Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Modelado dinámico del UAV X8

Autora: Lilié Abreu Reche

Tutores: MSc. Diamir De Ávila Rodríguez

Ing. Héctor Enrique Socarrás Cabrera

Santa Clara

2015

"Año 57de la Revolución"

Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Modelado dinámico del UAV X8

Autora: Lilié Abreu Reche

Email: <u>labreu@uclv.edu.cu</u>

Tutores: MSc. Diamir De Ávila Rodríguez

Email: diamir@uclv.edu.cu

Ing. Héctor Enrique Socarrás Cabrera

Email: <u>hector@cedai.com.cu</u>

Consultante: Ing. Héctor Daniel Álvarez Torres

Email: <u>hectorap@uclv.edu.cu</u>

Santa Clara

2015

"Año 57de la Revolución"



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Autor

Firma del Jefe de Departamento donde se defiende el trabajo

Firma del Responsable de Información Científico-Técnica PENSAMIENTO

"El genio se hace con un 1% de talento y un 99% de trabajo"

Albert Einstein

DEDICATORIA

A mis padres, por todo su apoyo en la vida.

A mi hermano, por ser mi guía.

A toda mi familia, por su apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS

Este proyecto significa mucho para mí, pues representa la culminación de una importante etapa de mi vida. Atrás quedan muchos años de duro esfuerzo y dedicación, que sin duda continuarán en el futuro. Durante todos estos años, muchas son las personas que me han ayudado en el día a día para poder continuar adelante. Aunque se hace imposible nombrar a todas ellas, me gustaría agradecer profundamente a todas las personas que, de alguna manera, son parte de la culminación de este proyecto.

En primer lugar, debo agradecer a Héctor Socarrás por la gran ayuda que me dio en este proyecto y el haber estado siempre disponible cuando lo necesitaba. Además, le agradezco al Piti que a pesar de que lo molestaba mucho nunca me dijo que no y a Diamir que tuvo que soportar mis locuras y llantos cada vez que algo no me daba.

Mi gratitud también para Raissel Ramírez Orozco, desarrollador en goHDR Ltd en la Universidad de Girona España, que me facilitó libros e investigaciones sobre el tema de los UAV.

También se me hace inevitable agradecer a los profesores que han dejado su huella a lo largo de la carrera y a todos en el 117: Valeriano, Urquijo, Delvis, Oscar, Samy, Anailys, Roberto.

Un agradecimiento especial a mis vecinos María Luz y Frank que me han cuidado muy bien todo este tiempo que mis padres han estado lejos, convirtiéndose en parte de mi familia. Agradezco también a todos mis amigos de la facultad, porque siempre me han apoyado y han conformado un ambiente que ha hecho posible llevar adelante mi trayectoria académica. Un agradecimiento especial a mis amigas las mecánicas (Danna, Marianela y Dayra) que siempre me apoyaron en las buenas y en malas.

Por último, lo más importante. Mis más sinceros agradecimientos a toda mi familia: a mi mamá y a mi papa que siempre han tenido que hacer grandes sacrificios por mi (un millón de gracias), a mi tío Rolo que siempre ha estado cuidándome y pendiente de mis estudios. Y a una de las personas que más quiero en el mundo, aunque no se lo demuestre, a mi querido hermano que siempre ha sido mi ejemplo a seguir (espero que estés tan orgulloso de mí como yo lo estoy de ti). Sin todos ellos, nada de esto hubiera sido posible.

A todos, gracias de corazón.

RESUMEN

Los vehículos aéreos autónomos han sido un área de investigación a la que se ha prestado gran interés en los últimos años debido a sus amplias aplicaciones. Actualmente, prestigiosas universidades y centros de investigación, tanto privados como públicos, se encuentran investigando y desarrollando estos vehículos. Existe una amplia variedad de formas, tamaños, configuraciones y características en el diseño de los vehículos aéreos autónomos, entre los que se encuentran las alas voladoras. Las alas voladoras son aviones no convencionales que además representan un desafío importante a la hora de ser analizadas, ya que carecen de una cola para ser controladas tanto longitudinal como lateralmente. El siguiente trabajo aborda el desarrollo matemático para la obtención del modelo analítico de un vehículo aéreo subsónico tipo ala delta, donde partiendo de las características físicas del mismo se obtienen las ecuaciones del modelo longitudinal y lateral, y finalmente se comprueba la estabilidad de los modelos obtenidos en lazo cerrado. Además, se describe el procedimiento utilizado para la obtención de los coeficientes aerodinámicos usando el programa Digital DATCOM.

TABLA DE CONTENIDOS

PENSAMIENTO	i
DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
RESUMEN	V
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. ESTUDIO DE LAS TENDENCIAS ACTUAI MODELADO DE UAVs	LES PARA EL
1.1 Desarrollo de los UAV en el mundo	4
1.2 Aplicaciones	6
1.3 Descripción general del UAV X8	7
1.4 Modelo Matemático	7
1.4.1 Partes del avión. Superficies de control	9
1.4.2 Fuerzas que actúan en el avión	
1.5 Herramientas de cálculo para los coeficientes aerodinámicos	
1.6 Estrategias de control	
1.7 Conclusiones parciales del capítulo	
CAPÍTULO 2. MODELADO MATEMÁTICO	
2.1 Introducción	
2.2 Sistemas de referencia y sistemas de ejes	

	2.2	.1	Sistema inercial topocéntrico	.17
	2.2	.2	Sistema de ejes cuerpo	.17
2.	3	Mo	delo no lineal de 6 grados de libertad	.20
	2.3	.1	Ecuaciones cinemáticas lineales	.21
	2.3	.2	Ecuaciones cinemáticas angulares	.22
	2.3	.3	Ecuaciones dinámicas	.23
	2.3	.4	Linealización del modelo ante pequeñas variaciones del punto de operación	125
	2.3	.5	Modelo lineal de fuerzas aerodinámicas y propulsivas	.28
	2.3	.6	Ecuaciones desacopladas	.31
2.	4	Der	ivadas de Estabilidad y Control	.35
2.	5	Con	clusiones parciales del capítulo	.35
CAF	ĺΤ	JLO	3. OBTENCIÓN DE LAS DERIVADAS DE ESTABILIDAD Y MODE	LO
DIN	ÁМ	ICO	DEL UAV X8	.37
3.	1	Cap	acidades del programa Digital DATCOM	.37
3.	2	Ној	a de datos de entrada (for005.dat)	.39
	3.2	.1	Definicion de las variables de DATCOM	.41
3.	3	Din	nensiones geométricas de la aeronave	.44
3.	4	Res	ultados obtenidos en Digital DATCOM	.46
3.	5	Rep	resentación en espacio estado de los modelos obtenidos	.48
	3.5	.1	Prueba de estabilidad para los estados de alabeo y cabeceo	.51
3.	6	Aná	ílisis económico	.53
3.	7	Con	clusiones parciales del capítulo	.54
CON	ICL	USI	ONES Y RECOMENDACIONES	.55
C	onc	lusio	nes	.55
R	ecoi	mend	aciones	.55

REFERENCIA	AS BIBLIOGRÁFICAS
ANEXOS	
Anexo A	Esquema general que sintetiza la metodología de modelado escogida61
Anexo B	Sistema de ejes horizonte local y Sistema de ejes viento62
Anexo C	Hoja de entrada del DATCOM X8.dat65
Anexo D	Hoja de salida del DATCOM X8.out67
Anexo E	Medidas geométricas de la aeronave X869

LISTA DE SÍMBOLOS

а	Velocidad del sonido	m/s
М	Número de Mach	-
Re	Número de Reynolds	-
\vec{V}	Vector velocidad aerodinámica	m/s
\overline{q}_1	Presión dinámica en la configuración de referencia	kg/m/s ²
ρ	Densidad del aire	kg/m^3
g	Gravedad terrestre	m/s^2
m	Masa del Avión	Kg
Ē	Cuerda media aerodinámica	m
C_r	Cuerda en la raíz	m
C_t	Cuerda en la punta	m
b	Envergadura del ala	m
S	Superficie alar	m^2
X _{CG}	Distancia en el eje x al centro de gravedad del avión	m
Z_{CG}	Distancia en el eje z al centro de gravedad del avión	m
Ixx, Iyy, Izz	Momentos de inercia del avión	kg/m^2
$ec{F}_A$	Vector fuerza aerodinámica	Ν

\vec{F}_T	Vector fuerza propulsiva	Ν
\vec{M}_A	Vector momento aerodinámico	$N \cdot m$
\vec{M}_T	Vector momento propulsivo	$N \cdot m$
F_{A_X}	Fuerza aerodinámica en el eje x	Ν
$F_{T_{\chi}}$	Fuerza propulsiva en el eje x	Ν
X _u	Aceleración en el eje x por unidad de variación en la velocidad	1/s
X_{T_u}	Aceleración en el eje <i>x</i> por unidad de variación en la velocidad (debido a la fuerza propulsiva)	1/ <i>s</i>
Xα	Aceleración en el eje <i>x</i> por unidad de ángulo de ataque	m/s²/rad
X_{δ_e}	Aceleración en el eje x por unidad de ángulo de deflexión del elevador	m/s²/rad
F_{A_z}	Fuerza aerodinámica en el eje z	Ν
F_{T_z}	Fuerza propulsiva en el eje <i>z</i>	Ν
Z_{α}	Aceleración en el eje z por unidad de ángulo de ataque	m/s²/rad
Z_u	Aceleración en el eje z por unidad de variación en la velocidad	1/s
$Z_{\dot{lpha}}$	Aceleración en el eje <i>z</i> por unidad de variación en la tasa de cambio de ángulo de ataque	m/s/rad
Z_q	Aceleración en el eje z por unidad de velocidad angular de cabeceo	m/s/rad
Z_{δ_e}	Aceleración en el eje z por unidad de ángulo de deflexión del elevador	m/s²/rad
D	Fuerza de resistencia del avión	Ν
C_D	Coeficiente de resistencia del avión	-

Х

$C_{D_{\alpha}}$	Variación del coeficiente de resistencia con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{D_{\dot{\alpha}}}$	Variación del coeficiente de resistencia con la tasa de cambio adimensional de ángulo de ataque	1/rad
$C_{D_{\delta_e}}$	Variación del coeficiente de resistencia con el ángulo de deflexión del elevador	1/rad
C_{D_q}	Variación del coeficiente de resistencia con la velocidad angular de cabeceo adimensional	1/rad
C_{D_u}	Variación del coeficiente de resistencia con la velocidad adimensional	-
L	Fuerza de sustentación del avión	Ν
C_L	Coeficiente de sustentación del avión	-
C_{L_1}	Coeficiente de sustentación en la configuración de referencia	-
$C_{L_{\alpha}}$	Variación del coeficiente de sustentación con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{L_{\dot{lpha}}}$	Variación del coeficiente de sustentación con la tasa de cambio adimensional de ángulo de ataque	1/rad
$C_{L_{\delta_e}}$	Variación del coeficiente de sustentación con el ángulo de deflexión del elevador	1/rad
C_{L_q}	Variación del coeficiente de sustentación con la velocidad angular de cabeceo adimensional	1/rad
C_{L_u}	Variación del coeficiente de sustentación con la velocidad adimensional	-
M_A	Momento de cabeceo del avión	$N \cdot m$
M_T	Momento de cabeceo del avión (debido a la fuerza propulsiva)	$N \cdot m$
M _α	Aceleración angular en cabeceo por unidad de ángulo de ataque	$1/s^{2}$
$M_{T_{\alpha}}$	Aceleración angular en cabeceo por unidad de ángulo de ataque (debido a la fuerza propulsiva)	1/s ²
M _u	Aceleración angular en cabeceo por unidad de variación en la velocidad	rad/s/m
M_{T_u}	Aceleración angular en cabeceo por unidad de variación en la velocidad	rad/s/m

Μ _ά	(debido a la fuerza propulsiva) Aceleración angular en cabeceo por unidad de variación en la tasa de cambio de ángulo de ataque	1/s
M_q	Aceleración angular en cabeceo por unidad de velocidad angular de cabeceo	1/s
M_{δ_e}	Aceleración angular en cabeceo por unidad de ángulo de deflexión del elevador	1/ <i>s</i> ²
C_M	Coeficiente de momento de cabeceo del avión	-
C_{M_1}	Coeficiente de momento de cabeceo en la configuración de referencia	-
$C_{M_{lpha}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{M_{\dot{lpha}}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con la tasa de cambio adimensional de ángulo de ataque	1/rad
$C_{M_{\delta_e}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con el ángulo de deflexión del elevador	1/rad
C_{M_q}	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con la velocidad angular de cabeceo adimensional	1/rad
C_{M_u}	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con la velocidad adimensional	-
Т	Fuerza propulsiva	Ν
C_T	Coeficiente de fuerza propulsiva	-
$C_{T_{x_1}}$	Componente propulsiva en la dirección <i>x</i> en la configuración de referencia	-
$C_{T_{x_u}}$	Variación de la fuerza propulsiva en la dirección <i>x</i> con la velocidad adimensional	-
$C_{T_{x_{\alpha}}}$	Variación de la fuerza propulsiva en la dirección <i>x</i> con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{T_{m_1}}$	Coeficiente de momento de cabeceo debido a la fuerza propulsiva en la configuración de referencia	-
$C_{T_{mu}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo debido a la fuerza propulsiva con la velocidad adimensional	-
$C_{T_{m_{\alpha}}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo debido a la fuerza propulsiva con el ángulo de ataque	1/rad

xii

F_{A_y}	Fuerza aerodinámica en el eje y	Ν
F_{T_y}	Fuerza propulsiva en el eje <i>y</i>	Ν
Yβ	Aceleración en el eje y por unidad de ángulo de resbalamiento	m/s²/rad
Y _p	Aceleración en el eje y por unidad de velocidad angular de balance	m/s/rad
Y_r	Aceleración en el eje y por unidad de velocidad angular de guiñada	m/s/rad
Y_{δ_a}	Aceleración en el eje y por unidad de ángulo de deflexión del alerón	m/s²/rad
C_Y	Coeficiente de fuerza lateral del avión	-
$C_{Y_{\beta}}$	Variación del coeficiente de fuerza lateral con el ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{Y_{\dot{\beta}}}$	Variación del coeficiente de fuerza lateral con la tasa de cambio adimensional de ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{Y_{\delta_a}}$	Variación del coeficiente de fuerza lateral con el ángulo de deflexión del alerón	1/rad
C_{Y_p}	Variación del coeficiente de fuerza lateral con la velocidad angular de balance adimensional	1/rad
C_{Y_r}	Variación del coeficiente de fuerza lateral con la velocidad angular de guiñada adimensional	1/rad
$C_{T_{Y_{\beta}}}$	Variación de la fuerza lateral propulsiva con el ángulo de resbalamiento	1/rad
L _A	Momento de balance del avión	$N \cdot m$
L_T	Momento de balance del avión (debido a la fuerza propulsiva)	$N \cdot m$
Lβ	Aceleración angular en balance por unidad de ángulo de resbalamiento	1/ <i>s</i> ²
L_p	Aceleración angular en balance por unidad de velocidad angular en	1/s
L _r	Dalance Aceleración angular en balance por unidad de velocidad angular en guiñada	1/s

xiii

•	
X1	V

L_{δ_a}	Aceleración angular en balance por unidad de ángulo de deflexión del alerón	1/ <i>s</i> ²
C_L	Coeficiente de momento de balance del avión	-
$C_{L_{\beta}}$	Variación del coeficiente de momento de balance con el ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{L_{\dot{\beta}}}$	Variación del coeficiente de momento de balance con la tasa de cambio adimensional de ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{L_{\delta_a}}$	Variación del coeficiente de momento de balance con el ángulo de deflexión del alerón	1/rad
C_{L_p}	Variación del coeficiente de momento de balance con la velocidad angular de balance adimensional	1/rad
C_{L_r}	Variación del coeficiente de momento de balance con la velocidad angular de guiñada adimensional	1/rad
N _A	Momento de guiñada del avión	$N \cdot m$
N_T	Momento de guiñada del avión (debido a la fuerza propulsiva)	$N \cdot m$
Nβ	Aceleración angular en guiñada por unidad de ángulo de resbalamiento	$1/s^{2}$
N _p	Aceleración angular en guiñada por unidad de velocidad angular en balance	1/s
N _r	Aceleración angular en guiñada por unidad de velocidad angular en guiñada	1/ <i>s</i>
N_{δ_a}	Aceleración angular en guiñada por unidad de ángulo de deflexión del alerón	1/s ²
Ν _{Tβ}	Aceleración angular en guiñada por unidad de ángulo de resbalamiento (debido a la fuerza propulsiva)	1/s ²
C_N	Coeficiente de momento de guiñada del avión	-
$C_{N_{\beta}}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con el ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{N_{\dot{\beta}}}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con la tasa de cambio adimensional de ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{N_{\delta_a}}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con el ángulo de	1/rad

deflexión del alerón

C_{N_p}	Variación del coeficiente de momento de guiñada con la velocidad angular de balance adimensional	1/rad
C_{N_r}	Variación del coeficiente de momento de guiñada con la velocidad angular de guiñada adimensional	1/rad
$C_{T_{n_{\beta}}}$	Variación de la coeficiente de momento de guiñada creado por la fuerza propulsiva con el ángulo de resbalamiento	1/rad
γ	Ángulo de asiento de la velocidad	rad
χ	Ángulo de guiñada de la velocidad	rad
μ	Ángulo de balance de la velocidad	rad
ε	Ángulo de ataque del empuje	rad
ν	Ángulo de resbalamiento del empuje	rad
α	Ángulo de ataque	rad
α1	Ángulo de ataque en la configuración de referencia	rad
ά	Tasa de variación del ángulo de ataque	rad/s
β	Ángulo de resbalamiento	rad
Ġ	Tasa de variación del ángulo de resbalamiento	rad/s
θ	Ángulo de asiento	rad
ψ	Ángulo de guiñada	rad
ϕ	Ángulo de balance	rad
δ_e	Ángulo del elevador	rad
$\dot{\delta}_e$	Tasa de variación del ángulo del elevador	rad/s

δ_a	Ángulo del alerón	rad
$\dot{\delta}_a$	Tasa de variación del ángulo del alerón	rad/s
u	Velocidad en el eje <i>x</i>	m/s
u_1	Velocidad en el eje x en la configuración de referencia	m/s
ν	Velocidad en el eje y	m/s
W	Velocidad en el eje z	m/s
$\hat{u},\hat{v},\widehat{w}$	Velocidad adimensional en el eje x, y , z	-
p	Velocidad angular en balance	rad/s
q	Velocidad angular en cabeceo	rad/s
r	Velocidad angular en guiñada	rad/s
\hat{p} , \hat{q} , \hat{r}	Velocidades angulares en balance, cabeceo y guiñada adimensionales	-
ṗ	Aceleración angular en balance	rad/s ²
ġ	Aceleración angular en cabeceo	rad/s²
ŕ	Aceleración angular en guiñada	rad/s²

xvi

INTRODUCCIÓN

Una de las áreas de investigación más actuales en la aviación es la de los *Unmanned Aerial Vehicles* (UAV), los cuales son aeronaves que vuelan sin tripulación humana a bordo y son usados en disímiles aplicaciones, principalmente en los últimos años (Martínez, 2009).

