorecer la organización y desarrollo del aprendizaje y propiciar que no se produzcan bajas por razones académicas.

Ello supone la existencia de una organización de las asignaturas por periodos lectivos, que permita orientar a los estudiantes sobre cómo puede tener lugar el tránsito por su plan de estudio. Ese ordenamiento, por año y período, está concebido en un plazo de tiempo en el cual podrían culminar sus estudios los estudiantes que avancen al ritmo normal previsto para esa carrera y debe favorecer la organización de los calendarios docentes del curso.

En la concepción desarrollada por el MES para estos estudios, en la cual cada estudiante decide su propio ritmo de aprendizaje, dicha estructuración constituye solo una guía para el alumno y su tutor a la hora de seleccionar las asignaturas a matricular. Normalmente los planes de las carreras del MES se estructuran en semestres de cuatro asignaturas cada uno. Ese sería el ritmo normal de progreso, con lo cual un estudiante aprobaría al año ocho asignaturas y se graduaría en seis años, incluido el ejercicio final de culminación de estudios. Por esta organización, en el primer semestre de cualquier curso académico, se deben estar impartiendo el 50 % de las asignaturas de cada plan, e igual en el segundo semestre. De ese modo, el estudiante tiene a mano un amplio menú de posibilidades, en los casos en que decida acelerar su ritmo de progreso y matricular más asignaturas, con el objetivo de culminar en menos tiempo sus estudios.

Tiene que estar claro que no existen metas de ningún tipo al respecto y que el concepto de matrícula responsable no es compatible con la intención de forzar el paso de un estudiante que realmente no tiene condiciones para avanzar a un determinado ritmo y debe progresar más lentamente. Lo verdaderamente importante es que progrese; que no cause baja; que trabaje durante todo el semestre por aprobar todas las asignaturas que matriculó (no importa que sea una, o dos) y que al final, si lo logra, se sienta estimulado con el reconocimiento de sus profesores y su tutor por el esfuerzo realizado.

La estructuración como característica de la modalidad semipresencial está dada además hacia lo interno de las asignaturas, debiéndose lograr un ordenamiento de los contenidos que favorezcan el aprendizaje, siguiendo una lógica de integración temática.

Con ayudas pedagógicas presenciales que posibiliten, en función del tiempo y los recursos disponibles, que los profesores guíen, apoyen y acompañen al estudiante en su aprendizaje.

Se concibe en esta modalidad un sistema de actividades presenciales de diferentes tipos que aseguren el adecuado acompañamiento y apoyo, de modo que no tengan cabida ni el fracaso, ni el desaliento.

Es importante comprender aquí que las actividades presenciales en esta modalidad no se diferencian solo en cantidad, de las que se imparten en los cursos regulares diurnos. Cualitativamente existen diferencias importantes en su concepción y desarrollo, toda vez que el proceso de formación se centra en el aprendizaje del estudiante y por otra parte el profesor que desarrolla los encuentros no dispone del tiempo suficiente para realizar todas las actividades docentes que se imparten en la modalidad presencial.

Se reconocen como ayudas pedagógicas fundamentales las siguientes:

- **La clase encuentro,** tiene como objetivos instructivos aclarar las dudas correspondientes a los contenidos y actividades previamente estudiados por los alumnos, debatir y ejercitar dichos contenidos y evaluar su cumplimiento. Igualmente, durante la clase deben explicarse los aspectos esenciales del nuevo contenido y orientar con claridad y precisión el trabajo independiente que el estudiante debe realizar para alcanzar un adecuado dominio de los mismos. De ahí la importancia de que cada una de las actividades presenciales que se desarrollan en esta modalidad se haga con la calidad requerida, en correspondencia con sus objetivos específicos y sin tratar de trasladar experiencias o estilos de aprendizaje que se corresponden con otros modelos de formación. La misión instructiva más importante que tiene el profesor en los encuentros es desarrollar en ellos la independencia cognoscitiva, para que sean capaces de aprender por si mismos.

- **La consulta,** mediante la cual el estudiante recibe orientaciones para ayudarle a aclarar las dudas individuales y comprender mejor los contenidos estudiados. De la calidad del diálogo que se establezca entre el profesor y el estudiante dependerá que se logre el objetivo de aprendizaje. Las consultas pueden desarrollarse en forma individual y colectiva; de forma presencial o por vías no presenciales. Para las consultas no presenciales el correo electrónico y el teléfono, constituyen en la actualidad las vías de comunicación más asequibles. La frecuencia de la consulta depende de las necesidades de los estudiantes y estos deberán insistir replanteando sus dudas las veces que sean necesarias, hasta quedar satisfechos con la respuesta.
- **La tutoría,** se concibe como un proceso de transformación y desarrollo educativo centrado en el autoaprendizaje, que se concreta mediante la atención personalizada y sistemática del tutor a un estudiante o a un grupo muy reducido de ellos, para que sean capaces de dominar los recursos de su formación, se apropien de un sistema de saberes y valores que determinan la posición vital activa y creativa en su desempeño profesional, personal y social. Integra el sistema de influencias educativas de los distintos ámbitos de la formación del estudiante, promoviendo su crecimiento personal y el desarrollo de su autodeterminación; el tutor acompaña al mismo durante toda la carrera, brindándole el apoyo necesario para la toma de decisiones ante los problemas, desde una acción personalizada. Juega un papel clave en la formación integral, así como en la retención y la disminución de la matrícula pasiva.

Amplio y progresivo empleo de los medios de enseñanza y las tecnologías educativas, que posibiliten el aprendizaje independiente del estudiante y compensen las actividades de las clases de la modalidad presencial, que el profesor no puede realizar en ésta por el limitado tiempo de contacto con sus alumnos.

De conjunto con las ayudas presenciales, esta modalidad requiere de una amplia utilización de diferentes medios de enseñanza que, en calidad de ayudas pedagógicas no presenciales, posibiliten el logro de los objetivos propuestos con el nivel de asimilación requerido.

Los medios de enseñanza, constituyen el sistema de materiales docentes y de recursos tecnológicos destinados a posibilitar la auto preparación de los estudiantes; devienen parte importante del éxito de la enseñanza semipresencial, vistos no como un fin en sí mismo, sino como herramientas pedagógicas que facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que contribuyen a resolver los problemas que se derivan de la disminución en la presencialidad.

Los medios de enseñanza en la modalidad semipresencial juegan un importante papel en el proceso de aprendizaje y a través de los mismos debe transitar una parte apreciable de la adquisición de contenidos por parte de los estudiantes.

Hay que tener en cuenta que esta modalidad de estudios se soporta en diferentes escenarios de aprendizaje, como se verá posteriormente, por lo que se debe estructurar un sistema de medios que posibilite el aprendizaje en disímiles condiciones, desde una persona aislada sin recursos tecnológicos hasta la situación más favorable, en la que dispone de todos esos recursos, incluida la conectividad “en línea" con los servidores de la universidad de cada asignatura. Es, por tanto, una misión permanente de la Educación Superior, trabajar de modo continuo en su perfeccionamiento.

Toda asignatura que se imparta en esta modalidad, debe tener garantizado su propio libro de texto y sus guías de estudio, asegurando que entre ambas existan la correspondencia necesaria para asegurar el desarrollo exitoso del proceso de formación. Ambos materiales, de conjunto, deben posibilitar que el estudiante pueda vencer, al nivel requerido, las asignaturas matriculadas; aun cuando no se disponga de los restantes medios antes mencionados.

1.2 La geometría en la formación del estudiante universitario.

1.2.1. La línea directriz Geometría en la Enseñanza General

Las líneas directrices son conceptos y procedimientos que son fundamentales, que poseen una importancia relativamente general y que, desde el punto de vista histórico, son relativamente estables (Ballester, S. Metodología de la Enseñanza de la Matemática Tomo I, Editorial Pueblo y Educación, Guantánamo, 1993).

Estas líneas sirven para ordenar la materia de enseñanza atendiendo a aspectos principales de la transmisión de conocimientos, el desarrollo de habilidades y capacidades generales y específicas y de la educación de los alumnos.

En los programas para la enseñanza de la Matemática en el nivel medio se reconocen 16 líneas directrices **(ver Anexo 1)** y entre ellas se encuentra la línea directriz "Geometría" la cual analizamos a continuación.

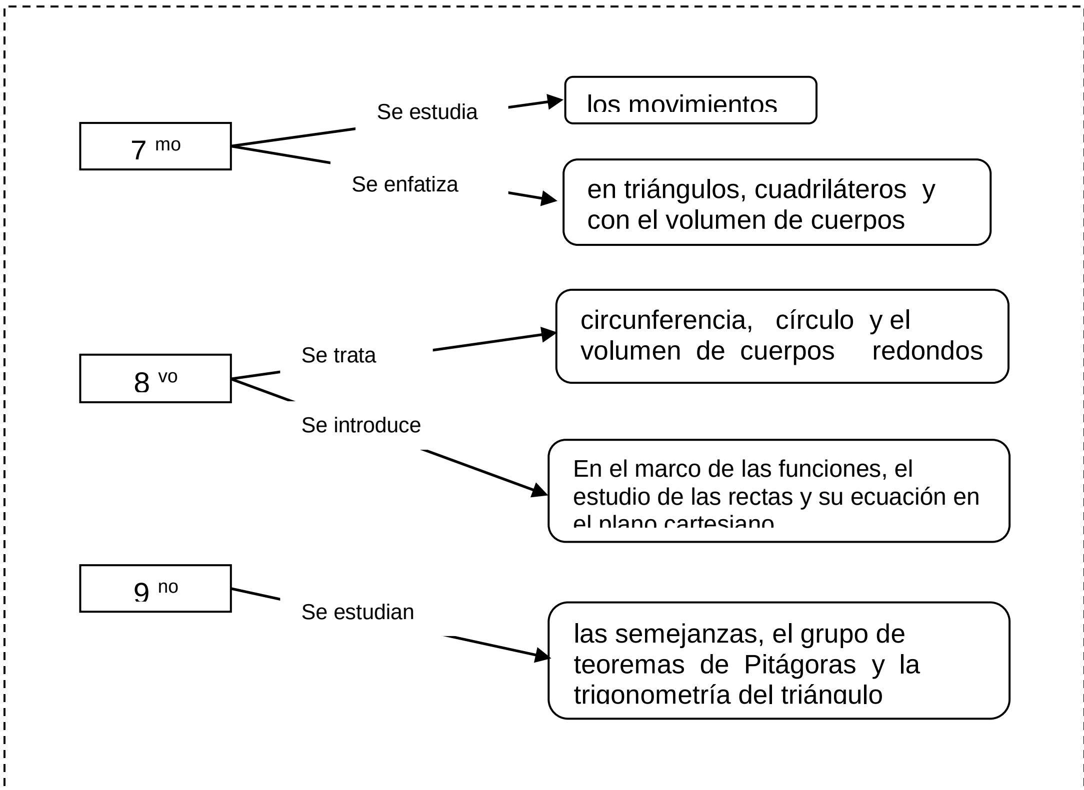
La enseñanza de la Geometría en la escuela comienza desde el mismo preescolar cuando el niño tiene que identificar objetos geométricos tales como círculos, triángulos, cuadrados, rectángulos, rombos y óvalos (elipses), en los primeros grados ya realiza representaciones de estos en un plano (hoja de trabajo), comenzando por trazados de rectas, triángulos, círculos, etc. Además se familiariza con conceptos tales como, mediatriz de un segmento, bisectriz de un ángulo, etc. En sexto grado conoce entonces el llamado sistema de coordenadas rectangulares y representa puntos y rectas fundamentalmente.

En la Secundaria Básica con el estudio de las funciones afines y cuadráticas hace que se vincule mucho más con los aspectos geométricos de las matemáticas tales como el trazado de una curva, aspecto este que constituye uno de los problemas fundamentales de la Geometría Analítica.

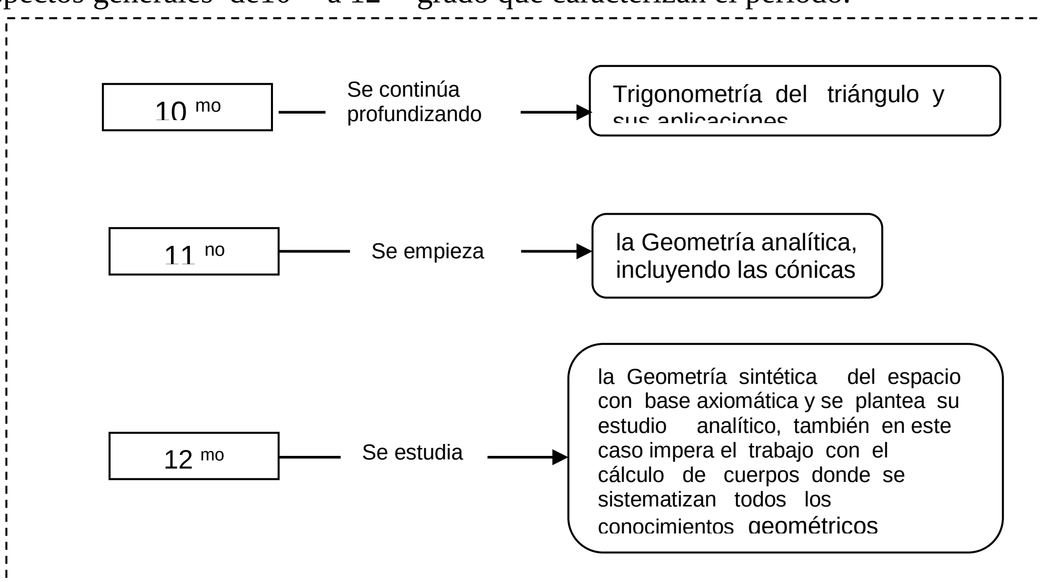
Tendencia en la enseñanza de la Geometría para los niveles precedente al universitario en las últimas décadas en Cuba.

El desarrollo histórico de la enseñanza de la Geometría después del triunfo de la Revolución es un tema que ha sido objeto de análisis en diversas investigaciones y una de las más recientes es la presentada por González. J (2000), donde recoge de manera detallada este devenir histórico a partir de la década de los 40 hasta la actualidad, por lo que recomendamos este trabajo investigativo como un excelente material de consulta para otros investigadores interesados en el tema. Nuestro interés estará centrado fundamentalmente en valorar el comportamiento histórico de la Geometría en los niveles precedente al universitario a partir de los años 80 y hasta la actualidad. De acuerdo con González. J (2000), es posible establecer algunos aspectos generales que caracterizan este período en cuanto a la enseñanza de la Geometría en Cuba, los cuales se muestran a continuación.

Aspectos generales de 7 ^{mo} a 9 ^{no} grado que caracterizan este período.



Aspectos generales de10^{mo} a 12mo grado que caracterizan el período.



En el grado 12 se establece una unidad final de repaso y sistematización estudiada en la Enseñanza General Media, producto que este contenido se incluye en los exámenes de ingresos a la Enseñanza Superior.

En dependencia a estas consideraciones el plan de estudio se sustenta sobre la base de un currículo que permite romper con el formalismo a la hora de impartir este contenido y posibilite la recurrencia oportuna a la intuición, para reforzar esta labor docente se trabajó en la actualización y adecuación de la bibliografía a consultar para cada curso, con este fin los libros de texto poseen una buena ejemplificación y ejercitación variada que permiten, lograr los objetivos del plan de estudio, aunque se tiene el criterio de que este pudiera ser un aspecto a continuar perfeccionando en estos niveles de enseñanza.

Podemos concluir planteando que en la actualidad el plan de estudio ha continuado sufriendo modificaciones, por ejemplo en 7^{mo} grado se trabaja con la igualdad de triángulos, la cual ha venido a sustituir el método de transformaciones que fue empleado en la concepción inicial; un aspecto importante y del cual opinaremos en epígrafes posteriores es el relacionado con la eliminación de partes de temas por un lado o la idea de considerarlos opcionales por otro. Pero su esencia general ha permanecido inalterable.

Valoración del proceso docente educativo, en la Enseñanza General Media.

La Geometría Analítica tiene sus orígenes desde los primeros años de la Enseñanza básica y se formaliza su impartición en grado 11, actualmente en la escuela cubana se estudian los siguientes temas:

- Ecuación cartesiana de la recta en el plano.
- Ecuación cartesiana de la circunferencia.
- La parábola.
- La hipérbola

En el **Anexo 2** se detallan los contenidos que se imparten en el grado decimoprimero.

Estos contenidos son tratados en las unidades 5 y 6 del grado decimoprimero donde las orientaciones metodológicas que se brindan para la impartición de estos contenidos plantean que: en el caso de la Geometría analítica de la recta en el plano se deben repasar los contenidos de Geometría sintética del plano, incluir ejercicios sobre triángulos, las rectas y puntos notables. Destacan lo importante que es que los alumnos comprendan las ventajas del método de coordenadas en la Geometría y aprecien como muchos ejercicios son de fácil solución usando esta vía. Amplían por ejemplo el concepto de pendiente como la tangente trigonométrica del ángulo de inclinación de la recta respecto al semieje positivo de las “x” y se utiliza en el análisis de la posición relativa de rectas. La ecuación cartesiana de la recta se trata como el aspecto central de la unidad y la posición relativa entre rectas se aborda también al tratar de calcular el punto de intersección de ellas en caso que exista, mediante el planteamiento de un sistema de ecuaciones. Por último se determina la fórmula de distancia de un punto a una recta.

Para la unidad 6, en el caso de la circunferencia y la parábola se reactivan primeramente los conceptos previos que poseen los estudiantes sobre estas cónicas. En el caso de la parábola se recurre a los conocimientos sobre funciones, tal como se trata en el video clase.

En general, una vez definidas las cónicas como lugares geométricos, por lo que resulta conveniente su trazado. Se hace la deducción de sus respectivas ecuaciones canónicas en el caso que no estén desplazadas. Posteriormente se trata la ecuación canónica con ejes paralelos a los ejes coordenados y se hallan condiciones suficientes para la determinación de una cónica, lo cual se puede hacer al indicar algunos elementos, dar su ecuación o gráfico. Se destaca la necesidad de que el alumno pueda pasar de una forma a otra de determinación de una cónica y desarrolle habilidades en el esbozo de los gráficos. Por último se aborda lo relacionado con la posición relativa entre cónicas y rectas. El sistema de medios comprende los videos-clases como vía fundamental mediante la cual se imparten los contenidos del programa, el libro de texto y otros materiales pueden servir de consulta, así como el software educativo, los asistentes matemáticos o los sistemas de aplicación. Puede observarse que solo hay indicaciones de realizar la discusión y el análisis para las curvas donde existe desplazamiento paralelo a los ejes, es decir, cuando en la ecuación $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F \equiv 0$, (B = 0) por lo que cuando trabajamos con los alumnos de primer año debemos enfatizar en el resultado que se obtiene para las distintas interpretaciones de los parámetros A, B, C, D, E y F, pues resultan importantes para el trabajo en la Matemática.

Para proseguir este análisis presentamos los contenidos que se imparten vinculados con la Geometría analítica del espacio en grado 12:

- Repaso de Geometría plana, conceptos primarios de la Geometría plana (punto, recta y plano)
- Axiomas y teoremas o postulados, teorema: premisa, tesis y demostración
- Axiomas y teoremas para la Geometría del espacio
- Determinación de un plano por rectas que se cortan (con demostración), rectas paralelas, posiciones relativas de dos rectas en el espacio
- Ángulos entre rectas, paralelismo entre recta y plano, criterio de paralelismo de recta y plano (con demostración), perpendicular y oblicua a un plano
- Criterio de perpendicularidad de recta y plano
- Relación entre las perpendiculares y las oblicuas.
- Distancia de un punto a un plano
- Proyección de una oblicua sobre un plano
- Ángulo entre recta y plano.
- Teorema sobre las rectas perpendiculares a un plano
- Teorema de las tres perpendiculares. Recíproco.
- Aplicaciones de los conocimientos precedentes a las demostraciones y al cálculo geométrico incluyendo el cálculo de cuerpos

Los contenidos que se imparten en este nivel de enseñanza se ubican de manera acertada, pues parten del análisis geométrico en el plano hasta llegar a relaciones espaciales, es decir el estudiante a través de expresiones algebraicas y las representaciones geométricas de planos, relaciones de posición entre planos, entre rectas y planos y entre rectas en el espacio, entra en contacto directo con el medio donde vivimos y nos hemos desarrollado.

En las orientaciones metodológicas referentes al tema de Geometría analítica, enfatizan en el desarrollo de habilidades para el esbozo de figuras y cuerpos geométricos y se resalta en las posibilidades que brindan estos contenidos para mostrar a los alumnos las formas que tiene la Matemática de asegurar sus conocimientos, mediante la resolución de los ejercicios en que se apliquen diferentes métodos de demostración. Se proponen lograr las habilidades siguientes:

- Resolución de ejercicios de demostración en que se descubran propiedades geométricas, aplicando conceptos y relaciones de la Geometría plana, la ecuación general de la recta y las fórmulas estudiadas.

- Descripción de las cónicas como lugares geométricos y reconocimiento de los elementos que lo caracterizan.
- Identificación de las ecuaciones de de las secciones cónicas y determinación de ellas, de sus electos y representación gráfica.
- Determinación de las ecuaciones de las secciones cónicas, dados sus elementos o representación gráfica.
- Determinación de la posición relativa entre cónicas y la recta o cónicas entre si.

Desde principio de los años noventa en el Nivel Medio de Enseñanza se han venido produciendo ciertas modificaciones de los contenidos matemáticos que hasta entonces formaban parte del currículo del bachiller y por tanto resulta importante saber con exactitud cuáles son los conocimientos que han adquirido estos estudiantes para enfrentar las exigencias con que se imparten los contenidos de la Educación Superior, pues se están dando situaciones de bajo aprovechamiento docente, fundamentalmente en los primeros años, por lo que puede verse la necesidad de que los alumnos deben haber aprendido bien estos contenidos, para poder avanzar en sus carreras universitarias, también sucede que hay contenidos que ahora forman parte de otras asignaturas por ejemplo: en Física se explica (todo lo relacionado con la teoría de vectores, operaciones básicas como la suma, diferencia, producto de un vector por un escalar), por lo que se observa en consecuencia que adolecen de conocimientos básicos y de habilidades que le sean suficientes para un buen entendimiento de conceptos tales como, espacio vectorial, producto escalar (generalizado para vectores de n componentes) y producto vectorial.

Independientemente de que se le va prestando importancia a la visualización, pues las video clases muestran cómo obtener determinados resultados partiendo de las representaciones geométricas, se debe enfatizar más en las representaciones gráficas de cada una de las curvas y el trazado de sus elementos fundamentales a través del uso de asistentes, y como reconoce además la existencia de problemas con los recursos humanos (personal capacitado) y materiales (cantidad de computadores disponibles), y que las orientaciones solo hacen mención a estos como medios de consulta, resulta evidente, que es este un aspecto que debe y puede ser valorado y mejorado en las orientaciones metodológicas.

Lograr que el empleo de asistentes matemáticos en la impartición de los contenidos en la escuela, deban hacerse de manera sistemática, para así alcanzar un adecuado desarrollo de las habilidades y por consiguiente un aprendizaje de los conocimientos y que estos estén bien consolidados.

1.2.2. El estudio de la Geometría en la Matemática universitaria.

El diseño de la estructura de los conocimientos en el Sistema de Educación cubano se sustenta en una articulación horizontal y vertical, esto conduce a relacionar un nivel educacional con el precedente, es aquí donde la eficacia del proceso de aprendizaje puede ayudar o entorpecer el buen funcionamiento del sistema educacional. Esta observación se realiza a partir de la experiencia en la realización de las actividades docentes, donde resulta frecuente encontrar estudiantes que carecen de habilidades geométricas para poder identificar las características de los objetos matemáticos que son centro de análisis de esta disciplina.

Existen dos aspectos que refuerzan esta realidad educativa de la Geometría en la Matemática Básica, que se encuentran vinculados: en primer lugar con la modernización de los contenidos y en segundo con la actualización de los métodos de impartición de esta asignatura, al respecto se valora que para revertir esta situación se debe realizar un trabajo metodológico encaminado a la búsqueda de métodos más efectivos para impartir estos temas que deben estar en correspondencia con las exigencias actuales, donde se propicie la introducción de medios novedosos para el aprendizaje, además que conlleven a consolidar los conocimientos y por ende que despierten el interés y la motivación de nuestros estudiantes al recibir esta asignatura.

En consecuencia con lo planteado, sostenemos que la disciplina Geometría, reúne los elementos necesarios por su estructura y contenidos para convertirse en una rama primordial para este proceder, teniendo en cuenta los axiomas, conceptos básicos, definiciones, teoremas, demostraciones y aplicaciones, los que constituyen la estructura general de cualquier rama de la Matemática y que aparecen explícitamente expuestos en los contenidos geométricos.

La definición de los conceptos de Espacio en su forma más general, forman la base del estudio del Análisis matemático moderno a través de la Topología. Los contenidos asociados al concepto de Variedad diferenciable, forman hoy el lenguaje obligado de la

Ecuaciones Diferenciales y los Sistemas Dinámicos. Hoy en día en todas las disciplinas de la carrera de Matemática, desde el Análisis Matemático hasta las Estadísticas, el empleo de la terminología de la Geometría, se da no solamente en la representación analítica de rectas, curvas, planos y superficies, sino también en el empleo de Topologías y Filtros, Espacios Vectoriales, Topológicos, Espacios de Banach y Espacios Métricos, Variedades Diferenciadles, Estructuras Riemannianas, etc.

1.3. Desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje universitario

La Universidad Cubana no sólo prepara al individuo en el orden teórico y práctico para desempeñarse en determinada profesión, sino que ofrece una formación que abarca de manera integral el desarrollo de la personalidad de los estudiantes.

