

UNIVERSIDAD CENTRAL “MARTA ABREU” DE LAS VILLAS
FACULTAD DE PSICOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE PSICOLOGÍA



CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA Y
RENDIMIENTO ACADÉMICO

Tesis presentada en opción al Grado Científico de
Doctor en Ciencias Psicológicas

Annia Esther Vizcaino Escobar

Santa Clara
2015

UNIVERSIDAD CENTRAL “MARTA ABREU” DE LAS VILLAS
FACULTAD DE PSICOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE PSICOLOGÍA



CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA Y
RENDIMIENTO ACADÉMICO

Tesis presentada en opción al Grado Científico de
Doctor en Ciencias Psicológicas

Autora: MsC. Annia Esther Vizcaino Escobar

Tutora: Dra. C. Mayra Irene Manzano Mier

Asesora Estadística: Dra. C. Gladys Casas Cardoso

Santa Clara

2015

A María Karla

A mi papá y a mi abuela, siempre presentes

Agradecimientos

A la Dra. C. Mayra Irene Manzano Mier, mi tutora, por su confianza, dedicación y reflexiones tan oportunas, gracias también por los afectos

A la Dra. C. Gladis Casas Cardoso, porque la estadística fue el pretexto para descubrir tanto ingenio y sobre todo conquistar nuestra amistad

A mi querida madre, por su apoyo y amor incondicional, gracias por tantas horas de desvelo en silencio

A mi Ángel, por encender la luz cuando el camino era tan incierto

A mi familia de siempre, los Vizcaino Escobar y Woolston también

A Paula, por quererme de todas formas

A la colega y amiga Dra. C. Idania Otero Ramos, siempre a mi lado, gracias por colocarme en el camino de la ciencia y hacerme crecer cuando más lo necesité

A mis colegas de la Facultad de Psicología de la Universidad Central de Las Villas, por sus valoraciones, críticas y sugerencias, también por permitirme formar parte del colectivo

A los directivos, maestros, asesores y metodólogos de la Subcomisión de Matemática del MINED en Villa Clara y a nivel nacional, muy especialmente a la Dra. C. Marta Álvarez Pérez

A los diplomantes y maestrantes que colaboraron con la investigación, desde el inicio siempre tuvimos una relación profesional, sin ustedes no hubiera sido posible abarcar desde Camagüey hasta Villa Clara

A todos los estudiantes de secundaria básica participantes en el estudio, por permitirme el ejercicio de la profesión

A todos los que de una forma u otra hicieron realidad esta meta

SÍNTESIS

El presente estudio toma como referencia el Paradigma Multidimensional propuesto por Marlene Schommer y colaboradores, para determinar las dimensiones que integran el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de profesores y alumnos de secundaria básica y su relación con el rendimiento académico en esta asignatura.

La investigación se llevó a cabo en el período comprendido de 2011-2014 en la provincia de Villa Clara. Participaron 522 alumnos y los 11 profesores que les impartían la Matemática.

Los resultados mostraron la validez y confiabilidad de los instrumentos de evaluación adaptados.

Se encontraron cuatro dimensiones de creencias sobre la Matemática relacionadas entre sí para el caso de los alumnos: *Habilidad innata; Conocimiento simple, dependiente de la autoridad; Conocimiento relativo y Aprendizaje rápido e inaplicable*. El sistema de creencias de los profesores posee otra estructura, integrada por tres constructos relacionados: creencias sobre el conocimiento matemático con las dimensiones *Fuente, Estructura, Utilidad y Naturaleza*; creencias sobre el aprendizaje con las dimensiones: *la Habilidad para aprender y la Velocidad de adquisición* y creencias sobre la enseñanza con las dimensiones *Planificación de la clase, las Actividades en clases y la Autopercepción de habilidades para enseñar*.

Los alumnos y profesores coinciden en que el tiempo que se necesita para aprender la Matemática es del tipo todo a la primera vez o no ocurre y se requiere de una habilidad innata para ello.

Se constató que tanto los estudiantes como los docentes poseen creencias poco productivas para el aprendizaje y enseñanza de esta ciencia, afectando los resultados docentes.

TABLA DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. EL ESTUDIO DE LAS CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA	9
1.1 LOS RESULTADOS DEL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	9
1.2 CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS. PERSPECTIVAS TEÓRICAS EN SU ESTUDIO	13
1.2.1 <i>Creencias epistemológicas desde la línea metacognitiva</i>	15
1.3 CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS EN DOMINIOS ESPECÍFICOS DEL CONOCIMIENTO	22
1.4 RENDIMIENTO ACADÉMICO Y CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA	25
1.5 CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA DE ALUMNOS Y PROFESORES	28
1.6 INSTRUMENTOS PARA LA EVALUACIÓN DE LAS CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA	32
CAPÍTULO 2. ASPECTOS METODOLÓGICOS	36
2.1 OBJETIVO 1. DEFINIR LAS DIMENSIONES QUE INTEGRAN EL SISTEMA DE CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA DE ALUMNOS Y PROFESORES DE ESTA ASIGNATURA EN LA SECUNDARIA BÁSICA	36
2.1.2 <i>Descripción de tareas, participantes y métodos para el objetivo 1</i>	39
2.2 OBJETIVO 2. CARACTERIZAR EL SISTEMA DE CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA EN UNA MUESTRA DE ALUMNOS Y SUS PROFESORES EN EL NIVEL DE SECUNDARIA BÁSICA.....	47
2.2.1 <i>Descripción de tareas, participantes y métodos para el objetivo 2</i>	47
2.3 OBJETIVO 3. DETERMINAR LAS RELACIONES QUE SE ESTABLECEN ENTRE LOS NIVELES DE RENDIMIENTO ACADÉMICO EN MATEMÁTICA Y LAS DIMENSIONES DE CREENCIAS SOBRE ESTA CIENCIA	50
2.3.1 <i>Descripción de tareas, participantes y métodos para el objetivo 3</i>	50
2.4 OBJETIVO 4. ESTABLECER LAS RELACIONES ENTRE EL SISTEMA DE CREENCIAS SOBRE LA MATEMÁTICA DE LOS ALUMNOS Y SUS PROFESORES.....	52
2.4.1 <i>Descripción de tareas, participantes y métodos para el objetivo 4</i>	52
CAPÍTULO 3. RESULTADOS	54

3.1 DIMENSIONES QUE INTEGRAN EL SISTEMA DE CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA DE ALUMNOS Y PROFESORES DE ESTA ASIGNATURA EN LA SECUNDARIA BÁSICA.....	54
3.1.1 Ajuste lingüístico y cultural de los cuestionarios	54
3.1.2 Análisis de la consistencia interna a nivel global de los cuestionarios	60
3.1.3 Análisis de Componentes Principales para definir las dimensiones de creencias sobre la Matemática a partir de los cuestionarios adaptados	62
3.1.4 Análisis factorial confirmatorio de las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y de los profesores.....	71
3.1.5 Obtención de los instrumentos definitivos	80
3.2 CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA DE CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA EN UNA MUESTRA DE ALUMNOS Y SUS PROFESORES EN LA PROVINCIA DE VILLA CLARA	82
3.2.1 Características del sistema de creencias sobre la matemática de los alumnos ..	82
3.2.2. Características del sistema de creencias sobre la Matemática de los profesores	92
3.3 RELACIONES ENTRE LOS NIVELES DE RENDIMIENTO ACADÉMICO EN MATEMÁTICA Y LAS DIMENSIONES DE CREENCIAS SOBRE ESTA CIENCIA	99
3.3.1 Niveles de rendimiento académico en Matemática de los alumnos de secundaria básica de Villa Clara	99
3.3.2 Relaciones entre las dimensiones de creencias y el rendimiento académico....	101
3.4 ANÁLISIS DE LAS RELACIONES ENTRE EL SISTEMA DE CREENCIAS SOBRE LA MATEMÁTICA DE LOS ALUMNOS Y SUS PROFESORES.....	106
3.5 CONSIDERACIONES FINALES.....	113
CONCLUSIONES	118
RECOMENDACIONES	120
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	121
ANEXOS.....	132

INTRODUCCIÓN

Entre los matemáticos profesionales ha sido muy difundida la idea de que la “experiencia matemática” constituye una fuente inagotable de satisfacciones relacionadas con impresiones de coherencia, rigor, elegancia formal, e incluso belleza que no se obtienen en el mismo grado con otras clases de conocimientos (Davis, 1984). Probablemente fue este tipo de vivencias el que llevó a los filósofos pitagóricos a dar un carácter divino a esa experiencia, entendiéndola como una visión directa de ciertas estructuras, objetos y relaciones que serían, al mismo tiempo, fundamento y negación del mundo aparente. Para ellos, los conocimientos matemáticos no debían ser comunicados a los no iniciados en sus complejos rituales, de forma que a los niveles más elevados y, por así decirlo “místico” de la experiencia matemática sólo podía acceder un grupo selecto de “mathematikoi” y no los simples “acusmáticos” ni, menos aún, las personas ajenas a la sociedad pitagórica (Rivière, 1990).

Esta anécdota real de la historia de la matemática tiene algún sentido cuando se estudian los problemas que encuentran los alumnos para aprenderla, pues sugiere la reflexión de que, desde su misma constitución como saber deductivo, la Matemática se revistió de un cierto carácter elitista y selectivo que, desafortunadamente, aún no ha perdido del todo. Como señalan Hiebert y Lefevre (1986) “las matemáticas constituyen el filtro selectivo básico de todos los sistemas educativos. Son muy pocos los que, en el período de escolaridad obligatoria, llegan al dominio de formas de pensamiento matemático que permitan ni siquiera intuir vagamente las satisfacciones que puede proporcionar la experiencia matemática. Muchos se quedan, por decirlo metafóricamente, en el nivel de “acusmáticos” y son demasiados los que ni siquiera entran en la secta. Para estos últimos, la experiencia de las matemáticas escolares no es fuente de satisfacciones, sino de frustraciones y sentimientos autodepreciativos” (p. 98).

Es así que muchas personas desarrollan en su vida escolar, actitudes negativas hacia la Matemática y ven condicionadas sus elecciones escolares y profesionales por sus dificultades para dominarlas.

En el ámbito mundial es reconocida la problemática, investigadores como Bermejo, Lago, Rodríguez, Dopico, y Lozano (2002); Carrillo (2009); Duval (2006); Edwards, Esmonde, y Wagner (2011); Royer (2003) consideran que en general, la Matemática no es del agrado de los alumnos y señalan que en ello inciden distintos factores, entre ellos, los de tipo social, económico, de orden curricular, los asociados a la didáctica, a la formación de los docentes, a las particularidades de la estructura cognitiva de los alumnos, entre otros.

Rivière (1990) al referirse a la Matemática expresa “se exige un esfuerzo considerable de abstracción y formalización y, sobre todo tratan con un tipo de contenidos que no hacen referencia a propósitos humanos... un reino de relaciones permanentes entre objetos y operaciones abstractas y no de interacciones temporales entre personas” (p. 9). Esta desvinculación de la Matemática con las situaciones llenas de sentidos del mundo real, ha provocado en no pocos estudiantes, el fracaso y rechazo hacia esta materia, diferentes estudios demuestran deficiencias en su aprendizaje en los distintos grados o niveles escolares (Brousseau, 1983; Carrillo, 2009; Edwards et al., 2011; Hiebert & Grouws, 2007; Lapointe, Mead, & Askew, 1992; OCDE, 2013; Rosario et al., 2012; Schoenfeld, 1989; Serrano, Pons, & Ortiz, 2011; Socas, 2007; UNESCO, 2001; TIMSS, 2003 en Vizcaino & Otero, 2012) .

Las evaluaciones realizadas por organismos internacionales en países de América Latina, también han demostrado cómo el aprendizaje de esta materia de los estudiantes latinoamericanos está muy por debajo de los europeos y los asiáticos. Hay pocas excepciones y corresponden a naciones con mayor desarrollo económico, como Chile, que aunque sus resultados en el contexto internacional no son muy halagadores, son mejores

que el resto de la región, en donde únicamente Cuba presenta los puntajes más altos (Benavidez, 2010). Si bien estos resultados sitúan “logros de aprendizaje matemático” muy por encima del resto de la región latinoamericana, en nuestro país no queda resuelta la problemática; los distintos estudios realizados han mostrado que aún persisten deficiencias, principalmente en la comprensión y resolución de problemas, o en los propios resultados académicos obtenidos durante décadas (Alonso, 2001; Delgado, 1999; Educación, 2014; Torres, 2008; Vizcaino & Otero, 2012; Vizcaino, Otero, & Mendoza, 2013).

Esta es una problemática de especial relevancia e interés de especialistas de las ciencias psicológicas y pedagógicas, de metodólogos y asesores del Ministerio de Educación y en los momentos actuales ha llamado la atención de los medios de comunicación e información por el impacto político y social que han tenido dichos resultados.

El análisis de las causas de tales falencias ha sido encarado por varios autores, así por ejemplo, Schoenfeld (1992) parte del supuesto de que los alumnos con un elevado rendimiento en Matemática poseen habilidades cognitivas de alto nivel, como pueden ser las habilidades metacognitivas de planificación, revisión, control, selección y evaluación de las propias actividades intelectuales; Hernández y Morejón (2014) se centran en el análisis del papel que juega la motivación, realizando propuestas que contribuyen a ayudar a los estudiantes a internalizar metas de aprendizaje como estímulo y camino para desarrollar su motivación para hacer matemática; Martínez (2010) ha orientado sus estudios a las representaciones sociales que poseen los estudiantes acerca de la Matemática, demostrando la influencia de estas en el resultado académico.

Numerosos investigadores han dirigido sus trabajos hacia la problemática del aprendizaje de la Matemática, ofreciendo sus aportes, pero quedan aún interrogantes, dudas e incertidumbres, que generan nuevas búsquedas, por ello se investigan nuevas variables,

donde las creencias epistemológicas en este dominio específico se erigen como fundamentales.

Desde la Psicología, se asume que las creencias epistemológicas constituyen un constructo multidimensional compuesto por un sistema de creencias sobre la naturaleza del conocimiento y del aprendizaje, las cuales son relativamente independientes (Schommer, 1990). Esta definición ha sido retomada por numerosos investigadores que se han propuesto demostrar el vínculo entre las creencias y los resultados del aprendizaje, no obstante a juicio de la autora de este trabajo tal definición merece mayor discusión.

Al reconocerse el estrecho vínculo que existe entre las creencias epistemológicas y el aprendizaje, ha comenzado el cuestionamiento sobre si ellas se manifiestan de distinta manera según los dominios específicos del conocimiento (Hofer & Pintrich, 1997), destacándose en el caso concreto de las creencias epistemológicas sobre la Matemática los trabajos de Schoenfeld (1989); Schommer, Duell y Hutter (2005); Steiner (2007) y Walker (2007).

Esta investigación sigue la propuesta de Walker (2007), quien identifica a partir de los estudios de Schommer (1990) diferentes dimensiones de creencias sobre la Matemática: creencias acerca de las fuentes del conocimiento; de su estructura; creencias acerca de la certeza o estabilidad del conocimiento; de los determinantes del aprendizaje; de la velocidad para su adquisición y creencias acerca de la aplicabilidad de la Matemática al mundo real, comprobando que dichas creencias actúan como un sistema regulador de su estructura de conocimiento e influyen en la forma en la que los alumnos aprenden y utilizan la Matemática (Walker, 2007).

Las creencias epistemológicas ya sean generales o específicas de la Matemática, no sólo afectan el desempeño de los alumnos sino también el de los profesores. La perspectiva de las creencias del profesor y sus consecuencias para las prácticas educativas ha cobrado

interés para varios investigadores (Chan, 2005; García & Sebastián, 2011; Levin & Wadmany, 2006; Norton & Richardson, 2005; M. Schommer, Beuchat-Reichardt, & Hernández-Pina, 2012), no obstante, existen en esta área menor número de investigaciones. En el contexto pedagógico, se ha comprobado que el sistema de creencias de los docentes afecta fuertemente sus prácticas, en tanto determina las acciones y decisiones implementadas en cada momento del proceso enseñanza-aprendizaje (Flores, 1998; Gómez & Silas, 2012). Asimismo se manifiestan de manera instrumental a través de los métodos que utilizan para la transmisión del conocimiento. Tal como asevera Ledderman (1992, citado en Rodríguez y López, 2006) las acciones que desarrollan los profesores para enseñar y que se concretan en la metodología para impartir una determinada materia, influyen en las creencias sobre la naturaleza de la ciencia de sus alumnos (Briell, Elen, & Clarebout, 2013; Gómez & Silas, 2012; Hernández- Pina & Maquilón, 2011; Hofer, 2001; Leal, 2011).

Con estas ideas como antecedentes se considera que las creencias epistemológicas ejercen una fuerte influencia en las formas en las que profesores y alumnos desarrollan la experiencia de enseñar y aprender la Matemática; en los resultados docentes que se obtienen; sin embargo, el reto es mostrar cómo se da este vínculo. De esta forma se plantea como **problema de investigación**: ¿Qué dimensiones del sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de profesores y de alumnos de secundaria básica se relacionan con el rendimiento académico de esta asignatura?

Se define como **objetivo general**: Determinar las dimensiones del sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de profesores y de alumnos de secundaria básica que se relacionan con el rendimiento académico de esta asignatura.

Objetivos específicos:

1. Definir las dimensiones que integran el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de alumnos y profesores de esta asignatura en la secundaria básica.
2. Caracterizar el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática en una muestra de alumnos y sus profesores en el nivel de secundaria básica.
3. Determinar las relaciones que se establecen entre los niveles de rendimiento académico en Matemática y las dimensiones de creencias sobre esta ciencia.
4. Establecer las relaciones entre el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y sus profesores.

La novedad científica de la investigación radica en que se identifican las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de alumnos y profesores de la secundaria básica cubana, como constructo de referencia que permite explicar algunas causas de los bajos resultados académicos de esta asignatura. Se utiliza una novedosa técnica de la estadística multivariada que permite explicar las relaciones entre las dimensiones de creencias encontradas, contribución científica que nos aproxima a las formas de aprehender el conocimiento y el aprendizaje de la matemática. Constituye además, un intento de integrar las creencias epistemológicas que asumen docentes y estudiantes cuando comparten una experiencia educativa. Contribución que posibilitará el diseño de una práctica de enseñanza más cercana a los actores del proceso enseñanza-aprendizaje de esta ciencia en el contexto de la secundaria básica.

Como contribución teórica de la investigación se destaca, el análisis y discusión del constructo creencias epistemológicas desde un enfoque multidimensional, su especificidad según el dominio de la ciencia para comprender las disímiles formas en las que estudiantes y profesores se aproximan al conocimiento de la Matemática. De igual manera, resulta significativo el esclarecimiento de su relación con el rendimiento académico.

En el orden metodológico, se utiliza el Análisis Factorial Confirmatorio (AFC) como un tipo de modelo de ecuaciones estructurales para definir las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y los profesores. Dicho método permitió confirmar en distintas muestras la estructura subyacente de las creencias epistemológicas que asumen los estudiantes y docentes en torno a esta ciencia.

Es importante resaltar que el empleo de los procedimientos que soportan el AFC para la definición de las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática, no solo es novedoso para la ciencia psicológica en Cuba, sino que posee gran valor al permitir relaborar las premisas que permiten comprender el constructo objeto de estudio. Su implementación facilita además, la interpretación y explicación de los datos.

Desde el punto de vista instrumental, la investigación aporta dos cuestionarios para evaluar las creencias sobre la Matemática, uno orientado a los alumnos y otro a los profesores. Dichas herramientas son de fácil aplicación. Poseen gran valor práctico, en tanto podrán ser implementadas por docentes, metodólogos y especialistas para el diagnóstico de las creencias epistemológicas que sustentan las formas de aprehender y enseñar la Matemática así como explicar algunas causas de sus bajos resultados académicos. Lo anterior puede convertirse en un recurso potencial para prevenir las dificultades en el aprendizaje de la Matemática, la deserción escolar, el rechazo hacia esta asignatura y podrá facilitar la búsqueda de nuevas formas de enseñarla y aprenderla.

El informe de la investigación consta de la introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. En el primer capítulo, se esbozan los presupuestos teóricos que fundamentan el estudio. Se inicia con un análisis general de la situación problemática asociada al aprendizaje de la Matemática. Se mencionan algunas variables consideradas causas de sus resultados hasta situarse en las creencias epistemológicas como una de ellas. A continuación se abordan distintas posturas teóricas en relación a las

creencias epistemológicas, sus antecedentes así como la línea en la que se inscribe la investigación; se profundiza en la línea de los dominios específicos del conocimiento, particularmente en el estudio de las creencias sobre la Matemática. Los epígrafes cuatro, cinco y seis revelan algunos de los principales retos en el estudio de las creencias epistemológicas: su influencia en el rendimiento académico; el vínculo entre profesores y alumnos o las relaciones que se establecen entre el sistema de creencias de unos y otros, así como el diseño y aplicación de los instrumentos para su evaluación. El análisis que se presenta en estos apartados revela la posición teórico-metodológica de la autora.

El capítulo metodológico expone el diseño de la investigación. A partir de los objetivos se describen las tareas científicas, los materiales e instrumentos, los participantes y los métodos para la obtención y análisis de la información.

En el capítulo 3 se presentan los resultados, siguiendo la misma lógica de presentación por objetivos explicada en el capítulo 2. A continuación, aparecen las conclusiones, recomendaciones, las referencias bibliográficas y los anexos del informe, los cuales reflejan los instrumentos de evaluación utilizados, así como tablas que facilitan la comprensión de los resultados, todos están numerados según el orden de aparición en el texto.

CAPÍTULO 1. EL ESTUDIO DE LAS CREENCIAS EPISTEMOLÓGICAS SOBRE LA MATEMÁTICA

1.1 Los resultados del aprendizaje de la Matemática

El proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática constituye uno de los ámbitos de la investigación científica que mayor interés ha despertado en los últimos años. Diversas evaluaciones a nivel internacional sobre rendimiento en la Matemática (INECSE, 2010; MEC, 2013; OCDE, 2010; PISA, 2012) revelan que un alto porcentaje de alumnos fracasan en la educación secundaria y muestran dificultades para superar con éxito esta materia.

Al revisar los últimos informes tanto de la Asociación Internacional de Evaluación del Rendimiento Escolar (I.E.A.) como los Proyectos PISA (Programme for Indicators of Student Achievement) se encontró que Shanghái-China obtuvo los puntajes más altos, con un promedio de 613 puntos. Dicho resultado supera en 119 puntos el promedio de la OCDE, lo que equivale a casi 3 años de escolaridad por encima del resto de las regiones participantes. Este país posee la mayor proporción de estudiantes que se desempeñan con solvencia en los niveles más altos de rendimiento en Matemática, que son el 5 y el 6 (con el 55.4%), seguida por Singapur (40.0%), Taipei China (37.2%) y Hong Kong-China (33.7%). En Corea, el 30.9% de los estudiantes tienen un alto nivel de competencia en matemáticas; y entre el 15% y el 25% de los estudiantes de Alemania, Bélgica, Canadá, Finlandia, Japón, Liechtenstein, Macao-China, Nueva Zelanda, Países Bajos, Polonia y Suiza, se desempeñan en ese nivel. Esa es una realidad de esas regiones, que no se comporta de igual manera en el resto de los países.

En el conjunto de los países de la OCDE, la mayoría de los alumnos se encuentra en los niveles más bajos de rendimiento en Matemática (niveles <1 y 1). En España el 40% de los alumnos no alcanza el nivel 2, situación similar para la Unión Europea. En el caso de los países de América (Chile, México, Uruguay, Costa Rica, Brasil, Argentina, Colombia y Perú) el puntaje promedio que alcanzan es inferior al promedio de la OCDE (494 puntos),

lo que equivale a que se encuentran a casi dos años de escolaridad por debajo (OCDE, 2013).

En Cuba los resultados tampoco son los más satisfactorios. El balance realizado por la Comisión Nacional de Matemática en el curso 2010 – 2011 determinó la necesidad de hacer modificaciones a los programas de esta materia en la Secundaria Básica, con la finalidad de elevar a planos superiores el nivel de conocimientos, el desarrollo de habilidades y capacidades de los estudiantes para su mejor preparación para la enseñanza media superior (Quintana & Álvarez, 2012). Este ha sido el eje fundamental sobre el cual se han introducido las principales transformaciones desde el curso escolar 2011-2012 hasta la actualidad, sin embargo, persisten las dificultades.

Los partes de promoción del Ministerio de Educación (MINED) en los últimos años (cursos 2011- 2012; 2012-2013; 2013-2014) reflejan que es precisamente en esta asignatura donde se obtienen los porcentajes más bajos de alumnos aprobados. Así, por ejemplo, la prueba final de Matemática del curso 2013-2014 arrojó como resultado en la Provincia de Villa Clara, un 69 % de alumnos aprobados en séptimo grado, cifra que se comportó de manera similar en octavo (68 %) y en noveno los resultados fueron aún más bajos, aprobó el 63.4 %. Al comparar los resultados obtenidos en Matemática con los de otras asignaturas como Física, Ciencias Naturales, Química y Español se encontró que en ninguno de los municipios el porciento de estudiantes aprobados se encuentra por debajo del 85 % (Educación, 2014).

Por otra parte, los exámenes de ingreso a la educación superior también muestran resultados desalentadores en dicha asignatura. Las estadísticas de los últimos años revelan que del total de alumnos presentados, menos del 60 % aprueban estos exámenes (Educación, 2014).

Distintas teorías y autores (Abrate, Pochulu, & Vargas, 2006; Balbi & Dansilio, 2010; Campanario & Otero, 2000; Carrillo, 2009; Coll, Palacios, & Marchesi, 2008; Chevallard, Bosch, & Gascón, 1997; Edwards et al., 2011; Mason, 2003) investigan las causas que

determinan que los alumnos y alumnas obtengan resultados no satisfactorios en el aprendizaje de la Matemática. Schunk y Ertmer (2000) se lo atañen a la autoeficacia percibida para aprender esta ciencia; Miñano y Castejón (2011); Rosário et al. (2012) así como Zimmerman y Schunk (2011) a las estrategias de aprendizaje utilizadas. Por su parte Plant, Ericsson, Hill, y Asberg (2005) consideran que el tiempo dedicado al estudio de esta materia constituye un factor determinante en la obtención de sus resultados. Podrían mencionarse otras variables como el nivel educativo de los padres (Davis-Kean, 2005) o las que tienen que ver con la competencia del profesor de Matemática, su dominio de la ciencia que imparte y de los saberes didácticos y pedagógicos asociados a esta asignatura (Barberá & Gómez, 1996; Font, 2011).

El informe PISA (2012) reconoce como factores que inciden en estos resultados los económicos, sociales y culturales, tanto de los países como de sus sistemas y centros educativos; así como los asociados a las características del alumnado.

Se señalan además, las características del conocimiento matemático, el cual se presenta como un dominio de naturaleza dual (Bishop, 1999). Por un lado se relaciona con la percepción y descripción del orden de acontecimientos en el tiempo y el espacio, con la resolución de problemas prácticos, permitiendo estudiar sistemas no matemáticos. Por otro lado, estas actividades producen estructuras simbólicamente representadas y jerárquicamente estructuradas que devienen objetos de reflexión y elaboración en sí mismos, al margen del mundo real, dando lugar al planteamiento de problemas estrictamente matemáticos; se apoya en un lenguaje formal específico, que presenta notables diferencias con el lenguaje natural; busca precisión, el rigor, la universalidad (Carrillo, 2009; Chevallard et al., 1997; DeCorte, Greer, & Verschaffel, 1996; Rivière, 1990; Royer, 2003; Santos-Trigo, 2007; Socas, 2007).

Esta dualidad hace que se reconozcan dos tipos de significados relacionados con el conocimiento matemático: uno interno, formal, puramente matemático, y otro externo, referencial, que vincula el sistema formal de la Matemática con algunos aspectos del

mundo real. La coordinación de estos dos tipos de significados resulta compleja y es reconocida como uno de los obstáculos para su aprendizaje. De hecho, en muchos casos se constata que los alumnos no llegan a coordinarlos, sino que los mantienen separados (Martí, 1996; Serrano et al., 2011; White, Way, Perry, & Southwell, 2006).

Cuando no se logra el vínculo entre ambos tipos de significados se observa en los alumnos que son capaces de aplicar procedimientos matemáticos, pero no saben por qué funcionan; dominan las habilidades de cálculo necesarias para resolver problemas escolares pero carecen de la comprensión para aplicar sus conocimientos a situaciones nuevas; son capaces de manipular símbolos, pero no entienden el significado de los mismos ni de lo que están haciendo con ellos. Para estos alumnos, el aprendizaje matemático acaba consistiendo en la repetición mecánica de definiciones, demostraciones y fórmulas o en la aplicación no menos mecánica de algoritmos, acaban transformándose en una actividad cerrada en sí misma, sin ningún significado (Schoenfeld, 2008; Serrano, 2008; Serrano et al., 2011).

La mayoría de las investigaciones que han abordado la problemática se centran en las deficiencias o dificultades que pueden tener los alumnos, los profesores, el currículo, su implementación, los cánones que impone la sociedad de hoy. En menor cuantía se encuentran trabajos que se orienten a explorar las formas en que docentes y estudiantes se aproximan al conocimiento matemático desde una perspectiva personal y como ello facilita o no obtener mejores resultados.

Desde cualquier punto de vista resulta tremendamente complejo su abordaje, ya sea que el investigador se sitúe en el análisis de las condiciones previas que propician la enseñanza y aprendizaje de esta ciencia; en las actuales o en las que constituyen el potencial a estimular.

Una alternativa que ha sido considerada recientemente, es el estudio de las creencias sobre la naturaleza y origen del conocimiento y del aprendizaje o creencias epistemológicas, constructo que ha sido retomado en esta investigación como una de las causas de la ejecución académica en Matemática. Interés que está marcado por defender el rol activo del

alumno en el proceso de aprendizaje, interactuando constantemente con el medio social y siendo el constructor de sus propios significados.

1.2 Creencias epistemológicas. Perspectivas teóricas en su estudio

El estudio sobre la naturaleza del conocimiento y las teorías que sostienen el conocimiento han sido ampliamente abordados desde la Filosofía. Platón por ejemplo, distinguía el término episteme (conocimiento) de la doxa (opinión) y en uno de sus diálogos más famoso titulado Teetetes se dedica a demostrar que la opinión y la percepción no son en sí mismo conocimiento (Platón, 1962). Desarrollándose desde entonces un amplio debate acerca del conocimiento, su función, cuándo se considera un conocimiento como verdadero o digno de crédito o cómo sabemos que lo que creemos acerca del mundo es verdadero (Anderson, 1984; Villoro, 2008). Para responder a estos cuestionamientos se han identificado diversos constructos, entre ellos: las creencias epistemológicas.

La literatura científica dentro de la psicología destaca diferentes propuestas o perspectivas en el estudio de las creencias epistemológicas. Esta diversidad se da en distintos niveles y está referida a su terminología, definición, a los modelos teóricos de estructuración y desarrollo, así como la metodología para investigarlas.

Con respecto a la terminología se ha encontrado por ejemplo: supuestos epistémicos, formas de conocer, teorías epistemológicas, reflexiones epistemológicas, concepciones implícitas sobre el conocimiento, recursos epistemológicos, epistemología personal, creencias epistemológicas, creencias sobre la naturaleza del conocimiento y del aprendizaje, etc., puede consultarse por ejemplo: Pajares (1992); Alexander y Dochy (1995); Alexander, Murphy, Guan, y Murphy (1998); Hofer y Pintrich (1997); Hofer (2000); Kardash y Howell (2000); Hirsjärvi y Perälä- Littunen (2001); King y Kitchener (2002); Schraw y Sinatra (2004); Buehl y Alexander (2006); Ching y Swe (2008); Hernández- Pina y Maquilón (2011)). A pesar de la diversidad de términos empleados parece existir cierto acuerdo en que “las creencias epistemológicas contienen las suposiciones básicas de las personas en relación al conocimiento y el aprendizaje, a sus

límites, a la firmeza que puede tener un determinado sistema de conocimientos y cómo funcionan en general el aprendizaje y la adquisición del conocimiento” (Hofer, 2008, p. 117).

Este supuesto resalta el rol activo del sujeto en su relación con el conocimiento. En el desarrollo de los procesos que realiza para conocer va configurando una forma de aprehender el conocimiento, la que a su vez se convierte en un estado de disposición previo, que origina nuevos aprendizajes (Leal, 2011). Es así que desarrolla sus creencias acerca del conocer y los caminos para su adquisición (Maravilla-Correa, 2014).

Desde este referente, la autora de este trabajo considera, que las creencias ofrecen una ayuda ventajosa para comprender los resultados del aprendizaje, en tanto integran las posturas personales en relación a la naturaleza del conocimiento y las formas de adquirirlo.

El marco inicial para investigar las creencias que tienen los estudiantes sobre el conocimiento y el aprendizaje se encuentra en los trabajos de Perry (1968, 1970). Este fue uno de los primeros investigadores que elaboró una teoría sobre las creencias de estudiantes universitarios. Comprobó que en los primeros cursos de la universidad muchos de ellos pensaban que el conocimiento era algo simple, cierto y transmitido por la autoridad. Sin embargo, cuando alcanzaban sus últimos años de carrera, después de haber sido expuestos a modos de pensar y actuar distintos, la mayor parte de ellos creían que el conocimiento tenía una naturaleza provisional, era complejo y se producía como consecuencia de un proceso de razonamiento que podía ser relativo, ambiguo e implicar ideas contrapuestas.

Su principal contribución fue entender que las creencias de los estudiantes respecto al conocimiento evolucionaban. Estos pasaban de unas posiciones iniciales denominadas dualistas, hasta otras finales llamadas relativistas. Así, del proceso de pensamiento simple, transferido por la autoridad, se llega a un pensamiento mucho más racional y a la vez más personal y autónomo. Algunos de los estudiantes, sobre todo los de años superiores, se enfrentaban poco a poco con la incertidumbre y con el relativismo (Buehl & Alexander, 2001).

A partir de los resultados de sus investigaciones propuso un esquema de evolución de esas creencias que incluía una secuencia de distintas posiciones; desde reconocer que el conocimiento viene impuesto por la autoridad hasta entender que este implica compromiso, que es algo complejo y que se va desarrollando progresivamente.

Los trabajos de Perry fueron continuados por otros autores desde distintas líneas de investigación. Dos de estas han recibido en las últimas décadas una importante atención por parte de los investigadores (Abril, Ariza, Quesada, & García, 2014; Aguilar, 2012; Briell et al., 2013; Gómez & Silas, 2012; Hofer, 2004; Kardash & Scholes, 1996).

Una de ellas es la línea de investigación fenomenográfica, se desarrolla en Europa (Reino Unido o Suecia) y Australia, y estudia las concepciones, los enfoques y significados que adquiere el aprendizaje para los alumnos. Utilizan una perspectiva cualitativa, empleando como método fundamental la entrevista abierta (Dart et al., 2000; Marton, 1981; Marton, Dall’Alba, & Beaty, 1993; Marton & Säljö, 1976).

La otra línea de investigación es la metacognitiva, se desarrolla en los Estados Unidos y se centra en el estudio de las creencias de los estudiantes respecto al conocimiento y al aprendizaje o creencias epistemológicas y su influencia en el rendimiento académico; utilizan fundamentalmente cuestionarios de papel y lápiz para obtener los datos. Los aportes que se han realizado desde la línea metacognitiva son de especial relevancia para los objetivos del presente estudio, en ellos se sustentan los referentes teórico-metodológicos fundamentales para su desarrollo.

1.2.1 Creencias epistemológicas desde la línea metacognitiva

Su planteamiento inicial es que las creencias sobre la naturaleza del conocimiento y del aprendizaje, o creencias epistemológicas, forman parte del mecanismo subyacente de la metacognición (Hofer & Pintrich, 1997; Ryan, 1984; Schoenfeld, 1983; Schommer, 1990; Schommer, Crouse, & Rhoder, 1992) lo que Muchmore (2004) interpreta como “... la capacidad que posee el estudiante para reflexionar sobre la forma en que organiza y planea su aprendizaje; las creencias son la base de la interpretación que realizan sobre el

conocimiento, de su monitoreo cognitivo o de su regulación en la adopción de tareas, intervienen en las estrategias cognitivas que utiliza para la toma de decisiones; a través de las creencias el alumno interpreta y ajusta sus procedimientos para aprender mediante procesos de reflexión” (p. 35).

En el marco de la línea metacognitiva se identifican tres áreas de investigación que resaltan el valor de las creencias en los procesos metacognitivos.

En la primera área de investigación se encuadran un grupo de investigadores interesados en cómo los individuos interpretan sus experiencias educativas. Trabajos representativos serían los de Perry (1970), los de Belenky, Clinchy, Goldberger, y Tarule (1986) y los de Magolda (1992, 2002). En la segunda línea se enmarcan autores que se han ocupado de analizar cómo las creencias epistemológicas influyen en el pensamiento y en los procesos de razonamiento, centrándose en el juicio reflexivo, como es el caso de Kitchener y King (1981) o en las estrategias de argumentación, como corresponde a los trabajos llevados a cabo por Khun (1991). Las investigaciones relativas a la tercera área de investigación relacionan las creencias epistemológicas y el aprendizaje académico, se destacan los trabajos de Ryan (1984) y especialmente los de Schommer (1990) por su relevancia para esta investigación.

Schommer (1994) realiza un intento de resolver los resultados contradictorios que hasta ese momento se habían encontrado en la investigación de las creencias epistemológicas. Considera que las caracterizaciones realizadas por los investigadores que la antecedieron eran muy parecidas entre sí y que las dimensiones de creencias propuestas por ellos variaban en su contenido y en su elaboración, representándolas de modo unidimensional, lo que significa que si una dimensión se desarrolla, las otras también lo harán. Para Schommer esta concepción de las creencias no aborda la complejidad del conocimiento personal, lo cual lleva a su vez al encubrimiento de su relación con los diferentes aspectos del aprendizaje (Duell & Schommer-Aikins, 2001).

Una de sus principales contribuciones ha sido iniciar una sugerente línea de investigación, en la que se relacionan las creencias con la organización de la información, la adquisición del conocimiento y la justificación del mismo, teniendo como objetivo primario de su investigación conocer cómo estas creencias influyen sobre la comprensión, el rendimiento académico y el conocimiento que se obtiene en clase. De esta manera, desarrolla un programa que proporciona una nueva visión sobre el estudio de las creencias, queriendo demostrar que estas son demasiado complejas para ser captadas en una dimensión única y simple.

Así, las presenta como “un constructo multidimensional constituido por un sistema de creencias que posee el individuo acerca de la naturaleza del conocimiento y el aprendizaje, las cuales son relativamente independientes entre sí. Es un sistema porque hay más de una creencia, se puede considerar más de una dimensión de las mismas y es más o menos independiente porque una persona puede tener al mismo tiempo unas creencias a un nivel sofisticado y otras a un nivel muy simple, poseen un desarrollo asincrónico; pueden influir en la comprensión y cognición de las tareas académicas y están relacionadas con el aprendizaje en el salón de clases” (Schommer, 1990, p. 499).

En su propuesta de sistema multidimensional de creencias considera que el desarrollo de una dimensión no arrastrará consigo el desarrollo de las otras. Presenta inicialmente cinco dimensiones, las cuales hacen referencia a lo siguiente:

La *certeza* del conocimiento: se corresponde con el nivel de relatividad que se le puede adjudicar a un conocimiento o idea según la claridad de las respuestas obtenidas, entendiéndolo como algo absoluto o provisional. El sujeto presenta su posición frente a la *estabilidad* del conocimiento, lo que significa que si una vez descubierto algo es considerado inmutable, o si se debe revisar de forma sistemática lo que se ha descubierto.

La *estructura* del conocimiento: esta dimensión está relacionada con la organización del conocimiento, si la creencia se acerca más a concebirlo como parcelas aisladas, desagregadas o como sistema de conceptos altamente entrelazados, interrelacionados.

El *control de su adquisición*: esta dimensión abarca desde considerar que la habilidad para aprender es fija, establecida desde el nacimiento o por factores de tipo genético, hasta la consideración de que el aprendizaje puede ser modificado y desarrollado de acuerdo a las experiencias en los diferentes contextos.

La *velocidad de su adquisición*: abarca la creencia acerca del tiempo que toma a una persona aprender o comprender algo. Se contraponen procesos de adquisición rápida con procesos de construcción lenta del conocimiento, es decir, si el aprendizaje ocurre de forma rápida, inmediata, del tipo todo o nada o su adquisición es gradual.

El *origen o fuente del conocimiento*: se refiere a la procedencia del conocimiento, al grado de confiabilidad que posee una información según sea su origen, visto como algo impuesto externamente y proporcionado por la autoridad, hasta derivado de la razón o del descubrimiento personal. La autoridad la representan los expertos en el tema y los docentes; se incluyen además los textos y la familia, aunque estas aparecen más relacionadas con elementos de la vida cotidiana

Las nociones de certeza y estructura del conocimiento se basan en los trabajos de Perry (1968). La dimensión sobre el control en la adquisición del conocimiento tiene sus antecedentes en la investigación de Dweck (1988), retomado posteriormente por Abd-El-Fattah (2006) y sobre las creencias a propósito de la inteligencia. La creencia sobre la velocidad en la adquisición del conocimiento y la creencia sobre la naturaleza u origen del conocimiento se derivan de los estudios de Schoenfeld (1989) sobre exámenes de geometría en estudiantes de secundaria.

A partir de la propuesta de la multidimensionalidad de las creencias o Paradigma Multidimensional, como también se le denomina, Marlene Schommer desarrolla varias investigaciones (Schommer, Beuchat-Reichardt, & Hernández-Pina, 2012; Schommer & Duell, 2013; Schommer & Easter, 2006, 2008) en las que demuestra que aquellos estudiantes que poseen epistemologías ingenuas conciben al conocimiento como aquel que reside en la autoridad, que es relativamente inmodificable, que los conceptos se adquieren

rápidamente o no se logran, que la habilidad para aprender es innata y que el conocimiento es simple, claro y específico. En cambio, un sujeto que ha construido concepciones acerca del conocimiento entendido como una construcción de manera compleja e incierta, considerando que puede ser aprendido gradualmente mediante procesos de razonamiento posee epistemologías sofisticadas.

El estudio de las creencias desde el Paradigma Multidimensional constituye el supuesto básico y general del cual se parte para esta investigación, sin embargo, requiere mayor discusión. Así, por ejemplo, la definición de creencia que propone su autora principal es tautológica, se centra fundamentalmente en decir que es un sistema multidimensional de creencias, lo que no permite comprender a cabalidad en qué consiste y complejiza su evaluación. Con este trabajo no se propone una nueva conceptualización de las creencias epistemológicas, se discuten los supuestos epistemológicos y metodológicos que se erigen como guía para investigarlas.

De esta forma se entiende que las personas, a lo largo de su desarrollo, establecen distintas relaciones y formas de aprehender los objetos y fenómenos de la realidad, lo cual está determinado por múltiples aspectos, las propiedades de los objetos constituyen uno de ellos.

Dichas propiedades y la forma de aprehenderlas genera en los individuos un estado interno de disposición previo a la acción que es causa del comportamiento. Dicho estado se concibe como una condición inicial subjetiva, con un alto componente de elaboración personal o no, que le permite explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones a lo largo de su vida, además de suponer, presumir, conjeturar acerca de esos objetos y fenómenos de la realidad que fueron aprehendidos en algún momento a través de los procesos de la percepción, la memoria o el entendimiento. Esto es lo que se entiende por creencia y está más relacionado con aquello que las personas tienen por verdadero que la verdad en sí.

En esta investigación han sido tomadas en relación al conocimiento y el aprendizaje académico.

Las creencias se expresan en una multiplicidad de dimensiones que pueden ser diferentes, modeladas por la cultura y por el ámbito del conocimiento.

No siguen una secuencia estricta en su evolución y relación, lo que se interpreta como: entre ellas coexisten distintos niveles de desarrollo, desde concebir el conocimiento y el aprendizaje como algo estático y absoluto hasta reconocer su relatividad y flexibilidad. Dicho así pareciera que ellas siguen un continuo, en el que el desarrollo de una implica necesariamente, el desarrollo de la otra, sin embargo, no ocurre así, se puede creer en la simplicidad del conocimiento y al mismo tiempo considerar su determinación social, no tienen por qué ocurrir en sincronía.

El tema sobre la evolución o niveles de desarrollo de las creencias constituye otro de los puntos que no ha sido totalmente esclarecido por los investigadores. Se ha asumido por los autores que el menor nivel de desarrollo de la creencia es el de ingenuidad y el mayor nivel el de sofisticación. Lo que entendemos de ello es que la creencia debe ir acercándose progresivamente al saber; la ingenuidad se relaciona más con la creencia como ese estado inicial y la sofisticación hasta donde transita para convertirse en saber, el interés en reconocer esos polos es más que todo metodológico, es identificar si se aproxima a un extremo u otro, es saber cómo son esas creencias si ingenuas o sofisticadas.

Lo que se ha definido entonces como objeto de estudio de este trabajo tiene fronteras con otros conceptos como el de representaciones; con el de actitudes e intenciones como lo analizaron Rokeach (1968) o Krech, Crutchfield, y Ballachey (1962) pero el sentido con el que ha sido tomado está más relacionado con explorar ese aspecto que dispone a las personas a actuar en su relación con el conocimiento y el aprendizaje académico, que se vincula con la forma con que se aproximan a ello y se entiende como causa de lo que debe llegar a constituir un saber, un conocimiento. Tal como lo señalan Cano (1999); Jehng, Johnson, y Anderson (1993); Kardash y Scholes (1996); Schommer y Easter (2006) falsas

creencias, creencias erróneas o saberes mal fundamentados pueden fomentar experiencias inadecuadas en la construcción del conocimiento; en la conformación de las nociones de ciencia.

Si bien se han señalado algunos puntos débiles en el estudio de las creencias epistemológicas desde el Paradigma Multidimensional, como es lo referido a su definición, se hace necesario destacar el supuesto que enuncia que la conformación de niveles superiores o sofisticados de las creencias epistemológicas, ocurre en la medida que se adquieren niveles superiores de escolaridad (Schommer, Calvert, Gariglietti, & Bajaj, 1997) Este supuesto resalta el valor que se le otorga a la influencia del contexto en el desarrollo de las creencias.

En ese sentido Buehl, Alexander, y Murphy (2002) señalan que “debido a las características particulares de la escolarización - las escuelas proveen contextos específicos y altamente especializados para el aprendizaje ...esas características... harían que el conocimiento en ese contexto tenga también características específicas que contribuyen a la formación de creencias epistemológicas específicas” (Buehl et al., 2002, p. 425).

Esta perspectiva resalta la naturaleza situada o contextual de las creencias sobre el conocimiento y el aprendizaje, aspecto que consideramos relevante pero insuficientemente abordado, ya que en ocasiones al referirse al contexto los autores hacen referencia a un nivel macro como la institución escolar y en otros casos lo utilizan para referirse a los dominios de la ciencia como contexto, de los cuales se desarrollan creencias generales y creencias específicas según la particularidad del dominio. La relevancia del dominio y las creencias asociadas a ello es de particular importancia para esta investigación, sobre este aspecto volveremos más adelante.

