

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Acondicionamiento de las mediciones de sensores inerciales de bajo costo con fines de navegación

Autor: Roberto Quesada Navarro

Tutor: Ms. C. Delvis García García

Santa Clara

2014

”Año 56 de la Revolución”

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Acondicionamiento de las mediciones de sensores inerciales de bajo costo con fines de navegación

Trabajo de Diploma presentado en opción al Título Académico de
Ingeniero en Automática

Autor: Roberto Quesada Navarro
email: rqnnavarro@uclv.edu.cu

Tutor: Ms. C. Delvis García García
Asistente
Dpto. de Automática, Facultad de Ing. Eléctrica, UCLV
email: dggarcia@uclv.edu.cu

Santa Clara

2014

”Año 56 de la Revolución”



Hago constar que el presente Trabajo de Diploma fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Roberto Quesada Navarro
Autor

Fecha

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Roberto Quesada Navarro
Autor

Fecha

Boris Luis Martínez Jiménez, Dr.C
Jefe del Departamento

Fecha

Responsable ICT o J' de Carrera, (Dr.C., M.Sc. o Ing.)
Responsable de Información Científico-Técnica

Fecha

PENSAMIENTO

“La falla de nuestra época consiste en que sus hombres no quieren ser útiles sino importantes.”.

Winston Churchill

DEDICATORIA

A mis abuelos, Olaya y Roberto,
*por todo lo que han hecho por mi, por su cariño, y por lo que han logrado hacer de mi
persona.*

A mi mamá, Ivis,
por su cariño incondicional, y por todo.

A mis tíos, Hortensia y Rolando,
por su tu afecto entrañable, y su apoyo.

A mi novia, Patricia,
quien siempre ha estado a mi lado.

AGRADECIMIENTOS

A mi mamá Ivis y a mis abuelos Olaya y Roberto, por quererme incondicionalmente.

A mis tíos Hortensia y Rolando, por su apoyo incomparable y su cariño.

A mi novia Patricia, por su apoyo en todo momento, por su comprensión y por su amor inmenso.

A mi papá Reinaldo, a mi hermano Luisi, a Floro, y a toda mi familia en general, porque gracias a ellos he logrado ser quien soy.

*A mi tutor Delvis, por su formidable ayuda en la elaboración de este trabajo, por enseñarme a trabajar con *LaTeX*, y por su aporte en mi formación como profesional.*

A todos los profesores que han contribuido a ampliar mis conocimientos y han influido en mi formación profesional.

A todos mis compañeros, y a los que de una manera u otra me han ayudado cuando los he necesitado.

Santa Clara, Cuba, 2014

RESUMEN

Desde hace varios años, los sensores inerciales basados en tecnología MEMS (micro-sistemas electromecánicos) han tenido un gran auge debido a las ventajas que brindan en cuanto a costo y tamaño principalmente. Sin embargo necesitan un software adicional para acondicionar adecuadamente sus mediciones. Para Cuba resulta importante desde el punto de vista económico y científico poder contar con este tipo de tecnología. En este trabajo se exponen los resultados alcanzados en el desarrollo de técnicas para filtrar las señales de estos sensores y lograr una estimación adecuada de la orientación para un sistema de navegación.

En este informe se muestra la implementación de una estructura de acondicionamiento, la cual está constituida primeramente por un filtrado paso bajo para determinar la actitud inicial, con la cual se inicializa el posterior algoritmo. Este tiene como primera etapa un Filtro de Kalman para alisar las mediciones, luego un Filtro Complementario para integrar las mediciones de todos los sensores, el cual se completa con un segundo Filtro de Kalman para una mayor exactitud en las estimaciones. Mediante simulaciones se evalúa el desempeño del algoritmo, a partir de los errores medios y sus desviaciones, obteniéndose buenos resultados principalmente en el cálculo del alabeo y cabeceo.

TABLA DE CONTENIDO

	<u>Página</u>
PENSAMIENTO	IV
DEDICATORIA	V
AGRADECIMIENTOS	VI
RESUMEN	
Índice de tablas	III
Índice de figuras	IV
INTRODUCCIÓN	1
0.1. Formulación de Objetivos.	3
0.2. Estructura del Trabajo.	4
1. ESTUDIO DE TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE ACTITUD	6
1.1. Introducción.	6
1.2. Sensores inerciales.	6
1.2.1. Algunos tipos de sensores inerciales.	8
1.3. Tecnología MEMS.	9
1.3.1. Principales errores de medición.	9
1.4. Determinación de actitud.	14
1.4.1. Orientación inicial.	15
1.4.2. Orientación en movimiento.	15
1.4.3. Formas de representar la actitud.	15
1.5. Algoritmos más utilizados para la corrección de errores.	17
1.6. Otros sensores empleados.	20
1.7. Consideraciones finales del Capítulo.	21
2. ESTIMACIÓN DE ACTITUD MEDIANTE FILTRO COMPLEMENTARIO	22

2.1.	Introducción.	22
2.2.	Procedimientos de inicialización.	22
	2.2.1. Cálculo de la orientación inicial.	23
2.3.	Filtro Complementario.	26
	2.3.1. Obtención de los ángulos a partir de acelerómetros y magnetómetros.	27
	2.3.2. Obtención de los ángulos a partir de los giróscopos.	27
	2.3.3. Ajuste del Filtro Complementario.	28
2.4.	Estimación de actitud mediante el Filtro Complementario.	29
2.5.	Consideraciones finales del Capítulo.	34
3.	ESTRUCTURA COMBINADA DE FILTRO COMPLEMENTARIO Y FILTRO DE KALMAN	35
3.1.	Introducción.	35
3.2.	Filtro de Kalman.	35
3.3.	Estructura combinada de Filtro Complementario y Filtro de Kalman.	38
3.4.	Filtro de Kalman para alisar las mediciones.	39
3.5.	Filtro de Kalman basado en modelo cinemático lineal.	41
3.6.	Procedimiento de sintonización.	43
3.7.	Resultados finales.	45
	3.7.1. Resultados del Filtro Kalman de alisado.	45
	3.7.2. Resultados con el algoritmo de acondicionamiento.	45
3.8.	Análisis Económico.	50
3.9.	Consideraciones finales del Capítulo.	51
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	53

Índice de tablas

<u>Tabla</u>		<u>Página</u>
1-1.	Desviaciones típicas de giróscopos y acelerómetros según su categoría.	12
2-1.	Valor medio y desviación estándar de los errores de estimación de los ángulos de Euler con el Filtro Complementario.	32
3-1.	Valor medio y desviación estándar de los errores de estimación de los ángulos de Euler con la estructura basada en FC y FK.	50

Índice de figuras

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
1-1. Esquema básico de un sistema de navegación inercial.	7
1-2. Disturbio ocasionado por un objeto ferroso en un campo uniforme.	10
1-3. Error por factor de escala.	12
1-4. Unidades de medición inercial.	14
1-5. Determinando la orientación directamente a partir de las mediciones de los sensores inerciales.	18
1-6. Determinando la orientación a partir de filtros complementarios.	19
2-1. Procedimientos preliminares para determinar actitud.	24
2-2. Sistema de coordenadas empleado.	25
2-3. Orientación Inicial.	25
2-4. Diagrama del Filtro de Balanceo.	27
2-5. Salida del Filtro Complementario de Pitch y Roll para variaciones manuales. . .	30
2-6. Salida del Filtro Complementario de Pitch y Roll para trama del submarino. . .	31
2-7. Salida del Filtro Complementario de Pitch y Roll para trama del vehículo terrestre. .	32
2-8. Rumbo para los tres casos mencionados en la sección 2.4.	33
3-1. Algoritmo de filtrado de Kalman.	37
3-2. Estructura de acondicionamiento de las mediciones para un primer instante de muestreo.	39
3-3. Estructura de acondicionamiento de las mediciones.	40
3-4. Filtrado de las mediciones de los acelerómetros.	46

3-5. Filtrado de las mediciones de los giróscopos.	46
3-6. Filtrado de las mediciones de los magnetómetros.	47
3-7. Estimación final con el algoritmo implementado para variaciones manuales. . . .	48
3-8. Estimación final con el algoritmo implementado para trama de un submarino. . .	49
3-9. Estimación final con el algoritmo implementado para trama de un vehículo terrestre.	50

INTRODUCCIÓN

Desde hace algunos años la investigación y desarrollo de las tecnologías de sensores empleados en los Vehículos Autónomos se ha convertido en el centro de atención de muchas universidades y/o centros de investigación. En general este tipo de tecnologías requieren gran cantidad de recursos, por lo que los países desarrollados son los que mayormente tienen el liderazgo en la utilización de estas plataformas y son vendidas a muy altos precios a los demás países interesados en su explotación, los cuales adquieren la aplicación pero nunca la posibilidad de realizar modificaciones y mucho menos reproducirlos. Debido a esto, desde hace poco tiempo se ha evidenciado un incremento en la demanda de los sistemas de navegación inercial (en inglés INS, Inertial Navigation Systems) de pequeño tamaño y bajo costo. Estos se usan en diversas aplicaciones que van desde los sistemas personales de navegación, hasta la navegación asistida para automóviles y vehículos autónomos; causa por la cual se ha abierto un amplio horizonte de aplicaciones, cobrando cada día más fuerzas debido al mejoramiento en las tecnologías empleadas para su concepción.

Los avances en cuanto a las tecnologías de fabricación de sensores inerciales empleados en estos sistemas, y el descubrimiento de nuevas técnicas ofrecen ventajas por encima de las convencionales, esto se evidencia en desarrollos tales como los giróscopos de fibra óptica (en inglés FOG, Fiber Optic Gyroscopes) y los micro-sistemas electromecánicos (en inglés MEMS, Microminiature Electromechanical Systems) ([Weston, 2004](#)), que muestran un desarrollo prometedor de los INS.

Estos sistemas MEMS son una integración de elementos mecánicos, electrónicos, sensores, y actuadores en un substrato común, los cuales recogen información respecto al ambiente por mediciones mecánicas, térmicas, ópticas y por fenómenos magnéticos, además son miniaturizados, de bajo costo y de poco consumo de potencia ([Aggarwal, 2010](#)). Esta tecnología representa un área progresiva de la eléctrica, la mecánica, la biomédica, la

aviación, y la industria automotriz, además permite el reemplazo de los convencionales dispositivos mecánicos voluminosos por una fracción del costo, con mayor durabilidad y bajo consumo de potencia ([Aggarwal, 2010](#)).

A pesar del desarrollo que han tenido estas tecnologías de sensores inerciales de bajo costo, las mismas experimentan grandes errores en el cálculo de los parámetros de posicionamiento y actitud en intervalos de tiempo relativamente pequeños ([Shin, 2001](#)). Esto se debe principalmente a las grandes incertidumbres en las mediciones de estos sensores, lo que resulta sumamente vulnerable a comportamientos no deseados e inestabilidades, especialmente cuando los parámetros de actitud divergen rápidamente. Esto no significa que no puedan ser empleados en aplicaciones con alta precisión, sino que hay que llevar a cabo técnicas de filtrado no convencionales y corrección de las mediciones de los mismos, o sea, con un desarrollo de software capaz de contrarrestar los errores de medición de estos sensores, los mismos pueden ser utilizados eficientemente en Vehículos Autónomos, con prestaciones similares a las obtenidas en aplicaciones con un alto costo. Por lo tanto, para reducir estos errores provenientes de las mediciones de estos dispositivos se tienen que llevar a cabo distintos métodos de calibración, filtrado y corrección, y así, mejorar el desempeño general del sistema.

Algunos ejemplos de métodos empleados para la corrección se pueden ver en ([Johnson, 2006](#)), en donde a partir de las mediciones se calcula la declinación magnética (diferencia angular del norte geográfico respecto al norte magnético), lo que permite calcular el error en el rumbo del vehículo $\delta\psi_T$. Otro método empleado es el de la implementación de filtros de balanceo o complementarios ([Colton, 2007](#)), pero de manera general los algoritmos más utilizados para la corrección de estas mediciones son los filtros de Kalman. En el caso de los sistemas de comportamiento lineal se implementa un filtro estándar de Kalman, y para el caso de los sistemas no lineales, un filtro extendido de Kalman.

En Cuba en la Universidad Central "Martha Abreu" de Las Villas el Grupo de Automatización, Robótica y Percepción (GARP), es una de las instituciones que explota estas tecnologías, al incluirlas en los distintos proyectos de vehículos autónomos actualmente en

desarrollo. El GARP investiga conjuntamente con otras instituciones en un vehículo aéreo y uno sumergible, en los cuales, la arquitectura de hardware empleada es similar, y se compone de sensores y unidades de cómputo de bajo costo, por lo que la aplicación de diferentes técnicas para la corrección de las mediciones obtenidas de estos sensores es una tarea importante para el adecuado funcionamiento del INS.

Precisamente surge este trabajo a partir de las necesidades del GARP ante los proyectos en curso, de lograr obtener las señales de sensores inerciales de bajo costo empleados en la navegación de vehículos autónomos, con la menor afectación posible producida por los diferentes disturbios que intervienen en estas mediciones. Además se hace necesario para Cuba dominar este tipo de tecnologías para poder contar con aplicaciones de factura nacional que minimicen los costos en concordancia con las posibilidades económicas que se tienen. Teniendo en cuenta las ideas anteriores el objeto de estudio de este trabajo abarca las técnicas de filtrado y corrección de las mediciones para mejorar las prestaciones de sensores MEMS.

El problema científico de este trabajo sería:

Problema científico: No se dispone de una técnica de filtrado y de una corrección y estimación de las mediciones de los sensores empleados en los sistemas de navegación de los vehículos autónomos mencionados, que de manera eficiente, atenúe los errores provocados por las diferentes fuentes de disturbios que afectan a estos dispositivos.

Una vez analizada la teoría de la cual se dispone relacionada con el objeto de estudio se plantea la siguiente hipótesis.

Hipótesis: *La implementación de algoritmos de integración sensorial para estimar y corregir las mediciones de los sensores MEMS mejoran el desempeño de los INS, atenuando los efectos que incluyen los diferentes disturbios en las mediciones.*

0.1. Formulación de Objetivos.

De lo anteriormente expuesto el **objetivo general** de este trabajo es:

Desarrollar un acondicionamiento adecuado de las mediciones de los sensores MEMS, para que puedan ser empleadas de manera eficiente en los INS.

Para el logro de este objetivo se plantean los siguientes **objetivos específicos**:

1. Analizar la literatura relacionada con la problemática a resolver.
2. Definir la estrategia a seguir para la inicialización adecuada del sistema de navegación.
3. Seleccionar los algoritmos para la estimación de actitud del vehículo y el resto de las mediciones necesarias para la navegación.
4. Desarrollar en Matlab los procedimientos seleccionados.
5. Evaluar el comportamiento de los procedimientos propuestos.

Para dar cumplimiento de los objetivos mencionados anteriormente se proponen llevar a cabo las siguientes tareas de investigación.

Tareas de investigación:

1. Selección de los algoritmos y de la metodología a seguir de acuerdo con los sensores empleados y las características del hardware disponible.
2. Implementación en Matlab de las estrategias y algoritmos establecidos, con base en la literatura consultada.
3. Simulación y validación de los resultados alcanzados.
4. Elaboración y presentación del informe final de la investigación en donde se reflejen los resultados obtenidos.

0.2. Estructura del Trabajo.

En la Introducción queda definida la importancia, actualidad y necesidad del tema que se aborda, y se dejan explícitos los elementos del diseño teórico de la investigación.

El informe final de la investigación incluirá tres capítulos, seguidos de las conclusiones finales y recomendaciones para investigaciones futuras y finalmente las referencias bibliográficas. Los temas que se abordarán en cada capítulo se encuentran estructurados de la forma siguiente:

Capítulo 1.

Se realiza un análisis de los aspectos principales relacionados con las metodologías empleadas para filtrar, estimar, y acondicionar de manera general, las mediciones de sensores inerciales de bajo costo, y además, se hace un estudio comparativo de las diferentes técnicas de filtrado, corrección y estimación que se usan en la actualidad, para de esta manera seleccionar cuales deben ser las empleadas finalmente para el desarrollo de este trabajo.

Capítulo 2.

Se verán los procedimientos preliminares que se deben realizar para la implementación de un algoritmo de acondicionamiento, viendo además el funcionamiento de un filtro complementario, que es uno de los métodos empleados para la estimación de actitud. También se muestran los resultados obtenidos con este filtro, mostrando sus ventajas y limitantes a la hora de determinar los parámetros necesarios para un sistema de navegación.

Capítulo 3.

En este capítulo se muestra la implementación de una estructura de acondicionamiento basada en un filtro complementario y dos filtros de Kalman con el fin de mejorar la estimación de actitud. Además se hace una descripción de como se diseña cada filtro de Kalman, mostrando como se deben sintonizar, y que resultados se obtienen con su implementación.