Actualmente la Educación Superior Cubana se orienta hacia la renovación del proceso de enseñanza aprendizaje pues tradicionalmente ha estado centrado en modelos de enseñanza, en los cuales se atendía a la materia y a la forma de impartirla, cuando en realidad se requiere de una óptica más ocupada por el sujeto que aprende, sus características personales y sociales, así como las necesidades profesionales que el territorio determina, es por todo esto que la flexibilidad del proceso de enseñanza potencia el aprendizaje, la formación de valores y la auto preparación científica.

Si somos consecuente con lo señalado anteriormente, debemos concebir un modelo de enseñanza aprendizaje en las universidades, que garantice un aprendizaje con estas características, donde el empleo de métodos y procedimientos didácticos en el proceso de enseñanza movilicen todos los recursos de que dispone el sujeto para enfrentar su aprendizaje y por otra parte se desarrolle la comprensión del contenido, con lo que se propiciará que la asimilación de los conocimientos sea profunda y tenga un carácter perdurable.

Esta cuestión todavía se evidencia como carencia, en algunas especialidades con una fuerte formación básica en Matemática, cuyas asignaturas siguen siendo, los obstáculos más fuertes que deben vencer los alumnos en su empeño por lograr éxito en su carrera. E incluso, cuando el estudiante por su esfuerzo y el de los “otros” es capaz de aprobar la asignatura, en muchos casos el nivel de apropiación, de esos conocimientos con los cuales aprobó el examen, es tan bajo que en el próximo semestre no es capaz de relacionar estos mismos conocimientos con otras propiedades de ese mismo objeto matemático o con otros objetos matemáticos de la propia disciplina u otra del currículo, lo que denota que no llegó a comprender la naturaleza y desarrollo del mismo, por lo que su aprendizaje no es sólido para enfrentar los nuevos conocimientos que la carrera le exigirá, con lo cual no solo se pone en peligro la permanencia del estudiante en nuestras aulas, sino también la calidad del profesional que necesita que formemos para el desarrollo científico técnico del país.

Entender la comprensión como proceso a desarrollar en el primer año universitario reconoce la necesidad de un desarrollo mental, pero centra su interés en las descripciones y representaciones a medida que se "construyen" mediante las interacciones que se desarrollan en una institución escolar dada, ya sea entre los alumnos, entre ellos y sus profesores, entre estos últimos y entre cualquiera de estos sujetos y el contexto social en el cual se desarrolla el proceso de aprendizaje.

Este enfoque general es compatible con el que están desarrollando y se pueden encontrar en diferentes trabajos de Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Contreras, Font, Luque, Ordóñez, 2005; Godino, Batanero y Roa, 2005; Godino, Contreras y Font, en prensa) los que han desarrollado un conjunto de nociones teóricas que configuran un enfoque ontológico y semiótico de la cognición e instrucción matemática, referenciado por Torres A, Martínez D. (2008).

En correspondencia con el enfoque del Modelo Histórico Cultural asumimos que **comprender un objeto matemático consiste en ser capaz de reconocer sus características, propiedades y representaciones; relacionarlo con otros objetos matemáticos y usarlo en toda la variedad de situaciones problémicas que sean propuestas por el profesor. Es decir, cuando puede comunicar la actividad matemática que realiza**.

Bajo esta perspectiva la comprensión asumida por un sujeto en un momento, difícilmente será total o nula, sino parcial. Se necesita por tanto, concebir por parte del profesor una secuencia de actividades que tengan como objetivo que la emergencia de objetos matemáticos personales como resultado de una organización didáctica diseñada a priori por el profesor.

Del otro lado del problema didáctico a resolver, el alumno habrá comprendido un objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diversas situaciones didácticas, en las que requerirá utilizar diferentes notaciones, así como convertir una representación en otra de manera natural, y además tenga la capacidad de poder expresarlo públicamente, con argumentos que demuestren que su pensamiento ha evolucionado tras un esfuerzo intelectual productivo y no igualar estas prácticas evaluativas con la participación "activa" de los estudiantes en las cuales solo se analiza si participó o no en clases, pero no si la misma se sustenta en un desarrollo de su pensamiento y actividad matemática concreta.

1.4 El sistema integrado de medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

1.4.1 Los medios de enseñanza.

Hemos encontrado una definición de medio de enseñanza que entendemos que se ajusta a nuestra visión de los medios, a la vez que es lo suficientemente completa, en el sentido que incluye los atributos críticos definitorios de los medios de enseñanza. Esta definición a la que nos referimos es la ofrecida por Escudero (1983): **" medio de enseñanza es cualquier recurso tecnológico que articula en un determinado sistema de símbolos ciertos mensajes con propósitos instructivos"**

Analicemos esta definición y con ello justificaremos los motivos de elección de la misma. El primer rasgo que se destaca es que un medio es un **recurso tecnológico**. Con ello se indica que un medio o material de enseñanza exige en primer lugar un hardware, un soporte físico-material. Con este dato, podemos distinguir a los medios de otros elementos educativos como son los objetivos, las actividades, los contenidos, etc. En segundo lugar en un medio debe existir algún tipo de **sistema de símbolos,** es decir, el medio debe representar a "algo" diferente de sí mismo. Debe poseer un referente que es simbolizado en el medio a través de ciertos códigos. El tercer rasgo es que el medio porta **mensajes**, comunica informaciones, significa algo. Pero, lo que diferencia al medio de enseñanza de otros medios informativos (prensa o TV) es el cuarto atributo, es decir, que dicho mensajes son elaborados con **propósitos formativos y no solo instructivo como plantea el referido autor.** Los directores de un periódico o canal televisivo no diseñan y elaboran sus mensajes con la finalidad específica de provocar aprendizaje en su audiencia y menos aún que éste se produzca en contextos escolares. Perseguirán informar, entretener, motivar, crear actitudes, etc. De la conjunción de estos cuatro rasgos definicionales, los medios de enseñanza, pueden ser diferenciados de otros elementos u objetos instructivos que a veces son confundidos con el término "medio". Nos estamos refiriendo a que bajo la categoría "medios de enseñanza" no caben ni formas o modos organizativos de la enseñanza (como pueden ser las demostraciones, las exposiciones, los trabajos en grupo, las excursiones, etc.) ya que estas no cumplen el atributo de "recurso tecnológico"; ni tampoco nuestra definición incluye herramientas e instrumentos de trabajo y mobiliario *escolar*, ya que ni las tijeras, rotuladores, folios, ..., ni por supuesto los pupitres, mesas o sillas, cumplen el atributo de "simbolizar", ni transmitir mensajes. Estos últimos son objetos reales como pueden ser los animales o plantas, pero no medios de enseñanza en el sentido que los hemos definido, pero pueden convertirse en ello, si estos son el contenido de estudio.

Una clasificación de los tipos de medios y materiales de enseñanza, la presentamos en el **Anexo 3**, aquí se incluye una pequeña descripción de las características de cada tipo de medio y se ejemplifican algunos materiales representativos de cada tipología.

Por las características de nuestro trabajo nos detendremos en los medios informáticos, Este conjunto de recursos, representativos de las denominadas "nuevas tecnologías", se caracterizan porque posibilitan internamente desarrollar, utilizar y combinar indistintamente cualquier modalidad de codificación simbólica de la información. Los códigos verbales, icónicos fijos o en movimiento, el sonido son susceptibles de ser empleados en los sistemas informáticos. El medio por excelencia que se incluye en esta categoría es el ordenador. Sin embargo, hoy en día la evolución de la informática es tan acelerada que el ordenador como hardware (teclado, pantalla, unidad central, impresora) no representa la totalidad de posibilidades de la informática. Por lo que aquí tenemos que incluir lo que se denomina como sistemas digitales que incluyen medios como la videoconferencia, el CD-ROM, la realidad virtual, y los distintos servicios de Internet: WWW, correo electrónico, Chat, etc.

1.4.2 El sistema integrado de medios.

La guía de estudio en el sistema de medios de enseñanza

Algo que inicialmente debe saber el profesor que elaborará la **guía de estudio** de la asignatura o curso, es la importancia y el papel que la misma desempeña, como parte del sistema de medios de enseñanza, en el modelo pedagógico al que tributa. Ningún medio de enseñanza por sí solo garantiza la calidad del proceso educativo, ni constituye un apoyo al desarrollo del proceso, por lo que tiene que estar plenamente integrado al modelo pedagógico establecido.

En cualquiera de las modalidades del modelo pedagógico cubano, **el papel del profesor es insustituible,** por su incidencia fundamental en la labor educativa, en la formación de valores y en la conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje; sin embargo, en la modalidad semipresencial aunque los medios no sustituyen al profesor, los materiales didácticos y recursos tecnológicos, por existir un menor contacto alumno-profesor, están llamados a reforzar en la práctica muchas de las funciones de los docentes: orientación, motivación, transmisión, recordación, indagación, discusión, retroalimentación y evaluación, entre otras.

La modalidad requiere por tanto de **medios de enseñanza** con características específicas, que favorezcan la actividad independiente del estudiante, proporcionándole orientaciones metodológicas y bibliográficas para que pueda dominar el sistema de conocimientos de forma lógica y estructurada, a partir de sus propias estrategias de aprendizaje.

En este contexto los medios están orientados a favorecer la autonomía, presentar la información adecuada de forma amena, motivar el estudio y mantener la atención, relacionar la experiencia y los conocimientos, propiciar la adquisición del conocimiento, la solución de problemas y la creatividad, y despertar curiosidad científica en el destinatario, posibilitando con todo ello el logro de los objetivos previstos. En particular en el postgrado estas características de autonomía, creatividad y actividad científica deben atenderse aún con mayor prioridad.

En sentido general resulta favorable una combinación de medios que faciliten la comunicación sincrónica y asincrónica. La primera, contribuiría a facilitar la comunicación, a simular y reconstruir situaciones cara a cara en los encuentros presenciales, mientras que la segunda ofrecería la posibilidad de adquirir e intercambiar información desde cualquier sitio y en cualquier momento, permitiendo a cada participante trabajar a su propio ritmo y tomarse el tiempo necesario para leer, reflexionar, escribir y revisar, antes de compartir las cuestiones o información con otros.

Los medios de enseñanza en la modalidad semipresencial juegan un papel fundamental en el proceso de aprendizaje, deben abordar muchas de las funciones

que el profesor realiza en la clase presencial tradicional y a través de los mismos debe transitar la mayor parte de la adquisición de contenidos por parte de los estudiantes.

En la modalidad semipresencial los medios deben conformar un sistema integral que garantice una efectiva complementariedad entre ellos. Hay que tener en cuenta que los contenidos fundamentales deben aparecer en los diferentes medios.

El **sistema integrado de medios** lo constituyen todos los materiales didácticos y recursos tecnológicos que están a disposición de los estudiantes para realizar con éxito su proceso de aprendizaje. Se conforma por medios impresos, audiovisuales e informáticos:

- ***Medios impresos:*** texto o fuentes de información básica, guía de estudio, guía de la carrera, guía del profesor, bibliografía complementaria y otros documentos impresos.
- ***Medios audiovisuales e informáticos:*** videos, trasparencias, audio casetes, radio y TV educativa, software educativo, materiales en formato digital, laboratorios virtuales, multimedia, correo electrónico, plataformas interactivas, y otros.

Un buen material didáctico dirigido a la enseñanza semipresencial debe cumplir un conjunto de requisitos generales, si bien adquieren características específicas en función del tipo de material de que se trate (guía de estudio, multimedia, etc.) y del soporte en que se ofrezca (impreso, CD-ROM, video, audio casete, programa radiofónico, plataforma interactiva, etc.). Deben aprovecharse al máximo las potencialidades que ofrece cada tipo de medio y recurso tecnológico.

En la modalidad semipresencial de la Educación Superior Cubana, caracterizada por el amplio acceso y que se desarrolla en diferentes escenarios de aprendizaje, se debe estructurar un sistema de medios que posibilite el aprendizaje en disímiles condiciones, desde una persona aislada sin recursos tecnológicos hasta la situación más favorable, en la que dispone de todos esos recursos, incluida la conectividad “en línea" con los servidores de la universidad. Este enfoque en ocasiones se ha dado en llamar “a todo-terreno”, término que si bien no resulta muy académico, sintetiza muy bien la idea que se quiere lograr.

Se trata, en esencia, de responder a la pregunta: ¿Cuál será ese sistema de recursos que requiere una asignatura o curso para que pueda cumplir el objetivo de ser viable en cualquier circunstancia pedagógica?

En las condiciones actuales sería conveniente que acompañando a la guía y al texto en formato impreso, la mayoría de los medios complementarios que utilicen los estudiantes para el estudio aparezcan en un CD, que esté disponible en los centros de recursos de aprendizaje territoriales.

Lo más conveniente es que la guía de estudio se encuentre en formato impreso y que los restantes medios que se requieren estén disponibles en los centros de recursos de aprendizaje territoriales.

La guía de estudio de la asignatura o curso en la modalidad semipresencial, juega por tanto un papel esencial, ya que asume gran parte de las actividades que los profesores realizan en las clases presenciales tradicionales, por la menor frecuencia del contacto alumno-profesor y a su vez ejerce una función **articuladora de los restantes medios didácticos.**

La articulación de la guía de estudio con los restantes medios didácticos, resulta un elemento esencial a tener en cuenta por los profesores encargados de su elaboración.

La guía de estudio sin embargo, no puede pretender sustituir al texto o a las fuentes de información básica, ni incorporar en exceso información que atente contra la necesaria búsqueda y consulta de diversas fuentes que debe realizar el estudiante en su aprendizaje para vencer la materia; es necesario evitar el desuso de la bibliografía básica y de consulta, así como también el exceso de facilismo por parte del estudiante.

En la concepción y diseño del sistema de medios debe preverse por otra parte, que el proceso de informatización del país avanza aceleradamente y en un futuro no lejano, se podrá contar con la interconexión y suficiente ancho de banda, que posibiliten la utilización de forma masiva de las plataformas de tele formación en el Proceso de Universalización de la Educación Superior.

Los materiales didácticos que se elaboren para las actuales condiciones, deben posibilitar su fácil y progresiva adaptación, reutilización y completamiento, acorde a las nuevas posibilidades que brindarán los recursos tecnológicos.

¿Qué es la guía de estudio?

En correspondencia con lo anterior, la guía de estudio es un material didáctico importante que orienta y facilita el aprendizaje de los estudiantes que desarrollan sus estudios en la modalidad semipresencial, reforzando la actividad del profesor en las condiciones de menor tiempo de contacto con el alumno que caracteriza a esta modalidad.

Para garantizar que la guía de estudio sea asequible a los estudiantes en los diferentes escenarios donde pueda realizar el estudio individual, debe estar en formato impreso, aunque en los casos que los recursos tecnológicos disponibles lo posibiliten, debe existir además en formato digital, acompañando en la orientación del aprendizaje, a los otros materiales didácticos contenidos en los soportes de CD, DVD o en la plataforma de tele formación.

Entre las principales funciones que debe jugar la guía de estudio están las siguientes:

- Contiene indicaciones sobre cómo abordar la bibliografía básica y los otros materiales de estudio, así como, sobre la forma de relacionar las distintas fuentes de información, por lo que ejerce una función articuladora del sistema de medios de enseñanza.
- Debe contribuir a orientar el aprendizaje de los estudiantes, desarrollar la capacidad de aprender, enseñar al alumno a pensar, a orientarse independientemente, despertar su creatividad y a desenvolverse en el aprendizaje colaborativo, lo que la convierte en un medio fundamental de comunicación pedagógica entre los profesores y los estudiantes. Tal condición exige un cuidadoso diseño y elaboración.
- Es importante que propicie la formación integral del estudiante, el fortalecimiento de sus valores, su educación patriótica y humanista, su desarrollo como activista de nuestra Revolución socialista, así como la orientación profesional de los estudios que realiza.
- Entre sus funciones figuran también, estimular el proceso de aprendizaje suscitando motivaciones que animen a emprender el esfuerzo y a renovarlo en cada etapa, permitir que en el educando se despierte el espíritu de búsqueda e indagación, así como facilitar el autocontrol del proceso por el estudiante posibilitando la retroalimentación y la auto evaluación.
- Debe responder en su organización a los distintos momentos del proceso de aprendizaje que tiene que realizar el estudiante para favorecer el estudio independiente, por lo que facilita de forma concreta, tema a tema, dicho proceso.
- La guía de estudio debe tener en cuenta el amplio acceso de la matricula, la diversidad de las fuentes de ingreso, los diferentes escenarios educativos que caracterizan a la modalidad semipresencial y ofrecer la posibilidad de que el alumno marche a su propio ritmo.

¿Qué elementos debemos tener en cuenta para la elaboración de la guía?

1. **El plan de estudio de la carrera o del programa de postgrado.** Ayuda al profesor a ubicar la asignatura o curso dentro del plan de estudio de la carrera o del programa de postgrado según sea el caso y a establecer las relaciones interdisciplinarias que debe contemplar en la elaboración de la guía de estudio.
2. **El programa de la asignatura o curso,** documento rector para que el autor estructure y desarrolle el contenido de la guía de estudio. En el mismo aparecen los objetivos, las habilidades y los valores que se necesitan desarrollar, lo que resulta imprescindible para la elaboración de la guía de estudio.
3. **Las fuentes de información básica y en particular el libro texto en el caso de los estudios de pregrado,** pues de su calidad didáctica y actualización dependerá el tratamiento de los contenidos en la propia guía de estudio, y la cantidad de materiales complementarios que se orienten consultar al estudiante.
4. **Tener una clara concepción del resto de los medios didácticos y materiales complementarios,** para que la guía de estudio juegue el papel articulador que le corresponde en el sistema de medios de enseñanza.
5. **El nivel y grado de madurez del alumnado**, así como su capacidad de comprensión lógica y conocimientos previos, necesario para poder modelar el proceso de aprendizaje.
6. **La estimulación del estudiante** para que realice las actividades que lo llevarán a la consecución de los objetivos.
7. **La motivación del autor para escribir la guía**, modelando el aprendizaje paso a paso.
8. **Las vías mediante las cuales organizará la comprobación del aprendizaje** de forma continúa por parte del estudiante.

¿Qué es la guía formativa?

Cuando hablamos de una guía formativa para el proceso de formación del profesional en las sedes universitarias, nos estamos refiriendo a una **elaboración didáctica del profesor que centrada en los objetivos como transferencia didáctica del problema profesional y el diagnóstico de los alumnos sea** contentiva de la base orientadora para la realización del proceso de acciones y operaciones de las tareas para el trabajo independiente que debe realizar el alumno mediante su autoaprendizaje y el trabajo con el tutor en la sede para alcanzar los objetivos formativos propuestos.

Algunas de las características de la guía formativa.

- Debe ser potenciadora del autoaprendizaje del alumno como forma de organización del espacio semipresencial que se gesta en la sede universitaria aprovechando a plenitud las potencialidades que ofrece esta y los recursos y fuentes de las nuevas tecnologías y la informática que ha puesto a su haber los programas de la revolución educacional.
- Potenciar la integración de la unidad de lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador en la formación profesional del alumno dado que la guía es formativa y no solo instructiva, ella debe contribuir a la formación de un profesional revolucionario, con una cultura general que le permita en el futuro contribuir al desarrollo científico técnico de la sociedad.

Capítulo 2: Propuesta del sistema integrado de medios para favorecer la comprensión de la geometría en la matemática básica en el modelo semipresencial.

2.1 Diagnóstico de necesidades del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en la Matemática Básica.

Con el objetivo de constatar el problema que da origen a la investigación y realizar el diagnóstico de necesidades para establecer las dificultades fundamentales del proceso de enseñanza aprendizaje que permitirán la orientación adecuada en el estudio de la Geometría en la Matemática Básica, se utiliza la metodología de investigación cualitativa.

Se aplicó los siguientes métodos: análisis de documentos, pruebas de diagnóstico, constatación de los exámenes finales de 4 cursos terminados, encuestas a profesores y a estudiantes y entrevistas a profesores y estudiantes.

Se utilizó como muestra 12 profesores que han impartido la asignatura de Matemática Básica en cinco sedes municipales de la provincia: Placetas, Cifuentes, Ranchuelo, Sagua y Santa Clara y 31 estudiantes de las Carreras de Ingenierías Agropecuaria y de Procesos Agroindustriales, de 1ro, 2do, 3ro y 4to año.

2.1.1 Análisis documental

En este método se utiliza la investigación cualitativa. Con vista a orientar la revisión a efectuar se confeccionó una guía, véase **Anexo 4**. Para desarrollar los dos primeros aspectos de la guía se revisaron las orientaciones que los programas de la Matemática Básica en la Universidad, las orientaciones que los programas de la Matemática en la enseñanza media y actas de exámenes.

Valoración de los resultados.

- En la **revisión de documentos de la enseñanza media** se observó que no se recomienda otro elemento para el estudio que no sea el libro de texto y el uso de la computadora.
- En las orientaciones metodológicas de la Matemática Básica se observa que no se insiste en la comprensión de la geometría, solo se presta especial atención a la modelación matemática. Y no se recomienda el uso de medios para favorecer la comprensión de la matemática.

- En un análisis realizado a los programas **(**Ver **Anexo 5**) de la Matemática Básica para las carreras de Ingeniería Industrial y Agropecuaria como parte del diagnostico sobre el cual se diseño este proyecto, se encontraron varios programas con escasa sistematización entre los objetivos, los contenidos, y los métodos de enseñanza (incluso existen programas que solo consisten en un listado de contenidos). Se percibe en la organización de los contenidos plasmada en los programas una influencia notable de la estructura formal del procedimiento de resolución, por lo que predomina en ellos un enfoque abstracto con escasa relación con los fenómenos del dominio de definición .Las orientaciones metodológicas aportan escasos elementos y en algunos casos con sugerencias metodológicas muy puntuales.
- El texto básico "Precálculo Funciones y Graficas" impone el predominio de trabajo algorítmico y no así las actividades de sistematización con una colección de ejercicios con sus diferentes niveles de desempeños a resolver con el uso de medios informáticos.

Varias causas relativas a los procesos de aprendizaje provocan escasa comprensión de los problemas geométricos. Se parte de que el proceso de aprendizaje de la matemática resulta difícil para los estudiantes de cualquier nivel de enseñanza y aún más cuando de la geometría se trata, es por ello que para enfocar este, en la enseñanza de esta asignatura se debe dirigir su objetivo a clarificar los obstáculos inherentes a su aprendizaje, plegándonos al aspecto, donde el objeto geométrico sea tratado como poseedor de dos componentes, uno conceptual y otro figural.

Gran parte de los estudiantes presentan un bajo aprovechamiento docente, en los primeros años donde predominan las puntuaciones de 3.

2.1.2 Encuesta a profesores y estudiantes

Con el objetivo de:

- conocer los contenidos de secciones cónicas y geometría analítica que mayor incidencia tienen en la Matemática Básica.
- cuáles son los contenidos de la Matemática Básica que mayores dificultades presentaron.
- causas de las dificultades que consideró el encuestado incidió en el aprendizaje de las secciones cónicas y geometría analítica.

Se realizaron encuestas a 12 profesores que han impartido la asignatura de Matemática Básica en cinco sedes municipales de la provincia: Placetas, Cifuentes, Ranchuelo, Sagua y Santa Clara y 31 estudiantes de las Carreras de Ingenierías Agropecuaria y de Procesos Agroindustriales, de 1ro, 2do, 3ro y 4to año y estudiantes, ver en **Anexo 6** las encuestas realizadas.

Después de hacer un análisis de la encuesta realizada a estudiantes y profesores, se pudo conocer que el 60% de los estudiantes dijeron tener dificultades en las secciones cónicas, el 25% geometría analítica, el 10% en trigonometría y el 5% geometría plana.

Se puede concluir que de los elementos de Geometría en la Matemática Básica las mayores dificultades están en las secciones cónicas y geometría analítica formando parte de la línea directriz geometría en la enseñanza media.

Sobre los medios que utilizan para el estudio independiente, todos plantearon que solo utilizan las libretas de notas y el libro de texto. El 100% dijo considerar importante la utilización de otros materiales que contribuyan a su auto preparación, pero que no tenían disponible ninguno de ellos, por eso no utilizaban otros diferentes a los tradicionales: texto y libreta de notas de clase

En la encuesta realizada a profesores:

El 55% manifiesta que en secciones cónicas y geometría analítica los alumnos presentan muchas dificultades, el 30 % en trigonometría y el 15% en geometría plana.

El 73% de los profesores considera que en falta de otros medios para su preparación están las mayores dificultades y el 27% considera que están en la falta de conocimientos mínimos.

El 100% de los profesores encuestados opinan que los estudiantes llegan a la Universidad sin los conocimientos necesarios sobre las secciones cónicas y geometría analítica para enfrentar los contenidos esenciales del nivel y que una posible solución es crear materiales diversos para el estudio de manera autónoma. Se constato que el uso de los medios es una dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje para estudiantes y profesores y que hasta el momento no existe en la enseñanza un diseño para resolver tal situación.

2.1.3 Entrevista semiestructurada a profesores y estudiantes

En el **Anexo 7** aparecen los aspectos a considerar en las entrevistas.

Como resultado de la entrevista que se les hizo a estudiantes y profesores se detectaron las siguientes regularidades.

- Los estudiantes no tienen métodos apropiados para el aprendizaje de la Matemática en el nivel superior.
- Dificultades de los estudiantes por las formas de estudio y la organización que le dan a sus clases los profesores universitarios.
- Los estudiantes presentan problemas con los cambios en el pensamiento matemático para el nivel superior y con la inestabilidad de las “ayudas “del profesor.
- Dificultades por parte de estudiantes y profesores para acceder a las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, y por tanto para su aplicación en el proceso docente educativo.
- Los profesores de la universidad prestan poca atención al conocimiento y a la preparación real de los estudiantes al iniciar los estudios universitarios, no se realiza un diagnóstico real de los conocimientos. En particular no conocen de qué forma se define y trabaja con las ecuaciones en la enseñanza media.
- Los estudiantes no están interesados en la Matemática que reciben en sus estudios pues no perciben la utilidad de la misma.