Para distinguir los UAV de los misiles, un UAV se define como un vehículo sin tripulación reutilizable, capaz de mantener un nivel de vuelo controlado y sostenido, y propulsado por un motor de explosión o de reacción. Por tanto, los misiles de crucero no son considerados UAV porque, como la mayoría de los misiles, el propio vehículo es un arma que no se puede reutilizar, a pesar de que también es no tripulado y en algunos casos guiado remotamente. Hay una amplia variedad de formas, tamaños, configuraciones y características en el diseño de los UAV. Históricamente los UAV eran simplemente aviones pilotados remotamente (en inglés: drones), pero cada vez más se está empleando el control autónomo de los mismos.

Los vehículos aéreos no tripulados se están convirtiendo en una herramienta muy útil para una amplia variedad de utilidades en el ámbito industrial y de protección civil, así como para muchos otras aplicaciones comerciales o de servicios que actualmente están atendidos por los aviones tripulados (Abuleme, 2000).

Después del accidente nuclear de Chernóbil, pilotos de helicópteros volaron en misiones de rescate y evaluación de daños (Asadpour et al., 2013, Ermacora et al., 2012). Hoy día, muchos de ellos están muertos o con diferentes enfermedades provocadas por la exposición a la radiación secundaria y las complicaciones o infecciones contraídas después de la exposición al gas radioactivo. Ante un accidente de similares proporciones los UAV operacionales evitarían esta innecesaria exposición de vidas.

En nuestro país existen instituciones como GEOCUBA, facultada para la elaboración de mapas de relieve; CEMPALAB, encargada de investigaciones en agricultura de precisión; CEDAI nacional, y las FAR, que han mostrado interés en las ventajas que estas aeronaves pueden brindar.

En los últimos años el Grupo de Automatización Robótica y Percepción (GARP) ha acumulado un número importante de investigaciones dirigidas al diseño e implementación de vehículos autónomos. Las investigaciones ocupan diferentes áreas que incluyen modelado de vehículos subacuáticos (Valeriano et al., 2013), modelado de vehículos aéreos autónomos en aviones (Hernández, 2014, Pineda, 2008) y mini helicóptero (De Ávila, 2008), además, se han realizado trabajos en identificación experimental de aeronaves de tamaño reducido (Martínez et al., 2011, Pineda, 2011) y en el desarrollo de hardware para vehículos autónomos (Guerra, 2010).

Como parte de la modernización de los medios de trabajo e investigación que el GARP viene realizando, se ha adquirido recientemente el UAV X8, que constituye una aeronave de ala fija que permite realizar un vuelo estable y controlable sin presencia de fuselaje o superficies verticales (Nickel and Wohlfahrt, 1994).

Existe la problemática de que no se cuenta en la actualidad con el modelo dinámico de esta aeronave, el que representa un elemento de vital importancia a la hora de ajustar los reguladores a implementar en el autopiloto de este vehículo.

Hipótesis:

Utilizando métodos analíticos y semi-empíricos se pueden obtener los modelos desacoplados para los canales longitudinal y lateral que describan de forma aproximada la dinámica del UAV X8.

Como objetivos de este trabajo se establecen los siguientes:

Objetivo general:

Obtener el modelo lineal en espacio estado de los subsistemas longitudinal y lateral para el UAV X8.

Objetivos específicos:

- Analizar las tendencias mundiales, las metodologías más utilizadas y los resultados que se han obtenido en el modelado de los UAVs.
- Obtener los coeficientes aerodinámicos mediante el programa Digital DATCOM para una aeronave subsónica tipo ala delta.
- > Obtener el modelo del UAV X8 con fines de control.
- Verificar la estabilidad de los modelos obtenidos en lazo cerrado.

El aporte fundamental de esta investigación consiste en la obtención de los modelos linealizados en espacio estado para los subsistemas lateral y longitudinal del UAV X8, obteniéndose por vez primera en nuestro grupo de investigación el modelo matemático de una aeronave de ala fija. Además, se documentará el procedimiento utilizado para obtener los coeficientes aerodinámicos mediante el programa Digital DATCOM, el cual ahorrará tiempo considerable al no tener que realizar estos cálculos de forma manual.

Organización del informe

El trabajo está dividido en: introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos. Los capítulos están organizados de la forma siguiente:

Capítulo 1: Se realizará un análisis de la bibliografía consultada, revisando las diferentes características de los autopilotos de avión, sus aplicaciones y las diferentes formas de obtener el modelo matemático de aviones subsónicos. También se realiza en estudio de las principales herramientas existentes para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos.

Capítulo 2: El segundo capítulo aborda la técnica de modelado escogida para la realización de este trabajo. Se muestra la forma de obtención de cada uno de los parámetros del modelo y se describe el procedimiento propuesto.

Capítulo 3: Se abordan las capacidades del programa Digital DATCOM y se documenta el procedimiento empleado para la obtención de los coeficientes aerodinámicos. Además se presentan los resultados obtenidos y se comprueba la estabilidad de los modelos obtenidos en lazo cerrado. Se presenta el análisis económico.

Finalmente son presentadas las conclusiones y recomendaciones generales del trabajo.

CAPÍTULO 1. ESTUDIO DE LAS TENDENCIAS ACTUALES PARA EL MODELADO DE UAVs.

Un vehículo aéreo no tripulado, comúnmente conocido como un avión no tripulado, es un avión sin piloto humano a bordo. Su vuelo se controla de forma autónoma por los ordenadores o sistemas de control empotrados (autopiloto) en el vehículo, o a través de un mando a distancia accionado por un piloto desde el suelo o desde otro vehículo. Durante la confección de un autopiloto para estos vehículos, la obtención del modelo matemático es una de las tareas más importantes y exigentes, pues se requiere representar fielmente la dinámica del UAV para realizar los diferentes controles sobre el mismo de forma eficiente. En el presente capítulo se realiza una investigación sobre las principales tendencias existentes tanto a nivel mundial como en Cuba para el modelado de aviones de pequeño porte.

1.1 Desarrollo de los UAV en el mundo

Vehículo aéreo no tripulado o UAV del inglés *Unmanned Aerial Vehicle*, es una aeronave pilotada a control remoto (RPV del inglés *Remotely Piloted Vehicle*), y que vuela sin tripulación humana a bordo.

Hay una amplia variedad de formas de aviones no tripulados, tamaños, configuraciones y características. Históricamente, los vehículos aéreos no tripulados eran simples aviones dirigidos por control remoto, pero se está utilizando cada vez más el control autónomo.

Se emplean principalmente para aplicaciones militares, pero también se están utilizando cada día más para aplicaciones civiles, como en el trabajo policial, de los bomberos, y con la seguridad no militar, como la vigilancia de los oleoductos. Los UAVs son a menudo

preferidos para misiones que son demasiado "aburridas, sucias o peligrosas" para los aviones tripulados.

Son varias las universidades y centros de investigación que se encuentran investigando en temáticas relacionadas con los vehículos aéreos autónomos, destacándose por su maniobrabilidad los helicópteros y aviones de pequeño porte. Estas plataformas han sido utilizadas para investigar áreas que van desde el control no lineal, control multivariable, navegación, control de estabilidad, planificación de trayectorias, hasta la detección y seguimiento visual de objetos (Mejías, 2006).

Entre las principales instituciones a nivel mundial que siguen su desarrollo e investigación se encuentran la Universidad Tecnológica de Delft en Holanda (Bennani and Looye, 2000), la NASA (Allen et al., 2002), la Universidad de Stanford (Soon and Tomlin, 2003), el Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) (King, 2004), la Universidad de Cranfield (Lancaster, 2004), la Universidad de La Florida (Lee, 2004), la Agencia de defensa y seguridad de Suecia (FOI) (Grankvist, 2006), la Universidad de Aalborg en Dinamarca (Jørgen et al., 2008), entre otros muchos investigadores en el mundo (AlSwailem, 2004, Dybsjord, 2013, Fossen, 2011, Fossen, 2013), inspirados en una visión futurista de aviones tan pequeños como un insecto (Asensio et al., 2008).

Nuestro país no se ha quedado atrás en este aspecto, contando con investigaciones dirigidas al diseño e implementación de vehículos autónomos. Las mismas ocupan diferentes áreas que incluyen modelado de vehículos subacuáticos (Valeriano et al., 2013), modelado y control de aviones de pequeño porte (Martínez, 2009, Pineda, 2008, Pineda, 2011), desarrollo de hardware para vehículos autónomos (Guerra, 2010, Martínez, 2005); modelado de mini helicóptero (De Ávila, 2008), y más recientemente modelado dinámico de aviones subsónicos a partir de herramienta de software (Hernández, 2014). Además se han realizado publicaciones del grupo GARP en el tema de modelado de aviones autónomos tales como: (Martínez et al., 2010), (Martínez et al., 2011), (Hernández et al., 2012) y (Hernández et al., 2013).

1.2 Aplicaciones

Además de las aplicaciones que ya se han mencionado, los UAVs se utilizan para labores de lucha contra incendios o vigilancia de estructuras de interés económico; se pueden aplicar en ambientes de alta toxicidad química y radiológicos, en los que sea necesario tomar muestras con alto peligro de vidas humanas y realizar tareas de control de ambiente (Asadpour et al., 2013, Ermacora et al., 2012); pueden cooperar en misiones de control del narcotráfico y contra el terrorismo (Stojcsics and Molnár, 2012). También pueden grabar vídeos de alta calidad para ser empleados como medios de prueba en un juicio internacional (Kim et al., 2013), aprovechando la ventaja de que su duración máxima volando solo es limitada por su combustible y por su sistema de vuelo, sin tener las limitaciones correspondientes a tener tripulación (Morgenthaler et al., 2012). A Continuación se muestran algunos ejemplos de aplicación práctica de estas aeronaves (Pineda, 2008):

- Transporte de material humanitario a zonas de alto riesgo o inaccesibles.
- Búsquedas de personas en desastres y emergencias: a diferencia de la aviación general, la aviación no tripulada tiene la propiedad de volar durante largos períodos de tiempo a baja velocidad, por lo que el UAV no deja de vigilar la zona durante días, por ejemplo, una búsqueda de personas desaparecidas podría permanecer día y noche, localizándolas mediante cámaras de infrarrojos, lo cual multiplicaría la eficiencia de la búsqueda.
- Meteorológica: estudios atmosféricos, análisis y seguimiento de fenómenos meteorológicos, etc.
- Control de tráfico por carretera.
- Vigilancia policial ciudadana: sobrevuelo a media altura y potentes cámaras motorizadas.
- Vigilancia forestal y prevención de incendios.
- Vigilancia fronteriza y costera.
- Fotografía aérea: agrícola, inmobiliario.
- Filmación de video aéreo.
- Telecomunicaciones: Seudo-satélite de comunicaciones de emergencia o de uso puntual (volando a mínima velocidad puede permanecer días en el aire haciendo círculos sobre una misma posición).

6

1.3 Descripción general del UAV X8

El UAV X8 es un vehículo aéreo de pequeño porte usado principalmente para la cartografía aérea, constituyendo una configuración de ala voladora por lo que no cuenta con presencia de fuselaje ni cola (Nickel and Wohlfahrt, 1994). A lo largo del ala se pueden encontrar diferentes superficies sustentadoras: alerones y elevadores, en este caso se pude decir que posee elevones ya que la misma superficie realiza las dos funciones; también encontramos los *winglet* que son dispositivos aerodinámicos que, generalmente, presentan la forma de una aleta hacia arriba en el extremo del ala y están destinados a mejorar la eficiencia de las aeronaves de ala fija. El sistema de piloto automático se basa en la tecnología de código abierto y comprometido con el uso civil y científico. Su diseño específico permite un funcionamiento flexible y se puede implementar de forma segura en diferentes entornos y condiciones meteorológicas (USENSE, 2013).

El sistema UAV X8 ha sido probado a fondo en diversos entornos y condiciones viento de (hasta 7 m / s), este consiste en la armazón de avión, el sistema de radio control, el piloto automático, la unidad de telemetría, la cámara y la estación en tierra (Figura 1.1).



Figura 1.1. Componentes del UAV X8.

1.4 Modelo Matemático

La obtención de un modelo matemático que describa lo más fielmente posible la dinámica de la planta a controlar es fundamental para la calidad y exactitud de cualquier sistema de control a implementar en la aeronave. En los aviones adquiere especial importancia debido a lo compleja que resulta la dinámica de los mismos y la necesidad de su conocimiento detallado para sintetizar una estrategia de control adecuada. A nivel mundial son disimiles

7

las instituciones que dedican recursos a la obtención de los modelos matemáticos de estos vehículos, realizando importantes investigaciones que sirven como referencia para el estudio y comprensión de estas temáticas.

Entre algunas de las principales instituciones a nivel Mundial en el modelado de UAV que publican trabajos al respecto se encuentran: la Universidad Tecnológica de Delft (Bennani and Looye, 2000), la Universidad de Aalborg (Graversen et al., 2001); (King, 2002), publicado por el Instituto Tecnológico de Massachusetts, la Universidad de Stanford (Soon and Tomlin, 2003), la Universidad de Cranfield (Lancaster, 2004), La FOI (Grankvist, 2006), (Jørgen et al., 2008) por la Universidad de Aalborg , la Universidad de Noruega de Ciencia y Tecnología (Fossen, 2011, Fossen, 2013).

Para obtener el modelo dinámico se realiza un proceso de modelado basado en las ecuaciones no lineales de fuerzas y torques que actúan sobre el avión, linealizadas a través de la serie de Taylor, siendo algunos de los parámetros físicos a tener en cuenta los siguientes: largo y ancho del ala, largo y peso del avión, distancias desde el centro de gravedad y puntos estratégicos del avión, entre otros (Pineda, 2008).

El GARP ha llevado a cabo varias investigaciones relacionadas con este tema (Pineda, 2008, Socarras, 2011), para las cuales se tomó como material fundamental el libro *"Performance, Stability, Dynamics, and Control of Airplanes"* (Pamadi, 2003), también existen otros métodos como el descrito en *"Mathematical models for control of aircraft and satellite"* de (Fossen, 2011, Fossen, 2013), utilizados en (Hernández, 2014) que resultan muy interesantes ya que dan un tratamiento metodológico más organizado, presentan un enfoque teórico diferente a metodologías de modelados basado en las mismas leyes físicas logrando obtener un modelo de 6 GDL.

Otra investigación que aborda el tema de modelado de UAVs es (Narbona, 2014), donde se realiza un estudio de la estabilidad de un ala voladora, incluyendo el cálculo de sus derivadas de estabilidad, análisis de sus modos y representación del comportamiento dinámico. Además se describe el procedimiento para obtener de forma analítica un modelo linealizado de 6 GDL, el cual es desacoplado en canal longitudinal y canal lateral, ambos en espacio de estado. A pesar de existir parámetros físicos que los relacionan, en aviación se consideran estos modelos desacoplados uno del otro, para de esta forma calcular algunos

parámetros imprescindibles en la dinámica del avión (Sorensen et al., 2005, Fossen, 2011, Fossen, 2013, Pamadi, 2003).

La presente investigación se basará fundamentalmente para realizar el modelado matemático de UAV X8 en el método descrito en (Narbona, 2014) pues trata la misma configuración de la aeronave en cuestión: un ala voladora.

El modelo matemático que describe la dinámica del UAV se realiza atendiendo a las características físicas y la interacción con la naturaleza, analizando en este sentido las partes principales del vehículo y las fuerzas que sobre él actúan.

1.4.1 Partes del avión. Superficies de control

En esta sección se abordarán las partes principales de un avión, así como las superficies de control que posee el mismo. Las principales partes se muestran en la Figura 1.2 y son:

- Alas: Proveen el empuje que permite volar al avión. Los alerones están situados en ella.
- Hélice: Genera la fuerza que mueve el avión hacia delante.
- Estabilizador Vertical: También se le llama estabilidad longitudinal y se utiliza para dar estabilidad en el plano vertical. El timón de cola está sujeto a él.
- Estabilizador Horizontal: También se le llama estabilidad lateral-direccional y se utiliza para dar estabilidad en el plano horizontal. El elevador está sujeto a él.
- Fuselaje: Es el cuerpo del avión. En un avión ordinario alberga a los pasajeros, en uno de pequeño porte guarda los sensores, sistemas de control y demás componentes.
- Alerones: Se usan para manipular el ángulo de alabeo y guiñada. Ambos alerones se encuentran siempre en sentido contrario.
- Timón de cola: En aviones comunes se usa para manipular el ángulo de guiñada y así proporcionar a los pasajeros un vuelo más estable. En aviones de pequeño porte no se utiliza mucho.

9

Elevador: Se encuentra sujeto del estabilizador horizontal y se usa para manipular el ángulo de cabeceo.

10

Tanto los alerones como el timón de cola y el elevador constituyen las superficies de control de los aviones (Jørgen et al., 2008).



Figura 1.2. Partes de un Avión. Superficies de control.

1.4.2 Fuerzas que actúan en el avión

Son básicamente cuatro las fuerzas que influyen en el movimiento de un avión típico (Dufeu and Pettinelli, 2003). Estas cuatro fuerzas interactúan de diferentes formas para dar lugar a cada una de las situaciones más comunes de vuelo, como lo son el despegue, el aterrizaje, el ascenso, el descenso y el vuelo a nivel (Abuleme, 2000). Estas fuerzas se describen a continuación y se muestran en la Figura 1.3.