Capítulo 1

ESTUDIO DE TÉCNICAS DE ESTIMACIÓN DE ACTITUD

1.1. Introducción.

En el diseño de Sistemas de Navegación para vehículos autónomos con sensores de bajo costo, aparecen dificultades en la obtención de los parámetros para la navegación. Esto es causado principalmente por la influencia de varios disturbios que afectan indeseablemente las mediciones de estos sensores, lo cual provoca que el sistema no se comporte de manera fiable. En este capítulo se hace una revisión bibliográfica para analizar los diferentes algoritmos que son empleados para lograr obtener de manera adecuada estas mediciones, y así, garantizar la fiabilidad de estos sistemas basados en sensores de bajo costo, destacando las ventajas y desventajas de cada método, para finalmente señalar los que se implementarán en el desarrollo de este trabajo. También se tratarán aspectos importantes como la determinación de la actitud del vehículo, los principales errores que presentan las mediciones de los sensores mencionados, así como las unidades de medición inercial empleadas en los INS.

1.2. Sensores inerciales.

Los sensores inerciales son dispositivos que miden aceleración y velocidad angular. Estos incluyen acelerómetros y giróscopos (gyros abreviadamente). Los acelerómetros miden la fuerza específica y los giróscopos miden la razón angular de giro, o velocidad angular, ambos sin una referencia externa. Los dispositivos que miden velocidad, aceleración, o velocidad angular de un cuerpo con respecto a características en el ambiente no son considerados sensores inerciales (Groves, 2008). Muchos tipos de acelerómetros y giróscopos

miden la fuerza específica y la velocidad angular respectivamente, a lo largo de un solo eje. Una unidad de medición inercial (IMU, en inglés inertial measurement unit) combina múltiples acelerómetros y giróscopos, usualmente tres de cada uno, lo que produce mediciones tridimensionales de fuerza específica y velocidad angular (Groves, 2008). Una IMU también integra generalmente tres magnetómetros, los cuales miden la intensidad del campo magnético de la Tierra, produciendo así mediciones en los tres ejes de la intensidad de dicho campo. Las IMU son usualmente el sensor empleado en los INS, los cuales están compuestos además, por un procesamiento o algoritmo de fusión (Groves, 2008), a partir del cual se obtiene la actitud, la velocidad y la posición del vehículo, en la figura 1-1 se ilustra el esquema básico de un INS.

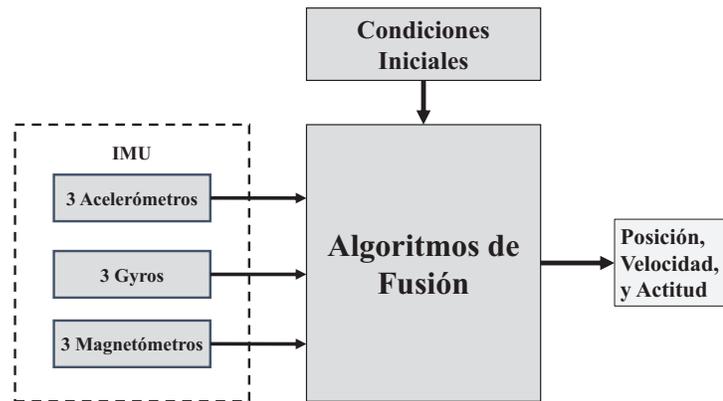


Figura 1-1: Esquema básico de un sistema de navegación inercial.

Todos estos sensores inerciales han tenido un progreso significativo en los últimos tiempos ya que cada vez son más utilizados en los sistemas de navegación para vehículos autónomos. Ellos pueden ser agrupados en cinco categorías de funcionamiento amplias: marina, aviación, intermedia, táctica y automotriz (Groves, 2008). Un INS con sensores inerciales de categoría marina pueden costar más de 1 millón USD¹ y ofrecer una solución de navegación con un error menor de 1.8 km en un día. Los que poseen la categoría de aviación experimentan un error máximo de posición horizontal de ~ 1.5 km en la primera hora de operación, estos son usados en aerolíneas comerciales y en aeronaves militares a

¹Dólar de los Estados Unidos, en inglés United States Dollar

nivel mundial, y poseen un costo de alrededor de 100,000 USD con una dimensión estándar de $178 \times 178 \times 249$ mm (Groves, 2008). En el caso de los dispositivos con la categoría intermedia abarcan un nivel de envergadura pobre en términos de rendimiento, son usados en aeronaves pequeñas y en helicópteros, y poseen un costo de 20,000 USD (Groves, 2008).

Los sensores con categoría táctica, pueden ser usados para proporcionar una solución de navegación inercial independiente, útil solamente durante varios minutos. Sin embargo, se puede obtener una solución de navegación con exactitud a largo plazo, integrando estos dispositivos con sistemas de posicionamiento, tal como GPS (Global Position System). Estos sistemas tienen un costo típico entre 5,000 y 20,000 USD y son usados usualmente en vehículos aéreos no tripulados (UAVs, en inglés *Unmanned Air Vehicles*) (Groves, 2008).

El grado más bajo de sensores inerciales es a menudo conocido como automotriz. Estos tienden a ser vendidos como acelerómetros y giróscopos individuales, los cuales no son lo suficientemente exactos para la navegación inercial como las IMUs, aún cuando estén integrados con otros sistemas de navegación, pero pueden ser usados en sistemas de referencia de actitud y rumbo. Los acelerómetros como sensores individuales cuestan alrededor de 1 USD, mientras que el precio de los giróscopos es alrededor de 10 USD (El-Sheimy, 2007), teniendo estos sensores individuales un volumen típico de unos pocos centímetros cúbicos.

La tecnología de estos dispositivos MEMS ha tenido un desarrollo espectacular en los últimos años y la precisión de los mismos ha ido en ascenso (Grewal, 2001), pero a pesar de ello, requiere de correcciones para mejorar sus prestaciones en los INS. Por esto los verdaderos objetivos que se buscan con el empleo de estas tecnologías son la reducción de los costos y la complejidad, pero con la correspondiente confiabilidad y precisión en las mediciones.

1.2.1. Algunos tipos de sensores inerciales.

A continuación se presentará una muestra de algunas tecnologías usadas en los sensores inerciales destinados a los sistemas de navegación inercial. Existen muchos más, pero solo

se ilustrarán con esta selección la gran diversidad de tecnologías aplicadas a los mismos. Una explicación más detallada se puede ver en ([Grewal, 2001](#)) y ([Weston, 2004](#)).

Acelerómetros

- De fibra óptica
- De balance de fuerzas
- De efecto vibratorio
- De péndulo oscilante

Giróscopos

- Magnéticos
- De efecto Coriolis
- Electrostáticos
- De Laser

1.3. Tecnología MEMS.

Como se mencionó anteriormente la tecnología de micro-sistemas electromecánicos (MEMS) ha tenido una gran evolución desde hace algunos años, causa por la cual se han empleado en el desarrollo de los INS por muchos especialistas y centros ([Zhao, 2013](#); [Ayub, 2012](#); [Fons, 2012](#)).

Los errores que presentan en las mediciones los sensores basados en estas tecnologías pueden provocar resultados no deseados disminuyendo la fiabilidad de los sistemas que los emplean. Por esta causa se necesita un desarrollo de software capaz de contrarrestar estos errores de manera que se mejoren sus prestaciones y se garantice la precisión y estabilidad que requiere un INS.

1.3.1. Principales errores de medición.

En el caso de los acelerómetros, las fuentes de error más comunes son la temperatura, la aceleración en los diferentes ejes, los efectos elásticos y de vibración, los errores de alineación, los errores por los factores de escala, el ruido del sensor, y el offset o bias

del sensor. De igual manera, las mediciones de los giróscopos se afectan por las fuentes mencionadas, pero no por los efectos elásticos y de vibración como en el anterior, sino además por los efectos magnéticos. En el caso de los magnetómetros, como su medición es a partir del campo magnético de la Tierra, el cual es muy débil, su afectación viene dada por la cercanía de motores eléctricos, vibraciones, o cualquier material ferroso que haga que varíe dicho campo, lo que provocaría una medición errónea del sensor (ver figura 1-2, tomada de (Caruso, 2000)).

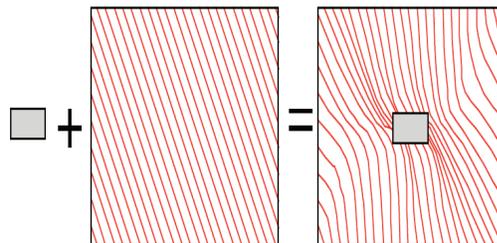


Figura 1-2: Disturbio ocasionado por un objeto ferroso en un campo uniforme.

En muchas aplicaciones se asume que las aceleraciones provenientes del sensor inercial son exactamente las aceleraciones que experimenta el vehículo autónomo, lo que no es correcto en la mayoría de los casos, ya que resulta muy difícil ubicar el sensor exactamente en el centro de masas del móvil, por lo que en la práctica es muy común que exista un desplazamiento (offset o bias) del sensor inercial con respecto al vehículo. Una vez que se conozca este vector de desplazamiento se puede corregir este error antes de pasar a la estimación del estado del vehículo, mejorando considerablemente la exactitud de las mediciones.

En el cálculo de la actitud del vehículo con las aceleraciones medidas también se produce un error, ya que las mediciones dadas por los acelerómetros no solo dan el vector de gravedad, sino la aceleración total que incluye la aceleración centrípeta y tangencial, lo que hace el cálculo de la actitud más erróneo (Fons, 2012).

De los errores mencionados hay varios que son los que mayor influencia ejercen en la salida de los sensores inerciales, uno de estos es el bias (desviación), el cual se define como el promedio de las mediciones de los acelerómetros o giróscopos a la salida, durante un tiempo

predeterminado, que no tiene relación con la aceleración o rotación de entrada (Aggarwal, 2010). Este error es constante y está presente en todos los acelerómetros y giróscopos.

El bias tiene una componente estática y una dinámica; la primera comprende la variación del error de cada instrumento más la desviación fija que permanece luego de la calibración del sensor. La segunda varía durante períodos del orden de un minuto, y también incorpora el bias residual que queda luego de la calibración. Este bias dinámico es aproximadamente el 10 por ciento del bias estático (Groves, 2008).

El bias en los acelerómetros se da en términos de aceleración debida a la gravedad, abreviadamente g (*mili-gravedad* $\rightarrow mg$) donde $1 g = 9.80665 m s^{-2}$ (Groves, 2008), teniendo en cuenta que esta aceleración dada por la gravedad varía con la localización. Para los giróscopos, la deriva o desviación (en inglés *drift*), se da en grados por hora ($^{\circ}hr^{-1}$ o deg/hr), donde $1^{\circ}hr^{-1} = 4.848 \times 10^{-6} rad s^{-1}$. En la tabla 1-1 se muestran los bias típicos para acelerómetros y giróscopos según su categoría (Barbour, 2003; Weston, 2004).

Otro error que influye de manera indeseada sobre la salida de estos sensores inerciales es el factor de escala. Este es la desviación de la pendiente entre la entrada y la salida del instrumento a partir de la unión seguida de la conversión de unidad para una IMU (Groves, 2008) (ver figura 1-3).

Un sensor ideal tiene un factor de escala de 1 (Aggarwal, 2010); por lo tanto, cualquier factor de escala por encima o por debajo de este valor contaminará con errores la salida del sensor. Este error es usualmente expresado en parte por millón (ppm), pero para sensores MEMS de muy bajo costo puede estar expresado en porcentaje (%) (Aggarwal, 2010).

Otro disturbio mencionado, y que afecta a estos sensores considerablemente son los efectos magnéticos. Este se acentúa cuando existen entornos con materiales ferrosos y de inducción, lo cual produce resultados indeseados, siendo el rumbo el parámetro más afectado debido al método generalmente usado para su cálculo, el cual se verá en el próximo capítulo. Para eliminar este tipo de errores, o por lo menos lograr reducirlos en alguna medida se deben llevar a cabo calibraciones magnéticas antes de poner en marcha el sistema.

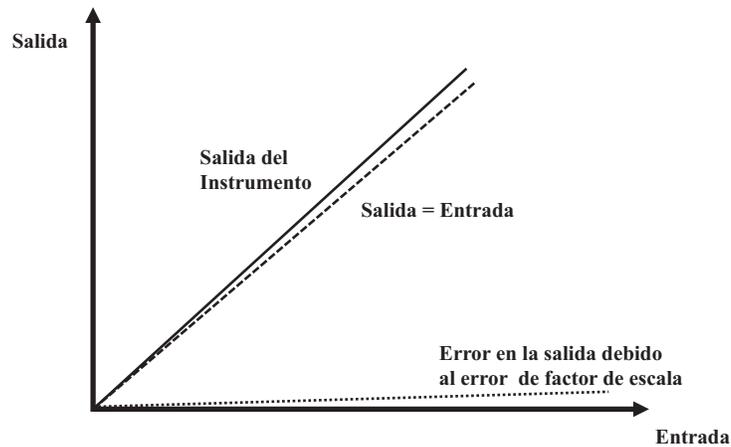


Figura 1–3: Error por factor de escala.

Los efectos vibratorios también influye indeseablemente en las mediciones. Las vibraciones en un sistema de plataforma fija que involucre sensores inerciales pueden causar serios problemas (Walchko, 2002). Una manera de minimizar estos efectos, es aislando los sensores instalados de cualquier efecto vibratorio que pueda hacer caer al sistema en frecuencias resonantes.

La sensibilidad térmica es otro factor a tener en cuenta a la hora de emplear dispositivos MEMS. Se entiende por sensibilidad térmica a la variación que sufren los parámetros del sensor inercial con las variaciones de temperatura, particularmente la desviación o bias y los factores de escala. Los giróscopos y acelerómetros que son instalados en las IMUs son sensibles a estos cambios de temperatura (Walchko, 2002; Abdel-Hamid, 2005), lo cual los hace vulnerables a este disturbio. Pero a pesar de ello este último efecto sobre las mediciones, en la mayoría de los casos, no es crítico y se puede considerar como ruido sobre las mismas, no ocurriendo así con los efectos vibratorios y magnéticos anteriormente mencionados.

Tabla 1–1: Desviaciones típicas de giróscopos y acelerómetros según su categoría.

<i>Categoría de IMU</i>	Desviación de los Acelerómetros		Deriva de los Giróscopos	
	<i>mg</i>	<i>ms⁻²</i>	<i>°hr⁻¹</i>	<i>rad s⁻¹</i>
Marina	0.01	10^{-4}	0.001	5×10^{-9}
Aviación	0.03→0.1	$3 \times 10^{-4} \rightarrow 10^{-3}$	0.01	5×10^{-8}
Intermedia	0.1→1	$10^{-3} \rightarrow 10^{-2}$	0.1	5×10^{-7}
Táctica	1→10	$10^{-2} \rightarrow 10^{-1}$	1→100	$5 \times 10^{-6} \rightarrow 5 \times 10^{-4}$
Automotriz	>10	$>10^{-1}$	>100	5×10^{-4}

Según la tabla 1-1 se observa que con los sensores de las categorías inferiores no se puede realizar una navegación inercial si no se realizan procedimientos adecuados para la corrección o atenuación de los errores que estos presentan (los cuales en las categorías de menor costo son considerables), así como la fusión entre varios sensores, para así mejorar la salida final, y lograr una estimación de actitud con la mayor fiabilidad posible.

En el GARP los sensores más empleados son las IMUs que poseen sensores MEMS, los cuales están compuestos por tres acelerómetros, tres magnetómetros y tres giróscopos que se montan de forma ortogonal. En la figura 1-4 se muestra la IMU MTi (a), y la IMU Mti-G (b), la cual integra además de los sensores inerciales mencionados, un GPS, para con un filtro de Kalman corregir las mediciones de estos sensores (Xsens, 2009).

En el caso de la MTi los acelerómetros tienen un bias de 0.02 ms^{-2} (Xsens, 2010) lo que los ubica en la categoría táctica, causa por la cual, para lograr una solución de navegación fiable con estos sensores se hace necesario integrar sus mediciones con la de otros dispositivos (GPS, otros sensores inerciales). Los giróscopos de esta IMU tienen un bias de $1^\circ/\text{s}$ (Xsens, 2010) lo que equivale a $3600^\circ/\text{hr}^{-1}$, por lo que se ubican en la categoría de automotriz. Según la bibliografía consultada, los sensores con este bias tan significativo no pueden ser empleados con fines de navegación por si solos, por lo que requieren integración con otros dispositivos, y de varias etapas de corrección para poder lograr una estimación adecuada de la actitud de un vehículo.