En los resultados en la entrevista a profesores con más de 5 años de experiencia se obtuvo que en estos cinco años los estudiantes hayan presentado grandes dificultades con la geometría, han utilizado muy poco los laboratorios de computación y como bibliografía solamente cuentan con el libro de texto y la libreta de notas.

En **entrevistas realizadas a profesores** de la provincia afirman que:

- Se usa excesivamente el método expositivo en la enseñanza
- No se utilizan los medios de enseñanza.
- Los estudiantes comienzan el nivel superior con conocimientos básicos deficientes.

2.1.4 Realización de pruebas

Ver **Anexo 8**, los textos de las pruebas aplicadas.

Las **pruebas de diagnóstico** con el fin de valorar en que nivel los estudiantes que ingresan en la Universidad poseen los conocimientos sobre las secciones cónicas y geometría analítica.

Constatación de los **exámenes finales** de la asignatura durante 4 cursos con el objetivo de valorar los resultados en el conocimiento de las curvas y rectas evaluadas. Ver **Anexo 9**

Al realizar el análisis de los resultados obtenidos se constató lo siguiente:

- En la prueba **de diagnóstico** se encontró que:
  - ✓ En el inicio del curso escolar el 98% de los estudiantes presentaron dificultades en geometría, fundamentalmente en geometría analítica y secciones cónicas.
  - ✓ El 35% de los estudiantes presentó dificultades en como identificar las curvas,
  - ✓ El 47% en como determinar la relación de posición entre curvas y rectas
  - ✓ Y el 18% en los dos aspectos, o sea, en identificar las curvas y en determinar la relación de posición entre curvas y rectas.
- Los resultados obtenidos en exámenes finales en el período 2004-2008 son los siguientes:
  - ✓ Se constató en los resultados apreciados que de los 204 estudiantes matriculados hasta el curso 2004-2008, solo se presentaron a pruebas finales 122 y aprobaron 92 que representa el 45,1%, de los presentados.
  - ✓ 83 estudiantes obtuvieron notas de 2 y 3 puntos y solo 39 estudiantes obtuvieron notas de 4 y 5.
  - ✓ De los 82 estudiantes no presentados se pudo conocer que gran parte de ellos la causa es la de no estar preparados para presentarse a un examen.

2.1.5 Valoración de los resultados obtenidos

Al realizar el análisis de los resultados obtenidos durante la aplicación de los diferentes métodos se constató lo siguiente:

- La enseñanza de la geometría debe ser orientada en función del papel que ella desempeña en la formación de un profesional, es decir, por una parte ayudar a la formación de la mentalidad y por otra, la de constituir un instrumento para investigar en otras ramas de la matemática.
- La utilización de la computación en su enseñanza contribuye a disminuir las deficiencias en lo concerniente al desarrollo del pensamiento abstracto al presentar a los estudiantes la geometría no en forma estática sino dinámica.

- La necesidad de diseñar un sistema de medios que favorezca la comprensión de la geometría que permita ofrecer diversos tipos, y que permita visualizar diferentes formas de resolución.
- En el tema de la secciones cónicas y geometría analítica del grado 11 grado se enfatiza en el desarrollo de habilidades para encontrar un procedimiento de solución se resaltan las posibilidades que brindan estos contenidos para mostrar a los alumnos las formas que tiene la matemática de asegurar sus conocimientos, mediante la resolución de los ejercicios en que se apliquen diferentes vías de solución y sin embargo no se logra. Los estudiantes deben apropiarse de los conocimientos básicos para estar preparados para los estudios universitarios y esto no sucede pues de acuerdo a mi experiencia y la de varios colegas, hemos observado que en el primer año de este nivel el tratamiento de la geometría, casi en los mismos términos que como se presento en el preuniversitario y en secundaria básica. Pese a que en la universidad se pretende ampliar y profundizar sobre este tema.
- En la práctica, la enseñanza de la geometría ha dependido principalmente de los textos que utilizan los profesores. Por medio de un análisis de los textos y de artículos de investigación especializados, he notado dos tendencias fundamentales en la enseñanza de la geometría. En una de ellas predomina la organización del contenido clásico como se estructura en geometría para finalmente buscarle sus aplicaciones, y en la otra, el contenido se genera a través de la necesidad de resolver problemas prácticos.

En la Geometría en la Matemática Básica reúne los elementos necesarios para convertirse en una rama primordial para un trabajo metodológico encaminado a la búsqueda de métodos más efectivos para impartir los contenidos, que deben estar en correspondencia con las exigencias actuales, donde se propicie la introducción de medios novedosos para el aprendizaje, además que conlleven a fijar con mayor solidez los conocimientos y por ende que despierten el interés y la motivación de nuestros estudiantes al recibir esta asignatura. Se presenta la necesidad de un diseño que ponga énfasis en el proceso de hacer matemáticas y en la exploración de la naturaleza del conocimiento en matemáticas.

2.2 Estructura y propuesta del sistema integrado de medios para favorecer la comprensión de la Geometría en la Matemática Básica.

El sistema integrado de medios para favorecer la comprensión de la Geometría en la Matemática Básica está estructurado a partir de la concepción de diversos materiales complementarios para estudiantes y profesores, para los estudiantes mediante dos guías de estudio se integran y sistematizan el sistema de medios concebidos para contribuir a la comprensión de los elementos de Geometría que fueron objeto de estudio, y que son los elementos matemáticos fundamentales de la geometría analítica y las secciones cónicas.

- El nivel de complejidad de los problemas a tratar.
- El objetivo que se pretende lograr en cada uno de ellos.
- La relación interdisciplinaria que se da entre los problemas a resolver.

La articulación de la guía de estudio con los restantes medios didácticos, resulta un elemento esencial a tener en cuenta. En la propuesta se establecen dos guías de estudio cuyos títulos son:

Guía de estudio para la geometría analítica.

Guía de estudio para las secciones cónicas.

Con la aplicación de este sistema de medios para favorecer la comprensión de la geometría en la Matemática Básica se pretende que el estudiante pueda realizar mayor cantidad de ejercicios y con mayor grado de dificultad, además que pueda visualizar un gran número con un alto nivel de variedad de ejercicios resueltos, para que se pueda preparar de manera independiente y contribuir así al proceso docente y que fluya de manera amena, con un ambiente favorable donde los estudiantes se sientan motivados.

Las guías de estudio se articulan con:

Materiales Impresos.

- Libro de texto. Precálculo Gráfica y Funciones.
- Bibliografías Complementarias: Libros de texto de 10mo, 11no y 12mo grado.
- Guía del programa.

Medios audiovisuales

- Software educativo. Eureka (Preuniversitario)
- Materiales complementarios.
    - ✓ Presentaciones en Power Point, Documentos en formato PDF, Documento en

EXCEL y Documentos en Word.

De otra forma podemos expresar que el sistema integrado de medios está formado por dos partes una para profesores y otra para estudiantes, la de los profesores tiene las orientaciones metodológicas de los temas:

Geometría Analítica y Secciones Cónicas y la parte de los estudiantes se divide en tres partes:

I. Documentos generales.
II. Geometría analítica.
III. Secciones cónicas.

I.-a) elementos matemáticos Eureka.

II.-a) ejercicios, b) documentos, c) complementos, d) bibliografía, e) guía de estudio

III.- a) ejercicios, b) documentos, c) complementos, d) bibliografía, e) guía de estudio

Esto se puede mostrar mediante el esquema que se muestra en el **Anexo 10.**

A continuación se exponen las dos guías realizadas.

GUÍA DE ESTUDIO

Título: GEOMETRÍA ANALÍTICA DEL PLANO.

SUMARIO:

- Sistema de coordenadas cartesianas en el plano. Localización de puntos.
- Distancia entre dos puntos en el plano.
- Estudio general de las ecuaciones de la recta en el plano:

  Forma general, punto-pendiente, pendiente y ordenada en el origen, forma simétrica y dados dos puntos
- Concepto de pendiente de una recta, dados dos puntos por donde pasa.
- Condición de paralelismo y perpendicularidad entre dos rectas coplanares.
- Gráfica de funciones. Transformaciones geométricas elementales.

OBJETIVOS

1. Situar puntos dadas sus coordenadas, en un sistema de referencia de coordenadas rectangulares.
2. Determinar la distancia entre dos puntos situados en un mismo plano.
3. Reconocer las diferentes formas de las ecuaciones de una recta en el plano.
4. Determinar la pendiente de una recta dados dos puntos por donde ella pasa.

5. Determinar la pendiente a partir de la forma general de la recta.

6. Especificar el ángulo de inclinación de una recta a partir del valor de su pendiente.

7. Resolver problemas geométricos en que intervengan rectas coplanares.

8. Establecer la condición de paralelismo y perpendicularidad entre rectas.

PRE-REQUISITOS:

Es necesario que antes de estudiarse los tópicos de este sumario se revisen los siguientes aspectos básicos para la comprensión del contenido del tema:

- Puntos y rectas. Representación gráfica
- Punto Medio de un segmento.
- Cuadriláteros. Propiedades.
- Triángulos.
- Área y Perímetro.

TAREAS A DESARROLLAR

<u>Para conocer que es geometría analítica y algunos elementos de su historia puede ver el documento—Geometría Analítica de la recta en el plano.</u>

Si tiene dificultades en algunos de los prerrequisitos puede consultar los documentos complementarios siguientes *<u>- Puntos y rectas. Representación gráfica</u>*, *<u>- Punto Medio de un segmento.</u>*, *<u>- Cuadriláteros. Propiedades, - Triángulos. y - Área y Perímetro.</u>*

Estudie el siguiente PROBLEMA

Determinar el área del paralelogramo limitado por las rectas definidas por las ecuaciones:

$$\mathbf{2x-3y+6=0} \quad , \quad \mathbf{y=\frac{2}{3}(x-1)}, \qquad \mathbf{y=2}, \qquad \mathbf{y+1=0}$$

En este problema, tenemos la imperiosa necesidad de hacer un esbozo de la gráfica de dicho paralelogramo por lo que es obvia la necesidad de poder trazar dichas rectas adecuadamente en un sistema de coordenadas. Además, la condición de paralelismo es en extremo evidente su necesidad en el uso para poder comprobar que se trata de un paralelogramo.

SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS RECTANGULARES

Se le conoce con este nombre a todo sistema de referencia formado por la intersección de dos ejes mutuamente perpendiculares.

Para la localización de un punto en un sistema de coordenadas cartesianas basta tener en cuenta que todo punto P tiene fija su posición por las coordenadas siguientes:

a) “x” distancia del punto al eje de ordenadas.

b) “y” distancia del punto al eje de las abscisas.

A ambas se les denomina coordenadas rectangulares de P, y se denota por: P (x; y)

Cuando sucede que x = 0 el punto entonces se encuentra sobre el eje “y”, y cuando y = 0 el punto está sobre el eje de las abscisas.

El origen de coordenadas, punto de intersección de ambos ejes coordenados, tiene ambas coordenadas nulas, y se denota por (0,0).

Es bueno destacar que ambos ejes dividen el plano en cuatro subregiones denominadas CUADRANTES y que dichos cuadrantes se denominan por:

a) Primer cuadrante: ambas coordenadas positivas. (I)

b) Segundo cuadrante: abscisas negativas y ordenadas positivas (II)

c) Tercer cuadrante: ambas coordenadas negativas. (III)

d) Cuarto cuadrante: abscisas positivas y ordenadas negativas. (IV)

Cuando uno de las coordenadas es nulo el punto se encuentra situado en alguno de los ejes, como ya fue señalado, y en este caso, no pertenecen a ningún cuadrante, se dice que están sobre el eje correspondiente.

EJEMPLO ILUSTRATIVO:

Situar en un sistema de coordenadas cartesianas rectangulares los siguientes puntos especificando en qué cuadrante se encuentra cada uno:

$P_1(3;2)$, $P_2(1;-2)$, $P_3(-1;-4)$, $P_4(2;0)$, $P_5(0;-4)$, $P_6(-2;3)$

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS EN EL PLANO

En muchas ocasiones es necesario determinar la distancia entre dos puntos situados en el sistema de coordenadas cartesianas.

La fórmula para la determinación de la distancia entre dos puntos $P_1(x_1; y_1$ y $P_2(x_2; y_2)$ situados en un mismo plano viene dada por la expresión:

$$\mathbf{d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

La deducción de dicha fórmula es bien simple, bastará con situar en un sistema de referencia estos dos puntos y aplicar el teorema de Pitágoras. HÁGALO.!!!

EJEMPLO ILUSTRATIVO: Clasificar el triángulo según la longitud de sus lados, sabiendo que sus vértices son: A (5; 1), B (3;-3) y C (8; 10).

Es importante hacer observar que para calcular las longitudes de los lados de dicho triángulo dados sus vértices, bastará con hallar la distancia entre cada dos vértices y concluir de qué tipo de triángulo estamos hablando.

Inicialmente es muy conveniente hacer un esquema de referencia, situando en un mismo plano coordenado los tres puntos que corresponden con los vértices de dicho triángulo.

De modo entonces que son rectas las definidas por las ecuaciones siguientes:

a) $3x + 5y - 10 = 0$, b) $2x - y = 0$, c) $4y - 5 = 0$, d) $x = 0$, e) $x = 1$

Es menester señalar que la ecuación a) representa una recta con interceptos en los dos ejes coordenados, la ecuación b) pasa por el origen, la ecuación c) representa una que es paralela al eje "x" , la d) representa el eje de las ordenadas y la e) es una recta que es paralela al eje "y".

<u>Si tiene alguna dificultad de cómo solucionar ejercicios sobre distancia entre dos puntos vea el documento Ejercicios sobre distancia entre dos puntos.</u>

INTERCEPTOS DE UNA RECTA CON LOS EJES COORDENADOS:

"Son los puntos P(x; y) en que dicha recta corta a los ejes coordenados".

Para la determinación de los interceptos basta hacer cero una variable en la ecuación y determinar el valor de la otra variable.

EJEMPLO: Representar geométricamente la recta definida por: $3x - 2y - 6 = 0$.

Una forma sencilla y fácil de representar una recta en un plano es determinando sus interceptos.

Hallemos los interceptos:

a) Intercepto con el eje "x": Si $y = 0$ entonces $3x - 6 = 0$ luego $x = 2$. Por tanto A (2; 0).

b) Intercepto con el eje "y": Si $x = 0$ entonces $-2y - 6 = 0$ luego $y = -3$. Por tanto: B (0:-3).

Ubicando en un sistema de coordenados A y B podremos fácilmente trazar la gráfica de dicha recta. Hágalo!!!

FORMA GENERAL DE LA ECUACION DE LA RECTA EN EL PLANO.

DEFINICIÓN: "Toda ecuación en la forma $Ax + By + C = 0$ representa una recta en el plano, siendo A, B, C constantes reales tales que A y B no sean nulas al mismo tiempo.

La ecuación anteriormente mencionada se denomina

FORMA GENERAL DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA EN EL PLANO.

Discusión de la ecuación de la recta en su forma general:

$\mathbf{Ax + By + C = 0, \quad A, B, C \in R,}$ **A y B no nulos simultáneamente.**

1.- Si $\mathbf{A \neq 0, B \neq 0, C \neq 0:}$ la ecuación representa una recta con interceptos en los dos ejes.

Nótese que: Si $\mathbf{Ax + By + C = 0 \Rightarrow y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \Rightarrow y = mx + b}$**.**

Precisamente a esta nueva forma de la ecuación de la recta en el plano, se le denomina **Pendiente e intercepto sobre el origen.**

En este caso la pendiente viene dada por "m". Este concepto será estudiado más en detalles, y (0; b) es el punto intercepto con el eje "y".

Este tipo de ecuación siempre nos representa una recta con intercepto en ambos ejes.

Es fácil ver que siempre en estos casos, la gráfica de la recta, representa a una función, de facto, se le denomina FUNCION LINEAL a aquella que adopta la forma y = mx + b.

2.- Si $\mathbf{A = 0, B \neq 0, C \neq 0:}$ la ecuación representa una recta que es paralela al eje de las abscisas.

Nótese que: $\mathbf{By + C = 0 \Rightarrow y = -\frac{C}{B} = b}$

En este caso la recta representa a una función denominada **FUNCIÓN CONSTANTE.**

Es menester señalar que el dominio de dicha función es todo R y que su imagen es el conjunto unitario cuyo único elemento es "b". Recuerde que efectivamente, la gráfica de toda función constante es una recta paralela al eje "x".

Además, no olvide que en este caso, la función es "francamente" no inyectiva.

3.- Si $\mathbf{A \neq 0, B = 0, C \neq 0:}$ la ecuación representa una recta que es paralela al eje de las ordenadas.

Nótese que: $\mathbf{Ax + C = 0 \Rightarrow x = -\frac{C}{A} = a}$

Este es un caso más interesante, de una recta, cuyo gráfico no representa una función, puesto que un mismo elemento del conjunto de partida tiene infinitas imágenes todas diferentes. Aquí la relación entre los elementos de los conjuntos de partida y llegada no es unívoca.

4.- Si $\mathbf{A \neq 0, B \neq 0, C = 0:}$ la ecuación representa una recta que pasa por el origen.

Nótese que: $\mathbf{Ax + By = 0 \Rightarrow y = -\frac{A}{B}x = m\,x}$

El número “m” se denomina pendiente de dicha recta, el cual analizaremos más en detalles. Observe especialmente que la pendiente “m” a partir de la forma general viene dada por $\mathbf{m = -\frac{A}{B}}$.

Una recta que tenga esta ecuación representa también a una función, que se denomina FUNCIÓN AFIN.

Es importante observar que según sea el signo de “m” el ángulo que ella forma con el semieje de las abscisas será agudo u obtuso. Recuerde que, para “m” positivo, ángulo agudo y para “m” negativo ángulo obtuso. Cuando m = 0 entonces la recta es paralela al eje “x”. En este caso representa una función constante.

Pendiente de una recta en el plano dados dos puntos.

Se define la pendiente de una recta que pasa por los puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2,y_2)$ viene dada por: $\mathbf{m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad x_2 \neq x_1}$

La pendiente es este número obtenida por el cociente entre las diferencias de ordenadas y abscisas de dichos puntos siempre que el denominador no se anule. Nótese que si $x_2 = x_1$ entonces la recta es paralela al eje de ordenadas y en este caso se dice que la pendiente se hace infinita. (Lo estudiaremos en la asignatura Matemática I).

También es importante conocer, por sus múltiples aplicaciones a la Física, que la pendiente “m” es la tangente del ángulo de inclinación de dicha recta. Recuérdese que el ángulo de inclinación es el formado por la recta medido a partir del semieje positivo de las abscisas, en sentido antihorario.

Por tanto: $\mathbf{m = \tan\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x}}$. Mediante esta forma alternativa para definir la pendiente de una recta, queda justificado plenamente lo que planteamos en relación con el tipo de ángulo formado por la recta con el semieje positivo de las abscisas.

FORMA DE LA ECUACIÓN DE LA RECTA DADOS DOS PUNTOS

Sean dos puntos $P_1(x_1, y1)$ y $P_2(x_2, y2)$ los cuales determinan una recta dada L. La ecuación de la recta L viene dada por $\mathbf{\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$

Si anteriormente dijimos que la expresión que aparece en el segundo miembro de la ecuación es la pendiente "m" de dicha recta, entonces obtenemos una nueva forma para dicha ecuación: $\mathbf{\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\Rightarrow\frac{y-y_1}{x-x_1}=m\Rightarrow y-y_1=m(x-x_1)}$

La cual se denomina forma **PUNTO-PENDIENTE.**

Es menester aclarar que el punto que se tome para la determinación de la recta conocida su pendiente, puede ser cualquier punto que se sepa que está sobre dicha recta. De modo que si se conocen dos, uno cualquiera puede usarse, siempre que previamente se haya determinado la pendiente**.**

También es posible que se conozcan de una recta sus dos interceptos con los ejes coordenados, a saber, A(a; 0) y B(0; b) siendo respectivamente los interceptos con el eje "x" y con el eje "y".

En tal caso, al aplicar la forma dados dos puntos ya analizada, y después de realizar algunas transformaciones algebraicas se arriba a la conclusión $\mathbf{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1}$

Nota: Cuando en la asignatura Algebra Lineal, se estudie lo relacionado con los DETERMINANTES, los estudiantes interesados en esta cuestión, podrían investigar acerca de una forma de expresión para una recta en el plano, dados dos puntos, expresable en forma de un determinante de tercer orden.

<u>*Para aclarar cualquier dificultad que pueda presentarse sobre la pendiente de una recta remitase a documento—Pendiente de una recta.*</u>

EJEMPLO ILUSTRATIVO

1) Una recta L pasa por los puntos A (3; 2) y B (-5; 3). Determinar:

a) Su pendiente.

b) ¿Qué tipo de ángulo forma dicha recta con el semieje positivo de las abscisas? Explicar.

c) La ecuación de la recta L.

d) Expresar la ecuación anterior en su forma general.

e) Comprobar que la pendiente obtenida en a) se corresponde con la expresión $\mathbf{m=-\frac{A}{B}}$,

f) Determinar la longitud del segmento AB de dicha recta L.

Solución:

g) Sabemos que la pendiente de una recta dados dos puntos de ella viene dada por

$$\mathbf{m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad x_2 \neq x_1}$$

Por tanto sustituyendo después de codificar las coordenadas de dichos puntos arroja que:

$$\mathbf{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-2}{-5-3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}}$$

b) Según el valor obtenido para "m" sabemos que si es negativo, el ángulo de inclinación de dicha recta, que es el formado entre la recta y el semieje positivo de las abscisas es obtuvo.

a) Para determinar la ecuación de L pueden emplearse dos vías:

i) usando la fórmula dados dos puntos $\mathbf{\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$

ii) usando la forma punto-pendiente: $\mathbf{y - y_1 = m(x - x_1)}$

En nuestro caso, como ya tenemos en a) el valor de la pendiente, la vía ii) es más cómoda. A saber, sustituyendo tenemos:

$$\mathbf{y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 2 = -\frac{1}{8}(x - 3)}$$

Después de multiplicar por 8 ambos miembros y hacer las simplificaciones convenientes se obtiene:

d) la ecuación de L en su forma general: $\mathbf{x + 8y - 19 = 0}$.

e) Nótese que efectivamente la pendiente calculada según $\mathbf{m = -\frac{A}{B} = -\frac{1}{8}}$ coincide con el resultado anteriormente calculado en a).

f) Para determinar la longitud del segmento AB basta hallarla distancia entre ambos puntos. Sabemos que la fórmula para hallar la distancia entre dos puntos es

$\mathbf{d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$, luego sustituyendo tenemos:

$$\mathbf{d(A, b) = \sqrt{(-5-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{64+1} = \sqrt{65}}$$

Nótese que aún cuando el valor obtenido está dado por un irracional, sabemos que la longitud es un poco más de 8 unidades, ya que $\mathbf{\sqrt{65} > 8}$.

Los alumnos que tengan dificultades en la solución de ejercicios donde intervienen la Distancia entre dos puntos y pendiente de una recta puede remitirse al siguiente documento <u>**---Dist. e/ dos ptos y pend. de una recta.**</u>

CONDICION DE PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD DE RECTAS COPLANARES.

A partir de conocer el valor de las pendientes de dos rectas coplanares es posible conocer la posición relativa de las mismas.

Si dos rectas L_1 y L_2 tienen pendientes respectivas m_1 y m_2 entonces:

a) Si $m_1 = m_2$ dichas rectas son paralelas, es decir $L_1 // L_2$

b) Si $m_1 . m_2 = -1$ entonces dichas rectas son perpendiculares u ortogonales.

<u>**Si desea ver--- Relación de paralelismo y perpendicularidad. e/ dos rectas con animación vea este Documento.**</u>

EJEMPLO ILUSTRATIVO:

1) Sean las rectas definidas por las ecuaciones: r_1: $3x + 2y + 12 = 0$ y r_2: $4x – 6y - 1 = 0$.

a) Determinar las pendientes de cada una de dichas rectas.

b) Analizar si dichas rectas son paralelas o perpendiculares.

c) Determinar la ecuación de la recta que sea paralela con r_1 y pase por el punto (-4,5).

Solución:

a) Es fácil ver que las pendientes son respectivamente: $\mathbf{m_1 = -\frac{A}{B} = -\frac{3}{2}}$

$\mathbf{m_2 = -\frac{A}{B} = -\frac{4}{-6} = \frac{2}{3}}$

b) Nótese que el producto de ambas pendientes arroja el resultado. $\mathbf{m_1 . m_2 = \left(-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = -1}$, por tanto dichas rectas son ortogonales.

c) En este caso se trata de buscar la ecuación de cierta recta que siendo paralela con r_1, por tanto, con pendiente $\mathbf{m_1 = -\frac{3}{2}}$ pase por el punto indicado (-4,5).

En este caso es muy conveniente la aplicación de la forma PUNTO-PENDIENTE $\mathbf{y - y_1 = m(x - x_1)}$.

Sustituyendo tenemos: $\mathbf{y-5=-\frac{3}{2}(x+4)}$. Multiplicando ambos miembros por “2” y efectuando las transformaciones necesarias se llega a la expresión de la ecuación en su forma general **3x +2y +2 = 0.**

Para ver ejercicios resueltos sobre relación de paralelismo y perpendicularidad entre dos rectas, vea este documento.

