

# Generalidades y explotación de transformadores de fuerza

Colectivo de Autores

Edición: Liset Ravelo Romero

Corrección: Estrella Pardo Rodríguez

Diagramación: Roberto Suárez Yera

Alicia Hernández Maldonado, Miriam Blázquez Casanova, Lucy Rovira Carralero, Arian Ramos  
Martínez y Avertano Hernández Stuart, 2006

Editorial Feijóo, 2006

ISBN: 959-250-245-5



EDITORIAL  
*Feijóo*

Editorial Samuel Feijóo, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, Carretera a  
Camajuaní, km 5 ½, Santa Clara, Villa Clara, Cuba. CP 54830

|  |    |
|--|----|
| I. Generalidades básicas de los transformadores.....             | 5  |
| I.1 Importancia del transformador.....                           | 5  |
| I.2 Características constructivas.....                           | 6  |
| I.3 Principio de operación.....                                  | 13 |
| I.4 Corriente de excitación.....                                 | 18 |
| I.5 Datos nominales y de chapa.....                              | 22 |
| I.6 Clasificación de los transformadores.....                    | 22 |
| I.7 Modelación circuital y matemática del transformador.....     | 23 |
| I.8 Regulación de voltaje en transformadores.....                | 25 |
| I.9. Pérdidas y eficiencia.....                                  | 30 |
| I.10 Pruebas o ensayos a transformadores.....                    | 37 |
| I.11 Autotransformadores.....                                    | 40 |
| I.12 Norma IEEE C 57.12.90 .....                                 | 49 |
| I.13 Problemas propuestos.....                                   | 50 |
| II. Operación de los transformadores de fuerza.....              | 55 |
| II.1 Operación de los transformadores de distribución.....       | 55 |
| II.1.1 Transformadores monofásicos en banco paralelo.....        | 56 |
| II.1.2 Transformadores monofásicos en conexiones trifásicas..... | 59 |
| II.2 Operación de los transformadores de potencia.....           | 76 |

|   |     |
|---|-----|
| II.3 Armónicos en transformaciones trifásicas en vacío..... | 79  |
| II.4 Cargas asimétricas en transformaciones trifásicas..... | 83  |
| II.5 Criterios para la selección de transformadores.....    | 86  |
| II.6 Cambiadores de derivación.....                         | 87  |
| II.7 Problemas Propuestos.....                              | 89  |
| Anexo A- Banco $\Delta$ - $\Delta$                          | 92  |
| Anexo B- Componentes simétricas                             | 100 |

## I. Generalidades básicas de los transformadores

### I.1 Importancia del transformador

La invención del transformador, constituyó un hito tecnológico que contribuyó sobremanera a la expansión de la energía eléctrica y creó las condiciones para realizar nuevas invenciones y aplicaciones donde dicha energía fuese la fuente inicial. En la Tabla 1 se muestra una cronología simplificada de los hechos que condujeron al desarrollo del transformador.

Tabla 1. Breve cronología acerca del desarrollo del transformador

|           |                                    |  |
|-----------|------------------------------------|--|
| 1831      | M. Faraday                         | Acoplamiento inductivo entre dos bobinas que abarcan un circuito magnético.  |
| 1876      | Yáblochkov                         | Transformación de circuito alterno mediante una bobina de inducción de doble devanado.<br>Circuito magnético abierto.<br>Relación de transformación igual a la unidad.   |
| 1882      | Goliar, Gibbs                      | Transformación de tensión de una bobina de inducción con un devanado primario y varios secundarios con diferente número de espiras.<br>Circuito magnético abierto.   |
| 1884      | John y Edward Hopkinson            | Circuito magnético cerrado en forma de O.<br>Núcleo compuesto por láminas de acero aislado.<br>Comenzó el uso industrial de estos.   |
| 1885      | O. Blati, M. Deri, K. Tsipernovski | Modifican la estructura del circuito magnético cerrado dando lugar a los tipos acorazados, anular y columnas.<br>Se le da este nombre al transformador.<br>A Deri pertenece la idea de conectar transformadores en paralelo. |
| 1887-1889 | D. Svinbern                        | Enfriamiento por aceite.   |
| 1889      | M. O. Dolivo-Dobrovolski           | Inventa el transformador trifásico.<br>Circuito magnético en forma de Y de tres rayos  |

|      |  |   |
|------|--|---|
|      |  | (prismático).   |
| 1891 |  | Se patentó la estructura con columnas paralelas dispuestas en un plano. |

El uso del transformador se generalizó desde finales de siglo XIX su uso se generalizó hasta hoy día. Los transformadores desempeñan un rol muy importante tanto en la transmisión como en la distribución de la energía eléctrica.