Los acelerómetros que posee la MTi-G tienen un bias igual al anterior; de 0.02 ms^{-2} (Xsens, 2011), por lo que pertenecen igualmente a la categoría táctica. En el caso de los giróscopos de esta IMU si tienen un bias menor en comparación con el anterior, siendo de $20^\circ/\text{hr}$ (Xsens, 2011), lo cual los ubica en la categoría táctica. Hay que tener en cuenta que en el caso de la MTi-G, sus mediciones tienen mejores prestaciones, ya que como se mencionó anteriormente, la misma integra un GPS para la corrección de las mediciones basado en un filtro de Kalman para integrar los sensores inerciales y el GPS.



(a) IMU MTi

(b) IMU MTi-G

Figura 1–4: Unidades de medición inercial.

A partir del análisis hecho se puede ver la necesidad de llevar a cabo la integración sensorial y la corrección necesaria para lograr estimar de manera adecuada los diferentes parámetros para la navegación de un vehículo. Una alta exactitud en la estimación de actitud es la clave para lograr que un sistema de navegación sea factible, lo cual corrobora la necesidad de llevar a cabo técnicas de corrección. Justificándose el empleo de este tipo de sensores por la disminución considerable del costo, pero sin restarle importancia a la precisión y exactitud que requieren las mediciones de los dispositivos MEMS para un INS.

1.4. Determinación de actitud.

En los vehículos autónomos es necesario determinar la orientación para controlar los distintos grados de libertad que componen el movimiento del mismo. Los sistemas que se encargan de determinar esta orientación se les denomina AHRS², los cuales son una combinación de instrumentos capaz de mantener una estimación exacta de los ángulos de orientación: alabeo, cabeceo y rumbo (en inglés roll ϕ , pitch θ , yaw ψ), cuando el vehículo está en movimiento (Farrell, 2008).

El proceso para determinar estos parámetros se compone de varias etapas, ya que no resulta igual cuando el vehículo está en movimiento o en reposo, por lo que primeramente se debe

²Sistema de Referencia de Actitud y Rumbo, por sus siglas en inglés *Attitude and Heading Reference System*

estimar una orientación inicial y luego de comenzar el vehículo a maniobrar, estimar la orientación en movimiento, la cual no tiene las mismas características de la anterior.

1.4.1. Orientación inicial.

Durante un período inicial de tiempo, cuando el vehículo aún no ha comenzado a navegar, es necesario realizar una adecuada inicialización del sistema para determinar los parámetros de orientación que serán utilizados posteriormente en la estimación de actitud del vehículo una vez que comience a navegar. Esta inicialización a su vez se divide en dos partes: obtención del ángulo de balanceo y cabeceo a partir de las mediciones de los giróscopos y magnetómetros, y por otra parte, obtención del rumbo o giñada a partir de los ángulos determinados en la primera etapa, y de las mediciones dadas por los magnetómetros (Farrell, 2008; Groves, 2008).

1.4.2. Orientación en movimiento.

Una vez que el vehículo autónomo está en movimiento, la forma de determinar los parámetros de navegación cambia con respecto a la utilizada para la inicialización del sistema, debido a que en estas condiciones, las mediciones obtenidas a partir de los sensores inerciales se ven afectadas en gran medida por los disturbios mencionados como las vibraciones, disturbios magnéticos, aparición de componentes de aceleraciones centrípetas y tangenciales en las mediciones de los acelerómetros, etc. Por esta causa, para un funcionamiento fiable del sistema de navegación se hace necesario implementar diferentes algoritmos para determinar la orientación del vehículo una vez que comience su movimiento. En la siguiente sección se hará un análisis de los métodos más empleados para determinar la actitud en estas condiciones.

1.4.3. Formas de representar la actitud.

A la hora de representar la orientación de un cuerpo varias son las representaciones matemáticas que pueden ser usadas para definir su actitud con respecto a un marco de referencia (Weston, 2004), los más empleados son los siguientes:

1. **Matriz de Cosenos (DCM, en inglés *Direction Cosine Matrix*):** Es un sistema de cambio de coordenadas, donde cada componente de esta matriz es uno de los cosenos de los ángulos entre los ejes de los dos sistemas de coordenadas.
2. **Cuaternios (en inglés *Quaternions*):** Esta representación es en un vector de cuatro elementos, los cuales son función de la orientación de este vector y de la magnitud de la rotación.
3. **Ángulos de Euler:** Corresponden con los ángulos convencionales de roll (ϕ), pitch (θ), yaw (ψ), de donde roll es la rotación alrededor del eje x , conocido como alabeo, pitch es la rotación alrededor del eje y , conocido como cabeceo, y yaw es la rotación alrededor del eje z , conocido como orientación, rumbo o guiñada.

Estas tres formas están relacionadas entre si ya que la DCM puede estar expresada en términos de ángulos de Euler o cuaternios y viceversa. También los cuatro cuaternios pueden estar expresados en términos de los ángulos de Euler o de la DCM ([Weston, 2004](#)), por lo que una manera de representar actitud puede estar en función de otra. En ([Weston, 2004](#)) se puede ver con mayor detalle las relaciones matemáticas entre estas representaciones.

El empleo de los ángulos de Euler tiene como desventaja la aparición de singularidades trigonométricas debido a que su cálculo se basa en el uso de este tipo de funciones (sin, cos, arctan), pero a pesar de ello, este método es bastante popular para especificar la orientación angular de un sistema de coordenadas respecto a otro, un ejemplo se puede ver en ([Caruso, 2000](#)) donde se emplea esta representación. La matriz de Cosenos también es usada para representar actitud, un ejemplo de ello es en ([Ayub, 2012](#)), donde a partir de esta matriz determinan los ángulos de Euler. La representación basada en cuaternios tiene mayor exactitud en el cálculo y es usada en ([Fons, 2012](#)). De manera general todas estas representaciones pueden ser empleadas, ya que todas tienen su utilidad, pero unas funcionan mejor en determinadas circunstancias que otras ([Ferrer, 2009](#)).

En este trabajo se empleará la representación de actitud a partir de los ángulos de Euler, pero sin embargo, en algunos cálculos intermedios se emplearán los cuaternios para evitar

las singularidades que surgen con el empleo de los ángulos de Euler. La salida final del acondicionamiento se dará en los tres ángulos de Euler (ϕ, θ, ψ) , ya que es una manera más intuitiva de representar la orientación de un móvil, dando una idea más clara de como se encuentra un cuerpo con un sistema de referencia con respecto a otro.

1.5. Algoritmos más utilizados para la corrección de errores.

Son varios los métodos empleados para fusionar las mediciones de los diferentes sensores inerciales con el fin de disminuir las afectaciones que estos sufren. En todos ellos se emplean mediciones adicionales dadas por sensores externos, para corregir la orientación estimada, siendo generalmente utilizado el GPS (en inglés *Global Positioning System*) (Milette, 2012).

Un primer método para determinar los parámetros de navegación sería a partir de las mediciones dadas por los sensores inerciales, directamente obtener la actitud del vehículo con un procesamiento mínimo de estas señales; con la integración de las aceleraciones y de los giros se obtiene la posición, la velocidad del móvil y la velocidad angular respectivamente, y con las mediciones de los magnetómetros además, se determina el rumbo, como se muestra en la figura 1-5. Este método descrito tiene como ventaja la sencillez para su implementación ya que no hace uso de algoritmos complejos para su implementación, pero no es recomendable, ya que los parámetros obtenidos tendrían un alto componente ruidoso debido al efecto de todos los disturbios mencionados, además de la propagación del error, lo cual haría al sistema comportarse de manera inestable al obtenerse resultados no fiables.

Otro método empleado es similar al anterior pero agregando filtros paso bajo a las mediciones de acelerómetros, lo cual filtra las aceleraciones horizontales de corta duración, dejando pasar solamente las aceleraciones a largo plazo (la gravedad) (Colton, 2007), eliminando así los ruidos en estas mediciones. Este filtrado también puede ser implementado en las mediciones de los giróscopos y magnetómetros, eliminando igualmente los ruidos de sus mediciones. Este método también es de fácil implementación, atenúa los ruidos en

las diferentes señales de los sensores, pero no corrige el error de propagación que se va acumulando, además introduce un retardo en el sistema, lo cual generalmente es malo para la estabilidad.

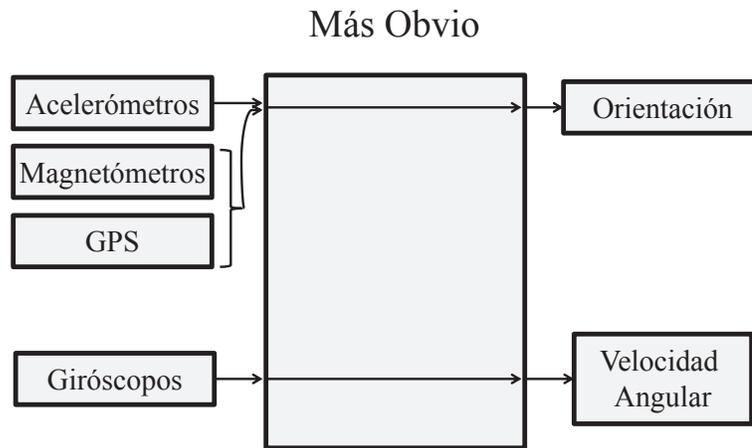


Figura 1–5: Determinando la orientación directamente a partir de las mediciones de los sensores inerciales.

Un tercer algoritmo para determinar actitud de un cuerpo consiste en la utilización de filtros complementarios como se ve en la figura 1–6. Este se basa en integrar las mediciones de los giróscopos en los tres ejes, luego esta señal es filtrada por un filtro paso alto para posteriormente complementarla con la señal obtenida de un filtraje paso bajo de las mediciones de los acelerómetros en los tres ejes, obteniendo finalmente los ángulos de orientación (ϕ, θ, ψ) . Como ventajas, este método puede ayudar a eliminar los ruidos, la deriva, y la dependencia de las aceleraciones horizontales y estima los ángulos de manera rápida, ya que es mucho menos lento que el anterior, pero a pesar de poderse obtener de él buenos resultados, estos no son superiores a los obtenidos con un filtro de Kalman (Colton, 2007).

A partir de la potencialidad del método anteriormente descrito, en el cual se fusionan las mediciones de varios sensores, existen trabajos donde se muestra su implementación, como son los casos de (Ayub, 2012; Gaydou, 2011). En estos casos para su implementación emplean además las mediciones de los magnetómetros, la cual junto a la de los acelerómetros

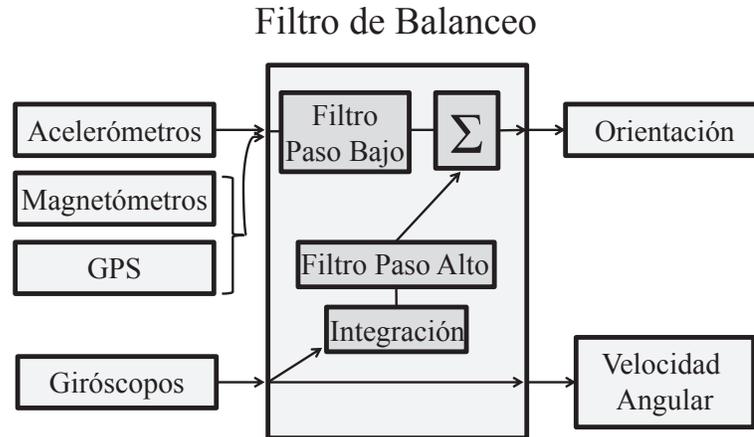


Figura 1–6: Determinando la orientación a partir de filtros complementarios.

son las que suministran la orientación en largos períodos de tiempo, mientras que para evitar la deriva dada por los giróscopos, estos se emplean para la obtención de la orientación en pequeños intervalos de tiempo (Ayub, 2012), logrando así una fusión de los diferentes sensores inerciales.

Como se mencionó en la introducción de este trabajo de manera general el método más empleado para la corrección de las mediciones de los sensores MEMS en sistemas de navegación son los filtros de Kalman, también usado ampliamente para la integración sensorial, debido a los resultados satisfactorios que se obtiene con su implementación. Son varios los trabajos de investigadores donde se ve la implementación de este tipo de filtro (Ferrer, 2009; Faruqi, 2000; Li, 2006; Fons, 2012). En todos se emplean, además de los sensores inerciales, las mediciones adicionales del GPS, para como se mencionó anteriormente, corregir el rumbo, y otros parámetros dados por los dispositivos MEMS. En el caso (Fons, 2012), en donde la implementación es hecha en un teléfono móvil, las mediciones del GPS, además de ser usadas en el filtro de Kalman, se emplean para corregir las diferentes componentes de las aceleraciones que aparecen una vez que el vehículo comienza a navegar (aceleración centrípeta y tangencial), aspecto importante si se quiere tener una medición más precisa de los acelerómetros para su posterior uso.

Otro trabajo donde implementan estos métodos es en (Zhao, 2013), donde desarrollan un filtro complementario para una estimación inicial de la actitud del cuerpo y tres filtros extendidos de Kalman (EKF por sus siglas en inglés *Extended Kalman Filter*) para la navegación del vehículo, brindando respuestas fiables del sistema de navegación con pequeños errores en la estimación de los ángulos de navegación.

Todos estos algoritmos mencionados, exceptuando los dos primeros, pueden brindar resultados satisfactorios para una aplicación de navegación determinada, siendo el empleo de los filtros de Kalman, el más prometedor para obtener una integración de sensores inerciales de bajo costo, aumentando en gran medida las prestaciones de los mismos para su empleo en sistemas de navegación.

1.6. Otros sensores empleados.

Como se mencionó en la sección anterior, en la integración de sensores inerciales se hace necesario el empleo de mediciones complementarias para un comportamiento más adecuado de un INS. Existen varios sensores que pueden ser empleados con este fin, estos son los sistemas de posicionamiento basados en satélites. Dentro de estos sistemas se encuentran el GLONASS (Global Navigation Satellite System) de Rusia, el conocido GPS de E.E.U.U. y el proyecto Galileo de la Unión Europea, (Arronte, 2007; Grewal, 2001). El principio funcional de estos sistemas se basa en medir el tiempo empleado por la señal transmitida por los satélites en llegar al receptor del usuario, este intervalo de tiempo es multiplicado por la velocidad de la luz para obtener la distancia satélite-receptor. El GPS y el GLONASS como sistemas operativos en la actualidad, ofrecen un servicio de posicionamiento que posee precisiones de 13 metros horizontales y 22 metros verticales aproximadamente.

Estos sistemas de posicionamiento brindan cobertura a nivel global durante las 24 horas del día y pueden llegar a tener una precisión de centímetros operando en modo diferencial. Las posibilidades de interferencia, la pérdida de línea de los satélites y el tiempo que transcurre en todo el proceso hace que no sea un método adecuado para su uso en robots móviles que se desenvuelven en entornos reducidos, pero sí en los sistemas de navegación,

siendo en la actualidad los sistemas que junto a los sensores inerciales están presentes en la mayoría de las aplicaciones de este tipo.

1.7. Consideraciones finales del Capítulo.

A partir de las afectaciones que presentan los sensores MEMS, son varios los algoritmos que se han desarrollado para mejorar las prestaciones de estos. Dentro de los más destacados se encuentra el Filtro de Kalman, debido a su potencialidad de estimación, y también el Filtro Complementario, el cual ha tenido un gran desarrollo en los últimos años debido a la integración sensorial que este logra.

Atendiendo al grado de incertidumbre que presentan estos sensores inerciales y al propósito del GARP de contar con un acondicionamiento adecuado de las mediciones de estos dispositivos para su empleo en los diferentes proyectos en curso, en esta investigación se pretende diseñar un algoritmo con el cual se logre una estimación de los principales parámetros de navegación. Este algoritmo estará basado en el empleo de un Filtro Complementario y Filtros de Kalman, para conseguir una exactitud adecuada en las estimaciones.

Capítulo 2

ESTIMACIÓN DE ACTITUD MEDIANTE FILTRO COMPLEMENTARIO

2.1. Introducción.

A partir de todo el análisis hecho en el capítulo anterior sobre las principales técnicas empleadas para obtener los parámetros de navegación, en este capítulo se verán algunas de ellas. En un primer momento se determina la orientación inicial a partir de un filtrado paso bajo a las señales de los sensores, la cual es de vital importancia para la inicialización de las demás técnicas de acondicionamiento. Luego se muestra el filtro complementario con sus principales características, el cual se implementa, y luego se analizan los resultados de estimación logrados con este filtro.