TRANSFORMACIONES ASOCIADAS A UNA FUNCION:

Desplazamientos (traslaciones) verticales

$$\mathbf{y = f(x) + k} \begin{cases} k > 0 \text{ desplaz.de la gráfica de f(x), k unidades hacia arrioba} \\ \text{k} < 0 \text{ desplaz.de la gráfica de f(x), k unidades hacia abajo} \end{cases}$$

Desplazamientos (traslaciones) horizontales:

$$\mathbf{y = f(x+h)} \begin{cases} h > 0 \text{ desplaz.de la gráfica de f(x), h unidades a la izquierda} \\ \text{h} < 0 \text{ desplaz.de la gráfica de f(x), h unidades a la derecha} \end{cases}$$

Reflexión:

y = - f(x) refleja la gráfica de y = f(x) con respecto al eje “x”.

Dilatación (expansión) o contracción vertical

$$\mathbf{Y=Af(x)} \begin{cases} A > 1 \text{ dilata la gráfica de f(x) verticalmente multip.cada ordenada por A.} \\ 0 < \text{A} < 1 \text{ contrae la gráfica de f(x) verticalmente multip.cada ordenada por A} \end{cases}$$

Con el resumen anterior, es posible construir la gráfica de nuevas funciones a partir de funciones de gráficos conocidos y simples.

A modo de ilustración véanse los diagramas que adjuntamos:

Ejemplo:

Representar gráficamente las funciones:

a) $\mathbf{y = (x+3)^2 - 4}$

b) $\mathbf{y = x^3 - 2}$

c) $\mathbf{y= x^2 - 3x - 4}$

Adicionalmente véase un cuadro resumen de estas transformaciones en la pág. 175, Vol. 1, PRECÁLCULO.

Para ejercitar los contenidos estudiados sobre esté tema pueden ver siguientes documentos:

1) **Ejercicios resueltos sobre geometría analítica.**

2) **Ejercicios propuestos sobre geometría analítica.**

BIBLIOGRAFIA BÁSICA:

PRECALCULO, "Funciones y Gráficas", Volumen 1, Sección 2-2: Pág. 115 en adelante.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA: Geometría Analítica, Lehmann, Matemática 10

AUTO-EXAMEN

1) Halla la distancia entre los puntos:

a) A (-3; 2), B (6;-4)

2) Determina una ecuación de la recta que contiene al punto P_0 y tiene pendiente si: a) P_O (-5; 2), m = -3

3) Determina la ecuación de la recta que contiene los pares de puntos siguiente:

a) (-1;-5) y (-3; 5)

4) Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -3 y cuya intercepción con el eje Y es -2.

5) Los puntos dados corresponden a vértices de un cuadrilátero (en ese orden).clasifíquelo.

a) A(2;0) , B(5;-1) , C(6;2) , D(3;3)

6) Los vértices de un cuadrilátero es ABCD son los puntos A(0;-2) , B(9,-3) , C (7; 4), D (1; 5). Halla las ecuaciones de sus diagonales.

7) Hallar la ecuación de la recta, determinando los coeficientes de la forma general, que es perpendicular a la recta $3x -4y +11 = 0$ y pasa por el punto (-1; -3).

8) Demostrar que las rectas $5x – y – 6 = 0$, $x + 5y – 22 = 0$, $5x – y – 32 = 0$ y $x + 5y + 4 = 0$ forman un cuadrado.

9) Hallar la distancia de la recta $4x - 5y + 10 = 0$ al punto P (2;-3).

. 10) Una recta pasa por el punto A (-6; 7) y forma con los ejes coordenados un triángulo de área igual a $10_{1/2.}$ Hallar su ecuación.

11) Una recta pasa por la intersección de las rectas de ecuaciones $3x + 2y + 8 = 0$ y $2x - 9y -5 = 0$. Hallar su ecuación sabiendo que es paralela a la recta $6x -2y +11 = 0$.

12) Una recta pasa por el punto de intersección de las rectas $2x - 3y – 5 = 0$ y $x + 2y -13 = 0$ y el segmento que determina sobre el eje es igual al doble de su pendiente. Hallar la ecuación de dicha recta.

GUÍA DE ESTUDIO

Asignatura: Matemática Básica

Título: SECCIONES CÓNICAS.

SUMARIO:

- Secciones cónicas. Definición. Justificación de la denominación.
- Breve estudio de la ecuación general de segundo grado en dos variables.
- Estudio de la circunferencia, elipse, parábola e hipérbola. Elementos. Ecuaciones canónicas y ordinarias.
- Ecuaciones paramétricas.

OBJETIVOS:

GENERAL: Identificar el lugar geométrico dada la ecuación del mismo y viceversa, aplicando las propiedades de las secciones cónicas, para la solución de problemas prácticos.

ESPECIFICOS:

1. Identificar las secciones cónicas a partir de la ecuación de segundo grado que las define.
2. Expresar la ecuación de la cónica en forma canónica y ordinaria.
3. Determinar los elementos esenciales de cada una de las cónicas a partir de su ecuación.
4. Esbozar las gráficas de las secciones cónicas a partir de sus ecuaciones respectivas.
5. Determinar la relación de posición entre rectas y secciones cónicas y entre las secciones cónicas.
6. Resolver problemas prácticos relacionados con las secciones cónicas.

PRE-REQUISITOS:

Es necesario que antes de estudiarse los tópicos de este sumario se revisen los siguientes aspectos básicos para la comprensión del contenido del tema:

- Sistema de coordenadas cartesiano.
- Distancia entre dos puntos.
- Graficar funciones.
- Elementos de una circunferencia.
- Ecuaciones de la recta.
- Ecuaciones de segundo grado y su solución

TAREAS A DESARROLLAR

Si tiene dificultades en algunos de los prerrequisitos puede consultar los documentos complementarios siguientes: Sistema de coordenadas cartesiano, · Distancia entre dos puntos., · Elementos de una circunferencia, · Ecuaciones de la recta y Ecuaciones de segundo grado y su solución

Estudie el siguiente PROBLEMA:

Un puente tiene forma de arco elíptico, cruza sobre un río que tiene 25 m de ancho. Un objeto material flota sobre sus tranquilas aguas estando a una distancia de 5 m de la orilla. Si dicho objeto se encuentra a 10 m del arco, determinar a que altura se encuentra el puente del nivel horizontal del río.

Problemas como éstos pueden ser resueltos con el auxilio de conocimientos que tienen que ver con el tratamiento matemático de algunos tipos de curvas que se denominan cónicas.

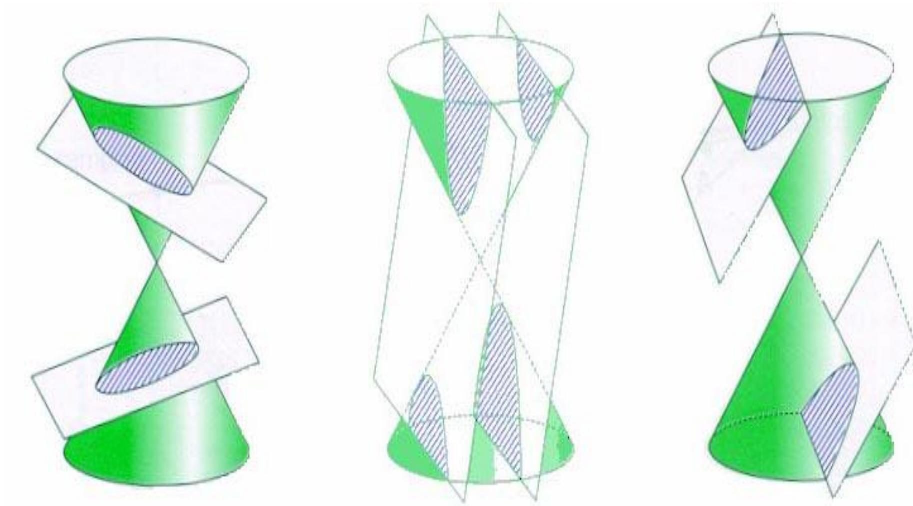
Se estudia la ecuación general de las mismas, algunas de sus ecuaciones canónicas u ordinarias así como algunos de sus elementos más representativos.

Se denomina CÓNICA al lugar geométrico de los puntos de un plano que satisfacen la condición: razón entre sus distancias a un punto fijo llamado FOCO y a una recta fija llamada DIRECTRIZ es constante. A dicha constante se le denomina EXCENTRICIDAD y la denotaremos por “E”.

Nota: Esta constante que es un número real positivo permite decidir según su valor, a qué tipo de cónica nos estamos refiriendo.

Algunos autores la denotan por “e” minúscula, pero esto podría ocasionar confusiones innecesarias con el número irracional que lo representa.

El nombre de secciones cónicas obedece al hecho de que son secciones que se obtienen al cortar ambas hojas de un cono circular recto por un plano, en dependencia de la posición de este plano al cortar estas hojas se obtiene: una circunferencia, una elipse, una parábola o una hipérbola.



ELIPSE **HIPÉRBOLA** **PARÁBOLA**

<u>--Si desea ver las cónicas con animación –Vea documento: Imágenes sobre cónicas.</u>

El objetivo fundamental del estudio de las secciones cónicas es determinar las ecuaciones de las diferentes cónicas a partir de sus elementos esenciales y hacer un esbozo de su representación geométrica, las cuales pueden ser visualizadas mediante el uso de un asistente matemático, que puede ser el DERIVE.

Es fácil darse cuenta que toda circunferencia es un caso particular de elipse. Nótese que si el plano de corte que muestra la primera figura fuese paralelo al plano de la base del cono, obtendríamos una circunferencia.

ECUACION GENERAL DE SEGUNDO GRADO

Toda ecuación de segundo grado en dos variables, en su forma general

$$\mathbf{Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Ex + Fy + G = 0} \quad \ldots\ldots. \quad \text{(I)}$$

Representa una cónica o alguna de sus casos excepcionales.

El término "Bxy" se denomina término productivo el cual es posible eliminarlo haciendo transformaciones geométricas: rotación de ejes un ángulo determinado, convirtiéndose en una nueva forma más simple

$$\mathbf{A'x^2 + C'y^2 + E'x + F'y + G' = 0} \ldots\ldots. \quad \text{(I')}$$

La ecuación (I´) nos permite conocer qué tipo de cónica representa la misma, a partir de los coeficientes de los términos cuadráticos, a saber:

1) Si A´ y C´ tienen el mismo signo, es decir, si A´.B´>0 la ecuación representa una cónica tipo ELIPSE.

Caso particular: si A´= C´ estamos en presencia de una CIRCUNFERENCIA.

2) Si A´ y C´ tienen signos diferentes, es decir, si A´.B´<0 la ecuación representa una cónica tipo HIPÉRBOLA.

3) Si A´ ó C´ son nulos, pero no ambos al mismo tiempo, la ecuación representa una cónica tipo PARÁBOLA.

EJEMPLO ILUSTRATIVO

Identificar los lugares geométricos definidos por las ecuaciones siguientes:

a) $\mathbf{x^2 + y^2 - 4x - y + 2 = 0}$

b) $\mathbf{4x^2 + 9y^2 + 32x - 18y + 37 = 0}$

c) $\mathbf{4x^2 - 9y^2 + 32x + 36y + 64 = 0}$

Si desea recordar como hacer el completamiento cuadrático a las ecuaciones necesario para el ejemplo ilustrativo vea el documento complemento cuadrático.

FORMAS CANÓNICAS Y ORDINARIAS DE LAS CÓNICAS

A partir de realizar un completamiento cuadrático en la ecuación (I´) se obtienen las formas canónicas u ordinarias de dichas cónicas.

ELIPSE

Ver la definición 1, página 788 de elipse como lugar geométrico.

En el caso de ELIPSE tienen lugar dos ecuaciones según sea que el eje focal o eje mayor sea paralelo o coincidente con el eje "x" o con el eje "y":

$\mathbf{\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1}$ Eje focal // eje "x" $\mathbf{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$ eje focal coincidente con eje"x"

$\mathbf{\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1}$ Eje focal// eje "y" $\mathbf{\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1}$ eje focal coincidente con eje"y".

Observe que la posición del cuadrado correspondiente al semieje mayor "a" de la elipse es la que decide su posición respecto al sistema de referencia. Cuando "a^2" está debajo de la variable "x" el eje mayor es paralelo o coincide con dicho eje, y cuando está debajo de la variable "y" el eje mayor es paralelo o coincidente con dicho eje.

Toda elipse tiene dos FOCOS. La distancia entre cada FOCO y el centro se designa por “c”. En toda elipse se cumple que: a ^{2}=b^{2+} c^2. Con esta relación es posible hallar el valor del parámetro “c” conocidas las longitudes de ambos semiejes y así determinar las coordenadas de sus FOCOS.

Recuérdese que los FOCOS son puntos equidistantes del centro y de sus vértices que son puntos fijos, alrededor de los cuales se genera esta curva.

IMPORTANTE: La excentricidad de toda elipse siempre es un número positivo menor que 1, el cual se puede determinar a partir de la expresión:

Además siempre sucede que a>b.

Si tiene alguna dificultad sobre la definición de elipse y su forma canónicas y ordinarias:Vea documento –La Elipse, definición, forma canónica y ordinaria.

EJEMPLO ILUSTRATIVO N^{0}1

Sea la ecuación $\mathbf{4x^2 + 9y^2 + 32x - 18y + 37 = 0}$ que ya analizamos que representa una elipse.

a) Transformar dicha ecuación a la forma ordinaria.

b) Determinar las coordenadas del centro y las longitudes de sus ejes: mayor y menor.

c) Determinar las coordenadas de los FOCOS.

d) Esbozar la gráfica de dicha cónica.

Si desea ver ejercicios resueltos sobre elipse remítase a documento--Ejercicios sobre elipse.

CIRCUNFERENCIA

Definición:

“Una circunferencia es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano cuyas distancias a un punto fijo, llamado centro, es constante y se denomina radio”.

A saber:

La forma ordinaria de toda CIRCUNFERENCIA de centro en c (h, k) y radio r >0 es:

$$\mathbf{(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2}$$

Cuando el centro de la circunferencia es el origen, entonces la ecuación canónica es:

$$\mathbf{x^2 + y^2 = r^2}$$

Cuando se tenga la ecuación de una circunferencia en la forma general anterior, hágase el completamiento cuadrático (procedimiento general para toda cónica) y exprésese en la forma desplazada (u ordinaria) de modo que se pueda adquirir en la misma la información necesaria: centro y radio.

--Para ver con mayor precisión la Ecuación Canónica y ordinaria de la Circunferencia y sus elementos vea el siguiente documento sobre la ecuación de la circunferencia.

EJEMPLO 1

Determinar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto C (-3; 5) y cuyo radio es igual a $\sqrt{3}$.

SOLUCION

La ecuación en forma ordinaria es: $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ luego basta sustituir

$$(x+3)^2 + (y-5)^2 = 3$$

Observe cómo es preciso cambiar los signos de las coordenadas del centro puesto que la fórmula siempre tiene signo MENOS delante de "h" y "k". Por otra parte, precise bien que el segundo miembro es igual a r^2, luego en este caso, $(\sqrt{3})^2 = 3$.

EJEMPLO 2

Representar gráficamente la circunferencia definida por:

$5x^2 + 5y^2 - 32x - 8y - 34 = 0$

SOLUCION:

Basta sólo determinar radio y centro, para lo cual emplearemos el procedimiento de completamiento cuadrático.

Después de realizarlo se obtuvo:

$(x-16/5)^2 + (y-4/5)^2 = 442/25$

Por tanto es fácil concluir que, el centro es C (16/5; 4/5) y su radio es $r = 1/5\,\sqrt{442}$.

Utilizando el Derive puede visualizarse la representación gráfica.

EJEMPLO ILUSTRATIVO

Determinar la ecuación de la circunferencia de radio 3 cm de manera que su centro sea el punto de intersección entre las rectas de ecuación: $3x + 2y - 1 = 0$; $2x - 2y - 9 = 0$

Solución:

La primera tarea es hallar el punto de intersección entre dichas rectas para tener las coordenadas (h; k) del centro de dicha circunferencia.

Resolviendo el SEL tenemos:

$\begin{cases} \mathbf{3x+2y-1=0} \\ \mathbf{2x-2y-9=0} \end{cases}$ x= h = 2, y = k = $\mathbf{-\frac{5}{2}}$ de manera que estas son las coordenadas del centro.

Por tanto usando la ecuación correspondiente si se sustituyen valores arroja

$$\mathbf{(x-2)^2+\left(y+\frac{5}{2}\right)^2=9}$$

Si efectuamos los productos notables indicados llegaremos a una ecuación de dicha circunferencia que adopta la forma general de una ecuación de segundo grado en dos variables. HÁGALO.

<u>-- Para profundizar sus conocimientos sobre circunferencia vea el documento- ejercicios sobre circunferencia.</u>

PARÁBOLA

Estudiar la definición de parábola como lugar geométrico de la página 780 (Volumen II, Segunda parte).

La ecuación de una PARÁBOLA se caracteriza por tener la presencia de una variable cuadrática y una lineal correspondiente con ella, pero con una variable cuadrática ausente.

Las formas ordinarias y canónicas de las ecuaciones son:

$\mathbf{(x-h)^2=4p(y-k)}$ Eje de focal // eje “y” $\mathbf{x^2=4py}$ eje focal coincidente con eje “y”

$\mathbf{(y-k)^2=4p(x-h)}$ Eje de focal // eje “x” $\mathbf{y^2=4px}$ eje focal coincidente con eje “x”.

Observación:

1- El hecho de que la parábola abra hacia arriba, abajo, a la izquierda o a la derecha se Manifiesta en la ecuación de la siguiente forma:

· La parábola abre hacia arriba: el eje de a parábola coincide con el eje “y”,

Siendo la variable correspondiente a este eje la lineal (y) y el factor “4a” está precedido de signo “+”.

· La parábola abre hacia abajo: el eje de a parábola coincide con el eje “y”,

Siendo la variable correspondiente a este eje la lineal (y) y el factor “4a” está Precedido de signo “-”.

· La parábola abre a la derecha: el eje de a parábola coincide con el eje “x”,

Siendo la variable correspondiente a este eje la lineal (x) y el factor “4a” está

Precedido de signo “+”. · La parábola abre a la izquierda: el eje de a parábola coincide con el eje “x”,

Siendo la variable correspondiente a este eje la lineal (x) y el factor “4a” está precedido de signo “-”.

Es menester señalar que la excentricidad de toda parábola es constante E = 1. ¿Por qué?

Nótese que en la ecuación de la parábola la variable lineal es la que indica la posición del eje focal.

En el caso de la parábola el valor absoluto del número “4p” es la longitud de su lado recto (segmento perpendicular al eje focal que pasa por el FOCO), donde “p” en valor absoluto es la distancia del FOCO a su vértice.

Destáquese que según “p” sea positivo o negativo así el desarrollo de la rama parabólica variará.

Si tiene alguna duda sobre los elementos que se le han dado sobre la parábola vea el siguiente documento sobre la misma—La Paràbola.

Hágase la distinción de los casos.

Ver el ejemplo 1, página 182 (volumen II).

Realizar problema seleccionado 1, página 782.

Ver el ejemplo 2, páginas 783-784 y realizar el problema seleccionado 2, página 784.

Ver el epígrafe: Aplicaciones y estudiar el ejemplo 3, página 785, así como realizar el Problema seleccionado 3, página 786.

EJEMPLO 4:

Determinar la ecuación de la parábola cuyo vértice es (3,4) y cuyo foco es (3; 2). Hallar la ecuación de su directriz y la longitud de su lado recto.

SOLUCIÓN

Debido a que el vértice y el FOCO tienen las abscisas igual a 3, entonces, el eje focal de la parábola es paralelo al eje “y”, luego la ecuación es en la forma:

$(x-h)^2 = 4a\,(y-k)$

Y como el vértice según dado es V (3; 4) entonces h = 3 y k = 4 por tanto queda.

$(X-3)^2 = 4a\,(y-4)$

Pero, sabiendo que "a" es la distancia del FOCO al VERTICES entonces $|a| = 2$, el cual está por debajo del vértices, luego la parábola abre hacia abajo, de modo que, $a < 0$, finalmente: $a = -2$

Por tal motivo la ecuación de la parábola que estamos buscando es: $(x-3)^2 = -8(y-4)$

Si desarrollamos los productos notables de ambos miembros e igualamos a cero tendremos: $X^2 - 6x + 8y - 23 = 0$

Auxiliándonos del DERIVE para una rápida visualización de la parábola, observe como efectivamente el vértice está en el punto V (3; 4) y abre hacia abajo.

Si se determinan los interceptos:

a) Para $x = 0$ se tiene que: $y = 2{,}85$

b) Para $y = 0$ se tiene que: $x = 3 + 4\sqrt{2}$, $x = 3 - 4\sqrt{2}$

Todo lo cual se visualiza en la representación gráfica utilizando DERIVE.

Ejemplo 5 Representar la parábola de ecuación: $4x^2 - 2x - 24y + 97 = 0$

Determinar las coordenadas de su vértice y FOCO, así como, la longitud de su lado recto y ecuación de la directriz.

SOLUCION:

Después del completamiento cuadrático y de algunas simplificaciones tenemos que la Ecuación adopta la forma: $(x-5/2)^2 = 6(x-3)$

En este caso se ve fácilmente que: V (5/2; 3), además se conoce que la parábola tiene eje de simetría o focal paralelo al eje "y" (variable lineal) y que abre hacia arriba, siendo la longitud de su lado recto 6 y la ecuación de la directriz: $y - k = -a$ luego:

$y = 3/2$.

Representación gráfica se puede realizar utilizando el DERIVE.

EJEMPLO ILUSTRATIVO

Mostrar que la ecuación $\mathbf{4x^2 - 20x - 24y + 97 = 0}$ representa una parábola. Hallar las coordenadas del vértice y las coordenadas del foco.

--Para ver ejercicios resueltos sobre la Parábola puede remitirse a documento—Ejercicios sobre Parábola.

HIPÉRBOLA

Ver la definición 1, página 800 de hipérbola como lugar geométrico.

En el caso de la HIPÉRBOLA se tiene que sus ecuaciones en forma ordinaria y canónica adoptan las formas siguientes:

$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ Eje transverso // eje "x" $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ eje transverso coincidente con eje "x"

$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$ Eje transverso // eje "y" $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ eje transverso coincidente con eje "y".

En el caso de la hipérbola la relación entre a, b, c viene dada por: $c^2=a^2+b^2$, donde "c" es la distancia de cada FOCO a su centro. En esta cónica también hay dos focos, pero a diferencia de la elipse, que es una curva cerrada, ésta es abierta y con ramas asintóticas.

En toda hipérbola su excentricidad es un número real mayor que 1, el cual puede determinarse por la expresión $E=\frac{c}{a}>1$.

En toda hipérbola hay la presencia de dos rectas que pasan por el origen y cuyas ramas son asintóticas a ella.

ECUACIONES DE LAS ASINTOTAS

Para determinar las ecuaciones de las asíntotas de toda hipérbola basta igualar a
CERO la ecuación obtenida y despejar "y" en términos de "x" en cada caso.

<u>Para precisar sobre los elementos teóricos de la hipérbola vea el documento—La hipérbola.</u>

Ejemplo:

Determinar la representación gráfica de la hipérbola definida por: $x^2 - y^2 = 4$

Determinar además las ecuaciones de sus asíntotas.

SOLUCION

Después de dividir por 4 ambos miembros y expresar la ecuación en forma estándar se
Concluye que se trata de una hipérbola equilátera (a = b = 2) y que su eje transverso de longitud 2 a = 4 está coincidiendo con el eje x. Aprecie que la variable "x" aparece en la ecuación son signo +.

Para hallar las ecuaciones de sus asíntotas, basta hacer cero el segundo miembro de la
Ecuación de la hipérbola, todo lo cual arroja:

 x – y = 0 => y=x

$$x^2 - y^2 = 0 \Rightarrow x + y = 0 \Rightarrow y = -x$$

Todo lo cual se puede visualizar según DERIVE.

Aprecie las rectas que se cortan en el origen, que son las asíntotas de la hipérbola, las cuáles de facto son las bisectrices de I y III así como II y IV respectivamente.

Visualizar gráfica utilizando DERIVE.

En el caso de la hipérbola a diferencia de la elipse, tenemos que la relación entre a y b no es siempre la misma, puede existir tricotomía, es decir, puede suceder cualquiera de las tres posibilidades: $a > b$, $a < b$ 'o también $a = b$. En este último caso se dice que la hipérbola es EQUILÁTERA.

EJEMPLO ILUSTRATIVO

Sea la hipérbola definida por la ecuación $\mathbf{4x^2 - 9y^2 + 32x + 36y + 64 = 0}$

a) Expresar su ecuación en la forma ordinaria.

b) Determinar las coordenadas del centro y de los FOCOS.

c) Determinar el valor de la excentricidad.

d) Esbozar la gráfica de dicha hipérbola.

Para ver ejercicios resueltos sobre hipérbola puede remitirse a documento-- Ejercicios sobre Hipérbola.

Con el objetivo de consolidar sus conocimientos en la solución de ejercicios sobre cónicas puede remitirse a tres documentos que le presentamos a continuación, los documentos 1 y 2 son de ejercicios resueltos y el documento 3 de ejercicios propuestos.

Documento-1, Documento-2, Documento-3

Ecuaciones paramétricas, (Epígrafe 11.5, página 821).

Estudiar los tópicos:

1- Ecuaciones paramétricas y curvas planas, páginas 821-822, concluyendo con la Definición 1 de la página 822 de ecuaciones paramétricas y curvas planas.

Ver el ejemplo 1, página 823.

Estudiar el ejemplo 2, página 824.

2- Movimiento de proyectiles, página 825.

3- Cicloide, página 825.

Ver el teorema 1, página 826 (ecuaciones paramétricas de la curva cicloide).

Ver el repaso del capítulo 11, páginas 829-833, que realiza un resumen de las secciones cónicas, que además incluye traslación de ejes y ecuaciones paramétricas.