Como son un elemento clave dentro del sistema electroenergético, resulta imprescindible su buen funcionamiento para garantizar la calidad del suministro eléctrico. De ahí que sea muy importante tomar todas las medidas necesarias para su operación satisfactoria.

## **I.2 Características constructivas**

El transformador tiene dos elementos esenciales que lo caracterizan: el núcleo y los devanados.

### ***Núcleo***

Las denominaciones más usuales para los núcleos de los transformadores, tanto monofásicos como trifásicos, son:

- Columna o núcleo

El transformador monofásico columna, posee una estructura similar a la mostrada en la Figura 1. Esta estructura posee todas las secciones del mismo grosor, con ello se garantiza un área de sección uniforme así como una inducción magnética constante para un flujo magnético máximo constante. Los devanados se ubican en dos de las columnas de la estructura.

- Acorazado o *shell*

Las láminas de la estructura acorazada se forman con la unión de dos láminas tipo núcleo o columna, de forma que queda una sección de doble ancho en el brazo central, tal como se muestra en la Figura 2.

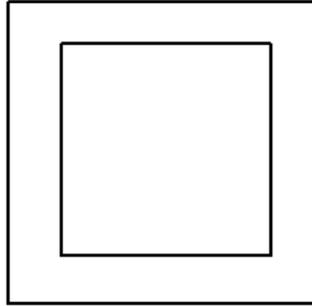


Figura 1. Lámina de estructura tipo columna o núcleo.

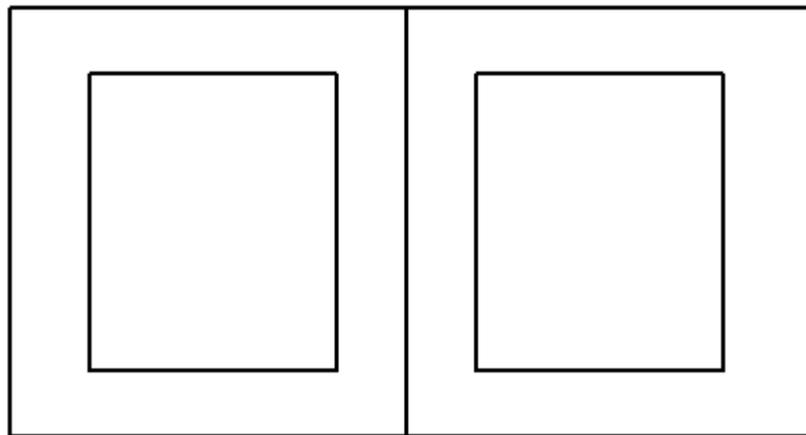


Figura 2. Lámina de estructura tipo acorazado.

- Anular o toroidal

En este caso la lámina de la estructura ferromagnética tiene forma de anillo. En la Figura 3 puede apreciarse dicha forma.

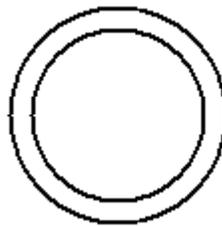


Figura 3. Lámina de estructura tipo anular.

El núcleo es la estructura ferromagnética y laminada sobre la cual se enrollan los devanados. Es de un material ferromagnético para obtener densidades de flujo altas con relativamente baja FMM, con lo cual:

- la densidad de energía en el campo aumenta,
- permite confinar (agrupar y guiar) el campo magnético en una dirección determinada, tal que:

- en transformadores, maximiza el acoplamiento entre los devanados y disminuye la corriente de excitación.
- en máquinas eléctricas rotatorias, permite buscar la forma de onda del campo magnético para maximizar la característica de momento.