Las ideas expresadas hasta aquí resaltan que para la investigación en el campo de la psicología educativa, se ha abierto un tema pertinente para comprender cómo alumnos y

profesores elaboran su experiencia de aprender y enseñar; así como para explicar la calidad de los procesos educativos al considerar la relevancia de las creencias. El análisis de las creencias epistemológicas desde varias dimensiones de creencias o Paradigma Multidimensional ofrece una alternativa objetiva y coherente para una mayor aproximación a la influencia que ellas ejercen en la resolución de problemas y la acción, no obstante, la propuesta de cinco dimensiones de creencias tiene sus debilidades al reconocer la influencia del contexto. Cabría preguntarse si esas dimensiones se comportan de igual manera cuando son exploradas en dominios específicos del conocimiento académico y en culturas diferentes.

1.3 Creencias epistemológicas en dominios específicos del conocimiento

En la literatura especializada se recogen opiniones diversas sobre el problema de la generalidad o especificidad de las creencias en diferentes dominios del conocimiento. La primera cuestión a analizar es qué se entiende por dominio, encontrándose múltiples significados, para algunos se refiere a una disciplina académica en particular, para otros a un área de juicio y en otros casos puede ser extendido a diferentes áreas de la vida social, personal, familiar, política o de la salud (Hofer, 2000).

El dominio al que se circunscriben las creencias puede ser específico, es decir, relativo a un campo, una disciplina en particular, un área concreta y también puede ser general, de principios generalizables a varias esferas o campos. La estabilidad del dominio presente parece estar más o menos clara en los primeros tiempos de la vida del sujeto. Cuando este comienza a ser receptivo a la influencia social en los distintos escenarios, entonces el esquema general del individuo se hace más específico, se aterriza para luego variar constantemente.

La generalidad a través de las disciplinas académicas ha sido abordada a partir del estudio de Schommer y Walker (1997). Usando el Cuestionario Epistemológico de Schommer

(1990) modificado y direccionado hacia las Ciencias Sociales y la Matemática, estos investigadores evaluaron repetidamente a dos grupos de sujetos con ambos instrumentos. Correlacionaron las creencias entre disciplinas y compararon el poder predictivo de estas en ambos dominios. Los resultados mostraron correlaciones moderadas entre los dominios, y capacidades predictivas similares de las creencias en ambas disciplinas. Interpretaron estos resultados como un soporte para la hipótesis de que las creencias epistemológicas son generales e independientes de la disciplina.

Buehl et al. (2002) se propusieron examinar la hipótesis de la especificidad por dominio con mayor precisión que en el estudio de Schommer y Walker (1997), ya que, a pesar del direccionamiento del instrumento utilizado en ese estudio hacia disciplinas específicas, el instrumento fue el mismo que el utilizado para evaluar las creencias generales. Para ello, diseñaron instrumentos específicos para los dominios de Matemáticas e Historia, equivalentes entre sí. Con estos instrumentos, encontraron que los estudiantes sostienen creencias diferentes respecto de ambas disciplinas. A partir de este resultado, las autoras descartan la posibilidad de una estructura generalizada a través de los dominios; sin embargo, argumentan que probablemente las creencias epistemológicas sean tanto específicas como generales. Sostienen que los resultados diferentes obtenidos en diversos estudios se deben, probablemente, a la orientación de los instrumentos utilizados en cada uno de ellos: los realizados con instrumentos orientados generalmente, arrojan datos consistentes con la generalidad de las creencias, mientras que los orientados específicamente, como en el caso de su propio estudio, arrojan datos consistentes con la especificidad de las mismas.

A nuestro juicio los dominios tienen ciertas particularidades que llevan a que cada uno tenga sus propios métodos y reglas epistemológicas, lo que da lugar a que las personas generen creencias específicas respecto a la epistemología de cada dominio.

En el ámbito de las creencias epistemológicas sobre la Matemática se encuentran los trabajos de Schommer, Duell, y Hutter (2005); Schommer y Duell (2013) quienes consideraron que si los alumnos creen que la matemática no es útil en su vida o en una carrera futura, no querrán dedicar el tiempo y el esfuerzo necesario para aprenderla; al mismo tiempo, en esos estudios mostraron que las creencias epistemológicas sobre la Matemática guardan relación con el uso eficaz de estrategias de solución y con el logro académico.

Por su parte, Clinchy (2002) consideró que la mayoría de los estudiantes que tienen una inclinación hacia la perspectiva del conocimiento como ciencia prefieren contenidos como la Matemática, mientras que otros se inclinan por contenidos de Humanidades.

También Schoenfeld (1989) en sus trabajos encontró, que los estudiantes tendieron a creer firmemente en la habilidad innata para la Matemática en comparación con el Inglés o la Sociología. De igual forma, en su interés por indagar sobre este tema, realizó otra investigación con estudiantes de Secundaria Básica, a partir de la cual, después de haberlos visto resolver problemas geométricos y estimularlos a que hablaran sobre ello, descubrió que muchos alumnos creen que los matemáticos nacen con la habilidad para la matemática y que los problemas de este tipo no deben demorar más de 12 minutos en resolverse. De esta manera, en opinión de Schommer, Schoenfeld es el precursor de la creencia sobre la habilidad de aprender y el precursor de la creencia en la velocidad del aprendizaje (Schommer, 2004).

Stodolsky, Salk, y Glaessner (1991) encontraron diferencias significativas entre los estudiantes acerca de la creencia en la habilidad innata que se requiere para aprender Matemática y Sociología, mostrando cómo las diferencias de los dominios particularizan las creencias sobre ellos.

Otros autores como Kloosterman y Stage (1992); Kloosterman y Cougan (1994); Muis (2004) refieren que las creencias epistemológicas acerca de la Matemática con influencia negativa en la motivación y en la comprensión de los estudiantes son consideradas poco ventajosas para el aprendizaje. Las creencias poco desarrolladas en la Matemática imposibilitan la comprensión de la naturaleza de las mismas, pues impiden entender que su naturaleza se prolonga más allá de un conjunto de hechos bien definidos, reglas, y métodos (Callejo & Vila, 2003; Garofalo, 1989; Schoenfeld, 1988).

La habilidad para comprender matemáticas es semejante a poder “pensar matemáticamente”. Schoenfeld (1988) indicó, “... pensar matemáticamente consiste no sólo dominar con maestría métodos y hechos diversos, sino también en comprender conexiones entre ellos; además consta de poder aplicar el conocimiento matemático formal flexiblemente y significativamente en situaciones para las cuales las matemáticas son apropiadas” (p. 164).

Teniendo estos supuestos como referentes, en el presente estudio se reconoce que un dominio del conocimiento, en este caso la Matemática, por su estructura interna puede desarrollar ciertas creencias, lo que ha marcado el interés de la autora, orientándola a determinar las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática en una muestra de alumnos y profesores de secundaria básica y como ellas interactúan con otros sistemas como el rendimiento académico.

1.4 Rendimiento académico y creencias epistemológicas sobre la Matemática

El contexto escolar constituye un sistema en el que intervienen diversos factores que pueden ser potenciadores o no del desarrollo del estudiante durante su formación. Específicamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje se considera el rendimiento académico como una de las variables que adquiere relevancia y significación para determinar la calidad de un sistema educativo (Núñez, Vallejo, Rosário, Tuero, & Valle, 2014).

Su complejidad se inicia desde la propia conceptualización; pues en ocasiones se le denomina como ejecución académica, aptitud escolar, desempeño académico o rendimiento escolar, pero generalmente las diferencias de concepto sólo se explican por cuestiones semánticas, ya que habitualmente en los textos, en la vida escolar y en la experiencia docente son utilizadas como sinónimos de rendimiento académico (Navarro, 2003).

Para Cascón (2000) así como para Miñano y Castejón (2011) las calificaciones escolares se constituyen como uno de los factores predictivos de mayor estabilidad que se conocen en relación al rendimiento académico.

El presente estudio se identifica con esta perspectiva de análisis del rendimiento académico, particularmente en la asignatura Matemática en la enseñanza secundaria. Teniendo como referente el sistema de evaluación que se desarrolla en dicho contexto (Educación, 2009), se evalúa el rendimiento académico a partir del promedio de las calificaciones obtenido por los alumnos en la asignatura Matemática, orientando así el estudio a determinar las relaciones entre las calificaciones obtenidas en Matemática y las creencias que sobre esta ciencia tienen los alumnos.

El análisis del vínculo entre las creencias y el rendimiento académico ha sido objeto de numerosos autores (Bermejo et al., 2002; Dart et al., 2000; De la Yera, 2013; González, 2003; Rosario et al., 2012; M. Schommer, Calvert, Gariglietti, & Bajaj, 1997; Schraw & Sinatra, 2004; Schunk & Ertmer, 2000) encontrándose distintas relaciones de influencia. Schommer, Crouse y Rhoder (1992) por ejemplo, identificaron que las estrategias de aprendizaje actúan como mediadoras de los efectos de las creencias epistemológicas sobre el rendimiento académico.

Cano (2005) aplicó el Cuestionario Epistemológico a 1600 estudiantes de secundaria y comprobó que la influencia de las creencias epistemológicas en el rendimiento académico es directa e indirecta a través de los enfoque de aprendizaje.

En este mismo año Lourdes Rodríguez bajo la tutoría de Cano estableció en su tesis de doctorado que la influencia de las concepciones de aprendizaje y las creencias

epistemológicas en la predicción del rendimiento académico está mediada por los enfoques de aprendizaje de los estudiantes universitarios de magisterio (Rodríguez, 2005).

Garofalo (1989); Kloosterman y Cougan (1994) en sus estudios con alumnos de secundaria encontraron que cuando los estudiantes creían que casi todos los problemas de matemática pueden ser solucionados por la aplicación de hechos, reglas y fórmulas tuvieron tendencia a acercarse a las tareas matemáticas de manera mecánica o confiando en la memorización.

En el contexto cubano se encuentran la investigaciones de De la Yera (2013); Mederos (2013); Mendoza (2012); Rodríguez (2013) y Morell (2011), quienes encontraron que a medida que los estudiantes disminuyen su creencia en que el conocimiento radica en la figura de la autoridad aumentan la calidad de su rendimiento académico.

Coincidiendo con los criterios de Vila y Callejo (2004), las creencias matemáticas de un individuo, su punto de vista matemático, forman parte de un sistema regulador de su estructura de conocimiento, dentro de este marco actúa y piensa y a su vez este marco influye fuertemente en su rendimiento.

Entendidas así, las creencias sobre la matemática, se conciben como trama de fondo de sus motivaciones, sus experiencias, sus conocimientos, necesidades y ejercen influencia sustantiva en las prácticas de esta materia (Steiner, 2007; Walker, 2007).

Siguiendo esta ideas la investigación se ha propuesto resaltar en qué medida pueden estar relacionadas las creencias sobre la Matemática con el rendimiento académico en esta asignatura, cuestión aún controvertida en el campo investigativo.

A juicio de la autora de este trabajo, la hipótesis relacionada con la influencia de las creencias sobre el rendimiento académico no solo comprende el análisis desde el rol del alumno, sino que también debe tenerse en cuenta la influencia que pueden ejercer las creencias de los docentes sobre los alumnos. Se considera que las creencias de los alumnos se conforman por cierta influencia de las de los enseñantes y viceversa (Pehkonen & Törner, 1996). Sobre cómo se da este vínculo, también se encarga el presente estudio, solo que aplicado al dominio específico de la Matemática.

1.5 Creencias epistemológicas sobre la Matemática de alumnos y profesores

La relación existente entre las creencias de los profesores y sus prácticas de enseñanza ha sido un tema de interés en el campo de la investigación educativa, véase por ejemplo los trabajos de Abril et al. (2014); Acevedo (2000); Clandinin y Connelly (1987); Ennis, Cothram, y Loftus (1997); Godino (2009); Inguanzo (2010); Levin y Wadmany (2006); Lumpe, Czerniak, Haney, y Beltyukova (2012); Maravilla-Correa (2014); Pajares (1992) entre otros. Ello ha cobrado especial relevancia con la finalidad de mejorar las creencias de los docentes, dada la importancia que estas atesoran en su acción didáctica y en los resultados de aprendizaje de los alumnos. La investigación en educación matemática también ha puesto de relieve este interés (Thompson, 1992).

Tomando como punto de partida las investigaciones citadas puede considerarse que las creencias epistemológicas ya sean generales, o específicas de la matemática, no sólo afectan el desempeño de los alumnos sino también el de los profesores. Tener y lograr un acercamiento más preciso a las creencias de los profesores y sus alumnos podría contribuir al diseño de mejores formas de incidir en sus acciones en torno a la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática (Buehl & Alexander, 2001; Gómez & Silas, 2012; Pratt, 1998; M. Schommer et al., 2005).

Las creencias de los docentes se pueden clasificar en: epistemológicas (Hofer & Pintrich, 1997; Porlán, Rivero, & Martín del Pozo, 1998), concepciones sobre el aprendizaje (Gómez & Silas, 2012), sobre su disciplina (Hammer, 1994), sobre el currículo (Moreno, 2000, 1995) sobre la evaluación, etc. y se considera que sirven de base para ejecutar acciones posteriores, conocimientos, actitudes hacia la educación, etc. (Abril et al., 2014; Acevedo, 2000; Aguilar, 2012).

Inganzo (2010) define las creencias de los docentes como el “conjunto de ideas personales dinámica y no verificables que pueden tener los profesores sobre la enseñanza, el aprendizaje y la naturaleza del conocimiento; estas ideas pueden regir su comportamiento, las decisiones que toman en el aula y la manera en que se relacionan con los alumnos”

(Inganzo, 2010, p. 35). Dicha definición está muy influenciada por las concepciones de Schommer (1990) y es relevante, ya que propone no solamente las creencias epistemológicas del profesor sobre la naturaleza del conocimiento y el aprendizaje, sino que incluye aquellas que este posee sobre la enseñanza.

Inganzo (2010) propone evaluar las creencias de los profesores considerando las dimensiones de Shommer (1990), retoma otras propuestas y concluye que las creencias docentes pueden ser estudiadas a través de tres subconstructos fundamentales: Creencias sobre el conocimiento, Creencias sobre el aprendizaje y Creencias sobre la enseñanza. Dentro de las creencias acerca del conocimiento, además de las dimensiones: fuente, estructura, estabilidad o certeza, incluye la utilidad y la naturaleza del conocimiento.

La dimensión “naturaleza del conocimiento” es abordada en la literatura también como “naturaleza de la ciencia” (Acevedo-Díaz, Vázquez-Alonso, Acevedo-Romero, & Manassero-Mas, 2005) y retomada por Inganzo (2010) desde esta perspectiva, quien propone evaluar las creencias del profesor acerca de la naturaleza del conocimiento científico viendo su componente abstracto y su nivel concreto contrapuesto al anterior y que tiende a la ingenuidad.

Las dimensiones que aborda Inganzo (2010) sobre el aprendizaje son: la habilidad para aprender, la velocidad del aprendizaje, los estilos de procesamiento y la evaluación del aprendizaje.

En el caso de la dimensión estilos de procesamiento, son abordados en la literatura original como estrategias cognitivas del aprendizaje para el procesamiento de la información, que se manifiestan como indicadores para evaluar el aprendizaje autorregulado de los alumnos (Sandra Castañeda & Eduardo Peñalosa, 2010). Esta dimensión pretende evaluar la creencia del profesor con respecto al estilo de procesamiento que considera mejor para que sus alumnos aprendan. El nivel de ingenuidad o de menor desarrollo de la creencia en los estilos de procesamiento, sería el estilo convergente relacionado con la reproducción memorística de la información aprendida. El nivel sofisticado o de mayor desarrollo sería el

estilo de procesamiento divergente, en este caso, se cree que el estudiante crea producciones innovadoras y piensa críticamente sobre lo que ha aprendido.

La evaluación del aprendizaje como práctica de los profesores, orientada por sus creencias ha sido una categoría poco reconocida o investigada en el marco de la epistemología personal (Prieto, 2008). Inganzo (2010) propone evaluar si el profesor cree que la evaluación debe ser por objetivos y normas claramente definidas o de forma más flexible adaptándolas a los alumnos. También si esta evaluación debe considerar los patrones cuantificables o debe realizarse concibiendo al aprendizaje de manera integral. Incorpora a su propuesta aspectos didácticos como la planificación de la clase, las actividades en clase y la autopercepción de las habilidades de enseñanza.

Consideramos que la propuesta de tres constructos relacionados: creencias sobre el conocimiento, creencias sobre el aprendizaje y creencias sobre la enseñanza realizada por Inganzo (2010) permite comprender el sistema de creencias epistemológicas de los profesores y su relación con la experticia académica, solo que este autor no se propone su estudio en relación a un dominio específico del conocimiento. Su trabajo ha sido retomado como guía para la presente investigación pero realizándole modificaciones para ajustarlo al estudio de las creencias sobre la Matemática de profesores de esta asignatura en la secundaria básica.

Aunque no han sido muy profusas las investigaciones que estudien las creencias de los alumnos y sus profesores en el contexto de la secundaria, se destaca la de Gómez y Sila (2012) quienes llevaron a cabo un estudio comparativo entre estudiantes y docentes de Matemática de secundaria básica. Demostraron que tanto las creencias epistemológicas de los estudiantes como las de los profesores tendían a ser ingenuas, resultado que ha provocado inquietudes de los investigadores ya que se esperaba creencias más desarrolladas en los docentes. Estos tenían una creencia ingenua más reforzada que sus alumnos en cuanto a la fuente del conocimiento, ya que se consideraban como única fuente de ello, rechazando las posibilidades de los alumnos a construir el conocimiento por sí mismos.

En el contexto universitario, la investigación de Azcarate y Moreno (2003) sobre las concepciones y creencias de un grupo de 6 profesores de Matemática sobre la enseñanza de ecuaciones estructurales, reflejó que las creencias de los profesores sobre el aprendizaje de sus alumnos, estaban orientadas a concebirlo como un aprendiz que únicamente ejecuta actividades mecánicamente, sin desarrollar habilidades mayores de razonamiento y que aprende por imitación a partir de los modelos y ejemplos propuestos, considerándolo un receptor pasivo del conocimiento matemático. Apoyándose en estas creencias, los profesores justificaban todas las decisiones de planificación, elección de contenidos y tareas de aprendizaje.

Las evidencias encontradas de estudios que se orienten a encontrar la relación entre las creencias de los profesores y las de sus alumnos son pocas, no obstante se puede apreciar en los mencionados alguna influencia o que a partir de ellas los docentes diseñan su práctica y lo que esperan de sus alumnos.

Sintetizando las ideas fundamentales abordadas hasta el momento, la investigación se orienta al estudio de las creencias epistemológicas como punto de referencia para comprender la perspectiva del conocimiento y los procesos del conocer que desarrollan alumnos y profesores de secundaria básica sobre la Matemática; se reconoce al Paradigma Multidimensional como una propuesta que facilita entender esta problemática desde unas dimensiones de análisis que se articulan entre sí pero que no siguen un mismo desarrollo; dicho paradigma permite además adentrarse en el estudio del sistema de creencias en su relación con otras variables del proceso enseñanza-aprendizaje que ejercen una influencia directa e indirecta, tal es el caso del rendimiento académico. Aunque resulta complejo clarificar las dimensiones de creencias de los profesores que influyen en las de los alumnos y viceversa, se ha declarado como reto a seguir.

Por último y no menos importante, está el problema del método, que tampoco está resuelto. Los investigadores han adoptado distintas posturas, desde retomar los instrumentos diseñados por otros con su estructura original hasta llevar a cabo procesos de adaptación y

validación de las herramientas ya existentes para nuevos propósitos o diseñar instrumentos nuevos. El presente estudio siguió la línea de la adaptación y validación.

1.6 Instrumentos para la evaluación de las creencias epistemológicas sobre la Matemática

Entre los grandes retos que tiene el estudio de las creencias, se encuentra el diseño de instrumentos que permitan de una manera objetiva, su medición (Schommer-Aikins, Beuchat-Reichardt, & Hernández-Pina, 2012). Los instrumentos que comúnmente han sido utilizados son la entrevista y los cuestionarios. En el caso de los cuestionarios, una de las primeras medidas fue el Epistemological Beliefs Questionnaire (EBQ) de Schommer (1990) quien introdujo el enfoque cuantitativo para su evaluación.

Dicho instrumento sufrió modificaciones a partir de la adaptación realizada por Schommer y Walker (1995) para evaluar las creencias en los campos de la Matemática, las Ciencias Sociales y la Economía.

En la evaluación de las creencias epistemológicas sobre la Matemática en los estudiantes ha jugado un importante rol, el cuestionario elaborado por Walker (2007), la autora parte de un análisis de los instrumentos mencionados anteriormente así como del Inventario de Creencias Epistemológicas diseñado por Schraw, Bendixen, y Dunkle (2002) y crea la Epistemological beliefs survey for Mathematics para adolescentes y jóvenes. Dicho instrumento ha sido tomado como referencia para este trabajo, realizándose todo el proceso de traducción, adaptación y validación del mismo para evaluar las creencias sobre la matemática de los alumnos de secundaria básica en el contexto cubano.

Para el caso de los profesores, se consideró el Cuestionario de creencias docentes (Inganzo, 2010), elaborado para explorar las creencias epistemológicas de los profesores de ingeniería y psicología de la Universidad Iberoamericana de Puebla. Dicha propuesta evalúa las creencias en dominios generales y agrupados en tres subconstructos fundamentales del constructo creencias epistemológicas de los profesores. Considerando que este instrumento permite evaluar las creencias de los profesores en su sentido más

general tomando en cuenta el constructo creencias de la enseñanza, y que está elaborado desde la perspectiva del pensamiento del profesor y sus creencias; se toma como instrumento para realizar su adaptación en función de que permita evaluar las creencias de los profesores de Matemática de la secundaria básica cubana.

La validación de instrumento constituye el proceso mediante el cual se establece que las características representativas de la técnica cumplen con las especificaciones para su aplicación (R. Martínez, 2005). Según Hernández-Sampieri, Fernández-Collado, y Baptista-Lucio (2006) este debe ser un proceso tan exhaustivo como sea necesario, para responder a las necesidades de aplicación en cuestión; permite demostrar que dichos resultados son fiables en términos de validez y confiabilidad (Muñiz, Elousa, & Hambleton, 2013).

En este mismo sentido, la validez es un concepto del cual se pueden tener diferentes tipos de evidencias: relacionadas con el criterio, relacionadas con el contenido y relacionadas con el constructo.

La validación de constructo, de la cual se ocupa este estudio, es entendida como las evidencias que apoyan que las conductas observables a través del instrumento son indicadores del constructo. Se presenta como una condición indispensable a la hora de valorar la eficacia de un instrumento de evaluación sobre una variable psicológica determinada.

Para R. Martínez (2005) la validez de constructo es el concepto unificador que integra las consideraciones de validez de contenido y de criterio en un marco común para probar hipótesis acerca de relaciones teóricamente relevantes.

Desde este punto de vista y frente al desarrollo de las investigaciones actuales, en la década del 90 cobra vital interés la validez de expertos. Mediante el criterio de los mismos se pretende respaldar las ideas que se defienden o las respuestas que se dan a las preguntas que han guiado el proceso investigativo. Según Crespo (2007) se recurre a los expertos para buscar un consenso que sirva de punto de partida a la hora de llevar a cabo todo un proceso

de validación. Esto ocurre frecuentemente ante un problema del que no se tiene suficiente información en la comunidad científica y sobre el cual existe diversidad de criterios, en ocasiones contrastados o cuando no existe precisión sobre el objeto que se investiga, lo cual ha caracterizado la investigación en el campo de las creencias epistemológicas.

R. Martínez (2005) alega que si bien es importante tener en cuenta las consideraciones de los expertos en el proceso de validación, no se debe obviar que “Cuando se utilizan instrumentos de medida, es necesario conocer los indicadores técnicos que definen la calidad del instrumento educativo que se emplea. Por su dimensión y por el poderoso impacto social que tienen, su elaboración debe ajustarse a rigurosos estándares de calidad” (R. Martínez, 2005, p. 216). Uno de ellos es la fiabilidad de los instrumentos.

Otro procedimiento de adaptación, es el análisis factorial. Esta técnica estadística multivariante tiene como fin sintetizar las interrelaciones dadas entre un conjunto de variables en una forma concisa y segura como una ayuda a la construcción de nuevos conceptos y teorías (Osborne & Fitzpatrick, 2012; Peña, 2002). Este conjunto de variables latentes se denominan factores. Esta técnica de reducción de datos permite expresar la información contenida en un conjunto de datos con un número menor de variables sin distorsionar dicha información, lo cual aumenta el grado de manejabilidad e inteligibilidad de la misma. Para esto emplea un conjunto de variables aleatorias inobservables, llamados factores comunes, de forma que todas las covarianzas o correlaciones son explicadas por dichos factores y cualquier porción de la varianza inexplicada por los factores comunes se asigna a términos de errores residuales que se llaman factores únicos o específicos (Brown, 2006).

El análisis factorial puede ser exploratorio o confirmatorio (Beavers et al., 2013). El análisis exploratorio se caracteriza porque no se conocen a priori el número de factores y es en la aplicación empírica donde se determina este número. Por el contrario, en el análisis de

tipo confirmatorio los factores están fijados a priori, utilizándose contrastes de hipótesis para su corroboración (Ruiz, 2000; Ruiz, Pardo, & San Martín, 2010; Teo & Khine, 2009).

Se trata del análisis que ha realizado la mayoría de los investigadores en esta línea de estudio (Cano, 2005; Marzooghi, Fouladchang, & Shemshiri, 2008; Phan, 2008; Rodríguez, 2005; M. Schommer, 1993; M. Schommer, Crouse, & Rhoder, 1992; Tang, 2010; Walker, 2007) y es particularmente importante para este trabajo, en tanto se busca fundamentar las dimensiones que subyacen al constructo creencias epistemológicas sobre la matemática.

La investigación parte de una problemática asociada a los bajos resultados docentes en Matemática e identifica a las creencias epistemológicas como constructo de referencia para comprender las causas de ello. En ese sentido, este trabajo pretende ser una contribución al estudio de la epistemología personal según los dominios específicos del conocimiento y su relación con variables del aprendizaje como el rendimiento académico, lo cual podrá ser tenido en cuenta para el diseño de prácticas educativas de mayor calidad. Así mismo, desde la posición teórico-metodológica asumida no solo puede ser tomado como referencia para encontrar una estructura y/o un método sino para la identificación de constructos y las variables de referencia que no son posibles observar a simple vista.

CAPÍTULO 2. ASPECTOS METODOLÓGICOS

El capítulo está estructurado según los objetivos de la investigación, lo que significa que cada epígrafe hace alusión a un objetivo determinado, a las tareas científicas desarrolladas para cumplimentarlo así como a los materiales, técnicas e instrumentos para la recogida de datos, los participantes y los métodos para la obtención de resultados.

Diseño de la Investigación

Problema de Investigación

¿Qué dimensiones del sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de profesores y alumnos de secundaria básica se relacionan con el rendimiento académico?

Objetivo General:

Determinar las dimensiones del sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de profesores y alumnos de secundaria básica que se relacionan con el rendimiento académico

Objetivos específicos:

1. Definir las dimensiones que integran el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de alumnos y profesores de esta asignatura en la secundaria básica.
2. Caracterizar el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática en una muestra de alumnos y sus profesores en el nivel de secundaria básica.
3. Determinar las relaciones que se establecen entre los niveles de rendimiento académico en Matemática y las dimensiones de creencias sobre esta ciencia.
4. Establecer las relaciones entre el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y sus profesores.

2.1 Objetivo 1. Definir las dimensiones que integran el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de alumnos y profesores de esta asignatura en la secundaria básica

Este objetivo está asociado a las siguientes tareas científicas.

1. Ajuste lingüístico y cultural de los instrumentos de evaluación, lo cual comprendió:
 - 1.1 Traducción y adaptación al contexto cubano de Epistemological beliefs survey for Mathematics y del Cuestionario de creencias de profesores.
 - 1.2 Validación de constructo a través del juicio de especialistas.
 - 1.3 Estudio piloto con alumnos y profesores de secundaria básica.
2. Análisis de la consistencia interna a nivel global de los cuestionarios.
3. Análisis factorial mediante el método de componentes principales (ACP) para definir las dimensiones de creencias sobre la Matemática a partir de los cuestionarios adaptados.
4. Análisis factorial confirmatorio (AFC) para explicar las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y el de los profesores.
 - 4.1 Confirmación de las dimensiones en distintas muestras.
5. Diseño de los instrumentos definitivos.
 - 5.1 Definición de la estructura y matriz de los cuestionarios a partir de los resultados del AFC.

Se solicitó el consentimiento informado a todos los directores provinciales, municipales, a los de cada centro educacional y profesores (ver anexo 1) así como a los padres de los estudiantes, a quienes se les explicó verbalmente los objetivos de la investigación, solicitándoles su consentimiento para que sus hijos participaran. A los alumnos también se les preguntó verbalmente su disposición a colaborar en la investigación. De igual forma se solicitó a los autores Denna Wheeler Walker y Gonzalo Inguanzo su autorización para la adaptación al contexto cubano de los cuestionarios diseñados por ellos. Tanto los autores de los instrumentos como los participantes asintieron en su colaboración.

Materiales e instrumentos

Se seleccionaron los siguientes instrumentos Epistemological beliefs survey for Mathematics (EBSM, por sus siglas en inglés) de Walker (2007) y el Cuestionario de creencias de profesores (Inguanzo, 2010).

El cuestionario de Walker (2007) está diseñado en forma de una escala Likert para evaluar las creencias sobre el conocimiento y el aprendizaje de la Matemática de adolescentes y jóvenes a través de seis dimensiones de creencias: *Fuente del conocimiento*; *Certeza del conocimiento*; *Estructura del conocimiento*; *Velocidad en la adquisición del conocimiento*; *Habilidad innata* y *Aplicabilidad al mundo real* (anexo 2). Las primeras cinco dimensiones corresponden a las propuestas por Schommer (1994) y Perry (1970), mientras que la última fue elaborada por Walker (2007), quien la construyó de manera análoga a las demás.

El instrumento contiene 75 ítems. Cada ítem tiene seis opciones de respuestas, tres en el sentido discordante (totalmente en desacuerdo, muy en desacuerdo, en desacuerdo) y tres en el concordante (de acuerdo, muy de acuerdo y totalmente de acuerdo). Están planteados de forma que evalúan el nivel de desarrollo del sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos, un nivel de menor desarrollo llamado creencias ingenuas y otro de mayor desarrollo o creencias sofisticadas. Así por ejemplo, en la dimensión Fuente del conocimiento el ítem “*El aprendizaje de las matemáticas depende mayormente de tener un buen profesor*” indica menor elaboración de las creencias o creencias ingenuas, se identifica al profesor como la fuente de la cual proviene el conocimiento matemático. El ítem “*El conocimiento que obtengo de una clase de matemática depende principalmente del esfuerzo que invierto*” significa una creencia más desarrollada, elaborada o creencia sofisticada en relación a esta dimensión (ver anexo 3).

Por su parte, el Cuestionario de creencias de profesores de Inguanzo (2010) contiene 50 ítems. Está diseñado en forma de una escala Likert de 4 opciones: A (casi siempre es verdad), B (usualmente es verdad), C (usualmente es falso) y D (casi siempre es falso) para evaluar las creencias de los docentes a través de 3 constructos fundamentales: creencias sobre el conocimiento, creencias sobre el aprendizaje y creencias sobre la enseñanza.

El constructo Creencias sobre el conocimiento lo integran las dimensiones: *Estructura*, *Estabilidad*, *Fuente*, *Utilidad* y *Naturaleza del conocimiento*.

El constructo Creencias sobre el aprendizaje está compuesto por las dimensiones: *Habilidad para aprender; Velocidad con la que ocurre; Estilos de procesamiento y Evaluación del aprendizaje.*

El constructo Creencias sobre la enseñanza lo componen las dimensiones *Planificación de la clase; Actividades en clases y Autopercepción de habilidades para enseñar.* De igual forma que en el instrumento para los alumnos, los ítems están elaborados como creencias ingenuas y sofisticadas (ver anexos 11 y 12).

2.1.2 Descripción de tareas, participantes y métodos para el objetivo 1

1. Ajuste lingüístico y cultural de los instrumentos de evaluación

1.1 Traducción y adaptación al contexto cubano de Epistemological beliefs survey for Mathematics y del Cuestionario de creencias de profesores Epistemological beliefs survey for Mathematics (Walker, 2007)

Puesto que para la evaluación de las creencias sobre la Matemática en los alumnos se partió de un instrumento originalmente en lengua inglesa, se procedió según las normas establecidas para su traducción (Muñiz et al., 2013) (ver en anexos 2 y 3 original y traducido).

Las directrices de desarrollo en el proceso de adaptación de instrumentos señalan la necesidad de asegurarse mediante la selección de expertos cualificados, que se tienen en cuenta las diferencias lingüísticas, psicológicas y culturales entre las poblaciones de interés (Muñiz et al., 2013). En ese sentido se conformó un grupo compuesto por 11 jueces, de ellos, 3 (el 27.3 %) eran especialistas en idioma inglés; 3 (27.3 %) especialistas de idioma español y 5 (45.4 %) habían desarrollado investigaciones que tenían contacto con el tema de las creencias.

Los lingüistas realizaron una traducción equivalente y adaptada. Realizaron modificaciones, sustituyeron algunas palabras en función de su uso, de manera que permitieran un mejor ajuste al contexto de la secundaria básica cubana. Los especialistas

del tema verificaron la calidad de la traducción, cuidando mantener los objetivos del cuestionario según sus constructos, dimensiones e indicadores.

Finalizado este proceso se sometió a la traducción inversa para comprobar su equivalencia tanto por los especialistas de idioma inglés como los de español.

Cuestionario de creencias docentes (Inguanzo, 2010)

En su versión original está orientado al estudio de las creencias docentes en sentido general. Es retomado por la autora de este trabajo y sometido a un proceso de adaptación para evaluar las creencias relacionadas con el dominio académico de la Matemática en profesores de esta asignatura en la secundaria básica.

Ambos cuestionarios fueron evaluados por los jueces con vistas a obtener la validez del constructo.

Para aceptar los cambios propuestos por los especialistas para ambos cuestionarios se siguió como criterio que el 100 % de ellos estuvieran de acuerdo con las modificaciones a realizar. En el caso de la traducción del cuestionario dirigido a los alumnos se aceptó la versión traducida cuando hubo concordancia entre la traducción directa y la traducción invertida según el criterio del 100 % de los especialistas que participaron en el ajuste lingüístico de dicho cuestionario.

1.2 Validación de constructo a través del juicio de especialistas

- a) Se diseñó y aplicó una escala Likert de 5 posiciones dirigida a los especialistas para que juzgaran en qué medida los ítems que pertenecen a cada una de las variables e indicadores evalúan realmente el constructo para el cual fueron concebidos (anexos 4 y 10). Se les entregó el cuestionario dirigido a alumnos y el de profesores, así como la matriz (anexos 9 y 12) donde se especifican las relaciones de cada ítem con su dimensión, así por ejemplo, en el cuestionario dirigido a los alumnos debían evaluar si el ítem *“El aprendizaje de la Matemática depende mayormente de tener un buen profesor”*, perteneciente a la subdimensión *Figura de la autoridad*, permite evaluar el nivel de ingenuidad (entiéndase menor desarrollo) de la creencia en la

Fuente del conocimiento correspondiente al constructo creencias sobre el conocimiento matemático.

- b) Teniendo en cuenta los indicadores de Crespo (2007) se diseñó y aplicó una entrevista semiestructurada a los especialistas (anexo 5) para obtener sus juicios y valoraciones acerca de la relevancia, viabilidad y aplicabilidad de los cuestionarios.

Con la validación de constructo realizada por los especialistas se obtuvo la versión de los cuestionarios a aplicar a la muestra piloto.

Los cambios propuestos por los especialistas que implicaron análisis sintácticos y semánticos para la modificación de ítems, indicadores y dimensiones se admitieron cuando al menos 4 (el 80%) de los 5 jueces estuvieron de acuerdo en sus propuestas. Se siguió el mismo criterio para aceptar los juicios valorativos en cuanto a la relevancia, viabilidad y aplicabilidad de los cuestionarios.

1.3 Estudio piloto con alumnos y profesores de secundaria básica

Se trabajó con una muestra piloto para confirmar que la versión adaptada por los especialistas era comprendida por miembros de la población a la que van dirigidos. Estuvo compuesta por 120 alumnos de secundaria básica del municipio Santa Clara, provincia Villa Clara. El 55 % pertenecía al sexo femenino y el 45 % al masculino. La media de edad de este grupo era de 13 años con una desviación típica (DT) de .44.

Participaron 30 profesores de Matemática de secundaria básica pertenecientes a la provincia de Villa Clara. El 66.7 % pertenecían al sexo femenino y el 33.3 % al masculino, con una media de edad de 38.4 años (DT= 14.0). En cuanto a la formación profesional, el 83.3 % era Licenciado en Matemática, 8.3 % Licenciado en Ciencias Exactas, 4.2 % Licenciado en Física y otro 4.2 % era Profesor General Integral. En cuanto a la experiencia docente el 46 % eran profesores que tenían hasta 10 años de ejercicio docente, el 33.4 % alcanzaba entre 14 y 29 años en la enseñanza de la matemática y el 21 % eran los docentes de mayor experiencia (entre 32 y 44 años de servicio).

Se diseñó una encuesta que junto al cuestionario de creencias se aplicó tanto a los alumnos como a los profesores con el objetivo de identificar aquellos términos o frases de difícil comprensión (ver anexo 6). Además se formularon interrogantes para determinar el nivel de comprensión de cada término, se les advirtió sobre la importancia de señalar aquellos elementos donde existieran dudas, algunas valoraciones y que realizaran sus propuestas de modificaciones.

En aras de obtener dos instrumentos ajustados lingüística y culturalmente, las propuestas de modificaciones realizadas por los participantes en el pilotaje fueron sometidas nuevamente a criterios de los especialistas para que evaluaran qué términos y/o frases modificar, eliminar o mantener.

Se aceptó modificar aquellos términos que resultaron de difícil comprensión para los participantes cuando más del 50 % de la muestra lo señalaron, se siguió este mismo criterio para sustituir expresiones o palabras no comprendidas por los alumnos y profesores.

2. Análisis de la consistencia interna a nivel global de los cuestionarios

Una vez ajustados lingüística y culturalmente los cuestionarios, se requirió del análisis de la consistencia interna. Se aplicó el coeficiente de fiabilidad alfa de Cronbach como uno de los más utilizados a la hora de establecer la confiabilidad de una escala.

Para este análisis participaron un total de 2023 alumnos, distribuidos de la siguiente forma: 405 (20 %) de la provincia de Camagüey; 406 (20.1 %) de la provincia de Ciego de Ávila; 390 (19.3 %) de Sancti Spiritus; 419 (20.7 %) de Cienfuegos y 403 (19.9 %) de Villa Clara. El 51.2 % pertenecía al sexo femenino y el 48.7 % al masculino. El rango de edad osciló de los 11 a los 15 años, con un promedio de 13 años de edad ($DT = .88$). Los estratos comprendieron 33.1% (670 alumnos) de 7mo grado; 33.5 % (678 alumnos) de 8vo grado y 33.4 % (675 alumnos) de 9no grado.

En cuanto a los profesores, participaron 327 docentes de los territorios de Camagüey, Ciego de Ávila, Cienfuegos y Villa Clara. Con una media de edad de 35.3 años ($DT = 11.5$). El 53 % (174 docentes) pertenecían al sexo femenino y el 47 % (153) al masculino.

En cuanto a los años de experiencia, el 57 % tenía hasta 10 años de ejercicio como profesor de Matemática; el 25 % entre 11 y 25 años y el 18 % se encontraba en el rango de 26 a 50 años en esta labor.

Los alumnos y profesores que participaron en el análisis de la fiabilidad de los cuestionarios son los mismos que se tuvieron en cuenta posteriormente para el análisis de componentes principales y para el análisis factorial confirmatorio.

Se consideró buena consistencia interna de los cuestionarios en su aplicación a las muestras piloto, cuando el valor de la fiabilidad evaluado a través del coeficiente alfa de Cronbach fue $\geq$ que .75

3. Análisis factorial mediante el método de componentes principales (ACP)

Puesto que con la investigación se obtuvieron las versiones adaptadas de ambos cuestionarios se requirió del análisis y/o definición de las dimensiones que integran el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de alumnos y profesores de secundaria básica a partir de los instrumentos adaptados. Se desarrolló el procedimiento descrito en la literatura científica, que advierte sobre los riesgos de asumir la estructura subyacente de los cuestionarios originales cuando estos han sufrido un proceso de modificación (Alexander & Dochy, 1995; Beavers et al., 2013; Hofer & Pintrich, 1997; Muñoz et al., 2013; Villardón-Gallego, Yániz, Achurra, Iraurgi, & Aguilar, 2013). En este sentido lo que se sugiere es un nuevo análisis de los factores/dimensiones que son posible evaluar a través del instrumento adaptado (Arredondo & Rucinski, 1996; Chan & Elliot, 2002), dicho análisis se realizó a través del método de componentes principales (ACP) (Costello & Osborne, 2005; Morales, 2013; Osborne & Fitzpatrick, 2012; Peña, 2002).

Previo al ACP se aplicó el test de Bartlett y el índice KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) para verificar la adecuación de la matriz de correlaciones y obtener seguridad sobre su posible factorización (Alan, Torney-Purta, & Azevedo, 2010; Álvarez-García, Núñez, Rodríguez, Álvarez, & Dobarro, 2011; Beavers et al., 2013)

La matriz de pesos factoriales obtenida fue rotada mediante el método varimax y siguió el criterio de selección de factores con valores propios iguales o mayores que la unidad. Se persiguió minimizar el número de variables con pesos o saturaciones elevadas en cada factor, realizando una simplificación de las columnas de la matriz de pesos factoriales distribuyéndolos en pequeños, medianos y grandes, buscando la mayor independencia entre los factores resultantes (Morales, 2013).

Se comprobó el índice de fiabilidad a través del alfa de Cronbach de las dimensiones de creencias sobre la Matemática encontradas, con el objetivo de obtener otro criterio para aceptar o rechazar dichas dimensiones.

Se aceptó realizar el ACP cuando el índice KMO revelara resultados superiores a .75. Se siguió como criterio para aceptar el contenido de los factores que el valor de las saturaciones de los ítems que lo integran fuera superior a .40. Además, se aceptaron como factores aquellos que el valor de su consistencia interna a través del alfa de Cronbach fuera $\geq .50$.

4. Análisis factorial confirmatorio (AFC) para explicar las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y el de los profesores

Una vez identificadas las dimensiones de creencias, se modelaron las relaciones entre ellas, concebidas como variables latentes que subyacen al sistema de creencias sobre esta ciencia y permiten explicar las creencias epistemológicas que asumen los estudiantes y docentes en torno a la Matemática en el nivel de secundaria básica.

Se modelaron además las relaciones entre esas variables no manifiestas o subyacentes y las variables observadas, consideradas también como directas (que son las subescalas o ítems). Se llevó a cabo el análisis factorial confirmatorio sobre el modelo estructural definido teóricamente, utilizando para ello el SPSS versión 20.0 y el AMOS versión 19.0 (Arbuckle, 2010) como programa de estimación, para encontrar el valor de los indicadores de calidad de las relaciones entre las dimensiones de creencias sobre la Matemática modeladas.

Para la estimación de los parámetros que dan cuenta de la calidad de la relación entre las dimensiones de creencias se utilizaron estimadores robustos de máxima verosimilitud para ajustar los modelos de medida. En todos los casos, para evaluar la bondad de ajuste del modelo correspondiente, se calculó la prueba chi cuadrado (χ^2) que indica la probabilidad de que la divergencia entre la matriz de varianzas-covarianzas muestrales y la generada a partir del modelo hipotético se deba al azar. Debido a que χ^2 es muy sensible a las variaciones del tamaño de la muestra (Schermelleh-Engel, Moosbrugger, & Müller, 2003), se emplearon medidas adicionales de la bondad de ajuste para estimar dichas relaciones (Hu & Bentler, 1999; Teo & Khine, 2009).

Para aceptar y confirmar la validez de las dimensiones y relaciones modeladas, se utilizaron los estadísticos de bondad de ajuste y criterios que se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1 Estadísticos de bondad de ajuste y criterios de referencia utilizados en la investigación

Estadísticos de bondad de ajuste	Abreviatura	Criterios
Ajuste absoluto Chi-cuadrado Razón Chi-cuadrado / grados de libertad	χ^2 χ^2/gl	Significación > 0,05 Menor que 3
Ajuste comparativo Índice de bondad de ajuste comparativo Índice de Tucker-Lewis	CFI TLI	$\geq 0,90$ $\geq 0,90$
Otros Índice de bondad de ajuste Índice de bondad de ajuste corregido Raíz cuadrada de la media de residuos estandarizados Raíz del residuo cuadrático promedio de aproximación	GFI AGFI RMR RMSEA	$\geq 0,90$ $\geq 0,95$ Próximo a cero < 0,08

Fuente (Villardón-Gallego et al., 2013)

4.1 Confirmación de las dimensiones en distintas muestras

La metodología del análisis factorial confirmatorio implica que una vez encontrado el modelo hipotético se aplique en distintas muestras (Pearl, 2012; Ruiz, 2000; Ruiz et al., 2010; Schermelleh-Engel et al., 2003; Teo & Khine, 2009), de manera que se corrobore su validez interna. Las dimensiones del sistema de creencias sobre la Matemática y sus relaciones, tanto en alumnos como en profesores fueron confirmadas (corroboradas) al

aplicar a otros datos el mismo procedimiento del AFC y obtener indicadores de calidad aceptables. Los participantes en este caso se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Alumnos y Profesores participantes en la confirmación de las dimensiones de creencias sobre la Matemática

Participantes	Territorios								
	Sibanicú / 270			1 ^{ero} de Enero / 393			Placetas / 259		
Alumnos	Edad promedio	Sexo %		Edad promedio	Sexo %		Edad promedio	Sexo %	
		F	M		F	M		F	M
Total	13	54.6	45.4	13	49.4	50.6	13	51.5	48.1
Participantes	Camagüey / 171				Villa Clara / 156				
Profesores	Edad promedio	Sexo %		Edad promedio	Sexo %		Edad promedio	Sexo %	
		F	M		F	M		F	M
Total	35.4	55	45	35.7	52.6		47.4		

5. Diseño de los instrumentos definitivos

Una vez obtenidas y confirmadas (a través del AFC) las dimensiones de creencias sobre la Matemática, se conformaron los instrumentos definitivos así como las matrices que describen los ítems con los indicadores, dimensiones y constructo al que pertenecen. Se respetó la estructura de presentación que conformaban los cuestionarios desde la versión adaptada.

Para esta tarea se utilizaron las versiones adaptadas del cuestionario para alumnos y del cuestionario para profesores (anexos 8 y 14).