NOTA HISTÓRICA:

Las cónicas eran conocidas por los griegos. Un alumno de Platón (428-347 A. C., eminente matemático griego de la antigüedad) las empleó para resolver el problema de la duplicación del cubo. Este matemático uso Parábolas en su resolución como las empleadas hoy en día, donde "x" era la arista de un Cubo de volumen 2 a^2.

Apolonio, las introduce como la intersección de un plano con diferentes ángulos de inclinación respecto a su generatriz y base.

La ecuación: $y^2 = 4px-(1-e^2)\, x^2$

Significa que el área del cuadrado construido sobre la ordenada es igual, menor o mayor que el área del rectángulo de base x y altura 4p, pues en griego:

a) "parábola" significa que el área es igual" ($e = 1$)

b) "elipse"" que hay un defecto" ($e<1$)

c) "hipérbola" "que hay un exceso" ($e>1$).

Después de Apolonio, fue Pierre de Fermat (1601-1665, matemático francés) el continuador de los estudio en este sentido.

Las secciones cónicas son el modelo matemático para describir el movimiento planetario según las leyes de Kepler (1571-1630, astrónomo y filósofo alemán) y el que Isaac Newton (1642-1727, físico y astrónomo británico) fundamenta:

"Los planteas se mueven en órbitas elípticas con el SOL en uno de sus focos"

Para ampliar sus conocimientos sobre las propiedades de las cónicas expuestos en la nota histórica vea el documento—Algunas aplicaciones sobre las cónicas.

AUTO-EXAMEN.

1) Escribe la ecuación de la elipse que cumple:

a) F_1 (-3; 0) , F_2(3; 0) y a = 4 b) 0(5; 3), B_2 (5; 0) y A_1 (-1; 3)

c) 0(4; 8), B_2 (4; 4) y e=1/2

2) Escribe la ecuación de la elipse que cumple:

a) F_1 (-3; 0) , F_2(3; 0) y a = 4 b) 0(5; 3), B_2 (5; 0) y A_1 (-1; 3)

c) 0(4; 8), B_2 (4; 4) y e=1/2

3) Determina las coordenadas del centro, semiejes, vértices, focos y excentricidad de las siguientes elipses:

a) $x^2 + 4y^2 = 25$

b) $10x^2 + 20y^2 + 60x - 20y - 105 = 0$

4) Escribir la ecuación de la circunferencia de centro C (-3;-5) y radio 7.

5) Determina el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es:

a) $x^2 + y^2 = 81$ b) $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 20$ d) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$

6) Hallar la ecuación de la tangente a la circunferencia.

.$x^2 + y^2 + 2x - 2y – 39 = 0$, en el punto (4; 5)

7) Halla una ecuación de la circunferencia que tiene centro en el foco izquierdo de la elipse 9x+25y-100y-125=0.

8) Escribe la ecuación de una parábola si se sabe que:

a) V (4; 1), eje: $x – 4 = 0$ y pasa por el punto (3;-3).

9) Hallar la ecuación de la parábola cuyos vértices y foco son los puntos (-4; 3), (1; 3), respectivamente. Hallar también las ecuaciones de su directriz y su eje.

10) El centro de la circunferencia $x^2 + y^2 - 4x + 2y – 5 = 0$ es el vértice de una parábola cuyo eje tiene como ecuación $y + 1 = 0$. Si la parábola pasa por el punto D (4; 3).

a) Halla su ecuación.

b) Halla la ecuación de la directriz.

11) Una circunferencia cuyo centro es el punto (4;-1) pasa por el foco de la parábola:

$x^2 + 16y = 0$. Demostrar que es tangente a la directriz de la parábola.

12) El centro de la circunferencia $x^2+y^2-4x+2y-5=0$, es el vértice de una parábola cuyo eje tiene como ecuación $y + 1 = 0$. Si la parábola pasa por el punto D (4,3). Halla una ecuación de la parábola.

13) Escribe una ecuación de una circunferencia cuyo centro coincide con el foco de la parábola $y^2 = 8x$ y es tangente a la directriz de la parábola.

14) Escribe la ecuación de una hipérbola sabiendo que:

a) 0(0; 0), F_1 (-5; 0), a=2

b) A_1 (1:-2), F_2 (9;-2), 0(3;-2)

15) Determina el centro, semieje, vértices, focos y excentricidad de las siguientes hipérbolas.

a) $x^2 - 9y^2 = 25$ b) $4x^2 - y^2 + 2y - 2 = 0$

16) Halla los puntos intersección de las siguientes curvas.

a) $y^2 = 4x$, $(x-1)^2 + y^2 = 25$ b) $5x^2 + 4y^2 = 20$, $4x^2 + 5y^2 = 20$

c) $6(x-1)^2 + 8y^2 = 48$, $y^2 .= x$ d) $y^2 - 6y - 6x - 3 = 0$, $x^2 - y^2 - 8x - 6y - 11 = 0$

e) $x - 4y - 6x + 5 = 0$, $x + y - 6x + 5 = 0$

2.3 Orientaciones metodológicas para Geometría Analítica y Secciones Cónicas.

Geometría analítica

- Introducción
- Estructura Interna del tema
- Ideas rectoras y exigencias mínimas del tema
- Indicaciones para el desarrollo de cada aspecto del sumario

Introducción

En este tema se estudia la ecuación cartesiana y paramétrica de la recta. Aquí se introduce el método de coordenadas o analítico como un instrumento de trabajo que se aplica al cálculo de la distancia entre dos puntos, la pendiente de una recta conocidos dos puntos de la misma, las relaciones de paralelismo y perpendicularidad de dos rectas y, en general, a todo el trabajo que se realiza con la ecuación de la recta y su aplicación al estudio de propiedades ya conocidas de la geometría elemental (figuras limitadas por rectas) y vectores.

En el estudio de la ecuación de la recta se produce un cambio en relación con el tratamiento dado hasta el momento pues se estudia la ecuación cartesiana antes que la paramétrica y desde el punto de vista de lugar geométrico.

De todo lo anteriormente expresado se desprende la importancia que tiene el trabajo en coordenadas en este tema, ya que la selección de un sistema de coordenadas convenientemente es un componente esencial de la geometría analítica.

En la ejercitación propuesta para este tema se han incluido ejercicios que, al mismo tiempo que contribuyen a la fijación y consolidación de los contenidos propios de este tema, permiten reactivar los conocimientos que poseen los alumnos sobre la geometría plana y analítica e introducir algunas propiedades útiles para ellos.

Es conveniente precisar que en este tema se contribuye a desarrollar las habilidades generales específicas de la matemática (Evaluar, calcular, simplificar, resolver ecuaciones, relacionar, gráficas y propiedades) que se han trabajado desde grados anteriores.

En este tema se ven reflejadas prácticamente todas las directrices de la asignatura, tanto desde el punto de vista del contenido como del desarrollo de habilidades y, en particular, hay un fuerte componente de la directriz geometría y de las habilidades de demostrar y de resolver problemas matemáticos de naturaleza geométrica, por lo que en ella se puede contribuir grandemente a la formación matemática de nuestros estudiantes.

Estructura interna del tema

Ecuación cartesiana de la recta

Ecuaciones de la recta en el plano

Distancia entre dos puntos

Pendiente de una recta

Condiciones de paralelismo y perpendicularidad

Ecuación paramétrica de recta

Ideas rectoras y exigencias mínimas del tema

En este tema lo fundamental es que los alumnos comprenden el lugar geométrico de ecuación $Ax+By+C=0$ con $A=0$ ó $B=0$ es una recta y que sean capaces de representarlas, así como que puedan utilizar los métodos de la geometría analítica al análisis de la recta y aplicarlos al análisis de propiedades geométricas y situaciones prácticas.

Para ello debe lograrse que los alumnos sean capaces de:

- Memorizar las fórmulas básicas para el cálculo de la distancia entre dos puntos, la pendiente de la recta conocidos dos de sus puntos, la distancia de un punto a una recta.
- Reconocer que la pendiente de una recta es igual a la tangente del ángulo que forma con el sentido positivo del eje x.
- Memorizar la ecuación general de la recta en el plano.
- Reconocer la ecuación de la recta y determinar a partir de ella: la pendiente, un punto, los interceptos, así como representarla gráficamente.
- Obtener la ecuación cartesiana y paramétrica de una recta, dados: un punto y la pendiente, dos puntos, un punto y el vector director.

- Memorizar las condiciones paralelismo y perpendicularidad de rectas y aplicarlas al cálculo geométrico y a la escritura de ecuaciones de rectas.
- Dada la ecuación paramétrica de una recta obtener la cartesiana y viceversa.
- Determinar el punto de intersección de dos rectas.
- Utilizar las fórmulas básicas de la geometría analítica y las ecuaciones de las rectas en el cálculo relacionado con figuras geométricas elementales en un plano coordenado.
- Realizar las operaciones con vectores dados por sus coordenadas y aplicarlas al cálculo geométrico de un plano coordenado.

El logro de estas exigencias se materializa en la práctica cuando los alumnos son capaces de resolver ejercicios como los siguientes:

1) Muestra que los puntos A (2;-3), B (5;-2), C (4; 1) y D (1; 0) son vértices de un cuadrado

2) Los puntos A (-2; 1), B (2;-3), C (5; 3) y D (1; 7) son, en ese orden, los vértices de un cuadrilátero. Halla:

a) las longitudes de sus lados

b) las longitudes de sus diagonales

c) ¿que tipo de cuadrilátero es?

3) Determina la ecuación de la recta si se sabe que:

a) Pasa por el punto A (5; 6) y tiene como pendiente m=5,

b) Pasa por los puntos B (6; 7) y C (-5; 6),

c) Pasa por el punto D (-3;-5) y es paralela a la recta 4x+5y-8=0

d) Pasa por el punto E (6; 8) y es perpendicular a la recta 2x-y+6=0

e) Pasa por el punto de intersección de las rectas y=2x-1 y x-3y+7=0, y forma un ángulo de 600 con el semieje x positivo

4) Dado los vértices del cuadrilátero ABCD: A (3; 3) B (7; 0) C (9; 5) D (6; 6), determina:

a) Las ecuaciones de sus lados

b) Las ecuaciones de sus diagonales

5) determina una ecuación paramétrica de la recta si sabemos que:

a) Pasa por el punto P (3; 5) y tiene vector director a→ (6; 3)

b) Pasa por los puntos M (3;-2) y N (-6; 3)

c) Pasa por los puntos C (5; -9) y tiene pendiente m=2/5

d) Pasa por los puntos L (5; 6) y es paralela a la recta (x; y)= (3; 1) +t (7; 4)

e) Pasa por el punto G (-3; 7) y es perpendicular a la recta $3x-2y-5=0$

6) Determina los puntos de intersección de los siguientes pares de recta:

a) $x+5y+6=0$

$5x-y-3=0$

b) $2x+y-4=0$

$(x; y)= (2; 0)+t (6; 7)$

c) $(x; y)= (2; 3)+ t (5; 6)$

$(x; y)= (-4; 6)+ t (-10; -12)$

Indicaciones metodológicas para el desarrollo del tema

Es importante recordar que en este tema es en la que se comienza a utilizar el método analítico como instrumento de trabajo para la demostración y aplicación de propiedades de las figuras geométricas planas y a la resolución de ejercicios.

Utilizando este método se estudian, en este punto esencial, las expresiones para hallar: la distancia entre dos puntos de un plano, la pendiente de la recta que pasa por dos puntos, las condiciones de paralelismo y perpendicularidad de dos rectas.

Después de recordar estos aspectos les proponemos a los estudiantes determinar el área de un paralelogramo limitado por las rectas definidas por cuatro ecuaciones.

Es evidente que para darle solución a este ejercicio tenemos la necesidad de hacer un esbozo gráfico y para ello tenemos que trazar rectas en el plano y además garantizar la condición de paralelismo y perpendicularidad entre estas rectas para que sea un paralelogramo

Comenzamos recordándoles a los estudiantes que es un **sistema rectangular de coordenadas**, de él se deben conocer algunos elementos importantes como:

- Cuál es el eje de coordenadas y el eje de las abscisas.
- Que el origen de coordenadas es el punto de intersección de ambos ejes coordenados.
- Destacar que ambos ejes dividen en cuatro subregiones que denominamos cuadrantes.
- Como se comportan las coordenadas en los cuatro cuadrantes.

Después recordar todos estos aspectos con los estudiantes, les presentamos un ejercicio ilustrativo donde aparecen seis pares ordenados para representarlos en el sistema de coordenadas y en sus cuadrantes, con este ejercicio desarrollan habilidades sobre los conocimientos adquiridos sobre sistema rectangular de coordenadas.

Como segundo aspecto del sumario veremos la **distancia entre dos puntos en el plano**, esta distancia es necesario hallarla en muchas ocasiones en el sistema de coordenadas cartesianas.

A continuación se toman dos pares ordenados y se escribe la fórmula para determinar la distancia entre dos puntos, es importante decirles a los estudiantes que esta fórmula se obtiene a través del teorema de Pitágoras.

Este contenido anteriormente expuesto aparece desarrollado en el sistema en la carpeta documento en la sección distancia entre dos puntos.

Ahora se les presenta a los estudiantes un ejemplo ilustrativo donde se pide clasificar un triángulo según sus lados conociendo las coordenadas de sus vértices.

Es importante que los estudiantes a través de una figura de análisis se den cuenta que determinando la distancia entre los vértices con la ayuda de la fórmula que ya conocemos, obtenemos la longitud de los lados del triángulo y de esta forma podemos clasificarlo, como podemos ver el ejemplo que acabamos de analizar es un ejercicios de aplicación de la fórmula anteriormente estudiada.

Otros ejercicios sobre este contenido que ayudara a los estudiantes a desarrollar habilidades sobre el mismo se encuentran en el sistema en la carpeta ejercicios (ejercicios resueltos en la carpeta –ejercicios sobre distancia entre dos puntos y pendiente de una recta, ejercicios propuestos en la carpeta-ejercicios sobre geometría analítica).

Ahora hablaremos sobre los **intercepto de las rectas con los ejes de coordenadas,** es importante explicarle a los estudiantes que para calcular los intercepto con ejes hay que igualar a cero una variable en la ecuación y calcular el valor de la otra variable, este elemento es muy importante porque en ocasiones con su ayuda es más fácil representar gráficamente una recta.

A continuación es muy conveniente que el profesor analice un ejemplo con sus estudiantes donde se busquen los intercepto de una recta con ejes de coordenadas.

Forma general de la ecuación de la recta en el plano

En este caso primeramente se analiza con los estudiantes la definición de la ecuación general con sus características, recuerda que este contenido ya los estudiantes lo vieron por primera vez en el preuniversitario.

Se analiza con los con los las diferentes formas en que puede aparecer la ecuación de la recta, la recta puede cortar los dos ejes, puede que corte uno de los ejes o puede pasar por el origen de coordenadas, es preciso diferencial los casos para que los estudiantes no tengan dificultades en este contenido.

Pendiente de una recta en el plano dados dos puntos.

Es importante que los estudiantes conozcan que la pendiente es el número obtenido por el cociente entre las diferencias de ordenadas y abscisas de dichos puntos siempre que el denominador no se anule.

- Si la recta es paralela al eje de las ordenadas, en este caso se dice que la pendiente es infinita.
- También la pendiente es tangente del ángulo formado por la recta medido a partir del semieje positivo de las abscisas.
- Este contenido anteriormente expuesto sobre ecuación cartesiana de la recta y pendiente de una recta puede encontrarse en la carpeta documento en las secciones ecuación. Cartesiana y pendiente de una recta.

Después de ver estos aspectos importantes se analiza con los estudiantes un ejemplo ilustrativo donde se abarca todo lo relacionado a recta y a pendiente de una recta.

Para estudiar y orientar a sus estudiantes puede consultar documentos en PW siguientes: Ejercicios sobre Ecuaciones cartesianas y pendiente de una recta se encuentra en la carpeta ejercicios (ejerc. resueltos en las Carpetas.- ejerc. sobre Ec. Cartes. de una recta ,dist. e/ dos puntos y pend. de una recta; ejercicios propuestos en carpeta de ejercicios sobre Geometría .Analítica que se encuentran en el sistema integrado de medios propuesto.

CONDICION DE PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD DE RECTAS COPLANARES.

A partir de conocer el valor de las pendientes de dos rectas coplanares es posible conocer la posición relativa de las mismas.

Si dos rectas L_1 y L_2 tienen pendientes respectivas m_1 y m_2 entonces:

a) Si $m_1 = m_2$ dichas rectas son paralelas, es decir $L_1//L_2$

b) Si $m_1.m_2 = -1$ entonces dichas rectas son perpendiculares u ortogonales.

Para estudiar y orientar a sus estudiantes puede consultar documentos en PW que puede encontrarse en la carpeta documento en la sección cond. de paral. y perpend. e/ dos rectas que se encuentran en el sistema integrado de medios propuesto.

Después de ver el contenido vemos un ejemplo ilustrativo donde se fijar estos contenidos.

TRANSFORMACIONES ASOCIADAS A UNA FUNCION:

Desplazamientos (traslaciones) verticales

$$\mathbf{y = f(x) + k} \begin{cases} \boldsymbol{k} > \mathbf{0\ desplaz.\ de\ la\ gráfica\ de\ f(x), k\ unidades\ hacia\ arrioba} \\ \mathbf{k} < \mathbf{0\ desplaz.\ de\ la\ gráfica\ de\ f(x), k\ unidades\ hacia\ abajo} \end{cases}$$

Desplazamientos (traslaciones) horizontales:

$$\mathbf{y = f(x+h)} \begin{cases} \boldsymbol{h} > \mathbf{0\ desplaz.\ de\ la\ gráfica\ de\ f(x), h\ unidades\ a\ la\ izquierda} \\ \mathbf{h} < \mathbf{0\ desplaz.\ de\ la\ gráfica\ de\ f(x), h\ unidades\ a\ la\ derecha} \end{cases}$$

Reflexión:

y = - f(x) refleja la gráfica de y = f(x) con respecto al eje “x”.

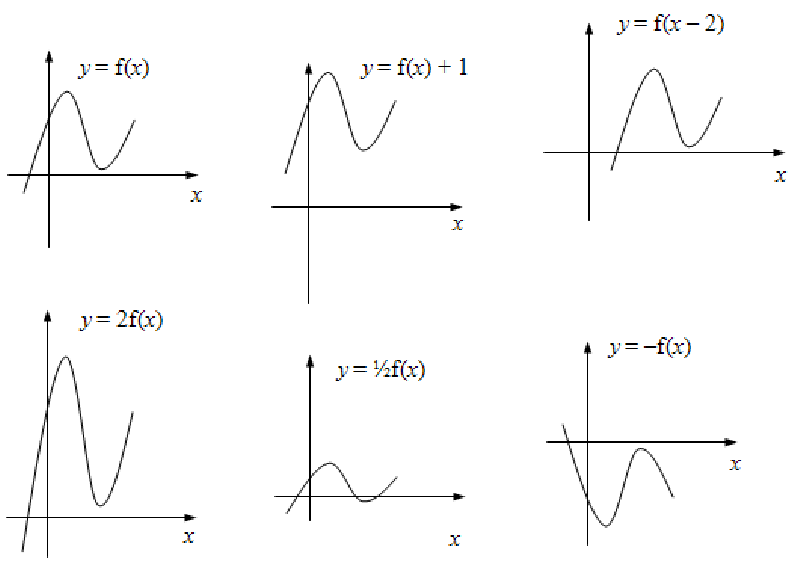
Dilatación (expansión) o contracción vertical

Y=Af(x)

$$\begin{cases} \boldsymbol{A} > \mathbf{1\ dilata\ la\ gráfica\ de\ f(x)\ verticalmente\ multip.\ cada\ ordenada\ por\ A.} \\ \mathbf{0} < \mathbf{A} < \mathbf{1\ contrae\ la\ gráfica\ de\ f(x)\ verticalmente\ multip.\ cada\ ordenada\ por\ A} \end{cases}$$

Con el resumen anterior, es posible construir la gráfica de nuevas funciones a partir de funciones de gráficos conocidos y simples.

A modo de ilustración véanse los diagramas que adjuntamos:



Ejemplo:

Representar gráficamente las funciones:

a) **y = (x +3)2 – 4**

b) **y = x3 – 2**

c) **y= $x^2 - 3x - 4$**

Adicionalmente véase un cuadro resumen de estas transformaciones en la pág. 175, Vol. 1, PRECÁLCULO. Además a disposición de los profesores y estudiantes en el sistema integrado de medios se tiene una carpeta de Ejercicios que contiene otras secciones como ejercicios de la unidad y ejercicios sobre fórmulas básicas donde aparecen ejercicios que integran todos los contenidos del tema.

Al finalizar este tema se le propone un auto examen a los estudiantes para que consoliden los contenidos y se autoevaluen.

Secciones cónicas

- Introducción
- Estructura Interna del tema
- Ideas rectoras y exigencias mínimas del tema
- Indicaciones para el desarrollo de cada aspecto del sumario

Introducción

En este tema se tratan las curvas de segundo grado: circunferencia, parábola, elipse e hipérbola; estas curvas son de gran importancia en las aplicaciones de la matemática y los alumnos deben conocer sus propiedades características y ecuaciones. Estas curvas tienen en común una característica algebraica, sus ecuaciones son de segundo grado, y una geométrica; se obtienen como secciones planas de un cono circular recto.

En este nivel el estudio se concentra en la caracterización de estas curvas como lugares geométricos y su representación gráfica.

Para todas las curvas el estudio se concentra en las ecuaciones referidas al centro o al vértice; es necesario tener en cuenta que con estas ecuaciones es suficiente, pues las propiedades métricas no dependen de la posición del sistema de coordenadas y, dadas las curvas, podemos situar convenientemente el sistema de coordenadas y estudiar sus propiedades.

En este tema hay que destacar que el cambio fundamental en el tratamiento consiste en que lo que ocupa el primer plano son los procedimientos y no ´´ las formulas ´´; no se trata de que el alumno memorice fórmulas relacionadas con las curvas, sino que comprenda cómo puede utilizar las coordenadas y las ecuaciones de estas curvas, para estudiar sus propiedades.

De estas curvas (Secciones Cónicas) los alumnos conocen todo y en este semestre van a profundizar sobre el tema.

El profesor debe tener presente que la geometría analítica representa fundamentalmente, un método de estudio de la geometría; hay que lograr que los alumnos aprendan a utilizar el método analítico (de las coordenadas) y que al mismo tiempo, reconozcan los objetos y propiedades geométricas en juego. Una vía de reafirmar esta idea es la de recurrir constructivamente a las ilustraciones geométricas en un plano coordenado, el alumno debe aprender a razonar sobre esas ilustraciones y comprender que no se trata de memorizar fórmulas, sino de aplicar sus conocimientos fundamentales y razonar a partir de situaciones que pueden ser representadas gráficamente.

Las líneas directrices de la asignatura matemática, referidas al desarrollo de los contenidos matemáticos esenciales presentes en este tema son: Geometría, Cálculo con magnitudes y aproximaciones, Trabajo con variables y Ecuaciones e inecuaciones

La línea directriz Geometría es la de mayor peso en este tema y está presente al reconocer figuras geométricas y sus principales propiedades y la aplicación de estos conocimientos a la representación, análisis y construcción de estas figuras y al cálculo en ellas, así como al aplicar sus conocimientos algebraicos y aritméticos al trabajo geométrico y a la solución de problemas prácticos de carácter geométrico.

El calcular y obtener resultados con la aproximación adecuada según los datos, aplicando las reglas del cálculo aproximado pone de manifiesto la aplicación de la línea directriz cálculo con magnitudes y aproximaciones.

El trabajo con variable es esencial en la geometría analítica, teniendo también presente las formas de factorización en la solución de ecuaciones y en el caso de las curvas de segundo grado, cuando se quiere obtener elementos de estas, dadas sus ecuaciones desarrolladas.

El análisis de las ecuaciones de las curvas de segundo grado y la aplicación de los sistemas de ecuaciones en la determinación de los puntos de intersección entre curvas revela la presencia de la línea directriz ecuaciones e inecuaciones.

Estructura Interna del Tema

Curvas de Segundo Grado

Elipse | Circunferencia | Parábola | Hipérbola

Ideas rectoras del Tema

Lo esencial de este tema es que los alumnos comprendan las definiciones de las curvas de segundo grado (circunferencia, parábola, elipse, hipérbola) como lugares geométricos, reconozcan sus diferentes elementos y tengan una representación mental clara de sus gráficos y como intervienen los elementos en dicha representación. Además que dominen las ecuaciones cartesianas de la curva de segundo grado referidas al centro o vértice en el caso de la parábola. Para ello debe lograrse que los alumnos sean capaces de:

- Memorizar las definiciones de las secciones cónicas (incluyendo las circunferencias) como lugares geométricos planos.
- Reconocer e identificar los elementos fundamentales que caracterizan a las secciones cónicas.
- Memorizar las ecuaciones cónicas de las secciones cónicas.
- Reconocer las ecuaciones de las secciones cónicas y determinar a partir de ellas el centro y los elementos.
- Determinar los puntos de intersección de secciones cónicas y rectas o de secciones cónicas entre sí.

Exigencias mínimas de este Tema

1) Determinar el centro y el radio de la circunferencia que tiene ecuación:

a) $x2+ (y+3) 3=25$ b) $x2+y2+4x-6y+20=0$

2) Escriba la ecuación de la elipse que satisface:

a) $F_1(-1;2)$, $F_2(7;2)$, $b=3$ b) $0(9;5)$, $A_1(3;5)$, $B_2(9;1)$

3) Escribe la ecuación de la hipérbola que satisface:

a) F_1 (6; 3), F_2 (0; 3), $a=2$ b) O (4; 5), A_1 (4; 8), F_1 (4; 9)

4) Escribe la ecuación de la parábola que cumple:

a) V (2; 3), F (5; 6) b) V (5; 3), 1: $y+3=0$ c) F (-2; 4), 1: $x-4=0$

5) Calcula los puntos de intersección entre las curvas y las rectas dadas:

a) $(x-3)2 + (y+2)2 = 9$; $x - y + 2 = 0$

b) $9x2 + 16y2 - 160y + 256 = 0$; $y = 3/4x + 2$

c) $x2 - 4y2 - 6x - 24y - 47 = 0$; $x - 3y -12 = 0$

d) $x2 = 5y$; $2x - y - 5=0$

6) Determina el centro, longitud de los semiejes, vértices focos y excentricidad de la elipse:

$4x^2 + 9y^2 + 8x - 18y - 23 =0$

Indicaciones para el desarrollo de cada aspecto del sumario.