- Sustentación: Esta fuerza de origen aerodinámico es provocada principalmente por las alas del avión y permite que éste se eleve.
- Arrastre: Esta también tiene su origen en la aerodinámica del avión y se opone a su movimiento. Lo ideal es que esta fuerza sea pequeña.
- Propulsión: Es la fuerza que produce el motor del avión para impulsarlo. Esta fuerza se opone al arrastre y cuando ambas son iguales el avión mantiene su velocidad.
- Gravedad: Es provocada por el campo gravitacional de la Tierra y se mantiene relativamente constante en vuelos dentro de la atmósfera.



Figura1.3. Fuerzas que actúan en el avión

Además de las fuerzas básicas anteriores, existen los momentos (torques) del avión, que se producen por la acción de las fuerzas en torno a un punto. Estos momentos se generan en torno a los tres ejes del avión y dan lugar a los tres tipos de giro que pueden producirse: cabeceo, balanceo y guiñada Figura 1.4 (Abuleme, 2000).



Figura1.4. Movimiento en un avión

Las fuerzas más importantes son generadas en el ala y la cola. Esta última es la encargada de balancear las cargas y de dar estabilidad longitudinal al avión. El balanceo se refiere a la generación de una fuerza de sustentación que produce un momento respecto al centro de gravedad del avión para equilibrar los momentos generados por el resto de la aeronave. La estabilidad se refiere a la capacidad del avión a volver a su estado inicial después de producida una perturbación. El avión debe ser longitudinal, direccional y lateralmente estable para que cumpla con los requerimientos internacionales y minimice las cargas sobre el piloto (Pineda, 2008).

1.5 Herramientas de cálculo para los coeficientes aerodinámicos

Una parte fundamental en el diseño de una aeronave es la estimación y el cálculo de su estabilidad y maniobrabilidad. Muchos son los parámetros geométricos y de condición de

11

vuelo que influyen en la estabilidad, por tanto, una buena estimación preliminar de las derivadas de estabilidad y coeficientes de fuerzas y momentos en función de dichos parámetros, es fundamental en el diseño de la aeronave. Una mala estimación de la estabilidad del avión, podría provocar cambios importantes en su estructura y su configuración inicial, de ahí la importancia de una buena definición del modelo aerodinámico en un diseño preliminar (Narbona, 2014).

En los sistemas de ecuaciones de la dinámica longitudinal y lateral-direccional linealizadas de un avión, se muestran las derivadas de estabilidad adimensionales. Existen varios programas que obtienen derivadas de estabilidad y otros parámetros aerodinámicos. A continuación se ofrece un listado y se explican brevemente algunas de estas herramientas:

United States Air Force Stability and Control Digital DATCOM: se trata de un software que implementa los métodos contenidos en el DATCOM para calcular las derivadas de estabilidad estáticas, de control y dinámicas de los aviones de ala fija. El DATCOM digital requiere un archivo de entrada que contenga una descripción de la geometría del avión a analizar, y da como salida las correspondientes derivadas de estabilidad dimensionales de acuerdo a la condición de vuelo especificada. Con los valores obtenidos, se pueden calcular multitud de parámetros de la dinámica del vuelo (McDonnel, 1979).

Algunos desarrollos actuales de la herramienta DATCOM digital son: DATCOM+, la herramienta para Matlab "*Mathworks Aerospace Toolbox*" y Open Datcom.

Computerised Environment for Aircraft Synthesis and Integrated Optimisation Methods (CEASIOM): CEASIOM es un software utilizado para el diseño conceptual de aviones, que hace uso de la teoría y los datos semi-empíricos, ajustando los algoritmos con datos obtenidos de la experiencia y proyectos anteriores. La fase de diseño conceptual de una aeronave puede suponer hasta el 80% del coste del producto a lo largo de su ciclo de vida, por lo que los errores durante esta fase deben ser evitados. CEASIOM permite, mediante diversos módulos, orientar al ingeniero en este proceso de diseño conceptual. Entre los distintos módulos que CEASIOM incluye se pueden encontrar: el módulo de geometría (punto de inicio para construir el avión), el módulo de aerodinámica (Digital DATCOM combinado con códigos de TORNADO y CFD), el módulo de estabilidad y control (SDSA), el módulo de diseño de sistemas de control de vuelo (FCSDT), el módulo de aeroelasticidad (NeoCASS), así como otras herramientas de estructuras.

TORNADO: Es un software de código abierto, programado en MATLAB, para el cálculo de las derivadas de estabilidad y coeficientes de fuerzas y momentos de una aeronave. Utiliza como base un método numérico denominado Vortex Lattice Method (VLM) para aerodinámica lineal.

Este método está basado en la teoría de flujo incompresible y potencial, donde los efectos de viscosidad y disipación son despreciados. Además, supone pequeño espesor en todas las superficies sustentadoras y pequeños ángulos, todo ello necesario para la linealización de las ecuaciones. Así, modelando todas las superficies sustentadoras como placas planas, TORNADO permite calcular la mayoría de las derivadas de estabilidad para un gran rango de geometrías. Con una velocidad computacional muy elevada y aún en fase de desarrollo, el código está siendo utilizado en numerosas universidades de todo el mundo.

Para la realización de este proyecto se decidió utilizar como herramienta esencial de cálculo el programa Digital DATCOM, pues es un software libre que brinda resultados satisfactorios en la obtención de los coeficientes aerodinámicos y está disponible en estos momentos en nuestro grupo de investigación. Además no requiere de una elevada potencia de cálculo.

1.6 Estrategias de control

Como el sistema de control es la función principal de los autopilotos se requiere de un modelo que describa fielmente la dinámica de la aeronave en cuestión. La primera tarea del sistema de control de un avión no tripulado es lograr la estabilidad del mismo. Esto se logra controlando los ángulos de cabeceo y alabeo (Hernández et al., 2008, Martínez, 2014) (Figura 1.4). El control adecuado de dichos ángulos brinda al avión la estabilidad suficiente para realizar tareas como la toma de imágenes y filmación de videos.

La teoría de control clásico es utilizada en (Jørgen et al., 2008), el cual constituye una referencia de gran importancia por lograr un diseño detallado y preciso de las estrategias de control, logrando por esta vía buenos resultados para los lazos de control de los ángulos de

13

alabeo y cabeceo. En dicho trabajo se realiza un diseño de control clásico en el lugar geométrico de las raíces definiéndose previamente los requisitos del sistema de control.

En (Lee, 2004), se trabaja con un avión que no posee timón de cola y utiliza varios lazos internos y externos tanto para el movimiento longitudinal como lateral. Solamente realiza control de estabilidad puesto que no se controla la altura del avión ni el ángulo de guiñada.

También se logra el control de estabilidad (ángulos de cabeceo y alabeo) en (Hernández et al., 2008) donde se diseñan los reguladores PID utilizando teoría de control clásica para sistemas de una entrada y una salida.

La estrategia de control escogida para verificar la estabilidad de los modelos obtenidos es la implementada en el proyecto (Autopilot, 2012) para los lazos internos de cabeceo y alabeo, la cual es similar a un PID clásico con algunas modificaciones. Esta estrategia cuenta con una sólida implementación en el proyecto Autopilot, demostrando excelentes resultados experimentales (Autopilot, 2012) para diferentes tipos de aviones.

1.7 Conclusiones parciales del capítulo

En este capítulo se ha realizado un análisis introductorio al tema de los UAV evidenciado la importancia y el grado de desarrollo alcanzado por estos a nivel mundial, específicamente de los aviones de pequeño porte no tripulados. Tomando en cuenta el nivel de desarrollo en la construcción de autopilotos y de los recursos materiales con que se dispone, se concluye:

Tomar como referencias para el modelado dinámico del UAV X8 la investigación realizada por (Narbona, 2014) porque obtiene los modelos linealizados desacoplados para el canal longitudinal y lateral de una aeronave de ala fija con características muy similares a la aeronave en cuestión.

Para calcular los coeficientes aerodinámicos se utilizará el programa Digital DATCOM por ser un método rápido y económico para la obtención de las características de estabilidad y control de la aeronave, obteniendo resultados que se encuentran en los rangos fijados en la bibliografía especializada (Pamadi, 2003). Además, para comprobar la estabilidad de los modelos obtenidos en lazo cerrado se utilizará la estrategia de control propuesta por (Autopilot, 2012) pues posee una sólida implementación demostrando su efectividad en la práctica.

14

CAPÍTULO 2. MODELADO MATEMÁTICO

La obtención del modelo matemático es una de las tareas más importantes para la creación de un autopiloto. Gran parte de los resultados y cumplimiento de las misiones dependen de la precisión y exactitud de dicho modelo (Martínez, 2009). En los aviones adquiere especial importancia debido a lo compleja que resulta la dinámica de los mismos y la necesidad de su conocimiento detallado para sintetizar una estrategia de control adecuada. En el presente capítulo se expondrán las herramientas matemáticas necesarias para describir la dinámica de vuelo de la aeronave, pasando por los sistemas de referencia utilizados, ecuaciones cinemáticas y dinámicas que describen su movimiento, así como los términos aerodinámicos.

2.1 Introducción

El modelo de una aeronave puede ser dividido en dos partes fundamentales: dinámica y cinemática. La cinemática describe el movimiento y la geometría del sistema sin tener en cuenta las fuerzas y momentos que sobre este actúan. La dinámica describe las fuerzas y momentos que actúan sobre el avión (Dybsjord, 2013).

El método escogido para el modelado está basado en el análisis de la geometría del vehículo, el cual parte estableciendo las ecuaciones cinemáticas angulares, cinemáticas lineales y dinámicas que relacionan el movimiento de la aeronave con las fuerzas que actúan sobre ella, conformando un modelo no lineal de 6 GDL. Teniendo en cuenta que el móvil operará ante pequeñas variaciones alrededor del punto de operación se linealiza este modelo y se particulariza la formulación al caso aplicado de un ala voladora que, no disponiendo de timón de dirección, carece de uno de los grados de libertad con respecto a otros aviones convencionales. Luego se desacopla el canal longitudinal del lateral para

simplificar el proceso de modelado. Posteriormente se definen las expresiones (lineales) de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos, quedando una serie de parámetros (coeficientes aerodinámicos) por definir, los cuales son hallados utilizando el programa Digital DATCOM (Figura 2.1).



Figura 2.1. Síntesis del método de modelado.

En el Anexo A aparece un esquema detallado que permite comprender cuál es la secuencia de pasos seguida en esta técnica de modelado hasta llegar a la representación en espacio de estados de los canales longitudinal y lateral. A lo largo de este capítulo se explica de forma clara cada uno de estos pasos.

Para plantear las ecuaciones generales que describen la dinámica del vuelo de un avión, es decir, la evolución de las variables de estado de este en función de las fuerzas y momentos exteriores, es necesario en primer lugar plantear una serie de hipótesis:

- Modelo de Tierra: Se considera la Tierra plana y la gravedad constante.
- Modelo de atmósfera: La atmósfera está en calma (no hay viento).
- El avión es un cuerpo rígido, simétrico y con los motores fijos.

2.2 Sistemas de referencia y sistemas de ejes

En el desarrollo de este proyecto se utilizarán distintos sistemas de referencia, habituales en la Mecánica del Vuelo. Para obtener las ecuaciones escalares del movimiento se consideran las ecuaciones vectoriales en forma matricial. Para ello los vectores deben proyectarse en un sistema de ejes determinado. Para obtener las componentes de un vector \vec{a} en ejes Y conocidas sus componentes en ejes X, se considera la matriz $[T]^{YX}$ asociada a la transformación $X \rightarrow Y$ que permite escribir:

$$[a]^{Y} = [T]^{YX} [a]^{X}$$
(2.1)

En lo que sigue, se usará esta notación para designar la transformación entre distintos ejes de coordenadas. A continuación se describirán los dos sistemas de referencia de mayor importancia para el modelado de UAV (Sistema inercial topocéntrico y Sistema de ejes cuerpo), la descripción del resto de los sistemas de referencia utilizados se encuentra en el Anexo B.

2.2.1 Sistema inercial topocéntrico

Haciendo la hipótesis de Tierra plana, la superficie terrestre se considera plana y cualquier sistema de referencia fijado a ella (topocéntrico) puede considerarse inercial. Con estas hipótesis, el sistema inercial topocéntrico T(O, x, y, z) se define como sigue:

O (origen): cualquier punto de la superficie terrestre;

Eje *x*: en dirección norte;

Eje y: en dirección este;

Eje z: completa un triedro a derechas (dirigido hacia abajo).

El plano formado por los ejes *x* e *y* (plano *xy*) es el plano horizontal.

2.2.2 Sistema de ejes cuerpo

El sistema de ejes cuerpo $B(O_b, x_b, y_b, z_b)$ se define como sigue (Figura 2.2):

 O_b (origen): centro de masas del avión;

Eje x_b : contenido en el plano de simetría del avión, según una línea de referencia longitudinal, y dirigido hacia el morro;

Eje z_b : contenido en el plano de simetría del avión, ortogonal a x_b , y dirigido hacia abajo en la actitud normal de vuelo;
Eje y_b : completa un triedro a derechas (es ortogonal al plano de simetría, dirigido según el ala derecha del avión).



Figura 2.2. Sistema de ejes cuerpo.

Orientación de los ejes cuerpo (B) respecto de los ejes viento (W)

La orientación de los ejes cuerpo respecto de los ejes viento viene definida por los siguientes ángulos:

- El ángulo de resbalamiento (en inglés, *sideslip angle*) (β) es el ángulo formado por el vector V con el plano de simetría, positivo cuando el aire le entra al avión por la derecha.
- El ángulo de ataque (en inglés, *angle of attack*) (α) es el ángulo formado por el eje x_b con la proyección del vector V sobre el plano de simetría, positivo cuando el aire le entra al avión por abajo.

Transformación $W \rightarrow B$: los ejes cuerpo se obtienen a partir de los ejes viento mediante una rotación de ángulo β alrededor del eje $-z_w$, seguida de una rotación de ángulo α alrededor del eje y_b (Figura 2.2). La matriz de transformación es

$$[T^{BW}] = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha\\ \sin\beta & \cos\beta & 0\\ \sin\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\cos\beta & \cos\alpha \end{bmatrix}$$
(2.2)

Orientación de los ejes cuerpo (B) respecto de los ejes horizonte local (H)

Por otro lado, la orientación respecto de los ejes horizonte local viene definida por los llamados Ángulos de Euler:

- El ángulo de asiento (en inglés, *pitch angle*) (θ) es el ángulo formado por el eje x_b con el plano horizontal local, positivo hacia arriba.
- El ángulo de guiñada (en inglés, *yaw angle*) (ψ) es el ángulo formado por la proyección del eje x_b sobre el plano horizontal local con la dirección norte, positivo hacia el este.
- El ángulo de balance (en inglés, *roll angle*) (ϕ) es el ángulo formado por el eje y_b con la intersección del plano y_bz_b con el plano horizontal, positivo en el sentido de bajar el ala derecha.

Cuando $\phi = 0$ se dice que el avión vuela con las alas a nivel.

Transformación H \rightarrow X1 \rightarrow X2 \rightarrow B: los ejes cuerpo se obtienen a partir de los ejes horizonte local mediante una rotación de ángulo ψ alrededor del eje z_h , que permite pasar de los ejes H a los ejes $X_1(O_1, x_1, y_1, z_1 \equiv z_h)$; seguida de una rotación de ángulo θ alrededor del eje intermedio y_1 ,que pasa desde los ejes X_1 a los ejes $X_2(O_1, x_2, y_2 \equiv y_1, z_2)$; seguida de una última rotación de ángulo ϕ alrededor del eje $x_2 \equiv x_b$, que lleva los ejes x_2 a los ejes cuerpo finales. La matriz de transformación se construye a partir de las tres transformaciones elementales descritas:

$$[T^{BH}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\phi & \sin\phi \\ \sin\theta & \cos\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \sin\phi & \sin\phi & \sin\phi \\ \sin\phi & \sin\phi & \cos\phi & \sin\phi \\ \cos\phi & \sin\phi & \cos\phi & \sin\phi \\ \cos\phi & \sin\phi & \cos\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$
(2.3)

Esta matriz verifica la siguiente relación:

$$[T]^{BH} = [T]^{BW} [T]^{WH}$$
(2.4)

la cual permite relacionar los ángulos (θ , ψ , ϕ) con los ángulos (α , β) y (γ , χ , μ).

2.3 Modelo no lineal de 6 grados de libertad

El objetivo que se persigue es relacionar el movimiento de la aeronave con las fuerzas que actúan sobre ella. En primer lugar, conviene hacer las siguientes definiciones:

 $\vec{r_c} = (x_c, y_c, z_c)^T$: Vector de posición del avión respecto del sistema topocéntrico (nótese el abuso de notación, ya que en este caso el superíndice T representa la traspuesta del vector, no la proyección en el sistema topocéntrico).

 $\vec{V_c}$: Vector velocidad del avión respecto del sistema topocéntrico.

 \vec{V}_w : Velocidad del viento respecto del sistema topocéntrico.

 \vec{V} : Vector velocidad aerodinámica del avión. Las fuerzas y momentos aerodinámicos dependen de esta velocidad.

$$\vec{V} = \vec{V}_c - \vec{V}_w \tag{2.5}$$

Como se comentó en las hipótesis generales, no se considerará viento, por lo que la velocidad aerodinámica del avión coincide con la velocidad respecto a tierra, y, por ser el sistema topocéntrico inercial (hipótesis de Tierra plana), coincidirá también con la velocidad inercial ($\vec{V} = \vec{V_c} = \vec{V_l}$).

En la Figura 2.3 se puede ver el criterio de signos para las fuerzas y momentos aerodinámicos, así como para las velocidades lineales y angulares. Recuérdese que en el índice de notación se puede consultar la nomenclatura seguida.