5.1 Definición de la estructura y matriz de los cuestionarios a partir de los resultados del AFC.

Se concibieron como ítems posibles a conformar las versiones definitivas de ambos cuestionarios los que quedaron expresados como variables observadas que permiten explicar las dimensiones de creencias sobre la Matemática de alumnos y profesores obtenidos en el AFC.

Para la matriz del instrumento dirigido a los alumnos se aceptaron como dimensiones que explican el sistema de creencias sobre la Matemática, las variables latentes encontradas con el AFC.

Para la matriz del instrumento dirigido a los profesores se aceptaron las variables latentes encontradas como constructos y se clarificaron las dimensiones a las cuales tributan los ítems (variables observadas) encontrados.

2.2 Objetivo 2. Caracterizar el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática en una muestra de alumnos y sus profesores en el nivel de secundaria básica

2.2.1 Descripción de tareas, participantes y métodos para el objetivo 2

1. Caracterización del sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática en una muestra de alumnos y sus profesores.

Una vez obtenido los instrumentos definitivos para evaluar el constructo objeto de estudio, se decidió aplicar los cuestionarios para profundizar en las características del sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática en una muestra de profesores de esta asignatura y en una muestra de los alumnos de 7mo, 8vo y 9no grado a los que estos profesores impartían clases. Se realizó un análisis de cluster o conglomerados (como también se le conoce) para encontrar los grupos de alumnos y los grupos de profesores que se asocian por la similitud de sus creencias sobre la Matemática. Se clasificaron esos conglomerados atendiendo a las variables sociodemográficas que permitieron su agrupación.

A partir de los conglomerados encontrados se determinaron las diferencias en el desarrollo del sistema de creencias de los participantes. En el caso de los alumnos se compararon sus creencias sobre la Matemática, según el género y el grado que cursan a través del Test de Kruskal Wallis, prueba no paramétrica utilizada para realizar comparaciones de más de dos grupos independientes (Sheskin, 2004). En el caso de los profesores se establecieron comparaciones entre sus creencias y los años en el ejercicio de la profesión, además de las

diferencias según el sexo, para ellos se utilizó el Test U Mann-Whitney, prueba no paramétrica utilizada para realizar comparaciones de dos grupos independientes. El criterio de Mann - Whitney parte de determinar el número de veces que un valor del grupo más pequeño precede a un valor del grupo más grande. Se aplicó además la prueba de los rangos señalados y los pares igualados de Wilcoxon para contabilizar la información acerca de la dirección de las diferencias (Sheskin, 2004).

Para profundizar y corroborar los resultados obtenidos a través de los cuestionarios se aplicó una entrevista retest. Dicha entrevista se realizó a partir de los ítems que conforman los cuestionarios.

Materiales e instrumentos

Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la Matemática para alumnos de secundaria básica (versión definitiva, anexo 17).

Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la Matemática para profesores de esta asignatura en la secundaria básica (versión definitiva, anexo 19).

Entrevista retest. Teniendo en cuenta las dimensiones de creencias evaluadas a través de los cuestionarios se les dio como consigna: “Ahora vamos a profundizar en las respuestas ofrecidas por Ud. en el cuestionario, así por ejemplo, la afirmación 1 planteaba “Algunas personas nacen con grandes habilidades para la Matemática y otros no” qué más puede decir sobre ello” y así sucesivamente con cada una de ellas. De igual forma se procedió con los profesores, la consigna inicial fue la misma, cambió la pregunta teniendo en cuenta que el planteamiento de los ítems para estudiantes y para profesores es diferente.

Participantes

La muestra de alumnos y profesores que se describen a continuación es la utilizada para cumplimentar los objetivos 2, 3 y 4.

Fueron escogidos al azar 522 alumnos de Villa Clara, en la Tabla 3 se pueden observar las variables sociodemográficas que caracterizan la muestra.

Tabla 3. Distribución de las variables sociodemográficas de los alumnos participantes

		Participantes	%
Grados	Séptimo	155	29.7
	Octavo	174	33.3
	Noveno	193	37.0
	Total	522	100
Edad	12	111	21.3
	13	180	34.5
	14	197	37.7
	15	34	6.5
	Total	522	100
Sexo	Femenino	254	48.7
	Masculino	268	51.3
	Total	522	100

Fuente: Instrumento de evaluación

Se aplicó el cuestionario a los 11 profesores que imparten clases de Matemática a los estudiantes seleccionados para la caracterización. El promedio de edad de estos docentes es de 33 años. La Tabla 4 muestra los participantes según su formación profesional de base, la experiencia como docentes y el sexo. Se observó un predominio de profesores de pocos años de experiencia, el 63.6 % tenía menos de cinco años en la labor docente.

Tabla 4. Distribución de las variables sociodemográficas de los profesores participantes

		Participantes	%
Formación o Título de graduado	Licenciado en Matemática	4	36.4
	Licenciado en Ciencias Exactas	4	36.4
	Profesor General Integral	1	9.1
	Nivel Medio	2	18.2
	Total	11	100
Experiencia como docentes en años	1	6	54.5
	4	1	9.1
	18	1	9.1
	26	1	9.1
	29	1	9.1
	33	1	9.1
	Total	11	100
Sexo	Femenino	5	45.5
	Masculino	6	54.5
	Total	11	100

Fuente: Instrumento de evaluación

Método para la obtención de resultados

Se aceptó la conformación de los grupos (conglomerados) cuando la composición de estos estuvo marcada por las diferencias en las creencias sobre la Matemática de sus integrantes.

Como criterio para el análisis de las dimensiones que integran las creencias sobre la Matemática se tomó en cuenta el valor de la significación que arrojaron los test estadísticos: Kruskal Wallis; U Mann-Whitney y el Test de Wilcoxon.

En el caso de la entrevista retest, las respuestas que se tuvieron en cuenta fueron aquellas en las que hubo coincidencia en más del 50 % de los participantes.

2.3 Objetivo 3. Determinar las relaciones que se establecen entre los niveles de rendimiento académico en Matemática y las dimensiones de creencias sobre esta ciencia

La investigación no solo se orientó a definir las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática, obtener un instrumento válido y confiable para su evaluación y describirlas en una muestra de alumnos y sus profesores sino que se propuso determinar las relaciones entre las creencias y el rendimiento académico.

2.3.1 Descripción de tareas, participantes y métodos para el objetivo 3

1. Determinar los niveles de rendimiento académico en Matemática en que se encuentran los alumnos. Diferenciaciones según el sexo y el grado.

Se adoptó como medida del rendimiento académico el promedio de calificaciones obtenido por los estudiantes en el curso escolar 2013-2014. Se tomaron del registro docente de Matemática, todas las evaluaciones sistemáticas y resultados del trabajo de control parcial, correspondientes a cada uno de los alumnos de la muestra. Con la información obtenida se realizó un análisis de la media de aprendizaje de los estudiantes a partir de los resultados, el valor más alto que podían obtener era 50 puntos.

Se conformó la escala de transformación a partir de los criterios de especialistas del Ministerio de Educación, dicha escala es la que se utiliza en el sistema de secundarias básicas cubanas. Se utilizó la técnica de clasificación conglomerados en dos fases para la conformación de los grupos de alumnos de acuerdo a los niveles del rendimiento académico según la escala. Para describir la composición de los grupos por niveles de rendimiento en Matemática se realizaron análisis de la media, la mediana, la varianza y la

desviación típica. Se identificaron además las diferencias entre los conglomerados a partir del sexo y el grado.

Para la recogida de la información se utilizó el registro docente de la asignatura, documento oficial que refleja las calificaciones obtenidas por los alumnos según el sistema de evaluación que se aplica.

Como método para la obtención de resultados en cuanto a la definición de los niveles de rendimiento académico se concibió como escala:

- Nivel 1(Bajo): Estudiante con dificultades, calificaciones promedio por debajo de 40 puntos.
- Nivel 2 (Medio): Estudiante promedio, calificaciones promedio entre 40 y 47 puntos.
- Nivel 3 (Alto): Estudiante aventajado o de concurso, calificaciones promedio ≥ 47 .

Para la conformación de los grupos se aceptaron aquellos en los que fue significativa la diferencia entre las creencias y los niveles de rendimiento académico en Matemática.

2. Análisis de las relaciones entre los niveles de rendimiento académico en Matemática y las dimensiones de las creencias sobre esta ciencia.

Una vez identificados los niveles de rendimiento académico en que se encuentran los alumnos se determinó su relación con las dimensiones de creencias sobre la Matemática de los alumnos, además se estableció la relación entre el rendimiento académico y las dimensiones de creencias de los profesores. Se utilizó el test de correlación de Pearson y el de Tau_b de Kendall. Para profundizar en las relaciones y corroborar los resultados se aplicó el test de Kruskal Wallis.

El propósito de esta tarea científica no solo se orientó a encontrar la relación entre estas variables, sino que se propuso además estimar cuáles de las dimensiones de creencias encontradas en los alumnos predicen mejor el rendimiento académico, realizando para ello un análisis de regresión, proceso estadístico para la estimación de relaciones entre variables.

Fueron utilizados el Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la Matemática para alumnos de secundaria básica; Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la Matemática para profesores (versiones definitivas, anexos 17 y 19) y el Registro docente, estos instrumentos fueron los mismos que se emplearon posteriormente para cumplimentar el objetivo 4.

Se aceptó la relación entre rendimiento académico en Matemática y creencias sobre esta ciencia cuando el valor de la significación del coeficiente de correlación de Pearson, Tau_b de Kendall y del test de Kruskal Wallis fue $p < 0.05$. De igual forma se aceptó el valor predictivo de las creencias sobre el rendimiento en Matemática cuando el valor de la significación del ANOVA aplicado con la regresión fue de $p < 0.05$.

2.4 Objetivo 4. Establecer las relaciones entre el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y sus profesores

Para evaluar la interacción entre las distintas variables se concibió en una misma base de datos las creencias de los profesores, las creencias de los alumnos y el rendimiento académico, se desarrollaron las siguientes tareas científicas.

2.4.1 Descripción de tareas, participantes y métodos para el objetivo 4

1. Análisis de las relaciones entre las dimensiones de creencias de los alumnos y las dimensiones de creencias de los profesores.

Se aplicó el test de correlación Tau_b de Kendall con el propósito de obtener una aproximación a las relaciones entre las dimensiones de creencias sobre la Matemática de los alumnos y las de los profesores.

Se aceptó la relación entre las dimensiones de creencias sobre la Matemática de alumnos y profesores cuando el valor de la significación del coeficiente de correlación de Tau_b de Kendall y la prueba de Mann-Whitney fue menor que 0.05.

2. Definición de las variables de relación que permiten conformar grupos integrados por alumnos y profesores.

Se aplicó la técnica de clasificación conglomerados en dos fases, para encontrar los pares de alumnos-profesor y caracterizarlos. A los grupos obtenidos se aplicó la prueba de Mann-Whitney para realizar comparaciones entre las variables de relación que permitieron conformar dichos grupos.

Con el objetivo de profundizar en estos resultados, se utilizó la técnica árbol de clasificación (CHAID), procedimiento que crea un modelo de clasificación en forma de árbol, clasifica casos en grupos. Dicho procedimiento fue utilizado en el presente estudio para identificar las interacciones entre los alumnos y los profesores y determinar aquellas variables que permiten tal interacción.

Se aceptaron aquellos conglomerados en los que fue posible identificar las variables de relación y fueron notables sus diferencias a los efectos del presente estudio. De igual forma se admitieron aquellos árboles cuando el pronóstico de clasificación estuvo por encima del 90 %.

CAPÍTULO 3. RESULTADOS

El capítulo está organizado según los objetivos de la investigación, se presentan los resultados obtenidos a partir de las tareas científicas desarrolladas, así por ejemplo, el epígrafe 3.1 corresponde a los resultados obtenidos con el objetivo 1, dentro del epígrafe se identifican las tareas relacionadas tal y como han sido explicadas en el capítulo anterior.

3.1 Dimensiones que integran el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de alumnos y profesores de esta asignatura en la secundaria básica

3.1.1 Ajuste lingüístico y cultural de los cuestionarios

3.1.1.1 Traducción y adaptación de los cuestionarios

En el caso del instrumento seleccionado para los alumnos Epistemological beliefs survey for Mathematics (EBSM) (Walker, 2007) se aceptaron 9 (12 %) diferencias terminológicas en las que coincidieron el 100 % de los especialistas, así por ejemplo, en la dimensión *Estructura del conocimiento*, el ítem 11 aparece “... comprehend”, y se propone ... entender para evitar la repetición del término comprender; en la dimensión *Aplicabilidad en el mundo real*, el ítem 6 dice contiene el término subjects que en su traducción directa significa sujeto, asunto, materia y tema, los especialistas sugieren asignatura por ser de mayor uso en el contexto cubano. El resto de las diferencias pueden verse en los anexos 2 y 3 señaladas en negrita y subrayadas. Estas diferencias generaron cambios en la traducción invertida para determinar su equivalencia, solo se aceptaron las 9 que tuvieron relación con la traducción directa.

Con la pregunta 6 de la encuesta dirigida a los especialistas para la evaluación del cuestionario dirigido a los alumnos (anexo 4) se obtuvo que el 100 % recomendó modificar el nombre del instrumento, la propuesta en la que todos coincidieron fue “Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la Matemática para alumnos de secundaria básica”. De esta forma quedó como resultado la primera versión cubana del cuestionario para los alumnos (anexo 3).

El *Cuestionario de creencias docentes* (Inganzo, 2010) requirió de su contextualización para estudiar las creencias epistemológicas sobre la Matemática de profesores de esta asignatura en la secundaria básica, ya que en su versión original no estaba orientado a evaluar las creencias sobre un dominio específico del conocimiento. La encuesta dirigida a los especialistas para tales fines, arrojó los resultados que se muestran en la Tabla 5 (ver en anexo 11 versión original y anexo 14 versión adaptada). Se realizaron modificaciones al nombre del cuestionario; a las instrucciones; se incorporan los términos: Matemática y secundaria básica para mayor adecuación a los objetivos de esta investigación. Con las adaptaciones se gana en similitud en relación al instrumento dirigido a los alumnos.

Tabla 5. Adaptación del cuestionario dirigido a los profesores

Tipos de cambio		Versión original	Versión adaptada
Nombre del instrumento		“Cuestionario de Creencias de profesores”	“Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la Matemática para profesores de esta asignatura en la secundaria básica”
Instrucciones		Estimado Profesor: A continuación encontrarás un cuestionario que tiene como objetivo conocer ideas que subyacen a la actividad docente en educación superior...	Estimado Profesor: El cuestionario tiene como objetivo conocer sus ideas sobre la actividad docente de la Matemática. Con la información que se recoja se contribuirá a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de esta ciencia en la secundaria básica...
Agregar términos	Matemática	No lo contiene	Ítems: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 24, 28, 29, 31, del 33 al 44, el 46, 48 y 49
	Secundaria Básica	Educación Superior	Ítems: 3, 23, 41

Con la adaptación se obtuvo la versión de los cuestionarios que permitió a los especialistas mostrar evidencias sobre la validez de constructo según sus criterios.

3.1.1.2 Validación de constructo a través del juicio de especialistas

La encuesta sobre juicio de especialistas (anexo 4), arrojó criterios favorables en relación a las posibilidades diagnósticas del instrumento dirigido a los alumnos. El 100% consideró de

“muy necesario” contar con un instrumento que permitiera la evaluación de las creencias epistemológicas sobre la Matemática de los alumnos de secundaria básica.

En cuanto al grado o nivel de correspondencia de cada ítem con el constructo que pretende evaluar el cuestionario, se obtuvo una equivalencia de criterios elevada, representado por el hecho de encontrar 50 ítems (80,6 %) considerados “completamente” correspondientes al constructo específico que mide la técnica. De los 12 ítems restantes, 3 (4,8 %) fueron evaluados como “en parte considerable” y los otros 9 (14,5 %) como “en parte” correspondientes con el constructo. El 100% de los especialistas sugirió cambios, de manera que el cuestionario se ajustara a los objetivos del presente estudio.

Se realizaron modificaciones de tipo sintáctico y semántico, algunas de ellas se muestran en la Tabla 6, el resto pueden encontrarse en el anexo 7.

Tabla 6. Modificaciones de tipo sintáctico y semántico al cuestionario dirigido a los alumnos

Dimensión	Ítem	Versión original	Versión adaptada
Fuente del conocimiento	5	Si los profesores de matemática impartieran clases llenas de buenos ejemplos de problemas matemáticos, no tendría que practicar tanto por mi cuenta	Si los profesores de Matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta
Certeza del conocimiento	3	Prefiero un maestro de matemáticas que le muestre a los estudiantes montones de formas diferentes para resolver un mismo problema	Prefiero a un maestro de Matemática que le muestre a los estudiantes vías diferentes para analizar un mismo problema
Estructura del conocimiento	11	La comprensión de cómo la matemática se usa en otras disciplinas me ayuda a comprender los conceptos	La comprensión del uso de la Matemática en otras asignaturas me ayuda a entender mejor los conceptos
Velocidad de adquisición del conocimiento	1	Cuando se trata de la matemática, la mayoría de los estudiantes o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto	Cuando se trata de la Matemática, los estudiantes aprenden rápidamente o no aprenden en lo absoluto
Aplicabilidad de las matemáticas	9	Probablemente tomaré más matemáticas que las que son requeridas para mi grado	Recibo más Matemática que la que es necesaria para mi grado

La entrevista semiestructurada realizada para obtener juicios valorativos de los especialistas en relación al pronóstico de aplicación del instrumento arrojó que, el 100 % coincidió en la relevancia que tiene contar con instrumentos de evaluación ajustados a las personas, situaciones y contexto al que va dirigido; coincidieron además, en la utilidad e importancia

de contar con herramientas para la evaluación de las creencias sobre la Matemática en el contexto de la secundaria básica, en aras de continuar con los procesos de mejora educativa de la enseñanza y aprendizaje de esta asignatura.

En cuanto a la viabilidad, todos los especialistas estuvieron de acuerdo en que el cuestionario está bien estructurado en cuanto a las dimensiones e ítems que lo componen. Su aplicación no es costosa. De existir alguna limitante sería en las hojas para imprimirlo, no obstante consideraron que puede ser utilizado a modo de preguntas orales y de manera sistemática en el espacio áulico. En cuanto a su aplicabilidad sugirieron la realización de un estudio piloto para confirmar que el contenido del cuestionario era entendido por los alumnos.

La retroalimentación obtenida por parte de los especialistas fue favorable no sólo en cuanto a determinar la correspondencia de cada ítem con la dimensión a la que se refiere o el ajuste al vocabulario del adolescente cubano, sino que los indicadores presentaron alta coincidencia en valoraciones positivas que avalan la validez del instrumento.

El análisis de la validez del constructo creencias epistemológicas sobre la Matemática de profesores de esta asignatura en la secundaria básica a ser evaluado con el cuestionario adaptado arrojó los siguientes resultados: Se modificó la escala a partir del 100 % de coincidencia, la versión original tenía cuatro opciones de respuestas, la propuesta definitiva quedó como a continuación se refiere: columna “1” totalmente de acuerdo; columna “2” de acuerdo; columna “3” neutral, columna “4” en desacuerdo y columna “5” totalmente en desacuerdo (ver anexo 14).

En el caso de los indicadores que componen las dimensiones los cambios aceptados permitieron ganar en claridad ya que en la versión original la forma en la que estaban planteados en la matriz generaba confusión a la hora de evaluar los resultados, pues la combinación del indicador con los ítems podía entenderse que estos últimos evaluaban a la

misma vez el nivel de ingenuidad y el sofisticado, la Tabla 7 refleja las modificaciones realizadas (en el anexo 12 se puede encontrar la matriz original y en el 15 la matriz adaptada).

Tabla 7. Modificaciones al cuestionario de profesores

Indicadores			
Constructo	Dimensión	Versión original	Versión adaptada
Creencias sobre el conocimiento	Estructura del conocimiento	Aislado-Integrado	Aislado-Simple Integrado-Complejo
	Estabilidad del conocimiento	Cierto-Tentativo Estático-Dinámico	Cierto-estático Tentativo-dinámico
	Utilidad del conocimiento	No transferible-transferible Visión actual-Visión futura	Transferibilidad y aplicabilidad No aplicable, intransferible
Creencias sobre la enseñanza	Planificación de la clase	Planeo-No planeo Claridad en los objetivos- Sin claridad en los objetivos	Planeo –No planeo Claridad en los objetivos como lo más importante de la planeación- Claridad de los objetivos como uno de los aspectos de la planeación
Creencias sobre el aprendizaje	Habilidad para aprender	Esfuerzo-Sin esfuerzo Habilidad innata-No innata	Esfuerzo-aprendida Sin esfuerzo-Habilidades innatas

Los criterios de relevancia, viabilidad y aplicabilidad obtenidos con la entrevista a los especialistas revelaron que el 100 % de ellos considera que el cuestionario ofrece la posibilidad de evaluar las creencias epistemológicas que sustentan la práctica docente de esta asignatura, lo cual contribuirá con el trabajo metodológico, las transformaciones educativas y la enseñanza de esta materia.

Los especialistas coincidieron además en que el cuestionario para profesores, de ser utilizado con fines de intervención podría contribuir a la reflexión docente sobre el diseño y la práctica que desarrollan en aras de su mejora. Los especialistas también sugirieron la aplicación del cuestionario a una muestra piloto para confirmar la comprensión de su contenido por parte de la población a la que va dirigido.

3.1.1.3 Estudio piloto con alumnos y profesores de secundaria básica

Con la aplicación del cuestionario dirigido a los alumnos se obtuvieron otras propuestas de modificaciones de algunos términos de difícil comprensión para ellos, así por ejemplo:

- El 89 % de los participantes no comprendió, de la dimensión Fuente del conocimiento el ítem 4- que estaba planteado “*Un profesor dijo: “realmente no entiendo algo hasta que lo enseño”. Pero en realidad, el enseñar, no ayuda al profesor a entender mejor el material, solo le recuerda cuanto lo domina*”. Se generó gran confusión en los estudiantes a la hora de responder el ítem, valorándose su eliminación
- El 82 % de los alumnos no comprendió el ítem 10 de la dimensión Certeza del conocimiento; ni la palabra “experto” que aparece en el ítem 11 de la misma dimensión.
- El 60 % requirió que se les explicara las palabras “álgebra” (que aparece en el ítem 5 de la dimensión Velocidad de adquisición) y “frustrante” (que aparece en el ítem 9 de la dimensión Velocidad de adquisición y en el ítem 8 de la dimensión Habilidad innata) (en anexo 7 otras modificaciones)

Las modificaciones al instrumento para profesores después del estudio piloto se agruparon en los siguientes criterios:

- Términos de difícil comprensión, por ejemplo en el ítem 1 (anexo 13)
- Palabras que de acuerdo a su empleo en el cuestionario adquieren significados diferentes para el contexto mexicano (donde fue diseñado el instrumento) y el escenario cubano, por ejemplo, en el ítem 15 aparece la palabra “invariantes” que se ha trabajado metodológicamente en las asignaturas como aquellos contenidos que constituyen ejes transversales de la enseñanza o que no pueden dejar de darse. Se consideró que este significado podía interferir en las respuestas de los profesores y se propuso el término “inmodificable”

- En el ítem 22 se sustituye “pericia” por “dominio” por ser de mayor comprensión para los profesores
- En el ítem 23 se sustituye “programas de estudio” por la frase “programa de la Matemática de la secundaria básica”
- Se propone cambiar “conferencia” por “la clase de nuevo contenido” (ítem 44) que es más utilizado en el contexto de la secundaria (en anexo 13 otras modificaciones)

El ajuste lingüístico y cultural realizado a los cuestionarios para los fines de esta investigación permitió obtener versiones de los instrumentos más cercanas a la población objeto de estudio. Ambos cuestionario fueron aplicados a los participantes seleccionados para el análisis de la consistencia interna y validez factorial de los mismos.

3.1.2 Análisis de la consistencia interna a nivel global de los cuestionarios

Al realizar el análisis de la consistencia interna a través del alfa de Cronbach, se encontraron algunos ítems que disminuían el coeficiente de la fiabilidad, por ejemplo los ítems *“Yo aprendo mejor matemática cuando veo a mi profesor trabajar con ejemplos de problemas”*; *“Un profesor dijo: “realmente no entiendo algo hasta que lo enseño” pero en realidad, el enseñar con el material, no ayuda al profesor a entenderlo”*; *“La calidad de una clase de matemática se determina completamente por el profesor”* de la dimensión Fuente del conocimiento; no correlacionaron entre sí, ni con el resto de los ítems de la dimensión. Atendiendo al criterio de poca homogeneidad entre los ítems, los juicios de los especialistas y el estudio piloto se decide eliminar estos y los que se reflejan en el anexo 7. Finalmente se obtuvo un índice de fiabilidad a nivel global de $\alpha=.83$, reflejando la calidad del instrumento adaptado. Dicha evidencia refleja elevada consistencia interna entre los elementos del instrumento, y es superior en comparación con otros estudios como el de Tang (2010) o el de White et al. (2006) que mostraron valores de .64 y .58 respectivamente.

Tomando en consideración los criterios de los especialistas y el resultado de las correlaciones interítems obtenidas con el análisis de la fiabilidad, se redujo el 18 % de la cantidad de ítems que componen el cuestionario.

La versión adaptada quedó conformada por 62 ítems (el instrumento original contaba con 75) que evalúan las dimensiones: *Fuente del conocimiento*; *Certeza del conocimiento*; *Estructura del conocimiento*; *Velocidad en la adquisición del conocimiento*; *Determinantes del aprendizaje* y *Aplicabilidad al mundo real*, a través de una escala Likert de 7 posiciones, donde 1 significa “totalmente en desacuerdo”, 2 “en desacuerdo”, 3 “medianamente en desacuerdo”, 4 significa el valor “neutral”, 5 “medianamente de acuerdo”, 6 “de acuerdo” y 7 “totalmente de acuerdo”. Cada dimensión a su vez evalúa el nivel de desarrollo de la creencia, es decir, hacia qué extremo se orienta más como tendencia, el de ingenuidad (menor desarrollo) o el de sofisticación (creencias desarrolladas) según los ítems que las componen (ver en anexo 8 cuestionario adaptado y en anexo 9 la matriz).

El análisis de la fiabilidad a nivel global del instrumento dirigido a los profesores arrojó un índice de $\alpha = .75$, valor aceptado según los métodos para la obtención de resultados asumidos y descritos en el capítulo 2, no obstante, es inferior al índice de fiabilidad obtenido por Castañeda y Peñalosa (2010) e Inguanzo (2010) que encontraron valores de $\alpha = .83$ y $\alpha = .77$ respectivamente.

A juicio de la autora de este trabajo, el análisis de la consistencia interna a nivel global de los cuestionarios es un indicador a seguir trabajando para el perfeccionamiento de los instrumentos. Se considera como alternativa para ello, analizar la curva característica de cada ítem (CCI) y determinar su discriminación, de esta forma se obtendría mayor información sobre el nivel de precisión de cada ítem en su medición (Hambleton, Swaminathan, & Rogers, 1991; Montesinos, Galindo, Inglés, Campoy, & Ortiz, 1999).

Se integraron los resultados obtenidos con los especialistas y los participantes en el estudio piloto. El cuestionario quedó conformado por 50 ítems, adaptados para evaluar las creencias epistemológicas sobre la Matemática de los profesores de esta asignatura en la secundaria básica, a través de tres constructos, con sus respectivas dimensiones, indicadores e ítems.

El constructo creencias sobre el conocimiento matemático lo integran las dimensiones: *Estructura, Estabilidad, Fuente, Utilidad y Naturaleza del conocimiento matemático*.

El constructo creencias sobre el aprendizaje de la Matemática está compuesto por las dimensiones: *Habilidad para aprender; Velocidad con la que ocurre; Estilos de procesamiento y Evaluación del aprendizaje de la Matemática*.

El constructo creencias sobre la enseñanza lo componen las dimensiones: *Planificación de la clase; Actividades en clases y Autopercepción de habilidades para enseñar la Matemática*.

De igual forma que en el instrumento para los alumnos, los ítems están elaborados como planteamientos ingenuos y sofisticados (anexos 14 y 15) y fue sometido al análisis de componentes principales.

3.1.3 Análisis de Componentes Principales para definir las dimensiones de creencias sobre la Matemática a partir de los cuestionarios adaptados

El test de Bartlett y el índice KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) fueron aplicados a las versiones adaptadas de los cuestionarios.

Los resultados obtenidos en el caso del instrumento para alumnos se muestran en la Tabla 8 (anexo 16). El coeficiente marcó un valor de .85, indicando alta correlación y conveniencia del análisis factorial ("Análisis Factorial," 2012).

Se obtuvo una organización factorial inicial de 19 factores que han explicado el 62.6 % de la varianza total de los puntajes del instrumento. Con la reducción de subescalas que presentaron pesos factoriales por debajo de .40, se agruparon cuatro factores principales en

los que saturan las respuestas de los alumnos. En la Tabla 9 se muestran dichos factores, los ítems que los integran así como las puntuaciones relativas a las creencias de los alumnos sobre la Matemática.

Tabla 9. Factores principales generados del análisis de componentes principales del cuestionario de Creencias epistemológicas sobre la Matemática de los alumnos

Subescalas	FI	FII	FII I	FI V
Casi todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en Matemática o no	.726			
La habilidad en Matemática es en realidad algo con lo que se nace	.692			
Algunas personas nacen con grandes habilidades para la Matemática y otros no	.652			
Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos	.592			
Si los profesores de Matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta	.453			
Las respuestas al final del libro me ayudan a saber si he resuelto correctamente el problema o no		.565		
Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución		.552		
La Matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo		.516		
Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema		.505		
A veces uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de Matemática incluso si no las entiendes		.499		
Recibo más Matemática que la que es necesaria para mi grado		.434		
Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando			.688	
Estudiar sistemáticamente es la clave del éxito para aprender Matemática			.570	
Prefiero a un maestro de Matemática que le muestre a los estudiantes vías diferentes para analizar un mismo problema			.542	
Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no tengamos la capacidad natural, podremos aprender Matemática			.539	
La Matemática es como un idioma extranjero para mí, e incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé				.608
Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y tiendo a darme por vencido				.575
La única razón por la que iría a una clase de Matemática se debe a que es obligatorio				.566

Factor I (FI)= Habilidad innata; Factor II (FII)= Conocimiento simple, dependiente de la autoridad; Factor III (FIII)= Conocimiento relativo-Aprendizaje adquirido; Factor IV (FIV)= Aprendizaje rápido e inaplicable (Las saturaciones inferiores a .40 han sido omitidas).

Fuente: Instrumento de evaluación

De acuerdo a los resultados, se define el Factor I (FI) como la *Habilidad innata* (ver en Tabla 9 las subescalas que saturan en FI) y quiere decir que los alumnos creen que el aprendizaje de la Matemática está determinado por habilidades naturales que se poseen al nacer, las cuales no pueden ser modificadas aunque se esfuercen. Dicho resultado se entiende como: para los participantes del estudio, la presencia de una habilidad innata actúa como factor predisponente para aprender Matemática que expresa una creencia ingenua o de menor desarrollo.

El Factor II (**FII**) quedó conformado por las subescalas que se observan en la misma Tabla 9, de acuerdo a sus enunciados se nombró esta dimensión como *Conocimiento simple, dependiente de la autoridad*, significa que los alumnos creen que el conocimiento matemático se caracteriza mejor como datos aislados, simples, radicados en una figura externa a ellos, que constituye la fuente del conocimiento matemático, creencia expresada desde una perspectiva ingenua.

El Factor III (**FIII**, ver Tabla 9) se concibió como *Conocimiento relativo-Aprendizaje adquirido*, resultado que demuestra la coexistencia de creencias con distinto nivel de desarrollo en los alumnos. Las subescalas que se generaron en la dimensión I (o Factor I), determinaron una perspectiva ingenua en cuanto a los determinantes en la adquisición del aprendizaje matemático, en este caso las puntuaciones obtenidas indicaron que los estudiantes creen en la presencia de una habilidad que se posee al nacer como condición predisponente para el aprendizaje de esta ciencia, sin embargo, los resultados de la dimensión III (o Factor III) no solo evidenciaron la presencia de una perspectiva de cierta relatividad de este conocimiento sino que se agruparon con ítems que apuntan también a la determinación social del aprendizaje (el aprendizaje es un proceso adquirido).

En el Factor IV (**FIV**), las subescalas que quedaron expresadas apuntan más a una creencia en que el aprendizaje de la Matemática ocurre de manera súbita, a la primera vez o no ocurre, se nombra esta dimensión como *Aprendizaje rápido e inaplicable*. Como lo indica la dimensión, los alumnos expresaron una creencia que de alguna manera puede limitar las posibilidades de desarrollo futuro del aprendizaje de la Matemática, al creer que solo se aprende esta materia en un tiempo específico o no se aprende aunque se esfuercen y además no creen en su aplicación en la vida podría afectarse la motivación, los estados emocionales asociados al aprendizaje matemático, la actitud ante el estudio, los enfoques y estilos que

utilizan para aprender, los resultados docentes, por solo mencionar algunos procesos en los que pueden impactar estas creencias.

Como se puede apreciar, se observó la presencia simultánea de creencias sobre la Matemática de tipo ingenuo y sofisticado, coherente con el paradigma multidimensional sustento de la investigación. Dichas subescalas revelaron que los alumnos presentan un menor desarrollo de sus creencias en cuanto a la estructura, origen (fuente) y aplicabilidad del conocimiento de la Matemática, así como la velocidad de su adquisición, ya que se encontraron como factores el *Conocimiento simple, dependiente de la autoridad (FII)* y su *Aprendizaje es rápido e inaplicable (FIV)*.

La habilidad para aprender presentó indistintamente, en mayor o menor grado, tanto un comportamiento de tipo ingenuo como sofisticado dimensión I (*Habilidad innata*), dimensión III (*Aprendizaje adquirido*). Esta última presentó a su vez, un nivel sofisticado de desarrollo del sistema de creencias en cuanto a la estabilidad (certeza) del conocimiento, los alumnos consideraron la relatividad del contenido de la Matemática.

Visto de este modo, las dimensiones encontradas integran de forma cuantitativa las creencias que sobre el conocimiento y el aprendizaje de la Matemática presentan los alumnos de la enseñanza secundaria en la región central del país.

Los índices de fiabilidad obtenidos para cada dimensión fueron los siguientes: dimensión I “*Habilidad innata*” $\alpha = 0.70$; dimensión II “*Conocimiento simple, dependiente de la autoridad*” $\alpha = 0.63$; dimensión III “*Conocimiento relativo - Aprendizaje adquirido*” $\alpha = 0.56$; dimensión IV “*Aprendizaje rápido e inaplicable*” $\alpha = 0.55$. Los resultados de la fiabilidad al interior de la dimensión “*Habilidad innata*” fueron superiores a los estudios de Tang (2010) que fue de $\alpha = 0.68$, este autor realizó el análisis factorial exploratorio y confirmatorio de un cuestionario para evaluar las creencias sobre la Matemática en

estudiantes de secundaria de China y también encontró la creencia en la habilidad innata para aprender esta ciencia.

El constructo creencias epistemológicas sobre la Matemática de los alumnos de secundaria, evaluado a través del cuestionario adaptado sobre el cual se sustenta este estudio arrojó como resultado las dimensiones la *“Habilidad innata”*; *“Conocimiento simple, dependiente de la autoridad”*; *“Conocimiento relativo-Aprendizaje adquirido”*; *“Aprendizaje rápido e inaplicable”*.

Tanto en las investigaciones que antecedieron el surgimiento del paradigma multidimensional (Perry, 1970; Schoenfeld, 1989) como en las que se realizaron desde los supuestos de este paradigma (Chan & Elliot, 2002; Santos-Trigo, 2007; M. Schommer & Duell, 2013; Serrano, 2008; Vizcaino et al., 2014) se identificaron las creencias epistemológicas acerca de la figura de la autoridad como única fuente de la cual proviene el conocimiento, resultado que se corrobora en el presente estudio, aunque en este caso no quedó expresada como un factor independiente, sino asociado a la creencia en la estructura simple del conocimiento matemático.

Por otra parte, en las variables que hacen alusión a la habilidad para aprender se encontró que no aparece solo el nivel de menor desarrollo (habilidad innata) sino que de la misma manera que los alumnos creen en esa habilidad natural para aprender la Matemática también creen que es un proceso influido socialmente, corroborándose así que el sistema de creencias puede estar integrado por distintos niveles en su desarrollo. Estos resultados contrastan con los estudios de Chan (2002); Chávez, Castillo, y Gamboa (2008); DeCorte, Op'tEynde, y Verschaffell (2002); Gómez y Silas (2012); Hammer y Elby (2002); Schommer (1994); Schommer, Beuchat-Reichardt, y Hernández-Pina (2012); Schommer, Calvert, Gariglietti, y Bajaj (1997); Tang (2010); Walker (2007) quienes encontraron solo

el nivel de ingenuidad (menor desarrollo) en cuanto a la creencia sobre las habilidades que determinan el aprendizaje.

Desde el paradigma multidimensional, sustento de la investigación, se considera que las diferencias encontradas no deben interpretarse como incongruencias, se parte del supuesto de que se manifiestan así por la influencia del contexto sociocultural, medio en el cual se manifiestan y estimulan las creencias. Se considera entonces que la asimetría que se produce al interior de su desarrollo implica que no sea posible identificar exactamente los mismos patrones de creencias epistemológicas para todos los estudiantes de cualquier contexto y edad. Como señala Hofer (2004, p. 145) “las creencias se desarrollan en interacción con el ambiente, son influidas por la cultura y otras variables contextuales y son situadas en la práctica del día a día de la persona”. Las diferencias que aparecen en esta investigación con respecto a los estudios mencionados particularizan la individualidad de los estudiantes cubanos de la región central del país.

En el caso de los profesores, el análisis de componentes principales también contribuyó a identificar las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de los docentes. La prueba de esfericidad de Bartlett y el índice KMO= .86 confirmaron la conveniencia del análisis factorial (Tabla 10, anexo 16).

Se obtuvo una organización factorial inicial de 13 factores que han explicado el 62.4 % de la varianza total de los puntajes del instrumento. Con la eliminación de factores con saturaciones por debajo de .40 quedaron tres factores principales en los que saturan las respuestas de los profesores, en la Tabla 11 se muestran dichos factores.

Tabla 11. Factores principales generados del análisis de componentes principales del Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la Matemática de profesores

Subescalas	FI	FII	FIII
12- Los conocimientos adquiridos en la Matemática permiten explicar muchos de los fenómenos que se presentan en la vida diaria	.843		
33.- Los contenidos de la Matemática están interrelacionados	.842		
22- El buen profesor de Matemática debe demostrar su dominio en los contenidos disciplinares, antes de pedirlo en sus alumnos	.828		
9- Los contenidos relacionados con la Matemática son concretos y facilitan entender problemáticas específicas	.696		
10. Considero que si el alumno no entiende algo en Matemática es difícil que lo aprenda aunque se esfuerce		.791	
45- Considero que el alumno que ha tenido dificultades para aprender siempre las tendrá		.707	
18-Cuando se trata de la Matemática, la mayoría de los alumnos de secundaria o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto		.636	
17- El buen profesor de Matemática debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción entre profesor –alumno y alumno- alumno			.761
37- Lo más importante de la planificación de la clase de Matemática es que los objetivos de esta reflejen las motivaciones de los involucrados en el proceso			.750
6- Considero que es importante estar dispuesto a seguir actualizándose en la enseñanza de la Matemática			.442

Fuente: Instrumento de evaluación

En el **Factor I (FI)** saturan las subescalas que se relacionan con el constructo “creencias sobre el conocimiento matemático”. De las cinco dimensiones del instrumento original se encontraron cuatro: *Estructura, Fuente, Utilidad y Naturaleza del conocimiento*, de acuerdo a las subescalas que quedaron expresadas en el Factor I, para los docentes participantes en el estudio los contenidos de la Matemática están interrelacionados, son concretos, facilitan entender problemáticas específicas y “... *permiten explicar muchos de los fenómenos que se presentan en la vida diaria*”, mostrando en este sentido creencias más cercanas al nivel de mayor desarrollo o sofisticadas. Se encontró además la creencia en los contenidos disciplinares relacionados con la Matemática como fuente de autoridad en la cual radican dichos conocimientos.

De acuerdo a sus enunciados, el **Factor II** se corresponde con el constructo “creencias sobre el aprendizaje”, sin embargo, se expresaron solo dos dimensiones: *Habilidad para aprender y Velocidad con la que ocurre*, en ese sentido los profesores creen que “... *los alumnos que no entienden la Matemática difícilmente la aprenderán aunque se esfuercen*”; aquellos “... *que han tenido dificultades para aprenderla siempre las tendrán*” y “... *para*

aprender dicha asignatura deben hacerlo de forma rápida”, haciendo alusión a un conocimiento que ocurre a la primera vez o no ocurre, del tipo “todo o nada”. Los resultados de este factor de creencias sobre la Matemática de los profesores, son similares a las dimensiones *Habilidad innata* y *Aprendizaje rápido* encontradas en los alumnos (obsérvese en la Tabla 11 las subescalas del Factor II, nombrado constructo “creencias sobre el aprendizaje matemático”).

El **Factor III** quedó integrado por tres subescalas pertenecientes al constructo “creencias sobre la enseñanza”, con las dimensiones: *Planificación de la clase*, *Actividades en clase* y *Autopercepción de habilidades para enseñar*. De acuerdo a los ítems de estas dimensiones que quedaron expresados en el Factor III, para los docentes del estudio lo más importante de la planificación de la clase es que los objetivos de esta reflejen las motivaciones de los involucrados en el proceso, resultado que resalta los objetivos como lo más importante de la planeación (ver anexo 15 matriz del cuestionario). La presencia de esta creencia en los docentes de la muestra, posee, a juicio de la autora de este trabajo, un gran valor, que los profesores tengan como creencia que desde la planificación de la clase los docentes tengan en cuenta las motivaciones de los alumnos puede garantizar su calidad, no obstante creer que la definición de dichos objetivos constituye lo más importante, podría atentar contra los resultados de un proceso que no solo depende de su planificación sino por ejemplo de los métodos y procedimientos que se empleen, de la maestría pedagógica, del conocimiento de la ciencia que se enseña y de su didáctica, de la dinámica de las interacciones, de las características de los alumnos, entre otros factores, que se producen en el espacio áulico a partir de su diseño.

Los resultados revelan la creencia de los profesores en el diseño de la clase a través del trabajo en equipo (*“el buen profesor de Matemática debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción entre profesor –alumno y alumno- alumno”*) lo que hace suponer

que desde el rol que desempeñan, creen que la enseñanza de la Matemática debe ser un proceso de construcción conjunta, lo que según la clasificación asumida está más relacionada con el nivel de mayor desarrollo de la creencia o nivel sofisticado. Estudios posteriores podrían indagar en la influencia que ejerce esta creencia en la práctica pedagógica, en los métodos de enseñanza que utilizan, en el sistema de evaluación que aplican.

En cuanto a la autoeficacia docente, los docentes creen en la necesidad de continuar actualizándose para la enseñanza, la autopercepción reflejada en esta dimensión denota en los docentes una perspectiva de desarrollo de sí mismo para la enseñanza de la matemática. El análisis de la fiabilidad arrojó los siguientes índices de alfa *creencias sobre el conocimiento* $\alpha = 0.83$; *creencias sobre el aprendizaje* $\alpha = 0.78$; *creencias sobre la enseñanza* $\alpha = 0.65$.

Las creencias sobre la Matemática de los profesores de esta asignatura en la secundaria básica, evaluado a través del cuestionario adaptado arrojó como resultado la presencia de los constructos: *creencias sobre el conocimiento*, *creencias sobre el aprendizaje* y *creencias sobre la enseñanza*, coherente con los presupuestos teóricos de referencia que sustentan el estudio (Inganzo, 2010), no obstante el análisis de componentes principales no reveló las mismas dimensiones de creencias para cada constructo. Poseen como contenido: el conocimiento matemático es transferible y aplicable (dimensión: *Utilidad*); posee una estructura compleja e integrada (dimensión: *Estructura*); proviene de una figura que actúa como autoridad, en la que están depositados los conocimientos (dimensión: *Fuente*), los cuales son concretos (dimensión: *Naturaleza del conocimiento*). A su vez, el aprendizaje de esta ciencia para los docentes del estudio no requiere esfuerzo personal, sino que depende de ciertas habilidades que se poseen de manera natural (dimensión: *Habilidad*

para aprender) y ocurre de manera rápida o no ocurre (dimensión: *Velocidad de adquisición*) comportándose de igual manera que para los alumnos.

Por su parte, el contenido de las creencias sobre la enseñanza indicó que el trabajo en equipo contribuye mejor al desarrollo de las actividades en clases (dimensión: *Actividades en clases*) y la autopercepción de habilidades para enseñar está orientada a una perspectiva de desarrollo de sí mismo al creer en la necesaria actualización que se requiere para ejercer la docencia (*Autopercepción de habilidades para enseñar*).

El constructo creencias sobre la enseñanza también posee como contenido que los objetivos son lo más importante de la planeación (dimensión: *Planificación de la clase*). Estudios similares a este (Azcarate & Moreno, 2003; Godino, 2009; Levin & Wadmany, 2006; Maravilla-Correa, 2014; Müller, Rebmann, & Liebsch, 2008) también encontraron, en docentes con perfiles diferentes, la creencia en la importancia de la claridad de los objetivos y su relación con los intereses de los estudiantes.

3.1.4 Análisis factorial confirmatorio de las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y de los profesores

Teniendo como punto de partida los factores de creencias sobre la Matemática identificados a través del ACP se puso a prueba el modelo teórico diseñado, donde las creencias sobre la habilidad para aprender, la estructura y fuente del conocimiento, la estabilidad del conocimiento así como la velocidad de adquisición y aplicabilidad de la Matemática fueron consideradas variables endógenas o no manifiestas. Se estableció como hipótesis la relación entre estas variables, a su vez el contenido de cada una de ellas estaría determinado por las subescalas o variables observadas que saturaron en ellas con el ACP (puede observarse en la Figura 1 el modelo teórico diseñado).

Al contrastar la propuesta original de Walker (2007) y la obtenida en el presente estudio se puede notar que existen cambios significativos. En el modelo obtenido no se presentan siete

dimensiones de creencias como en el trabajo de Walker (2007) sino cuatro, además las dimensiones *Conocimiento simple dependiente de la autoridad* y *Aprendizaje rápido e inaplicable* combinan dos dimensiones, por lo que su contenido se presenta de manera distinta, agrupando subescalas o variables observadas de esas dimensiones.

Teniendo en cuenta los resultados que se muestran en la Tabla 12, el modelo hipotetizado presenta indicadores de ajuste muy importantes. En un análisis global se puede observar que la razón chi-cuadrado/grados de libertad (χ^2/gl) obtenida es menor que 3, considerando este indicador como premisa de calidad del buen ajuste entre las dimensiones de creencias sobre la Matemática.