Es necesario al inicio de la antes de tratar los aspectos del sumario recordar algunos elementos que son necesarios para la comprensión de este contenido, estos elementos básicos aparecen en los pre-requisitos.

Luego de recordar estos elementos se le presenta a los estudiantes un problema y partiendo de este se le motiva con el tema y se le explica que problemas como este pueden ser resueltos con la ayuda de conocimientos que tienen que ver con el tratamiento matemático de algunos tipos de curvas que llamaremos cónicas, así aseguramos el nivel de partida.

Se plantea que en esta clase estudiaremos la ecuación general de las mismas, algunas de sus ecuaciones canónicas u ordinarias así como algunos de sus elementos más importantes.

Es importante señalar que los gráficos de estas curvas se obtienen como secciones planas de un cono circular recto y mediante una representación gráfica los profesores deben representarle estos cortes con unas hojas en el cono circular recto para que los estudiantes vean que se obtiene: una elipse, una circunferencia, una parábola, una hipérbola.

Los profesores deben tener claro que el objetivo fundamental del estudio de las secciones cónicas es determinar las ecuaciones de las diferentes cónicas a partir de sus elementos esenciales y hacer un esbozo de su representación geométrica, las cuales pueden ser visualizadas mediante el uso de un asistente matemático, que puede ser el DERIVE.

No es difícil darse cuenta que toda circunferencia es un caso particular de elipse.

Ahora le presentamos a los estudiantes la ecuación general de segundo grado y mediante transformaciones geométricas obtenemos una ecuación más simple .Esta ecuación nos permite conocer el tipo de cónica que representa la misma, a partir de los coeficientes de los términos cuadráticos.

En el siguiente paso les presentamos a los estudiantes las características de cada una de estas cónicas apoyándonos en los coeficientes de estos términos.

A continuación a través de un ejemplo ilustrativo se pide identificar el lugar geométrico definido por algunas ecuaciones, al realizar un completamiento cuadrático de estas ecuaciones se obtienen las formas canónicas y ordinarias de dichas cónicas.

ELIPSE

Se comienza el estudio de esta curva como lugar geométrico, esta definición se analiza por la que se da en el libro de texto página 788. A continuación se le presenta a los estudiantes las fórmulas canónicas y ordinarias, aquí el profesor debe hacerle énfasis a los estudiantes de que el eje focal o eje mayor es paralelo o coincide con el eje “x” o al eje “y” viéndolo desde el punto de vista analítico depende del parámetro “a^2”.

Cuando “a^2” está debajo de la variable “x” el eje mayor es paralelo o coincide con dicho eje, y cuando está debajo de la variable “y” el eje mayor es paralelo o coincidente con dicho eje.

En toda elipse se cumple que: $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$. Con esta relación es posible hallar el valor del parámetro “c” conocidas las longitudes de ambos semiejes y así determinar las coordenadas de sus FOCOS.

De la definición de la elipse y de la posición de los focos y los vértices principales debe destacarse al alumno que en la elipse siempre se cumple que: a>c y a>b, también siempre se debe hacer notar que a pesar que la elipse es una curva con centro, sus puntos no equidistan de centro, es decir, que tiene cierta excentricidad, la cual es debido a la razón c/a entre el semieje mayor y la semidistancia focal por lo que llamamos a esta razón excentricidad de la elipse y la denotamos por e (e=c/a).

Se analiza un ejemplo ilustrativo con los alumnos para fijar los elementos anteriormente expuestos. Para el trabajo con este contenido tenemos otros materiales en el Sistema integrado de medios propuestos a los cuales podemos remitirnos. El contenido anteriormente expuesto sobre elipse, puede encontrarse en la carpeta documento en la sección elipse, Ejercicios sobre elipse se encuentra en la carpeta ejercicios**,** ejercicios resueltos en Carpeta.- ejercicios sobre ecuaciones .de la elipse; ejercicios propuestos en la carpeta -ejercicios sobre cónicas)].

CIRCUNFERENCIA

Comenzamos analizando esta curva como a través de su definición como lugar geométrico, se recuerda con los alumnos sus elementos como lo son coordenadas del centro y radio, a continuación vemos sus ecuaciones canónicas y ordinarias.

Plantearles a los estudiantes que cuando la ecuación te la dan en la forma general, entonces es necesario hacer un completamiento cuadrático para poder adquirir la información necesaria de la misma.

Después de dar todos los elementos se analizan dos ejemplos con los estudiantes:

-El ejemplo 1 es para escribir la ecuación dadas las coordenadas y el radio.

-El ejemplo 2 es para dada la ecuación general se haga un completamiento cuadrático, poder sacar de la ecuación sus elementos y representarlas gráficamente.

-Luego un ejemplo ilustrativo donde vinculamos las ecuaciones con la circunferencia.

Para el trabajo con este contenido tenemos otros materiales que se encuentran en el sistema integrado de medios a los cuales podemos remitirnos: **sobre circunferencia, puede encontrarse en la carpeta documento en la sección ecuación de la circunferencia; p**ara trabajar con ejercicios vinculados con circunferencia nos podemos remitir a: e**jercicios sobre circunferencia se encuentra en la carpeta ejercicios (ejercicios. resueltos en Carpeta de ejercicios sobre ecuaciones. de la circunferencia; ejercicios propuestos en carpeta de ejercicios sobre cónicas.**

PARÁBOLA

Al inicio de este aspecto se le recuerda a los estudiantes la definición de parábola como lugar geométrico, recuerde que curva ya ellos la estudiaron en el preuniversitario

La ecuación de una PARÁBOLA se caracteriza por tener la presencia de una variable cuadrática y una lineal correspondiente con ella, pero con una variable cuadrática ausente.

Se les presenta a los alumnos la ecuación canónica y ordinaria. A continuación se analiza la observación que aparece en la guía de estudio donde se explica que parámetros determinan si la parábola abre hacia arriba, hacia abajo, a la derecha, a la izquierda**.**

Es importante señalarle a los estudiantes que la excentricidad de toda parábola es constante E= 1, en esta curva la variable lineal es la que indica la posición del eje focal.

Es importante destacar que en la parábola el valor absoluto del número “4p” es la longitud de su lado recto (segmento perpendicular al eje focal que pasa por el FOCO), donde “p” en valor absoluto es la distancia del FOCO a su vértice.

Según “p” sea positivo o negativo así el desarrollo de la rama parabólica variará.

Este contenido anteriormente expuesto sobre parábola, puede encontrarse en la carpeta documento en la sección ecuación de la parábola.

A continuación se la distinción de casos apoyándonos en los tres primeros ejemplos que aparecen resueltos en el libro de texto en las páginas 782-786.

Luego de haber analizado los tres primeros ejemplos, se analizan los ejemplos 4 y 5, en el primero se busca la ecuación de la parábola dados algunos elementos, este ejercicio el estudiante lo puede resolver con cierta independencia puesto que es el cuarto ejemplo. En el ejemplo 5 dada la ecuación se hace la representación gráfica y la misma podemos hacerla con la ayuda del asistente Derive.

Al final se analiza un ejemplo ilustrativo para reforzar estos conocimientos.

Para el trabajo con este contenido tenemos otros materiales que se encuentran en el sistema integrado de medios a los cuales podemos remitirnos: Ejercicios sobre parábola se encuentra en la carpeta ejercicios, ejercicios resueltos en carpeta ejercicios sobre ecuaciones de la parábola; ejercicios propuestos en carpeta ejercicios sobre cónicas.

HIPÉRBOLA

En esta curva al igual que las anteriores primeramente se analiza su definición como lugar geométrico, este análisis aparece en el libro de texto página 800.

A continuación presentamos a los estudiantes las ecuaciones canónicas y ordinarias para que analicen su diferencia y vean cual es su comportamiento cuando el eje transverso es paralelo o coincide con el eje x, o es paralelo o coincide con el eje y.

Es importante dejar claro con los estudiantes que en esta curva la relación entre a, b, c es:

$c^2 = a^2 + b^2$ donde "c" es la distancia de cada FOCO a su centro.

Aquí la excentricidad es: $e = c/a$ y es un número real mayor que 1.

En toda hipérbola hay la presencia de dos rectas que pasan por el origen y cuyas ramas son asintóticas a ella.

Para determinar las ecuaciones de las asíntotas de toda hipérbola basta igualar a cero la ecuación obtenida y despejar "y" en términos de "x" en cada caso.

La hipérbola a diferencia de la elipse, tenemos que la relación entre a y b no es siempre la misma, puede existir tricotomía, es decir, puede suceder cualquiera de las tres posibilidades: $a > b$, $a < b$ 'o también $a = b$. En este último caso se dice que la hipérbola es EQUILÁTERA.

Este contenido anteriormente expuesto sobre hipérbola, puede encontrarse en la carpeta documento en la sección ecuación de la hipérbola.

A continuación se analiza un ejemplo donde se pide representar gráficamente una hipérbola, se explica claramente en la guía de estudio como hacerlo y al final del ejemplo se hace la representación gráfica con la ayuda del Derive.

Más adelante se analiza un ejemplo ilustrativo con cuatro incisos que es más integrador, en el prácticamente se ve todo lo que se trabajo sobre hipérbola.

Para el trabajo con este contenido tenemos otros materiales que se encuentran en el sistema integrado de medios a los cuales podemos remitirnos: Ejercicios sobre hipérbola se encuentra en la carpeta ejercicios (ejercicios resueltos en carpeta ejercicios sobre ecuación de la hipérbola; ejercicios propuestos en la carpeta ejercicios sobre cónicas.

ECUACIONES PARAMÉTRICAS

Sobre ecuaciones paramétricas la orientación que podemos darle a los profesores es la que aparece a continuación.

Ecuaciones paramétricas, (Epígrafe 11.5, página 821).

Estudiar los tópicos:

1- Ecuaciones paramétricas y curvas planas, páginas 821-822, concluyendo con la definición 1 de la página 822 de ecuaciones paramétricas y curvas planas.

Ver el ejemplo 1, página 823.

Estudiar el ejemplo 2, página 824.

2- Movimiento de proyectiles, página 825.

3- Cicloide, página 825.

Ver el teorema 1, página 826 (ecuaciones paramétricas de la curva cicloide).

Ver el repaso del capítulo 11, páginas 829-833, que realiza un resumen de las secciones cónicas, que además incluye traslación de ejes y ecuaciones paramétricas.

Conclusiones

Al realizar el análisis de los resultados obtenidos durante la aplicación de los diferentes métodos para el diagnóstico realizado, se constató lo siguiente:

- Los estudiantes que ingresan a la SUM han presentado dificultades en la comprensión de los conceptos básicos de la Geometría Analítica y la Secciones Cónicas.
- Es insuficiente la utilización integrada de los medios de enseñanza para favorecer la comprensión de los conceptos básicos de la Geometría Analítica y la Secciones Cónicas.
- No existen orientaciones normativas y metodológicas para la enseñanza de la matemática básica en la SUM, respecto a la utilización integrada de los medios de enseñanza que favorezcan la comprensión de los conceptos básicos de la Geometría Analítica y la Secciones Cónicas.
- El sistema integrado de medios propuesto se caracteriza por combinar de forma ordenada la guía de estudio con un grupo de medios de enseñanza y da orientaciones metodológicas para el uso de estas guías.

El **sistema de medios integrados propuesto** permite prestarle atención a los procedimientos de resolución de problemas geométricos, al desarrollo de habilidades a través de la gran variedad de ejercicios propuestos y resueltos, familiariza a los estudiantes con los contenidos necesarios de variadas maneras y de forma independiente, con el objetivo de obtener mayores resultados docentes y con mayor calidad.

Recomendaciones

El trabajo investigativo desarrollado ha permitido diseñar un sistema integrado de medios que favorezca la comprensión de la Geometría en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura Matemática Básica para los estudiantes de primer año de la universidad y permite recomendar que:

1. Que el sistema integrado de medios elaborado sea aplicado en el proceso docente educativo de las asignaturas de Matemática Básica o en los cursos preparatorios que se estudien la Geometría Analítica y/o las Secciones Cónicas.
2. La propuesta sirva como modelo para el tratamiento de otros núcleos temáticos de Matemática que se estudian en las carreras de Ingeniería.
3. La propuesta del sistema integrado de medios para la Geometría sea enriquecida por otros tipos de materiales en los que se considere una aplicación sistemática de asistentes matemáticos, se recomienda el uso del DERIVE y el CABRI para lograr elementos dinámicos en las representaciones geométricas.

Bibliografía

-Álvarez, C. (1999) La escuela en la vida, Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

- Apóstol, Tom M. (1974), CALCULUS "Introducción, con Vectores y geometría Analítica". Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

-Cabero J. y cols (1997). La piedra angular para la incorporación de los medios audiovisuales, informáticos y nuevas tecnologías en los contextos educativos: la formación y el perfeccionamiento del profesorado. EDUTEC. Revista electrónica de Tecnología Educativa. Núm. 8. noviembre1997Castellanos, D. y cols (2001). Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador. Colección Proyectos. ISPEJV, La Habana, 2001.

-Chevallard, Y. Bosh, M. y Gascón, J. (1997): Estudiar matemáticas: El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Barcelona, España: Editorial Horsori.

-Colectivo de autores (1984). "Pedagogía". Ed. Pueblo y Educación. La Habana.

-Coll, C. (1997). Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento. Mexico D.F., México: Editorial Paidós.

-Dirección de Tecnología Educativa-MES. (2006). Manual para la elaboración de la guía de estudio de la asignatura de la modalidad semipresencial de la Educación Superior cubana (versión 7.0). Ciudad de La Habana, Cuba. http://revistas.mes.edu.cu/infopedagogia/Members/mercedes_gonzalez/manual- de-la-guía-de-estudio-versión-7-de-noviembre-doc.doc/view.

-Estrada-Sentí, V. y Benítez-Cárdenas, F. (2005). La gestión del conocimiento en la nueva universidad cubana. Pedagogía Universitaria 11 (2).

-Font, V. (2000) Algunos puntos de vista sobre las representaciones en Didácticas de las Matemáticas, articulo extraíble en: www.ugr.es/seiem/Documentos/Font-Representaciones.PDF

-Gallardo, J. (2004): Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. El caso del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales. Tesis Doctoral. Málaga: Universidad de Málaga.

-Godino, J. D. (1996): Significado y comprensión de los objetos matemáticos. En L. -Puig y A. Gutierrez (Eds.), Proceedings of the 20th PME Conference, Vol. 2, pp. 417-424. Valencia, España.

-Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Universidad de Granada, España. Recuperado el 14 de diciembre del 2004, de http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/.

-Guzmán, de M (1996). El papel de la visualización. Recuperado el 12 de enero del 2005, de http://www.sectormatematica.cl/articulos.htm

-Hernández-Medina, C.A. (2004). La universalización de la enseñanza superior en Cuba. Criterios de un soldado de filas. Pedagogía Universitaria 10 (4).

-Herrero, E, & Cabrera F. Modalidades de acceso a la información en distintos entornos tecnológicos. Didáctica y Tecnología Educativa para una universidad en un mundo digital. 2001

-Hitt, F. (1998) Visualización matemática, nuevas representaciones, nuevas tecnologías y currículo. Revista de Educación Matemática. Vol. 10. 1998, 23-45.

-Horrutinier, P. (2006) La Universidad Cubana: Modelo de formación. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Félix Varela

-Lehmann, Charles H. Geometría analítica, Edición Revolucionaria, LA HABANA, 1968.

-Martínez, D. (2001). Estrategia para el logro de la significatividad didáctica en la formación del concepto de función en la Matemática para Licenciatura en Economía. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Universidad Central de Las Villas. Santa Clara. Cuba.

-Martínez D, Aida T (2005) Las concepciones curriculares para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en la universalización de la educación superior. CD Memorias del COMPUMAT 2005, Ciudad de la Habana, Cuba, Diciembre, 2005, ISSN: 17286042.

-Matemática 11grado, Colectivo de autores.

-Martínez D, Aida T (2007) Estrategia didáctica para flexibilizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Universalización de la Educación Superior. Acta de la XVI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, ISBN: 978970-9971-13-2

-Martínez D, Idelfonso R (2007) Propuesta didáctica para la enseñanza de la geometría analítica con el uso del cabri - geometra en la licenciatura en matemática. CD de las memorias del COMPUMAT 2007, Holguín, Cuba, ISSN 1728 – 6042

-Pardo-Gómez, M. E y cols. (2006). La dinámica del proceso docente educativo en la Educación Superior con el empleo de las Tecnologías de la Información y las Comunicacioenes. Pedagogía Universitaria 10 (5).

-Perkins, D. (2000). La escuela inteligente, Ediciones Gedisa, México.

-Raymond A Barnet; Michael Ziegler, Kart E. Byleen. Precálculo: Funciones y Gráficas.Volumen 1, Volumen II segunda parte.

Ruiz, M. (2003). ¿Qué es un currículo flexible? México: Ediciones Euterpe.

(2004). Arcadia: La competencia pedagógica didáctica para aprende con sencillez y significatividad. México: Ediciones Norma.

-Salinas, J. (1999). ¿Qué se entiende por una institución de educación superior flexible? En Cabero, J. (Ed.). Las Nuevas tecnologías para la mejora educativa, (pp.451-466). Sevilla, España: Kronos

-Sierpinska (1991) some remarks on undertanding in mathematics, Version revisada Del trabajo presentado al Canadian Mathematics Education Study Group, Vancouver.

Sigalés, Ch. (2005) El potencial interactivo de los entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje en la educación a distancia consultada en mayo 2005: http://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/sigales0102/sigales0102.html

- Swokowski Earl W. (2003). Cálculo con Geometría Analítica. Grupo Editorial Iberoamérica S.A de C.V.Mexico.

-Stewart James, Cálculo con Trascendentes Tempranas, Editorial Félix Varela, La Habana, 2006.

-Talízina, N. (1987).Conferencias de educación Superior. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

-Torres A, Martínez D. (2008). El diagnóstico de la comprensión matemática como elemento de un modelo didáctico que favorece el proceso de aprendizaje en estudiantes universitarios. Resúmenes de la vigésimo segunda Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 22). Ciudad de México, México, 1 al 4 julio de 2008. Instituto Politécnico Nacional.

-Tellería A y cols. (2007). Universimat, entorno para la comprensión de la matemática en el proceso de universalización de la educación superior. Acta de la XVI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, ISBN: 978970-9971-13-2

-Torres A, Martínez D. (2007) Usando internet en el logro de la comprensión matemática universitaria. Memorias en CD del Primer Congreso Internacional y Segundo Simposium de Orientación Educativa y Vocacional “Aprendizaje significativo: un reto más allá de las aulas”, UABC, México, ISBN 970-735-071-7.

-Torres A, Martínez D. (2007). Entornos virtuales para el logro de la comprensión de objetos matemáticos. Acta de la XVI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, ISBN: 978970-9971-13-2

-Torres A, Martínez D. (2007). Diagnóstico de la comprensión matemática en los estudiantes universitarios. CD de las memorias del COMPUMAT 2007, Holguín, Cuba, ISSN 1728 – 6042

-Vygotski, L. S. (1934): Pensamiento y lenguaje. La Pléyade, Buenos Aires.

Anexo1

Líneas directrices que se reconocen en los programas para la enseñanza de la Matemática

1. - Dominios numéricos.
2. - Cálculos con magnitudes y valores aproximados.
3. - Ecuaciones e inecuaciones. Sistemas. Optimización Lineal.
4. - Correspondencia, transformación, función.
5. - Geometría.
6. - Procesos de aproximación. Límite y Cálculo infinitesimal.
7. - Definir.
8. - Fundamentar y demostrar.
9. - Aspectos lógicos y lingüísticos.
10. -Base conjuntista.
11. -Trabajo con variables.
12. -Matematizar problemas extramatemáticos.
13. -Trabajo algorítmico.
14. -Trabajo combinatorio, pensamiento probabilístico.
15. -Técnicas de la actividad mental y práctica.
16. - Educación política y socialista.

Anexo 2

Programas de Matemática 10mo, 11no y 12mo grado

PROGRAMA DE DÉCIMO GRADO

PLAN TEMÁTICO

Número	Unidad	Horas/clases
1	Aritmética. Conjuntos. Radicales. Trabajo con variables.	60
2	Ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones. Funciones lineales y cuadráticas.	56
3	Relaciones de igualdad y semejanza entre figuras geométricas.	30
4	Trigonometría.	28
	Reserva y Evaluación	6
	Total	180

Unidad 1.-Aritmética. Conjuntos. Radicales. Trabajo con variables.

1.1. Repaso y profundización. (10 horas clases)

Dominios numéricos (N, Z, Q+, Q y R). Operaciones de cálculo. Relaciones y propiedades de las operaciones. Potencias de exponente entero, fraccionario y racional. Raíz n-ésima de un número real. Resolución de problemas de la vida de carácter político - ideológico, económico – social y científico – ambiental donde integren las operaciones con números naturales, fracciones y expresiones
decimales, racionales y reales en los que sea necesaria la conversión de una representación a otra y donde se combinen las diferentes operaciones, el tanto por ciento y tanto por mil y el trabajo con cantidades de magnitud, en las cuales sea necesario realizar conversiones de una unidad a otra de igual magnitud.

1.2. Teoría de conjuntos. (4 horas clases)

Conjunto. Elemento. Inclusión de conjuntos. Operaciones con conjuntos (unión, intersección, diferencia y su caso particular, la complementación).

1.3. Radicales. (12 horas clases)

Radicales. Propiedades de los radicales. Su interpretación como casos particulares
de la potenciación.

Simplificación de radicales. Reducción de radicales a un mismo índice. Radicales semejantes.

Adición, sustracción, multiplicación y división de radicales. Racionalización de denominadores monomios y binomios.

1.4. Trabajo algebraico. (20 horas clases)

Operaciones con polinomios. Adición, sustracción y multiplicación (se incluyen los productos notables: (a ± b), (a +b) (a - b) , (a ± b), (x + a) (x + b). Sistematización y profundización de la descomposición factorial: factor común, factor común por agrupamiento, diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto, completamiento cuadrático, trinomios de las formas x+ px + q y mx + px + q.

División de polinomios. Regla de Ruffini o Horner. Descomposición de polinomios que contengan divisores o factores de la forma (x + a) x ?-a, a ? 0. Suma ydiferencia de cubos. Ejercicios combinados de descomposición en factores.

1.5. Fracciones algebraicas. (14 horas clases)

Concepto de fracciones algebraicas. Cambios de signos en una fracción que garantizan que su valor permanezca invariante. Simplificación de fracciones algebraicas. Multiplicación y división de fracciones algebraicas. Adición y sustracción de fracciones algebraicas. Operaciones combinadas con fracciones algebraicas.

Unidad 2.-Ecuaciones. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones.

2.1. Ecuaciones. (10 horas clases)

Definición de ecuación, dominio básico de una ecuación, solución de una ecuación, conjunto solución. Ecuaciones equivalentes, transformaciones que pueden realizarse en una ecuación. Ecuaciones: lineales, cuadráticas y fraccionarias. Despeje en fórmulas. Resolución de problemas que conducen a ecuaciones lineales y cuadráticas.

2.2. Función lineal. (4 horas clases)

Definición de función (como una correspondencia y como un conjunto de pares ordenados). Análisis de correspondencias dadas en distintas formas para decidir si son o no funciones. Variable independiente o pre imagen. Variable dependiente o imagen. Dominio y conjunto imagen de una función. Distintas formas de representar una función. Función numérica. Función lineal: casos particulares (función constante e idéntica). Representación gráfica. A partir de la función lineal formalizar las propiedades siguientes: dominio, imagen, cero, signo y monotonía.

2.3. Función cuadrática. (10 horas clases)

El concepto de función cuadrática como la correspondencia definida por la ecuación 2*
y = ax + bx +c (a ? R, b ? R, c ? R). Representación gráfica, dominio, imagen, ceros, monotonía, signos y paridad. Traslación de una parábola en la dirección de los ejes coordenados. Deducción de la fórmula para calcular la abscisa del vértice de la parábola que representa gráficamente la función cuadrática. Ejercicios y problemas sencillos de optimización. Representación gráfica de datos sobre fenómenos naturales y sociales utilizando el concepto de función cuadrática.

2.4. Intervalos. (14 horas clases)

Intervalos. Operaciones con intervalos (unión, intersección, diferencia y complementación). Definición de inecuación, dominio básico de una inecuación, solución de una inecuación, conjunto solución. Inecuaciones equivalente, transformaciones que pueden realizarse en una inecuación. Inecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias.

2.5. Sistemas de ecuaciones. (18 horas clases)

Definición de sistemas de ecuaciones lineales, solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales, sistemas equivalentes. Transformaciones que pueden realizarse en un sistema. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables, Sistemas de tres ecuaciones lineales con tres variables. Sistemas cuadráticos. Problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticos.

Unidad 3.-Relaciones de igualdad y semejanza entre figuras geométricas.

3.1. Repaso y profundización. (6 horas clases)

Repaso de los contenidos siguientes: Identificación y clasificación de figuras. Relaciones de posición entre puntos y rectas y entre rectas. Ángulos opuestos por el vértice, adyacentes y entre paralelas. Triángulos y cuadriláteros. Elementos. Clasificación y propiedades. Rectas y puntos notables del triángulo. Circunferencias y círculos. Elementos y propiedades. Ángulos de la circunferencia: ángulo central, ángulo inscrito y ángulo seminscrito. Construcción de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo. Estimación y cálculo de perímetros y áreas.