Figura 2.3. Criterio de signos

El desarrollo de las ecuaciones dinámicas se hará en los ejes cuerpo del avión. En estos ejes, se definen los siguientes vectores:

$$[V]^B = [u, v, w]^T (2.6)$$

$$[\omega]^B = [p, q, r]^T \tag{2.7}$$

$$[F_A]^B = \left[F_{A_x}, F_{A_y}, F_{A_z}\right]^T$$
(2.8)

$$[F_T]^B = \left[F_{T_x}, F_{T_y}, F_{T_z}\right]^T$$
(2.9)

$$[M_A]^B = [L_A, M_A, N_A]^T$$
(2.10)

$$[M_T]^B = [L_T, M_T, N_T]^T$$
(2.11)

donde *u*, *v* y *w* son las velocidades lineales en los ejes *x*, *y*, *z*, respectivamente; *p*, *q* y *r* son las velocidades angulares de balance, cabeceo y guiñada; F_{A_x} , F_{A_y} y F_{A_z} son las componentes de la fuerza aerodinámica en los ejes cuerpo; F_{T_x} , F_{T_y} y F_{T_z} son las componentes de la fuerza propulsiva en dichos ejes; L_A , M_A y N_A son los momentos aerodinámicos y L_T , M_T y N_T son los momentos producidos por la fuerza propulsiva.

2.3.1 Ecuaciones cinemáticas lineales

Para empezar se plantean las ecuaciones cinemáticas lineales, que permiten conocer la posición del vehículo a partir de su velocidad.

$$[V_C]^T = \left[\frac{dr_c}{dt}\right]^T = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{z}_c \end{bmatrix}$$
(2.12)

Puesto que las ecuaciones se van a plantear en los ejes cuerpo, se dispondrá de $[V_C]^B$, por lo que hay que hacer la transformación:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{z}_c \end{bmatrix} = [T]^{TB} \begin{bmatrix} u \\ v \\ W \end{bmatrix}$$
 (2.13)

 $= \begin{bmatrix} u\cos\theta\cos\psi + v(\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi) + w(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi) \\ u\cos\theta\sin\psi + v(\sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi) + w(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi) \\ -u\sin\theta + v\sin\phi\cos\psi + w\cos\phi\cos\psi \end{bmatrix}$

2.3.2 Ecuaciones cinemáticas angulares

A continuación se van a escribir las ecuaciones cinemáticas angulares, las cuales permiten conocer los parámetros de actitud (ángulos de Euler: $\theta, \psi y \phi$) a partir de la velocidad angular.

A partir de la transformación $H \rightarrow B$ explicada con anterioridad, se puede escribir el vector velocidad angular de la siguiente forma:

$$\vec{\omega} = \dot{\psi}\vec{k}_H + \dot{\theta}\vec{j}_{X_1} + \dot{\phi}\vec{i}_B \tag{2.14}$$

donde \vec{k}_H , \vec{j}_{X_1} y \vec{i}_B son los vectores unitarios según los ejes z_h , y_1 y x_b , respectivamente. Proyectando esta ecuación en ejes cuerpo a partir de las matrices de transformación descritas en la sección (2.2):

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \dot{\psi}[T]^{BH}[k_H]^H + \dot{\theta}[T]^{BX_2}[T]^{X_1X_2}[j_{X_1}]^{X_1} + \dot{\phi}[i_B]^B$$
(2.15)

Y haciendo las transformaciones indicadas queda:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi}sin\theta \\ \dot{\theta}cos\phi + \dot{\psi}cos\thetasin\phi \\ -\dot{\theta}sin\phi + \dot{\psi}cos\thetacos\phi \end{bmatrix}$$
(2.16)

Por último, conviene despejar en estas ecuaciones las derivadas de los ángulos de Euler en un mismo miembro de la ecuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + (q \sin\phi + r \cos\phi) \tan\theta \\ q \cos\phi - r \sin\phi \\ (q \sin\phi + r \cos\phi) \sec\theta \end{bmatrix}$$
(2.17)

2.3.3 Ecuaciones dinámicas

En cuanto a las ecuaciones dinámicas, se comienza planteando la Segunda Ley de Newton para las fuerzas y la ecuación del momento cinético para los momentos:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \frac{d\vec{V}_c}{dt}$$
(2.18)

$$\sum \vec{M}_{ext} = \frac{d\vec{h}_c}{dt}$$
(2.19)

Donde $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_A + \vec{F}_T + m\vec{g}$ es la suma de fuerzas exteriores aplicadas, $\sum \vec{M}_{ext} = \vec{M}_A + \vec{M}_T$ es la suma de momentos exteriores aplicados, $\vec{h}_c = \bar{I}\vec{\omega}$ es el momento angular y $\bar{I}\vec{\omega}$ es el tensor de inercia.

Las derivadas anteriores han de tomarse desde un sistema de referencia inercial, que, como se ha explicado, será aquí el sistema topocéntrico. Sin embargo, puesto que el tensor de inercia es conocido en ejes cuerpo, se proyectarán las ecuaciones en estos ejes y se tomarán las derivadas mediante la fórmula de Poisson.

Aplicando la fórmula de Poisson para realizar las derivadas en ejes cuerpo, la ecuación (2.18) queda:

$$m\frac{d\vec{V}_c}{dt}\Big|_{inercial} = m\left(\frac{d\vec{V}_c}{dt}\Big|_B + \vec{\omega} \times \vec{V}_c\right) = \vec{F}_A + \vec{F}_T + m\vec{g}$$
(2.20)

Mientras que la ecuación (2.19) resulta:

$$\frac{d\vec{h}_c}{dt}\bigg|_{inercial} = \left(\bar{\bar{I}}\frac{d\vec{\omega}}{dt}\bigg|_B + \vec{\omega} \times \bar{\bar{I}}\vec{\omega}\right) = \vec{M}_A + \vec{M}_T$$
(2.21)

Estas ecuaciones se proyectan en ejes cuerpo, a partir de la definición de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos dados anteriormente y sabiendo que:

$$[g]^B = [T]^{BT} \begin{bmatrix} 0\\0\\g \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones resultantes son:

$$m(\dot{u} - vr - qw) = -mgsin\theta + F_{A_x} + F_{T_x}$$
(2.22)

$$m(\dot{v} - ur - wp) = mg \cos\theta \sin\phi + F_{A_y} + F_{T_y}$$
(2.23)

$$m(\dot{w} - uq - vp) = mg \cos\theta \cos\phi + F_{A_z} + F_{T_z}$$
(2.24)

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} - I_{xz}pq + (I_{zz} - I_{yy})rq = L_A + L_T$$
(2.25)

$$I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})pr - I_{xz}(p^2 - r^2) = M_A + M_T$$
(2.26)

$$I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + (I_{yy} - I_{xx})pq + I_{xz}qr = N_A + N_T$$
(2.27)

Las ecuaciones anteriores (cinemáticas lineales, ecuaciones 2.13; cinemáticas angulares, ecuaciones 2.17; y dinámicas, ecuaciones 2.22-2.27) constituyen un sistema de 12 ecuaciones diferenciales que permiten calcular las 12 variables de estado:

$$\vec{x} = [x_c, y_c, z_c, \phi, \theta, \psi, u, v, w, p, q, r]$$

Para cerrar el problema, es necesario conocer las expresiones de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos. Es decir, es necesario un modelo aerodinámico y otro propulsivo. En general, dicho modelo será de la forma:

$$\vec{F}_{A,\mathrm{T}}, \vec{F}_{A,\mathrm{T}} = f(u(\tau), v(\tau), w(\tau), p(\tau), q(\tau), r(\tau), \vec{u})$$

donde x(τ) representa la historia pasada de la variable *x*, y \vec{u} es el vector de control. Para el caso particular de ala voladora, sin timón de dirección, se tiene:

$$\vec{u} = [\delta_e, \delta_{\mathrm{T}}, \delta_a]$$

Por lo que el sistema tendrá tres grados de libertad (leyes de pilotaje: deflexión de elevador, palanca del motor y deflexión de alerón respectivamente). La deflexión del elevador se define positiva hacia abajo, produciendo un momento de cabeceo negativo (picado). La deflexión del alerón es positiva cuando da un momento de balance positivo, tendiendo a bajar el ala derecha.

El problema de trayectoria (ecuaciones cinemáticas lineales) está desacoplado del resto. Pueden resolverse las ecuaciones de actitud (cinemáticas angulares) y dinámicas independientemente. A partir de ahora, no aparecerán en la formulación las ecuaciones cinemáticas lineales.

2.3.4 Linealización del modelo ante pequeñas variaciones del punto de operación

Para el estudio de problemas de estabilidad y control, resulta prácticamente imposible trabajar con las ecuaciones no lineales obtenidas. Por ello, para simplificar el problema, se selecciona un punto de operación del avión y se linealizan las ecuaciones entorno a dicho punto. De este modo, se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE's) lineal que sí es abordable en la práctica, siendo únicamente válido cuando el movimiento de la aeronave consiste en pequeñas perturbaciones alrededor del punto de operación.

Las variables de estado se expresarán como suma de su valor en el punto de operación (subíndice "1") más su desviación (con la misma nomenclatura que el valor total de la variable) (obsérvese el abuso de notación):

$u = u_1 + u(t)$	$p = p_1 + p(t)$	$\phi = \phi_1 + \phi(t)$
$v = v_1 + v(t)$	$q = q_1 + q(t)$	$\theta = \theta_1 + \theta(t)$
$w = w_1 + w(t)$	$r = r_1 + r(t)$	$\psi = \psi_1 + \psi(t)$
$F_{A_x} = F_{A_{x_1}} + \Delta F_{A_x}$	$F_{A_{\mathcal{Y}}} = F_{A_{\mathcal{Y}_1}} + \Delta F_{A_{\mathcal{Y}}}$	$F_{A_z} = F_{A_{z_1}} + \Delta F_{A_z}$
$F_{T_x} = F_{T_{x_1}} + \Delta F_{T_x}$	$F_{T_y} = F_{T_{y_1}} + \Delta F_{T_y}$	$F_{T_z} = F_{T_{z_1}} + \Delta F_{T_z}$
$M_A = M_{A_1} + \Delta M_A$	$L_A = L_{A_1} + \Delta L_A$	$N_A = N_{A_1} + \Delta N_A$
$M_T = M_{T_1} + \Delta M_T$	$L_T = L_{T_1} + \Delta L_T$	$N_T = N_{T_1} + \Delta N_T$

El vuelo de referencia que se va a utilizar consiste en un vuelo simétrico ($v_1 = 0$), rectilíneo ($\phi_1 = 0$), estacionario ($u_1, v_1, w_1, p_1, q_1 y r_1$ constantes) y con velocidades angulares nulas ($p_1 = q_1 = r_1 = \dot{\phi}_1 = \dot{\theta}_1 = \dot{\psi}_1 = 0$). Para simplificar el problema aún más, se define el sistema de ejes estabilidad ($S(O_s, x_s, y_s, z_s)$), que no es más que el anterior sistema de ejes cuerpo para una situación particular: El eje x_b va según la dirección y sentido de la velocidad de referencia (u_1). Nótese que previamente, el sistema de ejes cuerpo había sido

definido con el eje x_b apuntando hacia el morro, pero nunca se había concretado la dirección exacta. De este modo, se consigue que la velocidad vertical de referencia sea nula $(w_1 = 0)$. Formalmente, el sistema de ejes estabilidad vendrá definido por:

 O_s (origen): centro de gravedad del avión;

Eje x_s : según la dirección de la velocidad del estado de referencia (\vec{V}_1) ;

$$[V_1]^S = [u_1, 0, 0]^T$$

Eje y_s : paralelo a y_b ;

Eje z_s : formando un triedro a derechas.

Por lo tanto, en estos ejes estabilidad, las variables de estado en el vuelo de referencia resultan todas nulas excepto u_1 , θ_1 y ψ_1 . La velocidad u_1 será la que se tenga en la configuración de referencia, a un ángulo de ataque $\alpha_1 = \theta_1$ y con una deflexión de elevador δ_{e_1} . Para el ángulo de guiñada, se puede escoger cualquier referencia, ya que la ecuación correspondiente (ecuación cinemática angular en la dirección z) está desacoplada del resto.

Se procede, por lo tanto, a la linealización de las ecuaciones dinámicas y cinemáticas angulares. Para ello, se desprecian los términos de segundo orden en las perturbaciones respecto del punto de operación. Además, los términos no lineales que puedan aparecer en las ecuaciones se aproximan por series de Taylor en torno al punto de operación, quedándose sólo con la parte lineal.

$$\sin(\phi_1 + \phi(t)) \approx \sin\phi_1 + \phi(t)\cos\phi_1$$
$$\cos(\phi_1 + \phi(t)) \approx \cos\phi_1 - \phi(t)\sin\phi_1$$

Con esto y, sabiendo que el punto de operación satisface las ecuaciones del sistema (lo cual permite simplificar las ecuaciones), se obtienen las ecuaciones linealizadas:

$$m(\dot{u} - v_1r - r_1v + w_1q + q_1w) + mg\cos\theta = \Delta F_{A_r} + \Delta F_{T_r}$$
(2.28)

$$m(\dot{v} + u_1r + r_1u - w_1p - p_1w) + mg(\theta sin\phi_1 sin\theta_1 - \phi cos\phi_1 cos\theta_1) = \Delta F_{A_y} + \Delta F_{T_y}$$
(2.29)

$$m(\dot{w} - u_1q - q_1u + v_1p + p_1v) + mg(\theta \cos\phi_1 \sin\theta_1 + \phi \sin\phi_1 \cos\theta_1) = \Delta F_{A_z} + \Delta F_{T_z}$$

$$(2.30)$$

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} - I_{xz}(p_1q + q_1p) + (I_{zz} - I_{yy})(r_1q + q_1r) = \Delta L_A + \Delta L_T$$
(2.31)

$$I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})(p_1r + r_1q) - I_{xz}(2p_1p - 2r_1r) = \Delta M_A + \Delta M_T$$
(2.32)

$$I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + (I_{yy} - I_{xx})(p_1q + q_1p) + I_{xz}(q_1r + r_1q) = \Delta N_A + \Delta N_T$$
(2.33)

$$p + (q \sin\phi_1 + r \cos\phi_1 + \phi\dot{\theta}_1) \tan\theta_1 + \theta\dot{\psi}_1 \sec\theta_1 = \dot{\phi}$$
(2.34)

$$q\cos\theta_1 - r\sin\phi_1 - \phi\cos\theta_1\dot{\psi}_1 = \dot{\theta} \tag{2.35}$$

$$(q \sin\phi_1 + r \cos\phi_1 + \phi\dot{\theta}_1 + \theta\sin\theta_1\dot{\psi}_1)sec\theta_1 = \dot{\psi}$$
(2.36)

Si ahora se particularizan las expresiones anteriores para el vuelo de referencia dado, las ecuaciones quedan de la siguiente manera (donde ahora todos los giros, velocidades y fuerzas vienen dados en los ejes estabilidad):

$$m\dot{u} + mg\,\theta cos\theta = \Delta F_{A_{\chi}} + \Delta F_{T_{\chi}} \tag{2.37}$$

$$m(\dot{v} + ru_1) - mg\,\phi cos\phi_1 = \Delta F_{A_y} + \Delta F_{T_y} \tag{2.38}$$

$$m(\dot{w} - qu_1) + mg\theta sin\theta_1 = \Delta F_{A_z} + \Delta F_{T_z}$$
(2.39)

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} = \Delta L_A + \Delta L_T \tag{2.40}$$

$$I_{yy}\dot{q} = \Delta M_A + \Delta M_T \tag{2.41}$$

$$I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} = \Delta N_A + \Delta N_T \tag{2.42}$$

$$p + rtan\theta_1 = \dot{\phi} \tag{2.43}$$

$$q = \dot{\theta} \tag{2.44}$$

$$r \sec \theta_1 = \dot{\psi} \tag{2.45}$$

En las ecuaciones linealizadas aparecen las fuerzas y momentos de perturbación, pero no se ha mencionado qué valor tienen que tener las fuerzas y momentos de referencia. En ejes estabilidad, para que las variables del estado de referencia cumplan las ecuaciones del movimiento, se tienen que cumplir las ecuaciones dinámicas originales (sin linealizar):

$$F_{A_{\chi_1}} + F_{T_{\chi_1}} = mg \, sin\theta_1 \tag{2.46}$$

$$F_{A_{y_1}} + F_{T_{y_1}} = 0 \tag{2.47}$$

$$F_{A_{z_1}} + F_{T_{z_1}} = -mg \cos\theta_1 \tag{2.48}$$

$$L_{A_1} + L_{T_1} = 0 (2.49)$$

$$M_{A_1} + M_{T_1} = 0 (2.50)$$

$$N_{A_1} + N_{T_1} = 0 (2.51)$$

Las anteriores ecuaciones dan el valor de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos que existen en el estado de referencia cuando se vuela con un ángulo de asiento θ_1 . Con la linealización llevada a cabo, los ángulos de ataque y resbalamiento se pueden aproximar como:

$$\alpha = \arctan\frac{w_1 + w(t)}{u_1 + u(t)} \to \alpha \approx \frac{w}{u_1}$$
(2.52)

$$\beta = \arcsin \frac{v_1 + v(t)}{|\vec{V}|} \to \alpha \approx \frac{v}{u_1}$$
(2.53)

2.3.5 Modelo lineal de fuerzas aerodinámicas y propulsivas

Por último, queda pendiente definir una expresión (lineal) de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos. Estrictamente, estos son funcionales de las variables de estado y su historia pasada. Si A es una fuerza o momento aerodinámico y ξ es una variable de estado, se puede considerar que:

$$A(t) = A(\xi(\tau)) \quad , \quad -\infty < \tau \le t \tag{2.54}$$

Puesto que una función se puede reconstruir si se conocen sus infinitas derivadas en un punto, esto es equivalente a:

$$A(t) = A(\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi} \dots)$$

Ante la dificultad de conocer con exactitud este modelo aerodinámico, en la práctica se linealiza la expresión anterior, considerando que únicamente serán relevantes los términos hasta la primera derivada:

$$A \approx A_1 + A_{\xi}\xi + A_{\dot{\xi}}\dot{\xi}$$

donde: $A_{\xi} = \frac{dA}{d\xi} \Big|_{1}$, $A_{\xi} = \frac{dA}{d\xi} \Big|_{1}$. En general, para las fuerzas y momentos aerodinámicos, se tendrá:

$$A \simeq f(t, u, \dot{u}, v, \dot{v}, w, \dot{w}, p, \dot{p}, q, \dot{q}, r, \dot{r}, \delta_a, \dot{\delta}_a, \delta_e, \dot{\delta}_e, \delta_T, \dot{\delta}_T)$$

por lo que linealizando se reduce a:

$$\Delta A \approx A_u u + A_{\dot{u}} \dot{u} + \dots + A_p p + A_{\dot{p}} \dot{p} + \dots + A_{\delta_a} \delta_a + A_{\dot{\delta}_a} \dot{\delta}_a$$

Los términos A_u , $A_{\dot{u}}$,... son conocidos como derivadas de estabilidad. Para cerrar el modelo aerodinámico, se necesita la ley de control del avión.