2.2. Procedimientos de inicialización.

Como se mencionó en el capítulo anterior, en el proceso para determinar los distintos parámetros de actitud de un vehículo se deben realizar dos etapas. En esta sección se verá como se determina la orientación inicial, definiendo los procedimientos para la inicialización.

Como primer paso en estos procedimientos de inicialización se empleará un filtro promedio o filtro paso bajo. Este filtro disminuye los componentes de ruido de alta frecuencia y deja pasar los componentes de baja frecuencia o variaciones lentas de las mediciones, provocando un alisamiento (o suavizado) en las señales obtenidas.

Un método común de implementación de un filtro paso bajo para suavizar los datos involucrados, consiste en determinar el nuevo valor contra el anterior ([Milette, 2012](#)), como se puede ver en la ecuación [2.1](#), donde x_i es el valor actual, y a es el parámetro de ajuste del

filtro Si $a = 1$, el nuevo valor será igual al actual, por lo que no habrá filtrado, y si $a = 0$, el nuevo valor no tendría cambio con el cálculo, o sea, sería igual al del instante anterior sin tener influencia el valor actual, por lo que a debe estar entre 0 y 1 para que exista un filtrado de las mediciones. A partir de este análisis se puede ver que un valor pequeño de a provocará un mayor filtrado, pero esto tiene como inconveniente que introduce mayor retardo de fase en la respuesta, por lo que se debe lograr un compromiso entre suavizado y retardo a la hora de determinar el coeficiente a , de manera que se logre un adecuado funcionamiento del filtro.

$$(ValorNuevo) = (ValorAnterior) \cdot (1 - a) + x_i \cdot a \quad (2.1)$$

La constante de tiempo del filtro (τ) es otro parámetro de importancia, esta es la duración relativa de una señal sobre la que se actuará. En los filtros paso bajo las señales mucho más largas que dicha constante de tiempo pasan completamente sin ser alteradas, mientras que las señales más breves son filtradas (Colton, 2007). La constante de tiempo se determina a partir del parámetro a y del período de muestreo (dT) según la ecuación 2.2, por lo que si se conoce la constante de tiempo deseada y el período de muestreo, puede ser calculado el coeficiente a del filtro (ver ecuación 2.2).

$$\tau = \frac{a \cdot dT}{1 - a} \iff a = \frac{\tau}{\tau + dT} \quad (2.2)$$

2.2.1. Cálculo de la orientación inicial.

En el capítulo 1 se mencionó que a la hora de determinar la actitud de un vehículo no resulta lo mismo cuando este está en reposo a cuando está maniobrando, razón por la cual se debe hacer primeramente una inicialización de los distintos parámetros antes de comenzar su movimiento. En las condiciones de reposo los acelerómetros solo miden la gravedad en el eje z y sus componentes en los demás ejes (x, y), por lo que sus mediciones solo se verían mayormente afectados por ruidos de alta frecuencia los cuales serían atenuados con el filtro paso bajo mencionado. De igual manera pasa con los giróscopos y magnetómetros, por lo que luego de filtrar las diferentes señales con el filtro mencionado,

se pueden obtener una estimación de actitud inicial para el vehículo, esto a partir de las ecuaciones que posteriormente se presentarán.

De manera general en la figura 2-1 queda descrito como es el procedimiento para la inicialización de los ángulos de orientación del vehículo: dadas las mediciones de los sensores inerciales empleados (acelerómetros, magnetómetros y giróscopos), primeramente se hace un filtrado paso bajo de estas señales, y luego con estas mediciones filtradas se determina una orientación inicial, con la cual se inicializan los algoritmos implementados para la navegación del vehículo autónomo. Este cálculo de orientación inicial se debe realizar siempre antes de que comience a navegar el cuerpo que tenga implementado estos algoritmos de acondicionamiento.

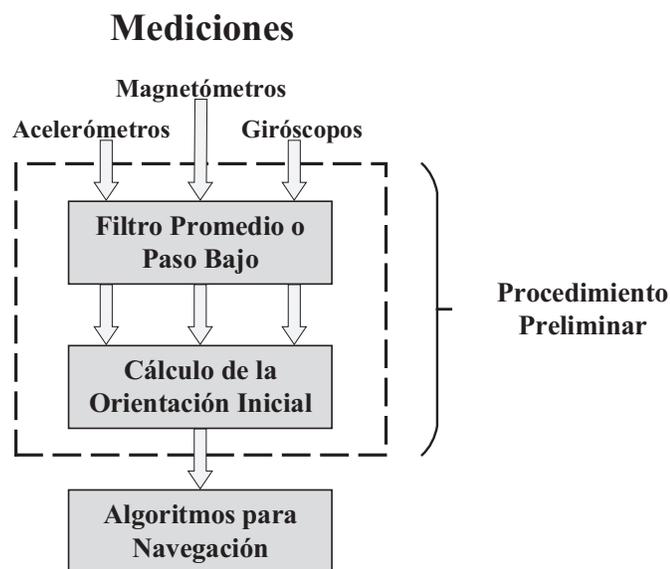


Figura 2-1: Procedimientos preliminares para determinar actitud.

Para determinar los tres ángulos que definen la orientación del vehículo, como se mencionó anteriormente, se calcula primeramente ϕ y θ a partir de las ecuaciones 2.3 y 2.4 (Groves, 2008), y posteriormente con estos ángulos y las mediciones obtenidas de los magnetómetros, se calcula ψ según la ecuación 2.5 (Caruso, 2000). En el cálculo de estos

ángulos, el sistema de coordenadas empleado es el mostrado en la figura 2-2.

$$\phi = \arctan\left(\frac{Acc_y}{Acc_z}\right) \quad (2.3)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{-Acc_x}{\sqrt{(Acc_y)^2 + (Acc_z)^2}}\right) \quad (2.4)$$

$$\psi = \arctan\left(\frac{-Yh}{Xh}\right) \quad (2.5)$$

$$Yh = Mag_y \cdot \cos(\phi) + Mag_z \cdot \sin(\phi)$$

$$Xh = Mag_x \cdot \cos(\theta) + Mag_y \cdot \sin(\phi) \sin(\theta) - Mag_z \cdot \cos(\phi) \cdot \sin(\theta)$$

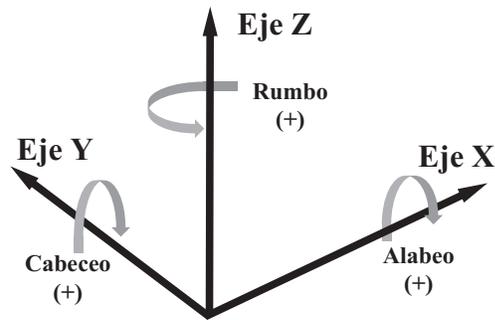


Figura 2-2: Sistema de coordenadas empleado.

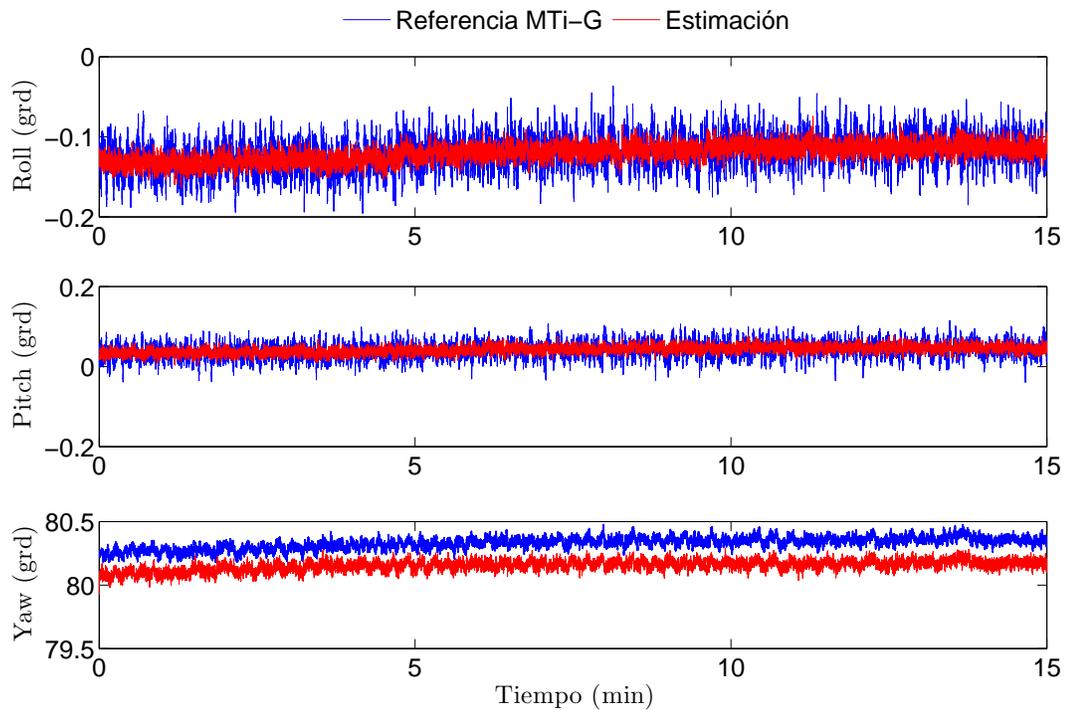


Figura 2-3: Orientación Inicial.

En la figura 2-3 se muestran los ángulos iniciales calculados a partir de las ecuaciones vistas. Esta gráfica fue obtenida a partir de guardar una trama de la MTi-G vista en la figura 1-4 (b), de aproximadamente 15 minutos para tomar los valores de *Roll*, *Pitch*, y *Yaw* que brinda esta IMU, como referencia (gráfica azul), estando la misma en posición de reposo. A partir de esta trama y con la lectura de los sensores inerciales se determina la orientación inicial mencionada (gráfica roja) para de esta manera comparar los valores obtenidos con los tomados como referencia. Una vez vista estas tres gráficas que muestran los tres ángulos calculados se puede decir que esta estimación inicial en condiciones de reposo, sin movimiento y vibraciones, muestra buenos resultados ya que en el caso de ϕ y θ no presentan error en todo el intervalo de tiempo y minimizan el efecto de muchos ruidos de frecuencias altas (esto gracias al filtro paso bajo mencionado) dando una señal más suavizada. En el caso de *Yaw* la respuesta solo presenta un pequeño error de $\sim 0,2^\circ$

2.3. Filtro Complementario.

Una vez estimada la actitud inicial, se comienza a determinar la actitud con los diferentes algoritmos implementados (ver figura 2-1) para la navegación del vehículo. Estos algoritmos de navegación están constituidos por varias etapas, siendo la primera un filtro complementario para una primera estimación.

Este filtro complementario fusiona las diferentes mediciones de los sensores inerciales y aplica un filtrado paso bajo a las mediciones de acelerómetros y magnetómetros, y un filtrado paso alto a las señales de los giróscopos. Esto se puede ver a partir de la ecuación 2.6, en donde α es el parámetro de ajuste del filtro en dependencia de las características de la plataforma donde se implemente y de la respuesta que se desee obtener, en la figura 2-4 se muestra de manera general el diagrama que describe el funcionamiento del filtro complementario.

$$(\text{Ángulo}_{final}) = \overbrace{(\alpha \cdot (\text{Ángulo}_{gyro}))}^{\text{FiltradoPasoAlto}} + \underbrace{(1 - \alpha) \cdot (\text{Ángulo}_{AcelMag})}_{\text{FiltradoPasoBajo}} \quad (2.6)$$

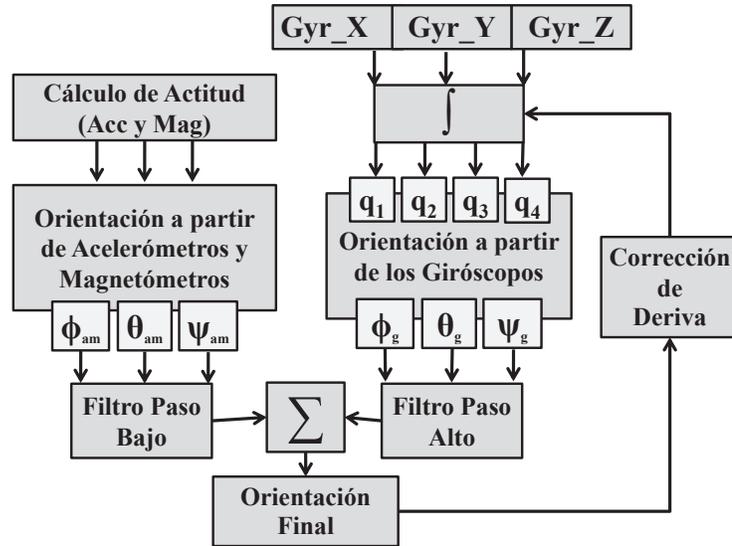


Figura 2–4: Diagrama del Filtro de Balanceo.

En las siguientes secciones se explican los procedimientos mostrados en la figura para la obtención de los tres ángulos a partir de los diferentes sensores.

2.3.1. Obtención de los ángulos a partir de acelerómetros y magnetómetros.

La ecuación 2.6 está formada por la suma complementaria de los ángulos de orientación obtenidos a partir de los diferentes sensores inerciales. Para la obtención de estos ángulos a partir de acelerómetros y magnetómetros se emplean las ecuaciones 2.3, 2.4, 2.5 vistas en la sección anterior para la inicialización del sistema, las cuales solo dependen de las mediciones de estos.

2.3.2. Obtención de los ángulos a partir de los giróscopos.

En el cálculo de los ángulos a partir de los giróscopos (o gyros) se emplean como cálculo intermedio la determinación de orientación a partir de los cuaternios y luego con estos se obtiene los tres ángulos de Euler(ϕ , θ , ψ) que se utilizan en la ecuación del filtro de balanceo. En este caso se emplean los cuaternios ya que con ellos se mejora altamente la exactitud de cálculo del punto flotante y además evita singularidades de las funciones trigonométricas (Fons, 2012). Para determinar los cuaternios a partir de los gyros se emplea la ecuación 2.7, donde ω^b es un vector de tres elementos (los gyros en x , y , z), \mathbf{q} es un vector de cuatro elementos que contiene los cuaternios en el instante de muestreo anterior, y $\dot{\mathbf{q}}$ es igualmente un vector de cuatro elementos con las derivadas (o variaciones) de los cuatro

cuaternios, por lo que integrando estas variaciones se obtienen finalmente los cuaternios. Para su implementación esta expresión puede escribirse como también se muestra en la ecuación 2.7 donde no se emplea el producto cruz, en este caso Ω^b es la matriz skew la cual esta dada en 2.8.

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\omega}^b \times \mathbf{q} \iff \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \cdot \Omega^b \cdot \mathbf{q} \quad (2.7)$$

$$\Omega^b = \begin{pmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Luego, estos cuatro ángulos son normalizados para a partir de ellos determinar los tres ángulos de Euler *roll*, *pitch* y *yaw* haciendo uso de las ecuaciones 2.9, 2.10 y 2.11 respectivamente.

$$\phi = \arctan\left(\frac{2 \cdot (q_1 \cdot q_2 + q_3 \cdot q_4)}{q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2}\right) \quad (2.9)$$

$$\theta = \arcsin(2 \cdot (q_1 \cdot q_3 - q_4 \cdot q_2)) \quad (2.10)$$

$$\psi = \arctan\left(\frac{2 \cdot (q_1 \cdot q_4 + q_2 \cdot q_3)}{q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2}\right) \quad (2.11)$$

2.3.3. Ajuste del Filtro Complementario.

Como se mencionó anteriormente el parámetro α de la ecuación 2.6 constituye el coeficiente de ajuste para este filtro. Valores pequeños de α dan un mayor peso a las mediciones dadas por acelerómetros y magnetómetros, lo que hace que sea más ruidosa la salida y un poco más lenta, lo cual es generalmente indeseado. En el caso de seleccionar valores altos de α se obtienen una respuesta más rápida y con un mayor peso de las mediciones de los gyros en la salida con lo cual se obtienen buenos resultados, pero sin embargo, valores muy cercanos a 1 harían que la salida del filtro solo dependiera de los ángulos obtenidos a partir de los gyros, lo que provocaría una divergencia de la salida alejándola del valor real, inestabilizando así el sistema de navegación. Generalmente se toman valores de α

entre 0.6 y 0.9. Luego en el desarrollo de este informe se mostrarán gráficas que ilustran el comportamiento de la salida de este filtro.