3.2. Igualdad de triángulos. (6 horas clases)

Sistematización sobre igualdad de triángulos, los criterios de igualdad de triángulos. Ejercicios de demostración y problemas donde se pongan de manifiesto propiedades de los cuadriláteros, polígonos, circunferencia y círculo.

3.3. Semejanza de triángulos. (12 horas clases)

Sistematización de los conceptos: Razón, proporción y segmentos proporcionales. Teorema de las transversales. Semejanza de figuras geométricas. Definición de triángulos semejantes. Razón de semejanza. Teorema fundamental de la semejanza de triángulos (demostración). Criterios de semejanza de triángulos. Ejercicios de demostración y problemas donde se pongan de manifiesto propiedades de los cuadriláteros, polígonos, circunferencia y círculo. Razón entre los perímetros y las áreas de dos triángulos semejantes.

3.4. Grupo de teoremas de Pitágoras. (6 horas clases)

Teorema de la altura, teorema de los catetos (demostración de estos teoremas aplicando la semejanza de triángulos), teorema de Pitágoras y su recíproco con demostración. Ejercicios y problemas.

Unidad 4.-Trigonometría.

4.1. Razones trigonométricas en triángulos rectángulos. (8 horas clases)

Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo. Determinación de las razones trigonométricas de ángulos agudos. Razones trigonométricas de los ángulos notables (30°, 45°, 60°). Ejercicios y problemas de aplicación a la geometría (incluyendo el cálculo de cuerpos) y a la Física.

4.2. Circunferencia trigonométrica. (8 horas clases)

Definición de circunferencia trigonométrica. Razones trigonométricas de ángulos cuya amplitud se encuentra en el intervalo [0°,360°]. Razones trigonométricas de los ángulos axiales (0°, 90°, 180°, 270°, 360°). Signos de las razones trigonométricas en los distintos cuadrantes. Fórmulas de reducción.

4.3. Razones trigonométricas de ángulos cualesquiera. (12 horas clases) Sistema circular de medida de ángulos. Definición de radián. Conversiones para expresar la amplitud de un ángulo del sistema sexagesimal al circular y viceversa. Generalización del concepto de ángulo. Ángulos coterminales. Razonestrigonométricas de ángulos cualesquiera. Uso de las tablas trigonométricas.

Resolución de ecuaciones sencillas.

PROGRAMA 11NO GRADO PLAN TEMATICO.

Número	Unidad	Horas/clases
1	Ecuaciones con radicales.	10
2	Funciones.	24
3	Ecuaciones y funciones trigonométricas.	50
4	Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas.	22
5	Geometría analítica de la recta en el plano.	34
6	Curvas de segundo grado. Secciones Cónicas.	30
	Reserva y Evaluación.	6
	Total.	180

Unidad 1.-Ecuaciones con radicales.

1.1. Ecuaciones con radicales. (10 horas clases)

Definición. Necesidad de realizar la comprobación en una ecuación con radicales, al elevar ambos miembros de la misma a una potencia de exponente par. Resolución de ecuaciones con radicales por reflexiones lógicas. Ecuaciones con radicales que requieran una sola elevación al cuadrado. Ecuaciones con radicales que requieran más de una elevación al cuadrado. Ecuaciones con radicales fraccionarias.

Unidad 2.-Funciones.

2.1. Repaso y profundización. (6 horas clases)

Repaso del concepto función, formas de representación y propiedades de funciones numéricas. Dominio, conjunto imagen, ceros de las funciones numéricas. Repaso de las funciones y = ax + b, y = ax2 + bx + c.

2.2. Estudio de algunas funciones y de sus propiedades. (18 clases) 3

La función de proporcionalidad inversa. Las funciones y = x3, y = y = .

Operaciones racionales (suma, resta, producto y cociente) con funciones numéricas. Propiedades globales de las funciones numéricas (monotonía, paridad, inyectividad, sobreyectividad, biyectividad). Función compuesta, dominio de la compuesta. Concepto función inversa, su determinación.

Unidad 3.-Ecuaciones y funciones trigonométricas.

3.1. Repaso y profundización. (6 horas clases)

Repaso de las razones trigonométricas y las fórmulas de reducción, así como de su aplicación a la demostración de identidades y a la resolución de ecuaciones sencillas.

3.2. Funciones trigonométricas. (6 horas clases)

Definición de función seno, coseno y tangente. Representación gráfica y propiedades.

3.3. Identidades trigonométricas. (10 horas clases)

Identidades trigonométricas fundamentales y su aplicación a la demostración de identidades y a la resolución de ecuaciones sencillas.

3.4. Fórmulas de Adición. (6 horas clases)

Fórmulas del seno, coseno y tangente de la suma y diferencia de dos ángulos. Fórmulas del seno, coseno y tangente del ángulo duplo. Ejercicios.

3.5. Identidades y Ecuaciones trigonométricas. (8 horas clases)

Resolución de ejercicios de demostración de identidades trigonométricas. Resolución de ecuaciones trigonométricas.

3.6. Aplicaciones de la trigonometría. (14 horas clases)

Resolución de triángulos rectángulos y triángulos cualesquiera. Ley de los senos y de los cosenos. Expresión del área de un triángulo en función de las medidas de dos de sus lados y el ángulo comprendido entre estos. Polígonos regulares. Ejercicios y problemas donde se incluirán ejercicios de aplicación a la Geometría, la Física y el cálculo de cuerpos.

Unidad 4.-Ecuaciones y funciones.

4.1. Ecuaciones exponenciales. (8 horas clases)

Repaso de las propiedades de las potencias de base y exponente real.

Igualdad de potencias. Monotonía de la potenciación, diferenciación de casos.

Ecuaciones e inecuaciones exponenciales.

4.2. Logaritmo. Propiedades. Aplicaciones (12 horas clases)

Definición de logaritmo de base a ($a > 0$, a ? 1). Identidad fundamental logarítmica. Cálculo de logaritmos aplicando la definición. Propiedades de los logaritmos. Aplicación. Monotonía de la logaritmación, diferenciación de casos. Ecuaciones e inecuaciones logarítmicas.

4.3. Logaritmos decimales. (2 horas clases)

Logaritmos decimales: característica y mantisa. Uso de las tablas. Antilogaritmo. Cálculo aplicando logaritmos decimales y sus propiedades.

4.4. Funciones exponenciales y logarítmicas. (4 horas clases)

Representación gráfica y propiedades. Las funciones exponencial y logarítmica como inversa una de la otra. Representación gráfica de datos sobre fenómenos naturales y sociales utilizando el concepto de función exponencial o función logarítmica.

Unidad 5.-Geometría analítica de la recta en el plano.

5.1. Repaso y profundización. (6 horas clases)

Repaso de Geometría Plana: Relaciones de posición entre puntos y rectas y entre rectas. Distancia de un punto a una recta. Triángulos y cuadriláteros. Elementos, clasificación y propiedades. Circunferencias y círculos. Propiedades. Grupo de teoremas de Pitágoras:

Teorema de la altura, teorema de los catetos y teorema de Pitágoras. Perímetros y área de figuras planas.

5.2. Geometría Analítica. (28 horas clases)

Distancia entre dos puntos (con demostración). Pendiente de una recta determinada por dos puntos y su relación con el ángulo de inclinación. Condiciones de paralelismo y perpendicularidad de dos rectas en función de sus pendientes. Fórmulas para determinar las coordenadas del punto medio de un segmento. Aplicaciones geométricas de esta fórmula. Ecuación de un lugar geométrica. Ecuación general de la recta (con demostración), casos particulares. Punto de intersección de dos rectas. Distancia de un punto a una recta. Aplicaciones geométricas.

Unidad 6.-Curvas de segundo grado. Secciones cónicas.

6.1. Circunferencia. (6 horas clases)

Circunferencia de centro en el origen de coordenadas. Circunferencia de centro (h;k) y radio r (con demostración). Intersección entre una recta y una circunferencia y entre dos circunferencias. Tangente a una circunferencia. Aplicaciones geométricas.

6.2. Elipse. (6 horas clases)

Definición de la elipse como lugar geométrico del plano. Elementos de la elipse: focos, vértices, excentricidad, ejes, relaciones. Ecuación de la elipse referida a su centro y ejes; ecuación de la elipse desplazada con ejes paralelos a los ejes coordenados. Intersección de una elipse con una recta o entre una elipse y otra ónica.

6.3. Hipérbola. (6 horas clases)

Definición de la hipérbola como lugar geométrico del plano. Elementos de la hipérbola: focos, vértices, excentricidad, ejes, asíntotas, relaciones. Ecuación de la hipérbola referida a su centro y ejes; ecuación de la hipérbola desplazada con ejes paralelos a los ejes coordenados. Intersección de una hipérbola con una recta o entre una hipérbola y otra cónica.

6.4. Parábola. (6 horas clases)

Caracterización de la parábola como lugar geométrico del plano. Elementos de la parábola: foco, vértice, parámetro y directriz de la parábola. Ecuación de la parábola referida a su centro y su directriz; ecuación de la parábola desplazada con ejes paralelos a los ejes coordenados. Intersección de una parábola con una recta o entre una parábola y otra cónica.

6.5. Sistematización de secciones cónicas. (6 horas clases)

Ejercicios donde se combinen las cónicas estudiadas y se sistematice todo lo estudiado en la unidad.

PROGRAMA DE DUODÉCIMO GRADO

PLAN TEMÁTICO

PRIMERA PARTE

Número	Unidad	Horas/clases
1	Números complejos.	24
2	Geometría del Espacio.	36
	Reserva y Evaluación.	12
	Total.	72

SEGUNDA PARTE

1	Cálculo aritmético y algebraico.	9
2	Ecuaciones, sistemas de ecuaciones e inecuaciones.	16
3	Trigonometría.	13
4	Cálculo y demostraciones geométricas.	22
	Reserva y Evaluación.	6
	Total.	66

PRIMERA PARTE

Unidad 1.-Números complejos.

1.1. Cálculo aritmético y algebraico. (4 horas clases) Repaso de las operaciones con números racionales. Orden de las operaciones. Cálculo porcentual. Resolución de problemas aritméticos. Reducción de términos semejantes. Productos notables. Descomposición factorial. Resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas y de sistemas lineales y cuadráticos. Problemas.

1.2. Números complejos. (6 horas clases) Ampliaciones sucesivas de los dominios numéricos. Insuficiencias de los números reales. Unidad imaginaria. Número complejo. Forma binómica o rectangular de un número complejo. Parte real e imaginaria de un número complejo. Números complejos imaginarios puros. Igualdad de números complejos.

1.3. Operaciones con números complejos. (6 horas clases) Adición, sustracción y multiplicación de números complejos en forma binómica. Propiedades de la adición y la multiplicación de números complejos. Potencias de exponente natural de la unidad imaginaria. Raíces de índice par de números reales negativos. Resolución de ecuaciones cuadráticas o de segundo grado, con coeficientes reales, en el conjunto C de los números complejos.

1.4. Representación geométrica de los números complejos. (8 horas clases) Interpretación geométrica de la adición y sustracción de números complejos. Números complejos conjugados. Propiedades. División de números complejos en forma binómica. Módulo o valor absoluto de un número complejo. Propiedades. Argumento de un número complejo. Forma trigonométrica de un número complejo. Multiplicación y división de números complejos en forma trigonométrica. Operaciones combinadas con números complejos en forma binómica y/o trigonométrica.

Unidad 2.-Geometría del espacio.

2.1. Repaso y profundización. (10 horas) Repaso de Geometría Plana: Demostración de las relaciones de posición entre puntos y rectas y entre rectas. Distancia de un punto a una recta. Ángulos opuestos por el vértice, adyacentes y entre paralelas. Elementos y propiedades de los triángulos y los cuadriláteros. Elementos y propiedades de la circunferencia y el círculo. Grupo de teoremas de Pitágoras: Teorema de la altura, teorema de los catetos y teorema de Pitágoras. Perímetro y área de figuras planas. Resolución de triángulos cualesquiera.

2.2. Geometría sintética. (12 horas clases)

Conceptos primarios de la geometría plana (punto, recta y plano). Axiomas o postulados. Teorema: premisa, tesis y demostración. Axiomas y teoremas para la geometría del espacio. Determinación de un plano por dos rectas que se cortan (con demostración). Rectas paralelas (definición). Posiciones relativas de dos rectas en el espacio. Ángulo entre rectas. Paralelismo de recta y plano (definición). Criterio de paralelismo de recta y plano (con demostración). Perpendicular y oblicua a un plano. Criterio de perpendicularidad de recta y plano. Relación entre las perpendiculares y las oblicuas. Distancia de un punto a un plano (definición). Proyección de una oblicua sobre un plano, ángulo entre recta y plano. Teorema sobre las rectas perpendiculares a un plano Teorema de las tres perpendiculares. Aplicaciones al cálculo.

2.3. Cuerpos. (14 horas clases)

Cuerpos geométricos (prisma, pirámide, cilindro, cono y esfera). Elementos.Representación aplicando la perspectiva caballera. Cálculo del área lateral, total y volumen, aplicando de forma integradora de los elementos precedentes de geometría plana y del espacio y la trigonometría.

SEGUNDA PARTE

Unidad 1. Cálculo aritmético y algebraico.

1.1. Cálculo numérico.

Algoritmos básicos de las operaciones, la regla fundamental del cálculo aproximado y el orden de las operaciones. Ejercicios de cálculo. Valor numérico de expresiones algebraicas y del cálculo de imágenes de funciones racionales e irracionales. Uso de tablas. Ejercicios de cálculo y resolución de problemas aritméticos. Aplicaciones del cálculo porcentual.

1.2. Cálculo algebraico.

Reducción de términos semejantes y la introducción de signos de agrupación. Productos notables y cálculo con expresiones algebraicas. Casos y procedimiento de descomposición factorial. Simplificación de fracciones algebraicas y de las operaciones con fracciones. Aplicación al cálculo.

Unidad 2. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones. Inecuaciones.

2.1. Ecuaciones. Resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas; naturaleza de las raíces de una ecuación cuadrática. Introducción de raíces extrañas, necesidad de comprobar. Ecuaciones fraccionarias y con radicales. Ecuaciones logarítmicas, exponenciales y trigonométricas que se resuelven por reflexiones lógicas. Despejo de fórmulas. Ceros y polos de funciones. Resolución de problemas que se resuelven mediante ecuaciones.

2.2. Sistemas de ecuaciones.

Resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas y de sistemas cuadráticos de dos ecuaciones con dos incógnitas. Su significado geométrico. Resolución de problemas que conducen a sistemas.

2.3. Inecuaciones. Inecuaciones lineales, cuadráticas y fraccionarias.

Unidad 3. Trigonometría

3.1. Identidades trigonométricas. Identidades trigonométricas fundamentales. Demostración de identidades trigonométricas sencillas.

3.2. Ecuaciones trigonométricas. Resolución de ecuaciones que requieren la utilización de identidades.

Unidad 4. Cálculo y demostraciones geométricas.

4.1. Propiedades geométricas elementales

4.1.1 Pares de ángulos. Ángulos formados por dos rectas al cortarse, sus propiedades. Ángulos formados por una secante al cortar dos rectas paralelas. Aplicación al cálculo y demostraciones simples.

4.1.2. Triángulos. Definiciones y propiedades relativas a triángulos. Clasificación, rectas y puntos notables; desigualdad triangular. Propiedades relativas a los ángulos interiores, y exteriores de un triángulo. Triángulo Rectángulo: Grupo de Teoremas de Pitágoras,. Relaciones entre los lados y ángulos de un triángulo (ley de los senos y ley de los cosenos). Aplicaciones al cálculo y demostraciones sencillas.

4.1.3. Cuadriláteros Clasificación y propiedades características de los cuadriláteros. Aplicación al cálculo y demostraciones sencillas.

4.1.4. Circunferencia. Definición, elementos y propiedades. Ángulos en la circunferencia. Propiedades. Aplicación al cálculo y demostraciones sencillas.

4.2. Igualdad y semejanza de triángulos. Criterios. Aplicación al cálculo y demostraciones simples.

4.3. Cálculo de perímetros, áreas y volúmenes Fórmulas fundamentales de perímetros y áreas de figuras planas; así como de áreas y volúmenes en los cuerpos.

4.4. Geometría analítica de la recta en el Plano. Ecuación cartesiana de la recta; distancia entre dos puntos; pendiente de una recta determinada por dos puntos y su relación con el ángulo de inclinación. Condiciones de paralelismo y perpendicularidad de dos rectas en función de las pendientes. Aplicaciones al cálculo relacionado con figuras geométricas elementales en un plano coordenado.

4.5. Geometría del espacio. Posiciones relativas de dos rectas en el espacio. Paralelismo entre recta y plano. Perpendicular y oblicua a un plano. Relación entre las perpendiculares y las oblicuas. Distancia de un punto a un plano. Proyección de una oblicua sobre un plano, ángulo entre una recta y un plano. Teorema sobre las rectas perpendiculares a un plano. Teorema de las tres perpendiculares. Aplicaciones al cálculo

Nota: La distribución de las horas clases de cada una de las unidades temáticas asociadas a las unidades 1, 2, 3 y 4 la hará el profesor de acuerdo al diagnóstico y características de sus grupos.

Anexo 3

Clasificación de los tipos de medios y materiales de enseñanza

Tipos de medios y materiales	**Modalidad simbólica medios y materiales incluidos**	**Modalidad simbólica medios y materiales incluidos**
Medios manipulativos	Estos medios serían el conjunto de recursos y materiales que se caracterizarían por ofrecer a los sujetos un modo de representación del conocimiento de naturaleza Inactiva. Es decir, la modalidad de experiencia de aprendizaje que posibilitan estos medios es contingente. Para ser pedagógicamente útil la misma debe desarrollarse intencionalmente bajo un contexto de enseñanza.	*Objetos y recursos reales* . Los materiales del entorno (minerales, animales, plantas, etc.) . Materiales para la psicomotricidad (aros, pelotas, cuerdas, ...) . materiales de deshecho *Medios manipulativos simbólicos* . Los bloques lógicos, regletas, figuras geométricas y demás material lógico-matemático, . Los juegos y juguetes
Medios textuales o impresos	Esta categoría incluye todos los recursos que emplean principalmente los códigos verbales como sistema simbólico predominante. En su mayor parte son los materiales que están producidos por algún tipo de mecanismo de impresión.	*Material orientado al profesor:* Guías del profesor o didácticas; .guías curriculares ; otros materiales de apoyo curricular *Material orientado al alumno:*. Libros de texto; .material de lecto-escritura; el cartel, comic. Otros materiales textuales
Medios audiovisuales	Son todo ese conjunto de recursos que predominantemente codifican sus mensajes a través de	*Medios de imagen fija:*. retro proyector de transparecencias . proyector de diapositivas

	representaciones icónicas. La imagen es la principal modalidad simbólica a través de la cual presentan el conocimiento	. episcopio *Medios de imagen en movimiento:* . el proyector de películas . televisión y. vídeo
Medios auditivos	Emplean el sonido como la modalidad de codificación Predominante. La música, la palabra oral, los sonidos reales . representan los códigos más habituales de estos medios.	. El cassette . El tocadiscos . La radio
Medios informáticos	Se caracterizan porque posibilitan desarrollar, utilizar y combinar indistintamente cualquier modalidad de codificación simbólica de la información. Los códigos verbales, icónicos fijos o en movimiento, el sonido ,son Susceptibles de ser empleados en cualquier medio informático.	. ordenador . CD-ROM . Telemática . CD-I

Anexo 4

Guía de revisión de documentos

1. Las **orientaciones que los programas** de la Matemática Básica en la Universidad ofrecen sobre el uso de medios para la comprensión de la geometría..
2. Las **orientaciones que los programas** de la Matemática en la enseñanza media realiza acerca de elementos de geometría.
3. valorar los **resultados obtenidos** por los estudiantes en exámenes finales.

Guía de realización de la encuesta a profesores y estudiantes.

1. Contenidos de geometría elemental.

En la encuesta realizada a los estudiantes y profesores se tuvo en cuenta los siguientes contenidos ***.El plano*** [punto, recta y plano (postulados y axiomas); Recta- trazado de paralelas, trazado de perpendiculares;.Circunferencia y circulo- ¿qué es una circunferencia? Trazado, ¿ qué es círculo?,posiciones relativas de una recta y una circunferencia, propiedades del diámetro, el número π, Trigonometría-ángulo desde el punto de vista trigonométrico, ángulos positivos negativos, sistema de medición, razones trigonométricas de un ángulo agudo, ángulos notables- Razones trigonométricas de estos, signos de las razones trigonométricas en los 4 cuadrantes ,razones trigonométricas de ángulos complementarios, fórmulas trigonométricas, resolución de triángulos rectángulos y no rectángulos, Geometría Analítica- La recta en el plano cartesiano, recta que pasa por el origen de coordenadas, rectas paralelas y perpendiculares, ecuación de la recta que pasa por dos puntos, distancia entre dos puntos, Cónicas (Elipse-Excentricidad, Método de construcción; Parábola- Ecuación estándar de la parábola, Simetría; Hipérbola- ecuación estándar de la hipérbola, intersecciones con ejes, traslación de ejes)].

Causas que los profesores consideran que inciden en las dificultades detectadas.

Guía de realización de la entrevista semiestructurada a profesores y estudiantes.

Entrevista individual semiestructurada a profesores y estudiantes de matemática

1. Contenidos de la Matemática Básica que necesitan conocimientos del nivel de enseñanza anterior.
2. Conocimiento real de la preparación que tienen sus alumnos para el estudio de la Geometría en la Matemática Básica
3. Causas que inciden en los resultados del aprendizaje de la Geometría en la Matemática Básica.
4. Conocimientos pedagógicos y didácticos para resolver las dificultades que se le presentan a los profesores en el proceso docente educativo.
5. Uso de medios de enseñanza para el estudio independiente. Consideraciones y la utilidad que les ofrece los medios de enseñanza para dicho estudio.

Guía de valoración de pruebas de diagnostico y exámenes finales.

Pruebas de diagnóstico con el fin de valorar en que nivel los estudiantes que ingresan en la Universidad poseen los conocimientos sobre el trabajo con las ecuaciones matemáticas.

-Constatación de los resultados en **exámenes finales** de la asignatura durante 4 cursos con el objetivo de valorar los resultados en el conocimiento de las ecuaciones evaluadas.

Anexo 5

Programa de la asignatura: MATEMÁTICA BÁSICA

Horas totales: 80 horas **Año académico:** Primer año **Semestre:** Primero

Total de horas por actividad docente:

Formas de enseñanza:	**Cantidad de horas**
Clases	32 – (64 horas)
Clases de ejercitación	6 – (12 horas)
Evaluaciones parciales	2 - (4 horas)
Total	**40 - (80 horas)**

II.- OBJETIVOS GENERALES EDUCATIVOS E INSTRUCTIVOS

Objetivos generales educativos

1. Contribuir a ampliar la madurez matemática y la capacidad de trabajo con la abstracción en los estudiantes que inician estudios de Ingeniería.
2. Contribuir al desarrollo del pensamiento lógico y algorítmico, en particular en lo referente a las habilidades de identificar conceptos, demostrar propiedades matemáticas, así como establecer y desarrollar secuencias de operaciones matemáticas, con el fin de dar solución a problemas propios de la asignatura.
3. Contribuir al desarrollo intelectual, ético y estético de los estudiantes; a través del desarrollo de habilidades en el lenguaje lógico verbal y escrito en las operaciones

mentales propias de la matemática, en la defensa de sus valoraciones y en el uso de la crítica y la autocrítica.

4. Contribuir a desarrollar en los estudiantes la habilidad de trabajo independiente, consultando sistemáticamente los libros de texto que se ajustan al contenido del programa, incentivando la constancia y el hábito de proceder reflexivamente.

Objetivos generales instructivos

1. Identificar, caracterizar las propiedades básicas y resolver: ecuaciones lineales y cuadráticas, sistemas de ecuaciones y desigualdades, así como modelar problemas prácticos sencillos utilizando tales conceptos.
2. Definir, identificar, interpretar sus propiedades más generales y graficar las funciones: polinomiales, racionales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y trigonométricas inversas.
3. Definir, identificar e interpretar propiedades más generales de los lugares geométricos: rectas, círculos, parábolas, elipses e hipérbolas así como representarlos en diferentes formas analíticas y sistemas coordenados.

III.- CONTENIDO Sistema de conocimientos

Elementos de Lógica. Elementos de teoría de conjuntos. Ecuaciones lineales y cuadráticas, reducibles a cuadráticas y lineales. Inecuaciones lineales, cuadráticas y racionales. Valor absoluto en ecuaciones y desigualdades. Herramientas básicas para la graficación. El círculo. La línea recta en el plano. Funciones. Definiciones relacionadas con el concepto de función:

$y = mx + n$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = x^3$, $y = |x|$ $y = \sqrt{x}$.

Gráfica de funciones, incluyendo funciones por tramos. Combinación de funciones. Funciones inversa. Funciones polinomiales y sus gráficas. Determinación de raíces racionales de polinomios. Aproximación de raíces reales de polinomios. Funciones racionales. Fracciones parciales. Funciones exponencial y logarítmica. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Relaciones trigonométricas en el triangulo rectángulo. Funciones trigonométricas (sen (x), cos (x), tan(x), cot x)) Funciones trigonométricas inversas. Funciones trigonométricas y resolución de triángulos rectángulos. Identidades trigonométricas básicas. Identidades trigonométricas especializadas. Ecuaciones trigonométricas. Vectores geométricos en el plano y el espacio. Coordenadas Polares. Secciones cónicas. La Parábola, la elipse y la hipérbola. Traslación de ejes. Ecuaciones paramétricas.