En ejes estabilidad, las fuerzas aerodinámicas de resistencia y sustentación coinciden con la dirección de los ejes, al ir estos según la velocidad de referencia. De este modo:

$$F_{A_{x_1}} = -D$$
 (2.55)

$$F_{A_{z_1}} = -L$$
 (2.56)

Las fuerzas y momentos aerodinámicos, en primera aproximación, no dependerán de todas las variables de estado. Por ello, se realizarán las siguientes aproximaciones:

Por simetría del avión y de las condiciones de referencia, las derivadas de estabilidad de F_{Ay}, F_{Ty}, L_A, L_T, N_A y N_T respecto de las variables longitudinales (u, w, q, δ_e) son nulas.

- Por simetría del avión, las derivadas de estabilidad de F_{A_x} , F_{T_x} , F_{A_z} , F_{T_z} , M_A y M_T respecto de las variables laterales-direccionales (v, p, r, δ_a) son nulas.
- Se desprecian todas las derivadas de estabilidad que involucran aceleraciones lineales y angulares, excepto: $Z_{\dot{w}}$, $M_{\dot{w}}$.

En cuanto a las fuerzas y momentos propulsivos, se tendrá un modelo sencillo en el que sólo aparecerán algunas derivadas de estabilidad $(X_{T_u}, M_{T_u}, M_{T_\alpha}, y N_{T_\beta})$.

De este modo, el modelo queda:

$$\frac{\Delta F_{A_x}}{m} = X_u u + X_\alpha \alpha + X_{\delta_e} \delta_e \tag{2.57}$$

$$\frac{\Delta F_{T_x}}{m} = X_{T_u} u \tag{2.58}$$

$$\frac{\Delta F_{A_y}}{m} = Y_\beta \beta + Y_p p + Y_r r + Y_{\delta_a} \delta_a$$
(2.59)

$$\frac{\Delta F_{T_y}}{m} = 0 \tag{2.60}$$

$$\frac{\Delta F_{A_z}}{m} = Z_u u + Z_\alpha \alpha + Z_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + Z_q q + Z_{\delta_e} \delta_e$$
(2.61)

$$\frac{\Delta F_{T_z}}{m} = 0 \tag{2.62}$$

$$\frac{\Delta L_A}{I_{xx}} = L_\beta \beta + L_p p + L_r r + M_{\delta_a} \delta_a$$
(2.63)

$$\frac{\Delta L_{AT}}{I_{xx}} = 0 \tag{2.64}$$

$$\frac{\Delta M_A}{I_{yy}} = M_u u + M_\alpha \alpha + M_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + M_q q + M_{\delta_e} \delta_e$$
(2.65)

$$\frac{\Delta M_T}{I_{yy}} = M_{T_u} u + M_{T_\alpha} \alpha \tag{2.66}$$

$$\frac{\Delta N_A}{I_{zz}} = N_\beta \beta + N_p p + N_r r + N_{\delta_a} \delta_a$$
(2.67)

$$\frac{\Delta N_T}{I_{zz}} = N_{T_\beta}\beta \tag{2.68}$$

donde se ha pasado de fuerzas y momentos a aceleraciones lineales y angulares dividiendo por masa e inercias, respectivamente.

2.3.6 Ecuaciones desacopladas

Como consecuencia del modelo aerodinámico y propulsivo empleado, existe un desacople en las ecuaciones linealizadas del movimiento entre la dinámica longitudinal (u, w, q, θ) y la dinámica lateral-direccional (v, p, r, ϕ, ψ) . Introduciendo el modelo linealizado de fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos (ecuaciones 2.57 - 2.68) en las ecuaciones dinámicas y cinemáticas angulares linealizadas (y particularizadas en la condición de referencia, ecuaciones (2.37 - 2.45), resultan las siguientes ecuaciones:

• Ecuaciones longitudinales:

$$(X_u + X_{T_u})u + X_{\alpha}\alpha + X_{\delta_e}\delta_e = \dot{u} + g\theta\cos\theta_1$$
^(2.69)

$$Z_u u + Z_a \alpha + Z_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + Z_q q + Z_{\delta_e} \delta_e = \dot{\alpha} - q u_1 + g \theta sin \theta_1$$
(2.70)

$$(M_u + M_{T_u})u + (M_\alpha + M_{T_\alpha})\alpha + M_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + M_q q + M_{\delta_e}\delta_e = \dot{q}$$
^(2.71)

$$\dot{\theta} = \dot{q} \tag{2.72}$$

• Ecuaciones laterales-direccionales:

$$Y_{\beta}\beta + Y_{p}p + Y_{r}r + Y_{\delta_{a}}\delta_{a} = \dot{\beta}u_{1} + ru_{1} - g\phi\cos\theta_{1}$$
(2.73)

$$L_{\beta}\beta + L_{p}p + L_{r}r + L_{\delta_{a}}\delta_{a} = \dot{p} - \frac{I_{xz}}{I_{xx}}\dot{r}$$
(2.74)

(2 60)

$$\left(N_{\beta} + N_{T_{\beta}}\right)\beta + N_{p}p + N_{r}r + N_{\delta_{a}}\delta_{a} = \dot{r} - \frac{I_{xz}}{I_{zz}}\dot{p}$$

$$(2.75)$$

$$\dot{\phi} = p + r \tan\theta_1 \tag{2.76}$$

$$\dot{\psi} = r \, sec\theta_1 \tag{2.77}$$

Nótese que la última ecuación (2.77) está desacoplada del resto. Además, se han utilizado las expresiones del ángulo de ataque y resbalamiento linealizadas para sustituir $w = \alpha u_1$ y $v = \beta u_1$.

Despejando en las ecuaciones anteriores las derivadas en un miembro y escribiéndolas en forma matricial, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{a} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} X_u + X_{T_u} & X_{\alpha} & 0 & -g\cos\theta_1 \\ \frac{Z_u}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{Z_{\alpha}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{Z_q + u_1}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{-g\sin\theta_1}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ M_u + M_{T_u} + \frac{Z_u M_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & M_{\alpha} + M_{T_{\alpha}} + \frac{Z_{\alpha} M_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & M_q + \frac{(Z_q + u_1)M_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{-g\sin\theta_1 M_{\alpha}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} X_{\delta_e} \\ \frac{Z_{\delta_e}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ M_{\delta_e} + \frac{Z_{\delta_e} M_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \end{bmatrix} \delta_e$$

$$(2.78)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\nu} \\ \dot{p} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\frac{Y_{\beta}}{u_{1}}}{(1 - A_{1}B_{1})u_{1}} & \frac{L_{p} + A_{1}N_{p}}{1 - A_{1}B_{1}} & \frac{L_{r} + A_{1}N_{r}}{1 - A_{1}B_{1}} & 0 & 0 \\ \frac{B_{1}L_{\beta} + N_{\beta} + N_{T_{\beta}}}{(1 - A_{1}B_{1})u_{1}} & \frac{B_{1}L_{p} + N_{p}}{1 - A_{1}B_{1}} & \frac{B_{1}L_{r} + N_{r}}{1 - A_{1}B_{1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & sec\theta_{1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} Y_{\delta_{a}} \\ \frac{L_{\delta_{a}} + N_{\delta_{a}}}{1 - A_{1}B_{1}} \\ \frac{B_{1}L_{\delta_{a}} + N_{\delta_{a}}}{1 - A_{1}B_{1}} \end{bmatrix} \delta_{a}$$
(2.79)

Donde $A_1 = \frac{I_{XZ}}{I_{XX}}$ y $B_1 = \frac{I_{XZ}}{I_{ZZ}}$. Las derivadas de estabilidad anteriormente definidas, suelen ser calculadas a partir de los valores de las derivadas de estabilidad adimensionales, definidas en el índice de notación. Por ejemplo, para la derivada X_u se tendría, siguiendo la definición de derivada de estabilidad dada anteriormente (variación de la aceleración en el eje x con la velocidad longitudinal, evaluada en la condición de referencia), se tendría que:

$$X_{u} = \frac{d(\frac{F_{A_{X}}}{m})}{du}\Big|_{1} = \frac{1}{m}\Big(\frac{d}{du}\Big(\frac{1}{2}\rho V^{2}SC_{X}\Big)\Big)_{1} = \frac{1}{m}\frac{1}{2}\rho S\Big(2(u_{1}+u)C_{X}+V^{2}\frac{dC_{X}}{du}\Big)_{1} = \frac{1}{m}\frac{1}{2}\rho S\Big(2u_{1}C_{X_{1}}+u_{1}^{2}\frac{dC_{X}}{du}\Big|_{1}\Big) = \frac{\bar{q}_{1}S}{mu_{1}}\Big(2C_{X_{1}}+\frac{dC_{X}}{d\hat{u}}\Big|_{1}\Big) = \frac{-\bar{q}_{1}S(C_{D_{u}}+2C_{D_{1}})}{mu_{1}}$$
(2.80)

Para el resto de derivadas, el cálculo sería similar al anterior. Recuérdese que mientras que F_{A_x} es la fuerza aerodinámica en el eje x, las derivadas dimensionales están tomadas respecto de las aceleraciones (fuerzas /momentos por unidad de masa / inercia). Para la ecuación anterior, se ha tenido en cuenta que, para el problema longitudinal, $V^2 = (u_1 + u)^2 + w^2$ Además, en la condición de referencia, $V \equiv u_1 y \bar{q}_1 = \frac{1}{2}\rho u_1^2$.

Mostrado cómo es el cálculo de las derivadas de estabilidad, se procede a mostrar la dependencia de cada una de las derivadas dimensionales con las derivadas adimensionales:

Derivadas longitudinales:

$$\begin{split} X_{u} &= \frac{-\bar{q}_{1}S(C_{D_{u}} + 2C_{D_{1}})}{mu_{1}} & Z_{\delta_{e}} = \frac{-\bar{q}_{1}SC_{L_{\delta_{e}}}}{m} \\ X_{T_{u}} &= \frac{-\bar{q}_{1}S(C_{T_{x_{u}}} + 2C_{T_{x_{1}}})}{mu_{1}} & M_{u} = \frac{\bar{q}_{1}S\bar{c}(C_{M_{u}} + 2C_{M_{1}})}{l_{yy}u_{1}} \\ X_{\alpha} &= \frac{-\bar{q}_{1}S(C_{D_{\alpha}} + 2C_{L_{1}})}{mu_{1}} & M_{T_{u}} = \frac{\bar{q}_{1}S\bar{c}(C_{T_{m_{u}}} + 2C_{T_{m_{1}}})}{l_{yy}u_{1}} \\ X_{\delta_{e}} &= \frac{-\bar{q}_{1}SC_{D_{\delta_{e}}}}{m} & M_{T_{u}} = \frac{\bar{q}_{1}S\bar{c}C_{M_{\alpha}}}{l_{yy}} \\ Z_{u} &= \frac{-\bar{q}_{1}S(C_{L_{u}} + 2C_{D_{1}})}{mu_{1}} & M_{T_{\alpha}} = \frac{\bar{q}_{1}S\bar{c}C_{T_{m_{\alpha}}}}{l_{yy}} \\ Z_{\alpha} &= \frac{-\bar{q}_{1}S(C_{L_{\alpha}} + C_{D_{1}})}{m} & M_{\dot{\alpha}} = \frac{\bar{q}_{1}S\bar{c}^{2}C_{M_{\dot{\alpha}}}}{2l_{yy}u_{1}} \\ Z_{\dot{\alpha}} &= \frac{-\bar{q}_{1}S\bar{c}C_{L_{\dot{\alpha}}}}{2mu_{1}} & M_{q} = \frac{\bar{q}_{1}S\bar{c}^{2}C_{M_{q}}}{2l_{yy}u_{1}} \\ Z_{q} &= \frac{-\bar{q}_{1}S\bar{c}C_{L_{q}}}{2mu_{1}} & M_{\delta_{e}} = \frac{\bar{q}_{1}S\bar{c}C_{M_{\delta_{e}}}}{l_{yy}} \end{split}$$

Derivadas laterales-direccionales:

$$\begin{split} \mathbf{Y}_{\beta} &= \frac{\overline{q}_{1}SC_{Y_{\beta}}}{m} & \mathbf{L}_{\delta_{a}} = \frac{\overline{q}_{1}SbC_{L_{\delta_{a}}}}{I_{xx}} \\ \mathbf{Y}_{p} &= \frac{\overline{q}_{1}SbC_{Y_{p}}}{2mu_{1}} & \mathbf{N}_{\beta} = \frac{\overline{q}_{1}SbC_{N_{\beta}}}{I_{zz}} \\ \mathbf{Y}_{r} &= \frac{\overline{q}_{1}SbC_{Y_{r}}}{2mu_{1}} & \mathbf{N}_{T_{\beta}} = \frac{\overline{q}_{1}SbC_{T_{n_{\beta}}}}{I_{zz}} \end{split}$$

$Y_{\delta_a} = \frac{\bar{q}_1 S C_{Y_{\delta_a}}}{m}$	$N_p = \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{N_p}}{2I_{zz} u_1}$
$L_{\beta} = \frac{\overline{q}_1 SbC_{L_{\beta}}}{I_{xx}}$	$N_r = \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{N_r}}{2I_{zz} u_1}$
$\mathbf{L}_p = \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{L_p}}{2I_{xx} u_1}$	$N_{\delta_a} = \frac{\bar{q}_1 SbC_{N_{\delta_a}}}{I_{zz}}$
$L_r = \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{L_r}}{2I_{xx} u_1}$	

2.4 Derivadas de Estabilidad y Control

Las derivadas de estabilidad y control son funciones que describen la interacción que hay entre fuerzas y momentos aerodinámicos y cambios en parámetros de las condiciones de vuelo y superficies de control. Estos parámetros, y por ende las derivadas, cambian durante el vuelo, incluso durante un vuelo compensado pues se presentan pequeñas oscilaciones. Es posible construir una colección de derivadas de estabilidad y control en función de un rango de condiciones de vuelo, y usar dicha colección en simulaciones de vuelo para análisis más completos de estabilidad y posterior diseño de sistemas de control, así como en simuladores de vuelo para entrenamiento, capacitación y entretenimiento. Las derivadas presentadas tanto en el modelo del subsistema longitudinal como en el lateral se encuentran en ejes estabilidad y se dividen en derivadas de estabilidad estática, dinámica y derivadas de control de acuerdo a (McDonnel, 1979), la descripción de cada una de estas derivada se encuentra en el índice de notación utilizada.

Para la obtención de estas derivadas se hace uso del programa Digital DATCOM, al cual se hará referencia en el próximo capítulo.

2.5 Conclusiones parciales del capítulo

La metodología que en este capítulo se abordó permite la obtención del modelo matemático al caso aplicado de un ala voladora. Está basada en el análisis de la geometría del vehículo y definida por las leyes físicas que describen el movimiento de un cuerpo rígido. En los sistemas de ecuaciones de la dinámica longitudinal y lateral-direccional linealizadas de un avión, se muestran las derivadas de estabilidad adimensionales. Para obtener dichas derivadas de estabilidad y otros parámetros aerodinámicos de interés se utilizará el programa Digital DATCOM.

CAPÍTULO 3. OBTENCIÓN DE LAS DERIVADAS DE ESTABILIDAD Y MODELO DINÁMICO DEL UAV X8

En este capítulo se presentan los análisis hechos, y los resultados obtenidos mediante Digital DATCOM, para la obtención de los coeficientes aerodinámicos de un avión tipo subsónico. Luego se toman estos coeficientes y se obtienen los modelos espacio de estado para los subsistemas longitudinal y lateral. Además se comprueba la estabilidad de los modelos obtenidos en lazo cerrado utilizando la estrategia de control propuesta por (Autopilot, 2012).

3.1 Capacidades del programa Digital DATCOM

El Digital DATCOM es un programa informático que realiza cálculos de estabilidad estática, dispositivos de alta sustentación y control, y derivadas dinámicas de las aeronaves de ala fija. Así mismo, el programa ofrece la opción de hacer cálculos de condiciones de equilibrio para obtener deflexiones de superficies de control en números de Mach subsónicos (McDonnel, 1979).

El programa está escrito en FORTRAN IV y desde entonces ha sido actualizado, sin embargo, el núcleo del programa sigue siendo el mismo. Se ejecuta en la consola de comandos de la computadora por lo que la interfaz es invisible al usuario, solo se muestra una ventana de resultados al estilo de MS-DOS (Figura 3.1), utilizando métodos analíticos basados en datos experimentales de una vasta colección de aeronaves y sus regímenes de vuelo (McDonnel, 1978) con las cuales se interpolan las configuraciones propuestas y se realiza una predicción de las posibles características de dichas configuraciones.

CAT DATCOM	- 🗆 🗙
Running DATCOM+ -	
Output is in file : DATCOM-format data Citation.out JSBSim-format data Citation.xml JSBSim-format data Citation_aero.xml LFIPLOT-format data Citation.lfi AC3D-format data Citation.l.ac AC3D-format data (datcom-modeler) Citation.2.ac CSU-format data Citation.csv	
Move vertical with Page UP/Page Down. Move closer/away with UP/Down arrows. Spin with LEFT/RIGHT arrows. Stop spin with space bar. Drawing is only an approximation and might be wrong for your aircra Fuselages aren't drawn very well, and only as cylinders	ft.

Figura 3.1. Ventana de ejecución del Digital DATCOM.