2.4. Estimación de actitud mediante el Filtro Complementario.

En la mayoría de las aplicaciones en las que los sensores no se encuentren sometidos a cambios o variaciones bruscas, este filtro complementario puede ser implementado con buenos resultados, principalmente en los ángulos de alabeo (*Roll*) y cabeceo (*Pitch*). Sin embargo, en la obtención de la guiñada o rumbo (*Yaw*), este no presenta resultados satisfactorios para una aplicación determinada, debido principalmente a que las mediciones de los magnetómetros como se mencionó anteriormente, se pueden afectar por la presencia cercana de cualquier material ferromagnético, sumando a esto el efecto de las aceleraciones no deseadas que surgen con el cuerpo en movimiento. En la figura 2-5 se muestra la estimación de Roll y Pitch a partir de una trama de datos para cambios manuales; la gráfica azul muestra el ángulo de referencia tomado a partir de la MTi-G, y la gráfica roja muestra la salida final del filtro mencionado. En esta figura se observa como el valor estimado y el de referencia están superpuestos, lo cual reafirma que con este algoritmo se obtiene una estimación con resultados favorables para una aplicación con las características mencionadas. En la figura 2-8 (a) se muestra la estimación del rumbo para la trama anterior, donde se puede ver que este parámetro es el que se ve generalmente más afectado, requiriendo más correcciones para una mejor estimación.

Caso de vehículo autónomo sumergible.

El vehículo subacuático del GARP posee una dinámica más lenta que el vehículo aéreo, o sea, en él no se producen cambios bruscos de velocidad y aceleración. Esta característica es favorable para la estimación de *Roll* y *Pitch*, debido a que sus estimaciones se basan en las aceleraciones, y estas no están tan influenciadas por los efectos de las aceleraciones tangenciales y de Coriolis. Es por ello que con un filtro de balanceo se puede obtener una estimación de estos ángulos con una exactitud adecuada. Esto se puede ver en la figura 2-6, donde se muestra la salida de este filtro (gráfica roja) a partir de las mediciones de los sensores inerciales, y se muestra además, la salida dada por la IMU (gráfica azul),

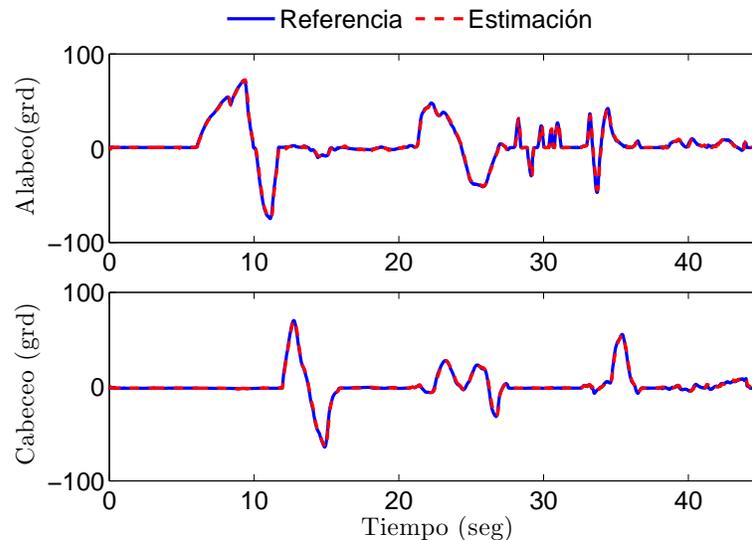


Figura 2-5: Salida del Filtro Complementario de Pitch y Roll para variaciones manuales.

dando una respuesta satisfactoria en comparación a la dada por la MTi-G para este tipo de vehículos.

Esto no sucede para el caso de *Yaw*, debido a que este vehículo está cubiertos por un casco de hierro (material ferroso), el cual hace que la lectura del magnetómetro sea errónea al variar el campo magnético medido por el sensor, afectando por consiguiente la estimación del rumbo. En la figura 2-8 (b) se puede ver la estimación de este parámetro, donde la salida del filtro complementario (gráfica roja) muestra un error con respecto al dado por la IMU, pero de manera general la señal estimada no difiere en gran medida de la de referencia. Esto se debe a que el valor del coeficiente de ajuste del filtro (α) se seleccionó de manera que tuvieran mayor peso las mediciones de los gyros, por lo que aparece el error mostrado en la estimación, pero así, no se ve afectada la salida en gran medida por las mediciones de los magnetómetros. Para valores más pequeños de α la salida estaría mas influenciada por las mediciones dadas por estos sensores, lo cual provocaría una respuesta con errores mayores, debido esto principalmente a los disturbios mencionados anteriormente.

Caso de un vehículo terrestre.

Los vehículos terrestres tienen características que difieren en algunos aspectos con las mencionadas anteriormente. En este caso, el ángulo de alabeo principalmente, tiene pequeñas

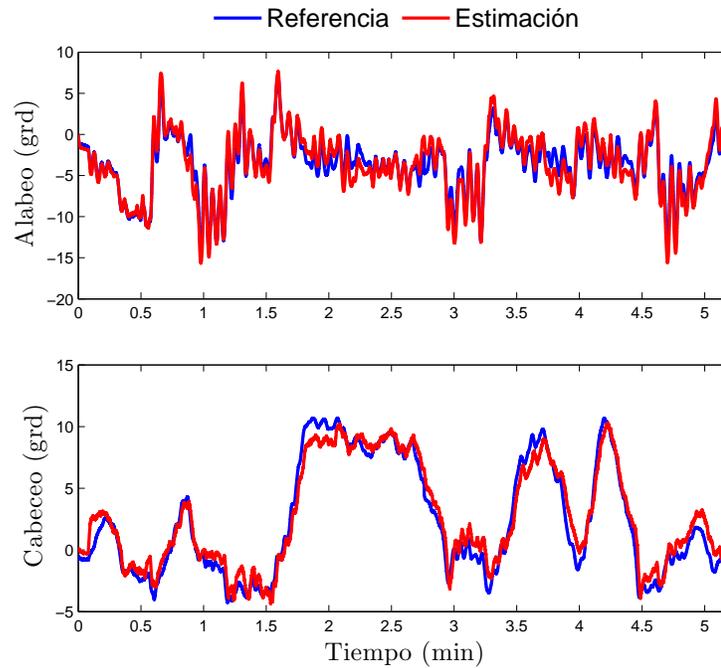


Figura 2–6: Salida del Filtro Complementario de Pitch y Roll para trama del submarino.

variaciones en comparación con los vehículos aéreos, y el ángulo de cabeceo puede variar en caso del móvil hacer recorridos por lugares con pendientes, pero de ser en lugares llanos, este parámetro no tiene variaciones considerables. En la figura 2–7 se muestra la estimación de los ángulos de alabeo y cabeceo a partir de las mediciones de los sensores inerciales tomado de una trama de la MTi-G en un recorrido de un vehículo terrestre. En esta figura se observa como la estimación de estos ángulos (gráfica roja), dada por el filtro complementario posee errores, siendo en algunos momentos considerables. Esto es producto de que en estos vehículos hay muchas variaciones en la velocidad, provocando que las mediciones de aceleración se afecten considerablemente al incluir las aceleraciones mencionadas anteriormente en las mediciones de los acelerómetros, que son los sensores en los que se basa principalmente el cálculo de *Roll* y *Pitch*.

En el caso de la estimación de rumbo, esta posee resultados con mejores prestaciones (ver figura 2–8 (c)). Para la estimación de este parámetro también se toma un valor alto de α con el objetivo de que las aceleraciones no afecten en gran medida la salida final, pero a la vez, en la salida se corrija la deriva que producen los gyros al complementar con las mediciones de magnetómetros y acelerómetros.

En la tabla 2–1 se muestran los valores medios de los errores que se cometen en la estimación de los tres ángulos de Euler para los tres casos dados y la desviación estándar de cada error. En esta tabla se ve que los mayores errores se cometen en la estimación de rumbo, por lo que resulta, como se mencionó anteriormente, el parámetro más afectado en la estimación.

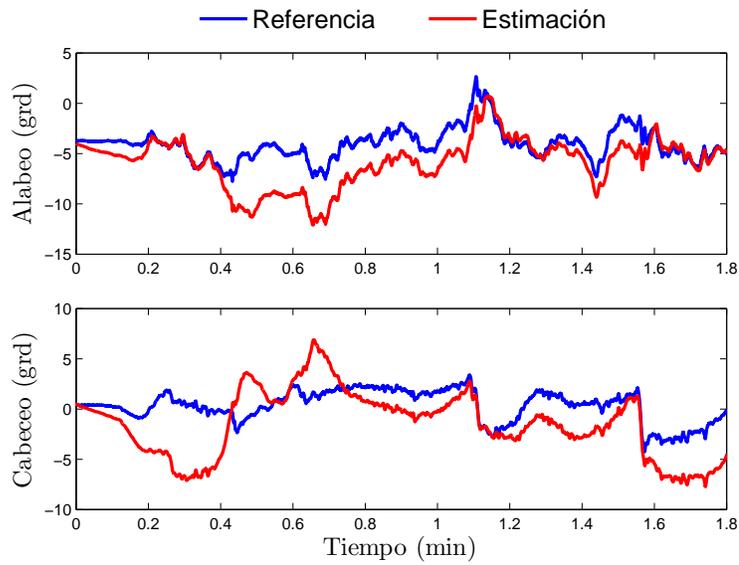


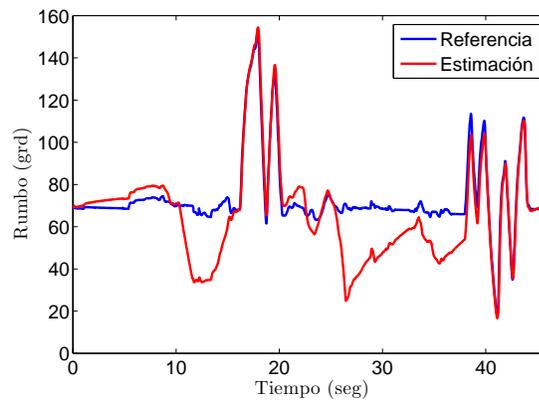
Figura 2–7: Salida del Filtro Complementario de Pitch y Roll para trama del vehículo terrestre.

Tabla 2–1: Valor medio y desviación estándar de los errores de estimación de los ángulos de Euler con el Filtro Complementario.

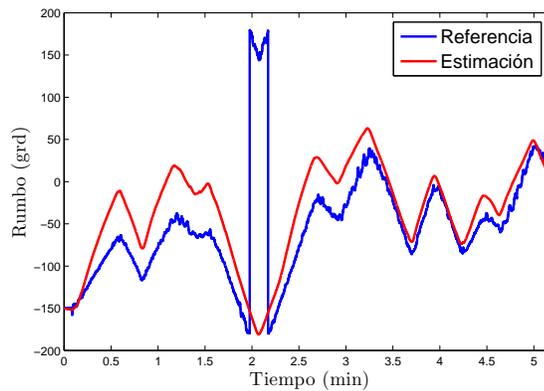
	Cambios manuales		Submarino		Vehículo terrestre	
	Err Med	Desv Estd	Err Med	Desv Estd	Err Med	Desv Estd
Alabeo	0.01501°	1.767°	0.0015°	1.101°	1.757°	1.74°
Cabeceo	-0.1033°	1.073°	5.066°	8.651°	1.817°	2.602°
Rumbo	7.138°	12.51°	-17.02°	71.57°	-2.391°	9.28°

A partir de todo lo mencionado, queda evidenciado como con este filtro complementario se obtienen estimaciones favorables en condiciones determinadas. A pesar de ello en condiciones donde se acentúen las principales causas de disturbios de los sensores inerciales de bajo costo la salida del filtro no es del todo como se desea, causa por la cual se necesitarían una o más etapas de corrección. Estas etapas pudieran incluir filtros de Kalman para mejorar la estimación, y para además, integrar las mediciones de los sensores inerciales con mediciones externas (GPS) para corregir principalmente el rumbo. En el próximo capítulo

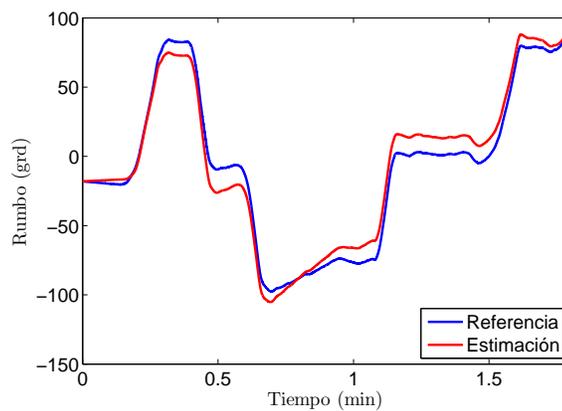
se implementarán estas etapas analizando los resultados que se obtienen con las mismas, con el fin de obtener a la salida una estimación lo más fiable posible.



(a) Estimación de rumbo para pequeñas variaciones



(b) Estimación de rumbo para trama del submarino



(c) Estimación de rumbo para trama del vehículo terrestre

Figura 2-8: Rumbo para los tres casos mencionados en la sección 2.4.

2.5. Consideraciones finales del Capítulo.

En sistemas de navegación donde halla presencia de variaciones bruscas de velocidad, disturbios magnéticos y vibraciones, se necesitan otras etapas de filtrado consecutivas para corregir los errores cometidos, y así lograr una estimación más exacta.

El Filtro Complementario brinda resultados satisfactorios para aplicaciones en las que la velocidad sea aproximadamente constante, minimizando de esta manera, el gasto computacional, al no emplear algoritmos más complejos.

La estimación de rumbo es la más errónea como se puede observar en la tabla 2-1, siendo la causa principal, los diferentes disturbios mencionados, principalmente los magnéticos. Por estas causas, y para mejorar el desempeño de los sensores inerciales de bajo costo, en este trabajo se pretenden realizar más correcciones para poder hacer una estimación más exacta de la actitud de un vehículo. Para ello se implementarán variantes del Filtro de Kalman, aspectos que se verán con mayor detalle en el próximo capítulo.

Capítulo 3

ESTRUCTURA COMBINADA DE FILTRO COMPLEMENTARIO Y FILTRO DE KALMAN

3.1. Introducción.

En los capítulos anteriores se han analizado varias técnicas empleadas para el acondicionamiento de las mediciones de los sensores inerciales. Específicamente, en el capítulo anterior, se implementó un Filtro Complementario (FC) para estos fines (ver sección 2.3), mostrando los resultados que se obtienen con el mismo. En este capítulo se implementará una variante de filtros de Kalman para diseñar una estructura en cascada de estos filtros y el complementario, para de esta manera, lograr mejores resultados en la corrección y estimación de actitud de un vehículo. Además se mostrarán los resultados obtenidos con esta estructura para compararlos a los del FC dados en la sección 2.4, mostrando cuanto se mejora en la exactitud de estimación en cuanto al error cometido a la hora de determinar los diferentes parámetros para la navegación.

3.2. Filtro de Kalman.

Se le presta especial interés en el mundo del control automático al hecho de poder modelar un proceso y que en dicho modelo queden reflejadas, explícitamente todas las variables que intervienen en su dinámica. La forma más popular que cumple con esta condición es la llamada representación de la dinámica del sistema en variables de estado. Otra inquietud que surge una vez obtenido este modelo es el poder obtener información de la dinámica del proceso sin necesidad de medir todas las variables, sino que, haciendo uso del conocimiento de su dinámica poder inferir u observar algunas de ellas. El tercer problema surge cuando se intenta utilizar este modelo con mediciones contaminadas por algún tipo

de incertidumbre. Estos tres conceptos se abordan en la llamada estimación estadística de señales y su versión más conocida es el filtro de Kalman (FK) que se trata en esta sección, aplicado al acondicionamiento de las mediciones de los sensores inerciales.

El FK es un algoritmo de procesamiento de datos, óptimo y recursivo. Es óptimo ya que minimiza un criterio determinado, y además porque incorpora toda la información que se le suministra para determinar el filtrado. Es recursivo además, ya que no precisa mantener los datos previos, lo que facilita su implementación en sistemas de procesamiento en tiempo real. Además es un algoritmo de procesamiento de datos, ya que es un filtro, pensado para sistemas discretos (INELMATIC, 2004).

El objetivo de un FK es estimar los estados de un sistema de una manera óptima, minimizando el índice del error cuadrático medio. Por esta causa este tipo de filtro es empleado en gran medida en sistemas de filtrado, como lo es en el caso de este trabajo.

Un sistema físico puede ser representado a partir de un modelo matemático. Este está formado por un conjunto de ecuaciones de vectores, las cuales describen la evolución de los estados de dicho modelo en el tiempo (Molina, 2003). El FK a partir de este modelo, optimiza la estimación de los estados del sistema sin tener que observar todos los estados.

El FK está compuesto por dos etapas:

1. Etapa de Predicción.
2. Etapa de Corrección o Actualización de los estados.

A partir de un modelo en espacio de estados determinado por las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k) + \boldsymbol{\nu}(k) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + w(k) \quad (3.2)$$

Siendo:

$\mathbf{x}(k)$: Vector de estados del sistema.