Sistemas de habilidades

- Definir los diferentes conjuntos numéricos (desde los naturales hasta los complejos)
- Identificar y resolver ecuaciones lineales, sistemas de dos ecuaciones lineales e inecuaciones lineales sobre los diferentes conjuntos numéricos
- Modelar problemas sencillos que conduzcan a ecuaciones lineales o no, sistemas de dos ecuaciones lineales, inecuaciones lineales y a funciones elementales.
- Resolver ecuaciones e inecuaciones sencillas que contienen valor absoluto.
- Identificar y resolver ecuaciones cuadráticas o reducibles a cuadráticas.
- Escribir las ecuaciones de una línea recta y circunferencia, conociendo la información necesaria. Representar gráficamente.
- Interpretar el concepto de función en forma general y sus variantes concretas. Reconocer la existencia de una función.
- Describir el concepto de función inversa.

- Hallar la inversa de una función, si existe. Obtener la gráfica de una función a partir de la de su inversa.
- Identificar, enunciar las propiedades fundamentales y graficar las funciones: polinomiales, racionales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y trigonométricas inversas. Realizar transformaciones sencillas en sus gráficos.
- Reconocer las ventajas que brindan los sistemas de coordenadas cartesiano y polar (aspectos comunes y diferencias)
- Representar gráficamente y discutir las principales propiedades de las secciones cónicas. La Parábola, la elipse y la hipérbola.

IV.- TEXTOS BÁSICOS

Título: **Precalculo, funciones y gráficas.**

Autor(es): Barnett, Ziegler y Byleen.
Editorial: Mc.Graw-Hill. **Año de edición**: 2000. **Cantidad de páginas:**
Volumen 1: páginas 1 a 503. Volumen 2: Capítulo 7 (páginas 505 a 579), Capítulo 11 (páginas 777 a 835) y Apéndices: A-1 al A-3.

V.- INDICACIONES METODOLÓGICAS Y DE ORGANIZACIÓN

Para el desarrollo de este programa se recomienda la planificación calendaria que se muestra en la página siguiente. Una característica importante es el volumen de ejercitación sobre los contenidos que se estudian, para evitar que la cantidad de información tienda a limitar su comprensión y el desarrollo de las habilidades previstas.

Para la elaboración de estas orientaciones nos hemos apoyado en el material "Matemática Básica" elaborado por Dr. Ing. Manuel Álvarez Blanco y que se ha utilizado durante el primer semestre del curso 2002-2003 en los planes de Ingeniería Informática, el cual es de aproximadamente 300 páginas y brinda una detallada orientación de las clases temáticas, con valiosas e inestimables indicaciones.

VI.- SISTEMA DE EVALUACIÓN

Se realizarán dos pruebas parciales de dos horas.
Examen final escrito de una duración máxima de 4 horas.

Programación Calendario de la Asignatura Matemática Básica

Semana	Actividad	Contenido	Tipo de actividad	Recursos didácticos
1	1	Elementos de Lógica	Clase	PPT
	2	Elementos de Lógica	Clase	PPT
2	3	Elementos de teoría de conjuntos	Clase	PPT
	4	Ecuaciones lineales y cuadráticas	Clase	PPT + **Video**
	5	Ecuaciones reducibles a cuadráticas y lineales	Clase	PPT
3	6	Inecuaciones Lineales, cuadráticas y racionales	Clase	PPT
	7	Valor absoluto en ecuaciones y desigualdades.	Clase	PPT

4	8	Ejercitación de los contenidos de 1 a 7	Clase de Ejerc.	
	9	Herramientas básicas para la graficación. El círculo.	Clase	PPT
	10	La línea recta en el plano.	Clase	PPT
5	11	Funciones. .Definiciones relacionadas con el concepto de función: $y = mx + n$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = x^3$, $y = \|x\|$, $y = \sqrt{x}$	Clase	PPT + **Video**
	12	Gráfica de funciones. Incluyendo funciones por tramos	Clase	PPT
6	13	Combinación de funciones.	Clase	PPT
	14	Funciones inversas.	Clase	PPT
	15	Funciones polinomiales y sus gráficas.	Clase	PPT
7	16	Determinación de raíces racionales de polinomios. Aproximación de raíces reales de polinomios.	Clase	PPT
	17	Funciones racionales.	Clase	PPT
8	18	Fracciones parciales.	Clase	PPT
	19	Funciones exponenciales.	Clase	PPT
	20	Funciones logarítmicas.	Clase	PPT
9	21	Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.	Clase	PPT
	22	Ejercitación de los contenidos de 1 a 21	Clase de Ejercitación	
10	23	**PRUEBA PARCIAL No. 1**.	**Evaluación**	
	24	Relaciones trigonométricas en el triangulo rectángulo. Funciones trigonométricas (sen(x),cos(x),tan(x),cot(x))	Clase	PPT + **Video**
	25	Funciones trigonométricas inversas.	Clase	PPT
11	26	Funciones trigonométricas y resolución de triángulos rectángulos.	Clase	PPT
	27	Identidades trigonométricas básicas.	Clase	PPT
12	28	Identidades trigonométricas especializadas.	Clase	PPT
	29	Ecuaciones trigonométricas.	Clase	PPT
	30	Ejercitación de los contenidos de 24 a 29	Clase de Ejercitación	
13	31	Vectores geométricos en el plano y el espacio	Clase	PPT
	32	Coordenadas Polares	Clase	PPT
14	33	Secciones cónicas. La Parábola. Traslación de ejes.	Clase	PPT + **Video**
	34	La Elipse Traslación de ejes.	Clase	PPT
	35	La Hipérbola. Traslación de ejes.	Clase	PPT
15	36	Ecuaciones paramétricas.	Clase	PPT

	37	Ejercitación de los contenidos de 31 a 36	Clase de Ejercitación	
1614	38	Ejercitación de los contenidos de 24 a 36	Clase de Ejercitación	
	39	Ejercitación de los contenidos de 24 a 36	Clase de Ejercitación	
	40	**PRUEBA PARCIAL No. 2**	**Evaluación**	

Año académico: Primer año **Semestre:** Primero

II.- OBJETIVOS Tarea ***“Alvaro Reynoso”***

Programas de las asignaturas del Primer Año de la Disciplina Matemática: Matemática Básica

Carreras: Ingeniería Industrial y Agronomía

Versión definitiva del programa de la asignatura MATEMÁTICA BÁSICA

I.- DATOS GENERALES

Carreras: Ingeniería Industrial y Agronomía

Disciplina: Matemática General

Asignatura: Matemática Básica **Horas totales: 60** horas. **Clases: 60** horas

Encuentros: 15 de 4 horas

GENERALES EDUCATIVOS E INSTRUCTIVOS.

Objetivos generales educativos.

1. Contribuir a ampliar la madurez matemática y la capacidad de trabajo con la abstracción, en los estudiantes que se inician en los estudios de Ingeniería.
2. Contribuir al desarrollo del pensamiento lógico y algorítmico en particular en lo referente a las habilidades de identificar conceptos, demostrar propiedades matemáticas así como establecer y desarrollar secuencias de operaciones matemáticas para la solución de problemas propios de la asignatura.
3. Contribuir al desarrollo intelectual, ético y estético de los estudiantes, mediante el desarrollo de habilidades en el lenguaje lógico verbal y escrito en las operaciones mentales, propias de la matemática, en la defensa de sus valoraciones así como en el uso de la crítica y la autocrítica.
4. Contribuir a desarrollar en los estudiantes la habilidad de trabajo independiente, consultando sistemáticamente los libros de texto que se ajustan la contenido del programa fomentando la constancia y el hábito de proceder reflexivamente.

Objetivos generales instructivos.

1. Identificar, caracterizar las propiedades básicas y resolver ecuaciones lineales y cuadráticas, sistemas de ecuaciones y desigualdades, así como modelar problemas prácticos sencillos utilizando tales conceptos.
2. Definir, identificar, interpretar las propiedades más generales y graficar funciones polinomiales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas directas e inversas.
3. Aplicar propiedades de las funciones estudiadas en la demostración de identidades trigonométricas y en la solución de ecuaciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas así como modelar problemas prácticos sencillos que conducen a este tipo de ecuaciones.

4. Definir, identificar e interpretar propiedades más generales de los lugares geométricos: recta, círculo, elipse, hipérbola y parábola, así como representarlos en diferentes sistemas coordenados y formas analíticas.

III.- CONTENIDO

Sistema de conocimientos.

Ecuaciones lineales, sistemas de dos ecuaciones lineales e inecuaciones lineales. Números complejos. Ecuaciones cuadráticas y reducibles a cuadráticas. Desigualdades racionales. El círculo y la línea recta en el plano. Funciones: su gráfica, operaciones con funciones, función inversa. Funciones polinomiales, racionales, exponenciales, logarítmicas, circulares, trigonométricas, trigonométricas inversas. Determinación de raíces racionales de polinomios.Ecuaciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas. Vectores geométricos en el plano y vectores algebraicos en el plano y el espacio. Secciones cónicas.Coordenadas polares y gráficas. Ecuaciones paramétricas. Uso del Derive.

Sistemas de habilidades

•Modelar problemas sencillos donde se apliquen los contenidos estudiados, en particular problemas que conduzcan a ecuaciones lineales y/o a sistemas de dos ecuaciones lineales, y/o a inecuaciones lineales y/o a funciones elementales.

• Identificar y resolver ecuaciones lineales, sistemas de dos ecuaciones lineales, inecuaciones lineales.

• Resolver ecuaciones e inecuaciones sencillas que contienen valor absoluto.

• Definir los números complejos como extensión del conjunto R.

• Representar números complejos como puntos del plano complejo y viceversa.

• Realizar operaciones con números complejos.

• Identificar y resolver ecuaciones cuadráticas o reducibles a cuadráticas.

• Escribir las ecuaciones de una línea recta y circunferencia, conociendo la información necesaria. Representar gráficamente.

• Interpretar el concepto de función en forma general y sus variantes concretas. Reconocer la existencia de una función.

• Describir el concepto de función inversa.

• Hallar la inversa de una función si existe. Obtener la gráfica de una función a partir de la de su inversa.

• Reconocer, enunciar sus propiedades fundamentales y graficar las funciones: polinomiales, racionales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, trigonométricas inversas. Realizar transformaciones sencillas en sus gráficos.

• Definir y hallar (si existen) las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas de una función racional. Construir la gráfica aproximada de una función racional a través del análisis de interceptos, dominio, asíntotas y signos de la función.

• Resolver ecuaciones cuadráticas y reducibles a cuadráticas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

• Explicar los conceptos de magnitud escalar, magnitud vectorial, segmento dirigido, vector, norma de un vector. Realizar operaciones (suma, resta, producto por un escalar) con vectores geométricos.

• Modelar mediante vectores geométricos problemas de fuerzas velocidades y desplazamientos.

• Definir el concepto de vector algebraico, establecer su relación con los vectores geométricos. Explicar el concepto de norma de un vector y calcularla. Explicar el concepto de suma, opuesto, diferencia y producto por un escalar de vectores algebraicos y operar con vectores algebraicos.. Definir los vectores canónicos *i* y *j* y realizar operaciones utilizando los mismos.

• Describir, determinar sus ecuaciones estándar y parámetros fundamentales, y representar gráficamente las secciones cónicas elipse, parábola e hipérbola.

• Determinar la ecuación de una cónica trasladada a partir de elementos geométricos adecuados y graficarla.

• Describir el sistema de coordenadas polares. Hallar las coordenadas polares de un punto en el plano y trazarlo a partir de sus coordenadas polares. Transformar coordenadas y ecuaciones del sistema polar al rectangular y viceversa. Trazar curvas a partir de su ecuación en polar.

• Describir los conceptos de ecuación paramétrica, curva plana y trazar curvas planas en forma paramétrica. Obtener la ecuación cartesiana correspondiente mediante la eliminación del parámetro.

• Utilizar el Derive para graficar funciones, calcular aproximadamente raíces de funciones, descomposición de fracciones racionales, graficar curvas en coordenadas polares.

IV.- TEXTOS BÁSICOS

Título: Precálculo, funciones y gráficas

Autor(es): Barnett, Ziegler y Byleen.

Editorial: Mc.Graw-Hill **Año de edición**: 2000 **Cantidad de páginas:**

Volumen 1: páginas 1 a 503 Volumen 2: Capítulo 7 (Págs. 505 a 579), Capítulo 11 (Págs. 777 a 835) y Apéndices: A-1 al I-3

V.- EVALUACIÓN FINAL.

Examen final escrito de una duración máxima de 4 horas.

Anexo 6

Encuestas a estudiantes y profesores.

ENCUESTA A ESTUDIANTES DE LA TAREA ALVARO REINOSO DEL PRIMER AÑO DE LAS CARRERAS DE INGIENERIA INDUSTRIAL Y AGRONOMIA.

Como parte de una investigación acerca de las incidencias de la geometría en la Matemática Básica recibida durante el primer año de tu carrera necesitamos de tu colaboración para el logro de un resultado eficiente de este proceso….. Gracias.

Pregunta 1: En el curso de matemática básica, marque con una x en cuales de los contenidos de geometría elemental que a continuación se señalan presentaron más dificultad.

.El plano

------ punto, recta y plano (postulados y axiomas).

.Recta

------ trazado de paralelas.

----- trazado de perpendiculares.

.circunferencia círculo.

------ ¿qué es una circunferencia? Trazado.

----- ¿qué es círculo?

------posiciones relativas de una recta y una circunferencia.
------propiedades del diámetro
------el número π

- *Trigonometría*

-----ángulo desde el punto de vista trigonométrico.
------ángulos positivos negativos.
------sistema de medición.
-----razones trigonométricas de un ángulo agudo.
------ángulos notables. Razones trigonométricas de estos.
------signos de las razones trigonométricas en los 4 cuadrantes.
------razones trigonométricas de ángulos complementarios
------fórmulas trigonométricas
------ resolución de triángulos rectángulos y no rectángulos

- *Geometría Analítica*

------funciones a fines y funciones lineales: La recta en el plano cartesiano.
------recta que pasa por el origen de coordenadas
------Rectas paralelas
------ Rectas perpendiculares
------ ecuación de la recta que pasa por dos puntos
------distancia los dos puntos

- *Cónicas*

.Elipse
-----Excentricidad
-----Método de construcción
.Parábola
------Ecuación estándar de la parábola
-----Simetría
.Hipérbola
-----ecuación estándar de la hipérbola
-----intersecciones con ejes
-----traslación de ejes
-----Relación de posición entre rectas y curvas.

2.-De los contenidos señalados en la pregunta 1. ¿Con que medios ustedes contaban independientemente del libro de texto para su preparación.Encuesta a profesores que imparten o han impartido la Matemática Básica.

Estimado colega,

Necesitamos de su colaboración para nuestro trabajo en torno a la preparación de los estudiantes en los elementos de geometría para su utilización en el aprendizaje de la Matemática Básica en función de podernos nutrir para establecer estrategias pedagógicas para la elaboración de un sistema de medios integrados que sirvan de apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje de diversos temas de la Matemática.

. Gracias por su ayuda.

Município: ____
___

1. En que contenido(s) matemático(s) de la geometría percibió dificultad en el aprendizaje por parte de sus estudiantes.

( ) *Punto, recta y plano (postulados y axiomas).*
( ) *Trazado de paralelas.*
( ) *Trazado de perpendiculares.*
( ) *¿Qué es una circunferencia? Trazado.*
( ) *¿Qué es círculo?*
( ) *Posiciones relativas de una recta y una circunferencia.*
( ) *Propiedades del diámetro.*
( ) *El número π.*

Trigonometría

( ) *Razones trigonométricas de un ángulo agudo.*
( ) *Ángulos notables. Razones trigonométricas de estos*.
( ) *Signos de las razones trigonométricas en los 4 cuadrantes.*
( ) *Fórmulas trigonométricas*.

Geometría Analítica.

( ) *La recta en el plano cartesiano.*
( ) *Ecuación de la recta que pasa por dos puntos*.
( ) *Distancia los dos puntos.*
( ) *–Hipérbola. Ecuación estándar de la hipérbola. intersecciones con ejes.*

( ) *Parábola .Ecuación estándar de la parábola. Simetría.*
( ) *Relación de posición entre curvas y rectas.*

2. En su opinión cuales son las causas de las dificultades en el aprendizaje en sus estudiantes de Primer Año de Ingeniería en las Sede Universitaria de su Municipio.

¿Qué posible solución sugiere para tal problemática?

ANEXO 7

ENTREVISTA INDIVIDUAL SEMIESTRUCTURADA A PROFESORES y ESTUDIANTES.

Profesores de matemática.

Aspectos a considerar:

1. ¿En qué contenidos de la Matemática Básica presentan mayores dificultades sus estudiantes?
2. Conocimiento real de la preparación que tienen sus alumnos para el estudio de la Geometría en la Matemática Básica.
3. ¿De qué forma obtuvo la información de las dificultades de sus estudiantes?
4. Necesidades de conocimientos pedagógicos y didácticos para resolver las dificultades que se le presentan en el proceso docente educativo

Estudiantes.

1¿De la asignatura Matemática Básica que recibiste en el primer año de la carrera, cual consideras que fue el contenido que mayor dificultad presento?

2 ¿En tu opinión cuales son las causas que incidieron en esos resultados?

3. Tuviste los medios suficientes y necesarios para el estudio independiente sobre el tema?

Anexo 8

Prueba Diagnóstico y Exámenes Finales de Matemática Básica para el primer año de Ingeniería.

Prueba de diagnóstico.

1. Halle la ecuación de una circunferencia que tiene su centro en (-1, 3) y cuyo radio es 5.
2. La ecuación ¿a qué curva representa?
   $x^2 + 2x + y^2 = 0$
3. Escribe la ecuación de una hipérbola sabiendo que:

a) 0(0; 0), F(-5; 0), a=2

4. Representar la parábola de ecuación:

$$4x^2 - 20x - 24y + 97 = 0$$

Determinar las coordenadas de su vértice y FOCO, así como, la longitud de su lado recto y ecuación de la directriz.

Exámenes Finales

Examen de Matemática Básica. Curso 2006-2007

Tarea Álvaro Reinoso. Especialidad Ingeniería Industrial y Agronomía

Primera Convocatoria.

I) En una granja ocurre que 5 veces el número de cerdos es igual a 6 veces el número de vacas y además la cuarta parte del número de cerdos excede en 10 a la quinta parte del número de vacas. ¿Cuántos cerdos y cuántas vacas hay en la granja?

II) Determine los valores de x para los cuales la función

$$f(x) = \frac{Log(x^2 - 25)}{\sqrt{x^2 - x - 2}}$$ está definida.

III) Resolver la desigualdad $\dfrac{x^3 + 4x^2 + 3x}{x^2 + x - 2} \geq 0$

IV) Descomponer en fracciones parciales $g(x) = \dfrac{3x^2}{x^3 - 2x^2 + x - 2}$

V) Dadas las ecuaciones $(x+1)^2 + y^2 = 16$; $y - x - 3 = 0$

a) Trace gráficamente dichas ecuaciones.

b) Halle los valores de x para los cuales se interceptan dichas ecuaciones.

Examen de Matemática Básica. Curso 2006-2007

Tarea Álvaro Reinoso. Especialidad Ingeniería Industrial y Agronomía

I) Dos fábricas deben producir uniformes escolares y entre ambas deben hacer 240. La sexta parte de la producción de la primera de ellas excede en 20 a la cuarta parte de la producción de la segunda. ¿Cuántas uniformes escolares produjo cada fábrica?

II) Efectuar $\dfrac{4-2i}{1-3i} + (6 + \dfrac{4}{3}i)(3-5i)$

III) Resolver la desigualdad $\dfrac{x^3 - x^2 + 3x - 3}{x^2 + x - 20} > 0$

IV) Descomponer en fracciones parciales $g(x) = \dfrac{x^2 + 3x}{x^3 - 2x^2 - 24x}$

V) Dadas las ecuaciones $x^2 + y^2 - 4y - 8 = 0$;

$2x - 4y - 3 = 0$

a) Determine el centro y el radio de la circunferencia.

b) Represente gráficamente cada ecuación.

Examen de Matemática Básica. Curso 2006-2007

Tarea Álvaro Reinoso. Especialidad Ingeniería Industrial y Agronomía

Tercera Convocatoria.

1) Efectuar $(2+3i)(4-\frac{5}{2}i)+\frac{2-3i}{4-2i}$

2) Diga para que valores de x está definida la función

$$f(x)=\sqrt{\frac{x^2+4x+4}{2x^2+5x+2}}$$

3) Resolver la desigualdad $\frac{x^3-3x^2+2x}{x^2-7x+12}\leq 0$

4) Descomponer en fracciones parciales $g(x)=\frac{x^2+x}{x^3-2x^2+3x-6}$

5) Dadas las ecuaciones $(x-3)^2+(y+1)^2=16$; $x-y+1=0$

a) Represente gráficamente cada ecuación.

b) Obtenga la ecuación de otra recta que pasa por el centro de la circunferencia y sea perpendicular a la recta dada.

Anexo 9

Resultados docentes de Matemática Básica en las carreras de Ingeniería Industrial y Procesos Agroindustriales en el período 2004-08

Carrera Ingeniería Industrial

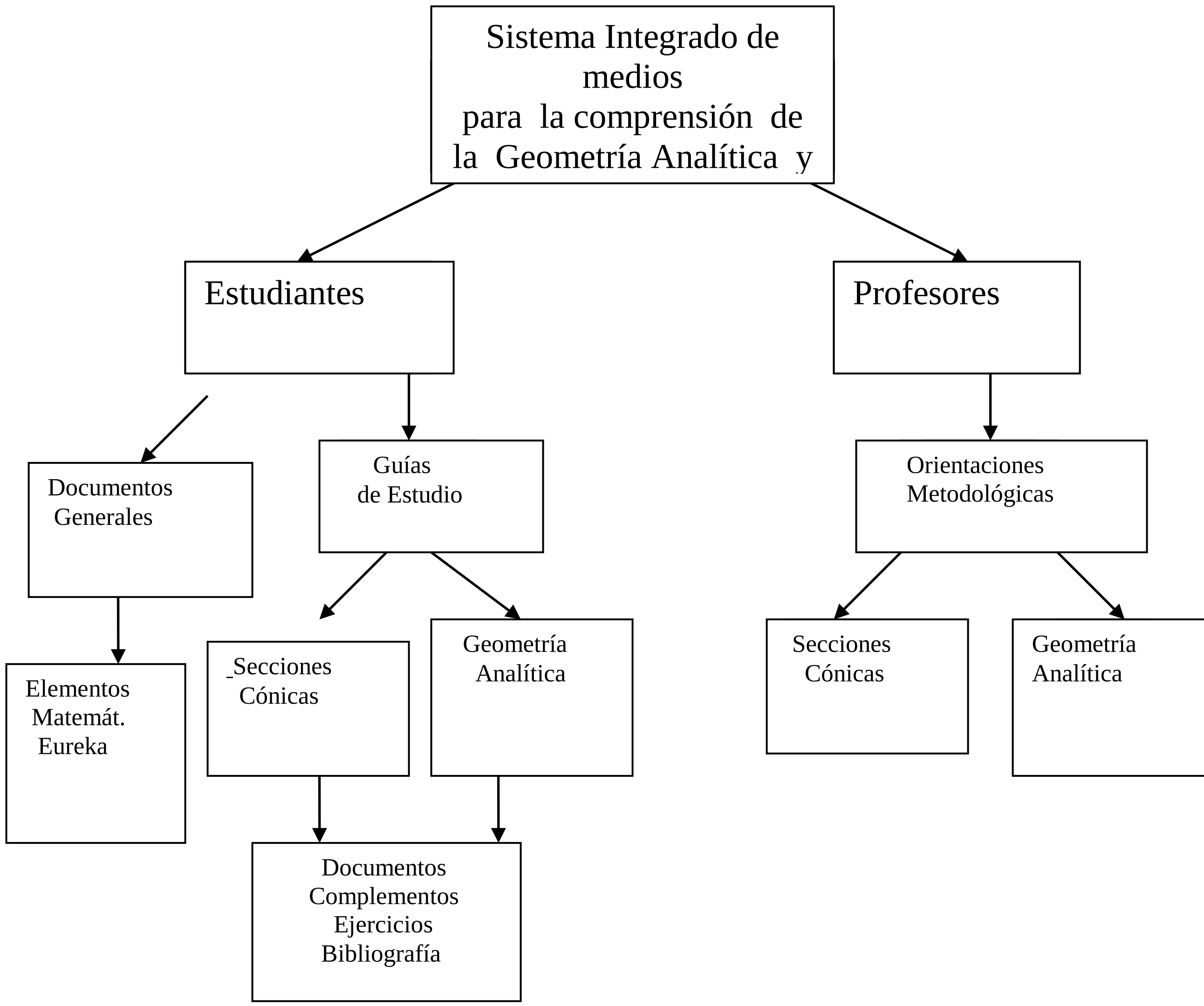
	2004-05	**2005-06**	**2006-07**	**2007-08**
Matrícula	21	31	27	19
Presentados	14	13	12	14
Aprobados	12	10	9	4
%	57,1	32,3	37,3	21,1

Carrera de Procesos Agroindustriales

	2004-05	**2005-06**	**2006-07**	**2007-08**
Matrícula	24	33	39	10
Presentados	15	21	26	7
Aprobados	14	18	21	4
%	58,3	54,5	53,8	40

Anexo

10


Sistema Integrado de medios
para la comprensión de la Geometría Analítica y
Estudiantes
Profesores
Documentos Generales
Guías de Estudio
Orientaciones Metodológicas
Elementos Matemát. Eureka
Secciones Cónicas
Geometría Analítica
Secciones Cónicas
Geometría Analítica
Documentos Complementos Ejercicios Bibliografía