El resto de los estadígrafos que se tuvieron en cuenta para considerar el ajuste entre el modelo teórico y el empírico confirmaron su calidad. De esta forma los índices de bondad de ajuste comparativo (**CFI**) y el de Tucker-Lewis (**TLI**), mostraron resultados que superan el valor mínimo de decisión para un buen ajuste ($\geq .90$); comportándose de manera similar el índice de bondad de ajuste (**GFI**) y el índice de bondad de ajuste corregido (**AGFI**).

El valor de RMSEA (Root Mean Square Error of Aproximation) es de 0.03 y su proximidad a cero indica información precisa sobre la estimación de ajuste del modelo, partiendo del criterio de que debe ser $< .05$ se considera que el ajuste es muy bueno. La raíz cuadrada de la media de residuos estandarizados (**SRMR**) así como el criterio de información de Akaike, (**AIC**) cuyo valor indica mayor parsimonia (ver Tabla 12) también confirmaron el buen ajuste entre las dimensiones que componen el sistema de creencias de los alumnos.

Al observar los valores que se obtienen se concluye que el constructo creencias epistemológicas sobre la Matemática de los alumnos posee validez interna.

Tabla 12. Medidas de bondad de ajuste obtenidas del análisis confirmatorio de las creencias epistemológicas sobre la Matemática de los alumnos

Modelo (M)	Índices de bondad de ajuste								
	χ^2	χ^2/gf	GFI	AGFI	TLI	CFI	SRMR	RMSEA	AIC
Modelo multidimensional (4 dimensiones relacionadas)	273.627	2.121	.971	.961	.930	.941	.0388	.033	357.627

χ^2 -Chi-cuadrado; χ^2/gf -Razón Chi-cuadrado/ grados de libertad; **GFI**-Índice de bondad de ajuste; **AGFI**-Índice de bondad de ajuste corregido; **TLI**-Índice de Tucker-Lewis; **CFI**- Índice de bondad de ajuste comparativo; **SRMR**- Raíz cuadrada de la media de residuos estandarizados; **RMSEA**-Error de aproximación cuadrático medio; **AIC**- Criterio de información de Akaike. Fuente: Instrumento de evaluación

Al analizar el contenido de las dimensiones que integran el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de alumnos de secundaria básica (tal como se muestra en la Figura 1) se encontró que este constituye un constructo multidimensional integrado por cuatro dimensiones relacionadas: *“Habilidad innata”*; *“Conocimiento simple, dependiente de la autoridad”*; *“Conocimiento relativo”*; *“Aprendizaje rápido e inaplicable”* que explican las posturas epistemológicas que asumen dichos estudiantes en cuanto a los determinantes del aprendizaje, su estructura, estabilidad y aplicabilidad a la vida en general. Según los resultados, dicho constructo tiene como particularidad que posee cuatro dimensiones relacionadas y no seis como la versión original, además en el contenido de las dimensiones *“Conocimiento simple, dependiente de la autoridad”* y *“Aprendizaje rápido e inaplicable”* aparecieron combinadas en cada uno, dos dimensiones, es decir, para la muestra de estudiantes cubanos el conocimiento matemático además de concebirlo de manera simple, proviene de una figura que ejerce autoridad y es externa a ellos y su aprendizaje es del tipo todo o nada, ocurre a la primera vez o no ocurre, además creen que no tiene aplicación en la vida, creencias estas que están más vinculadas al nivel de ingenuidad.

La autora de este trabajo diseñó y comprobó varios modelos de creencias sobre la Matemática de alumnos de secundaria hasta encontrar el de mejor ajuste, los indicadores reflejados en la Tabla 12 confirmaron su validez y contribuyeron a identificar la estructura subyacente del cuestionario.

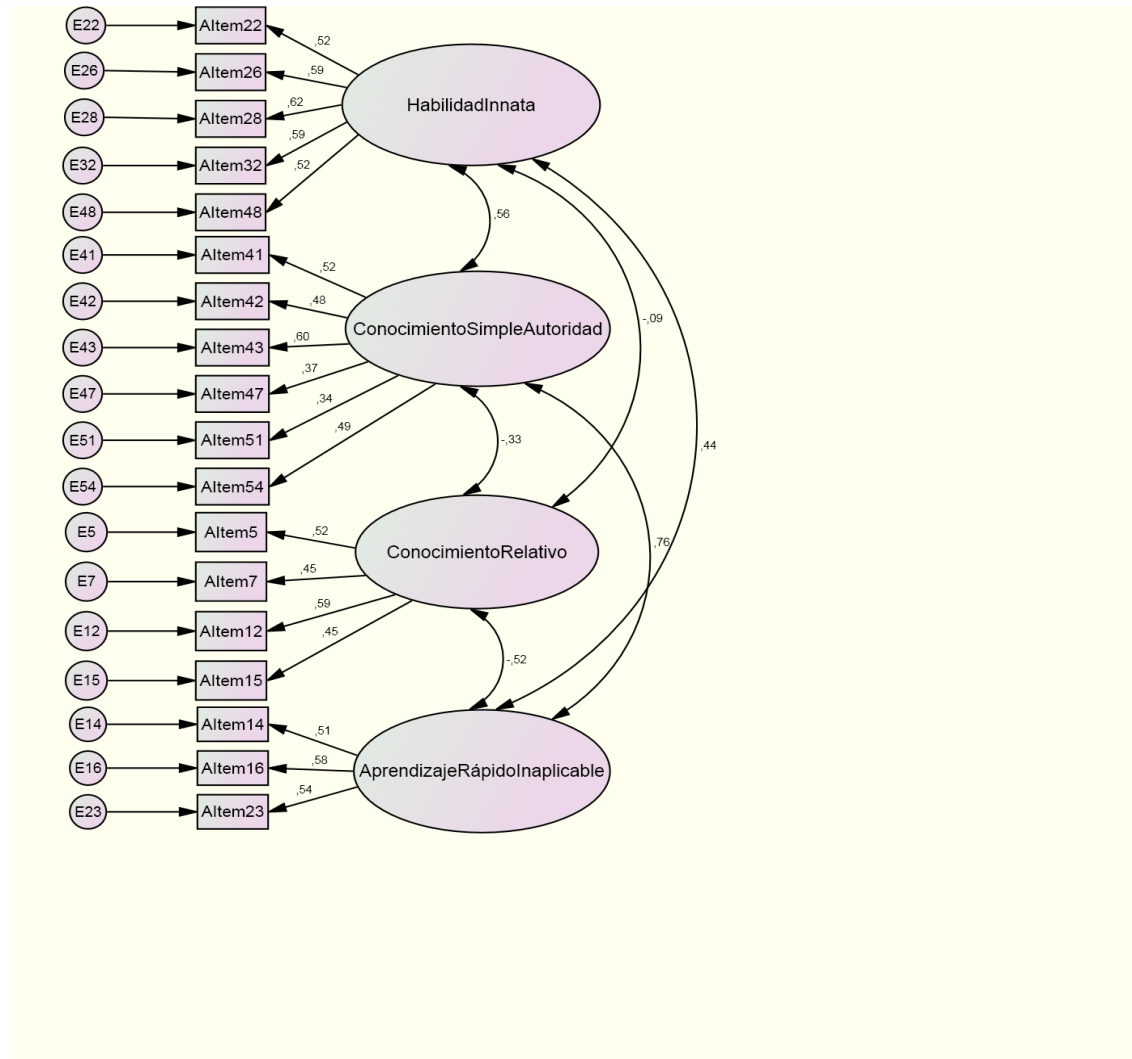


Figura 1. Dimensiones que integran el sistema de creencias epistemológicas sobre la matemática de los alumnos

En el caso de los profesores, el modelo hipotético sometido a análisis confirmatorio a partir del ACP también fue diferente de su versión original (Inganzo, 2010), en esta se

agruparon en un solo factor las creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje, sin embargo, en este estudio se encontraron de manera independiente pero relacionadas (ver Figura 2).

A partir de los resultados el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de los profesores de esta asignatura en la secundaria básica está compuesto por tres constructos relacionados: creencias sobre el conocimiento, creencias sobre el aprendizaje y creencias sobre la enseñanza (Vizcaino, Cadalso, & Manzano, 2015).

Los estadísticos de bondad de ajuste finales se muestran en la Tabla 13. Como se observa, los indicadores encontrados revelan el buen ajuste entre los constructos y sus respectivas escalas.

Tabla 13. Medidas de bondad de ajuste obtenidas del análisis confirmatorio de las creencias epistemológicas sobre la Matemática de los profesores

Modelo (M)	Índices de bondad de ajuste								
	χ^2	χ^2/gl	GFI	AGFI	TLI	CFI	SRMR	RMSEA	AIC
Modelo multidimensional (3 constructos relacionados)	52.832	1.620	.970	.949	.984	.989	.023	.044	97.832

χ^2 -Chi-cuadrado; χ^2/gl -Razón Chi-cuadrado/ grados de libertad; **GFI**-Índice de bondad de ajuste; **AGFI**-Índice de bondad de ajuste corregido; **TLI**-Índice de Tucker-Lewis; **CFI**- Índice de bondad de ajuste comparativo; **SRMR**- Raíz cuadrada de la media de residuos estandarizados; **RMSEA**-Error de aproximación cuadrático medio; **AIC**- Criterio de información de Akaike. Fuente: Instrumento de evaluación

Las dimensiones que integran el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de profesores de esta asignatura en la secundaria básica, corroboraron el supuesto de que su estructura es multidimensional. Las *dimensiones* son *Fuente*, *Estructura*, *Naturaleza* y *Utilidad* (del constructo creencias sobre el conocimiento), donde la variable de mayor peso factorial (.85, Figura 2) fue la transferibilidad y aplicabilidad del conocimiento matemático (ítem 12) seguida de una creencia en la complejidad de la estructura del conocimiento matemático (ítem 33) a la vez que la autoridad como fuente de donde provienen esos contenidos (ítem 22).

Del constructo creencias sobre el aprendizaje, el modelo indicó que está compuesto por la creencia en que el esfuerzo no implica el desarrollo de una habilidad para aprender matemática sino que como exigencia, los alumnos deben poseerla al nacer (carga factorial más alta en el ítem 10, seguido del 45, correspondiente al indicador sin esfuerzo, habilidades innata, ver figura 2).

En cuanto a las creencias sobre la enseñanza, su contenido revela que los docentes creen en el trabajo en equipo para el diseño de las actividades en clases (mayor carga factorial en el ítem 17); que lo más importante de su planificación es que los objetivos de esta reflejen las motivaciones de los involucrados en el proceso (ítem 37) y consideran que los profesores deben estar dispuestos a seguir actualizándose en la enseñanza de la Matemática (ítem 6).

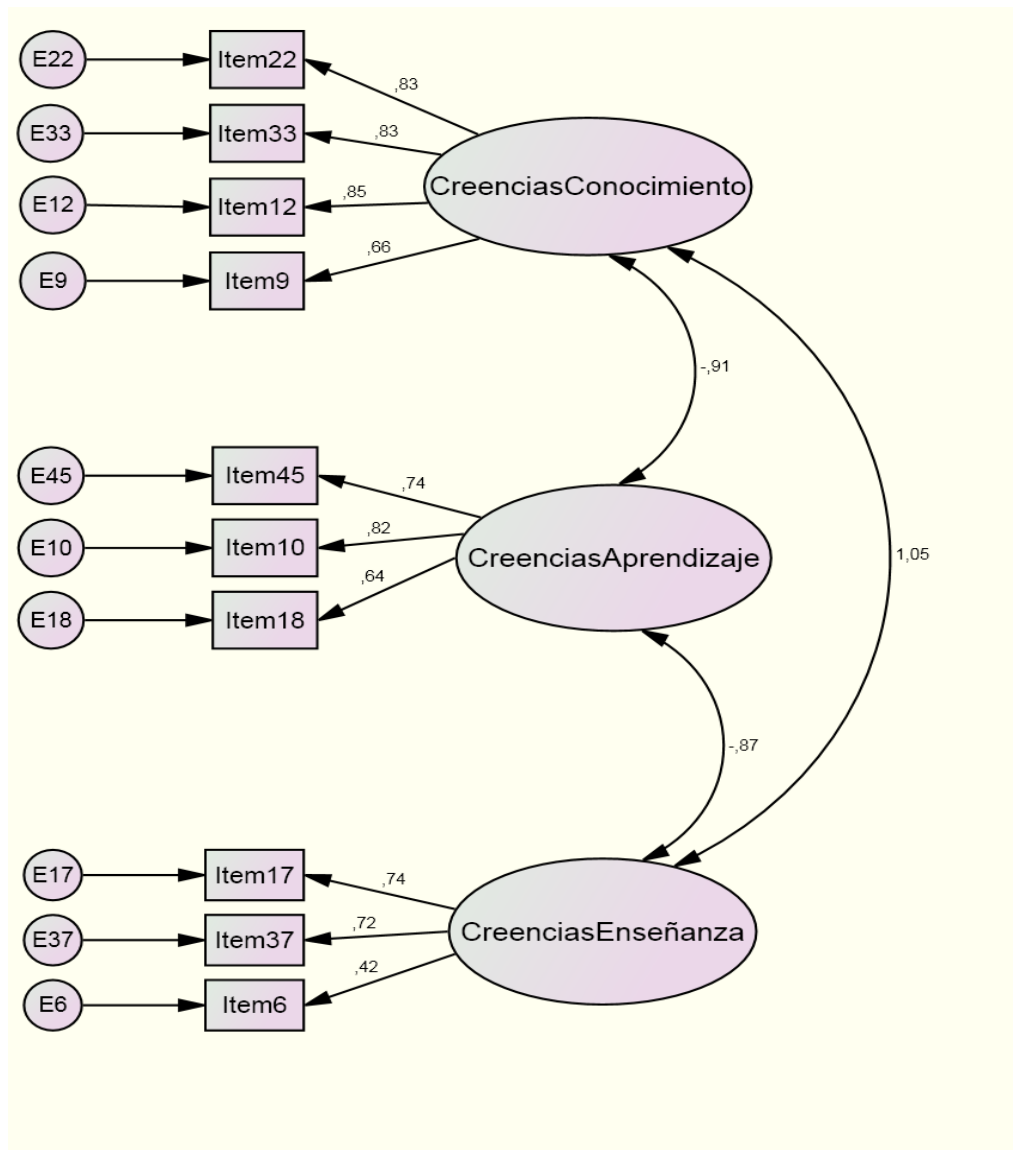


Figura 2. Dimensiones que explican el sistema de creencias epistemológicas sobre la matemática de los profesores

Los resultados indican que al evaluar el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de los docentes, se encuentra una relación entre los constructos que lo integran, corroborando así los hallazgos de Abril et al. (2014); Acevedo (2000); Aguilar (2012); Azcarate y Moreno (2003); Ennis et al. (1997); Ryan (1984). Estos autores consideran que esas creencias ejercen influencia en cómo los profesores diseñan el proceso enseñanza

aprendizaje y en las estrategias de procesamiento de la información que proponen a los estudiantes.

Siguiendo estas ideas, los trabajos de Font (2011); Godino (2009); Inganzo (2010); Levin y Wadmany (2006); Llinares (1994) reportaron que los docentes hacen un esfuerzo importante por adaptar el currículo que imparten en clases sobre la base del sistema de creencias que poseen. Lumpe et al. (2012) añaden “lo que el profesor supone acerca del conocimiento determina lo que enseña y lo que acepta como evidencia de aprendizaje” (p. 160). Teniendo como precedentes estos supuestos y el contenido del sistema de creencias sobre la Matemática encontrado como resultado de este estudio, investigaciones futuras podrían tomarlo en cuenta para comprender la dinámica del proceso enseñanza-aprendizaje de esta asignatura, las estrategias que los docentes eligen para enseñar, los métodos que aplican o el sistema de evaluación que desarrollan, entre otros múltiples aspectos. De cualquier manera es un supuesto a seguir investigando.

Los resultados ofrecen evidencias sobre la relación entre las dimensiones, así como los indicadores de calidad en cuanto al buen ajuste del sistema de creencias sobre la matemática de alumnos y el de profesores pero sobre todo ha permitido avanzar en el contenido del constructo, revelando su particularidad desde la perspectiva del alumno y del profesor a la vez que posibilita un mayor acercamiento a su posible influencia en el rendimiento académico.

Los distintos indicadores obtenidos contribuyeron a una mayor aproximación al modelo que debía retenerse por ser más parsimonioso.

3.1.4.1 Confirmación de las dimensiones en distintas muestras

Haber obtenido las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de alumnos y profesores constituyó un aporte teórico, metodológico y práctico significativo, no obstante requirió de su aplicación a otros datos como lo exige la

metodología del tipo de modelo de ecuaciones estructurales empleado (Pearl, 2012; Ruiz, 2000; Ruiz et al., 2010; Schermelleh-Engel et al., 2003; Teo & Khine, 2009). La aplicación de dichos modelos en territorios como Sibanicú (provincia Camagüey), 1ero de Enero (provincia Ciego de Ávila), y Placetas (provincia Villa Clara) para el caso de los alumnos y en los municipios cabeceras de las provincias Camagüey y Villa Clara para el caso de los profesores, corroboraron su validez. Los indicadores de bondad de ajuste obtenidos se muestran en la Tabla 14.

Tabla 14. Confirmación de las medidas de bondad de ajuste del sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de alumnos y profesores de secundaria básica

Territorio		Índices de bondad de ajuste								
		χ^2	χ^2/gl	GFI	AGFI	TLI	CFI	SRMR	RMSEA	AIC
Alumnos	Sibanicú	60.920	1.825	.960	.939	.974	.979	.031	.047	99.832
	1 ^{ero} de Enero	253.423	2.131	.951	.961	.930	.941	.038	.034	363.616
	Placetas	596,566	2,101	.950	.960	.953	.952	.029	.041	786,566
Profesores	Camagüey	36.035	1.501	.941	.890	.911	.941	.053	.056	97.832
	Santa Clara	29.645	1.235	.969	.942	.992	.994	.027	.034	71.645

χ^2 - Chi-cuadrado; χ^2/gl -Razón Chi-cuadrado/ grados de libertad; **GFI**-Índice de bondad de ajuste; **AGFI**-Índice de bondad de ajuste corregido; **TLI**-Índice de Tucker-Lewis; **CFI**- Índice de bondad de ajuste comparativo; **SRMR**- Raíz cuadrada de la media de residuos estandarizados; **RMSEA**-Error de aproximación cuadrático medio; **AIC**- Criterio de información de Akaike. Fuente: Instrumento de evaluación

La evaluación de las creencias sobre la Matemática utilizando el análisis factorial confirmatorio como un tipo de modelo de ecuaciones estructurales implicó no solo interpretar la correspondencia que se puede encontrar entre algún atributo o cualidad medible con un constructo o un grupo de indicadores relativamente independientes que convergen en alguna variable definida, sino que permitió analizar las relaciones entre diferentes variables implicadas en la expresión de estas creencias. En este sentido, el presente estudio aporta una metodología útil para analizar simultáneamente relaciones entre varios constructos así como las relaciones entre estos constructos y sus variables observadas, dicha metodología permitió además, obtener información válida y confiable de cómo se estructuran los factores o constructos.

Con la metodología de análisis que se aplicó se pudo obtener información de que cómo las creencias sobre la Matemática de los docentes y de los alumnos se estructuran a partir de sus variables observadas. Los valores de ajuste que arrojaron los modelos refuerzan la posibilidad de que existen relaciones entre las diversas variables observadas (los ítems), las latentes (las dimensiones encontradas) y entre ellas.

Aun reconociendo la pertinencia del uso de esta metodología ella puede suscitar cuestionamientos sobre su factibilidad, pero las posibilidades que ofrece para investigar en las ciencias sociales en general ha sido demostrado en distintos trabajos (Bazán, Sánchez, & Castañeda, 2007; Casas, 2003; Cea, 2002; Cervell, Iglesias, Moreno, Jiménez, & Del Villar, 2004; Jöreskog, 1973; Neveu, 2004). Estos autores, utilizando dichos modelos, han investigado con alto reconocimiento científico, temas como el apoyo familiar y su impacto en el nivel educativo, la satisfacción del cliente, la motivación de los alumnos, el cómo se preparan un grupo de profesores para impartir matemáticas a estudiantes de secundaria y hasta cómo se da el desgaste de un grupo de profesionales. Sin lugar a dudas se puede destacar que la importancia e interés de estas técnicas de análisis reside en que permite limitar el número de explicaciones alternativas de unos mismos datos, de modo que la elección entre modelos teóricamente admitidos sea más factible.

3.1.5 Obtención de los instrumentos definitivos

Los índices de bondad de ajuste obtenidos con el AFC revelaron los constructos, dimensiones e ítems que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de los participantes objeto de estudio.

En el caso del instrumento para los alumnos quedaron expresados 18 ítems pertenecientes a 4 dimensiones de creencias que evalúan la *Habilidad para aprender la matemática* (ítems 1, 11, 8, 3 y 15); *Estructura y Fuente del conocimiento* que se integran en una sola dimensión (ítems 7, 2, 4, 12, 17, 6); *Estabilidad (Certeza) del conocimiento* (ítems 10, 14,

5, 16); *Velocidad en la adquisición y Aplicabilidad de la matemática*, que también se integran en una dimensión (ítems 9, 18 y 13) (anexos 17 y 18).

El instrumento de profesores quedó conformado por 10 ítems agrupados en 3 constructos fundamentales: *creencias sobre el conocimiento matemático*, *creencias sobre el aprendizaje* y *creencias sobre la enseñanza*. El primero integró 4 ítems que evalúan la creencia en: la Fuente de la cual proviene el conocimiento matemático (ítem 7); su Estructura (ítem 10); Utilidad (ítem 4) y Naturaleza (ítem 2).

El constructo creencias sobre el aprendizaje de la Matemática a través de los ítems que lo conforman, permite evaluar la creencia en la *Habilidad para aprender* (ítems 3 y 8) así como la *Velocidad con la que ocurre el aprendizaje matemático* (ítem 6).

Las creencias sobre la enseñanza evalúan: *Actividades en clases* (ítem 5); *Planificación de la clase* (ítem 9) y la *Autopercepción de habilidades para enseñar* (ítem 1) (ver anexos 19 y 20).

Los instrumentos obtenidos fueron elaborados siguiendo las evidencias de validez y fiabilidad mostradas en los epígrafes anteriores. Los cuestionarios que se ofrecen están ajustados al contexto cubano, poseen menor cantidad de ítems, su empleo puede ser muy económico, no solo permitirán el estudio de las creencias sobre la Matemática en alumnos y profesores de la enseñanza media sino que podrán ser utilizados en futuras investigaciones como herramientas para la instrucción e investigación en educación matemática.

También pueden ser retomados por los especialistas del Ministerio de Educación (MINED) responsables del diseño e implementación de las transformaciones educativas así como por los docentes de esta asignatura, para el diagnóstico de las creencias que subyacen a las actitudes, los enfoques, las estrategias que adoptan los alumnos ante el aprendizaje de la Matemática lo mismo al inicio de cada curso escolar que en su desarrollo. La posibilidad que se le ofrece al profesor de conocer el estado en que se encuentran estas creencias, abre

las puertas también a la modificación de las mismas con la calidad del proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática que se desarrolle.

La escala dirigida a los profesores constituye a su vez, una herramienta que permitirá a especialistas y directivos del MINED diagnosticar las posturas epistemológicas de los docentes en relación al conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje, con la información que se obtenga, se podrá comprender mejor los métodos de enseñanza que los profesores eligen, las formas evaluativas que conducen su actividad docente, el diseño que realizan de la clase, por solo mencionar algunos aspectos en los que las creencias ejercen influencia.

3.2 Características del sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática en una muestra de alumnos y sus profesores en la provincia de Villa Clara

El epígrafe discute las características del sistema de creencias sobre la Matemática en una muestra de alumnos y profesores de la provincia de Villa Clara, en aras de profundizar en el constructo objeto de estudio y en su influencia en los resultados docentes, de cara a la problemática del aprendizaje de la Matemática en la secundaria básica.

Se establecen las diferencias según el sexo y el grado para el caso de los alumnos; la formación profesional de base, la experiencia docente y el sexo para el caso de los profesores.

3.2.1 Características del sistema de creencias sobre la matemática de los alumnos

El análisis de conglomerados arrojó tres grupos de alumnos. La Tabla 15 refleja las variables sociodemográficas que caracterizan a estos grupos.

Tabla 15. Variables sociodemográficas de los grupos de alumnos según las creencias

Número de Conglomerado		Grado			Sexo		Total
		7mo	8vo	9no	F	M	
1	Participantes	23	27	69	50	69	119
	%	19.3%	22.7%	58.0%	42.0%	58.0%	100.0%
2	Participantes	70	78	52	108	92	200
	%	35.0%	39.0%	26.0%	54.0%	46.0%	100.0%
3	Participantes	62	69	72	96	107	203
	%	30.5%	34.0%	35.5%	47.3%	52.7%	100.0%
Total	Participantes	155	174	193	254	268	522
	%	29.7%	33.3%	37.0%	48.7%	51.3%	100.0%

Fuente: Instrumento de evaluación

No se encontraron diferencias estadísticamente significativas en la composición de los grupos en cuanto al sexo pero sí con respecto al grado (anexo 21).

3.2.1.1 Análisis de las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos

La Habilidad innata

Se corroboró que los estudiantes de secundaria básica del territorio villaclareño creen en la presencia de una habilidad innata para aprender la Matemática.

El test de Kruskal-Wallis arrojó diferencias estadísticamente significativas entre los grupos de alumnos. Como se observa en la Tabla 16, los alumnos perteneciente al grupo 3 (integrado por alumnos de los 3 grados pero mayor presencia de los de 9^{no}) creen más en una habilidad que se requiere para aprender la Matemática desde el momento del nacimiento (*“La habilidad en Matemática es en realidad algo con lo que se nace”*; *“Algunas personas nacen con grandes habilidades para la Matemática y otros no”*), la cual es invariable (*“podemos aprender cosas nuevas, pero... no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos”*), como un factor predisponente para aprender esta ciencia. De la misma forma, los resultados advierten que los alumnos de los conglomerados 1 y 3,

compuestos en su mayoría por los estudiantes del grado superior de la secundaria, creen más que “...*todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en matemáticas o no*”.

La entrevista retest corroboró este resultado, obsérvese en la Tabla matriz del anexo 22 como los alumnos de los conglomerados 1 y 3 creen en las habilidades naturales que se requieren para aprender esta ciencia, así por ejemplo, el 100 % de ellos coincidieron en “*La habilidad en matemática es en realidad algo con lo que se nace*”; lo cual es congruente con la creencia en “*Si los profesores de matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta*”, “*La verdad que yo no fui hecho para la matemática*”.

Llama la atención sobre todo que esté más arraigada en los alumnos del último curso. La literatura científica sobre el tema de las creencias epistemológicas señala que ellas alcanzan tendencias sofisticadas en la medida que se avanza en los grados de la enseñanza. Supuesto que no se cumple del todo para este estudio, ya que los alumnos de 9^{no} grado poseen como tendencia creencias menos desarrolladas en la dimensión determinantes del aprendizaje (habilidad innata). Reconocemos que las causas pueden ser múltiples pero a nuestro juicio cabría una revisión de cómo se está llevando a cabo el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la secundaria básica, de cuál es el rol que se le asigna al alumno en la construcción del conocimiento y las formas de aprenderlo.

Tabla 16. Dimensión la habilidad innata según conglomerados de alumnos

Subescalas	Conglomerado	N	Rango Medio
Algunas personas nacen con grandes habilidades para la matemática y otros no	1	119	304.73
	2	200	155.16
	3	203	340.93
	Total	522	
Casi todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en matemáticas o no	1	119	299.33
	2	200	163.91
	3	203	335.47
	Total	522	
La habilidad en Matemática es en realidad algo con lo que se nace	1	119	313.37
	2	200	166.57
	3	203	324.62
	Total	522	
Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos	1	119	303.53
	2	200	169.37
	3	203	327.63
	Total	522	
Si los profesores de matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta	1	119	338.38
	2	200	185.87
	3	203	290.94
	Total	522	

Fuente: Instrumento de evaluación

El Conocimiento es simple y depende de la autoridad

Los resultados encontrados confirman la creencia ingenua en cuanto a la fuente de la cual proviene el conocimiento matemático, el cual es externo y se obtiene de alguna autoridad, en este caso, el profesor, del cual “... *proviene el conocimiento matemático*” y que “... *nunca podré aprender por mí mismo*”, de donde se supone que los alumnos creen que el proceso enseñanza-aprendizaje que se desarrolla probablemente esté centrado en el profesor, considerado un experto, de donde provienen los contenidos, ante estos el alumno adopta un rol pasivo, “... *uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de matemáticas incluso si no las entiendes*”. Estos hallazgos tienen gran valor para la práctica educativa, que el profesor refleje experticia, dominio y/o profundidad en la materia que enseña puede ser una condición que garantiza la calidad de la enseñanza, sin embargo, sustentarla en lo que domina el profesor, desarrollando en los alumnos una concepción

sobre la ciencia anclada en unos conocimientos que se articulan de manera didáctica pero que solo son un fragmento de la ciencia, puede limitar las posibilidades del alumno para el descubrimiento y construcción personal del conocimiento.

Por otra parte, se corrobora en los alumnos del grupo 1 una postura simple en torno a la estructura del conocimiento matemático, así por ejemplo, en las respuestas al cuestionario (Tabla 17) se encontró *“es suficiente que existan respuesta al final del libro para contrastar el conocimiento que se posee”*; lo que advierte sobre lo distante que está la creencia en la complejidad del dominio de conocimientos, estos están contruidos de tal forma que aunque las respuestas estén en el libro ellas solo adquieren relevancia si se domina el sistema conceptual al que hacen alusión, si se identifican las posibilidades de su aplicación en la práctica, si se entienden las relaciones entre los conceptos, si se es capaz de explicárselo a otros, etc.

Las entrevistas arrojaron puntos de coincidencia *“el contenido es muy difícil de entender, un día te dan una cosa y al otro día otra que no tiene que ver con nada”* considerando el aprendizaje de este conocimiento como datos aislados, separados, sin establecer la relación entre los conceptos.

Los resultados no solo reflejan que *“... el esfuerzo es una pérdida de tiempo”* sino que *“... reciben más información que la que necesitan o requieren para el grado”*, demostrando que la idea que subyace a la relevancia del conocimiento es que este solo es necesario para responder a exigencias muy concretas, mientras que el currículo, los programas de las asignaturas, sus contenidos, actúan como mediadores de la cultura, con el propósito de entender la realidad y transformarla, solo que según los resultados esto no se logra desarrollar en los estudiantes.

Los hallazgos podrían ser retomados a fin de mejorar la perspectiva de ciencia que se desarrolla en los alumnos de secundaria, centrados muchas veces en aprender para responder a una demanda evaluativa que en entender el conocimiento y el para qué le sirve.

Tabla 17. Dimensión conocimiento simple y dependiente de la autoridad según conglomerados de alumnos

Subescalas	Conglomerado	N	Rango Medio
A veces uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de matemáticas incluso si no las entiendes	1	119	313.83
	2	200	210.67
	3	203	280.91
	Total	522	
Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema	1	119	331.91
	2	200	208.82
	3	203	272.13
	Total	522	
Si no existieran respuestas al final del libro, yo no tendría ninguna idea si he trabajado el problema correctamente o no	1	119	358.86
	2	200	215.94
	3	203	249.32
	Total	522	
La matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo	1	119	326.93
	2	200	222.76
	3	203	261.31
	Total	522	
Recibo más matemática que la que es necesaria para mi grado	1	119	315.32
	2	200	218.07
	3	203	272.74
	Total	522	
Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución	1	119	317.86
	2	200	223.55
	3	203	265.85
	Total	522	

Fuente: Instrumento de evaluación

Conocimiento matemático relativo-Aprendizaje adquirido

La presencia simultánea de creencias contradictorias así como el desarrollo asincrónico de las mismas descrito en la literatura se corroboró con los resultados obtenidos, los alumnos creen en la necesidad de una habilidad innata para aprender la Matemática; que este conocimiento posee una estructurada organizada como fragmentos o de manera simplista y sus orígenes o la fuente de la cual proviene es el profesor. Por otra parte consideran la relatividad de dicho conocimiento, creen en la diversidad de vías para resolver un mismo

problema; en la sistematicidad de la actividad de estudio y la constancia para alcanzar el éxito, indicadores estos de mayor nivel de sofisticación o desarrollo de sus creencias.

La Tabla 18 muestra las diferencias entre los grupos. Como se abordó en el análisis de la dimensión anterior, el grupo 1 presentó creencias más ingenuas en relación a la estructura y fuente del conocimiento (mostró los valores más altos). En el caso de la dimensión estabilidad del conocimiento, dicho grupo reflejó los valores más bajo, lo que significa que creen menos en su relatividad.

En los conglomerados 2 (compuesto en su mayoría por alumnos de 8^{vo} grado) y 3 (en el que aparecen representados alumnos de los tres grado aunque en mayor cantidad de 9^{no}) se obtuvieron valores más elevados de la creencia en el *estudio sistemático como clave para obtener éxito*; en el valor del *esfuerzo personal aunque no se cuente con la capacidad natural para aprender*; en la preferencia de que en la enseñanza *se cuente con un profesor que muestre no una única vía de aprendizaje sino varias*. Nótese que la matriz del análisis de la entrevista retest (anexo 22) refleja resultados similares, a lo que añadieron “*me gusta saber varias formas de resolver los problemas, si no lo resuelvo por una lo hago por la otra*”.

Estos resultados corroboran la coexistencia de distintas creencias y con un desarrollo asincrónico. Los resultados podrían ser tomados en cuenta por los profesores para insistir en el desarrollo de una perspectiva del conocimiento científico de relativa estabilidad, abierto, flexible, con posibilidades de cambio en la medida que los científicos reúnen más información.

Tabla 18. Dimensión conocimiento matemático relativo-aprendizaje adquirido según conglomerados de alumnos

Subescalas	Conglomerado	N	Rango Medio
Estudiar sistemáticamente es la clave del éxito para aprender Matemática	1	119	174.82
	2	200	275.26
	3	203	298.75
	Total	522	
Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no tengamos la capacidad natural, podremos aprender Matemática	1	119	208.82
	2	200	271.90
	3	203	282.14
	Total	522	
Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando	1	119	199.85
	2	200	270.64
	3	203	288.64
	Total	522	
Prefiero un maestro de matemáticas que les muestra a los estudiantes muchas vías diferentes para analizar un mismo problema	1	119	205.26
	2	200	254.60
	3	203	301.26
	Total	522	

Fuente: Instrumento de evaluación

El aprendizaje de la Matemática es rápido e inaplicable

La dimensión *Velocidad en la adquisición del aprendizaje* evaluó la creencia de los alumnos en un aprendizaje de esta ciencia del tipo “todo o nada” o como proceso que se da de manera gradual, sistemática.

Para los estudiantes de la muestra, la Matemática se aprende o no se aprende en el momento de aproximarse a ella, lo que viene a reforzar la idea de “*cuando se trata de la Matemática, los estudiantes aprenden rápidamente o no aprenden en lo absoluto*” o “*si no entiendes algo que se te presentó en clase, analizarlo más tarde, no va a ayudar*” y “*aquel que ha tenido dificultades para aprender siempre las tendrá*”, creencias estas que admiten que el aprendizaje de esta ciencia se da de una vez por todas.

La Tabla 19 muestra nuevamente a los alumnos del conglomerado 1 con los valores más altos, creen más en un tipo de aprendizaje inaplicable y del tipo “todo o nada” que los alumnos de los grupos 2 y 3. En la entrevista retest además de corroborarse este resultado (anexo 22) se obtuvieron otras expresiones: “*si no coges la idea desde el primer momento que el profesor la dice después no sabes ni lo que escribiste en la libreta*”.

La autora de esta investigación considera que estos resultados poseen importantes implicaciones tanto para el aprendizaje como para la enseñanza de esta ciencia, así por ejemplo, si la creencia que sostiene la actitud y/o la disposición para el aprendizaje de la Matemática está sustentada en que se aprende de una vez o no se aprende, podría limitar la capacidad de autogestión de ese aprendizaje o el desarrollo de intereses y motivaciones por esta ciencia. Por otra parte, si los alumnos poseen esas creencias tal vez el diseño e implementación de métodos creativos para la actividad docente no logre el éxito y la calidad requerida.

Como alternativa podría diseñarse un proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática más vinculado a los ritmos y motivaciones personales; más relacionado con las diferentes formas que tienen los alumnos de aproximarse y descubrir el conocimiento.

Tabla 19. Dimensión el aprendizaje de la Matemática es rápido e inaplicable, según conglomerado de alumnos

Subescalas	Conglomerado	N	Rango Medio
Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento frustrado y tiendo a darme por vencido.	1	119	375.62
	2	200	229.77
	3	203	225.86
	Total	522	
La única razón por la que iría a una clase de matemática se debe a que es obligatorio.	1	119	391.90
	2	200	209.14
	3	203	236.65
	Total	522	
La matemática es como una lengua extranjera para mí, e incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé.	1	119	386.42
	2	200	205.34
	3	203	243.60
	Total	522	

Fuente: Instrumento de evaluación

De acuerdo a los resultados encontrados y coincidiendo con el estudio de otros autores (Chávez, Castillo, & Gamboa, 2008; DeCorte, Op'tEynde, & Verschaffel, 2002; Duval, 2006; Gómez-Chacón, 1998; Gómez & Silas, 2012; Schoenfeld, 1989, 1992; M. Schommer et al., 2005; Serrano et al., 2011; Vizcaino & Otero, 2012; Walker, 2007) cuando un alumno considera que la fuente principal del conocimiento es el profesor, que

sin este no le es posible aprender, que no está entre sus ideas esforzarse porque las respuestas que necesita las encuentra al final del texto, difícilmente podrá resolver un problema de manera independiente o se esforzará para ello.

Por otra parte, si un alumno no se considera un generador de información tenderá a asumir un rol pasivo y procurará recurrir a los procedimientos que le han enseñado en la clase y no tanto a su propio razonamiento para generar maneras alternativas de solucionar los problemas matemáticos.

Hay una diferencia importante entre asumir la matemática como un conjunto de datos y procedimientos que deben memorizarse y comprenderlas como un conjunto coherente de principios, conceptos y procedimientos que hay que entender. La primera creencia conduce a un aprendizaje restrictivo y limitado y a un enfoque memorístico hacia la Matemática, mientras que el segundo orienta hacia una comprensión más amplia en la que se implican tanto datos simples, procedimientos, pero en un sistema amplio y coherente que permite la resolución de problemas numéricos.

Si un alumno considera que el conocimiento se adquiere a la primera vez o no se adquiere, desde su perspectiva resultará inútil esforzarse si es que no comprendió en el momento en que el/la profesor/a explicó, cuando trabajó en el equipo o cuando leyó el texto. Resultaría contradictorio que asumiendo una incapacidad para aprender pierda su tiempo intentándolo; quien, por el contrario, crea que para adquirir conocimiento se requiere tiempo, tiene sentido involucrarse en el aprendizaje, pues tiene la creencia de que si no captó de inmediato, posteriormente lo aprenderá si sigue intentando.

Cuando un alumno cree que la habilidad para aprender es innata, al llegar a la secundaria ya tiene suficiente evidencia, adquirida a través de los años de educación primaria, para saber si tiene la habilidad para aprender Matemática o no. Si considera que la tiene, entonces se involucrará en las actividades de aprendizaje, ya sea en participación en grupos, en la

atención a clases, en la elaboración de tareas, etc. porque hacer ese esfuerzo tiene sentido. Por el contrario, quienes consideran que no tienen la habilidad no encontrarán la razón para esforzarse en aprenderla, lo cual está más allá de las posibilidades que su dotación biológica les permite.

Si los alumnos no tienen la convicción de que la Matemática por una parte, significa abstracciones que representan eventos y operaciones del mundo real, y por otra, que su conocimiento les permitirá resolver situaciones que encuentran o que encontrarán en su vida, entonces la motivación para su aprendizaje será escasa pues se reducirá a pensar que es necesario aprenderla para aprobar la materia y llegar a tener un certificado que acredite que han cursado la educación básica.

3.2.2. Características del sistema de creencias sobre la Matemática de los profesores

Con el análisis de conglomerados se identificaron dos grupos de profesores, a continuación se describe la composición de cada grupo y las características del sistema de creencias sobre la Matemática de los profesores de esta asignatura.

Análisis descriptivo según los grupos de profesores encontrados

En la Tabla 20 se observan las variables que describen cada conglomerado. Como se puede apreciar, los docentes del grupo 1 todos son licenciados, en los del grupo 2, el 50 % es del nivel medio y el 50 % poseen estudios superiores. Aunque en ambos grupos predomina la poca experiencia como docentes (más del 50 % tienen menos de 5 años en el ejercicio de la profesión), el grupo 1 está integrado por docentes con mayor diversidad en los años de experiencia, mientras que el conglomerado 2, tiene 3 profesores prácticamente sin experiencia y solo 1 con muchos años en la labor de enseñar.

Con respecto al género, el conglomerado 1 está integrado por docentes de ambos sexos, aunque predomina el femenino, en el grupo 2 la mayoría son masculinos.

Tabla 20. Variables sociodemográficas de los grupos de profesores según las características del sistema de creencias sobre la matemática

		Número de Conglomerado				Total
Variables		1		2		Participantes
		Participantes	%	Participantes	%	
Sexo	F	4	80.0	1	20.0	11
	M	3	50.0	3	50.0	
	Total	7	63.6	4	36.4	
Formación Profesional	T. M.	0	0.0	2	100	2
	PGI	1	100	0	0.0	1
	L. M.	3	75	1	25	4
	L. C. E.	3	75	1	25	4
	Total	7	63.6	4	36.4	11
Experiencia como docentes	1 año	3	50	3	50	6
	4 años	1	100	0	0.0	1
	18 años	1	100	0	0.0	1
	26 años	1	100	0	0.0	1
	29 años	1	100	0	0.0	1
	33 años	0	0.0	1	100	1
	Total	7	63.6	4	36.4	11

Leyenda: T.M.-Técnico Medio; PGI-Profesor General Integral; L.M.-Licenciado en Matemática; L.C.E.-Licenciado Ciencias Exactas.

Fuente: Instrumento de evaluación

3.2.2.1 Análisis por constructos y dimensiones del sistema de creencias sobre la Matemática de los profesores

El modelo de tres constructos relacionados obtenido como resultado del AFC en relación a las creencias sobre la Matemática de los docentes, se confirmó en la muestra de profesores de Villa Clara. Con el análisis de conglomerados se formuló como hipótesis que las variables formación profesional de base y experiencia docente determinarían las características de sus creencias sobre la Matemática, sin embargo, las diferencias no fueron estadísticamente significativas, por lo que la caracterización de cada constructo que se muestra a continuación corresponde a los 11 profesores de la muestra.

Constructo Creencias sobre el conocimiento

Las dimensiones que explican el sistema de creencias sobre la Matemática de los profesores de esta asignatura en la secundaria básica incluyeron tres constructos relacionados. En el constructo creencias sobre el conocimiento quedaron expresadas las dimensiones *Fuente*, *Estructura*, *Utilidad* y *Naturaleza del conocimiento matemático*; no apareció la creencia en la estabilidad como uno de los factores, contrario a las dimensiones de Inganzo (2010).

Como se observa en la Tabla 21, los profesores tienen estructurado la creencia en la autoridad (representada en el profesor) como fuente del conocimiento, como condición indispensable para que los alumnos aprendan; en la particularidad de ese conocimiento de ser concreto y aplicable al poder explicar muchos fenómenos/problemáticas que se presentan en la vida diaria, resultados que se corroboran con las entrevistas (anexo 23).

La autora considera de gran valor que las creencias de los docentes sobre la enseñanza de la Matemática en la secundaria básica, tenga como contenido el dominio de la ciencia por parte de los profesores y que estos lo demuestren antes de pedirlo a sus alumnos, este resultado podría ser retomado para el trabajo metodológico. En relación a esta creencia, más que demostrar cuánto domina o exigir al alumno que domine una gran cantidad de contenidos, podría ser importante desarrollar una perspectiva en el profesor de que su rol no está fundamentado en demostrar que el origen del conocimiento está en la información que él posee, más bien el docente podría contribuir a desarrollar en el alumno una perspectiva del conocimiento como un sistema construido históricamente por individuos y grupos de individuos que desde distintos razonamientos proponen sistemas de conceptos y categorías para explicar la realidad, que a su vez pueden ser cuestionados, revaluados y modificados.

A partir de la subescala *“Los contenidos de la Matemática están interrelacionados”*, así como de algunas verbalizaciones obtenidas de la entrevista retest: *“en matemática todo tiene que ver con todo, es esencial dominar los conceptos básicos para entender los más complejos y sus aplicaciones”*, podría inferirse que al creer que el conocimiento matemático posee una estructura compleja e integrada, en la que sus contenidos están interrelacionados, como postura epistemológica, se desarrolle una enseñanza en la que se articulen el empleo de métodos, concepciones, enfoques y estrategias de enseñanza integradoras que contribuyan a que la aprehensión de este conocimiento por parte de los alumnos se comporte de manera similar, sin embargo, como se mostró anteriormente, los alumnos poseen una visión fragmentada, desarticulada de la Matemática, creen en la

simplicidad de este conocimiento, que a su vez es dependiente de una autoridad que actúa como fuente principal de donde proviene ese conocimiento.

Este estudio no se propuso comprobar la relación entre las creencias docentes y las prácticas pedagógicas pero sí es posible interpretar que mientras los docentes han desarrollado una aprehensión de la matemática como disciplina compleja, de gran aplicación para explicar muchos fenómenos de la vida, los alumnos no lo enfocan igual. En este sentido, sería pertinente continuar esta línea de investigación profundizando en la influencia que ejercen las creencias en el diseño y ejecución de las prácticas pedagógicas, en los métodos que los profesores eligen a la vez que el impacto que ello tiene en el aprendizaje del alumno.

Tabla 21. Creencias de los profesores sobre el conocimiento matemático

Dimensiones. Subescalas	Número de Conglomerado	N	Suma de rangos
Fuente. La autoridad	1	7	35.00
El buen profesor de Matemática debe demostrar su dominio en los contenidos disciplinares, antes de pedirlo en sus alumnos	2	4	31.00
	Total	11	
Estructura. Compleja. Conocimiento integrado	1	7	31.50
Los contenidos de la Matemática están interrelacionados	2	4	34.50
	Total	11	
Utilidad. Transferible y Aplicable	1	7	38.50
Los conocimientos adquiridos en la Matemática permiten explicar muchos de los fenómenos que se presentan en la vida diaria	2	4	27.50
	Total	11	
Naturaleza. Concreta	1	7	37.00
Los contenidos relacionados con la Matemática son concretos y facilitan entender problemáticas específicas	2	4	29.00
	Total	11	

Fuente: Instrumento de evaluación

Constructo Creencias sobre el aprendizaje

Los profesores creen en la habilidad innata para aprender, consideran que “*el alumno que ha tenido dificultades para aprender siempre las tendrá*” y que si “*... no entienden algo en Matemática es difícil que lo aprenda aunque se esfuerce*” minimizando el valor que puede tener en los resultados del aprendizaje de esta materia el esfuerzo personal, la sistematicidad (Tabla 22).