$\mathbf{y}(k)$: Vector de salida u observación del sistema.

\mathbf{A} , \mathbf{B} , y \mathbf{C} : Matrices determinísticas del sistema.

$\nu(k)$: Proceso estocástico asociado al sistema.

$w(k)$: Proceso estocástico asociado a la medida.

El FK propone un método para obtener un estimador óptimo del estado. Si se supone que $\hat{\mathbf{x}}(k)$ es la estimación en el instante k del estado, este filtro buscará obtener ese valor de estimación de manera que se minimice el error cuadrático medio. Este error está determinado por la diferencia entre el valor real del estado y la estimación. En la implementación de este filtro, la matriz \mathbf{P} , conocida como matriz de covarianza del error, es la que está en función de dicho error. Por lo tanto el objetivo de este filtro, como se mencionó anteriormente, es determinar los valores de $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$ a partir de las medidas contaminadas $\mathbf{y}(k+1)$ para que la matriz $\mathbf{P}(k+1)$ sea mínima.

El filtrado de $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$ propuesto por Kalman, se realiza a partir del estado anterior y de un factor de corrección que será función del error. Como se mencionó, dicho algoritmo tiene dos pasos: el primero es antes de tener la medición de $\mathbf{y}(k+1)$, y el segundo es donde se corrigen o actualizan los estados (ver figura 3-1).

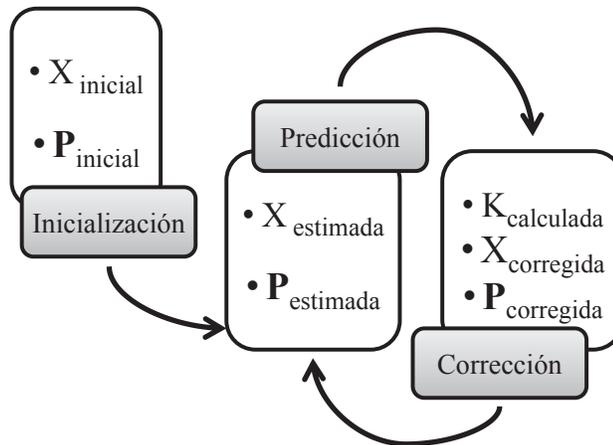


Figura 3-1: Algoritmo de filtrado de Kalman.

En la primera etapa se calcula una predicción del estado $\mathbf{x}(k+1)$, la cual se denota como $\mathbf{x}'(k+1)$ según la ecuación 3.3. Aquí también se predice un valor de la matriz de covarianza del error previo a la medida, denotada por $\mathbf{P}'(k+1)$ mediante la ecuación 3.4, la cual se determinará a partir de la matriz \mathbf{A} , de una matriz \mathbf{P} inicial y de una matriz \mathbf{Q} diagonal,

que está determinada por la desviación del modelo que representa la dinámica del sistema.

$$\mathbf{x}'(k+1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}u(k) \quad (3.3)$$

$$\mathbf{P}'(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{P}(k)\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}(k) \quad (3.4)$$

En la segunda etapa se determina primeramente la matriz de ganancias $\mathbf{K}(k+1)$ a partir de la ecuación 3.5, la cual constituye el factor de corrección para calcular luego el valor del estado. En este cálculo se encuentra la matriz \mathbf{R} , que está asociada con la desviación del observador (o sensor), y la matriz $\mathbf{P}'(k+1)$ que se obtuvo en la etapa anterior. Luego se determina o actualiza el estado $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$ a partir del valor obtenido en la predicción de $\mathbf{P}'(k+1)$, del factor de corrección calculado $\mathbf{K}(k+1)$ y de la medición u observación obtenida en ese instante de muestreo $\mathbf{y}(k+1)$ haciendo uso de la ecuación 3.6.

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}'(k+1)\mathbf{C}(\mathbf{C}\mathbf{P}'(k+1)\mathbf{C}^T + \mathbf{R}(k+1))^{-1} \quad (3.5)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{x}'(k+1) + \mathbf{K}(k+1)(\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{C}\mathbf{x}'(k+1)) \quad (3.6)$$

$$\mathbf{P}(k+1) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{C})\mathbf{P}'(k+1) \quad (3.7)$$

Según lo visto en esta sección se puede ver lo favorable que resulta el empleo de filtros de este tipo a la hora de estimar y corregir determinados estados a partir de mediciones con incertidumbre. Por esta causa se ajusta a este trabajo el empleo de estos filtros para mejorar en cierta medida la exactitud a la hora de estimar la actitud de un vehículo.

3.3. Estructura combinada de Filtro Complementario y Filtro de Kalman.

Para lograr mayor exactitud a la hora de determinar los distintos parámetros necesarios para la navegación de un vehículo, en este trabajo se implementará una estructura en cascada de dos filtros de Kalman y un FC. El primer FK se encargará de suavizar las mediciones obtenidas de los nueve sensores (acelerómetros, giróscopos y magnetómetros en x, y , y z) (ver sección 3.4). El segundo FK, implementado con un modelo cinemático lineal del movimiento circular uniformemente acelerado (ver sección 3.5) tiene como entradas las mediciones suavizadas de los giróscopos en sus tres ejes y los ángulos de navegación

dados por el FC (ϕ, θ, ψ), a partir de los cuales, y basado en modelo mencionado, corrige las mediciones de los giróscopos, las cuales serán relimentadas al FC, siendo este el que calcula los tres ángulos finales.

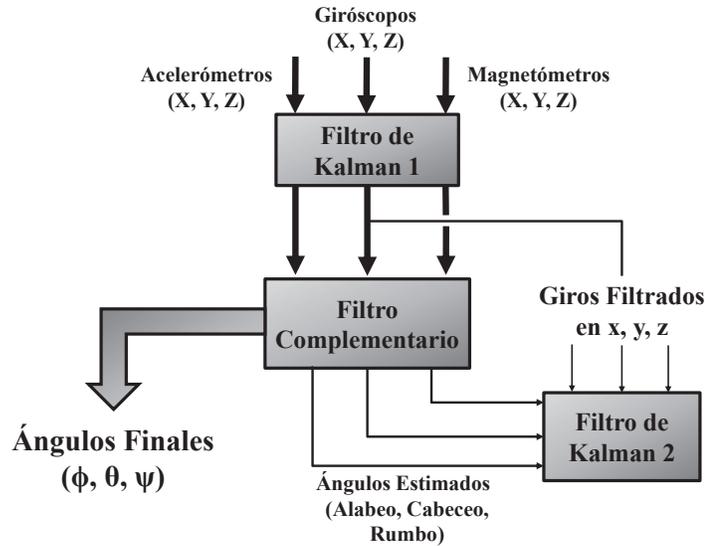


Figura 3–2: Estructura de acondicionamiento de las mediciones para un primer instante de muestreo.

En un primer instante de muestreo el segundo FK aún no tendrá estimación de giros, por lo que el FC tendrá como entradas las mediciones suavizadas por el primer FK (ver figura 3–2). A partir del segundo muestreo, las mediciones de giros que tendrá como entrada el FC serán las estimadas por el segundo FK (Filtro de Kalman 2 en las figuras 3–2 y 3–3). En las siguientes secciones se explicará con mayor detenimiento cada FK, y se mostrarán los resultados obtenidos con la implementación de esta estructura.

3.4. Filtro de Kalman para alisar las mediciones.

Las mediciones obtenidas de los diferentes sensores inerciales poseen componentes ruidosas, debido esto, entre otros factores a la incertidumbre de estos dispositivos. Estas señales indeseadas se solapan con los datos reales provocando errores a la hora de calcular los diferentes parámetros. Por esta causa se hace necesario filtrar todas estas mediciones para atenuar todos los componentes que provocan estimaciones erróneas.

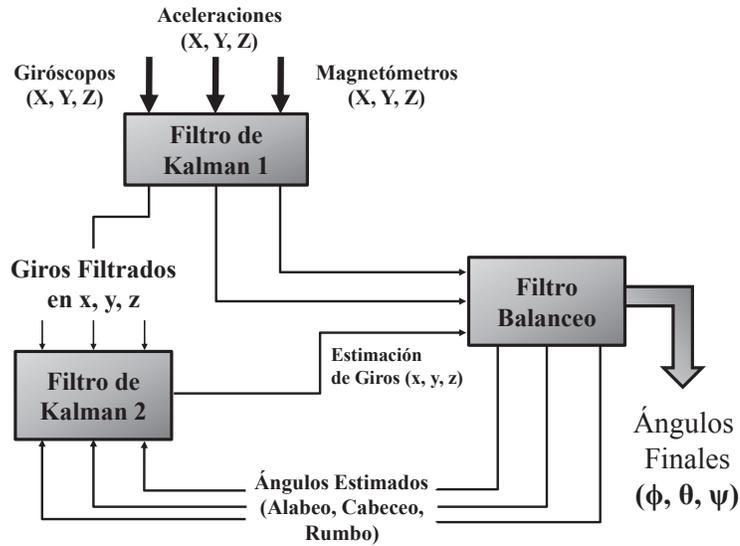


Figura 3–3: Estructura de acondicionamiento de las mediciones.

Para realizar este filtrado se implementaron tres filtros de Kalman para alisar las señales de los nueve sensores¹. Estos filtrarán las señales luego de conocer las mediciones en el muestreo anterior y en el actual, a partir del factor de corrección. Este factor variará en cada muestreo como se ve en la ecuación 3.5, y en función de la varianza del error según la ecuación 3.7), y además, este depende de las matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} , asociadas a las desviaciones de los sensores y del modelo respectivamente.

En estos filtros las ecuaciones empleadas están dadas en 3.8, de donde las matrices \mathbf{A} y \mathbf{C} se encuentran definidas en 3.9. Estas ecuaciones son equivalentes para cada filtro, variando en cada caso los estados (\mathbf{x}) y las mediciones (\mathbf{y}).

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k)$$

¹Un filtro de Kalman para las tres señales de cada tipo de sensor. En la figura 3–2 y 3–3 estos tres filtros se muestran como Filtro de Kalman 1

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

A partir de estas expresiones se puede ver que el vector de estados en cada caso quedaría en función del estado anterior, por lo que las señales filtradas estarán basadas en la anterior a partir de un factor de corrección, como se mencionó anteriormente.

3.5. Filtro de Kalman basado en modelo cinemático lineal.

Como se mencionó en la sección 3.3, el segundo FK implementado está basado en un modelo cinemático lineal del movimiento circular uniformemente acelerado.

Este modelo se puede ver en (Canet, 1994), donde se implementa un FK para la estimación de velocidad y aceleración angular en lenguaje **c**. También en (Janabi-Sharifi, 2000) se emplea este modelo pero para el movimiento lineal, al igual que en (Simon, 2006) donde se presenta un ejemplo para implementar un FK discreto para estimar posición, velocidad y aceleración lineal. En este trabajo se implementa este modelo para posición, velocidad y aceleración angular, siendo los parámetros de interés la posición y la velocidad. La posición angular es la amplitud del ángulo (alabeo, cabeceo y rumbo), siendo en grados (grd ó °), y la velocidad angular es la dada por los giróscopos en cada eje, siendo en grados por segundos (grd/s ó °/s).

Este modelo continuo en espacio de estados queda representado como muestra la ecuación 3.10. Esta expresión se forma a partir de 3.11, o sea; la velocidad angular (ω) es la derivada de la posición ($\dot{\varphi}$), y de la misma manera, la aceleración angular (α) es la derivada de la velocidad ($\dot{\omega}$).

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \omega \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (3.11)$$

Para la implementación del filtro se discretiza este modelo, para lo cual la matriz \mathbf{A} se sustituye por una matriz \mathbf{F} como se ve en la ecuación 3.12. Esta matriz está en función de \mathbf{A} como muestra la ecuación 3.13, por lo que se hace una expansión en series de Taylor mostrada en la expresión 3.14, y se aproxima tomando los dos primeros términos. Luego el modelo discreto empleado queda como se muestra en la expresión 3.15. En esta ecuación la matriz \mathbf{B} es cero, ya que esta es la que está asociada con las entradas del sistema, y para este caso el sistema diseñado no posee entradas.

La segunda ecuación del modelo en espacio de estados (3.2) está en función de la matriz \mathbf{C} (ecuación 3.16). Esta matriz a su vez, se forma dependiendo de los estados que se observan, siendo la posición y la velocidad angular, por lo que esta matriz queda expresada como se muestra en 3.17.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) \quad (3.12)$$

$$\mathbf{F} = e^{(\mathbf{A}T_s)} \quad (3.13)$$

$$= \mathbf{I} + \mathbf{A}T_s + \frac{(\mathbf{A}T_s)^2}{2!} + \dots \quad (3.14)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & T_s & \frac{T_s^2}{2} \\ 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varphi(k+1) \\ \omega(k+1) \\ \alpha(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & T_s & \frac{T_s^2}{2} \\ 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(k) \\ \omega(k) \\ \alpha(k) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \quad (3.16)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

La velocidad angular en el eje x , que es la medición del giróscopo en dicho eje, es la que se asocia con el ángulo de alabeo, y de igual forma sucede con la velocidad angular en los ejes y, z , los cuales se asocian con los ángulos de cabeceo y rumbo respectivamente. A

partir de esto, y de igual manera que en el primer FK, el segundo filtro está compuesto por tres filtros; uno para cada ángulo (alabeo, cabeceo y rumbo) con la velocidad angular relacionada (giro en x , y , y z).

3.6. Procedimiento de sintonización.

La ganancia del filtro se calcula con información estadística referente a la precisión de los sensores y de los modelos utilizados (Welch, 2001; Grewal, 2001). Como se puede ver en las ecuaciones 3.4 y 3.5 para determinar la ganancia o factor de corrección se depende de las matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} . Debido a esto la sintonización del filtro consiste en seleccionar los valores de estas matrices de covarianza de manera que el resultado de la estimación hecha por el FK converja hacia el valor real de la variable, minimizando la covarianza del error de estimación.

Para implementar un FK, son necesarios los parámetros del modelo lineal así como la covarianza de los ruidos en cada parte de este modelo. En el caso del ruido de la medición generalmente se asocia a la característica del sensor. Para el primer FK la matriz de covarianza de la medición \mathbf{R} , está dada por la expresión 3.18, tomando las desviaciones de las mediciones a partir de (Xsens, 2011), siendo en el caso de acelerómetros, giróscopos y magnetómetros $\sigma_a = 0,02m/s^2$, $\sigma_g = 1grd/s$ y $\sigma_m = 0,1mGauss^2$ respectivamente.

$$\mathbf{R} = diag(\sigma_a^2, \sigma_g^2, \sigma_m^2) \quad (3.18)$$

En el segundo FK las mediciones son los ángulos a la salida del FC y los giros a la salida del primer FK. Las desviaciones de la medición de los ángulos (σ_{alabeo} , $\sigma_{cabeceo}$, σ_{rumbo}) se toma a partir de la tabla 2-1 (desviación estándar), las cuales varían para cada caso. Para determinar las desviaciones de la medición de giros en este segundo filtro se toma la mitad de la tomada en el primer filtro ya que estas señales tienen un filtrado previo, lo que

²Gauss es una unidad de campo magnético del Sistema Cegesimal de Unidades (CGS).
1 Tesla = 10 000 Gauss

provoca que disminuya este parámetro. Para este filtro quedarían tres matrices diferentes (3.19, 3.20, 3.21) ya que las desviaciones para cada medición varían. A continuación se muestran la matriz \mathbf{R} para cada caso:

$$\mathbf{R}_x = \text{diag}\left(\frac{\sigma_{Gx}^2}{2}, \sigma_{alabeo}^2\right) \quad (3.19)$$

$$\mathbf{R}_y = \text{diag}\left(\frac{\sigma_{Gy}^2}{2}, \sigma_{cabeceo}^2\right) \quad (3.20)$$

$$\mathbf{R}_z = \text{diag}\left(\frac{\sigma_{Gz}^2}{2}, \sigma_{rumbo}^2\right) \quad (3.21)$$

La estimación de la matriz de covarianza de las mediciones, en el caso del segundo filtro, se debe realizar al emplear este algoritmo para diferentes casos a los mencionados en este trabajo, ya que las desviaciones de la estimación del FC pudieran variar. Esto no es del todo necesario para el funcionamiento del algoritmo, pero sí para una estimación de estados más exacta a la hora de determinar los diferentes parámetros.