El software lee un archivo de entrada que contiene todos los datos necesarios tanto de la geometría de la aeronave como de las condiciones de vuelo para realizar los cálculos pertinentes. El archivo de entrada es for005.dat, una hoja que puede ser abierta en Wordpad++ o Notepad++ para su edición. Digital DATCOM lee el for005.dat, realiza los cálculos al ejecutarse DATCOM.exe y entrega varios archivos de salida, entre ellos for006.dat, en este último se pueden leer los resultados de los cálculos. También muestra una vista en 3D de la aeronave en cuestión (Figura 3.2).



Figura 3.2. Vista en 3D de la aeronave en Digital DATCOM.

Alas con conicidad o simplemente rectas, incluyendo efectos de flechado e incidencia pueden ser analizados en Digital DATCOM. Los efectos de torcimiento alar y/o aerodinámico se puede analizar en régimen subsónico. La influencia del diedro se incluye en el análisis de derivadas de estabilidad para la dinámica lateral-direccional y las estelas de turbulencia detrás del ala se toman en cuenta en el análisis de la dinámica longitudinal.

Los parámetros de estabilidad lateral-direccional y longitudinal proporcionados por Digital DATCOM están en el sistema ejes estabilidad y ejes cuerpo. El programa es capaz de

proporcionar información que involucra el efecto suelo, potencia de motores a reacción y motores de hélice.

Las derivadas dinámicas que involucran cabeceo, aceleración, guiñada y alabeo son igualmente obtenidas mediante el programa, sin embargo con algunas limitaciones en sus cálculos. El manual recomienda discreción en el uso de estas derivadas. Incluso se recomienda sustituirlas con resultados obtenidos experimentalmente para aumentar la precisión de los resultados (McDonnel, 1979).

3.2 Hoja de datos de entrada (for005.dat)

La hoja de entrada está escrita de manera modular, esta estructura permite llevar mejor control de los datos. Estos módulos se denominan *namelists* y cada *namelist* está identificado al ser antecedido por el signo \$. Al terminar un *namelist* también debe cerrarse mediante un \$. Estas entradas se clasifican por listas de nombres para facilitar la lectura del archivo en FORTRAN.

El *namelist* **FLTCON** describe las condiciones de vuelo para el caso. Un máximo de 400 combinaciones de Mach-altitud se puede ejecutar a la vez, con un máximo de 20 ángulos de ataque para cada combinación. El usuario puede especificar si el número de Mach y la altitud varía en conjunto, el número de Mach varía a una altitud constante, o la altitud varía en un número de Mach constante. Tanto el análisis subsónico como el supersónico pueden ejecutarse en Digital DATCOM.

La lista de nombres **OPTINS** define los parámetros de referencia para la aeronave. El área teórica del ala, la cuerda media aerodinámica, y envergadura de las alas son entradas junto con un parámetro que define la rugosidad de la superficie de la aeronave.

SYNTHS permite al usuario definir las posiciones del centro de gravedad y ápices de las alas. Los parámetros tanto en el eje de coordenadas x como en z son necesarios para el ala, la cola horizontal y la cola vertical para sintetizar correctamente la aeronave. DATCOM no requiere que el origen de la aeronave tiene que ser el morro; cualquier punto arbitrario puede cumplir esta función, pero todas las dimensiones deben ser referenciadas desde ese punto. Los ángulos de incidencia también se pueden añadir al ala y la cola horizontal.

La lista de nombres **BODY** define la forma del cuerpo. Digital DATCOM asume una forma simétrica respecto a un eje para el cuerpo. Hasta 20 estaciones se pueden especificar con el fuselaje ancho-medio, definiendo para cada estación sus coordenadas superiores e inferiores. Para el análisis supersónico, se pueden entrar parámetros adicionales.

Los WGPLNF, HTPLNF y VTPLNF *namelist* definen el ala, cola horizontal y cola vertical, respectivamente. Los parámetros básicos como el acorde de raíz, acorde punta, medio palmo, giro, diedro y barrido son algunos de los datos de entrada. Digital DATCOM también acepta formas en planta de las alas que cambian la geometría a lo largo del período.

Utilizando los *namelist* **SYMFLP** y **ASYFLP**, flaps, alerones y elevadores, pueden ser definidos. Digital DATCOM permite una multitud de tipos de solapa incluyendo sencillas, de una sola ranura y las aletas del cazador de aves. Hasta 9 deflexiones solapadas puede ser analizada en cada combinación de Mach-altitud. Desafortunadamente, el timón no está implementado en el programa.

Para ingresar los datos dentro de la hoja de entrada, debe tomarse en cuenta la congruencia en el sistema de unidades utilizado. Para ingresar las unidades correctamente, se tiene de referencia la siguiente tabla:

Sistema de Unidades	Etiqueta	Longitud(l)	Presión	Temperatura	Re/(1)
ft-lb-s	DIM FT	ft	lb/ft²	R	1/ft
in-lb-s	DIM IN	in	lb/ft ²	R	1/ft
m-Newton-s	DIM M	m	N/m ²	K	1/m
cm-Newton-s	DIM CM	cm	N/cm ²	K	1/m

Dentro de cada *namelist* existen un conjunto de parámetros que se deben introducir dependiendo de la geometría de la aeronave en cuestión (McDonnel, 1979), a continuación se presenta la descripción del contenido de cada uno de los *namelists* utilizados para definir

la aeronave X8, que por su estructura específica de ala voladora no se considera presencia de fuselaje ni de estabilizadores horizontales y verticales por lo que no será necesario trabajar con los parámetros relacionados con estas estructuras.

3.2.1 Definicion de las variables de DATCOM

DIM M/FT: Si se quiere trabajar en metros/pies según convenga.

DERIV DEG/RAD: Para trabajar con unidades de grados hexadecimales/radianes

DAMP: Permite la obtención en el archivo de salida de las derivadas de estabilidad dinámicas además de las estáticas.

PART: Esta variable proporciona salidas auxiliares y parciales en el archivo de salida.

FLTCON. En este campo se definen las condiciones de vuelo con las siguientes variables.

- NMACH- Cantidad de Números de Mach a los que se realizarán los cálculos.
- MACH(1)- Especificación del Número de Mach.
- VINF(1)- Velocidad de vuelo.
- TINF(1)- Temperatura de la atmósfera.
- WT- Peso de la aeronave.
- TR- Resistencia al avance debida a la transición de sustentación por configuración ala-cuerpo, default=0.0.
- NALT- Número de altitudes a las que se hará el análisis.
- ALT(1)- Valores de las altitudes.
- NALPHA- Número de ángulos de ataque a los que se hará el análisis.
- ALSCHD(1)- Valores de los ángulos de ataque.
- LOOP- Control de iteraciones. default=1.

SYNTHS. Las variables que se definen en este campo determinan las posiciones de las superficies de ala y cola así como el centro de gravedad.

- XCG- La posición del c.g. en el eje x (positivo hacia atrás)
- ZCG- La posición del c.g. en el eje z (positivo hacia arriba)
- XW- Coordenada en el eje x del ápex del ala. El Digital DATCOM define el apex como el punto del borde de ataque del ala que intersecta el eje x del avión si se extendiera el borde de ataque hasta el eje longitudinal (McDonnel, 1979).

- ZW- Coordenada en el eje z del ápex del ala.
- ALIW- Ángulo de incidencia del ala.
- SCALE- Escala del modelo para los análisis.

OPTINS. Esta *namelist* especifica algunas dimensiones de referencia que tomará Digital DATCOM para los cálculos de relaciones. Los comandos dentro de esta *namelist* son los siguientes:

- BLREF- Envergadura de la aeronave.
- SREF- Superficie alar de la aeronave.
- CBARR- Cuerda media aerodinámica de la aeronave.

WGPLNF. En este campo se definen las variables que determinan la geometría del ala principal.

- SSPNE- Semienvergadura expuesta, medida del fuselaje a la punta de ala.
- SSPN- Semienvergadura teórica, medida del eje x a la punta de ala.
- CHRDR- Longitud de la cuerda de raíz.
- SAVSI- Flechado del ala.
- CHSTAT- Porcentaje de la cuerda media aerodinámica a la cual se tomara como referencia para el flechado del ala (c=4).
- CHRDTP- Longitud de la cuerda de punta.
- TWISTA- Ángulo de torcimiento del ala.
- DHDADI- Ángulo diedro del ala.
- TYPE-TYPE=1.0 para alas con conicidad recta. 2.0 para alas con flechado sin regla del área. 3.0 alas con flechado y con regla del área.

ASYFLP (*Asymmetrical Control Deflection parameters*). En este campo se definen las variables que determinan la geometría, posición y deflexiones de las superficies de control de deflexión asimétrica, tales como alerones.

- STYPE: Tipo de alerón.
 - 1: Flap spoiler on wing.
 - 2: *Plug spoiler on wing*.
 - 3: Spoiler-slot-deflection on wing.
 - 4: Plain flap aileron.

- 5: Differentially deflected all moveable horizontal tail.
- NDELTA: Número de deflexiones para la superficie de control.
- DELTAL (1): Vector de valores de las deflexiones del alerón izquierdo.
- DELTAR (1): Vector de valores de las deflexiones del alerón derecho.
- SPANFI: Localización respecto del plano de simetría del avión (xz) del extremo interior del alerón.
- SPANFO: Localización respecto del plano de simetría del avión (xz) del extremo exterior del alerón.
- PHETE: Tangente a la salida del perfil desde el 90% de la cuerda hasta el 99% de la cuerda.
- CHRDFI: Cuerda del extremo interior del alerón.
- CHRDFO: Cuerda del extremo exterior del alerón.

SYMFLP (*Symmetrical Flap Deflection parameters*). En esta área se definen las variables que determinan la geometría, posición y deflexiones de las superficies de control de deflexión simétrica, tales como flaps o elevadores.

- FTYPE: Tipo de flap o timón de profundidad.
 - 1: Flap/timón de profundidad simple.
 - 2: Flap/timón de profundidad ranurado.
 - 3: Flap/timón de profundidad Fowler.
 - 4: Flap/timón de profundidad doble ranurado.
 - 5: Flap/timón de profundidad Split.
 - 6: Leading edge flap.
 - 7: Leading edge slat.
 - 8: Flap/timón de profundidad Krueger
- NDELTA: Número de deflexiones para la superficie de control.
- DELTA (1): Vector de valores de las deflexiones.
- PHETE: Tangente a la salida del perfil desde el 90% de la cuerda hasta el 99% de la cuerda.
- PHETEP: Tangente a la salida del perfil desde el 95% de la cuerda hasta el 99% de la cuerda.
- CHRDFI: Cuerda del extremo interior de la superficie de control.

43

- CHRDFO: Cuerda del extremo exterior de la superficie de control.
- SPANFI: Localización respecto del plano de simetría del avión (xz) del extremo interior del flap.
- SPANFO: Localización respecto del plano de simetría del avión (xz) del extremo exterior del flap.
- CPRMEI(1): Longitud total de la cuerda en la posición interna de la superficie de control.
- CPRMEO(1): Longitud total de la cuerda en la posición externa de la superficie de control.

En el Anexo C se muestra la hoja de entrada utilizada para la aeronave X8.

3.3 Dimensiones geométricas de la aeronave

Para introducir los parámetros de forma correcta dentro de cada *namelist* deben conocerse bien las dimensiones geométricas de la aeronave. En la Figura 3.3 se muestran las dimensiones que se toman para el *namelist* **SYNTHS** que establece la posición del c.g, así como la posición del ala y superficies del empenaje (timón de cola y timón de dirección).



Figura 3.3. Dimensiones que se toman para el namelist SYNTHS

La (Figura 3.4) muestra las dimensiones tomadas del ala desde su vista en planta que son necesarias para introducirlas en el *namelist* **WGPLNF**, mientras que la Figura 3.5 muestra las dimensiones de la aeronave que se deben tomar para introducirle al programa los parámetros del *namelist* **ASYFLP** y **SYMFLP**.



Figura 3.4. Dimensiones que se toman para el namelist WGPLNF



Figura 3.5. Dimensiones que se toman para los namelists ASYFLP y SYMFLP

Otras especificaciones que el Digital DATCOM toma para realizar los cálculos de relaciones dentro del *namelist* **OPTINS** son: envergadura de la aeronave, superficie alar de la aeronave y cuerda media aerodinámica de la aeronave. En el Anexo E se detallan las dimensiones generales tomadas de la aeronave.

También hay que determinar el perfil NACA del ala de la aeronave como parte de los parámetros que se introducen en el programa. El modelo no posee un perfil simétrico totalmente, pero sí uno muy cercano a serlo, por lo que se establece como perfil aerodinámico del ala un NACA 2414. Dicha norma NACA escogida pertenece a la serie de

45

4 dígitos donde el primer digito describe la curvatura máxima como porcentaje de la cuerda (% c), el segundo dígito describe la distancia de máxima curvatura desde el borde de ataque en 1/10 del porcentaje de la cuerda y los dos últimos dígitos describen el máximo espesor como % de la cuerda.

3.4 Resultados obtenidos en Digital DATCOM

Los coeficientes usados en las expansiones de las derivadas de estabilidad son en realidad los parámetros del modelo dinámico que se estimarán; de modo que las condiciones de vuelo al inicio de la maniobra deben definirse para poder obtener las derivadas de estabilidad.

Las condiciones de vuelo se proponen tomando en cuenta un vuelo recto y nivelado teniendo como datos iniciales:

$$V = 20 m/s$$
$$h = 300 m$$
$$\alpha = 4^0$$

El número de Mach está definido por:

$$M = V/a = 0.06$$

Con las condiciones iniciales de vuelo y los parámetros geométricos de la aeronave bien definidos en la hoja de entrada del Digital DATCOM se ejecuta el programa obteniéndose los siguientes resultados (Anexo D):

Derivadas longitudinales	Derivadas laterales-direccionales
$C_{D_1} = 0.012$	$C_{Y_{\beta}}=2.598E-02$
$C_{L_1} = 0.267$	$C_{L_{\beta}}=-4.133E-02$
$C_{M_1} = 0.1095$	$C_{N_{\beta}}=1.304E-03$
$C_{D_{lpha}}=0.2175$	$C_{L_p} = -2.394E - 01$

$C_{L_{lpha}} = 2.517$	$C_{Y_p} = -4.726E - 02$
$C_{M_{\alpha}} = -1.663$	$C_{N_p} = -1.086E - 02$
$C_{L_q} = 3.991$	$C_{Y_r} = -0.0051$
$C_{M_q} = -1.711$	$C_{L_r} = 8.354E - 02$
$C_{D_{\delta_e}}=0$	$C_{N_r} = -3.79E - 02$
$C_{L_{\delta_e}} = 0.211$	$C_{N_{\delta_a}} = -4.213$
$C_{M_{\delta_e}} = -0.1912$	$C_{L_{\delta_a}} = 1.58E - 02$
	$C_{Y_{\delta_{a}}} = -0.0048$

Existen derivadas como C_{D_u} , C_{L_u} y C_{M_u} que no son calculadas en el programa Digital DATCOM por lo que se utiliza la bibliografía consultada para la obtención de sus valores. Estas tres derivadas pueden ser despreciadas, ya que para velocidades subsónicas (M < 0,5), no influyen en la dinámica del modelo (Pamadi, 2003).

Además de estas derivadas, para construir las matrices del problema dinámico harán falta las derivadas propulsivas. Los valores de referencia se toman de (Narbona, 2014):

$$C_{T_{x_1}} = C_{D_1}$$
$$C_{T_{m_1}} = -C_{M_1}$$

La variación de la fuerza propulsiva con el ángulo de ataque, así como el momento provocado, se considera despreciable:

$$C_{T_{x_{\alpha}}} = 0$$
$$C_{T_{m_{\alpha}}} = 0$$

Por otro lado, las variaciones respecto a la velocidad de vuelo se toman de la siguiente manera:

47

$$C_{T_{x_u}} = -3C_{T_{x_1}}$$
$$C_{T_{m_u}} = 0$$

La variación del momento de guiñada provocado por la fuerza propulsiva con el ángulo de resbalamiento también se considera despreciable:

$$C_{T_{N_{\beta}}} = 0$$

Por último, quedan las derivadas respecto a la tasa de variación de ángulo de ataque, que no pueden ser calculadas por el programa. Por lo tanto, el único método de cálculo que queda disponible es mediante ecuaciones paramétricas. Sin embargo, distintas fuentes de la literatura, como por ejemplo (Pamadi, 2003), desarrollan el cálculo de estas derivadas a partir de datos de la cola horizontal. Puesto que el ala voladora no posee cola, se deduce que estas derivadas deberán ser nulas.

$$C_{M_{\dot{lpha}}} = 0$$

 $C_{L_{\dot{lpha}}} = 0$

Por otro lado, en la obtención de los modelos lateral y longitudinal serán necesarios los momentos de inercias del ala. Conviene mencionar que en este estudio las inercias, al igual que la masa, se mantendrán siempre constantes. Sus valores son obtenidos considerando la aeronave como un péndulo físico puesto a oscilar y se miden los períodos de oscilación en cada uno de los ejes X, Y, Z. Conociendo la distancia de la cuerda utilizada hasta el centro de masa del avión (d) y la masa (m), los momentos de inercia se obtienen despejándolos de la ecuación (3.1), de donde $I_{xx} = 0.3211, I_{yy} = 0.555141, I_{zz} = 0.720539, I_{zx} = 0$ todas en $kg \cdot m^2$.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{m \ g \ d}} \tag{3.1}$$

3.5 Representación en espacio estado de los modelos obtenidos

Con todas las derivadas de estabilidad calculadas y demás parámetros necesarios, se sustituyen en las ecuaciones (2.78) y (2.79), obteniendo los siguientes resultados:

Modelo Longitudinal

[ü]		[-0.0984	2.8403	0	-9.8140	ן <i>ע</i> ו		[0]	
ά	_	-0.0766	-7.2557	0.8715	-0.0171	α		-0.6054	8
ġ	_	0	-260.2838	-3.0047	4.4598	q	т	-29.9256	0 _e
[ġ]		LO	0	1	0	ͿLθΙ			

Modelo Lateral

$$\begin{bmatrix} \dot{\nu} \\ \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0745 & 9.8200 & -0.1390 & 0 & -20.015 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.1309 & 0 & -15.1648 & 0 & 5.2918 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.0359 & 0 & -0.3066 & 0 & -1.0699 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ \phi \\ p \\ \psi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.2754 \\ 0 \\ 19.5288 \\ 0 \\ -2321 \end{bmatrix} \delta_a$$

Los modelos obtenidos en este tipo de aeronaves de ala voladora van a ser inestables en lazo abierto porque en el centro de masa del avión se crea un momento torsor que no es compensado por ninguna otra fuerza o momento y mientras exista un mando en cualquiera de las superficies de control, la aeronave va a salir del punto de operación o estado estable haciendo que esta precipite tanto en alabeo como en cabeceo. Si se trima la aeronave, es decir, si se encuentra el punto de operación donde el momento creado por la superficie de control compensa el momento torsor creado en el centro de masa, los modelos pueden llegar a alcanzar la estabilidad en lazo abierto, pero para realizar este proceso de trimado se necesita un software especializado que aplicando un proceso de ingeniería inversa logre obtener dicho punto de estabilidad, no siendo el caso del Digital DATCOM.