En general, los materiales ferromagnéticos están compuestos por hierro y aleaciones con silicio, cobalto, tungsteno, níquel, aluminio y otros. Ellos poseen dominios cuyos átomos tienen momentos magnéticos, tal que en un material desmagnetizado estos dominios están orientados aleatoriamente y el flujo resultante es cero. Al aplicar un campo magnético o FMM, los mismos tienden a alinearse logrando un incremento de la densidad de flujo respecto al valor de fuerza magnética y, por tanto, su permeabilidad efectiva va aumentando hasta que se satura el material.

En ausencia del campo externo, los momentos magnéticos de los átomos se alinean según una dirección natural, asociada con la estructura cristalina del dominio y conocida como eje de fácil magnetización.

La relación de  $B=f(H)$  para un material ferromagnético, es no lineal y muy difícil de tener su expresión analítica al ser multievaluada, ella se obtiene gráficamente a partir de un grupo de curvas obtenidas en pruebas simples a los materiales y que son normadas por ASTM (*American Society for Testing and Material*). La curva más común de B vs H o lazo histerésico, se obtiene en repetidos ciclos de magnetización en los cuales se va incrementando sucesivamente el valor máximo de H; de los lazos obtenidos se determinan los valores de cada punta del lazo y se construye la curva de magnetización normal o de C.D, la cual, por supuesto, no considera el fenómeno de la histéresis pero sí el de la saturación.

Las chapas o laminaciones de la estructura ferromagnética al silicio, de grano orientado, son de muy poco espesor, alrededor de 0,3 mm, se laminan en frío para aumentar la permeabilidad y se aíslan mediante un procedimiento químico (Carlite) para incrementar el factor de relleno o apilamiento de 0,95 al 0,98. La sección de la estructura ferromagnética se aproxima a la forma circular.

Pueden presentar dos configuraciones básicas: tipo núcleo o columnas y acorazados o de tres columnas. En las laminaciones pueden realizarse los cortes a  $90^\circ$  o  $45^\circ$ , tal como se aprecia en la Figura 4, preferiblemente con un sistema de corte llamado “*step lap*”, que reduce en un 15 % las pérdidas magnéticas en relación con el sistema de corte tradicional. Las chapas o láminas para formar el núcleo, son fijadas rígidamente por yugos y un flejado para lograr reducir el nivel de ruido.

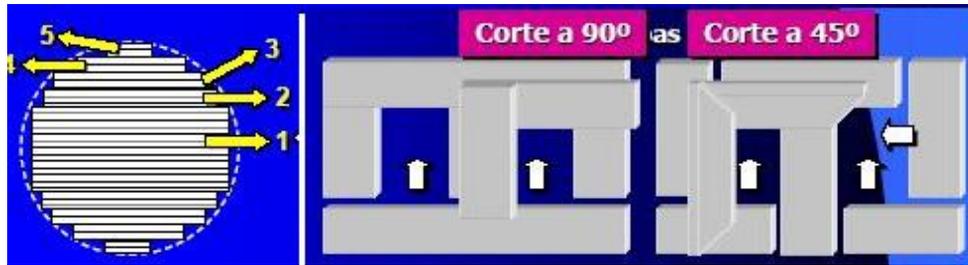


Figura 4. Tipos de corte para lámina tipo núcleo o columna (tomado de material docente de la Universidad de Oviedo)

### ***Devanados***

Los devanados están conformados por conductores de Al o Cu, que pueden ser confeccionados con hilos esmaltados en transformadores de baja tensión y potencia, en mayores prestaciones se emplean pletinas rectangulares encintadas con papel impregnado en aceite, el devanado toma forma circular y se aíslan las capas. En los de mayor capacidad se dejan espacios de aire o este es ocupado por aceite para mejorar las condiciones de enfriamiento.

El devanado de baja tensión se dispone más cerca del núcleo (Figura 5) y debe estar protegido en dirección axial y radial contra los esfuerzos electrodinámicos producto de los cortocircuitos.