Por otra parte la estimación de la matriz de covarianza \mathbf{Q} del ruido en cada uno de los estados es más compleja. Su selección se hace de acuerdo a pruebas estadísticas difíciles de realizar, por lo que la mayoría de los autores la sintonizan mediante pruebas experimentales (García, 2014). Esta matriz también se selecciona típicamente con estructura diagonal como se muestra a continuación:

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(Q_1, Q_2, Q_3) \quad (3.22)$$

Para los filtros de Kalman de este trabajo las matrices \mathbf{Q} quedan como se ve en 3.22. En el FK para alisar las mediciones de los sensores inerciales Q_1 es la covarianza del ruido para el primer estado, y de igual manera sucede con Q_2 y Q_3 . En el segundo FK, Q_1 es igualmente la covarianza del ruido del primer estado (Posición angular) y así también para Q_2 y Q_3 , siendo la covarianza del ruido para la velocidad y la aceleración angular respectivamente. Esta matriz está relacionada con la incertidumbre que posee el modelo matemático del sistema (vector $\boldsymbol{\nu}$ en la ecuación 3.1). Hacer la estimación de esta matriz como se mencionó anteriormente no es necesario para el funcionamiento de la estructura de acondicionamiento, pero de esta manera se pueden lograr estimaciones de los estados con

mayor exactitud, minimizando la varianza del error asociado al modelo. En este trabajo la estimación de esta matriz se realizó a partir de pruebas experimentales según la trama de datos procesada. Posteriormente se analizarán los resultados obtenidos con la estructura implementada.

3.7. Resultados finales.

En esta sección se mostrarán todos los resultados obtenidos con la implementación del algoritmo explicado en las secciones anteriores. Primeramente se verá como se logra suavizar las mediciones de los sensores inerciales con el primer FK. Luego se presentarán las estimaciones logradas con la estructura de acondicionamiento para tres tramas de datos de diferentes casos (pequeñas variaciones, vehículo submarino y vehículo terrestre), viendo en cada caso los errores cometidos en la estimación de los tres parámetros de navegación (ángulos de alabeo, cabeceo y rumbo).

3.7.1. Resultados del Filtro Kalman de alisado.

Con la implementación del este filtro se logra suavizar las mediciones de los diferentes sensores para así tener a la entrada del FC y del segundo FK señales con menor ruido. En las figuras 3-4, 3-5 y 3-6 se puede ver como quedan las señales filtradas para los acelerómetros, giróscopos y magnetómetros respectivamente, logrando de esta manera una señal con menor incertidumbre y más suave, principalmente en el caso de las aceleraciones, lo cual resulta favorable para el posterior uso de estas señales para la estimación de los parámetros de navegación necesarios para la navegación.

3.7.2. Resultados con el algoritmo de acondicionamiento.

Una vez implementado el algoritmo mencionado a lo largo de este capítulo se obtuvieron varios resultados en la estimación de los distintos parámetros necesarios para la navegación de un vehículo. En el capítulo anterior se mostró como se lograban estimaciones de estos parámetros con un FC, viendo que su respuesta estaba limitada por la presencia de errores significativos en algunos casos. Con el objetivo de disminuir estas limitantes se implementa este algoritmo que complementa además dos filtros de Kalman para así poder realizar

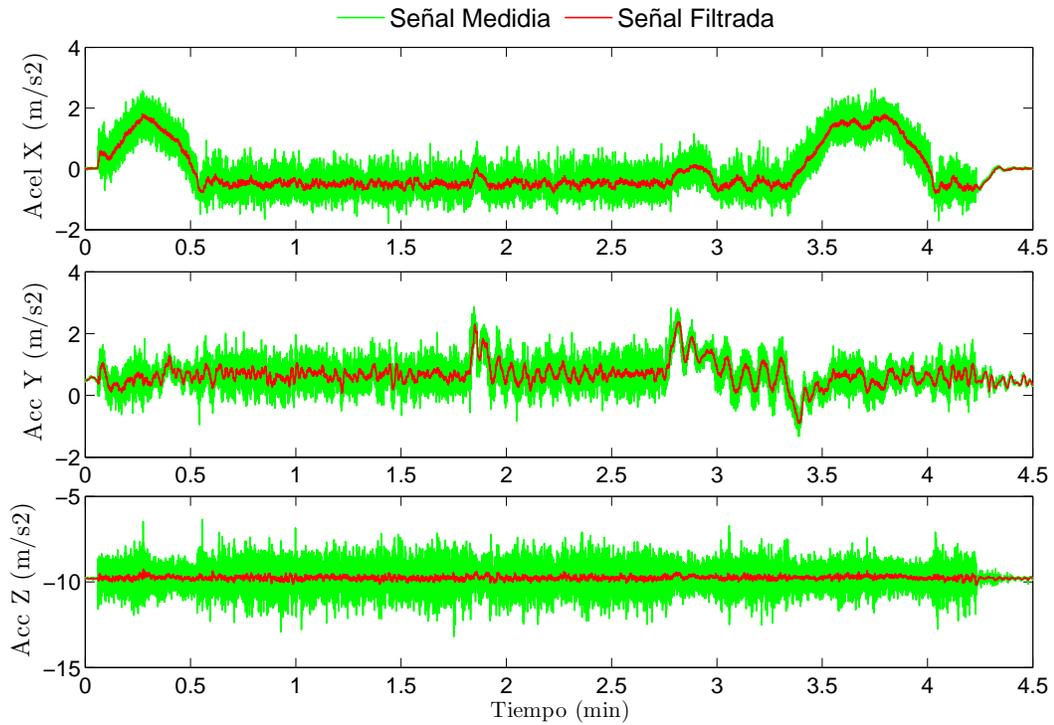


Figura 3-4: Filtrado de las mediciones de los acelerómetros.

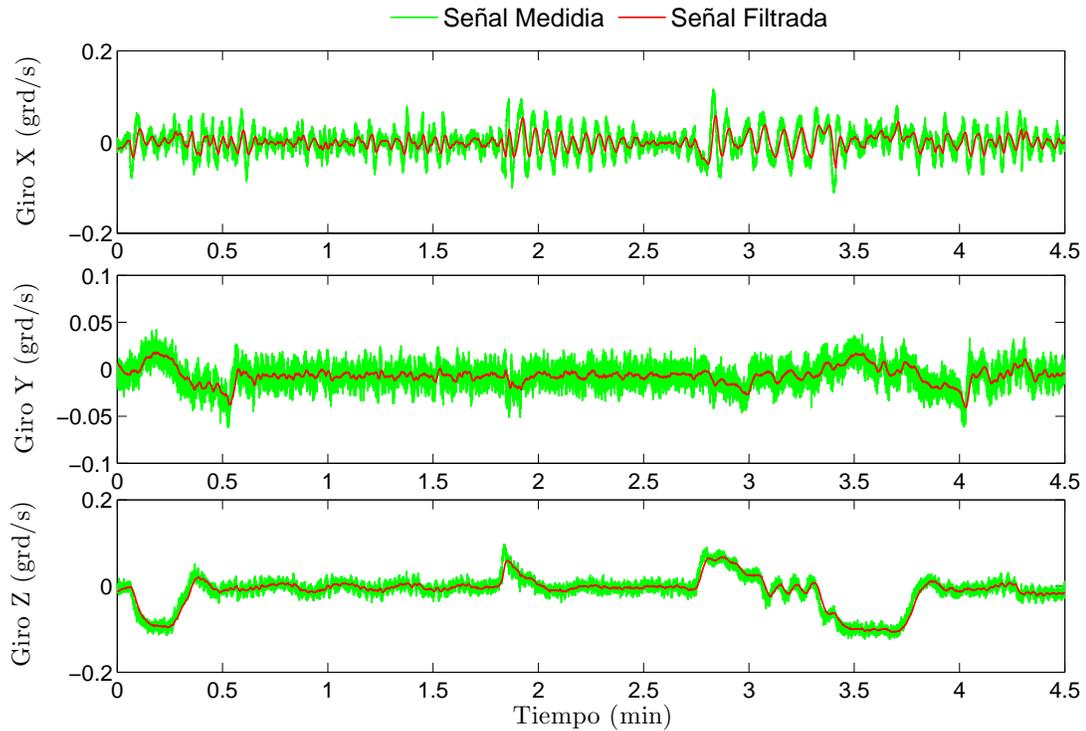


Figura 3-5: Filtrado de las mediciones de los giróscopos.

estimaciones más exactas. En las figuras 3-7, 3-8 y 3-9 se muestran las estimaciones con la estructura implementada para tres casos diferentes: pequeñas variaciones, vehículo autónomo sumergible, y vehículo terrestre.

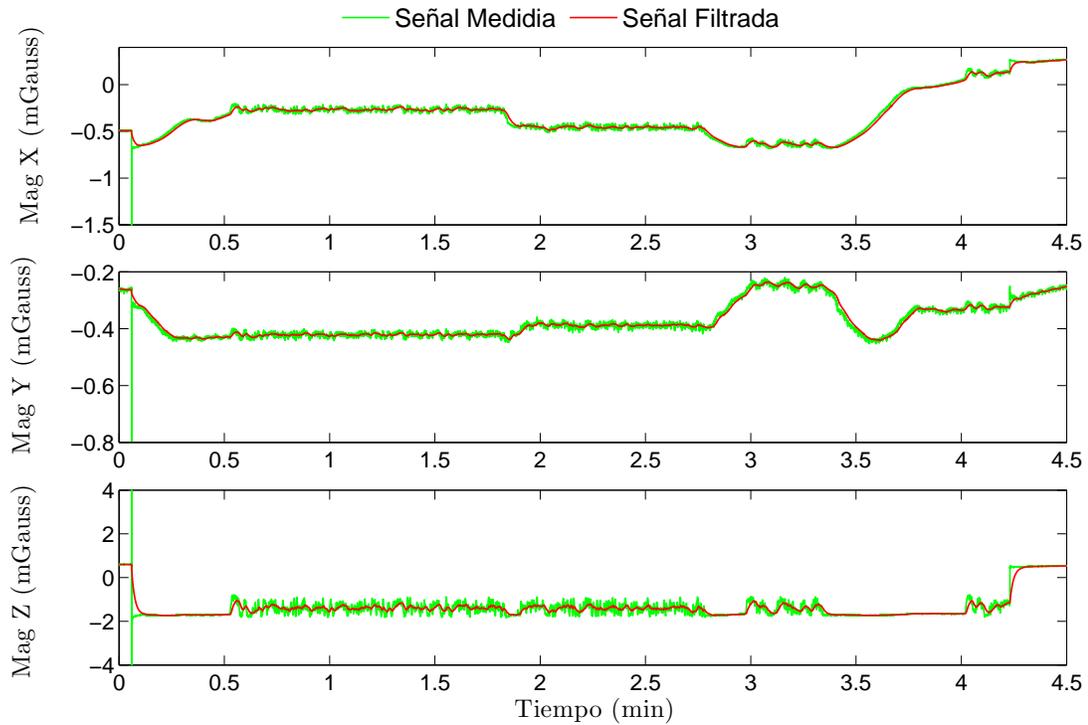


Figura 3–6: Filtrado de las mediciones de los magnetómetros.

Caso de variaciones manuales.

En la sección 2.4 se pudo ver como el FC ofrece resultados satisfactorios para aplicaciones donde los sensores no se encuentren sometidos a variaciones bruscas, mostrando la exactitud de la estimación lograda en los ángulos de alabeo y cabeceo para este caso, pero sin embargo no fue igual en el caso del rumbo. Con el algoritmo de acondicionamiento implementado aumenta principalmente la exactitud en la estimación del rumbo, la cual mejora en cuanto al error medio cometido y a la desviación estándar de este valor, estos valores se pueden ver en la tabla 3–1 y compararlos con los mostrados en la tabla 2–1 para la estimación obtenida con el FC. En la figura 3–7 se muestra la estimación de los tres ángulos de Euler con el acondicionamiento desarrollado, siendo la gráfica azul la referencia y la roja discontinua la estimación para cada caso. Esta estimación en cuanto a los ángulos de alabeo y cabeceo no presenta grandes mejoras, pero no así en el caso del rumbo, pero a pesar de ello la estimación de este parámetro aún requiere ser más exacta para aplicaciones de navegación ya que presenta un error medio considerable de $\simeq 4,7^\circ$ con una desviación de $11,1^\circ$. A partir de esto se puede confirmar que el rumbo resulta ser

el parámetro más complejo a la hora de estimar, debido principalmente a los disturbios magnéticos que afectan continuamente a los magnetómetros.

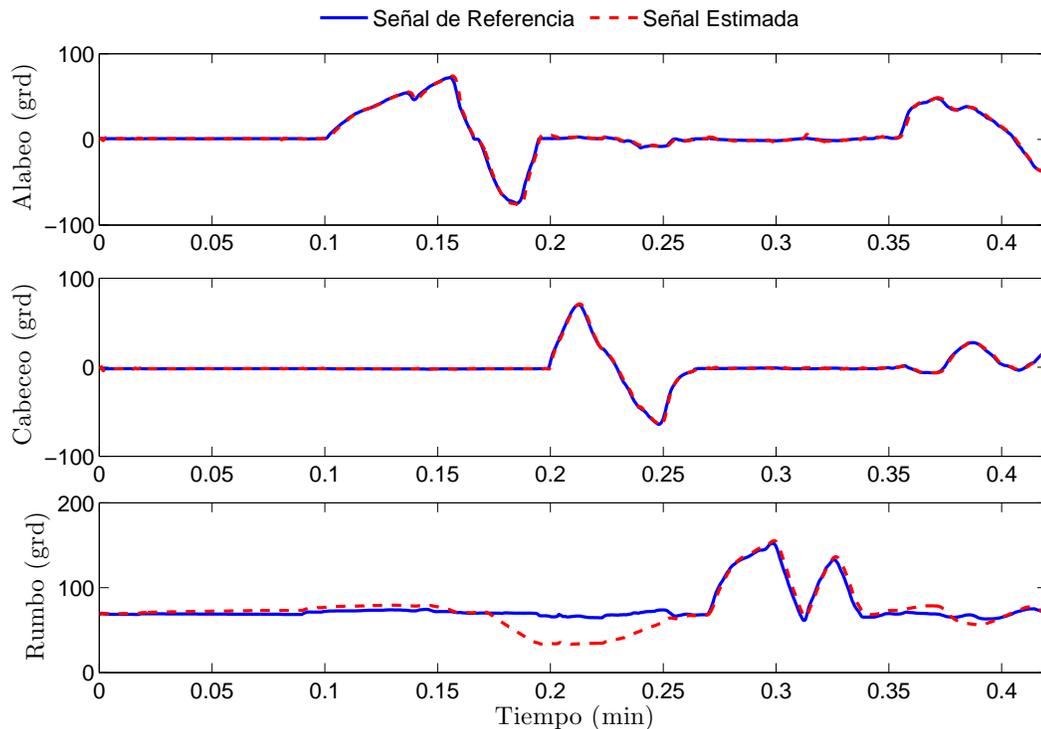


Figura 3-7: Estimación final con el algoritmo implementado para variaciones manuales.

Caso del vehículo autónomo sumergible.

En la figura 3-8 se muestra la estimación de los diferentes ángulos de orientación con el algoritmo mencionado para una trama de datos del vehículo autónomo subacuático. Al comparar la estimación de este con la obtenida con el FC en la sección 2.4 se puede ver que en cuanto a los ángulos de alabeo y cabeceo el resultado es similar, mejorando en cuanto a la desviación de los errores medios como se puede ver en la tabla 3-1, y comparándola con la 2-1. Además la estimación mejora en cuanto a la señal, que posee un transiente más alisado debido a los filtros de Kalman que se implementan. En el caso de la estimación del rumbo la segunda estimación si posee una exactitud superior al disminuir el valor del error medio de $\simeq 17^\circ$ a $\simeq 9,6^\circ$, y consecuentemente disminuye su desviación estándar como se muestra en la tabla 3-1. A pesar de ello sucede lo mencionado anteriormente: la exactitud en la estimación del rumbo resulta ser lo más difícil de lograr, debido principalmente a los factores mencionados.