Como se explica en el epígrafe 1.6 para lograr un vuelo recto y nivelado se controlan los ángulos de cabeceo y alabeo ya que el control adecuado de dichos ángulos brinda al avión la estabilidad suficiente para realizar disímiles tareas.

La función transferencial, en lazo abierto, de la salida ángulo de cabeceo contra deflexión del elevador para el canal longitudinal se muestra a continuación:

$$\frac{\theta_{(s)}}{\delta_{e_{(s)}}} = \frac{-29.93(s+1.867)(s+0.2213)}{(s^2-0.08257s+0.7785)(s^2+10.14s+245.5)}$$
(3.2)

Analizando la estabilidad de este estado en lazo abierto mediante el lugar geométrico de las raíces se observan dos polos complejos conjugados cercanos al origen en el semiplano positivo lo que hace que el sistema sea inestable, además muestra dos polos complejos

49

conjugados y dos ceros en el semiplano negativo (Figura 3.6). En el lugar geométrico a medida que varía la ganancia un polo va a tender a alejarse en el semiplano positivo, por lo que con un controlador P no se logra estabilizar el sistema, será necesario poner una acción derivativa que ponga un cero en el semiplano negativo que atraiga a los polos que se encuentran en el semiplano derecho.

La función transferencial, en lazo abierto, de la salida ángulo de alabeo contra deflexión del alerón para el canal lateral se muestra a continuación:

$$\frac{\phi_{(s)}}{\delta_{a_{(s)}}} = \frac{19.53(s^2 + 1.083s + 0.7619)}{(s + 15.06)(s - 0.03275)(s^2 + 1.281s + 0.491)}$$
(3.3)

Para este estado en el canal lateral, el lugar geométrico de las raíces muestra dos polos y dos ceros complejos conjugados en el semiplano negativo que por su localización se encuentran cercanos al origen pero por su dinámica ser similar se cancelan. Además se observa un polo real en el semiplano izquierdo y otro polo real muy cercano al origen en el semiplano derecho, que hace que el sistema sea inestable, pero variando la ganancia se puede estabilizar rápidamente el sistema (Figura 3.7).



Figura 3.6. Lugar geométrico de las raíces para la salida cabeceo (θ) contra deflexión del elevador (δ_e).



Figura 3.7. Lugar geométrico de las raíces para la salida alabeo (ϕ) contra deflexión del alerón (δ_a).

3.5.1 Prueba de estabilidad para los estados de alabeo y cabeceo

Para comprobar la estabilidad de los modelos obtenidos en lazo cerrado se insertan en la estrategia de control propuesta por Multi-PlatForm Autopilot (APM) implementada por el GARP. Los ajuste se realiza mediante simulación con MATLAB, teniendo presente los límites de los valores de ganancias fijados por la bibliografía (Autopilot, 2012). Las figuras (3.8) y (3.10) muestran los diagramas en bloques de esta estrategia para ambos canales.



Figura 3.8. Lazo para el control de cabeceo.

51



Figura 3.9. Respuesta a entrada paso del lazo elevador – ángulo de cabeceo.



Figura 3.10. Lazo para el control de Alabeo.



Figura 3.11. Respuesta ante entrada paso lazo alerón-ángulo de alabeo.

Para controlar el canal longitudinal fue necesaria una ganancia proporcional (kp =-0.6) y un valor de acción derivativa (kd=-0.2), con lo que se alcanza un tiempo de establecimiento de 8 segundos y una respuesta poco oscilatoria y sin sobreimpulso, aunque presenta un error del 20% ya que no se utilizó una acción integral ya que podría saturar el mando haciéndolo muy difícil de controlar y complejizando la dinámica del sistema debido a los polos complejos conjugadas cercanos al origen que posee la planta. Para el canal lateral con esta estrategia de control solo fue necesaria una acción proporcional (kp=0.6) con la que se alcanza un tiempo de establecimiento de 1.98 segundos, no se observa error en estado estable y la respuesta es noble (no oscilatoria).

Con esta estrategia se demuestra que el modelo es controlable ya que utilizando un solo lazo de control se logra la estabilidad de los sistemas. En la literatura especializada los autores recomiendan no complejizar tanto los lazos internos de estabilidad y dejar la mayor complejidad para la implementación de las estrategias de control de los lazos de rumbo y altura.

Es necesario destacar que no se cuenta con un modelo experimental que permita validar los modelos analíticos obtenidos en este trabajo, esta tarea se deja como recomendación para futuras investigaciones.

3.6 Análisis económico

La utilización de aviones pequeños no tripulados en sustitución de los convencionales para tareas específicas tiene entre sus grandes ventajas un considerable ahorro de recursos.

El costo de mantener volando durante una hora las avionetas utilizadas para la agricultura es aproximadamente de 400 CUC, mientras que los pequeños aviones no tripulados pueden sustituirlas eficazmente costando menos de 20 CUC como promedio.

Las tareas de vigilancia de las costas y supervisión de los ecosistemas de playas que son explotadas por el turismo se realizan con aviones o helicópteros convencionales. El costo de cada una de estas tareas de supervisión se valora en 20 000 CUC, la implementación del autopiloto está en el orden de los 6 000 CUC como inversión primaria, el costo por concepto de combustible y reparaciones es muy pequeño en comparación con los vehículos de gran escala.
Estos y otros ejemplos demuestran que los aviones de pequeño porte no tripulados son una opción económicamente viable para sustituir a los vehículos convencionales de gran tamaño para el cumplimiento de algunas tareas.

A nivel mundial contratar personal especializado que realice el modelado de aeronaves puede resultar muy caro, mientras que estudiando e implementando metodologías especializadas en este aspecto se pueden obtener modelos dinámicos lo más exactos posibles para la sintonía de los controladores requeridos. Además se pueden utilizar en el proceso de modelado software libres como es el caso del Digital DATCOM que permite la obtención de estimaciones rápidas y eficientes de los coeficientes aerodinámicos, ahorrando de forma considerable tiempo y recursos.

3.7 Conclusiones parciales del capítulo

Digital DATCOM es un software de dominio público, el cual provee estimaciones rápidas y eficientes de los coeficientes aerodinámicos, dichas predicciones son usadas en la obtención de los modelos linealizados en forma de espacio estado para los subsistemas longitudinal y lateral. La desventaja es que tales predicciones son menos exactas, comparadas con los datos experimentales de túneles de viento. Sin embargo, este tipo de información es muy útil en las primeras etapas, para rápidamente evaluar varias configuraciones, permitiendo encontrar el diseño efectivo en un período más corto.

Los modelos obtenidos para el canal longitudinal y el canal lateral son inestables en lazo abierto, para las salidas de cabeceo y alabeo variando los mandos ángulo de deflexión del elevador y ángulo de deflexión del alerón respectivamente. Sin embargo en lazo cerrado la estabilidad de los mismos es comprobada utilizando variantes de estrategias de control clásico.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Los UAV son en la actualidad un importante campo de investigación, debido a sus disímiles aplicaciones y su reducido costo de implementación en comparación a los aviones convencionales.

La utilización de programas especializados en la obtención de los coeficientes aerodinámicos es muy útil en las primeras etapas de obtención del modelo matemático de una aeronave, pues permite evaluar varias configuraciones encontrando el diseño efectivo en un período más corto. Usando el software Digital DATCOM en este trabajo se obtuvieron estimaciones rápidas y eficientes de los coeficientes aerodinámicos necesarios para la obtención de los modelos linealizados en espacio de estado para los canales longitudinal y lateral.

El desarrollar modelos matemáticos que se acerquen a las características de la planta es un paso relevante para la posterior sintonía de los controladores. El modelo matemático obtenido en este trabajo es un importante punto de partida para la investigación en este campo de los aviones de ala voladora, demostrando su estabilidad en lazo cerrado, a pesar de que son plantas muy complejas, pues no poseen timón de dirección lo que afecta en cierta medida la estabilidad de la aeronave.

Con este trabajo se ha dado otro paso de avance en el objetivo de desarrollar autopilotos en los vehículos aéreos no tripulados.

Recomendaciones

- 1 Tomar esta investigación como punto de partida para posteriores trabajos con aviones tipo ala voladora
- 2 Incorporar al modelo obtenido la influencia de los *winglet*, que mejoran la estabilidad de este tipo de aeronaves.
- 3 Utilizar el software TORNADO para el cálculo de los coeficientes aerodinámicos incluyendo *winglet*, y comparar con los resultados obtenidos con Digital DATCOM.
- 4 A partir del modelo obtenido sintonizar estrategias de control para rumbo y altura.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABULEME, A. C. (2000). *Control difuso de vehículo volador no tripulado*. Tesis de maestría. Santiago de Chile, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- ALSWAILEM, S. (2004). Application of Robust Control in Unmanned Vehicle Flight Control System Design. Phd thesis. Cranfield University.
- ALLEN, M. J., RYAN, J. & HANSON, C. E. (2002). String Stability of a Linear Formation Flight Control System. Technical Memorandum. National Aeronautics and Space Administration.
- ASADPOUR, M., GIUSTINIANO, D., HUMMEL, K. A. & EGLI, S. (2013). UAV networks in rescue missions. In: Proceedings of the 8th ACM international workshop on Wireless network testbeds, experimental evaluation & characterization. ACM. pp. 91–92. .
- ASENSIO, J. L., PÉREZ, F., MORÁN, P. & BAÑOS, R. (2008). UAV beneficios y límites. p.5. Madrid, España
- AUTOPILOT, M.-P. (2012). *Roll, Pitch and Yaw Controller Tuning*. Web page. Disponible en: <u>http://autopilot.com</u>. Accedido el: 10-5-2015.
- BENNANI, G. & LOOYE, S. (2000). Flight control law design for a civil aircraft using robust dynamic inversion. Article.
- DE ÁVILA, D. (2008). Estrategias de control basado en modelo para mini helicópteros no tripulados. Trabajo de diploma. Dpto.de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- DUFEU, E. E. & PETTINELLI, E. M. (2003). *Análisis numérico de la estabilidad y control de la estabilidad y control de una aeronave no tripulada*. Tesis de Maestría. Mecánica Computacional Bahía Blanca, Argentina.
- DYBSJORD, K. A. (2013). Fault-tolerant uav flight control system. Master of science in engineering cybernetics. Norwegian University of Science and Technology.
- ERMACORA, G., TOMA, A., BONA, B., CHIABERGE, M., SILVAGNI, M., GASPARDONE, M. & ANTONINI, R. (2012). A cloud robotics architecture for an emergency management and monitoring service in a smart city environment. Article.

- FOSSEN, T. (2011). Mathematical models for control of aircraft and satellites. Chap. Nonlinear modelling, identification and control of UAVs. pp.13–42. Vol.69, Gran Bretaña., Peter Peregrinus LTD.
- FOSSEN, T. (2013). Mathematical models for control of aircraft and satellites. Chap. Nonlinear modelling, identification and control of UAVs, Peter Peregrinus LTD.
- GRANKVIST, H. (2006). Autopilot Design and Path Planning for a UAV. Reporte científico. Estocolmo, FOI -Swedish Defence Research Agency.
- GRAVERSEN, T., KROGH, K., PLASCENCIA, A. C., VARA, R. R., VEDSTESEN, S. V. & BAK, T. (2001). *Autonomous aircraft*. Technical report. Aalborg University.
- GUERRA, C. E. (2010). Diseño e implementación de hardware y software de bajo nivel para vehículo submarino autónomo. Departamento de Automática y Sistemas Computacionales. Trabajo de diploma. Santa Clara, Cuba, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- HERNÁNDEZ, D. (2014). *Modelado dinámico de aviones subsónicos a partir de herramienta de software*. Trabajo de Diploma. Departamento de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- HERNÁNDEZ, L., DE AVILA, D., MARTÍNEZ, B. L., MARTÍNEZ, M. & PINEDA, L. M. (2012). *Identificación de un vehículo aéreo no tripulado*. Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones de la Facultad de Ingeniería Eléctrica, CUJAE.
- HERNÁNDEZ, L., LAGUARDIA, A. M., GONZÁLEZ, R., SAHLI, H. & PINEDA, L. (2008). *Low cost development of auto-pilot for small airplane*. Report. Santa Clara, Cuba, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- HERNÁNDEZ, L., MARTÍNEZ, B. L., PINEDA, L. M. & SOCARRAS, H. (2013). Modelo dinámico de aeronave n606ls para desarrollo de piloto automático. XV Convención y Feria Internacional. Ciudad Habana, Cuba.
- JØRGEN, H., AGESEN, M. K., HANSEN, M., HANSEN, P. D. & MADSEN, S. B. (2008). *Outback rescue challenge*. Technical report. Aalborg University.
- KIM, J., LEE, S., AHN, H., SEO, D., PARK, S. & CHOI, C. (2013). *Feasibility of employing a smartphone as the payload in a photogrammetric uav system*. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 79, 1–18.
- KING, E. T. (2002). Distributed coordination and control experiments on a multy uav testbed. Massachusetts Institute of Technology.
- KING, E. T. (2004). *Distributed Coordination and Control Experiments on a MultiUAV Testbed.* Degree of Master of Science in Aeronautics and Astronautics. Department of Aeronautics and Astronautics. Massachusetts Institute of Technology.
- LANCASTER, R. (2004). Formation flight autopilot design for the GAF Jindivik Mk 4A UAV. Master. College of Aeronautics. Cranfield University.
- LEE, K. (2004). *Development of unmanned aerial vehicle (UAV) for wildlife surveillance*. Master en Ciencia. University of Florida.

- MARTÍNEZ, A (2005). Arquitectura de Hardware para Vehículo Autónomo Aéreo. Departamento de Automática y Sistemas Computacionales Santa Clara. Título académico de máster en telemática. Santa Clara, Cuba, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- MARTÍNEZ, B. L., DE ÁVILA, D., HERNÁNDEZ, L., MARTÍNEZ, M. & PINEDA, L.
 M. (2010). Desarrollo de sistemas de control para autopiloto de avión de pequeño porte. V Conferencia Científica UCIENCIA. Ciudad Habana, Cuba.
- MARTÍNEZ, B. L., DE ÁVILA, D., HERNÁNDEZ, L., MARTÍNEZ, M. & PINEDA, L. M. (2011). *Identificación de un vehículo aéreo no tripulado*. XIV Convención y Feria Internacional. Ciudad Habana, Cuba.
- MARTÍNEZ, M. E. (2009). Desarrollo de sistemas de control para autopiloto de avión de pequeño porte. Trabajo de diploma. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- MARTÍNEZ, M. E. (2014). Estrategia de control para seguimiento de camino en avión no tripulado. Tesis de maestría. Departamento de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- MCDONNEL, D. C. (1978). *Douglas Aircraft Division, USAF Stability and Control DATCOM*. Computer Program. Long Beach, U.S.A.
- MCDONNEL, D. C. (1979). *The USAF Stability and Control Digital DATCOM*. Volume I, Users Manual. St.Louis, MO., U.S.A.
- MEJÍAS, L. O. (2006). Control Visual de un Vehículo Aéreo Autónomo Usando Detección y Seguimiento de Características en Espacios Exteriores. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid.
- MORGENTHALER, S., BRAUN, T., ZHAO, Z., STAUB, T. & ANWANDER, M. (2012). *Uavnet: A mobile wireless mesh network using unmanned aerial vehicles*. In: Globecom Workshops (GC Wkshps), 2012 IEEE. IEEE. pp. 1603–1608.
- NARBONA, J. (2014). Estudio de características Aerodinámicas y de estabilidad de un Ala Voladora. Grado en Ingeniería Aeroespacial. Dep. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla
- NICKEL, K. & WOHLFAHRT, M. (1994). *Tailless Aircraft in Theory and Practice*. AIAA-Educational Series.
- PAMADI, B. N. (2003). *Performance, Stability, Dynamics, and Control of Airplanes*. 2nd ed, USA, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- PINEDA, L. M. (2008). *Modelo matemático de un avión autónomo*. Trabajo de diploma. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- PINEDA, L. M. (2011). *Control de vehículo aéreo autónomo basado en modelo dinámico*. Tesis de maestría. Departamento de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba, Universidad Central "Martha Abreu" de Las Villas.

- SOCARRAS, H. E. (2011). *Modelado y control conversión de un uav*. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba, Universidad Central de las Villas.
- SOON, J. & TOMLIN, J. (2003). Longitudinal Stability Augmentation System Design for the DragonFly UAV Using a Single GPS Receiver. Technical report. Stanford University.
- SORENSEN, B. V., NIELSEN, C. K., PERSOON, J. B., HANSEN, S. H. & JENSEN, S. K. (2005). *Autonomous Model Airplane*. Technical report. Aalborg University.
- STOJCSICS, D. & MOLNÁR, A. (2012). Airguardian-uav hardware and software system for small size uavs. International Journal of Advanced Robotic Systems.
- USENSE (2013). USENSE-X8 UAV. Technical Specifications.
- VALERIANO, Y., MARTÍNEZ, A., HERNÁNDEZ, L., SAHLI, H., RODRÍGUEZ, Y. & CAÑIZARES, J. R. (2013). Dynamic model for an autonomous underwater vehicle based on experimental data. Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems: Methods, Tools and Applications in Engineering and Related Sciences. 175–20.