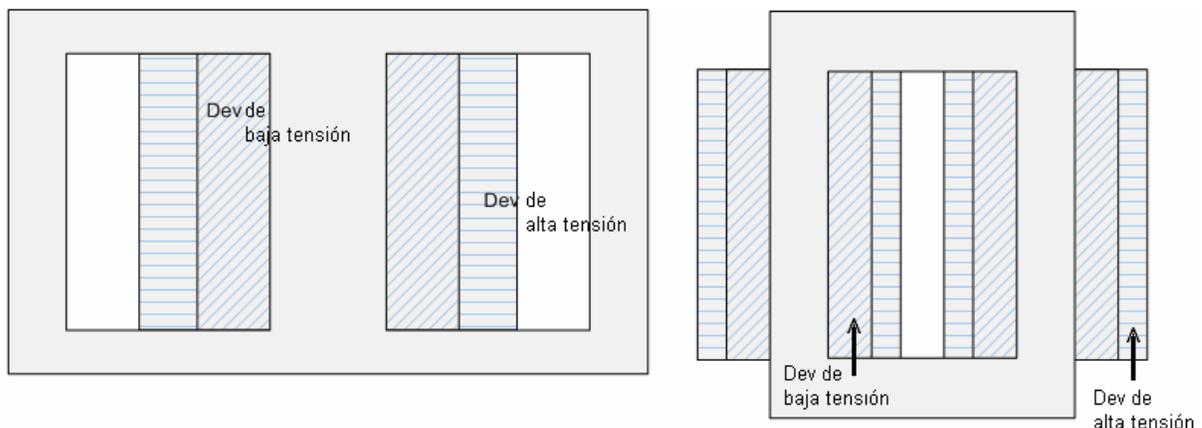


Figura 5. Esquema de estructura acorazada y de columna, con devanados concéntricos

El devanado de alta tensión se realiza en una o más bobinas por fase, en dependencia de la potencia y tensión, en su diseño y montaje debe buscarse que soporte las sobretensiones de choque. En ellos deben preverse la tomas o el *tap* para variar la regulación del voltaje. En las columnas que forman las bobinas, deben introducirse separadores axiales o radiales para mejorar la circulación del refrigerante, garantizando mejor transferencia de calor, aumento del aislamiento y máxima seguridad.

Los devanados del transformador pueden ser clasificados de acuerdo a:

- Número de devanados: un devanado, dos devanados o múltiples devanados.
- Disposición entre los devanados: concéntricos y alternados (Ver Figuras 5 y 6).
- Forma del devanado: disco, sección y barril (Ver Figura 7).

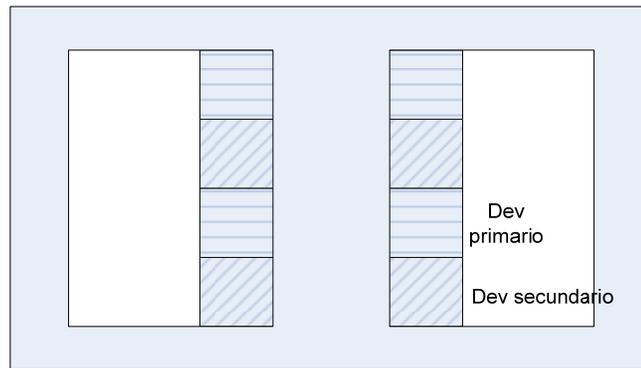


Figura 6. Devanados alternados en estructura acorazada



Figura 7. Forma del devanado: Barril, Sección y Disco (tomado de material docente de la Universidad de Oviedo)

### *Accesorios y aditamentos en el transformador*

El transformador, además de las dos partes esenciales descritas anteriormente, tiene un conjunto de elementos que posibilitan su correcto funcionamiento. Para una mejor comprensión de estos, en la figura 8 se presenta un diagrama representativo de un transformador.

En dependencia del tipo de transformador, puede que posea aditamentos particulares, en este caso se toma una representación con aditamentos básicos y algunos particulares.