Por otra parte, consideran que *“cuando se trata de la matemática, la mayoría de los alumnos de secundaria o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto”*, la experiencia docente podría generar pensamientos flexibles o rígidos en cuanto a la influencia del tiempo que se requiere para aprender, según los resultados de la entrevista retest, mientras mayor nivel en la formación profesional de base y más experiencia docente, se cree más en que la Matemática se aprende de una vez o no se aprende. La autora de este trabajo considera que adoptar una postura de lo absoluto frente a un proceso que por naturaleza es dinámico, puede limitar las posibilidades de expresión creativa, conducir a una actitud de predisposición negativa y a fomentar una concepción rígida de la ciencia, centrada en las posibilidades de un único momento para la resolución de problemas, el cual si no se resuelve instantáneamente no se resolverá nunca.

Como indican los resultados, las creencias epistemológicas de los profesores y sus alumnos con respecto a los determinantes del aprendizaje de la Matemática y el tiempo que se requiere para aprender esta ciencia coinciden. Existe una concepción arraigada en los participantes de esta investigación que el aprendizaje de la Matemática requiere de un factor predisponente al nacer y se caracteriza por ser del tipo “todo o nada”, pensamiento contrario al valor de una influencia educativa centrada en la diversidad, en las potencialidades y no en el defecto, en el empleo de métodos con la participación conjunta alumno-profesor. De esta forma se entiende que si la disposición que sustenta el comportamiento, la actitud, las motivaciones hacia la Matemática, ya sea en el rol de docente o aprendiz, está sustentada en la atribución de una propiedad del aprendizaje de esta ciencia relacionada con habilidades que son dadas desde el nacimiento y con un aprendizaje que ocurre de una vez o no ocurre, tendrá un efecto sobre los resultados del aprendizaje se afectará la ejecución académica, sobre esta hipótesis se volverá más adelante.

Tabla 22. Creencias de los profesores sobre el aprendizaje de la Matemática

Dimensiones. Subescalas	Número de Conglomerado	N	Suma de Rangos
Habilidad para aprender. Sin esfuerzo, habilidad innata			
Considero que el alumno que ha tenido dificultades para aprender siempre las tendrá	1	7	48.00
	2	4	18.00
	Total	11	
Considero que si el alumno no entiende algo en Matemática es difícil que lo aprenda aunque se esfuerce	1	7	44.50
	2	4	21.50
	Total	11	
Velocidad. Rápida			
Cuando se trata de la Matemática, la mayoría de los alumnos de secundaria o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto	1	7	50.00
	2	4	16.00
	Total	11	

Fuente: Instrumento de evaluación

Constructo Creencias sobre la enseñanza

Los docentes creen en la importancia de un diseño previo de los objetivos y que exista una relación entre estos y las motivaciones de los alumnos, pensamiento que favorece una concepción del rol del profesor situada en la capacidad de anticiparse a lo que puede suceder en el espacio áulico, lo que permite prever diferentes estrategias educativas ante la diversidad de motivos e intenciones que se pueden presentar en cada grupo escolar.

Como se analizó en el epígrafe de la validez factorial del cuestionario de profesores, en que se hizo referencia a este mismo resultado, los objetivos de la clase constituyen solo una categoría a tener en cuenta en el proceso enseñanza-aprendizaje, lo que acontece como currículo oculto muchas veces trasciende lo que un docente diseña con anterioridad, no obstante, considerarlo en función del alumno deja entrever una concepción de la enseñanza centrada en el sujeto que aprende. La Tabla 23 muestra cómo se comporta esta dimensión y en el anexo 23 se pueden encontrar otras verbalizaciones resultado de la entrevista retest.

En relación a la creencia con respecto al trabajo en equipo como forma de diseño de las actividades docentes de la asignatura Matemática y la necesidad de seguir actualizándose para ejercer la enseñanza, tampoco se encontraron diferencias estadísticamente

significativas. Los profesores en general, sin importar la formación profesional de base, la experiencia docente y el sexo, creen por igual en los beneficios que reporta para el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática el trabajo en equipo.

La entrevista retest permitió profundizar en ello, los profesores poseen conocimientos sobre las bondades del trabajo en equipo *“una alternativa es el aprendizaje cooperativo, que tiene toda una metodología, podría emplearse en la enseñanza de la Matemática”*. Cabría una reflexión en relación a cómo es que los profesores creen en el trabajo en equipo como alternativa para el aprendizaje de la matemática si consideran que ese aprendizaje requiere de habilidades innatas. Podría explicarse desde el desarrollo asincrónico del sistema de creencias, podría indagarse en la influencia de las creencias en el desempeño docente, de cualquier manera es un tema a seguir investigando, no obstante, puede ser tomado como fuente de referencia para el trabajo metodológico relacionado con esta materia en el contexto de la secundaria básica.

Por otra parte, las creencias sobre la autopercepción de habilidades para enseñar se comportan de manera que los profesores creen en la necesidad de la constante actualización que requiere la labor docente. Como estado disposicional previo a la acción (en este caso la enseñanza de la Matemática) podría considerarse que ello es garantía segura de la calidad de la práctica educativa. Los resultados obtenidos en este estudio no constituyen evidencias suficientes para confirmar este criterio, tampoco ha sido objetivo de este trabajo indagar en la influencia que ejerce la autoeficacia docente en variables como los métodos, estrategias y la planificación de la enseñanza, o en la ejecución de la función docente. Se considera como positivo su percepción de autoeficacia para enseñar vinculada a la actualización constante, aspecto que puede ser retomado para la continua superación del

claustro que se promueve desde el MINED y que ello se revierta en resultados más satisfactorios.

Tabla 23. Creencias de los profesores sobre la enseñanza de la Matemática

Dimensiones. Subescalas	Número de Conglomerado	N	Suma de Rangos
Planificación de la clase. Objetivos como lo más importante			
Lo más importante de la planificación de la clase de Matemática es que los objetivos de esta reflejen las motivaciones de los involucrados en el proceso.	1	7	28.00
	2	4	38.00
	Total	11	
Actividades en clase. Trabajo en equipo			
El buen profesor de Matemática debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción entre profesor –alumno y alumno- alumno.	1	7	35.50
	2	4	30.50
	Total	11	
Autopercepción de habilidades para enseñar. Necesita actualización			
Considero que es importante estar dispuesto a seguir actualizándose en la enseñanza de la Matemática.	1	7	42.00
	2	4	24.00
	Total	11	

Fuente: Instrumento de evaluación

3.3 Relaciones entre los niveles de rendimiento académico en Matemática y las dimensiones de creencias sobre esta ciencia

3.3.1 Niveles de rendimiento académico en Matemática de los alumnos de secundaria básica de Villa Clara

A partir de los datos utilizados para cumplimentar este objetivo, se conformaron 3 conglomerados que mostraron diferencias estadísticamente significativas según características del sistema de creencias sobre la matemática y el nivel de rendimiento en que se encuentran (ver anexo 24 estadísticos descriptivos de cada conglomerado).

Como se observa en la Tabla 24, la mayor cantidad de alumnos de secundaria básica objeto de estudio se encuentran en el nivel bajo (el 48.5 %), integrado fundamentalmente por los alumnos del grupo 1; el nivel de aprendizaje medio lo integran alumnos de los tres conglomerados aunque predominan los de los grupos 2 y 3 (alumnos de 8^{vo} y 9^{no}) y el nivel alto, está compuesto en su mayoría por alumnos del grupo 2, que son esencialmente de 8^{vo},

nótese que a este nivel pertenecen pocos alumnos. La Figura 4 ilustra mejor estos resultados.

Tabla 24. Nivel de Rendimiento académico en matemática según grupos de alumnos

			Nivel de Rendimiento			Total
			Bajo	Medio	Alto	
Número de Conglomerado	1	Participantes	84	26	9	119
		%	70.6 %	21.8%	7.6%	100.0%
	2	Participantes	70	70	60	200
		%	35.0 %	35.0%	30.0%	100.0%
	3	Participantes	99	75	29	203
		%	48.8 %	36.9 %	14.3 %	100.0%
Total	Participantes	253	171	98	522	
	%	48.5%	32.8%	18.8%	100.0%	

Fuente: Instrumento de evaluación

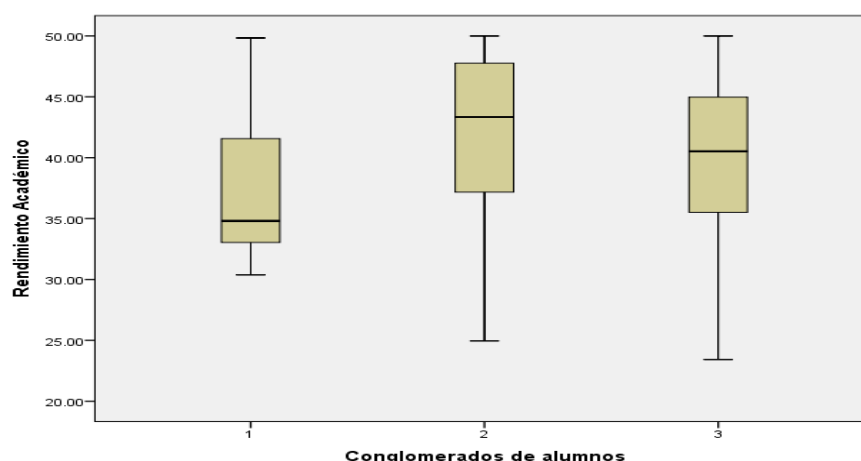


Figura 4. Rendimiento académico de cada conglomerado de alumnos

Fuente: Instrumento de evaluación

En cuanto al sexo también se encontraron diferencias estadísticamente significativas (anexo 25). Como muestra la Figura 5, la mayor cantidad de alumnos del nivel académico bajo pertenecen al sexo masculino (el 76 %), en los niveles medio y alto se encuentran con mayor frecuencia las hembras. Podría ser este un punto de continuidad de las investigaciones orientadas a las diferencias de género, en este trabajo se demuestra que

cuando las creencias poseen menor desarrollo se obtiene menor calificación y eso se manifiesta con mayor frecuencia en los alumnos del sexo masculino.

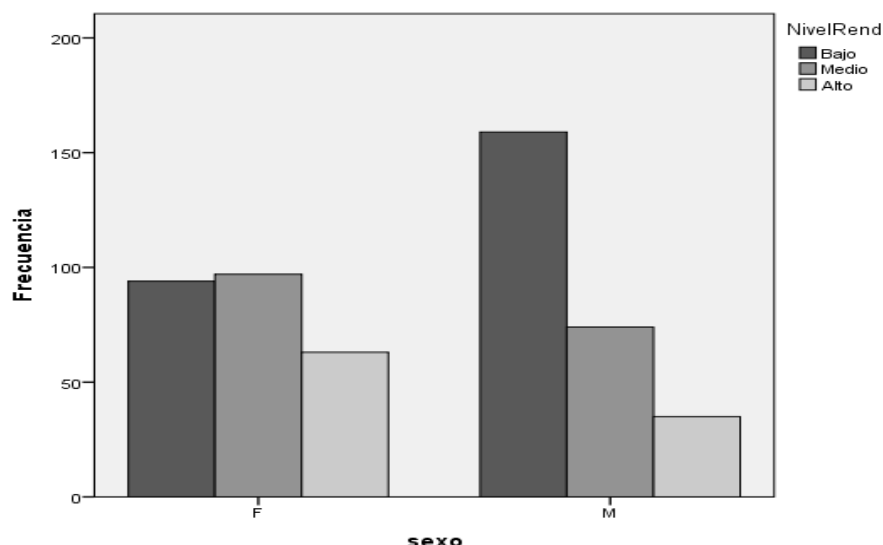


Figura 5. Niveles de Rendimiento académico en matemática según el sexo
Fuente: Instrumento de evaluación

3.3.2 Relaciones entre las dimensiones de creencias y el rendimiento académico

Aunque en la literatura relacionada con el tema, no siempre se reflejan las relaciones de las creencias con el rendimiento, en algunas se encontraron resultados significativos, por ejemplo, en el estudio de Rodríguez (2005, p. 179) el factor “*La habilidad para aprender es innata*”, contribuyó con un coeficiente negativo a la ecuación de regresión, de forma tal que mientras más creían los estudiantes que la habilidad para aprender es innata, peor era su rendimiento académico. En Cuba Morell (2011); Mendoza (2012); Reynó de los Ríos (2014) encontraron resultados similares en cuanto a la relación entre las creencias y el rendimiento académico.

El análisis de las relaciones entre las dimensiones de creencias y el rendimiento en matemática realizado a través del test de correlación de Pearson indicaron correlaciones

altamente significativas, no obstante, estas correlaciones no siempre son positivas, así por ejemplo, mientras los alumnos creen que el aprendizaje de la Matemática no requiere del esfuerzo personal, sino que es una habilidad que se posee al nacer y de ello depende los resultados que obtenga peor es su rendimiento (Tabla 25). La Tabla 25 ilustra además que los alumnos obtienen rendimiento bajo en Matemática cuando creen en la simplicidad de este conocimiento; en la presencia de una autoridad como fuente en la cual radica la información y que no son capaces de aprender de manera autodeterminada, porque requieren de una habilidad innata y porque deben aprenderlo todo de una vez.

Por otra parte, las correlaciones positivas entre el rendimiento y la dimensión *Conocimiento relativo* indican que cuando los alumnos creen que el conocimiento matemático es relativo obtienen mejores resultados.

Si se observan el resto de las correlaciones encontradas las dimensiones del sistema de creencias que reflejan menor desarrollo o ingenuidad (*Habilidad innata; Conocimiento simple, dependiente de la autoridad; Aprendizaje rápido e inaplicable*), tienen una relación positiva, en la medida que aumenta una aumenta la otra, no se comportan de igual manera con la dimensión *Conocimiento relativo* que siempre establecen una relación negativa.

Tabla 25. Correlaciones entre el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y el rendimiento académico

		Rendimiento	Habilidad Innata	Conocimiento Simple Autoridad	Conocimiento Relativo	Aprendizaje Rápido e Inaplicable
Rendimiento	Pearson	1	-.172**	-.256**	.203**	-.317**
	Sig. (2-tailed)		.000	.000	.000	.000
Habilidad Innata	Pearson	-.172**	1	.324**	-.088*	.289**
	Sig. (2-tailed)	.000		.000	.043	.000
Conocimiento Simple Autoridad	Pearson	-.256**	.324**	1	-.124**	.397**
	Sig. (2-tailed)	.000	.000		.005	.000
Conocimiento Relativo	Pearson	.203**	-.088*	-.124**	1	-.205**
	Sig. (2-tailed)	.000	.043	.005		.000
Aprendizaje Rápido e Inaplicable	Pearson	-.317**	.289**	.397**	-.205**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000	.000	
	N	522	522	522	522	522
**. La correlación es significativa al nivel de 0.01						
*. La correlación es significativa al nivel de 0.05						

Fuente: Instrumento de evaluación

Al aplicar el test de Kruskal Wallis se corroboró la relación entre el rendimiento en matemática y las dimensiones de creencias sobre esta ciencia. Como se muestra en el anexo 26, los alumnos ubicados en el nivel bajo creen más en la presencia de una habilidad que se requiere desde el momento del nacimiento para aprender la matemática, lo que los aleja más de desarrollar una actitud en la que implique esfuerzo personal para aprender dicha ciencia, de la misma forma estos estudiantes consideraron que el conocimiento matemático posee una estructura simple, radicada en la autoridad, el aprendizaje de esta ciencia ocurre a la primera vez y difícilmente tenga aplicación en la vida. Los alumnos con alto aprovechamiento académico obtuvieron valores más bajos en este sentido, sin embargo, mostraron los valores más altos en cuanto a la relatividad del conocimiento matemático, es decir, cuando los alumnos poseen una creencia de mayor apertura a la estabilidad, concibiendo su carácter tentativo, flexible alcanzan resultados docentes más altos. Dicho

resultado corrobora el análisis realizado a partir de las correlaciones que se muestran en la Tabla 25.

Los resultados obtenidos con la regresión arrojaron que las dimensiones de creencias que mejor predicen el rendimiento académico, con un valor altamente significativo son, por orden de importancia: *Aprendizaje rápido e inaplicable*; *Conocimiento simple-dependiente de la autoridad* y *Conocimiento relativo* (anexo 27).

El análisis de las creencias sobre la Matemática de los profesores y su relación con los niveles de rendimiento académico que alcanzan los alumnos en esta materia, arrojó lo siguiente. No todas las dimensiones de creencias de los profesores ejercen una influencia en el rendimiento que alcanzan los alumnos. Por otra parte, las relaciones que se establecen no siempre son positivas, así por ejemplo: cuando los docentes creen en la habilidad innata para aprender “*Considero que si el alumno no entiende algo en Matemática es difícil que lo aprenda, aunque se esfuerce*” y “*Considero que el alumno que ha tenido dificultades para aprender siempre las tendrá*” (ítems 3 y 8 del cuestionario para profesores, Tabla 26) disminuye el rendimiento académico de los alumnos. La presencia de estas creencias en los profesores no solo muestra su disposición en relación a las habilidades que se requieren para el aprendizaje de esta ciencia sino que tienen un efecto en los resultados académicos.

Los resultados indican además que cuando los profesores creen en el empleo de métodos de enseñanza que contribuyen a la interacción alumno-alumno y alumnos-profesor los estudiantes obtienen mejores resultados docentes (ítem 5 del cuestionario para profesores, Tabla 26).

Tabla 26. Correlaciones entre el sistema de creencias sobre la Matemática de los profesores y el rendimiento académico

Tau_b de Kendall		Nivel Rend	Prof 1	Prof 2	Prof3	Prof 4	Prof5	Prof 6	Prof 7	Prof10	Prof 9	Prof8
Nivel Rend	Coefficiente de correlación	1.00	.	-.017	-.103(**)	-.002	.103(*)	.029	-.008	.013	.008	-.168(**)
	Sig. (bilateral)	.	.	.690	.010	.971	.014	.479	.853	.758	.854	.000
	N	522	522	522	522	522	522	522	522	522	522	522

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral)

* La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral)

Leyenda: NivelRend. Nivel de Rendimiento; Prof1. Ítem 1 del cuestionario de profesores; Prof2. Ítem 2 y así sucesivamente

Aun cuando los resultados muestran evidencias del valor predictivo de las creencias sobre el rendimiento académico, preferimos tomarlos con mucha precaución y como referencia para estudios posteriores en los que se profundice en estas relaciones de influencia y se tengan en cuenta otras variables propias del alumno, de los profesores y del contexto.

En el caso de los alumnos, podría inferirse que si la actitud que se adopta ante el estudio tiene como sustento la creencia en que se requiere de una habilidad innata para aprender la Matemática y el aprendiz se percibe como un ser que no posee tal habilidad probablemente creerá que él no es una “persona de matemática” y perderá el interés por aprenderla, no obstante se requiere profundizar en estas relaciones y otras que no han sido objeto del presente estudio.

En el caso de la influencia de las creencias de los profesores sobre el rendimiento, de igual forma se prefiere tomarla de manera discreta, los resultados apuntan a que ciertas dimensiones de creencias sobre la matemática (la *Habilidad para aprender*, del constructo creencias sobre el aprendizaje y la dimensión *Actividades en clase*, del constructo creencias sobre la enseñanza) se relacionan con el rendimiento académico, no obstante requiere de otros estudios que profundicen en ello. Se partió del supuesto que las creencias del profesor

de alguna manera impactan en los resultados que obtienen los alumnos, se comprobó que al menos dos de las dimensiones de creencias de los docentes guardan alguna relación con el rendimiento de los alumnos. Probablemente existan otras variables a través de las cuales las creencias ejerzan de manera indirecta o directa esta influencia, pero esa es otra arista a seguir investigando.

3.4 Análisis de las relaciones entre el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y sus profesores

Entre las interrogantes que han acompañado a los investigadores en el área de la Psicología Educativa y más específicamente a aquellos ocupados en el proceso enseñanza-aprendizaje escolarizado, se encuentra qué influencias o relaciones se establecen entre las variables propias del alumno y las del profesor. En este sentido existen trabajos en los que se afirma que el profesorado juega un papel clave en la mejora de la educación ya que ejerce una influencia esencial en el aprendizaje de los estudiantes (Abril et al., 2014; Borko, 2004; Lumpe et al., 2012; Nye, Konstantopoulos, & Hedges, 2004). Es reconocido por todos que cuando se recuerdan experiencias de aprendizaje positivas o negativas, de alguna manera están presentes los docentes, sin embargo, el cómo se establecen esas influencias aún no es un tema resuelto. La variable creencias epistemológicas sobre la Matemática, objeto de estudio del presente trabajo ofrece algunas perspectivas de análisis futuro sobre esta relación.

Gómez y Silas (2012) así lo justifican “tener un acercamiento más preciso a las creencias de los profesores y sus alumnos permitiría diseñar maneras de incidir en el cambio de tales creencias con la intención de que a partir de estas cambien también sus acciones en torno a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y la influencia que ejercen en los alumnos” (Gómez & Silas, 2012, p. 10)

La autora reconoce que las creencias sobre la Matemática de los alumnos objeto de estudio, no se han conformado por la experiencia desarrollada en el nivel actual, es decir, en el contexto de la secundaria, sino que sus creencias sobre el conocimiento y los procesos de conocer esta ciencia se han venido conformando a partir de distintas formas de aprehensión de ese conocimiento durante su historia de vida, en la que probablemente han ejercido influencia su experiencia matemática de la escuela primaria, sus profesores anteriores, los grupos a los que han pertenecido, su familia, la sociedad en general, etc.

En el caso de los profesores, sus creencias sobre esta ciencia probablemente se han conformado a partir de su experiencia en el proceso de formación de ser profesor; del ejercicio profesional desarrollado; de la superación alcanzada, etc. (todo ello anterior al momento en que se realiza este estudio), por lo que el objetivo que da título a este epígrafe está orientado a encontrar aquellas variables que relacionan a los alumnos con los profesores. Estos hallazgos constituyen la base para la continuidad de esta línea de investigación, tanto para la necesaria profundización diagnóstica como para la intervención educativa.

Al realizar el análisis de conglomerados con vistas a identificar las variables de relación entre alumnos y profesores se encontró que los participantes del estudio se agrupan en 2 conglomerados, conformados de la siguiente manera: grupo 1 con 378 alumnos que en su mayoría pertenecen al sexo femenino y al 9^{no} grado y 9 profesores, todos licenciados, con una experiencia docente desde 1 hasta 33 años, de ambos sexos. El grupo 2 lo conformaron 144 alumnos, en su mayoría del sexo masculino y de 7^{mo} grado aunque también de 8^{vo}, ninguno de 9^{no}, a este conglomerado pertenecen 2 profesores, del nivel medio, con apenas 1 año de experiencia docente y del sexo masculino.

En cuanto a las variables, se partió del supuesto que las creencias epistemológicas, el rendimiento académico, el grado, el sexo, la experiencia docente y la formación profesional de base determinarían la agrupación, los resultados mostraron que solo la variable creencias epistemológicas determina la conformación de los grupos integrados por docentes y estudiantes, en el resto las diferencias no fueron estadísticamente significativas (ver anexo 28).

La técnica árbol de clasificación contribuyó a clarificar que son precisamente las creencias sobre la matemática, la variable de relación que permitió encontrar las diferencias entre los grupos conformados.

Se obtuvieron varios árboles, la Figura 6 representa el más significativo de ellos.

En el nodo raíz se encuentran el total de casos que se estudian por cada grupo. Consta de 6 nodos terminales o nodos hojas, a continuación se explican sus características:

Nodo 1: subconjunto formado por 91 individuos, que están completamente de acuerdo o de acuerdo con que el aprendizaje de la matemática ocurre de manera rápida o no ocurre, es del tipo “todo o nada” (ítem 6 de profesores). El 100% de ellos pertenecen al conglomerado 2, es decir, los profesores del nivel medio, que poseen pocos años de experiencia son los que integran este grupo, ninguno de los integrantes del conglomerado 1 (todos son licenciados y mayor cantidad de años de experiencia) poseen esta creencia.

Nodo 5: subconjunto formado por 137 individuos (el 100 % son del conglomerado 1) que no están de acuerdo con la rapidez como aspecto que caracteriza la velocidad que se requiere para aprender matemática, pero sí creen que *“Algunas personas nacen con grandes habilidades para la matemática y otras no”* (ítem 1 de alumnos).

Nodo 6: subconjunto formado por 68 individuos con creencias relacionadas con *“... el alumno que ha tenido dificultades para aprender, siempre las tendrá”* (ítem 8 de

profesores), se observa mayor presencia de esta creencia en el grupo 2. El Nodo 7 expresa mejor este resultado, en el que ninguno de los participantes del conglomerado 2 se opuso a esta creencia.

Nodo 8: subconjunto integrado por 89 participantes, donde se encuentran alumnos que están de acuerdo y en desacuerdo con la habilidad innata para aprender la matemática y docentes que están completamente de acuerdo con que en las actividades en clases el profesor debe usar métodos de enseñanza que propicien la interacción profesor – alumno y alumno- alumno (ítem 5). Ninguno de los miembros del grupo 2 mostró esta creencia, solo estuvo representada en los del grupo 1. No obstante el Nodo 9 refleja que al menos 10 participantes del conglomerado 2 creen en el trabajo en equipo como forma organizativa para las actividades en clases de matemática.

Los árboles de clasificación no brindan un modelo matemático de la misma manera en la que lo hace la regresión logística, constituyen una novedosa técnica de la estadística multivariada que permite obtener un modelo de clasificación, en el presente estudio contribuyó a clasificar los conglomerados de alumnos y profesores a partir de la relación entre sus creencias, mostrando en la mayoría de los casos que cuando se posee menos experiencia docente y menor nivel en la formación profesional de base las creencias adquieren menor desarrollo, los alumnos de cada conglomerado presentaron sobre todo rendimiento bajo y medio, en el grupo 2 se encontró menor cantidad de alumnos con calificaciones altas.

A partir de la clasificación obtenida con los árboles se infiere que las dimensiones de creencias de alumnos y profesores que guardan relación entre sí son *la Velocidad en la adquisición del aprendizaje y la Habilidad para aprender*; a su vez, la creencia de los profesores sobre el empleo de métodos de enseñanza que faciliten la interacción profesor-

alumno y alumno-alumno ejerce influencia en la creencia de los alumnos sobre las habilidades para aprender.

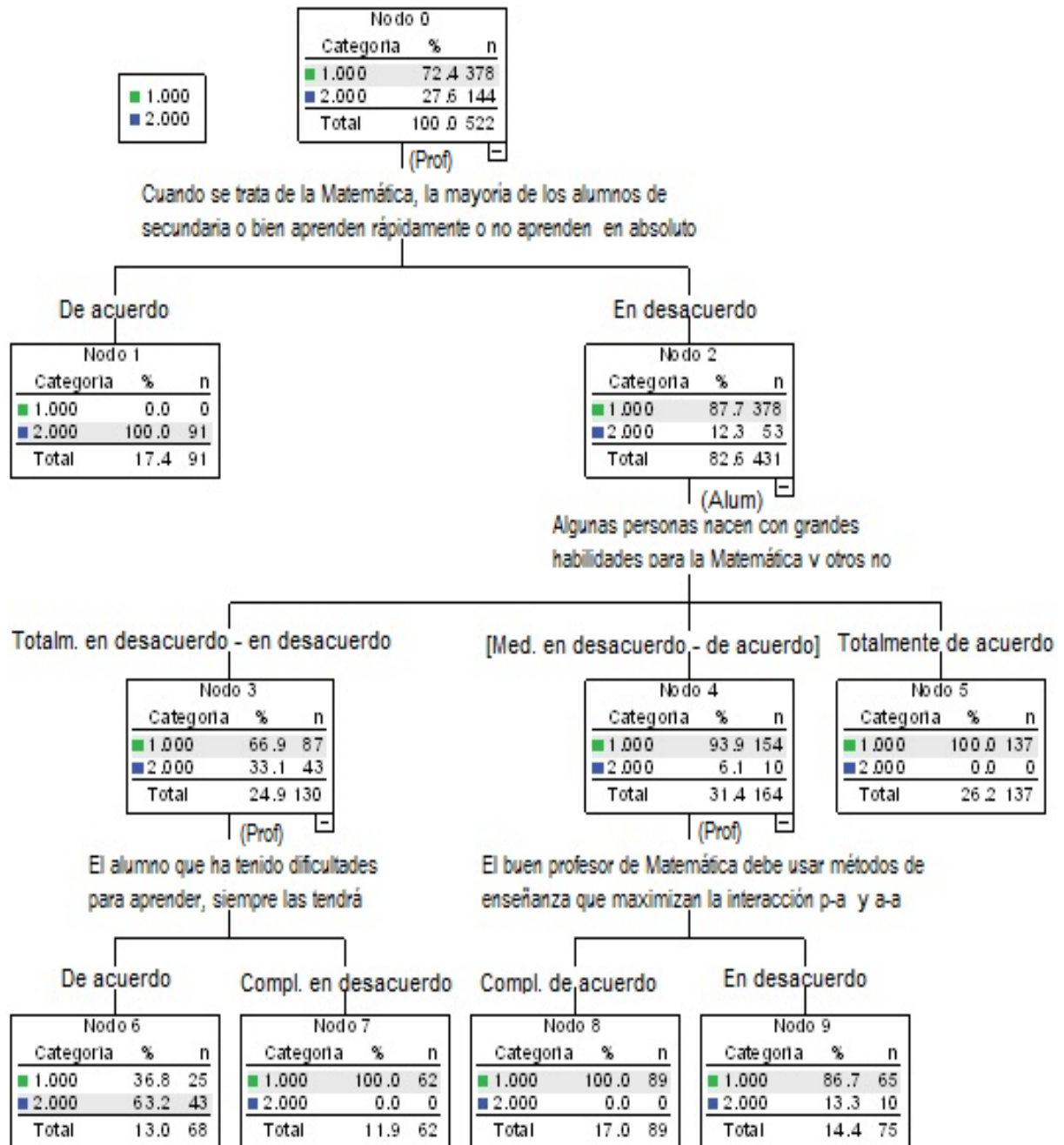


Figura 6. Interacciones de las creencias sobre la matemática en los conglomerados de alumnos y profesores

El análisis de las relaciones entre las dimensiones de creencias sobre la Matemática de los alumnos y sus profesores a través del coeficiente de correlación Tau_b de Kendall, arrojó como resultado que no todas las subescalas que permiten evaluar el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos de la muestra mostraron correlaciones con las subescalas que permiten evaluar las creencias de los profesores, de la misma forma no todas las correlaciones fueron positivas (ver Tabla 27 en anexo 29). Así por ejemplo: mientras los alumnos creen en el aprendizaje rápido e inaplicable (ítem 9, *“Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y tiendo a darme por vencido”*) los profesores tienen un pensamiento orientado a *“Cuando se trata de la Matemática, la mayoría de los alumnos de secundaria o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto”* (ÍtemProf 6), es decir, también creen que el aprendizaje de la matemática ocurre a la primera vez o no ocurre.

Los resultados no demuestran que la presencia de esta creencia en los alumnos esté determinada por la del profesor, pero sí ha propiciado el cuestionamiento sobre qué factores han determinado la presencia de esta creencia en los profesores y cómo influye en la de los alumnos.

La Tabla 27 que aparece en el anexo 29 muestra otras relaciones, cuando los alumnos creen en la habilidad innata para aprender la matemática (ítems 1, 11, 8, 3) se expresaron relaciones con las creencias de los profesores sobre las habilidades que se requieren para aprender esta ciencia (ÍtemProf 3, *“Considero que si el alumno no entiende algo en Matemática es difícil que lo aprenda, aunque se esfuerce”* y el ÍtemProf 8, *“Considero que el alumno que ha tenido dificultades para aprender, siempre las tendrá”*) apuntando a una coincidencia en este sentido. Aquí tampoco es posible determinar que la influencia sea directa, pero sí que el desempeño del rol alumno y el rol profesor está matizado por una creencia de que aprender matemática implica habilidades que deben tenerse al nacer.

Se considera de gran relevancia este resultado, se reconoce la importancia del determinante biológico para que sea posible el aprendizaje, pero es suficiente que exista como sustrato material, si además de ello el individuo cuenta con alguna predisposición biológica o posee determinado desarrollo en su información genética que le permita desarrollar aptitudes especiales hacia la matemática probablemente sea “un hombre matematikoi”, pero ello no quiere decir que si no existe esa predisposición biológica no se pueda aprender esta ciencia. Si el objetivo de la enseñanza de la Matemática se orienta a desarrollar conocimientos, concepciones, creencias, representaciones de una ciencia de la cual todos pueden tener nociones para interpretar la realidad y transformarla desde lo que ella ofrece, entonces su disposición para aprenderla podrá ser más positiva.

En los resultados obtenidos, las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de los alumnos y las de los profesores tienen aspectos en común, para los alumnos aprender esta materia requiere de una habilidad innata, para los profesores también, que se haya encontrado este resultado no quiere decir que exista una relación directa, donde si los profesores creen en la habilidad innata como determinante para que ocurra el aprendizaje de esta ciencia se derivará en esta misma creencia en los alumnos.

El análisis de correlaciones reveló otras relaciones de las creencias de alumnos y profesores, así por ejemplo los primeros creen que si se *“esfuerzan lo suficiente, aunque no tengan la capacidad natural, pueden aprender Matemática”* (ítem 7), los profesores tienen un pensamiento orientado a la importancia del trabajo en equipo para desarrollar la enseñanza (ítem 5, *“El buen profesor de Matemática debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción profesor – alumno y alumno- alumno”*), el vínculo que se expresa entre estas creencias puede ser retomado por los actores del proceso escolar, que los alumnos crean que el esfuerzo puede contribuir al aprendizaje matemático puede ser estimulado desde la dimensión personal o a través de la cooperación de los otros.

Se encontraron otras relaciones entre las creencias de alumnos y profesores que pueden ser retomadas para propiciar que la forma de aprehender el conocimiento matemático contribuya al desarrollo de una disposición hacia esta ciencia más cercana a sus propiedades verdaderas, a las implicaciones, aplicaciones e importancia de este conocimiento, por ejemplo, mientras los profesores poseen la creencia de que *“Lo más importante de la planificación de la clase de matemática es que los objetivos de esta reflejen las motivaciones de los involucrados en el proceso”* (ÍtemProf 9) los alumnos consideran que *“Estudiar sistemáticamente es la clave del éxito para aprender matemática”* (ítem 14) una disposición a actuar por parte de los profesores centrada en las motivaciones de sus aprendices y una disposición ante el estudio de la matemática caracterizada por la sistematicidad, la constancia, en el caso de los alumnos podría ser muy bien aprovechada para elevar los indicadores de calidad del proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática en la secundaria básica.

3.5 Consideraciones finales

Los alumnos y profesores de las escuelas secundarias básicas de Villa Clara que participaron en el estudio, mostraron que las dimensiones que integran el sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática poseen distinto desarrollo, se encontraron tanto posturas simples o superficiales hasta las más sofisticadas, con predominio de las ingenuas. Las particularidades del sistema de creencias sobre esta ciencia revelaron las posturas en las que se sitúan docentes y discentes para enseñarla y aprenderla así como su posible influencia en el desempeño académico.

En las siguientes líneas se bosquejan algunas de las implicaciones de los hallazgos del presente estudio.

Como la literatura profesional señala (Hofer, 1999; Kardash & Howell, 2000; Schommer, Calvert, Gariglietti, & Bajaj, 1997; Schommer et al., 2005; Schommer & Walker, 1997;

Schraw, Dunkle, & Bendixen, 1995), y ha sido corroborado en el presente estudio, las creencias epistemológicas de los alumnos tienen un efecto importante en el rendimiento académico, por lo que sería importante profundizar en ellas para mejorar los resultados docentes. Una alternativa puede ser provocar la reflexión sobre las habilidades que se requiere para el aprendizaje de la matemática, las cuales no están determinadas desde el nacimiento sino que se desarrollan a través de la participación en las distintas actividades de aprendizaje.

También podría estimularse la reflexión relacionada con que el aprendizaje no es algo que ocurre de manera rápida casi “providencial”, sino que se adquiere lentamente a través de múltiples exposiciones a la información, a la práctica continua y distribuida de las habilidades necesarias, de la reflexión acerca de los procedimientos y los procesos mentales requeridos para la solución de problemas.

Una posible línea directriz puede ser guiar a los alumnos al análisis de su propio proceso de aprendizaje para que reconozcan que este no ocurre solamente porque el profesor exponga información, ni por la lectura del libro de texto, sino que depende principalmente de los esfuerzos que ellos hagan por comprender el tema, relacionarlo con sus conocimientos previos y su experiencia del mundo, pues la Matemática en mucho representa la realidad en maneras abstractas y simbólicas.

En relación a la docencia, esta puede ser enfocada de manera que los alumnos desarrollen una perspectiva de la Matemática como ciencia en la que se integran conceptos, habilidades y procedimientos que les permiten resolver problemas de la vida cotidiana a diferencia de verla únicamente como procedimientos para realizar en clase y obtener una calificación. Esto puede ser un elemento que provoque sinergia y contribuya a una dinámica de retroalimentación entre los logros académicos y las creencias epistemológicas.

Como han señalado Schank y Cleary (1995), si se quiere que los alumnos tengan la motivación por adquirir conocimiento, este debe estar vinculado a los asuntos reales de la vida. Por ello, es necesario fomentar en los alumnos la comprensión de que la Matemática tiene aplicación en la vida cotidiana, así se fomentará su interés por el aprendizaje. Es importante entonces contribuir al desarrollo de una perspectiva en el alumno de que aunque una parte del conocimiento es fija, otra porción significativa es en parte transitoria y debatible y que, en el caso de la Matemática, hay distintas maneras de resolver los problemas y de modelar los aspectos numéricos de la realidad.

Para el caso de los profesores, se considera que antes de intentar que los alumnos construyan creencias epistemológicas más “sofisticadas”, es perentorio trabajar con los docentes. Los resultados obtenidos en esta investigación ofrecen algunas evidencias, pues se encontraron dimensiones de creencias con un grado de “simpleza” o ingenuidad parecido al de los alumnos. Supuestamente, guiados por estas creencias, los profesores planifican su enseñanza, actúan y reaccionan en el aula, influyendo en las creencias que los alumnos a su vez van construyendo.

Si se quiere que haya un mejor aprendizaje de la matemática, es necesario que el profesor no sólo enseñe los contenidos de un programa, sino también la aplicación de los mismos a la solución de problemas reales, que ayude a los alumnos a entenderse mejor como aprendices y a propiciar experiencias de aprendizaje de esta ciencia que estimulen distintas formas de relacionarse y aprehender las propiedades del conocimiento matemático.

Las creencias epistemológicas son premisas tácitas que determinan las acciones pedagógicas y de aprendizaje de alumnos y profesores (Hernández- Pina & Maquilón, 2011). Estas creencias pueden apoyar la motivación y la disposición de los alumnos para aprender y de los profesores por facilitar el aprendizaje, o pueden actuar como una barrera que lo dificulte. De ahí que los procesos de formación de maestros y su superación podrían

promover, por una parte, que adquieran mayor conocimiento sobre el aspecto técnico de las matemáticas y de los métodos pedagógicos para enseñarlas y por otra, que expliciten sus creencias acerca del conocimiento y cómo se adquiere, pues al contrastarlas con un mayor conocimiento disciplinar y pedagógico podrían tornarse más productivas.

La investigación adquiere relevancia por los retos que señala al proceso enseñanza aprendizaje de esta ciencia, al develar las creencias que subyacen al aprendizaje y enseñanza de la Matemática.

Desde el punto de vista metodológico, el presente estudio también es relevante, en tanto utiliza el análisis factorial confirmatorio para comprobar si las dimensiones encontradas permiten explicar las relaciones al interior del sistema de creencias sobre la matemática, lo cual va más allá de una hipótesis estadística. La utilización del modelamiento estructural se hace atractivo porque permite, a diferencia de otras herramientas, examinar las relaciones para cada subgrupo de variables, al tiempo que facilita analizar constructos que no se pueden observar si no es a través de otras variables manifiestas y obtener estimaciones o pesos factoriales más finas de los coeficientes estructurales. Esta aproximación analítica no es la única ni la mejor, pero tiene sus ventajas y ayuda al investigador a probar modelos de relaciones entre variables y reunir evidencia empírica que le permita respaldar sus supuestos planteados. En general, postular una serie de relaciones, confirmar la naturaleza de las mismas a través de los datos y verificar la bondad de ajuste, representa ventajas sobre opciones que sólo postulan las relaciones y miden sin verificar el ajuste de los modelos.

Con esta técnica se encontraron las dimensiones que integran el sistema de creencias sobre la Matemática de alumnos y de profesores. En el caso de los alumnos, haber definido dichas dimensiones permitió relacionar las creencias y el rendimiento académico en Matemática, así como una aproximación al valor predictivo de las primeras sobre el segundo.

En el caso de los profesores, las dimensiones de creencias sobre la matemática encontradas, contribuyeron a determinar su relación con la experiencia docente y el nivel en la formación profesional de base.

La combinación del sistema de creencias de los alumnos y el de los profesores permitió un acercamiento a la influencia de las creencias docentes en la de los alumnos. El presente trabajo ofrece a su vez dos cuestionarios para evaluar las creencias epistemológicas sobre la matemática, uno para los estudiantes y otro para los profesores de esta asignatura en el nivel de secundaria básica que podrán ser utilizados por especialistas para la continuidad de la investigación en aras de una intervención que propicie mejoras a este proceso.

Los resultados obtenidos también pueden ser tenidos en cuenta de manera significativa por quienes proponen y diseñan los programas de formación y superación de profesores de esta materia, el entrenamiento de postgrado en el tema de las creencias podría constituir una alternativa para reflexionar sobre las creencias, el impacto que ellas tienen, el cómo prevalecen por encima de conceptos, perspectivas y procedimientos, una vez que se establecen tienden a ser muy resistentes o poco flexibles. Reflexionar sobre ellas, sobre lo que se entiende con respecto al conocimiento y los procesos del conocer, su valor afectivo para los principales implicados (estudiante y profesor) puede contribuir con la calidad de la instrucción y la educación de esta ciencia.

CONCLUSIONES

- El ajuste lingüístico y cultural del “Epistemological beliefs survey for mathematics” y del “Cuestionario de creencias docentes” contribuyó a la obtención de un instrumento dirigido a los alumnos y otro a los profesores para la evaluación de las creencias epistemológicas sobre la Matemática en el contexto de la secundaria básica, ambos cuestionarios en su versión adaptada revelaron índices de consistencia interna aceptables. Dichos instrumentos demostraron su validez y utilidad para evaluar el constructo objeto de estudio.
- El sistema de creencias sobre la matemática de los alumnos posee cuatro dimensiones relacionadas, que fueron etiquetadas como: *Habilidad innata*; *Conocimiento simple, dependiente de la autoridad*; *Conocimiento relativo y Aprendizaje rápido e inaplicable*. En el caso de los profesores sus creencias sobre la Matemática se encuentran agrupadas en tres constructos: creencias sobre el conocimiento con las dimensiones *Fuente*, *Estructura*, *Utilidad y Naturaleza*; creencias sobre el aprendizaje expresadas a través de la *Habilidad para aprender y la Velocidad de adquisición* y las creencias sobre la enseñanza que posee como contenido fundamental: la *Planificación de la clase*, las *Actividades en clases* y la *Autoeficacia docente*. Estas dimensiones poseen significativos índices de bondad de ajuste y consistencia interna aceptable.
- Se encontraron variaciones significativas y distintas combinaciones en las creencias epistemológicas sobre la Matemática en los grupos de alumnos. Los estudiantes del grado superior de la enseñanza demostraron tener creencias con menor nivel de desarrollo (ingenuidad). Esto se contrapone a los presupuestos que definen que las creencias se hacen más complejas según se progresa en los años de estudio, lo que nos hace suponer la necesidad de una revisión de la calidad del proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática que se desarrolla en la secundaria básica.

- Los docentes en general, creen en la autoridad como fuente de la cual proviene el conocimiento matemático, en la particularidad de este conocimiento de ser concreto y aplicable y en la necesidad de una habilidad innata que actúa como factor predisponente para aprender esta ciencia. Asumen una postura de ingenuidad similar a la de los alumnos con respecto al tiempo que se requiere para adquirir el conocimiento matemático, creyendo que se aprende todo a la primera vez o no se aprende.
- Se constató la relación entre las creencias epistemológicas sobre la Matemática y el rendimiento académico. En el caso de los profesores, el vínculo se da entre sus creencias en la habilidad innata para aprender esta ciencia y el rendimiento. En el caso de los alumnos cuando creen en la simplicidad del conocimiento matemático; en la autoridad como fuente en la cual radica el conocimiento; que el esfuerzo personal es una pérdida de tiempo disminuye su rendimiento académico. Por otra parte, cuando adoptan posturas epistemológicas más flexibles y relativas en relación al conocimiento matemático alcanzan mejores resultados docentes.
- Las dimensiones del sistema de creencias sobre la Matemática que mejor predicen el rendimiento en esta materia son: *Aprendizaje rápido e inaplicable*; *Conocimiento simple-dependiente de la autoridad* y *Conocimiento relativo*.
- Algunas dimensiones del sistema de creencias sobre la Matemática de los profesores se relacionan con algunas de los alumnos. Las creencias de los docentes en la habilidad innata y en un aprendizaje de esta ciencia del tipo “todo o nada” son similares a las de los alumnos. Estas coincidencias se evidencian cuando los profesores poseen menor nivel en la formación profesional de base y menor experiencia como docentes.