ANEXOS



61

Anexo B Sistema de ejes horizonte local y Sistema de ejes viento.

El sistema de ejes horizonte local $H(O_h, x_h, y_h, z_h)$ se define como sigue (Figura B.1):

 O_h (origen): centro de masas del vehículo;

Eje x_h : paralelo al eje x del sistema inercial topocéntrico;

Eje y_h : paralelo al eje y del sistema inercial topocéntrico;

Eje z_h : completa un triedro a derechas (paralelo al eje z del sistema inercial topocéntrico).

El plano $x_h y_h$ (formado por los ejes $x_h e y_h$) es el plano horizontal local.

Orientación de los ejes horizonte local (H) respecto de los ejes del sistema inercial topocéntrico (T)

Transformación T \rightarrow H: la orientación de los ejes horizonte local coincide en todo momento con la de los ejes del sistema inercial topocéntrico. La matriz de transformación es pues la identidad.

El sistema de ejes viento $W(O_w, x_w, y_w, z_w)$ se define como sigue (Figuras B.2):

 O_w (origen): centro de masas del avión;

Eje x_w : dirigido según el vector velocidad aerodinámica \vec{V} y en su mismo sentido;

Eje z_w : contenido en el plano de simetría del avión, y dirigido hacia abajo en la actitud normal de vuelo;

Eje y_w : completa un triedro a derechas (dirigido según el ala derecha del avión).



Figura B.1. Sistema de ejes horizontal local



Figura B.2. Sistema de ejes de viento

Orientación de los ejes viento (W) respecto de los ejes horizonte local (H)

Los ángulos que permiten describir la orientación de los ejes viento respecto de los ejes horizonte local son los siguientes:

- El ángulo de asiento de velocidad (γ) (en inglés, *aerodynamic flight-path angle*) es el ángulo formado por el vector velocidad aerodinámica V con el plano horizontal local, positivo cuando el avión sube.
- El ángulo de guiñada de velocidad (χ) (en inglés, *aerodynamic heading angle*) es el ángulo formado por la proyección del vector velocidad \vec{V} sobre el plano horizontal local con la dirección norte, positivo hacia el este.
- El ángulo de balance de velocidad (μ) o ángulo de alabeo (en inglés, *bank angle*) es el ángulo formado por el eje y_w con la intersección del plano $y_w z_w$ con el plano horizontal, positivo en el sentido de bajar el ala derecha.

Transformación $H \to W$: los ejes viento se obtienen a partir de los ejes horizonte local mediante una rotación de ángulo χ alrededor del eje z_h , seguida de una rotación de ángulo γ alrededor del eje intermedio \acute{y} , seguida de una rotación de ángulo μ alrededor del eje x_w (Figuras B.1 y B.2). La matriz de transformación es:

$$[T^{WH}] = \begin{bmatrix} cosycos\chi & cosy sin\chi & -sin\chi \\ sin\mu sin\gamma cos\chi - cos\mu sin\chi & sin\mu sin\gamma sin\chi + cos\mu cos\chi & sin\mu cos\gamma \\ cos\mu sin\gamma cos\chi + sin\mu sin\chi & cos\mu sin\chi - sin\mu cos\chi & cos\mu cos\gamma \end{bmatrix} (B.1)$$

Este sistema de ejes permite orientar de forma natural la fuerza aerodinámica (Figura B.3), siendo, por definición, la resistencia (*D*) la componente según $-x_w$, la fuerza lateral (*Q*) la componente según $-y_w$ y la sustentación (*L*) la componente según $-z_w$. Nótese que en general la velocidad \vec{V} no está contenida en el plano de simetría del avión (en el caso de vuelo simétrico sí lo está); se llama ángulo de resbalamiento (en inglés, *sideslip angle*) al ángulo formado por el vector \vec{V} con el plano de simetría.

Es importante mencionar que la fuerza aerodinámica así definida, en ejes viento, no tendrá las mismas componentes que en ejes estabilidad, los cuales serán utilizados en el desarrollo posterior. En estos ejes, las componentes serán F_{A_x} , F_{A_y} y F_{A_z} .



Figura B.3. Orientación de la fuerza aerodinámica

Para orientar el empuje respecto de los ejes viento, se definen el ángulo de ataque del empuje (ϵ) y el ángulo de resbalamiento del empuje (ν), tal y como se indica en la figura (B.4).



Figura B.4. Orientación del empuje

Anexo C Hoja de entrada del DATCOM X8.dat.

DIM CM

DERIV RAD

DAMP

PART

\$FLTCON WT=33.74, LOOP=1.0,

NMACH=1.0, MACH(1)=0.06,

NALT=1.0, ALT(1)=30000.0,

NALPHA=20.0,

ALSCHD(1)= -16.0, -8.0, -6.0, -4.0, -2.0, 0.0, 2.0, 4.0, 8.0, 9.0,

10.0, 12.0, 14.0, 16.0, 18.0, 19.0, 20.0, 21.0, 22.0, 24.0,

VINF(1)=20.0, TINF=300.0, TR=1.0\$

\$OPTINS SREF=8000.0, CBARR=44.88, BLREF=208.0, ROUGFC=0.25E-3\$

\$SYNTHS XCG=18.0, ZCG=4.0,

XW=14.0,

SCALE=1.0, VERTUP=.TRUE.\$

\$WGPLNF CHRDR=66.0, CHRDTP=10.0,

SSPN=96.0, SSPNE=82.2, SSPNOP=0.241,

SAVSI=22.0, SAVSO=22.0,

CHSTAT=0.25, TWISTA=-3.0,

SSPNDD=7.3,

DHDADI=5.0, DHDADO=0.0,

TYPE=1.0\$

NACA W 4 2412

SAVE

CASEID AILERONS: Citation II Model 550 Aircraft

SAVE

NEXT CASE

\$ASYFLP STYPE=4.0, NDELTA=9.0,

DELTAL(1)=-32.0,-20.0,-10.0,-5.0,0.0,5.0,10.0,20.0,32.0,

DELTAR(1)=32.0,20.0,10.0,5.0,0.0,-5.0,-10.0,-20.0,-32.0,

SPANFI=5.02, SPANFO=100.0,

PHETE=0.0375,

CHRDFI=3.75, CHRDFO=5.1\$

\$SYMFLP FTYPE=1.0,

NDELTA=9.0, DELTA(1)=-20.0,-15.0,-10.0,-5.0,0.0,5.0,10.0,13.0,16.0,

PHETE=0.0375, PHETEP=0.0125,

CHRDFI=3.75, CHRDFO=5.1,

SPANFI=5.02, SPANFO=100.0,

CB=0.84, TC=0.3, NTYPE=1.0\$

CASEID TOTAL: Citation II Model 550 Aircraft

Anexo D	Hoja de	e salida	del DAT	COM X8.out.
---------	---------	----------	---------	-------------

								DERIV.	ATIVE (PER RAI	IAN)	
ALPHA	CD	CL	CM	CN	CA	XCP	CLA	CMA	СҮВ	CNB	CLB
-16.0	.083	686	.4677	682	110	686	2.307E+00	-1.512E+00	-2.368E-02	2.189E-02	1.513E-02
-8.0	.027	353	.2337	353	022	662	2.584E+00	-1.746E+00	-2.548E-02	5.786E-03	-6.910E-03
-6.0	.018	261	.1722	261	009	659	2.601E+00	-1.733E+00	-2.577E-02	3.163E-03	-1.299E-02
-4.0	.012	171	.1128	171	.000	658	2.525E+00	-1.667E+00	-2.597E-02	1.361E-03	-1.893E-02
-2.0	.009	084	.0558	085	.006	659	2.426E+00	-1.593E+00	-2.609E-02	3.318E-04	-2.466E-02
.0	.008	002	.0015	002	.008	934	2.369E+00	-1.553E+00	-2.613E-02	1.279E-07	-3.014E-02
2.0	.009	.081	0526	.081	.006	648	2.422E+00	-1.590E+00	-2.609E-02	3.049E-04	-3.561E-02
4.0	.012	.167	1095	.168	.000	652	2.517E+00	-1.663E+00	-2.598E-02	1.304E-03	-4.133E-02
							,	,			
	PI	TCHING-		ACCE	LERATION			ROLLING		YAU	ING
ALPHA	CLQ		CMQ	CLAD		CMAD	CLP	СҮР	CNP	CNR	CLR
-16.00	3.991E+0	0 -1.	711E+00	NDM		NDM	-2.137E-01	-1.027E-01	4.693E-02	-3.772E-02	-1.773E-01
-8.00	3.991E+C	0 -1.	711E+00	NDM		NDM	-2.469E-01	-8.040E-02	2.174E-02	-1.207E-02	-9.328E-02
-6.00	3.991E+0	0 -1.	711E+00	NDM		NDM	-2.479E-01	-7.442E-02	1.556E-02	-7.894E-03	-7.009E-02
-4.00	3.991E+0	0 -1.	711E+00	NDM		NDM	-2.402E-01	-6.884E-02	1.038E-02	-5.029E-03	-4.747E-02
-2.00	3.991E+C	0 -1.	711E+00	NDM		NDM	-2.306E-01	-6.337E-02	5.116E-03	-3.395E-03	-2.562E-02
.00	3.991E+C	0 -1.	711E+00	NDM		NDM	-2.251E-01	-5.804E-02	-2.546E-04	-2.876E-03	-4.737E-03
2.00	3.991E+0	0 -1.	711E+00	NDM		NDM	-2.301E-01	-5.272E-02	-5.616E-03	-3.374E-03	1.611E-02
4.00	3.991E+0	0 -1.	711E+00	NDM		NDM	-2.394E-01	-4.726E-02	-1.086E-02	-4.980E-03	3.792E-02

-----YAWING MOMENT COEFFICIENT, CN, DUE TO CONTROL DEFLECTION------

(DELTAL-DELTAR) =-64.0 ALPHA		-40.0	-20.0	-10.0	.0	10.0	20.0	40.0	64.0	
-16.0	-7.249E-03	-5.937E-03	-3.549E-03	-1.774E-03	0.000E+00	1.774E-03	3.549E-03	5.937E-03	7.249E-03	
-8.0	-3.728E-03	-3.054E-03	-1.825E-03	-9.125E-04	0.000E+00	9.125E-04	1.825E-03	3.054E-03	3.728E-03	
-6.0	-2.757E-03	-2.258E-03	-1.349E-03	-6.747E-04	0.000E+00	6.747E-04	1.349E-03	2.258E-03	2.757E-03	
-4.0	-1.809E-03	-1.481E-03	-8.853E-04	-4.426E-04	0.000E+00	4.426E-04	8.853E-04	1.481E-03	1.809E-03	
-2.0	-8.928E-04	-7.312E-04	-4.370E-04	-2.185E-04	0.000E+00	2.185E-04	4.370E-04	7.312E-04	8.928E-04	
.0	-1.748E-05	-1.432E-05	-8.558E-06	-4.279E-06	0.000E+00	4.279E-06	8.558E-06	1.432E-05	1.748E-05	
2.0	8.560E-04	7.011E-04	4.190E-04	2.095E-04	0.000E+00	-2.095E-04	-4.190E-04	-7.011E-04	-8.560E-04	
4.0	1.770E-03	1.450E-03	8.665E-04	4.332E-04	0.000E+00	-4.332E-04	-8.665E-04	-1.450E-03	-1.770E-03	

							D	ELTAL		DELTAR	(CL) ROLL
							_	32.0		32.0	-6.5943E-02
							-	20.0		20.0	-5.4006E-02
							-	10.0		10.0	-3.2279E-02
								-5.0		5.0	-1.6140E-02
								.0		.0	0.0000E+00
								5.0		-5.0	1.6140E-02
								10.0		-10.0	3.2279E-02
								20.0		-20.0	5.4006E-02
								32.0		-32.0	6.5943E-02
THE	FOLLOWING	\mathcal{IS}	A	LIST	OF	ALL	INPU	T CARDS	FOR	THIS CASE.	

		INC	REMENTS	DUE TO DEFLECT	ION		-DERIVATIVE	S (PER	DEGREE)	
	DELTA	D(CL)	D (CM)	D(CL MAX)	D(CD MIN)	(CI	LA) D (C	(H) A	(CH) D	
	-20.0	236	.2053	.218	.00488	NDI	4 -3.6	36E-03	-8.599E-03	
	-15.0	201	.1814	.176	.00275	NDI	1		-8.462E-03	
	-10.0	138	.1236	.126	.00110	NDI	M .		-8.427E-03	
	-5.0	069	.0618	.065	.00052	NDI	Ч		-8.427E-03	
	.0	.000	0001	.000	.00000	NDI	ч		-8.427E-03	
	5.0	.069	0618	.065	.00052	NDI	И		-8.427E-03	
	10.0	.138	1236	.126	.00110	NDI	4		-8.427E-03	
	13.0	.177	1597	.156	.00209	NDI	ห		-8.440E-03	
	16.0	.211	1912	.184	.00318	NDI	ท		-8.478E-03	
***	NOTE	* HINGE MOMEN	T DERIVA	ATIVES ARE BASE	D ON TWICE	THE AREA-MOMENT OF	F THE CONTI	ROL ABOU	IT ITS HINGE	LINE

		INDUCED DRA	G COEFFICI	ENT INCREM	ENT , D(CD)	I) , DUE TO	DEFLECTION	ON	
	DELTA = -20.0	-15.0	-10.0	-5.0	.0	5.0	10.0	13.0	16.0
ALPH	A								
-16.0) 3.46E-0	2 2.95E-02	1.95E-02	9.25E-03	-1.75E-05	-8.25E-03	-1.55E-02	-1.92E-02	-2.20E-02
-8.0) 2.01E-0	2 1.69E-02	1.08E-02	4.89E-03	-8.77E-06	-3.89E-03	-6.78E-03	-7.98E-03	-8.74E-03
-6.0) 1.65E-O	2 1.37E-02	8.58E-03	3.79E-03	-6.59E-06	-2.80E-03	-4.60E-03	-5.18E-03	-5.42E-03
-4.0) 1.28E-0	2 1.06E-02	6.40E-03	2.70E-03	-4.41E-06	-1.71E-03	-2.42E-03	-2.38E-03	-2.10E-03
-2.0) 9.22E-0	3 7.40E-03	4.22E-03	1.61E-03	-2.23E-06	-6.16E-04	-2.36E-04	4.20E-04	1.22E-03
.() 5.59E-0	3 4.24E-03	2.04E-03	5.20E-04	-4.28E-08	4.75E-04	1.95E-03	3.22E-03	4.53E-03
2.0) 1.95E-O	3 1.08E-03	-1.47E-04	-5.71E-04	2.14E-06	1.57E-03	4.13E-03	6.02E-03	7.85E-03
4.0) –1.68E-0	3 -2.08E-03	-2.33E-03	-1.66E-03	4.32E-06	2.66 E -03	6.31E-03	8.82 E -03	1.12E-02
8.0) -8.94E-0	3 -8.40E-03	-6.69E-03	-3.84E-03	8.69E-06	4.84E-03	1.07E-02	1.44E-02	1.78E-02
9.0) –1.08E-0	2 -9.98E-03	-7.79E-03	-4.39E-03	9.78E-06	5.39E-03	1.18E-02	1.58E-02	1.95E-02
10.0) –1.26E-0	2 -1.16E- 02	-8.88E-03	-4.94E-03	1.09E-05	5.93E-03	1.29E-02	1.72E-02	2.11E-02
12.0) –1.62E-0	2 -1.47E-02	-1.11E-02	-6.03E-03	1.30E-05	7.02E-03	1.50E-02	2.00E-02	2.44E-02
14.0) –1.98E-0	2 -1.79E-02	-1.32E-02	-7.12E-03	1.52E-05	8.11E-03	1.72E-02	2.28E-02	2.78E-02
16.0) –2.35E-O	2 -2.10E-02	-1.54E-02	-8.21E-03	1.74E-05	9.21E-03	1.94E-02	2.56E-02	3.11E-02
18.0) -2.71E-0	2 -2.42E-02	-1.76E-02	-9.30E-03	1.96E-05	1.03E-02	2.16E-02	2.84E-02	3.44E-02
19.0) –2.89E-0	2 -2.58E-02	-1.87E-02	-9.85E-03	2.07E-05	1.08E-02	2.27E-02	2.98E-02	3.61E-02
20.0) -3.07E-0	2 -2.74E-02	-1.98E-02	-1.04E-02	2.18E-05	1.14E-02	2.38E-02	3.12E-02	3.77E-02
21.0) -3.25E-0	2 -2.89 E -02	-2.09E-02	-1.09E-02	2.29E-05	1.19E-02	2.49E-02	3.26E-02	3.94E-02
22.0) -3.44E-0	2 -3.05E-02	-2.20E-02	-1.15E-02	2.40E-05	1.25E-02	2.60E-02	3.40E-02	4.10E-02
24.0) -3.80E-0	2 -3.37E-02	-2.42E-02	-1.26E-02	2.61E-05	1.36E-02	2.81E-02	3.68E-02	4.44E-02
* *NDM	PRINTED WHEN NO	DATCOM MET	HODS EXIST						

Anexo E	Medidas	geométricas	de la	aeronave X8.
---------	---------	-------------	-------	--------------

$m = 3.374 \ kg$
$a = 330 \ m/_{S}$
$\rho = 1.21 \frac{kg}{m^3}$
$g = 9.82 \ m/s^2$
b = 2.05 m
$u_1 = 20 \ m_{s}$
$\bar{c} = 0.4488$
Ixx = 0.3211
Iyy = 0.555141
Izz = 0.720539
Ixz = 0
$S = 0.8 m^2$
cr = 0.66 m
cb = 0.262 m
ct = 0.1 m
b * / 2 = 0.822 m
b * o/2 = 0.241 m
b/2 = 0.96 m
$(\Delta X/C)o = 20^{o}$
$(\Delta X/C)i = 22^{\circ}$
$ri = 5^{\circ}$
$ro = 90^{0}$
(b/2)ro = 0.073 m
bo = 1 m
bi = 0.502 m
cfo = 0.051 m
cfi = 0.051 m
xcg = 0.18 m
zcg = 0.04 m
xw = 0.14 m