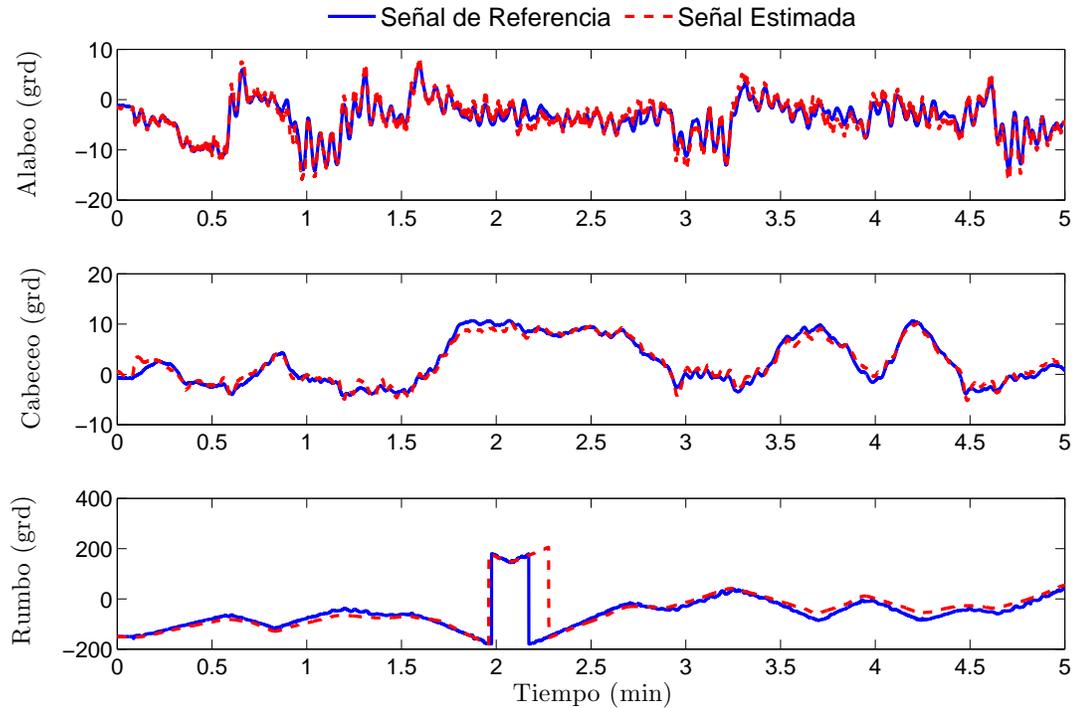


Figura 3–8: Estimación final con el algoritmo implementado para trama de un submarino.

Caso del vehículo terrestre.

Para este caso los valores del error medio y de las desviaciones no disminuyen en gran medida, pero a pesar de ello el transiente de las gráficas de estimación si mejora significativamente en el caso de los ángulos de alabeo y cabeceo. Esto se puede ver con mayor detenimiento en la figura 3–9, donde se muestra la estimación con el algoritmo de acondicionamiento implementado, y en la figura 2–7, donde se muestra la estimación del FC.

En el caso de la estimación del rumbo el error medio es menor que en los dos casos anteriores, pero sin embargo la desviación si posee un valor considerable de $\simeq 9^\circ$, causa por la cual esta estimación no resulta ser fiable para su empleo en un INS, reafirmando una ves más lo visto en este trabajo con respecto a la determinación de rumbo.

Para un análisis más detallado de la estimación lograda con el estructura de acondicionamiento desarrollada se puede ver la tabla 3–1, donde se muestran los valores medios del error cometido en la estimación de los tres ángulos de Euler, así como sus desviaciones.

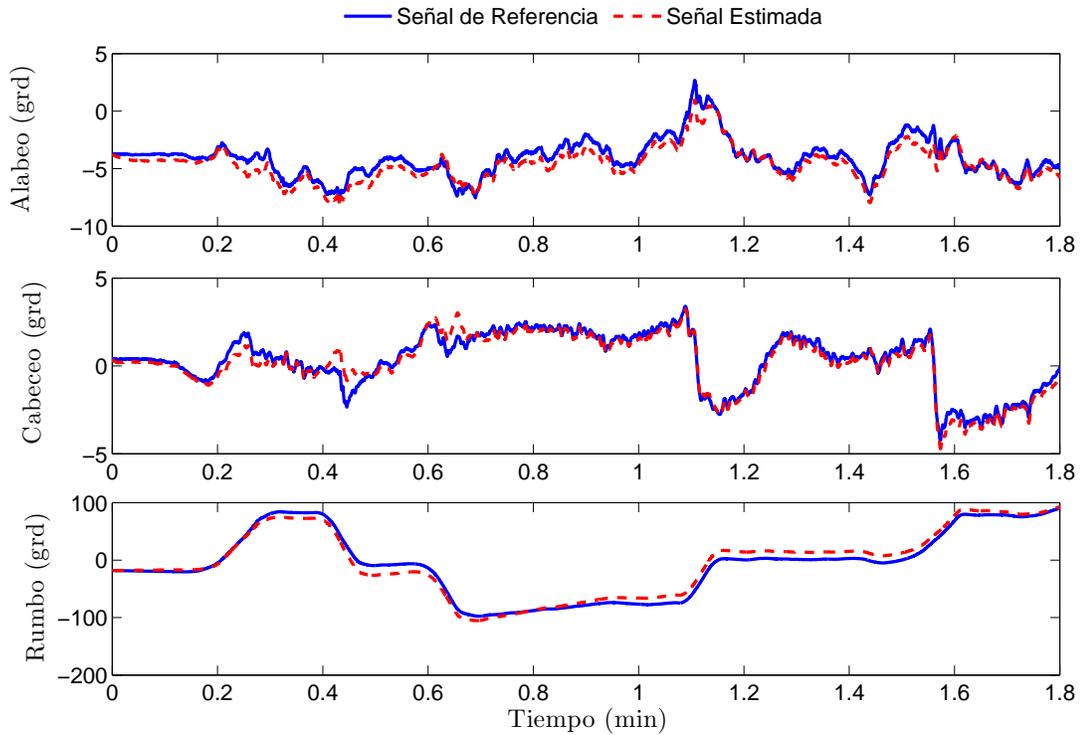


Figura 3–9: Estimación final con el algoritmo implementado para trama de un vehículo terrestre.

Tabla 3–1: Valor medio y desviación estándar de los errores de estimación de los ángulos de Euler con la estructura basada en FC y FK.

	Variaciones Manuales		Submarino		Vehículo Terrestre	
	Err Med	Desv Estd	Err Med	Desv Estd	Err Med	Desv Estd
Alabeo	-0.0022°	1.829°	-0.05°	1°	1.742°	1.7°
Cabeceo	-0.095°	0.94°	4.8°	8.5°	0.935°	2.63°
Rumbo	4.724°	11.1°	9.6°	8.04°	-2.5°	9.12°

3.8. Análisis Económico.

El precio de adquisición de una unidad de medición inercial la cual incluya acelerómetros, giróscopos y magnetómetros basados en tecnología MEMS, se encuentra en la actualidad con precios inferiores a 1000 USD. Los sensores que poseen estas IMUs en algunos casos tienen similares características a los que posee la MTi-G, la cual está valorada en 5069 USD. Un ejemplo de estos dispositivos se puede ver en ([Devices, 2013](#)), el cual posee un precio de 459 USD incluyendo además de los sensores inerciales, sensores de presión. Otros ejemplos de estos dispositivos se ven en ([Advanced Navigation Corp., 2013](#)), dentro de los que se encuentra ORIENTUS, el cual posee una exactitud en la estimación de alabeo y cabeceo de 0,6°, y de 1° en la de rumbo. Además pueden ser adquiridos hasta cuatro

unidades de este tipo por 1300 AUD³, lo cual equivale aproximadamente a 1400 USD, siendo el costo individual de 350 USD aproximadamente.

Como se puede ver estos dispositivos tiene un precio mucho menor que el de una MTi-G (aproximadamente de 5 a 10 veces menor) por solo mencionar un ejemplo. Viendo esto queda evidenciado que lo que hace más costosos estos sistemas de medición (MTi-G) son el conocimiento incorporado por los diferentes fabricantes para el aumento de las prestaciones, empleando sensores similares. Por esta causa con el uso de estas IMUs que poseen menor costo y el empleo de técnicas de corrección para alcanzar la exactitud requerida en un sistema de navegación, se pueden lograr resultados satisfactorios para diversas aplicaciones con el fin de aminorar los costos, siempre teniendo en cuenta la precisión que se necesita para estas aplicaciones. Esta es una de las causas por la cual queda claro la importancia que tiene para Cuba poder contar con estos dispositivos, y la tecnología asociada a todo el software que se necesita, siendo este de factura nacional, lo cual representa un gran paso de avance hacia la independencia tecnológica y el desarrollo económico, en un mundo, en donde los grandes monopolios son los que dominan las tecnologías. En este trabajo se puede observar como es posible realizar aplicaciones de este tipo, quedando las bases para la continuidad de la investigación y el perfeccionamiento de este tipo de tecnologías.

3.9. Consideraciones finales del Capítulo.

Para el diseño del primer y segundo FK se emplearon las ecuaciones 3.8 y 3.15, 3.16 respectivamente, siendo en ambos casos modelos lineales. A partir de la estructura de acondicionamiento desarrollada con estos filtros de Kalman y el FC se logran estimaciones con un exactitud adecuada en el caso de los ángulos de alabeo y cabeceo, principalmente en el caso de pequeñas variaciones y de vehículos subacuáticos. Sin embargo, en la estimación de rumbo el error cometido es más significativo. En (Grip, 2013) se puede ver como los

³Dólar Australiano, en inglés Australian Dollar

errores en la estimación de este parámetro son mayores que en el caso de los demás ángulos, debido principalmente a los indeseables disturbios magnéticos, como se ha mencionado en este trabajo. Por esta causa se debe considerar la necesidad de desarrollar más técnicas para principalmente estimar el rumbo, basado en desarrollar algoritmos que compensen estos disturbios magnéticos, y de esta manera lograr estimaciones más exactas de este parámetro.

Las diferentes aceleraciones (aceleración tangencial y centrípeta) que incluyen las señales de los acelerómetros influyen negativamente en la determinación de los ángulos de alabeo y cabeceo, causa fundamental por la cual surgen los errores en la estimación de estos parámetros.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

La inicialización del sistema de navegación se puede llevar a cabo a partir de la información preliminar dada por los nueve sensores básicos (acelerómetros, giróscopos y magnetómetros en x , y , y z), luego de hacer un filtrado paso bajo a estas señales.

La estrategia de implementación de filtros complementarios ofrece resultados adecuados en casos que no existan cambios bruscos de aceleración y gran influencia de disturbios magnéticos, debido esto a que no presenta un algoritmo que compense estos disturbios para mejorar su estimación.

Con un esquema combinado de FC y FK se logra aumentar la precisión de manera general en el sistema de estimación, mejorando con esta estructura la fiabilidad del acondicionamiento, gracias al empleo de filtros de Kalman para la estimación.

Los Filtros de Kalman diseñados no eliminan completamente los efectos de los disturbios magnéticos, causa por la cual la estimación del rumbo se ve afectada por errores considerables, los cuales disminuyen la fiabilidad del sistema.

Para corregir de manera radical todos los disturbios, y lograr una estimación confiable ante perturbaciones, con una elevada exactitud, se hace necesario conocer un modelo de los sensores empleados, y tener además mediciones de sensores externos como GPS, barómetros, inclinómetros, etc, para con ellos lograr corregir las estimaciones.

Recomendaciones

Para establecer la necesaria continuidad que debe tener este trabajo se recomienda lo siguiente:

- Continuar el estudio para acondicionar las mediciones de sensores inerciales de bajo costo a partir de los resultados obtenidos en este trabajo.
- Emplear otros sensores adicionales para corregir las estimaciones de actitud.
- Obtener modelos que representen fielmente el comportamiento de los sensores inerciales.
- Desarrollar un algoritmo para la atenuación de los disturbios magnéticos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abdel-Hamid, Walid (2005). Accuracy Enhancement of Integrated MEMS-IMU/GPS Systems for Land Vehicular Navigation Applications. PhD thesis. UNIVERSITY OF CALGARY.
- Advanced Navigation Corp. (2013). <http://www.advancednavigation.com.au>. Accessed: 2014-06-06.
- Aggarwal, Priyanka; Syed, Zainab; Nouredin Aboelmagd; El-Sheimy Naser (2010). *MEMS-Based Integrated Navigation*. Artech House.
- Arronte, Belén (2007). SENSOR FUSION OF DIFFERENTIAL GPS AND INERTIAL MEASURING UNIT TO MEASURE STATE OF A TEST VEHICLE.. PhD thesis. ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA.
- Ayub, Shahid; Bahraminisaab, Alireza; Honary Bahram (2012). A sensor fusion method for smart phone orientation estimation.
- Barbour, Neil M. (2003). Inertial navigation sensors. In: *Advances in Navigation Sensors and Integration Technology*. Number 2. NATO RTO.
- Canet, Pierre (1994). Kalman filter estimation of angular velocity and acceleration on-line implementation.
- Caruso, Michael J. (2000). Applications of magnetic sensors for low cost compass systems. In: *Position Location and Navigation Symposium, IEEE 2000*. IEEE. pp. 177–184.
- Colton, Shane (2007). A simple solution for integrating accelerometer and gyroscope measurements for a balancing platform.
- Devices, Analog (2013). *Compact, Precision Ten Degrees of Freedom Inertial Sensor ADIS16448*. ANALOG DEVICES. U.S.A.
- El-Sheimy, N.; Niu, X. (2007). The promise of mems to the navigation community. *InsideGNSS* pp. 46–56.

- Farrell, Jay A. (2008). *AIDED NAVIGATION GPS with High Rate Sensors*. McGraw-Hill. United States of America.
- Faruqi, Farhan A.; Turner, Kenneth J. (2000). Extended kalman filter synthesis for integrated global positioning/inertial navigation systems. *Applied Mathematics and Computation* **115**(2-3), 213–227.
- Ferrer, Mínguez, Gonzalo (2009). Integración Kalman de sensores inerciales INS con GPS en un UAV. PhD thesis. UNIVERSIDAD PONTIFICIA COMILLAS.
- Fons, Albert B.; Vila, Carbó A. (2012). Integration of the ins and gps navigation systems using a kalman filter on a mobile phone. *Polytechnic University of Valencia*.
- García, García, Delvis (2014). Desarrollo de técnicas de filtrado de las olas para la navegación y el control de un auv. Tesis de maestría. Universidad Central Marta Abreu de las Villas. Santa Clara, Villa Clara.
- Gaydou, David; Redolfi, Javier; Henze Agustán (2011). Filtro complementario para estimación de actitud aplicado al controlador embebido de un cuatrirrotor. *Congr. Argentino de Sist. Embebidos*.
- Grewal, Mohinder S.; Weill, Lawrence R.; Andrews-Angus P. (2001). *Global Positioning System, Inertial Navigation, and Integration*. John Wiley and Sons.
- Grip, Håvard F.; Fossen, Thor I.; Johansen-Tor A.; Saberi Ali (2013). Nonlinear observer for gnss-aided inertial navigation with quaternion-based attitude estimation. In: *American Control Conference (ACC), 2013*. IEEE. pp. 272–279.
- Groves, Paul D. (2008). *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems*. Artech House.
- INELMATIC (2004). El filtro de kalman. Technical report.
- Janabi-Sharifi, Farrokh; Hayward, Vincent; Chen Chung-Shin J. (2000). Discrete-time adaptive windowing for velocity estimation. *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*.
- Johnson, Eric N.; Fontaine, Sebastian; Kahn Aaron D. (2006). Minimum complexity uninhabited air vehicle guidance and flight control system.. Technical report. School of

- Aerospace Engineering Georgia Institute of Technology.. Atlanta.
- Li, Y. Wang; J. Rizos; C.Mumford; P. Ding, W (2006). Low-cost tightly coupled gps-ins integration based on a nonlinear kalman filtering design.. In: *Proceedings of ION National Technical Meeting*.
- Milette, Greg; Stroud, Adam (2012). *PROFESSIONAL Android Sensor Programming*. John Wiley and Sons, Inc.
- Molina, Soriano, Rafael (2003). Bases del filtro de kalman. Depto Ciencias de la Computación e IA, Universidad de Granada.
- Shin, Eun-Hwan (2001). Accuracy Improvement of Low Cost INS/GPS for Land Applications. PhD thesis. UNIVERSITY OF CALGARY.
- Simon, Dan (2006). *Optimal State Estimation*. JOHN WILEY and SONS.
- Walchko, Kevin J.; Mason, Paul A. (2002). Inertial navigation.. *University of Florida*. p. 6.
- Welch, G.; Bishop, G. (2001). An introduction to the kalman filter. Technical report. University of North Carolina at Chapel Hill.
- Weston, John L.; Titterton, David H. (2004). *Strapdown Inertial Navigation Technology*. 2nd edition ed.. The Institution of Electrical Engineers.
- Xsens (2009). *MTi-G User Manual and Technical Documentation*. Xsens Technologies B.V.
- Xsens (2010). *MTi MINIATURE ATTITUDE AND HEADING REFERENCE SYSTEM*. Xsens Technologies B.V.
- Xsens (2011). *MTi-G Miniature AHRS with integrated GPS*. Xsens Technologies B.V.
- Zhao, Long; Wang, Qing.Y. (2013). Design of an attitude and heading reference system based on distributed filtering for small uav. *The Scientific World Journal*.