RECOMENDACIONES

- Continuar desarrollando investigaciones que permitan una mejor comprensión de la dinámica en la que transcurren las relaciones entre las dimensiones del sistema de creencias epistemológicas sobre la Matemática de alumnos y profesores.
- Extender el estudio de las creencias epistemológicas sobre la Matemática a otros niveles de enseñanza que permitan profundizar en los niveles de desarrollo que van tomando estas creencias.
- Profundizar en el valor predictivo de las creencias sobre el rendimiento académico y retomar otras variables del proceso enseñanza–aprendizaje de la Matemática, integrando la perspectiva del alumno y del profesor, que pueden actuar de manera directa e indirecta en esas relaciones de influencia e incidir en sus resultados.
- Aplicar otros programas y procedimientos computacionales para el análisis de los niveles de dificultad o discriminación de cada ítem que permite evaluar el constructo creencias epistemológicas sobre la Matemática de alumnos y profesores de secundaria básica, potenciando así el arsenal metodológico de los investigadores.
- Implementar el uso de los cuestionarios diseñados en el presente estudio como herramientas que al contribuir a la evaluación y diagnóstico de las creencias epistemológicas sobre la Matemática facilitarán un mejor diseño y ejecución de esta práctica educativa en la secundaria básica.
- Sugerir a los responsables de la formación y superación de los docentes de Matemática que se incorpore el tema de las creencias epistemológicas en la implementación del currículo de la Licenciatura en Educación, especialidad Matemática y en los cursos de postgrado que se diseñan y se implementan para estos docentes, en aras de facilitar la reflexión y toma de conciencia metacognitiva respecto a las posibles ideas restrictivas de los profesores en relación al conocimiento, el aprendizaje y enseñanza de esta ciencia.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abd-El-Fattah, S. (2006). The implicit theories of intelligence: A review of Carol Dweck's motivation process model. *International Education Journal*, 7(4), 547-553.
- Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. (2006). *Errores y Dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo* (U. N. d. V. María Ed.). Buenos Aires, Argentina: DOCUPRINT S.A.
- Abril, A., Ariza, M., Quesada, A., & García, F. (2014). Creencias del profesorado en ejercicio y en formación sobre el aprendizaje por investigación. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 11(1), 22-33. doi: 0498/15710
- Acevedo-Díaz, J., Vázquez-Alonso, Á., Acevedo-Romero, P., & Manassero-Mas, M.-A. (2005). Evaluación de creencias sobre ciencia, tecnología y sus relaciones mutuas. *Revista iberoamericana de ciencia tecnología y sociedad*, 2(6). centroredes@centroredes.org.ar
- Acevedo, J. A. (2000). Algunas creencias sobre el conocimiento científico de los profesores de Educación Secundaria en formación inicial. *Bordón*, 52(1), 5-16.
- Aguilar, T. (2012). *Creencias epistemológicas del conocimiento en profesores de preuniversitario*. (Tesis de Licenciatura), Universidad de La Habana, Ciudad de La Habana.
- Alan, J., Torney-Purta, J., & Azevedo, R. (2010). Empirical Evidence Regarding Relations Among a Model of Epistemic and Ontological Cognition, Academic Performance, and Educational Level. *Journal of Educational Psychology*, 102(1), 234-255. doi: 10.1037/a0017998
- Alexander, P., & Dochy, F. (1995). Conceptions of knowledge and beliefs: A comparison across varying cultural and educational communities. *American Educational Research Journal*, 32, 413-442.
- Alexander, P., Murphy, P. K., Guan, J., & Murphy, P. (1998). How students and teachers in Singapore and the United States conceptualize knowledge and beliefs: Positioning learning within epistemological frameworks. *Learning and Instruction*, 8(2), 97-116.
- Alonso, I. (2001). *Propuesta didáctica para el perfeccionamiento de la representación en la resolución de problemas matemáticos*. (Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas), Universidad de Santiago de Cuba, Santiago de Cuba.
- Álvarez-García, D., Núñez, J. C., Rodríguez, C., Álvarez, L., & Dobarro, A. (2011). Propiedades psicométricas del Cuestionario de Violencia Escolar - Revisado (CUVE-R). *Revista de Psicodidáctica*, 16, 59-83.
- Análisis Factorial. (2012). <http://www.uantof.cl/facultades/csbasicas/Matematicas/academicos/ema>
- Anderson, R. C. (1984). Some reflections on the acquisition of knowledge. *Educational Researcher*, 13, 5-10.
- Arbuckle, J. L. (2010). *IBM SPSS Amos 19 User's Guide* SPSS (Ed.) Retrieved from <http://www.spss.com>
- Arredondo, D., & Rucinski, T. (1996). *Epistemological Beliefs of Chilean Educators and School Reform Efforts*. Paper presented at the Ponencia presentada en el Tercer Encuentro Nacional de Enfoques Cognitivos Actuales en Educación.
- Azcarate, C., & Moreno, M. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de la ciencia*, 2, 265-280.
- Balbi, A., & Dansilio, S. (2010). Dificultades de aprendizaje del cálculo: Contribuciones al diagnóstico psicopedagógico. *Ciencias Psicológicas*, 4(1).

- Barberá, E., & Gómez, C. (1996). Las estrategias de enseñanza y evaluación en matemáticas. In C. Moreno & I. Solé (Eds.), *El asesoramiento psicopedagógico: una perspectiva profesional y constructivista* (pp. 383-404). Madrid: Alianza.
- Bazán, A., Sánchez, B., & Castañeda, S. (2007). Relación estructural entre apoyo familiar, nivel educativo de los padres, características del maestro y desempeño en lengua escrita. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 12, 701-729.
- Beavers, A., Lounsbury, J., Richards, J., Huck, S., Skolits, G., & Esquivel, S. (2013). Practical Considerations for Using Exploratory Factor Analysis in Educational Research. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 18(6).
- Belenky, M. F., Clinchy, B. M., Goldberger, N. R., & Tarule, J. M. (1986). *Woman's ways of knowing*. New York: Basic Books.
- Benavidez, V. (2010). Las evaluaciones de logros educativos y su relación con la calidad de la educación. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 53, 1-8.
- Bermejo, V., Lago, M. O., Rodríguez, P., Dopico, C., & Lozano, M. J. (2002). *PEI: Un programa de intervención para la mejora del rendimiento matemático*. Madrid: Editorial Complutense.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.
- Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3-15.
- Briell, J., Elen, J., & Clarebout, G. (2013). Seeking Convergent Evidence of Epistemological Beliefs: A Novel Survey. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 11(2), 473-500. <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40515206.pdf>
- Brousseau, G. (1983). Obstacle épistémologiques de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 68-109.
- Brown, T. (2006). Introducción al análisis factorial confirmatorio *Confirmatory Factor Analysis for Applied*.
- Buehl, M., & Alexander, P. (2001). Belief about academic knowledge. *Educational Psychology Review*, 13(4), 385-418.
- Buehl, M., & Alexander, P. (2006). Examining the dual nature of epistemological beliefs. *International Journal of Educational Research*, 45(2), 28-42.
- Buehl, M., Alexander, P., & Murphy, P. (2002). Beliefs about schooled knowledge: Domain specific or domain general. *Contemporary Educational Psychology*, 27, 415-449.
- Callejo, M., & Vila, A. (2003). *Pensar en clase de matemáticas. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Educación hoy.
- Campanario, J. M., & Otero, J. (2000). Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 18(2), 155-169.
- Cano, F. (1999). *Ideas y creencias sobre el conocimiento y el aprendizaje. Orientación e intervención psicopedagógica*. Paper presented at the III Congreso Internacional de Psicología y Educación.
- Cano, F. (2005). Epistemological beliefs and approaches to learning: their change through secondary school and their influence on academic performance. *British Journal of Educational Psychology*, 75, 203-221.
- Carrillo, B. (2009). Dificultades en el aprendizaje matemático. *Innovación y Experiencias Educativas*, (16), 1-10.
- Casas, M. (2003). Los modelos de ecuaciones estructurales y su aplicación en el Índice Europeo de Satisfacción del Cliente. Retrieved 3 de Octubre 2013, from <http://www.uv.es/asepuma/jornadas/madrid/C29C.pdf>

- Cascón, I. (2000). Análisis de las calificaciones escolares como criterio del rendimiento académico. from <http://www3.usal.es./inico/investigación/jornadas/jornada2/comunc/cl7>
- Castañeda, S., & Peñalosa, E. (2010). Validando constructos en epistemología personal. *Revista Mexicana de Psicología*, 27(1), 65-75.
- Castañeda, S., & Peñalosa, E. (2010). Validando constructos en epistemología personal. *Revista Mexicana de Psicología*, 27(1), 65-75.
- Cea, M. (2002). *Análisis Multivariable. Teoría y Práctica en la investigación social*. Madrid: Síntesis.
- Cervell, E., Iglesias, E., Moreno, P., Jiménez, R., & Del Villar, F. (2004). Aplicación de modelos de ecuaciones estructurales al estudio de la motivación de los alumnos en las clases de educación física. *Revista de Educación*(335), 371-382.
- Clandinin, D. J., & Connelly, F. M. (1987). Teachers' personal knowledge: What counts as personal in the studies of the personal. *Journal of Curriculum Studies*, 19, 487-500.
- Clinchy, B. M. (2002). Revisiting women's ways of knowing. In B. K. Hofer & P. Pintrich (Eds.), *Personal epistemology: The psychology of beliefs about knowledge and knowing* (pp. 63-87). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Coll, C., Palacios, J., & Marchesi, A. (2008). *Desarrollo Psicológico y Educación 2. Psicología de la educación escolar* (Vol. 2). España: Alianza.
- Costello, A., & Osborne, J. (2005). Best practices in exploratory factor analysis: four recommendations for getting the most from your analysis. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 10(7).
- Crespo, T. (2007). *Respuestas a 16 preguntas sobre el empleo de expertos en la investigación pedagógica*. Lima, Perú: San Marcos.
- Chan, W. (2005). Impact of Constructivist Teaching on Students' Beliefs about Teaching and Learning in Introductory Physics. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 95-109.
- Chan, W., & Elliot, R. (2002). Exploratory Study of Hong-Kong Teacher Education Student's Epistemological Beliefs: Cultural Perspectives and Implications on Beliefs Research. *Contemporary Educational Psychology*, 27, 392-414.
- Chávez, E., Castillo, M., & Gamboa, R. (2008). Creencias de los estudiantes en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación Matemática*, 3(4), 29-44.
http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno4/cuaderno4_c2.pdf
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas*. Barcelona: Horsori/ICE UB.
- Ching, C., & Swe, M. (2008). Assessing the Epistemological and Pedagogical Beliefs Among Pre-service Teachers in Singapore. In M. S. Khine (Ed.), *Knowing, Knowledge and Beliefs Epistemological Studies across Diverse Cultures* (pp. 287-299). Australia: Springer.
- Dart, B., Burnett, P. C., Purdie, N., Boulton-Lewis, G. M., Campbell, J., & Smith, D. (2000). Student's conception of learning, the classroom environment and approaches to learning. *The Journal of Educational Research*, 93(4), 262-270.
- Davis-Kean, P. E. (2005). The influence of parent education and family income on child achievement: The indirect role of parental expectations and the home environment. *Journal of Family Psychology*, 19, 294-304.
- Davis, R. (1984). *Learning Mathematics. The Cognitive Science Approach to Mathematics Education*. Australia: Croom Helm.
- De la Yera, A. (2013). *Creencias epistemológicas, Motivación hacia el Aprendizaje y Rendimiento Académico en estudiantes de Psicología*. (Trabajo de Diploma), Universidad de La Habana, La Habana.

- DeCorte, E., Greer, B., & Verschaffel, L. (1996). Mathematics teaching and learning. In D. C. Berliner & R. C. Cafee (Eds.), *Handbook of educational psychology*. New York: Macmillan.
- DeCorte, E., Op'tEynde, P., & Verschaffel, L. (2002). "Knowing what to believe": The relevance of students' mathematical beliefs for mathematics education. In B. K. Hofer & P. R. Pintrich (Eds.), *Personal epistemology: The psychology of beliefs about knowledge and knowing* (pp. 261-276). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Delgado, J. (1999). *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas*. (Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas), Universidad de La Habana, La Habana.
- Duell, O. K., & Schommer-Aikins, M. (2001). Measures of People's Beliefs About Knowledge and Learning. *Educational Psychology Review*, 13(4), 419-449. doi:1040-726X/01/1200-0419
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.
- Dweck, C. S. (1988). A social-cognitive approach to motivation and personality. *Psychology Review*, 95(256-273).
- Resolución Ministerial 120 (2009).
- Educación, M. d. (2014). Informe de Resultados de la Evaluación en Secundaria Básica de los Cursos escolares 2010-2011; 2011-2012; 2012-2013 (D. d. S. Básica, Trans.). Santa Clara: Ministerio de Educación.
- Edwards, A. R., Esmonde, I., & Wagner, J. F. (2011). *Learning Mathematics*. New York, NY: Routledge.
- Ennis, C., Cothram, D., & Loftus, S. (1997). The influence of teachers' educational beliefs on their knowledge organization. *Journal of Research and Development Education*, 30, 73-86.
- Flores, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Granada: COMARES.
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión*, 26.
- García, M., & Sebastián, C. (2011). Creencias Epistemológicas de Estudiantes de Pedagogía en Educación Parvularia, Básica y Media: ¿Diferencias en la Formación Inicial Docente? *PSYKHE*, 20, 29-43.
- Garofalo, J. (1989). Beliefs and their influence on mathematical performance. *Mathematics Teacher*, 82, 502-505.
- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*(20), 13-31.
- Gómez-Chacón, I. M. (1998). Creencias y contexto social en matemáticas. *Revista de Didáctica de las matemáticas, UNO, Monográfico El profesor de matemáticas como profesional*, 17, 83-104.
- Gómez, L. F., & Silas, J. C. (2012). Las creencias epistemológicas de alumnos y profesores de 1º de secundaria. *Diálogos sobre Educación*, 3(5), 1-14.
- González, R. (2003). Diferencias de género en el desempeño matemático en estudiantes de secundaria. <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40515206.pdf>
- Hambleton, R., Swaminathan, H., & Rogers, H. (1991). *Fundamentals of item response theory*. Newbury Park: SAGE.
- Hammer, D. (1994). Epistemological beliefs in introductory physics. *Cognition and Instruction*, 12(2), 151-183.

- Hernández- Pina, F., & Maquilón, J. (2011). Las creencias y las concepciones. Perspectivas complementarias. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 14(1), 165-175.
- Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. México DF: Mc-Graw Hill.
- Hernández, M., & Morejón, A. (2014). La motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática. from [http:// www.pedagogiaprofesional.rimed.cu/Vol3%20no4/monyka.htm](http://www.pedagogiaprofesional.rimed.cu/Vol3%20no4/monyka.htm)
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-404). Charlotte, NC: Information Age.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Hirsjärvi, S., & Perälä- Littunen, S. (2001). Parental beliefs and their role in child reading education. *European Journal of Psychology of Education*, 16(1), 87-116.
- Hofer, B. (2000). Dimensionality and disciplinary differences in personal epistemology. *Contemporary Educational Psychology*, 25, 378-405.
- Hofer, B. (2001). Personal Epistemology Research: Implications for Learning and Teaching. *Journal of Educational Psychology Review*, 13(4), 353-383.
- Hofer, B. (2004). Exploring the dimensions of personal epistemology in differing classroom contexts: Student interpretations during the first year of college. *Contemporary Educational Psychology*, 29, 129-163.
- Hofer, B. (2008). Personal Epistemology and Culture. In M. S. Khine (Ed.), *Knowing, Knowledge and Beliefs. Epistemological Studies across Diverse Cultures*. Australia: Springer.
- Hofer, B., & Pintrich, P. (1997). The Development of Epistemological Theories: Beliefs about Knowledge and Knowing and their Relation to Learning. *Review of Educational Research*, 67(1), 88-140.
- Hu, L., & Bentler, P. M. (1999). Cutoff criterion for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling*, 6(1), 1-55.
- INECSE. (2010). Evaluación de la educación secundaria obligatoria: datos básicos. In MEC (Ed.). Madrid.
- Inguanzo, G. (2010). *Creencias de los profesores de nivel de licenciatura sobre la naturaleza del conocimiento y los procesos de enseñanza y aprendizaje*. Tesis Doctoral. Universidad Iberoamericana de Puebla. Puebla.
- Jehng, J. C., Johnson, S. D., & Anderson, R. C. (1993). Schooling and students' epistemological beliefs about learning. *Contemporary Educational Psychology*, 18, 23-35.
- Jöreskog, K. G. (1973). A general method for estimating a linear structural equation system. In A. S. Goldberger & O. D. Duncan (Eds.), *Structural equation models in the social sciences* (pp. 85-112). New York: Seminar.
- Kardash, C. M., & Howell, K. L. (2000). Effects of epistemological beliefs and topic-specific beliefs on undergraduates cognitive and strategic processing of dual- positional text. *Journal of Educational Psychology*, 92, 524-535.
- Kardash, C. M., & Scholes, R. J. (1996). Effects of preexisting beliefs, epistemological beliefs, and need for cognition on interpretation of controversial issues. *Journal of Educational Psychology*, 88, 260-271.
- Khun, D. (1991). *The Skill of argument*. Cambridge: University Press.

- King, P., & Kitchener, K. (1994). *Developing reflective judgment: Understanding and promoting intellectual growth and critical thinking in adolescents and adults*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Kitchener, K., & King, P. (1981). Reflective judgment: Concepts of justification and their relationship to age and education. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 2, 89-116.
- Kloosterman, P., & Cougan, M. C. (1994). Students' beliefs about learning school mathematics. *The Elementary School Journal*, 94(4), 375-388.
- Kloosterman, P., & Stage, F. K. (1992). Measuring beliefs about mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 92(3), 109-115.
- Krech, D., Crutchfield, R. S., & Ballachey, E. L. (1962). *Individual in society*. Nueva York: Mac-Graw-Hill.
- Lapointe, A. E., Mead, N. A., & Askew, J. M. (1992). *Learning Mathematics. International Assessment of Educational Progerss (IAEP)*. Nueva Jersey: Educational Testing Service.
- Leal, F. (2011). Epistemología personal: Depende de cómo se mire. In J. Catalán (Ed.), *Psicología Educacional. Proponiendo rumbos, Problemáticas y Aportaciones* (pp. 147-185). La Serena, Chile: Editorial Universidad de La Serena.
- Levin, T., & Wadmany, R. (2006). Teachers' Beliefs and Practices in Technology-based Classrooms: A Developmental View. *Journal of Research on Technology in Education*, 39, 157-181.
- Lumpe, A., Czerniak, C., Haney, J., & Beltyukova, S. (2012). Beliefs about Teaching Science: The relationship between elementary teachers' participation in professional development and student achievement. *International Journal of Science Education*, 34(2), 153-166.
- Llinares, S. (1994). *El profesor de Matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y Desarrollo profesional*. (L. Santaló, S. Llinares & V. Sánchez Eds.). Madrid: Rialp.
- Magolda, B. (1992). *Knowing and reasoning in college: Gender related patterns in students-intellectual development*. San Francisco: Jossey Bass.
- Magolda, B. (2002). Epistemological reflection: The evolution of epistemological assumptions from age 18 to 30. In B. K. Hofer & P. R. Pintrich (Eds.), *Personal epistemology: The psychology of beliefs about knowledge and knowing* (pp. 89-102). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Maravilla-Correa, J. (2014). *La relación de las creencias epistemológicas que se presentan en la práctica con lo que realizan profesores y alumnos en el aula*. (Doctorado Interinstitucional en Educación Tesis doctoral), Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Occidente, Guadalajara, México. Retrieved from <http://quijote.biblio.iteso.mx/licencias/CC-BY-NC-2.5-MX.pdf>
- Martí, E. (1996). Psicopedagogía de las matemáticas. In J. Escoriza, R. G. Cabanach, A. Barca & J. A. G. Pienda (Eds.), *Psicología de la Instrucción* (Vol. 5: Psicopedagogías específicas: áreas curriculares y procesos de intervención, pp. 1-29). Barcelona: EUB.
- Martínez, G. (2010). Representaciones sociales que poseen estudiantes del nivel medio superior acerca del aprendizaje y enseñanza de la Matemática. from http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/Gustavo/2011_%20Martinez.pdf
- Martínez, R. (2005). *Psicometría: Teoría de los test psicológicos y educativos*. España: Síntesis, S. A.
- Marton, F. (1981). Phenomenography: describing conceptions of the world around us. *Instructional Science*, 10, 177-200.
- Marton, F., Dall'Alba, G., & Beaty, E. (1993). Conceptions of learning. *International Journal of Educational Research*, 19(3), 277-300.

- Marton, F., & Säljö, R. (1976). On qualitative differences in learning. II- Outcome as a function of the learner's conception of the task. *British Journal of Educational Psychology*, 46, 115-127.
- Marzooghi, R., Fouladchang, M., & Shemshiri, B. (2008). Gender and Grade Level Differences in Epistemological Beliefs of Iranian Undergraduate Students. *Journal of Applied Sciences*, 8(24), 4698-4701.
- Mason, L. (2003). High school students' beliefs about maths, mathematical problem solving, and their achievement in maths: A cross-sectional study. *Educational Psychology*, 23(1), 73-85.
- MEC. (2013). Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE. España: Secretaría General Técnica Subdirección General de Información y Publicaciones.
- Mendoza, Z. (2012). *Cacterización de las creencias epistemológicas sobre la matemática y el rendimiento académico en estudiantes de 8vo grado del municipio de Santa Clara*. (Trabajo de Diploma), Universidad Central de "Las Villas", Santa Clara.
- Miñano, P., & Castejón, J. L. (2011). Variables cognitivas y motivacionales en el rendimiento académico en Lengua y Matemáticas: un modelo estructural. *Revista de Psicodidáctica*, 16, 203-230.
- Montesinos, M., Galindo, F., Inglés, C., Campoy, G., & Ortiz, B. (1999). Estudio del funcionamiento diferencial de los ítems en una escala de habilidades sociales para adolescentes. *Revista Anales de Psicología*, 15(2), 331-343.
- Morales, P. (2013). El Análisis Factorial en la construcción e interpretación de test, escalas y cuestionarios.
<http://www.upcomillas.es/personal/peter/investigacion/AnalisisFactorial.pdf>
- Morell, M. (2011). *Creencias Epistemológicas, Estrategias Metacognitivas y Rendimiento Académico en estudiantes de primer año de Ingeniería*. (Tesis de Maestría), Universidad de La Habana, Ciudad de La Habana.
- Moreno, M. (2000). *El profesor universitario de matemáticas: estudio de las concepciones y creencias acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. Estudio de casos*. (Tesis de doctorado), Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona.
- Muchmore, J. (2004). *A teachers' life* San Francisco: Backlong books.
- Muis, K. R. (2004). Personal epistemology and mathematics: A critical review and synthesis of research. *Review of Educational Research*, 74(3), 317-377.
- Müller, S., Rebmann, K., & Liebsch, E. (2008). Las creencias de los formadores acerca del conocimiento y el aprendizaje: un estudio piloto. *Revista Europea de Formación Profesional*, 45, 100-119.
- Muñiz, J., Elousa, P., & Hambleton, R. (2013). Directrices para la traducción y adaptación de los test: segunda edición. *Psicothema*, 25(2), 151-157.
- Navarro, R. (2003). El rendimiento académico: Concepto, Investigación y Desarrollo. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 1(2), 2-15.
- Neveu, J. (2004). *Un reto a los recursos: análisis de un modelo integrado de desgaste profesional*. Conferencia presentada en el 8vo Congreso Nacional de Psicología Social.
- Norton, L., & Richardson, J. (2005). Teachers' beliefs and intentions concerning teaching in higher education. *Higher Education*, 50(537-571).
- Núñez, J., Vallejo, G., Rosário, P., Tuero, E., & Valle, A. (2014). Variables del estudiante, del profesor y del contexto en la predicción del rendimiento académico en Biología: análisis desde una perspectiva multinivel. *Revista de Psicodidáctica*, 19(1), 145-172. doi: 10.1387/RevPsicodidact.7127
- Nye, B., Konstantopoulos, S., & Hedges, L. (2004). How large are teacher effects? *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 26(3), 237-257.

- OCDE. (2010). Aprender para el mundo de mañana. Madrid: Santillana.
- OCDE. (2013). Resultados PISA 2012: Lo que los estudiantes saben y pueden hacer – Desempeño de los estudiantes en matemáticas, lectura y ciencias. In OCDE (Ed.), (Vol. I). España.
- Osborne, J., & Fitzpatrick, D. (2012). Replication Analysis in Exploratory factor Analysis: What it is and why it makes your analysis better. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 17(15), 1-8.
- Pajares, F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 305-332.
- Pearl, J. (2012). The Causal Foundations of Structural Equation Modeling. In R. H. Hoyle (Ed.), *Handbook of Structural Equation Modeling* (pp. 68-91). New York: Guilford Press.
- Pehkonen, E., & Törner, G. (1996). Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. *ZDM*, 96(4), 101-108.
- Peña, D. (2002). *Análisis de Datos Multivariantes*. Madrid: Mc Graw-Hill.
- Perry, W. (1968). *Patterns of development in thought and values of students in a liberal arts college: A validation of a scheme*. Cambridge: MA Harvard University.
- Perry, W. (1970). *Forms of intellectual and ethical development in the college years. A scheme*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Phan, H. (2008). Multiple regression analysis of epistemological beliefs, learning approaches, and self-regulated learning. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, N.14, 6(1), 157-184.
- PISA. (2012). Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos. Informe español (Vol. I: Resultados y contexto). Madrid: Instituto Nacional de Evaluación Educativa.
- Plant, E. A., Ericsson, K. A., Hill, L., & Asberg, K. (2005). Why study time does not predict grade point average across college students: Implications of deliberate practice for academic performance. *Contemporary Educational Psychology*, 30, 96-116.
- Platón. (1962). *Diálogos*. México: Porrúa.
- Porlán, R., Rivero, A., & Martín del Pozo, R. (1998). Conocimiento profesional y epistemología de los profesores II: Estudios empíricos y Conclusiones. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(2), 271-288.
- Pratt, D. (1998). Five Perspectives in Teaching in Adult Education. Retrieved 20 de Febrero, 2013, from http://teachingperspectives.com/html/tpi_frames.htm
- Prieto, M. (2008). Creencias de los profesores sobre evaluación y efectos incidentales. *Revista de Pedagogía*, 29(84). http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S0798-97922008000100005&script=sci_arttext
- Modificaciones en los programas de Matemática en la Educación Secundaria Básica (2012).
- Reynó de los Ríos, M. L. (2014). *Creencias Epistemológicas en estudiantes de Biología, Matemática y Psicología*. (Tesis de Diploma), Universidad de La Habana.
- Rivière, A. (1990). Problemas y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva cognitiva. In A. Marchesi, C. Coll & J. Palacios (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación. Necesidades educativas especiales y aprendizaje escolar* (Vol. III, pp. 155-182). Madrid: Alianza.
- Rodríguez, L. (2005). *Análisis de las creencias epistemológicas, concepciones y enfoques de aprendizaje de los futuros profesores*. (Tesis Doctoral), Universidad de Granada, España.
- Rokeach, M. (1968). *Beliefs, Attitudes and Values*. San Francisco: Jasssey-Bass.
- Rosário, P., Lourenço, A., Paiva, O., Núñez, J., González-Pienda, J. A., & Valle, A. (2012). Autoeficacia y utilidad percibida como condiciones necesarias para un aprendizaje académico autorregulado. *Anales de Psicología*, 28(1), 37-44.

- Rosario, P., Lourenço, A., Paiva, O., Rodríguez, A., Valle, A., & Tuero-Herrero, E. (2012). Predicción del rendimiento en matemáticas: efecto de variables personales, socioeducativas y del contexto escolar. *Psicothema*, 24(2), 289-295.
- Royer, J. M. (2003). *Mathematical Cognition: A Volume in Current Perspectives on Cognition, Learning and Instruction*. Greenwich, CT: Age Publishing.
- Ruiz, M. A. (2000). *Introducción a los modelos de ecuaciones estructurales*. Madrid, UNED.
- Ruiz, M. A., Pardo, A., & San Martín, R. (2010). Modelos de Ecuaciones Estructurales. *Papeles del Psicólogo*, 31(1), 34-45.
- Ryan, M. (1984). Monitoring text comprehension: Individual differences in epistemological standards. *Journal of Educational Psychology*, 76(2), 249-258.
- Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. *The International Journal on Mathematics Education*, 39(5-6), 523-536.
- Schank, R., & Cleary, C. (1995). *Engines for education*. Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schermelleh-Engel, K., Moosbrugger, H., & Müller, H. (2003). Evaluating the fit of structural equation models: Test of significance and descriptive goodness-of-fit measures. *Methods of Psychological Research*, 8(2), 23-74.
- Schoenfeld, A. (1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of "well-taught" mathematics courses. *Educational Psychologist*, 23(2), 145-166.
- Schoenfeld, A. (1989). Explorations of student's mathematical beliefs and behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 338-355.
- Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-Making in Mathematics* (D. A. GROUWS Ed.). New York: MacMillan.
- Schoenfeld, A. (2008). Research methods in mathematics education. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 467-519). New York: Routledge.
- Schommer-Aikins, M., Beuchat-Reichardt, M., & Hernández-Pina, F. (2012). Creencias epistemológicas y de aprendizaje en la formación inicial de profesores. *Anales de Psicología*, 28(2), 465-474. doi: 28.2.125341
- Schommer, M. (1990). Effects of beliefs about the nature of knowledge on comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 82, 498-504.
- Schommer, M. (1993). Epistemological development and academic performance among secondary students. *Journal of Educational Psychology*, 85(3), 406-411.
- Schommer, M. (1994). Synthesizing epistemological belief research: Tentative understandings and provocative confusions. *Educational Psychology Review*, 6, 293-319.
- Schommer, M. (2002). An evolving theoretical framework of epistemological beliefs system. In B. Hofer & P. Pintrich (Eds.), *Personal Epistemology: The psychology of beliefs about knowledge and knowing* (pp. 103-118). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schommer, M., Beuchat-Reichardt, M., & Hernández-Pina, F. (2012). Creencias epistemológicas y de aprendizaje en la formación inicial de profesores. *Anales de Psicología*, 28(2), 465-474.
- Schommer, M., Calvert, C., Gariglietti, G., & Bajaj, A. (1997). The development of epistemological beliefs among secondary students: A longitudinal study. *Journal of Educational Psychology*, 89(1), 37-40.
- Schommer, M., Crouse, A., & Rhoder, N. (1992). Epistemological beliefs and mathematical text comprehension: Believing it is simple does not make it so. *Journal of Educational Psychology*, 84(4), 435-443.
- Schommer, M., & Duell, O. (2013). Domain Specific and General Epistemological Beliefs. Their Effects on Mathematics. *Revista de Investigación Educativa*, 31(2), 317-330.
<http://dx.doi.org/10.6018/rie.31.2.170911>

- Schommer, M., Duell, O. K., & Hutter, R. (2005). Epistemological beliefs, mathematical problem solving beliefs, and academic performance of middle school students. *The Elementary School Journal*, 105, 289-304.
- Schraw, G., Bendixen, L. D., & Dunkle, M. (2002). Development and evaluation of the Epistemic Belief Inventory (EBI). In B. Hofer & P. Pintrich (Eds.), *Personal epistemology: The psychology of beliefs about knowledge and knowing* (pp. 261–275). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Schraw, G., & Sinatra, G. (2004). Epistemological development and its impact on cognition in academic domains. *Contemporary Educational Psychology*, 29, 95–102. doi: 10.1016/j.cedpsych.2004.01.005
- Schunk, D. H., & Ertmer, P. A. (2000). Self-regulation and academic learning, self-efficacy enhancing interventions. In M. Boekaerts, P. Pintrich & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation*. San Diego, NY: Academic Press.
- Serrano, J. M. (2008). Acerca de la naturaleza del conocimiento matemático. *Anales de Psicología*, 24(2), 169-179.
- Serrano, J. M., Pons, R. M., & Ortiz, M. E. (2011). El desarrollo del conocimiento matemático. *Psicogente*, 14(26), 269-293.
- Sheskin, D. J. (2004). *Handbook of Parametric and non Parametric Statistical Procedures* (Third Edition ed.). United States of America: CHAPMAN & HALL/CRC.
- Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. *Investigación en Educación Matemática*, XI, 19-52.
- Steiner, L. (2007). *The effects of personal and epistemological beliefs on performance in a college developmental mathematics class*. (Tesis Doctoral), Kansas State University, Manhattan.
- Stodolsky, S. S., Salk, S., & Glaessner, B. (1991). Student views about learning math and social studies. *American Educational Research Journal*, 28(1), 89-116.
- Tang, J. (2010). Exploratory and Confirmatory Factor Analysis of Epistemic Beliefs Questionnaire about Mathematics for Chinese Junior Middle School Students. *Journal of Mathematics Education*, 3(2), 89-105.
- Teo, T., & Khine, M. S. (2009). *Structural Equation Modeling in Educational Research. Concepts and Applications* (T. Teo & M. S. Khine Eds.). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan.
- Torres, A. (2008). *Modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de formación de matemáticos*. (Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas), Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Santa Clara.
- UNESCO. (2001). *Conferencia Internacional de expertos sobre la enseñanza de las Ciencias, la Tecnología y las Matemáticas en pro del desarrollo humano*. www.unesdoc.unesco.org
- Vila, A., & Callejo, M. L. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea.
- Villardón-Gallego, L., Yániz, C., Achurra, C., Iraurgi, I., & Aguilar, M. C. (2013). Learning Competence in University: Development and Structural Validation of a Scale to Measure. *Revista de Psicodidáctica*, 18(2), 357-374. doi: 10.1387/RevPsicodidact.6470
- Villoro, L. (2008). *Crear, Saber, Conocer*. México: Siglo xxi editores.
- Vizcaino, A., Cadalso, A., & Manzano, M. (2015). Adaptación de un cuestionario para evaluar las creencias epistemológicas sobre la matemática de profesores de secundaria básica. *Revista Complutense de Educación*, 26(2), 255-273.
- Vizcaino, A., & Otero, I. (2012). Creencias epistemológicas y vivencias positivas en matemáticas. *Pensando Psicología*, 8(15), 119-127.

- Vizcaino, A., Otero, I., Manzano, M., Pulido, M., Mendoza, Z., & Ramírez, M. (2014). Creencias epistemológicas sobre las matemáticas de estudiantes y profesores de la enseñanza media. In J. R. J. Salas (Ed.), *Con ojos de Sur* (Primera Edición ed., pp. 60-90). Colombia.
- Vizcaino, A., Otero, I., & Mendoza, Z. (2013). Las creencias epistemológicas como alternativa para la comprensión del aprendizaje. *Revista PSICOESPACIOS*, 7(11).
- Walker, D. (2007). *The Development and Construct Validation of the Epistemological Beliefs Survey for Mathematics*. (Doctor of Philosophy), Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma.
- White, A. L., Way, J., Perry, B., & Southwell, B. (2006). Mathematical Attitudes, Beliefs and Achievement in Primary Pre-service Mathematics Teacher Education. *Mathematics Teacher Education and Development*, 7, 33-52.
- Zimmerman, B. J., & Schunk, D. (2011). *Handbook of self-regulation of learning and performance*. London, New York: Routledge.

ANEXOS

Anexo 1

Consentimiento informado (A Directores y personal docente de Secundaria Básica).

Yo _____ he sido informado por el encuestador
_____ sobre los objetivos y particularidades de la investigación que desarrolla la Facultad de Psicología de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas. Con la misma se pretende adaptar dos cuestionarios para la evaluación de las creencias sobre la matemática de alumnos y profesores de Secundaria Básica, a su vez, la validación en el contexto cubano de estas herramientas diagnósticas, permitirá la caracterización de las particularidades del sistema de creencias sobre el origen, naturaleza y estructura del conocimiento, el aprendizaje y la enseñanza de la matemática en la enseñanza media.

He sido invitado a participar en dicha investigación para lo cual tengo conocimiento que deberé contestar una serie de cuestionarios y entrevistas, garantizándose la confidencialidad de mis respuestas. De igual manera, se me ha explicado que tengo el derecho de no continuar en la investigación si así fuese mi voluntad.

Firma del Participante

Firma del Investigador

Anexo 2

Epistemological Beliefs Survey for Mathematics (EBSM) (Walker, 2007).

I. Source of Knowledge

1. Learning math depends most on having a good teacher.
2. I learn math best when watching the teacher work example problems.
3. I learn math best by working practice problems.
4. A teacher said, "I don't really understand something until I teach it." But actually, teaching doesn't help a teacher understand the material better, it just reminds her of how much she already knows.
5. If math teachers gave really clear lectures with plenty of good example problems, I wouldn't have to practice so much on my own.
6. The quality of a math class is determined entirely by the instructor.
7. What I get from a math class depends mostly on the effort I invest.
8. Sometimes you have to accept answers from math teachers even if you don't understand them.
9. Math is something I could never learn on my own.
10. To solve math problems you have to be taught the right procedure.
11. In mathematics you can be creative and discover things on your own.

II. Certainty of Knowledge

1. Most of what is true in mathematics is already known.
2. Math is really just knowing the right formula for the problem.
3. I prefer a math teacher who shows students lots of different ways to look at the same problem.
4. Mathematics is like a game that uses numbers, symbols and formulas.
5. Mathematical theories are the product of creativity.
6. There is usually one best way to solve a math problem.
7. In math, the answers are always either right or wrong.
8. Creativity has no place in a math class.
9. All mathematics professors would probably come up with the same answers to questions in their field.
10. Truth is unchanging in mathematics.
11. Answers to questions in mathematics change as experts gather more information.

III. Structure of Knowledge

1. It is important to know why something works rather than memorize a formula
2. When learning math, I can understand the material better if I relate it to the real world.
3. When solving problems, the key is knowing the best method for each type of problem.
4. Math is mostly facts and procedures that have to be memorized.
5. I learn best when the big picture is presented before the specific steps for working a problem.
6. I like to find different ways to work problems.
7. I find it confusing when the teacher shows more than one way to work a problem.
8. If there weren't answers in the back of the book, I would have no idea whether I had worked the problem correctly or not.
9. I don't care about why something works, just show me how to work the problem.
10. It is a waste of time to work on problems that have no solution.
11. Understanding how math is used in other disciplines helps me to comprehend the concepts.
12. I often learn the most from my mistakes.

IV. Speed of Knowledge Acquisition

1. When it comes to math, most students either get it quickly or not at all.
2. It takes a lot of time to learn math.
3. If I can't solve a problem quickly I get frustrated and tend to give up.
4. When I encounter a difficult math problem, I stick with it until I solve it.
5. Given enough time, almost everyone could learn algebra if they really tried.
6. If you don't understand something presented in class, going back over it later isn't going to help.

7. If you can't solve a problem in a few minutes you're not going to solve it without help.
8. If you know what you're doing, you shouldn't have to spend more than a few minutes to complete a homework problem.
9. It is frustrating to read a problem and not know immediately how to begin to solve it.
10. In classes **I've taken**, I could have done better if I'd had more time to learn the concepts.

V. Innate Ability

Personal

1. When I'm having trouble in math class, better study habits can make a big difference.
2. I'm confident I could learn calculus if I put in enough effort.
3. When I don't understand something **I keep asking questions**.
4. Learning good study skills can improve my math ability.
5. Math is like a foreign language to me and even if I work hard I'll never really get it.
6. I knew at an early age what my math ability was.
7. If math were easy for me, then I wouldn't have to spend so much time on homework.
8. It is frustrating when I have to work hard to understand a problem.
9. I can learn new things, but I can't really change the math ability I was born with.
10. I'm just not a math person.

General

11. Better study habits are the key to success for persons who struggle in math.
12. Someone who doesn't have high natural ability is still capable of learning difficult material like calculus.
13. When you don't understand something you should keep asking questions.
14. Learning good study skills can improve a person's math ability.
15. Some people are born with great math ability and some aren't.
16. Math ability is really just something you're born with.
17. The smartest math students don't have to do many problems because they just get it.
18. It is frustrating for students to have to work hard to understand a problem.
19. You can learn new things, but you can't really change the math ability you were born with.
20. Most people know at an early age whether they are good at math or not.

VI. Real-world Applicability

1. I will rarely **use** algebra in real life.
2. Understanding mathematics is important for mathematicians, economists, and scientists but not for most people.
3. The only reason I would take a math class is because it is a requirement.
4. I would rather work on real-life problems than those in the textbook.
5. I need to learn math for my future work.
6. I can apply what I learn in mathematics to other **subjects**.
7. It is easy to see the connections between the math I learn in class and real world applications.
8. I'm rarely able to use the math I've learned in other subjects.
9. I will probably take more math than is required for my degree.
10. Mathematics **provides the foundation for most** of the principles used in science and business.
11. Mathematics helps us better understand the world we live in.

Anexo 3

Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la Matemática para alumnos de secundaria básica (versión traducida).

Fuente del conocimiento.

1. El aprendizaje de las matemáticas depende mayormente de tener un buen profesor.
2. Yo aprendo mejor matemática cuando veo a mi profesor trabajar con ejemplos de problemas.
3. Aprendo mejor matemáticas trabajando con problemas prácticos.
4. Un profesor dijo: “Realmente no entiendo algo hasta que lo enseño”. Pero en realidad, el enseñar, no ayuda al profesor a entender mejor el material, solo le recuerda cuanto lo domina.
5. Si los profesores de matemática impartieran clases llenas de buenos ejemplos de problemas matemáticos, no tendría que practicar tanto por mi cuenta.
6. La calidad de una clase de matemática es determinada completamente por el profesor.
7. El conocimiento que obtengo de una clase de matemática depende principalmente del esfuerzo que invierto.
8. A veces tienes que aceptar las respuestas de los profesores de matemáticas incluso si no las entiendes.
9. La matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo.
10. Para resolver problemas matemáticos te tienen que haber enseñado el procedimiento correcto
11. En matemática puedes ser creativo y descubrir cosas por ti mismo.

Certeza del conocimiento.

1. La mayor parte de lo que es cierto en las matemáticas es ya conocido.
2. La matemática es solo saber la fórmula correcta para resolver el problema.
3. Prefiero un maestro de matemáticas que le muestra a los estudiantes muchas vías diferentes para analizar un mismo problema.
4. La matemática es como un juego que usa números, símbolos y fórmulas.
5. Las teorías matemáticas son el producto de la creatividad.
6. Generalmente hay una vía que es la mejor para resolver un problema matemático.
7. En matemáticas las respuestas son siempre correctas o incorrectas.
8. La creatividad no tiene lugar en una clase de matemática.
9. Todos los profesores de matemáticas probablemente tendrían las mismas respuestas a las preguntas de su campo.
10. La verdad es invariable en matemática.
11. Las respuestas a las preguntas en matemática cambian a medida que los expertos reúnen más información.

Estructura del conocimiento.

1. Es más importante saber cómo funciona algo que memorizar una fórmula.
2. Puedo aprender mejor matemática, si la relaciono con el mundo real.
3. Cuando soluciono problemas, la clave es saber el mejor método para cada tipo de problema.
4. La matemática es mayormente hechos y procedimientos que tienen que ser memorizados.
5. Aprendo mejor cuando se presenta la situación problémica antes de los pasos específicos para trabajar con un problema.
6. Me gusta encontrar diferentes vías para resolver los problemas.
7. Me resulta confuso cuando el profesor muestra más de una forma de resolver un problema.
8. Si no existieran respuestas al final del libro, yo no tendría ninguna idea si he trabajado el problema correctamente o no.
9. No me interesa por qué algo funciona, simplemente muéstreme cómo trabajar el problema.

10. Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución.
11. La comprensión de cómo la matemática se usa en otras disciplinas me ayuda a **entender** los conceptos.
12. Muchas veces aprendo más de mis errores.

Velocidad de adquisición de conocimiento.

1. Cuando se trata de la matemática, la mayoría de los estudiantes o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto.
2. Toma mucho tiempo aprender matemática.
3. Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento frustrado y tiendo a darme por vencido.
4. Cuando me encuentro con un problema matemático difícil, **trabajo con él hasta que lo resuelvo.**
5. Dando tiempo suficiente casi todo el mundo puede aprender álgebra, si realmente lo han intentado
6. Si no entiendes algo que se te presentó en clase, analizarlo mas tarde, no va a ayudar.
7. Si no puedes resolver un problema en unos pocos minutos no lo vas a resolver sin ayuda.
8. Si sabes lo que estás haciendo, no deberías pasar más de unos minutos para completar un problema de tarea.
9. Es frustrante leer un problema y no saber de inmediato cómo empezar a resolverlo.
10. En las clases **que he recibido**, lo podría haber hecho mejor si hubiera tenido más tiempo para aprender los conceptos.

La habilidad innata.

Personal.

1. Cuando estoy teniendo problemas en la clase de matemática, mejores hábitos de estudio pueden hacer una gran diferencia.
2. Estoy seguro de que puedo aprender cálculo si me esfuerzo suficiente.
3. Cuando no entiendo algo, **sigo preguntando.**
4. Aprender buenos hábitos de estudio puede mejorar mi habilidad en matemáticas.
5. La matemática es como una lengua extranjera para mí, e incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé.
6. Supe desde edades tempranas cuales eran mis habilidades en las matemáticas.
7. Si las matemáticas fueran fáciles para mí, entonces no tendría que pasar tanto tiempo en la tarea.
8. Es frustrante cuando tengo que trabajar duro para entender un problema.
9. Puedo aprender cosas nuevas, pero realmente no puedo cambiar la habilidad matemática con la que nací.
10. No soy justamente una persona de matemáticas.

General.

1. Mejores hábitos de estudio son la clave del éxito para las personas que luchan con la matemática.
2. Alguien que no tiene alta capacidad natural, sigue siendo capaz de aprender un material difícil como el cálculo.
3. Cuando no entiendes algo debes seguir preguntando.
4. Aprender buenos hábitos de estudio puede mejorar la habilidad matemática de una persona.
5. Algunas personas nacen con grandes habilidades para la matemática y otros no.
6. La habilidad en Matemática es en realidad algo con lo que se nace.
7. Los alumnos más inteligentes en matemática no tienen que hacer muchos problemas porque ellos se los saben.
8. Es frustrante para los estudiantes tener que trabajar duro para entender un problema.

9. Puedes aprender cosas nuevas, pero realmente no puedes cambiar la habilidad en matemática con la que naciste.
10. La mayoría de la gente sabe a muy temprana edad si son buenos en matemáticas o no.

Aplicabilidad en el mundo real.

1. Rara vez utilizaré álgebra en la vida real.
2. Comprender la matemática es importante para los matemáticos, economistas, y los científicos, pero no para la mayoría de la gente.
3. La única razón por la que tomaría una clase de matemática es porque fuera un requisito.
4. Prefiero trabajar en los problemas reales que con los que aparecen en los libros de texto.
5. Necesito aprender matemática para mi trabajo futuro.
6. Puedo aplicar lo que aprendo en las matemáticas a otras asignaturas.
7. Es fácil ver las conexiones entre la matemática que aprendo en clase y las aplicaciones en el mundo real.
8. Raramente soy capaz de utilizar la matemática que he aprendido en otras asignaturas.
9. Probablemente tomaré más matemáticas que las que son requeridas para mi grado.
10. La Matemática es la base de la mayor parte de los principios utilizados en la ciencia y los negocios.
11. La matemática ayuda a comprender mejor el mundo en que vivimos.

Anexo 4

Encuesta a especialistas para la evaluación del cuestionario de creencias de alumnos.

Usted ha sido seleccionado (a) para formar parte de un grupo de expertos que evaluará un cuestionario orientado al estudio de las creencias sobre el origen, naturaleza y estructura del conocimiento y del aprendizaje (creencias epistemológicas) de la Matemática que se aplicará a los estudiantes de Secundaria Básica de la región central del país.

En Cuba, hasta el momento, no se cuenta con algún instrumento de evaluación que permita caracterizar las creencias de los alumnos, de ahí la importancia de la presente investigación y de su rol como especialista en este ejercicio profesional.

A través del proceso de adaptación de dicho cuestionario, se pretende brindar un instrumento válido y confiable para evaluar las creencias epistemológicas sobre la matemática de los alumnos de la enseñanza secundaria en el contexto cubano. Se agradece su cooperación.

Por favor conteste las siguientes preguntas:

Profesión: _____ Años de experiencia: _____

Ocupación: _____ Grado científico: _____

Título académico: _____ Categoría docente: _____

1. ¿Considera Ud. necesario la validación en nuestro país de un instrumento para evaluar las creencias epistemológicas sobre la matemática en alumnos de secundaria básica?

Muy necesario-----

Relativamente necesario-----

Poco necesario-----

2. Seguidamente se le presenta una escala del 1 al 10 para que evalúe el grado de conocimiento que usted posee sobre las creencias que presentan los estudiantes en relación a la naturaleza del conocimiento y del aprendizaje de la matemática en la secundaria básica.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

3. A continuación se le presenta una escala del 1 al 10 para que evalúe el grado de conocimiento que usted posee sobre la validación de cuestionarios.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4. Evalúe en una escala del 1 al 5 ¿En qué medida los ítems que pertenecen a cada una de las variables e indicadores evalúan realmente el constructo para el cual fueron concebidos?

El valor de la escala es el siguiente:

1 en nada. 2 en una mínima parte. 3 en parte. 4 en parte considerable. 5 completamente.

Dimensiones	Indicadores	Ítems	1	2	3	4	5
Fuente del conocimiento	Figura de la autoridad	1, 17, 22, 41, 47, 52					
	Conocimiento producido por sí mismo	11, 34, 58					
Certeza del conocimiento	Conocimiento absoluto	4, 9, 20, 31, 38, 45, 50, 56					
	Conocimiento tentativo	15, 25, 60					
Estructura del conocimiento	Conocimiento simple y aislado	13, 18, 36, 43, 49, 54					
	Conocimiento complejo y estructurado	2, 24, 29, 59, 62					
Velocidad en la adquisición del	Aprendizaje rápido	3, 14, 30, 37, 44					
	Aprendizaje lento y	8, 19, 55					

aprendizaje	sistemático						
Determinantes del aprendizaje	Aprendizaje innato	23, 26, 28, 32, 35, 39, 42, 48, 53					
	Aprendizaje adquirido	5, 7, 12					
Aplicabilidad de las matemáticas al mundo real	Aplicable	21, 27, 33, 40, 57, 61					
	No aplicable	6, 10, 16, 46, 51					

5. ¿Considera necesario modificar algunas de los términos o palabras empleados en los ítems por no ser conocidos o apropiados a nuestro medio?

No _____

Sí _____

En caso afirmativo señale:

Ítems _____

Palabra (s) a modificar _____

Ítems _____

Palabra(s) a modificar _____

Ítems _____

Palabra (s) a modificar _____

Ítems _____

Palabra (s) a modificar _____

6. ¿Considera Ud. que sería necesario modificar, incorporar o eliminar otros ítems, otros indicadores u otras dimensiones para evaluar las creencias epistemológicas sobre el conocimiento, el aprendizaje y la enseñanza?

Sí _____

No _____

Justifique sus propuestas.

Propuesta de dimensiones a modificar: _____

Propuesta de dimensiones a eliminar: _____

Propuesta de dimensiones a incorporar: _____

Propuesta de indicadores a modificar: _____

Propuesta de indicadores a eliminar: _____

Propuesta de indicadores a incorporar: _____

Propuesta de ítems a modificar: _____

Propuesta de ítems a eliminar: _____

Propuesta de ítems a incorporar: _____

6. ¿Algún(os) señalamiento(os) o alguna(s) recomendación(es) que quisiera agregar?

Sí _____ No _____

Señalamientos: _____

Recomendaciones: _____

Muchas gracias

Anexo 5

Entrevista Semiestructurada a los especialistas.

Los indicadores fueron tomados según los criterios de Crespo (2007)

Indicadores:

- Relevancia: cualidad o condición de relevancia, importancia y significación en la esfera donde se investiga, novedad teórico y práctico que representa la futura aplicación del resultado que se valora.
- Viabilidad: está relacionado con la aplicabilidad, pero se precisa más porque depende de si por circunstancias presentes, tiene probabilidad o no de poderse aplicar, así puede ser que una metodología sea aplicable y con ella obtener resultados muy satisfactorios, pero en condiciones actuales o por cuestiones económicas no sea viable su aplicación.
- Aplicabilidad: si los resultados pueden ser satisfactorios, si el cuestionario es aplicable tal y como quedó conformado en la adaptación o debe aplicarse parcialmente o continuar realizándole modificaciones.

Anexo 6

Encuesta para realizar el pilotaje.

Estimado Estudiante/Profesor:

Usted ha sido seleccionado (a) para formar parte de un grupo de alumnos/profesores que evaluará un cuestionario orientado al estudio de las ideas sobre el origen, naturaleza y estructura del conocimiento y del aprendizaje de la Matemática en la secundaria básica. Hasta el momento, en nuestro país no existe algún instrumento para diagnosticar el pensamiento de los estudiantes/docentes acerca de la Matemática, por lo que es muy importante contar con sus criterios para mejorar la calidad del proceso enseñanza-aprendizaje de esta asignatura.

A continuación se presentan 4 preguntas que debe responder a partir de la lectura y comprensión que realiza del cuestionario, sus respuestas permitirán un mejor acercamiento al vocabulario de los adolescentes/profesores de secundaria básica. Es muy importante que lea bien y proponga palabras o expresiones que tengan más relación con Ud.

Muchas gracias por su cooperación.

1. ¿Consideras que existen preguntas que contienen palabras de difícil comprensión, que tienden a confundir o que simplemente no entiendes nada?

Si _____ No _____

En caso de que la respuesta haya sido si:

a) Diga el número de la o las preguntas _____

2. ¿Cuál o cuáles de las preguntas seleccionadas contienen palabras, o expresiones que no entiendes?

No. de la pregunta _____

Palabra o expresión que no entiendes _____

No de la pregunta _____

Palabra o expresión que no entiendes _____

No de la pregunta _____

Palabra o expresión que no entiendes _____

No de la pregunta _____

Palabra o expresión que no entiendes _____

3. Sugerencias para modificar palabras.

No. de la pregunta _____

Propuesta de modificación que harías _____

No. de la pregunta _____

Propuesta de modificación que harías _____

No. de la pregunta _____

Propuesta de modificación que harías _____

No. de la pregunta _____

Propuesta de modificación que harías _____

4. Si tienes duda en alguna pregunta que no sea comprensible, aclara tus dudas con quien esté aplicando el cuestionario y proponga una vez aclarado, como la escribirías.

No de la pregunta _____

Propuesta de modificación que harías _____

No de la pregunta _____

Propuesta de modificación que harías _____

No de la pregunta _____

Propuesta de modificación que harías _____

No de la pregunta _____

Propuesta de modificación que harías _____

Anexo 7

Propuestas de modificaciones realizadas por los especialistas para la adaptación cubana del Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la Matemática para alumnos de secundaria básica.

Fuente del conocimiento.

1. El aprendizaje de la **Matemática** (colocar mayúsculas) depende mayormente de tener un buen profesor.
2. Yo aprendo mejor Matemática cuando veo a mi profesor trabajar con ejemplos de problemas. **(Se propone eliminar este ítem a partir del índice de correlación obtenido con respecto al resto de los ítems de la dimensión).**
3. Aprendo mejor Matemática trabajando con problemas prácticos.
4. Un profesor dijo: “Realmente no entiendo algo hasta que lo enseño”. Pero en realidad, el enseñar con el material, no ayuda al profesor a entenderlo. **Modificar o eliminar por su complejidad para ser comprendido por los alumnos**, lo cual se corroboró en su aplicación en el estudio piloto. Se generó gran confusión en los estudiantes a la hora de responder el ítem, más del 80 % expresó no comprenderlo. En las correlaciones identificadas inter-ítems, el 17 sólo alcanzó esta correlación con uno de los ítems de la subdimensión a la cual pertenece, el 41. El criterio de los especialistas, los resultados del pilotaje, la aplicación a la muestra seleccionada así como los resultados estadísticos (bajas correlaciones) condujeron a su eliminación.
5. Si los profesores de Matemática impartieran clases llenas de buenos ejemplos de problemas matemáticos, no tendría que practicar tanto. **Se propuso modificar por** *“Si los profesores de Matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta”* tomando en cuenta las consideraciones de Hernández-Sampieri et al. (2006) sobre las preguntas o ítems que nieguen el tema que se aborda, desde este ángulo es mejor redactarlas en sentido positivo.
6. **La calidad de una clase de Matemática se determina completamente por el profesor. (Se propone eliminar este ítem a partir del índice de correlación obtenido con respecto al resto de los ítems de la dimensión).**
7. El conocimiento que obtengo de una clase de Matemática depende principalmente de mi esfuerzo.
8. A veces uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de Matemática incluso si no las entiendes.
9. La Matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo.
10. Te tienen que enseñar el procedimiento correcto para resolver problemas matemáticos.
11. En Matemática puedes ser creativo y descubrir cosas por ti mismo.

Certeza del conocimiento.

1. La mayor parte de lo que es cierto en las Matemáticas es ya conocido. **Se propone cambiar por** Lo que es cierto en Matemáticas es ya conocido. **La propuesta se realiza atendiendo a la confusión que generó en los sujetos que participaron en el pilotaje la primera parte del ítem: “la mayor parte de lo que es cierto...” se propone “Lo que es cierto...” para hacer alusión a la dimensión “certeza del conocimiento”, solo que se enfoca a toda la matemática y no a la mayor parte.**
2. La Matemática es solo saber la fórmula correcta para resolver el problema.
3. Prefiero un maestro de matemáticas que le muestra a los estudiantes montones de formas diferentes para resolver un mismo problema. **Se modificó por** *“Prefiero a un maestro de Matemática que le muestre a los estudiantes vías diferentes para analizar un mismo problema”*, atendiendo al criterio de los especialistas en Lengua Española, quienes consideraron que la frase “...muchas vías diferentes...” puede ser redundante.
4. La Matemática es como un juego que usa números, símbolos y fórmulas.

5. Las teorías matemáticas son el producto de la creatividad.
6. Generalmente hay una vía que es la mejor para resolver un problema matemático.
7. En Matemáticas las respuestas son siempre correctas o incorrectas.
8. La creatividad no tiene lugar en una clase de matemática.
9. Todos los profesores de Matemática deberían tener las mismas respuestas a las preguntas de su campo.
10. La verdad es invariable en Matemática.
11. Las respuestas a las preguntas sobre la Matemática cambian a medida que los expertos reúnen más información.

Estructura del conocimiento.

1. Es más importante saber cómo funciona algo que memorizar una fórmula.
2. Puedo aprender mejor la Matemática, si la relaciono con el mundo real.
3. Cuando aprendo Matemática, la clave es saber el mejor método para cada tipo de problema. **Se propone cambiar** “... la clave...” por “... lo esencial...” a partir de la propuesta de modificación.
4. La Matemática es mayormente hechos y procedimientos que deben ser memorizados.
5. Aprendo mejor cuando se presenta la situación problémica antes de los pasos específicos para trabajar con un problema.
6. Me gusta encontrar diferentes maneras de resolver los problemas.
7. Me resulta confuso cuando el profesor muestra más de una forma de resolver un problema.
8. Si no hubieran respuestas al final del libro, yo no tendría ninguna idea si había resuelto el problema correctamente o no.
9. No me interesa por qué algo funciona, sino cómo funciona el problema.
10. Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución.
11. La comprensión de cómo la matemática se usa en otras disciplinas me ayuda a comprender los conceptos. **Se propone modificar por** “La comprensión del uso de la Matemática en otras asignaturas me ayuda a entender mejor los conceptos” para evitar el uso reiterado del término comprensión.
12. Muchas veces aprendo más de mis errores.

Velocidad de adquisición de conocimiento.

1. Cuando se trata de la matemática, la mayoría de los estudiantes o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto. **Se propone modificar por** “Cuando se trata de la Matemática, los estudiantes aprenden rápidamente o no aprenden en lo absoluto”. Se tuvo en cuenta una redacción más clara, precisa, breve y comprensible para los alumnos de la muestra.
2. Se necesita mucho tiempo para aprender Matemática.
3. Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento frustrado y tiendo a darme por vencido.
4. Cuando me encuentro con un problema matemático difícil, me quedo con él hasta que lo resuelvo.
5. Dando tiempo suficiente casi todo el mundo puede aprender álgebra. **Se propone eliminar este ítem a partir del índice de correlación obtenido con respecto al resto de los ítems de la dimensión.**
6. Si no entiendes algo en la clase, volver sobre tus pasos no va a ayudar.
7. Si no puedes resolver un problema en unos pocos minutos no lo vas a resolver sin ayuda.
8. Si sabes lo que estás haciendo, no debería pasar más de unos minutos para completar una tarea.
9. Es frustrante leer un problema y no saber de inmediato cómo empezar a resolverlo. **Se propone eliminar este ítem a partir del índice de correlación obtenido con respecto al resto de los ítems de la dimensión.**

10. En las clases que he recibido, lo podría haber hecho mejor si hubiera tenido más tiempo para aprender los conceptos.

La capacidad innata. **(Se propone modificar por Determinantes del aprendizaje)**

Personal.

1. Cuando estoy teniendo problemas en la clase de matemática, mejores hábitos de estudio pueden hacer una gran diferencia.
2. Estoy seguro de que puedo aprender cálculo si me esfuerzo suficiente.
3. Cuando no entiendo algo, sigo preguntando. **Se propone modificar por** “Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando”
4. Aprender buenos hábitos de estudio puede mejorar mi habilidad en matemáticas.
5. La Matemática es como una lengua extranjera para mí, e incluso si trabajo duro, nunca realmente la entendería.
6. Sabía desde edades tempranas cuales eran mis habilidades en la Matemática.
7. Si las matemáticas fueran fáciles para mí, entonces no tendría que pasar tanto tiempo en la tarea.
8. Es frustrante cuando tengo que trabajar duro para entender un problema. **Se propone modificar “... tengo...” por “...hay...” Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema.**
9. Puedo aprender cosas nuevas, pero realmente no puedo cambiar la habilidad matemática con la que nací. **Se propone modificar Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos. Se reelaboran los ítems de ambas dimensiones.**
10. No soy justamente una persona de matemáticas.

General.

1. Mejores hábitos de estudio son la clave del éxito para las personas que estudian matemática. **Se propone modificar los ítems 1 de la dimensión determinante innato personal y general,** la propuesta es concebir ítems que integren la perspectiva de lo personal y general para evitar confusiones a los alumnos y hacer menos extenso el cuestionario, el ítem quedaría Mejores hábitos de estudio son la clave del éxito para aprender Matemática.
2. Alguien que no tiene alta capacidad natural, sigue siendo capaz de aprender un material difícil, como el cálculo.
3. Cuando no entiendes algo debes seguir preguntando. **Se propone Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando.** Se reelaboran los ítems de ambas dimensiones.
4. Aprender buenos hábitos de estudio puede mejorar la capacidad de una persona en matemática. **Se propone eliminar por ser parecido al 1 que ya se había decidido reelaborar.**
5. Algunas personas nacen con grandes habilidades para la Matemática y otros no.
6. La habilidad en Matemática es en realidad algo con lo que se nace.
7. Los alumnos más inteligentes en Matemática no tienen que hacer muchos problemas porque ellos se los saben.
8. Es frustrante para los estudiantes tener que trabajar duro para entender un problema. **Se propone concebirlo como uno solo, el 8 de la dimensión personal por significar lo mismo.**
9. Puedes aprender cosas nuevas, pero realmente no puedes cambiar la habilidad en matemática con la que naciste. **Se propone reelaborar los ítems de ambas dimensiones, quedando Podemos aprender cosas nuevas...**
10. La mayoría de la gente sabe a muy temprana edad si son buenos en matemáticas o no. **Se propone modificar por Casi todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en Matemática o no. Se reelaboran los ítems de ambas dimensiones.**

Aplicabilidad en el mundo real.

1. Rara vez utilizaría álgebra en la vida real. **Se propone modificar álgebra por Matemática, a partir de la propuesta que hacen los sujetos de la investigación.**
2. Comprender la Matemática es importante para los matemáticos, economistas, y los científicos, pero no para la mayoría de la gente.
3. La única razón por la que iría a una clase de matemática se debe a que es un requisito. **Se propone cambiar "...requisito..." por "...obligatorio..."**
4. Prefiero trabajar en los problemas reales que con los que aparecen en los libros de texto.
5. Tengo que aprender Matemática para mi trabajo futuro.
6. Puedo aplicar lo que aprendo en la matemática a otras asignaturas.
7. Es fácil ver las conexiones entre la matemática que aprendo en clase y las aplicaciones en el mundo real.
8. Rara vez puedo utilizar la matemática que he aprendido en otras asignaturas.
9. Probablemente tomaré más matemáticas que las que son requeridas para mi grado. **Se propone modificar por "Recibo más Matemática que la que es necesaria para mi grado",** buscando claridad y precisión en la redacción del ítem.
10. La Matemática es la base de la mayor parte de los principios utilizados en la ciencia y los negocios.
11. La Matemática ayuda a comprender mejor el mundo en que vivimos.

Anexo 8

Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la Matemática para alumnos de secundaria básica (versión adaptada).

Datos generales

Edad:..... Sexo:.....

Escuela:.....

Grupo:..... No.....

INSTRUCCIONES PARA RESPONDER EL CUESTIONARIO:

Las siguientes preguntas no tienen respuestas correctas o incorrectas. Lo que interesa es conocer lo que Ud. piensa realmente sobre la Matemática. Para cada enunciado marque en la hoja de respuesta su grado de acuerdo o desacuerdo según la escala que se le ofrece.

Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Medianamente en desacuerdo	Neutral	Medianamente de acuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
1	2	3	4	5	6	7

Nº	Enunciado	Respuesta
1	El aprendizaje de la Matemática depende mayormente de tener un buen profesor	1 2 3 4 5 6 7
2	Es más importante saber cómo funciona el razonamiento matemático que memorizar una fórmula	1 2 3 4 5 6 7
3	Cuando se trata de la matemática, los estudiantes aprenden rápidamente o no aprenden en lo absoluto	1 2 3 4 5 6 7
4	La mayor parte de lo que es cierto en la Matemática ya se conoce	1 2 3 4 5 6 7
5	Estudiar sistemáticamente es la clave del éxito para aprender Matemática	1 2 3 4 5 6 7
6	Pocas veces utilizaría la Matemática en la vida real	1 2 3 4 5 6 7
7	Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no tengamos la capacidad natural, podremos aprender Matemática	1 2 3 4 5 6 7
8	Se necesita mucho tiempo para aprender Matemática	1 2 3 4 5 6 7
9	La Matemática es solo saber la fórmula correcta para resolver el problema	1 2 3 4 5 6 7
10	Conocer la matemática no es importante para la mayoría de las personas pero sí para los matemáticos, economistas y los científicos	1 2 3 4 5 6 7
11	Aprendo mejor Matemática trabajando con problemas prácticos	1 2 3 4 5 6 7
12	Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando	1 2 3 4 5 6 7
13	Cuando aprendo Matemática, lo más importante es saber el mejor método para cada tipo de problema	1 2 3 4 5 6 7
14	Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y tiendo a darme por vencido	1 2 3 4 5 6 7
15	Prefiero a un maestro de Matemática que le muestre a los estudiantes vías diferentes para analizar un mismo problema	1 2 3 4 5 6 7
16	La única razón por la que iría a una clase de Matemática se debe a que es obligatorio	1 2 3 4 5 6 7
17	Un profesor dijo: "Realmente no entiendo algo hasta que lo enseño". Pero en realidad, el enseñar, solo le recuerda al profesor cuanto conoce de lo que imparte	1 2 3 4 5 6 7
18	La Matemática es mayormente hechos y procedimientos que deben ser memorizados	1 2 3 4 5 6 7
19	Cuando me encuentro con un problema matemático difícil, trabajo con él hasta que lo resuelvo	1 2 3 4 5 6 7
20	La Matemática es como un juego que usa números, símbolos y fórmulas	1 2 3 4 5 6 7
21	Prefiero trabajar en los problemas reales que con los que aparecen en los libros de texto	1 2 3 4 5 6 7
22	Si los profesores de matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta	1 2 3 4 5 6 7
23	La Matemática es como un idioma extranjero para mí, e incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé	1 2 3 4 5 6 7
24	Aprendo mejor cuando se presenta el problema a resolver antes de los pasos específicos para su solución	1 2 3 4 5 6 7
25	Las teorías matemáticas son el producto de la inteligencia y la imaginación	1 2 3 4 5 6 7
26	Algunas personas nacen con grandes habilidades para la Matemática y otros no	1 2 3 4 5 6 7

27	Tengo que aprender Matemática para mi trabajo futuro	1	2	3	4	5	6	7
28	Casi todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en Matemática o no	1	2	3	4	5	6	7
29	Me gusta encontrar diferentes maneras de resolver los problemas	1	2	3	4	5	6	7
30	Si no entiendes algo que se te presentó en clase, analizarlo más tarde, no va a ayudar	1	2	3	4	5	6	7
31	Generalmente hay una vía que es la mejor para resolver un problema matemático	1	2	3	4	5	6	7
32	La habilidad en Matemática es en realidad algo con lo que se nace	1	2	3	4	5	6	7
33	Puedo aplicar lo que aprendo en la Matemática a otras asignaturas	1	2	3	4	5	6	7
34	El conocimiento que obtengo de una clase de Matemática depende principalmente de mi esfuerzo	1	2	3	4	5	6	7
35	Si la Matemática fuera fácil para mí, entonces no tendría que pasar tanto tiempo en la tarea	1	2	3	4	5	6	7
36	Me siento confundido cuando el profesor muestra más de una forma de resolver un problema	1	2	3	4	5	6	7
37	Si no puedes resolver un problema en unos pocos minutos no lo vas a resolver sin ayuda	1	2	3	4	5	6	7
38	En Matemática las respuestas son siempre correctas o incorrectas	1	2	3	4	5	6	7
39	Los alumnos más inteligentes en Matemática no tienen que hacer muchos problemas porque ellos se los saben	1	2	3	4	5	6	7
40	Es fácil ver las relaciones entre la Matemática que aprendo en clase y su utilidad en la vida real	1	2	3	4	5	6	7
41	A veces uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de Matemática incluso si no las entiendes	1	2	3	4	5	6	7
42	Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema	1	2	3	4	5	6	7
43	Si no existieran respuestas al final del libro, yo no tendría ninguna idea si he trabajado el problema correctamente o no	1	2	3	4	5	6	7
44	Si sabes lo que estás haciendo, no debería pasar más de unos minutos para completar una tarea	1	2	3	4	5	6	7
45	La creatividad no tiene lugar en una clase de matemática	1	2	3	4	5	6	7
46	Pocas veces puedo utilizar la Matemática que he aprendido, en otras asignaturas	1	2	3	4	5	6	7
47	La matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo	1	2	3	4	5	6	7
48	Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos	1	2	3	4	5	6	7
49	No me interesa por qué algo funciona, sino cómo resolver el problema	1	2	3	4	5	6	7
50	Todos los profesores de Matemática deberían tener las mismas respuestas a las preguntas de su ciencia	1	2	3	4	5	6	7
51	Recibo más matemática que la que es necesaria para mi grado	1	2	3	4	5	6	7
52	Te tienen que enseñar el procedimiento correcto para resolver problemas matemáticos	1	2	3	4	5	6	7
53	No soy justamente una persona de Matemáticas	1	2	3	4	5	6	7
54	Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución	1	2	3	4	5	6	7
55	En las clases que he recibido, lo podría haber hecho mejor si hubiera tenido más tiempo para aprender los conceptos	1	2	3	4	5	6	7
56	La verdad es invariable en Matemática	1	2	3	4	5	6	7
57	La Matemática es la base de la mayor parte de los principios utilizados en la ciencia y los negocios	1	2	3	4	5	6	7
58	En Matemática puedes ser creativo y descubrir cosas por ti mismo	1	2	3	4	5	6	7
59	La comprensión del uso de la Matemática en otras asignaturas me ayuda a entender mejor los conceptos	1	2	3	4	5	6	7
60	Las respuestas a las preguntas en Matemática cambian a medida que los científicos reúnen más información	1	2	3	4	5	6	7
61	La matemática ayuda a comprender mejor el mundo en que vivimos	1	2	3	4	5	6	7
62	Muchas veces aprendo más de mis errores	1	2	3	4	5	6	7

Muchas gracias.

Anexo 9

Matriz del Cuestionario de Creencias epistemológicas sobre la Matemática para alumnos de Secundaria Básica (versión adaptada).

DIMENSIONES	SUBDIMENSIONES	ITEMS
Fuente del conocimiento	Figura de la autoridad	1-El aprendizaje de la Matemática depende mayormente de tener un buen profesor. 17-Un profesor dijo: “Realmente no entiendo algo hasta que lo enseñó”. Pero en realidad, el enseñar, solo le recuerda al profesor cuanto conoce de lo que imparte. 22-Si los profesores de Matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta. 41-A veces uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de Matemática incluso si no las entiendes. 47- La Matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo. 52-Te tienen que enseñar el procedimiento correcto para resolver problemas matemáticos.
	Conocimiento producido por sí mismo	11-Aprendo mejor Matemática trabajando con problemas prácticos. 34-El conocimiento que obtengo de una clase de Matemática depende principalmente de mi esfuerzo. 58-En Matemática puedes ser creativo y descubrir cosas por ti mismo.
Certeza del conocimiento	Conocimiento absoluto	4-La mayor parte de lo que es cierto en la Matemática ya se conoce. 9- La Matemática es solo saber la fórmula correcta para resolver el problema. 20-La Matemática es como un juego que usa números, símbolos y fórmulas. 31-Generalmente hay una vía que es la mejor para resolver un problema matemático. 38-En Matemáticas las respuestas son siempre correctas o incorrectas. 45-La creatividad no tiene lugar en una clase de Matemática. 50-Todos los profesores de Matemática deberían tener las mismas respuestas a las preguntas de su ciencia. 56-La verdad es invariable en Matemática.
	Conocimiento tentativo	15-Prefiero a un maestro de Matemática que le muestre a los estudiantes vías diferentes para analizar un mismo problema. 25-Las teorías matemáticas son el producto de la inteligencia y la imaginación. 60-Las respuestas a las preguntas en Matemática cambian a medida que los científicos reúnen más información.
Estructura del conocimiento	Conocimiento simple y aislado	13-Cuando aprendo Matemática, lo más importante es saber el mejor método para cada tipo de problema. 18-La Matemática es mayormente hechos y procedimientos que deben ser memorizados. 36-Me siento confundido cuando el profesor muestra más de una forma de resolver un problema. 43-Si no existieran respuestas al final del libro, yo no tendría ninguna idea si he trabajado el problema correctamente o no. 49-No me interesa por qué algo funciona, sino cómo resolver el problema. 54-Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución.
	Conocimiento complejo y estructurado	2-Es más importante saber cómo funciona el razonamiento matemático que memorizar una fórmula. 24-Aprendo mejor cuando se presenta el problema a resolver antes de los pasos específicos para su solución. 29-Me gusta encontrar diferentes maneras de resolver los problemas. 59- La comprensión del uso de la Matemática en otras asignaturas me ayuda a entender mejor los conceptos. 62-Muchas veces aprendo más de mis errores.
	Aprendizaje rápido	3- Cuando se trata de la matemática, los estudiantes aprenden rápidamente o no aprenden en lo absoluto. 14-Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y

Velocidad en la adquisición del aprendizaje		tiendo a darme por vencido. 30-Si no entiendes algo que se te presentó en clase, analizarlo más tarde, no va a ayudar. 37-Si no puedes resolver un problema en unos pocos minutos no lo vas a resolver sin ayuda. 44-Si sabes lo que estás haciendo, no debería pasar más de unos minutos para completar una tarea.
	Aprendizaje lento y sistemático	8- Se necesita mucho tiempo para aprender Matemática. 19-Cuando me encuentro con un problema matemático difícil, trabajo con él hasta que lo resuelvo. 55-En las clases que he recibido, lo podría haber hecho mejor si hubiera tenido más tiempo para aprender los conceptos.
Determinantes del aprendizaje	Aprendizaje innato	23-La Matemática es como un idioma extranjero para mí, e incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé. 26-Algunas personas nacen con grandes habilidades para la Matemática y otros no. 28-Casi todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en Matemática o no. 32-La habilidad en Matemática es en realidad algo con lo que se nace. 35-Si la Matemática fuera fácil para mí, entonces no tendría que pasar tanto tiempo en la tarea. 39-Los alumnos más inteligentes en Matemática no tienen que hacer muchos problemas porque ellos se los saben. 42-Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema. 48-Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos. 53-No soy justamente una persona de Matemáticas.
	Aprendizaje adquirido	5-Estudiar sistemáticamente es la clave del éxito para aprender Matemática. 7-Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no tengamos la capacidad natural, podremos aprender Matemática. 12-Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando.
Aplicabilidad de la Matemática al mundo real.	No aplicable	6-Pocas veces utilizaría la Matemática en la vida real. 10-Conocer la Matemática no es importante para la mayoría de las personas pero sí para los matemáticos, economistas y los científicos. 16- La única razón por la que iría a una clase de Matemática se debe a que es obligatorio. 46-Pocas veces puedo utilizar la Matemática que he aprendido, en otras asignaturas. 51- Recibo más matemática que la que es necesaria para mi grado
	Aplicable	21-Prefiero trabajar en los problemas reales que con los que aparecen en los libros de texto. 27-Tengo que aprender Matemática para mi trabajo futuro. 33-Puedo aplicar lo que aprendo en la Matemática a otras asignaturas. 40-Es fácil ver las relaciones entre la Matemática que aprendo en clase y su utilidad en la vida real. 57-La Matemática es la base de la mayor parte de los principios utilizados en la ciencia y los negocios. 61-La Matemática ayuda a comprender mejor el mundo en que vivimos.

Anexo 10

Encuesta a especialistas para la evaluación del cuestionario de creencias de profesores.

Las creencias epistemológicas de los profesores son el conjunto de ideas personales, dinámicas y complejas de verificar que pueden tener acerca de la enseñanza, el aprendizaje y la naturaleza del conocimiento. En Cuba, hasta el momento, no existe un instrumento que permita caracterizar las creencias de los profesores sobre la matemática, de ahí la importancia de la presente investigación y de su rol como especialista en este ejercicio profesional.

A través del proceso de validación se pretende brindar un instrumento válido y confiable para medir las creencias epistemológicas sobre las matemáticas de los docentes en el contexto cubano, en aras de identificarlas y proponer alternativas que promuevan el cambio en aquellas que perturban la calidad de dichas prácticas educativas. Agradecemos su cooperación. Por favor conteste las siguientes preguntas:

Profesión: _____

Años de experiencia: _____

Ocupación: _____ Grado científico: _____

Título académico: _____ Categoría docente: _____

1. ¿Considera Ud. necesario la validación en nuestro país de un instrumento para evaluar las creencias epistemológicas sobre las matemáticas de profesores de secundaria básica?

Muy necesario----- Relativamente necesario----- Poco necesario-----

2. Seguidamente se le presenta una escala del 1 al 10 para que evalúe el grado de conocimiento que usted posee sobre las creencias que presentan los profesores con relación a la naturaleza del conocimiento, del proceso de enseñanza y del aprendizaje de la matemática en la secundaria básica.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

3. A continuación se le presenta una escala del 1 al 10 para que evalúe el grado de conocimiento que usted posee sobre la construcción y la validación de cuestionarios.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

4. Evalúe en una escala del 1 al 5 ¿En qué medida los ítems que pertenecen a cada una de las variables e indicadores evalúan realmente el constructo para el cual fueron concebidos?

El valor de la escala es el siguiente: 1 en nada. 2 en una mínima parte. 3 en parte. 4 en parte considerable.

5 completamente

Creencias sobre el conocimiento	Variables		Indicadores	1	2	3	4	5
	Estructura	Aislado-Integrado	Aislado (ítem 29)					
			Integrado (ítems 33,20)					
	Estabilidad	Cierto-Tentativo	Cierto (ítem16)					
			Tentativo (ítems 39)					
		Estático-Dinámico	Estático (ítem15)					
			Dinámico(ítem 2)					
	Fuente	Autoridad- no autoridad	Autoridad (ítems 46,38,22)					
			No autoridad (ítem 49)					
		No cuestionable-Cuestionable	No cuestionable (ítem 24)					
			Cuestionable(ítem 7)					
	Utilidad (Visión actual-futura)	Transferible y aplicable	Transferible y aplicable (ítem 12)					
		No transferible, no aplicable	No transferible y no aplicable (ítems 35,28)					
	Naturaleza	Abstracta-concreta	Abstracta (ítem 21)					
			Concreta(ítem 9)					

		Fundamento científico–sentido común	Fundamento científico (ítems 43,13)						
			Sentido común (ítems 8, 4)						
Creencias sobre el aprendizaje	Variables		Indicadores	1	2	3	4	5	
	Habilidad para aprender	Esfuerzo – Aprendida	Esfuerzo- no habilidad innata (ítems 48,11)						
		Sin esfuerzo Habilidad innata	Sin esfuerzo -Habilidad innata (ítems 10,45)						
	Velocidad con la que ocurre	Rápida-gradual	Rápida (ítem 18)						
			Gradual (ítem 41,3)						
	Estilos de procesamiento	Convergente-Divergente	Convergente(ítem 31)						
			Divergente(ítem 19)						
	Evaluación del aprendizaje	Criterio-Norma	Criterio (ítem 42)						
			Norma (ítems 1,27)						
		Evaluación-Calificación	Evaluación (ítem 47)						
			Calificación (ítem 50)						
Creencias sobre la enseñanza	Variables		Indicadores	1	2	3	4	5	
	Planificación de la clase.	Planeo-no planeo	Planeo (ítem 25)						
			No Planeo (ítem 32)						
		Claridad en los objetivos como lo más importante de la planeación-Claridad en los objetivos como uno de los aspectos de la planeación.	Claridad en objetivos como lo más importante en la planeación (ítem 23)						
			Claridad en los objetivos como uno de los aspectos de la planeación pero que existen otros que influyen en la enseñanza (ítem 37)						
	Actividades en Clase	Trabajo individual- trabajo en equipo	Trabajo individual (ítem 30)						
			Trabajo en equipo(ítem 17)						
		Retroalimenta- no retroalimenta	Retroalimenta (ítem 5)						
			No retroalimenta (ítem 34)						
		Proporciona instrucciones - favorece la construcción por parte del alumno)	Proporciona instrucciones (ítem14)						
			Favorece la construcción por parte del alumno (ítem 26).						
		(Docencia expositiva - docencia participativa)	Docencia expositiva (ítem 44)						
			Docencia participativa(ítem 36)						
	Autopercepción de habilidades	Necesita actualización -no	Necesita actualización (ítem 6)						

	para enseñar	necesita actualización	No necesita actualización (ítem 40)						
--	--------------	---------------------------	--	--	--	--	--	--	--

5. ¿Considera necesario modificar algunas de los términos o palabras empleados en los ítems por no ser conocidos o apropiados a nuestro medio?

No _____ Sí _____

En caso afirmativo señale:

Ítems _____ Palabra (s) a modificar _____

Ítems _____ Palabra(s) a modificar _____

Ítems _____ Palabra (s) a modificar _____

Ítems _____ Palabra (s) a modificar _____

6. ¿Considera Ud. que sería necesario incorporar o eliminar otros ítems, otros indicadores u otras variables para evaluar las creencias epistemológicas sobre el conocimiento, el aprendizaje y la enseñanza?

Sí _____ No _____

Justifique sus propuestas.

Propuesta de ítems a eliminar: _____

Propuesta de ítems a incorporar: _____

Propuesta de indicadores a eliminar: _____

Propuesta de indicadores a incorporar: _____

Propuesta de variables a eliminar: _____

Propuesta de variables a incorporar: _____

7. ¿Algún(os) señalamiento(os) o alguna(s) recomendación(es) que quisiera agregar?

Sí _____ No _____

Señalamientos:

Recomendaciones:

Muchas Gracias

Anexo 11

Cuestionario de creencias de profesores (Inganzo, 2010).

Estimado Profesor:

A continuación encontrarás, un cuestionario que tiene como objetivo conocer ideas que subyacen a la actividad docente en educación superior. Con la información que se recabe se pretende derivar recomendaciones que permitan mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje. La información será utilizada con fines de investigación y el tratamiento que se haga con los datos recabados siempre será de manera grupal, por lo que la información referida a cada encuestado se mantendrá confidencial.

El cuestionario está compuesto por un conjunto de afirmaciones, con diversas opciones de respuesta cada una, para que de entre ellas escojas la opción que mejor represente tus ideas. Es muy importante que lo contestes con toda franqueza. Considera que no hay respuestas buenas ni malas, la mejor respuesta es la que refleje tus ideas pues nos interesa conocer lo que piensan los profesores. Al responder, lee cada afirmación con toda atención y elige aquella opción que mejor represente lo que generalmente piensas.

Para marcar tu respuesta encontrarás cuatro columnas: la “A”, la “B”, la “C” y la “D”

La columna “A” corresponde a la opción “Casi Siempre es Verdad”, la columna “B” corresponde a la opción “Usualmente es Verdad”, la columna “C” corresponde a la opción “Usualmente es Falso” y la “D” a la opción “Casi Siempre es Falso”. Escoge sólo una de ellas para cada aseveración del instrumento.

Es muy importante que no dejes de contestar ningún reactivo. Si tienes alguna duda, consúltala con el aplicador, él te orientará al respecto. Al terminar de responder, revisa tus respuestas y devuelve el cuestionario. Muchas gracias.

Datos generales

Edad:..... Sexo:.....

Formación profesional o título de graduado:

Otros estudios realizados:

Años de experiencia en la docencia:

Otras asignaturas que imparte además de la matemática:

Grado (s) a los que imparte matemática: Grupo (s)

		A Casi siempre es verdad	B Usualmente es verdad	C Usualmente es falso	D Casi siempre es falso
1	Los estudiantes disfrutan en una clase cuyos objetivos y criterios de evaluación han sido claramente definidos.				
2	El profesor debe considerar que las nociones contenidas en la carrera son dinámicas y pueden variar.				
3	El alumno que es lento para aprender no podrá cambiar su ritmo de aprendizaje.				
4	Alguno de los conocimientos de la carrera han sido derivados del sentido común.				
5	El buen profesor retroalimenta continuamente al alumno.				
6	Considero que es importante estar dispuesto a seguir actualizándose.				
7	Los conocimientos disciplinares son rebatibles a partir de evidencias sólidas.				
8	El sentido común complementa el conocimiento que se aprende en la carrera.				
9	Los conocimientos disciplinares son				

	concretos y facilitan entender problemáticas específicas.				
10	Considero que si el alumno no entiende algo es difícil que lo aprenda aunque se esfuerce.				
11	El alumno puede mejorar sus habilidades de aprendizaje.				
12	Los conocimientos adquiridos en la carrera permiten explicar muchos fenómenos que se presentan en la vida diaria.				
13	Para acceder al conocimiento de la carrera debo dejar de lado el sentido común.				
14	El buen profesor debe dar instrucciones precisas de qué se puede hacer en clase				
15	El profesor debe considerar que las nociones y los procedimientos contenidos en la carrera son invariantes.				
16	La explicación teórica que subyace a los contenidos de la carrera es cierta.				
17	El buen profesor debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción entre profesor - estudiante y estudiante - estudiante.				
18	Los conocimientos disciplinares serán de utilidad cuando se ejerza la profesión.				
19	Considero que los alumnos que confrontan sus ideas con los conocimientos científicos obtienen un mejor aprendizaje.				
20	Considero que el alumno aprende mejor si le pido integrar los contenidos.				
21	Los conocimientos disciplinares de la carrera son abstractos.				
22	El buen profesor debe demostrar su pericia en los contenidos disciplinares antes de pedirla en sus alumnos.				
23	La claridad en los objetivos de sus programas de estudio no se reflejará en un mejor aprendizaje de los estudiantes.				
24	Los conocimientos disciplinares son incuestionables.				
25	A los estudiantes se les deberían dar oportunidades de participar activamente en la selección de los temas que se verán en la clase.				
26	El buen profesor esta a favor de los métodos y procedimientos de enseñanza que maximizan la independencia del estudiante para aprender sus propias experiencias.				
27	Una parte importante de la educación es aprender cómo realizar las pruebas de evaluación.				
28	Lo que se aprende en la escuela se aplica poco a la vida diaria.				
29	Los contenidos de toda la carrera deben ser independientes uno de otros.				
30	El buen profesor debe aceptar que los estudiantes aprenden más trabajando personalmente que con otros.				
31	Los alumnos que siguen al pie de la letra lo que dice el profesor aprenden más.				
32	Todo lo que sucede en clase depende de la planeación del profesor.				

33	Los contenidos de toda la carrera son interdependientes.				
34	Es recomendable en la clase no retroalimentar siempre a los alumnos.				
35	Lo importante de aprender los contenidos de la materia es conseguir buenas calificaciones.				
36	En el salón de clase es recomendable permitir la participación tanto de alumnos como del profesor para lograr una mejor dinámica de enseñanza.				
37	Lo más importante de la planeación de la clase es que los objetivos de ésta reflejen los intereses de los involucrados en el proceso.				
38	El buen profesor considera que el aprendizaje se logra en condiciones donde él dice lo que hay que hacer.				
39	La explicación teórica que subyace a la carrera es tentativa y requiere acumular más evidencia.				
40	Considero que no necesito seguirme preparando porque me he actualizado suficientemente.				
41	El aprendizaje en los alumnos es algo que se da de manera gradual.				
42	El buen profesor debe poner exámenes de manera sistemática.				
43	Los conocimientos propios de la carrera se han derivado de investigación científica con fuerte sustento empírico.				
44	La conferencia es la vía más adecuada para poder transmitir los contenidos a los estudiantes.				
45	Considero que el alumno que siempre ha tenido problemas para aprender siempre lo tendrá.				
46	El buen profesor hace respetar los conocimientos de su disciplina.				
47	En un ambiente de aprendizaje integral las calificaciones son inapropiadas.				
48	El buen profesor debería estimular a los estudiantes a realizar el mayor esfuerzo posible para aprender.				
49	El buen profesor estimula a los estudiantes a mostrar su desacuerdo con él en clase.				
50	Las calificaciones que obtiene un alumno es un indicador certero de su nivel de aprendizaje.				

Anexo 12

Matriz del Cuestionario de Creencias de profesores (Inguanzo, 2010).

Creencias sobre el conocimiento

Variables	Indicadores	ITEMS ACTUALES
Estructura	Aislado - Integrado	33.- Los contenidos de toda la carrera son interdependientes. 29- Los contenidos de toda la carrera deben ser independientes uno de otros. 20- Considero que el alumno aprende mejor si le pido integrar los contenidos.
Estabilidad	Cierto - tentativo	16- La explicación teórica que subyace a los contenidos de la carrera es cierta. 39- La explicación teórica que subyace a la carrera es tentativa y requiere acumular más evidencia.
	Estático - dinámico	15- El profesor debe considerar que las nociones y los procedimientos contenidos en la carrera son invariantes. 2- El profesor debe considerar que las nociones y los procedimientos contenidos en la carrera son dinámicos y pueden variar.
Fuente	Autoridad - no autoridad	46- El buen profesor hace respetar los conocimientos de su disciplina. 38- El buen profesor considera que el aprendizaje se logra en condiciones donde él dice lo que hay que hacer. 22- El buen profesor debe demostrar su pericia en los contenidos disciplinares antes de pedirla en sus alumnos. 49- El buen profesor estimula a los estudiantes a mostrar su desacuerdo con él en clase.
	No cuestionable - cuestionable	24- Los conocimientos disciplinares son incuestionables. 7- Los conocimientos disciplinares son rebatibles a partir de evidencias sólidas.
Utilidad	No transferible - transferible	12- Los conocimientos adquiridos en la carrera permiten explicar muchos fenómenos que se presentan en la vida diaria. 28- Lo que se aprende en la escuela se aplica poco a la vida diaria.
	Visión actual - visión futura	18- Los conocimientos disciplinares serán de utilidad cuando se ejerza la profesión. 35- Lo importante de aprender los contenidos de la materia es conseguir buenas calificaciones.
Naturaleza	Abstracta - concreta	21- Los conocimientos disciplinares de la carrera son abstractos. 9- Los conocimientos disciplinares son concretos y facilitan entender problemáticas específicas.
	Fundamento científico - sentido común	43- Los conocimientos propios de la carrera se han derivado de investigación científica con fuerte sustento empírico. 4- Alguno de los conocimientos de la carrera han sido derivados del sentido común. 13- Para acceder al conocimiento de la carrera debo dejar de lado el sentido común. 8- El sentido común complementa el conocimiento que se aprende en la carrera.

Creencias sobre la enseñanza

Variables	Indicadores	ITEMS ACTUALES
Planificación de la clase.	Planeo - no Planeo	25- A los estudiantes se les deberían dar oportunidades de participar activamente en la selección de los temas que se verán en la clase. 32- Todo lo que sucede en clase depende de la planeación del profesor.
	Claridad en objetivos - sin claridad en los	23- La claridad en los objetivos de sus programas de estudio no se reflejará en un mejor aprendizaje de los

	objetivos	estudiantes. 37- Lo más importante de la planeación de la clase es que los objetivos de ésta reflejen los intereses de los involucrados en el proceso.
Actividades en clase	Trabajo individual - trabajo en equipo	17- El buen profesor debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción entre profesor - estudiante y estudiante - estudiante. 30- El buen profesor debe aceptar que los estudiantes aprenden más trabajando personalmente que con otros.
	Retroalimenta - no retroalimenta	5- El buen profesor retroalimenta continuamente al alumno. 34- Es recomendable en la clase no retroalimentar siempre a los alumnos.
	Proporciona instrucciones - favorece la construcción por parte del alumno.	26- El buen profesor esta a favor de los métodos y procedimientos de enseñanza que maximizan la independencia del estudiante para aprender sus propias experiencias. 14- El buen profesor debe dar instrucciones precisas de qué se puede hacer en clase.
	Docencia expositiva - docencia participativa	44- La conferencia es la vía más adecuada para poder transmitir los contenidos a los estudiantes. 36- En el salón de clase es recomendable permitir la participación tanto de alumnos como del profesor para lograr una mejor dinámica de enseñanza.
Autopercepción de habilidades para enseñar	Necesita actualización - no necesita actualización	40- Considero que no necesito seguirme preparando porque me he actualizado suficientemente. 6- Considero que es importante estar dispuesto a seguir actualizándose.

Creencias sobre el aprendizaje

Variables	Indicadores	ITEMS ACTUALES
Habilidad para aprender	Esfuerzo - sin esfuerzo	48- El buen profesor debería estimular a los estudiantes a realizar el mayor esfuerzo posible para aprender. 10- Considero que si el alumno no entiende algo es difícil que lo aprenda aunque se esfuerce.
	Habilidad innata - no innata	45- Considero que el alumno que siempre ha tenido problemas para aprender siempre lo tendrá. 11- El alumno puede mejorar sus habilidades de aprendizaje.
Velocidad con la que ocurre	Rápida - gradual - lenta	41- El aprendizaje en los alumnos es algo que se da de manera gradual. 3- El alumno que es lento para aprender no podrá cambiar su ritmo de aprendizaje.
Estilos de procesamiento	Convergente - divergente	31- Los alumnos que siguen al pie de la letra lo que dice el profesor aprenden más. 19- Considero que los alumnos que confrontan sus ideas con los conocimientos científicos obtienen un mejor aprendizaje.
Evaluación del aprendizaje	Criterio – Norma	1- Los estudiantes disfrutan en una clase cuyos objetivos y criterios de evaluación han sido claramente definidos. 27- Una parte importante de la educación es aprender cómo realizar las pruebas de evaluación. 42- El buen profesor debe poner exámenes de manera sistemática.
	Evaluación-Calificación	47- En un ambiente de aprendizaje integral las calificaciones son inapropiadas. 50- Las calificaciones que obtiene un alumno es un indicador certero de su nivel de aprendizaje.

Anexo 13

Modificaciones al instrumento de profesores a partir del juicio de especialistas y del estudio piloto.

Estimado Profesor:

(Se modificaron las instrucciones)

El cuestionario tiene como objetivo, conocer ideas sobre la actividad docente sobre la matemática. Con la información que se recoja se contribuirá a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de esta ciencia en la secundaria básica. El tratamiento de los datos será con fines de investigación, por lo que la información que Ud. aporte se mantendrá de manera confidencial.

Las afirmaciones presentadas tienen diversas opciones de respuestas, Ud. deberá escoger entre ellas la que mejor represente sus ideas. Es muy importante que conteste con toda franqueza. Considere que no hay respuestas buenas ni malas, la mejor respuesta es la que refleje sus ideas pues nos interesa conocer lo que piensan los profesores.

Al responder, elija aquella opción que mejor represente lo que generalmente piensa. Para marcar su respuesta encontrará 5 columnas donde aparecen las opciones de respuestas:

(Se modificó la escala a partir de los criterios de los especialistas, la versión original tenía cuatro opciones de respuestas, la propuesta definitiva quedó como a continuación se refiere)

Columna “1” **Totalmente de acuerdo**; columna “2” **De acuerdo**; columna “3” **Neutral**, columna “4” **En desacuerdo** y columna “5” **Totalmente en desacuerdo**, escoja sólo una de ellas. Es muy importante que no deje de contestar ninguna afirmación.

Muchas gracias por su colaboración.

Se agrega la palabra “Matemática” a los ítems del 1 al 4, del 6 al 10, el 12 y el 13, del 15 al 19, el 21, 22, 24, 28, 29, 31, del 33 al 44, el 46, 48 y 49. Esta propuesta de los especialistas permitió ajustar el instrumento a utilizar en función del dominio académico de la matemática. Se agregó “secundaria básica” a los ítems 23, 41 y 3 para ubicarlo en el contexto de desempeño de los profesores objeto de estudio.

1) Los estudiantes disfrutan más las clases de Matemática cuando los objetivos e indicadores de evaluación han sido claramente definidos. **Aquí se modifica “criterios de evaluación” por “indicadores de evaluación”, pues la presentación inicial del ítem dificulta la comprensión.**

2) El profesor debe considerar que las nociones y los procedimientos contenidos en la matemática son dinámicos y pueden variar.

Se modifica la palabra “carrera” por “matemática” atendiendo a que el estudio está orientado al dominio específico de la matemática, en este caso en la secundaria básica.

3) El alumno de secundaria que es lento para aprender no podrá cambiar su ritmo de aprendizaje. Se añade “**de secundaria**” para hacer referencia al contexto de enseñanza del profesor.

4) Alguno de los conocimientos de la matemática han sido derivados del sentido común.

5) El buen profesor de Matemática ofrece al alumno valoraciones sistemáticas sobre su ritmo de aprendizaje. **Se modifica la frase “retroalimente continuamente” porque cuantifica y puede mediar la respuesta, se coloca en su lugar la frase “valoraciones sistemáticas sobre el ritmo de aprendizaje” además la palabra “retroalimentar” puede afectar la comprensión de algunos docentes.**

6) Considero que es importante estar dispuesto a actualizarse en la enseñanza de la Matemática. **Se añade la frase “en enseñanza de la Matemática”. Este ítem está evaluando la creencia del**

profesor respecto a la actualización que ha logrado en la enseñanza y se hace necesario según especialistas especificar aquello en lo que el profesor necesita actualizarse, en este caso, la enseñanza de la Matemática.

- 7) Los conocimientos relacionados con la Matemática son rebatibles a partir de evidencias sólidas.
- 8) El sentido común complementa el conocimiento que aprende el alumno de secundaria en la matemática. **Se modifica en función de evaluar que cree el profesor sobre el sentido común dentro del juicio propio del alumno como fuente del conocimiento.**
- 9) Los contenidos relacionados con la Matemática son concretos y facilitan entender problemáticas específicas.
- 10) Considero que si el alumno no entiende algo en Matemática es difícil que lo aprenda, aunque se esfuerce.
- 11) El alumno puede mejorar sus habilidades de aprendizaje.
- 12) Los conocimientos adquiridos en la Matemática permiten explicar muchos de los fenómenos que se presentan en la vida diaria.
- 13) Para acceder al conocimiento de la Matemática debo dejar de lado el sentido común.
- 14) El buen profesor debe dar instrucciones precisas de qué se puede hacer en clase.
- 15) El profesor debe considerar que las nociones y los procedimientos contenidos en la matemática son inmodificables.

Se modifica la palabra “invariantes” pues el término en el contexto cubano se ha trabajado metodológicamente en las asignaturas como aquellos contenidos que no pueden dejar de darse y que hay que considerarlos. Esto puede mediar la respuesta de los profesores, se cambia por “inmodificable” que ilustra de manera más clara que los conocimientos de la matemática pueden cambiar.

- 16) La explicación teórica que subyace a los contenidos de la Matemática es cierta.
- 17) El buen profesor de Matemática debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción profesor – alumno y alumno- alumno.
- 18) Cuando se trata de la Matemática, la mayoría de los alumnos de secundaria o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto.

El ítem 18 en su versión original se elimina ya que su planteamiento no se ajusta a la dimensión creencias sobre la utilidad o aplicabilidad del conocimiento según los referentes teóricos Walker (2007). Este ítem pasa como número a la dimensión creencias sobre la velocidad del aprendizaje donde se añade un ítem que haga referencia al indicador rapidez del aprendizaje ya que en el cuestionario original no existe.

- 19) Considero que los alumnos que confrontan sus ideas con los conocimientos científicos relacionados con la Matemática, obtienen un mejor aprendizaje de la misma.
- 20) Considero que el alumno aprende mejor si le pido integrar los contenidos
- 21) Los contenidos relacionados con la Matemática son abstractos. **Se modifica “conocimientos” por “contenidos” porque puede referirse a todos los conocimientos de la Matemática y así se especifica los contenidos de esta asignatura que se estudian en la secundaria básica.**
- 22) El buen profesor de Matemática debe demostrar su el dominio en de los contenidos disciplinares antes de pedirlo en a sus alumnos. **Se sustituye “pericia” por dominio por ser de mejor comprensión.**
- 23) La claridad en los objetivos del programa de Matemática en la secundaria básica no se reflejará en un mejor aprendizaje de los estudiantes. **Se sustituye “programas de estudio” por la frase “programa en la Matemática de la Secundaria Básica”.**

- 24) Los contenidos disciplinares relacionados con la Matemática son incuestionables.
- 25) A los estudiantes se les deberían dar oportunidades de participar activamente en la selección de los temas que se verán abordados en la clase.
- 26) El buen profesor está a favor de los métodos y procedimientos de enseñanza que maximizan la independencia del estudiante para aprender sus propias experiencias.
- 27) Una parte importante de la enseñanza de la Matemática es saber evaluar el aprendizaje de los alumnos. **Experimenta modificaciones por dificultades en su comprensión. Este ítem decía: “Una parte importante de la educación es aprender cómo realizar las pruebas de evaluación”. En su modificación se especifica la enseñanza de la matemática y se refiere el aprendizaje de los alumnos pues este ítem responde a la dimensión evaluación del aprendizaje.**
- 28) Lo que se aprende en la asignatura de Matemática rara vez se aplica a la vida diaria. **Se sustituye la frase “en la escuela” por “en la asignatura de Matemática” en función del dominio específico. También se sustituye la frase “se aplica poco” por “rara vez se aplica” atendiendo a la propuesta del cuestionario de Walker (2007) en esta dimensión.**
- 29) Los contenidos de la Matemática deben ser independientes unos de otros.
- 30) El buen profesor debe aceptar que los estudiantes aprenden más la Matemática trabajando de forma individual que con otros. Se propone cambiar “trabajando personalmente” por “de forma individual” por ser de mayor comprensión para los maestros.
- 31) Los alumnos que siguen al pie de la letra lo que dice el profesor de Matemática aprenden más.
- 32) Todo lo que sucede en la clase depende de la planificación del profesor. Se sustituye “planeación” por “planificación” en los ítems 32 y 37.
- 33) Los contenidos de la Matemática están interrelacionados.
- 34) Es recomendable que el profesor no ofrezca retroalimentación a sus alumnos, en las clases. **Se modificó atendiendo a que en su versión original contenía el término “siempre” que cuantificaba la respuesta y no permitía según la escala claridad en la respuesta del profesor, se añade “el profesor” para explicitarlo aún más.**
- 35) Lo importante de aprender los contenidos de la Matemática es conseguir buenas calificaciones.
- 36) En el aula es recomendable permitir la participación tanto de alumnos como del profesor, para lograr una mejor dinámica de enseñanza de la Matemática. **Se modifica la frase “salón de clase” por “en el aula” por ser una frase que se aplica más al contexto cubano.**
- 37) Lo más importante de la planificación de la clase de Matemática es que los objetivos de esta reflejen los intereses de los involucrados en el proceso.
- 38) El buen profesor de Matemática considera que el aprendizaje se logra en condiciones donde él dice lo que hay que hacer.
- 39) La explicación teórica que subyace a la Matemática es tentativa y requiere acumular más evidencia.
- 40) Considero que he alcanzado la actualización que se requiere para la enseñanza de los contenidos de Matemática.
- 41) El aprendizaje de la Matemática por los alumnos en secundaria básica es algo que se produce de manera gradual.
- 42) El buen profesor de Matemática debe poner exámenes de manera sistemática.
- 43) Los contenidos propios de la Matemática se han derivado de investigaciones científicas con fuerte sustento empírico.

44) La clase de nuevo contenido es la vía más adecuada para transmitir los conocimientos de Matemática a los estudiantes.

Se modifica “conferencia” por “la clase de nuevo contenido” porque según los especialistas este término se ajusta más a la enseñanza en la secundaria básica.

45) Considero que el alumno que ha tenido dificultades para aprender, siempre las tendrá.

46) El buen profesor de Matemática debe lograr que sus alumnos sean creativos y descubran cosas por ellos sí mismos.

Se modifica todo su contenido, ya que en el cuestionario original está redactado de manera que no evalúa la dimensión fuente del conocimiento, sino que hace más referencia a la autoridad que debe ser ejercida por el profesor. Los especialistas sugieren que se redacte de otra manera para evaluar la dimensión fuente del conocimiento. Se redacta de forma que este ítem está evaluando la creencia del profesor de que la fuente del conocimiento es el propio alumno a través del razonamiento y la construcción individual del sujeto.

47) En un ambiente de aprendizaje integral las calificaciones son inapropiadas.

48) El buen profesor de Matemática debería estimular a los estudiantes a realizar el mayor esfuerzo posible esforzarse para aprender.

49) El buen profesor de Matemática estimula a los estudiantes a mostrar su desacuerdo con él en clase.

50) Las calificaciones que obtiene un alumno son indicadores certeros de su nivel de aprendizaje.

En el ítem 50 se ajusta la frase “es un indicador certero” por “son indicadores certeros”.

Anexo 14

Cuestionario de Creencias epistemológicas sobre la Matemática para profesores de esta asignatura en la secundaria básica (versión adaptada).

Estimado Profesor:

El cuestionario tiene como objetivo, conocer sus ideas sobre la actividad docente de la Matemática. Con la información que se recoja se contribuirá a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de esta ciencia en la secundaria básica. El tratamiento de los datos será con fines de investigación, por lo que la información que Ud. aporte se mantendrá de manera confidencial. Las afirmaciones presentadas tienen diversas opciones de respuestas, Ud. deberá escoger entre ellas la que mejor represente sus ideas. Es muy importante que conteste con toda franqueza, pues nos interesa conocer lo que piensan realmente los profesores. Para marcar su respuesta encontrará una escala del 1 al 5, donde **“1”** significa **Totalmente de acuerdo**; **“2”** **De acuerdo**; **“3”** representa el valor **Neutral**, **“4”** **En desacuerdo** y **“5”** **Totalmente en desacuerdo**, escoja sólo una de ellas. Le agradecemos de antemano su colaboración.

Datos generales

Edad:..... Sexo:..... Formación profesional o título de graduado:

Otros estudios realizados: Años de experiencia en la docencia:

Otras asignaturas que imparte además de la Matemática:

Grado (s)/Años a los que imparte Matemática: Grupo (s).....

		1	2	3	4	5
1	Los estudiantes disfrutan más las clases de Matemática cuando los objetivos e indicadores de evaluación han sido claramente definidos.					
2	El profesor debe considerar que los aspectos teóricos y los procedimientos establecidos en la Matemática son inmodificables.					
3	El alumno de secundaria, que es lento para aprender la Matemática, no podrá cambiar su ritmo de aprendizaje.					
4	Algunos de los conocimientos de la Matemática han sido derivados del sentido común.					
5	El buen profesor de Matemática ofrece al alumno valoraciones sistemáticas sobre su ritmo de aprendizaje.					
6	Considero que es importante estar dispuesto a actualizarse en la enseñanza de la Matemática.					
7	Los conocimientos relacionados con la Matemática son rebatibles a partir de evidencias sólidas.					
8	El sentido común complementa el conocimiento que se aprende en la Matemática.					
9	Los contenidos relacionados con la Matemática son concretos y facilitan entender problemáticas específicas.					
10	Considero que si el alumno no entiende algo en Matemática es difícil que lo aprenda, aunque se esfuerce.					
11	El alumno puede mejorar sus habilidades de aprendizaje.					
12	Los conocimientos adquiridos en la Matemática permiten explicar muchos de los fenómenos que se presentan en la vida diaria.					
13	Para acceder al conocimiento de la Matemática debo dejar de lado el sentido común.					
14	El buen profesor debe dar instrucciones precisas de qué se puede hacer en clase.					
15	El profesor debe considerar que las nociones y los procedimientos contenidos en la Matemática son dinámicos y pueden variar.					
16	La explicación teórica que sustenta los contenidos de la Matemática es cierta.					
17	El buen profesor de Matemática debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción profesor – alumno y alumno- alumno.					
18	Cuando se trata de la Matemática, la mayoría de los alumnos de secundaria o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto.					
19	Considero que los alumnos que confrontan sus ideas con los conocimientos científicos relacionados con la Matemática, obtienen un mejor aprendizaje de la misma.					
20	Considero que el alumno aprende mejor si le pido integrar los contenidos.					
21	Los contenidos relacionados con la Matemática son abstractos.					
22	El buen profesor de Matemática debe demostrar el dominio de los contenidos					

	disciplinares antes de pedirlo a sus alumnos.					
23	La claridad en los objetivos del programa de Matemática en la secundaria básica no se reflejará en un mejor aprendizaje de los estudiantes.					
24	Los contenidos disciplinares relacionados con la Matemática son incuestionables.					
25	A los estudiantes se les deberían dar oportunidades de participar activamente en la selección de los temas que aborden en la clase.					
26	El buen profesor está a favor de los métodos y procedimientos de enseñanza que maximizan la independencia del estudiante para aprender sus propias experiencias.					
27	Una parte importante de la enseñanza de la Matemática es saber evaluar el aprendizaje de los alumnos.					
28	Lo que se aprende en la asignatura de Matemática rara vez se aplica a la vida diaria.					
29	Los contenidos de la Matemática deben ser independientes unos de otros.					
30	El buen profesor debe aceptar que los estudiantes aprenden más la Matemática trabajando de forma individual que con otros.					
31	Los alumnos que siguen al pie de la letra lo que dice el profesor de Matemática aprenden más.					
32	Todo lo que sucede en la clase depende de la planificación del profesor.					
33	Los contenidos de la Matemática están interrelacionados.					
34	Es recomendable que el profesor no ofrezca retroalimentación a sus alumnos en las clases.					
35	Lo importante de aprender los contenidos de la Matemática es conseguir buenas calificaciones.					
36	En el aula es recomendable permitir la participación tanto de alumnos como del profesor, para lograr una mejor dinámica de enseñanza de la Matemática.					
37	Lo más importante de la planificación de la clase de Matemática es que los objetivos de esta reflejen las motivaciones de los involucrados en el proceso.					
38	El buen profesor de Matemática considera que el aprendizaje se logra en condiciones donde él dice lo que hay que hacer.					
39	La explicación teórica que sustenta la Matemática es tentativa y requiere acumular más evidencia.					
40	Considero que he alcanzado la actualización que se requiere para la enseñanza de los contenidos de la Matemática.					
41	El aprendizaje de la Matemática por los alumnos en secundaria básica es algo que se produce de manera sistemática.					
42	El buen profesor de Matemática debe poner exámenes de manera sistemática.					
43	Los contenidos propios de la Matemática se han derivado de investigaciones científicas con fuerte sustento empírico.					
44	La clase de nuevo contenido es la vía más adecuada para transmitir los conocimientos de Matemática a los estudiantes.					
45	Considero que el alumno que ha tenido dificultades para aprender, siempre las tendrá.					
46	El buen profesor de Matemática debe lograr que sus alumnos sean creativos y descubran cosas por sí mismos.					
47	En un ambiente de aprendizaje integral las calificaciones son inapropiadas.					
48	El buen profesor de Matemática debería estimular a los estudiantes a esforzarse para aprender.					
49	El buen profesor de Matemática estimula a los estudiantes a mostrar su desacuerdo con él en clase.					
50	Las calificaciones que obtiene un alumno son indicadores certeros de su nivel de aprendizaje.					

Anexo 15

Matriz del Cuestionario de Creencias epistemológicas sobre la matemática para profesores de esta asignatura en la secundaria básica (versión adaptada para el contexto cubano)

Creencias sobre el conocimiento

Variables	Indicadores	ITEMS ACTUALES
Estructura	Aislado (Simple)–	29- Los contenidos de la Matemática deben ser independientes unos de otros
	Integrado (Complejo)	33.- Los contenidos de la Matemática están interrelacionados. 20- Considero que el alumno aprende mejor si le pido integrar los contenidos
Estabilidad	Cierto– Estático	16-La explicación teórica que sustenta los contenidos de la Matemática es cierta 2- El profesor debe considerar que los aspectos teóricos y los procedimientos contenidos en la Matemática son inmodificables
	Tentativo- Dinámico	39- La explicación teórica que sustenta los contenidos de la Matemática es tentativa y requiere acumular más evidencia 15- El profesor debe considerar que las nociones y los procedimientos contenidos en la Matemática son dinámicos y pueden variar
Fuente	Autoridad (profesor, contenidos disciplinares) – No autoridad (construcción individualizada y sentido común)	38- El buen profesor de Matemática considera que el aprendizaje se logra en condiciones donde él dice lo que hay que hacer 22- El buen profesor de Matemática debe demostrar su dominio en los contenidos disciplinares, antes de pedirlo en sus alumnos
		49- El buen profesor de Matemática estimula a los estudiantes a mostrar su desacuerdo con él en clase 46-El buen profesor de Matemática debe lograr que sus alumnos sean creativos y descubran cosas por ellos mismos
	No cuestionable - Cuestionable	24-Los contenidos disciplinares relacionados con la Matemática son incuestionables
		7- Los conocimientos relacionados con la Matemática son rebatibles a partir de evidencias sólidas
Utilidad	Transferible y aplicable	12- Los conocimientos adquiridos en la Matemática permiten explicar muchos de los fenómenos que se presentan en la vida diaria
	No aplicabilidad, intransferibilidad.	28- Lo que se aprende en la asignatura de Matemática rara vez se aplica a la vida diaria 35- Lo importante de aprender los contenidos de la Matemática es conseguir buenas calificaciones
Naturaleza	Abstracta –	21- Los contenidos relacionados con la Matemática son abstractos
	Concreta	9- Los contenidos relacionados con la Matemática son concretos y facilitan entender problemáticas específicas
	Fundamento científico –	43- Los contenidos propios de la Matemática se han derivado de investigación científica con fuerte sustento empírico 13. Para acceder al conocimiento de la Matemática debo dejar de lado el sentido común

	Sentido común	8- El sentido común complementa el conocimiento que se aprende en la Matemática 4- Algunos de los conocimientos de la Matemática han sido derivados del sentido común
--	---------------	--

Creencias sobre la enseñanza

Variables	Indicadores	ITEMS ACTUALES
Planificación de la clase.	Planeo –No planeo	25- A los estudiantes se les deberían dar oportunidades de participar activamente en la selección de los temas que se verán en la clase
		32- Todo lo que sucede en la clase depende de la planificación del profesor
	Claridad en los objetivos como lo más importante de la planeación.- Claridad en los objetivos como uno de los aspectos de la planeación.	37- Lo más importante de la planificación de la clase de Matemática es que los objetivos de esta reflejen las motivaciones de los involucrados en el proceso
		23- La claridad en los objetivos del programa de Matemática en la Secundaria Básica no se reflejará en un mejor aprendizaje de los estudiantes
Actividades en clase	Trabajo individual – Trabajo en equipo	30- El buen profesor debe aceptar que los estudiantes aprenden más la Matemática trabajando de forma individual que con otros
		17- El buen profesor de Matemática debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción entre profesor – alumno y alumno- alumno
	Retroalimenta – No retroalimenta	5- El buen profesor de Matemática ofrece al alumno valoraciones sistemáticas sobre su ritmo de aprendizaje
		34- Es recomendable que el profesor no ofrezca en las clases retroalimentación a sus alumnos
	Solo proporciona instrucciones – Favorece la construcción por parte del alumno	14- El buen profesor debe dar instrucciones precisas de qué se puede hacer en clase
		26- El buen profesor está a favor de los métodos y procedimientos de enseñanza que maximizan la independencia del estudiante para aprender sus propias experiencias
	Docencia expositiva - Docencia participativa	44- La clase de nuevo contenido es la vía más adecuada para poder transmitir los conocimientos de Matemática a los estudiantes
		36- En el aula es recomendable permitir la participación tanto de alumnos como del profesor para lograr una mejor dinámica de enseñanza de la Matemática
Autopercepción de habilidades para enseñar	Necesita actualización -	6- Considero que es importante estar dispuesto a seguir actualizándose en la enseñanza de la Matemática
	No necesita actualización	40- Considero que he alcanzado la actualización que se requiere para la enseñanza de los contenidos de la Matemática

Creencias sobre el aprendizaje

Variables	Indicadores	ITEMS ACTUALES
Habilidad para aprender	Esfuerzo -Aprendida	48- El buen profesor de Matemática debería estimular a los estudiantes a realizar el mayor esfuerzo posible para aprender. 11- El alumno puede mejorar sus habilidades de aprendizaje

	Sin esfuerzo- habilidades innatas.	10. Considero que si el alumno no entiende algo en Matemática es difícil que lo aprenda aunque se esfuerce 45- Considero que el alumno que ha tenido dificultades para aprender siempre las tendrá
Velocidad con la que ocurre	Rápida – Gradual	18-Cuando se trata de la Matemática, la mayoría de los alumnos de secundaria o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto 3-El alumno de secundaria que es lento para aprender la Matemática no podrá cambiar su ritmo de aprendizaje 41- El aprendizaje de la Matemática de los alumnos de Secundaria Básica es algo que se da de manera sistemática
Estilos de procesamiento	Convergente – Divergente	31- Los alumnos que siguen al pie de la letra lo que dice el profesor de Matemática aprenden más 19- Considero que los alumnos que confrontan sus ideas con los conocimientos científicos relacionados con la Matemática, obtienen un mejor aprendizaje de la misma
Evaluación del aprendizaje	Criterio – Norma	42- El buen profesor de Matemática debe poner exámenes de manera sistemática
		1- Los estudiantes disfrutan más las clases de Matemática cuando los objetivos e indicadores de evaluación han sido claramente definidos 27- Una parte importante de la enseñanza de la Matemática es saber evaluar el aprendizaje de los alumnos
	Evaluación – Calificación	47- En un ambiente de aprendizaje integral las calificaciones son inapropiadas
		50- Las calificaciones que obtiene un alumno es un indicador certero de su nivel de aprendizaje

Anexo 16

Tabla 8. Prueba de esfericidad de Bartlett y KMO del cuestionario de creencias epistemológicas sobre la matemática de los alumnos

KMO y prueba de Bartlett		
Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		.854
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	10498.256
	gl	1891
	Sig.	.000

Fuente: Instrumento de evaluación

Tabla 10. Prueba de esfericidad de Bartlett y KMO del cuestionario de creencias epistemológicas sobre la matemática de los profesores

KMO y prueba de Bartlett		
Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.		.868
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	6631,438
	gl	1225
	Sig.	.000

Fuente: Instrumento de evaluación

Anexo 17

Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la matemática para alumnos de secundaria básica (instrumento definitivo)

Estimado Estudiante:

Las siguientes preguntas no tienen respuestas correctas o incorrectas. Lo que interesa es conocer lo que Ud. piensa realmente sobre la Matemática. Para cada enunciado marque en la hoja de respuesta su grado de acuerdo o desacuerdo según la escala que se le ofrece.

Datos generales

Edad:..... Sexo:.....

Escuela:.....

Grupo:..... No.....

Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Medianamente en desacuerdo	Neutral	Medianamente de acuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
1	2	3	4	5	6	7
Nº	Enunciado					Respuesta
1	Algunas personas nacen con grandes habilidades para la Matemática y otros no					1 2 3 4 5 6 7
2	Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema					1 2 3 4 5 6 7
3	Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos					1 2 3 4 5 6 7
4	Si no existieran respuestas al final del libro, yo no tendría ninguna idea si he trabajado el problema correctamente o no					1 2 3 4 5 6 7
5	Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no tengamos la capacidad natural, podremos aprender Matemática					1 2 3 4 5 6 7
6	Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución					1 2 3 4 5 6 7
7	A veces uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de Matemática incluso si no las entiendes					1 2 3 4 5 6 7
8	La habilidad en Matemática es en realidad algo con lo que se nace					1 2 3 4 5 6 7
9	Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y tiendo a darme por vencido					1 2 3 4 5 6 7
10	Prefiero a un maestro de Matemática que le muestre a los estudiantes vías diferentes para analizar un mismo problema					1 2 3 4 5 6 7
11	Casi todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en Matemática o no					1 2 3 4 5 6 7
12	La matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo					1 2 3 4 5 6 7
13	La Matemática es como un idioma extranjero para mí, e incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé					1 2 3 4 5 6 7
14	Estudiar sistemáticamente es la clave del éxito para aprender Matemática					1 2 3 4 5 6 7
15	Si los profesores de matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta					1 2 3 4 5 6 7
16	Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando					1 2 3 4 5 6 7
17	Recibo más matemática que la que es necesaria para mi grado					1 2 3 4 5 6 7
18	La única razón por la que iría a una clase de Matemática se debe a que es obligatorio					1 2 3 4 5 6 7

Muchas gracias

Anexo 18

Versión definitiva de la Matriz del Cuestionario de Creencias epistemológicas sobre la Matemática para alumnos de Secundaria Básica

DIMENSIONES	ITEMS ACTUALES
Habilidad para aprender la matemática	1-Algunas personas nacen con grandes habilidades para la Matemática y otros no 11-Casi todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en Matemática o no 8-La habilidad en Matemática es en realidad algo con lo que se nace 3-Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos 15-Si los profesores de Matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta
Estructura y Fuente de la cual proviene el conocimiento matemático	7-A veces uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de Matemática incluso si no las entiendes 2-Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema 4-Si no existieran respuestas al final del libro, yo no tendría ninguna idea si he trabajado el problema correctamente o no 12- La Matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo 17- Recibo más matemática que la que es necesaria para mi grado 6-Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución
Estabilidad (Certeza) del conocimiento matemático y Habilidad para aprenderlo	10-Prefiero a un maestro de Matemática que le muestre a los estudiantes vías diferentes para analizar un mismo problema 14-Estudiar sistemáticamente es la clave del éxito para aprender Matemática 5-Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no tengamos la capacidad natural, podremos aprender Matemática 16-Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando
Velocidad de adquisición y Aplicabilidad de la Matemática	9-Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y tiendo a darme por vencido 18- La única razón por la que iría a una clase de Matemática se debe a que es obligatorio 13-La Matemática es como un idioma extranjero para mí, e incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé

Anexo 19

Cuestionario de creencias epistemológicas sobre la matemática para profesores de esta asignatura en la secundaria básica (instrumento definitivo).

Estimado Profesor:

El cuestionario tiene como objetivo, conocer ideas sobre la actividad docente de la matemática. Con la información que se recoja se contribuirá a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de esta ciencia en la secundaria básica. El tratamiento de los datos será con fines de investigación, por lo que la información que Ud. aporte se mantendrá de manera confidencial. Las afirmaciones presentadas tienen diversas opciones de respuestas, Ud. deberá escoger entre ellas la que mejor represente sus ideas. Es muy importante que conteste con toda franqueza, pues nos interesa conocer lo que piensan los profesores.

Para marcar su respuesta encontrará una escala del 1 al 5, donde **“1”** significa **Totalmente de acuerdo**; **“2”** **De acuerdo**; **“3”** representa el valor **Neutral**, **“4”** **En desacuerdo** y **“5”** **Totalmente en desacuerdo**, escoja sólo una de ellas. Le agradecemos de antemano su colaboración.

Datos generales

Edad:....

Sexo:.....

Formación profesional o título de graduado:

.....

Otros estudios realizados:

Años de experiencia en la docencia:

Otras asignaturas que imparte además de la Matemática:

Grado (s)/Años a los que imparte Matemática: Grupo (s).....

		1	2	3	4	5
1	Considero que es importante estar dispuesto a actualizarse en la enseñanza de la Matemática.					
2	Los contenidos relacionados con la Matemática son concretos y facilitan entender problemáticas específicas.					
3	Considero que si el alumno no entiende algo en Matemática es difícil que lo aprenda, aunque se esfuerce.					
4	Los conocimientos adquiridos en la Matemática permiten explicar muchos de los fenómenos que se presentan en la vida diaria.					
5	El buen profesor de Matemática debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción profesor – alumno y alumno- alumno.					
6	Cuando se trata de la Matemática, la mayoría de los alumnos de secundaria o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto.					
7	El buen profesor de Matemática debe demostrar el dominio de los contenidos disciplinares antes de pedirlo a sus alumnos.					
8	Considero que el alumno que ha tenido dificultades para aprender, siempre las tendrá.					
9	Lo más importante de la planificación de la clase de Matemática es que los objetivos de esta reflejen las motivaciones de los involucrados en el proceso.					
10	Los contenidos de la Matemática están interrelacionados.					

Anexo 20

Versión definitiva de la Matriz del Cuestionario de Creencias epistemológicas sobre la matemática para profesores de esta asignatura en la secundaria básica

Creencias sobre el conocimiento

DIMENSIONES	ITEMS ACTUALES
Estructura	10.- Los contenidos de la Matemática están interrelacionados
Fuente	7- El buen profesor de Matemática debe demostrar su dominio en los contenidos disciplinares, antes de pedirlo en sus alumnos
Utilidad	4- Los conocimientos adquiridos en la Matemática permiten explicar muchos de los fenómenos que se presentan en la vida diaria
Naturaleza	2- Los contenidos relacionados con la Matemática son concretos y facilitan entender problemáticas específicas

Creencias sobre el aprendizaje

DIMENSIONES	ITEMS ACTUALES
Habilidad para aprender	3. Considero que si el alumno no entiende algo en Matemática es difícil que lo aprenda aunque se esfuerce 8- Considero que el alumno que ha tenido dificultades para aprender siempre las tendrá
Velocidad con la que ocurre	6-Cuando se trata de la Matemática, la mayoría de los alumnos de secundaria o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto

Creencias sobre la enseñanza

DIMENSIONES	ITEMS ACTUALES
Actividades en clase	5- El buen profesor de Matemática debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción entre profesor –alumno y alumno-alumno
Planificación de la clase	9- Lo más importante de la planificación de la clase de Matemática es que los objetivos de esta reflejen las motivaciones de los involucrados en el proceso
Autopercepción de habilidades para enseñar	1- Considero que es importante estar dispuesto a seguir actualizándose en la enseñanza de la Matemática

Anexo 21

Conglomerados según el sexo.

Crosstab

		sexo		Total
		F	M	
TwoStep Cluster Number	Count	50	69	119
	1 % within TwoStep Cluster Number	42.0%	58.0%	100.0%
	Count	108	92	200
	2 % within TwoStep Cluster Number	54.0%	46.0%	100.0%
	Count	96	107	203
	3 % within TwoStep Cluster Number	47.3%	52.7%	100.0%
Total		254	268	522
		48.7%	51.3%	100.0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	4.537 ^a	2	.103
Likelihood Ratio	4.549	2	.103
Linear-by-Linear Association	.340	1	.560
N of Valid Cases	522		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 57,90.

Conglomerados según el Grado

Crosstab

		Grado			Total
		7mo	8vo	9no	
TwoStep Cluster Number	Count	23	27	69	119
	1 % within TwoStep Cluster Number	19.3%	22.7%	58.0%	100.0%
	Count	70	78	52	200
	2 % within TwoStep Cluster Number	35.0%	39.0%	26.0%	100.0%
	Count	62	69	72	203
	3 % within TwoStep Cluster Number	30.5%	34.0%	35.5%	100.0%
Total		155	174	193	522
		29.7%	33.3%	37.0%	100.0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	33.095 ^a	4	.000
Likelihood Ratio	32.665	4	.000
Linear-by-Linear Association	8.677	1	.003
N of Valid Cases	522		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 35,34.



Figura 3. Diferencias en la composición de los conglomerados según el grado

Fuente: Instrumento de evaluación

Anexo 22

Tabla Matriz de análisis de la entrevista retest a los alumnos.

Dimensión	Variables	Conglomerados					
		1		2		3	
		f	%	f	%	f	%
Habilidad para aprender la matemática	Algunas personas nacen con grandes habilidades para la Matemática y otros no	119	100	93	46.5	187	92.1
	Casi todos sabemos a muy temprana edad si somos buenos en Matemática o no	112	94.1	100	50	200	98.5
	La habilidad en Matemática es en realidad algo con lo que se nace	119	100	90	45	203	100
	Podemos aprender cosas nuevas, pero realmente no podemos cambiar la habilidad matemática con la que nacimos	117	98.3	88	44	203	100
	Si los profesores de Matemática utilizaran en sus clases buenos ejemplos de problemas matemáticos, practicaría menos por mi cuenta	119	100	115	57.5	203	100
Estructura y Fuente de la cual proviene el conocimiento matemático	A veces uno tiene que aceptar las respuestas de los profesores de Matemática incluso si no las entiendes	119	100	82	41	199	98
	Es frustrante cuando hay que trabajar duro para entender un problema	119	100	76	38	201	99
	Si no existieran respuestas al final del libro, yo no tendría ninguna idea si he trabajado el problema correctamente o no	119	100	150	75	203	100
	La Matemática es algo que yo nunca podré aprender por mí mismo	119	100	105	52.5	202	99.5
	Recibo más matemática que la que es necesaria para mi grado	119	100	65	32.5	185	91.1
	Es una pérdida de tiempo trabajar con problemas que no tienen solución	119	100	81	40.5	203	100
Estabilidad (Certeza) del conocimiento matemático y Habilidad para aprenderlo	Prefiero a un maestro de Matemática que le muestre a los estudiantes vías diferentes para analizar un mismo problema	81	68	198	99	189	93.1
	Estudiar sistemáticamente es la clave del éxito para aprender Matemática	79	66.4	200	100	184	90.6
	Si nos esforzamos lo suficiente, aunque no tengamos la capacidad natural, podremos aprender Matemática	68	57.1	197	98.5	179	88.2
	Cuando no se entiende algo debemos seguir preguntando	91	76.5	199	99.5	186	91.6
Velocidad de adquisición y Aplicabilidad de	Si no puedo resolver un problema rápidamente me siento mal y tiendo a darme por vencido						

la Matemática	La única razón por la que iría a una clase de Matemática se debe a que es obligatorio						
	La Matemática es como un idioma extranjero para mí, e incluso si trabajo duro, realmente nunca la aprenderé						

Otras verbalizaciones que fueron consideradas teniendo en cuenta qué más del 50 % de los alumnos las expresaron:

- “La verdad que yo no fui hecho para la matemática” (alumnos de los conglomerados 1 y 3)
- “El contenido es muy difícil de entender, un día te dan una cosa y al otro día otra que no tiene que ver con nada” (alumnos del conglomerado 3)
- “... muchos temas que no sé para qué me sirven...” (alumnos de los tres conglomerados)
- “...los profesores son los que saben lo que uno tiene que aprenderse” (alumnos de los tres conglomerados, en mayor medida los del grupo 1)
- “si no coges la idea desde el primer momento que el profesor la dice después no sabes ni lo que escribiste en la libreta” (fundamentalmente alumnos del conglomerado 1)

Anexo 23

Tabla Matriz de análisis de la entrevista retest a los profesores.

Creencias sobre el conocimiento

Dimensión	Variables	f	%
Estructura	Los contenidos de la Matemática están interrelacionados	11	100
Fuente	El buen profesor de Matemática debe demostrar su dominio en los contenidos disciplinares, antes de pedirlo en sus alumnos	11	100
Utilidad	Los conocimientos adquiridos en la Matemática permiten explicar muchos de los fenómenos que se presentan en la vida diaria	11	100
Naturaleza	Los contenidos relacionados con la Matemática son concretos y facilitan entender problemáticas específicas	10	90

Creencias sobre el aprendizaje

Dimensión	Variables	f	%
Habilidad para aprender	Considero que si el alumno no entiende algo en Matemática es difícil que lo aprenda aunque se esfuerce	8	72.8
	Considero que el alumno que ha tenido dificultades para aprender siempre las tendrá	7	63.6
Velocidad con la que ocurre	Cuando se trata de la Matemática, la mayoría de los alumnos de secundaria o bien aprenden rápidamente o no aprenden en absoluto	7	63.6

Creencias sobre la enseñanza

Dimensión	Variables	f	%
Actividades en clase	El buen profesor de Matemática debe usar métodos de enseñanza que maximizan la interacción entre profesor –alumno y alumno-alumno	9	81.8
Planificación de la clase	Lo más importante de la planificación de la clase de Matemática es que los objetivos de esta reflejen las motivaciones de los involucrados en el proceso	10	90
Autopercepción de habilidades para enseñar	Considero que es importante estar dispuesto a seguir actualizándose en la enseñanza de la Matemática	7	63.6

Otras verbalizaciones que fueron consideradas teniendo en cuenta qué más del 50 % de los profesores las expresaron:

- “en matemática todo tiene que ver con todo, es esencial dominar los conceptos básicos para entender los más complejos y sus aplicaciones”
- “si uno no demuestra que sabe difícilmente los alumnos aprenderán...”
- “todo lo que ocurra en el aula depende del profesor...”
- “la matemática es una asignatura en la que si no logras vencer los objetivos anteriores difícilmente se pueda aprender los nuevos... aquellos alumnos que desde la primaria no lograron formar las nociones básicas, en la secundaria tampoco lo logran...”
- “cuando tienes los objetivos bien definidos ya tienes la clase completa”
- “resulta muy difícil definir los objetivos pero ellos determinan el éxito de la clase”
- “el aprendizaje cooperativo es una alternativa que puede facilitar la enseñanza y aprendizaje de la matemática, aunque los alumnos no están preparados para ello”

Anexo 24

Estadísticos descriptivos del rendimiento académico de cada clúster encontrado.

Descriptives				Statistic	Std. Error
	TwoStep Cluster Number				
AREND	1	Mean		37.0471	.49738
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	36.0621	
			Upper Bound	38.0320	
		5% Trimmed Mean		36.6935	
		Median		34.8100	
		Variance		29.439	
		Std. Deviation		5.42578	
		Minimum		30.38	
		Maximum		49.83	
		Range		19.45	
		Interquartile Range		8.61	
		Skewness		.833	.222
		Kurtosis		-.439	.440
		Mean		42.3413	.43062
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	41.4921	
			Upper Bound	43.1904	
AREND	2	5% Trimmed Mean		42.6105	
		Median		43.3400	
		Variance		37.086	
		Std. Deviation		6.08983	
		Minimum		24.95	
		Maximum		50.00	
		Range		25.05	
		Interquartile Range		10.65	
		Skewness		-.493	.172
		Kurtosis		-.795	.342
		Mean		40.2729	.41035
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	39.4638	
			Upper Bound	41.0820	
		5% Trimmed Mean		40.3309	
		Median		40.5300	
AREND	3	Variance		34.182	
		Std. Deviation		5.84655	
		Minimum		23.43	
		Maximum		50.00	
		Range		26.57	
		Interquartile Range		9.70	
		Skewness		-.137	.171
		Kurtosis		-.760	.340

Anexo 25

Sexo * Nivel de Rendimiento

Crosstab

			NivelRend			Total
			Bajo	Medio	Alto	
sexo	F	Count	94	97	63	254
		% within sexo	37.0%	38.2%	24.8%	100.0%
	M	Count	159	74	35	268
		% within sexo	59.3%	27.6%	13.1%	100.0%
Total	Count		253	171	98	522
	% within sexo		48.5%	32.8%	18.8%	100.0%

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	27.437 ^a	2	.000
Likelihood Ratio	27.728	2	.000
Linear-by-Linear Association	25.850	1	.000
N of Valid Cases	522		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 47,69.

Anexo 26

Test de Kruskal Wallis al relacionar creencias sobre la matemática en los alumnos y rendimiento académico en matemática.

Rangos			
	NivelRend	N	Rangos Medios
Habilidad Innata	Bajo	249	278.58
	Medio	171	263.51
	Alto	98	204.01
	Total	518	
ConocimientoSimpleAutoridad	Bajo	249	297.53
	Medio	171	241.51
	Alto	98	194.27
	Total	518	
ConocimientoRelativo	Bajo	249	230.26
	Medio	171	283.88
	Alto	98	291.24
	Total	518	
AprendizajeRápidoInaplicable	Bajo	249	305.38
	Medio	171	227.42
	Alto	98	198.91
	Total	518	

Test Statistics ^{a,b}				
	Habilidad Innata	Conocimiento Simple Autoridad	Conocimiento Relativo	Aprendizaje Rápido Inaplicable
Chi-Square	17.676	37.240	18.926	47.902
df	2	2	2	2
Asymp. Sig.	.000	.000	.000	.000

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: NivelRend

Anexo 27

Análisis de regresión y valor de la significación

Variables Entered/Removed^a

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	AprendizajeRápidoInaplicable		Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
2	ConocimientoSimpleAutoridad		Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).
3	ConocimientoRelativo		Stepwise (Criteria: Probability-of-F-to-enter <= .050, Probability-of-F-to-remove >= .100).

a. Dependent Variable: AREND

ANOVA^a

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	1996.289	1	1996.289	58.140	.000 ^b
	Residual	17854.684	520	34.336		
	Total	19850.972	521			
2	Regression	2393.869	2	1196.934	35.585	.000 ^c
	Residual	17457.104	519	33.636		
	Total	19850.972	521			
3	Regression	2752.487	3	917.496	27.796	.000 ^d
	Residual	17098.485	518	33.009		
	Total	19850.972	521			

a. Dependent Variable: AREND

b. Predictors: (Constant), AprendizajeRapidoInaplicable

c. Predictors: (Constant), AprendizajeRapidoInaplicable, ConocimientoSimpleAutoridad

d. Predictors: (Constant), AprendizajeRapidoInaplicable, ConocimientoSimpleAutoridad, ConocimientoRelativo

Anexo 28

Rendimiento académico de cada conglomerado al relacionar alumnos y profesores

			Nivel de Rendimiento			Total
			Bajo	Medio	Alto	Bajo
Clúster	1	Recuento	191	107	80	378
		%	50.5%	28.3%	21.2%	100.0%
		% de NivelRend	75.5%	62.6%	81.6%	72.4%
	2	Recuento	62	64	18	144
		%	43.1%	44.4%	12.5%	100.0%
		% de NivelRend	24.5%	37.4%	18.4%	27.6%
Total	Recuento		253	171	98	522
	%		48.5%	32.8%	18.8%	100.0%
	% de NivelRend		100.0%	100.0%	100.0%	100.0%

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Rendimiento	Clúster 1	378	259.19	97975.00
	2	144	267.56	38528.00
	Total	522		

Estadísticos de contraste(a)

	Rendimiento
U de Mann-Whitney	26344.000
W de Wilcoxon	97975.000
Z	-.566
Sig. asintót. (bilateral)	.571

a Variable de agrupación: Clúster

Anexo 29

Tabla 27. Correlaciones entre el sistema de creencias sobre la Matemática de alumnos y el de sus profesores

	ItemProf2	ItemPro3	ItemProf4	ItemProf5	ItemPro6	ItemProf7	ItemProf9	ItemProf10	ItemProf8
AITEM14	,106(*)	-,033	,047	-,004	-,070	-,025	,120(**)	,073	,014
AITEM5	,093(*)	,017	,000	,121(**)	-,080(*)	,011	,097(*)	,099(*)	,060
AITEM16	,034	,008	-,082	,161(**)	-,053	,006	,090(*)	,131(**)	,019
AITEM9	-,219(**)	-,016	-,115(**)	-,093(*)	,152(**)	-,065	-,167(**)	-,145(**)	,003
AITEM10	,084(*)	-,048	,043	-,014	-,064	,029	,014	,012	,066
AITEM18	-,167(**)	-,009	-,045	-,069	,106(**)	-,018	-,149(**)	-,131(**)	,023
AITEM15	-,021	-,088(*)	,029	-,078(*)	-,007	,088(*)	-,071	-,021	,028
AITEM13	-,121(**)	-,017	-,089(*)	-,006	,067	-,066	-,141(**)	-,134(**)	,046
AITEM1	,209(**)	<u>,271(**)</u>	,035	-,148(**)	-,186(**)	,120(**)	-,066	,002	<u>,140(**)</u>
AITEM11	,168(**)	<u>,268(**)</u>	-,104(**)	-,101(**)	-,127(**)	,004	-,076(*)	-,018	<u>,067</u>
AITEM8	,018	<u>,179(**)</u>	-,029	-,201(**)	-,006	,087(*)	-,155(**)	-,073	<u>,082(*)</u>
AITEM7	-,038	-,085(*)	,097(*)	-,150(**)	-,006	,025	-,086(*)	-,113(**)	,052
AITEM2	-,067	-,094(*)	-,018	-,016	-,021	,051	-,079(*)	-,031	,021
AITEM4	-,111(**)	,000	-,030	,013	,044	-,026	-,035	-,036	,036
AITEM12	-,002	-,021	,033	-,007	-,022	,041	,025	,036	,034
AITEM3	,031	-,051	-,061	-,056	-,010	,024	-,091(*)	-,040	-,016
AITEM17	-,096(*)	,031	-,073	,013	,059	,009	-,119(**)	-,070	,076(*)
AITEM6	-,071	,002	,019	,020	,003	,020	,000	,004	,053

** La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral)

* La correlación es significativa al nivel 0,05 (bilateral)