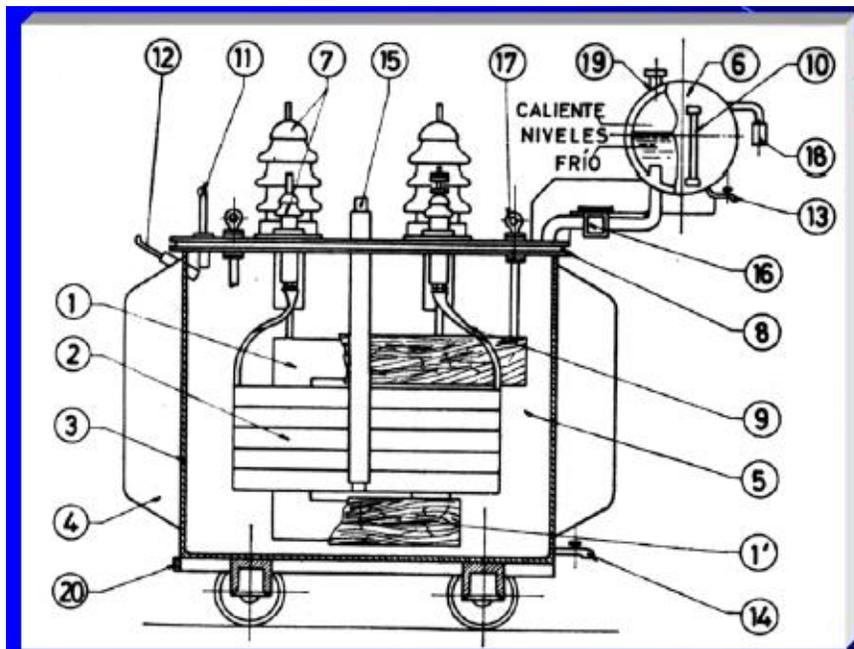


Figura 8. Esquema representativo de un transformador

Las partes y accesorios del transformador de la Figura 8 se nombran según la numeración del esquema.

- |                            |                                     |
|----------------------------|-------------------------------------|
| 1. Núcleo ferromagnético   | 10. Indicador de nivel de aceite    |
| 1'. Prensa culata          | 11 y 12. Termómetros                |
| 2. Devanados               | 13 y 14. Llaves o grifos de vaciado |
| 3. Tanque o cuba           | 15. Cambia <i>tap</i>               |
| 4. Aletas de refrigeración | 16. Relé Bucholtz                   |
| 5. Aceite                  | 17. Argollas de transportación      |

6. Depósito de expansión  
7. Aisladores de BT y AT  
8. Junta  
9. Conexiones

18. Desecador de aire  
19. Tapón de llenado  
20. Puesta a tierra

### ***Datos generales de transformadores de distribución españoles***

– Transformadores aislados con aceite mineral o silicona

Pueden ser transformadores o autotransformadores, trifásicos, monofásicos o en bancos. De potencia de 10 a 5 000 kVA, serie de aislamiento de 1,1 a 52 kV. Normas de fabricación y pruebas UNE, CEI, VDE, DIN, RU.

– Transformadores encapsulados en resina

Pueden ser trifásicos o monofásicos, refrigeración natural o forzada, para instalaciones interiores, pueden poseer adicionalmente caja exterior. De potencia de 100 a 2 000 kVA, serie de aislamiento de 1,1 a 36 kV. Clase de aislamiento B, F y H. Se le puede incorporar protección térmica para sobrecarga. Normas de fabricación y pruebas UNE, CEI, VDE, DIN, RU.

– Transformadores aislados con barniz

Impregnados en barniz dieléctrico bajo vacío. Pueden ser trifásicos o monofásicos, refrigeración natural o forzada, para instalaciones interiores, pueden poseer adicionalmente caja exterior. De potencia de 100 a 2 000 kVA, serie de aislamiento de 1,1 a 36 kV. Clase de aislamiento B, F y H. Se le puede incorporar protección térmica para sobrecarga. Normas de fabricación y pruebas UNE, CEI, VDE, DIN, RU.

### ***Datos para solicitar un transformador***

Cuando se necesita adquirir un transformador, es muy importante precisar un conjunto de datos que contribuyen a una adquisición adecuada a los requerimientos necesarios, según sea el caso.

Entre los datos a especificar, están los siguientes:

- Potencia o capacidad
- Tensión o voltaje de primario y secundario
- Frecuencia
- Fases
- Porcentaje de regulación de voltaje
- % Impedancia
- Grupo de conexión
- Clase térmica de aislamiento
- Temperatura máxima de ambiente (Si es mayor de 40 °C)
- Altitud (Si es mayor de 1 000 m)
- Grado de protección
- Disposición de los bornes (superior o inferior)
- Accesorios adicionales

### I.3 Principio de operación

El transformador, como máquina eléctrica, se encarga de transformar la energía, en este caso la energía eléctrica, en cuanto a las magnitudes de los voltajes y las corrientes (Ver Figura 9). Para ello requiere de dos elementos básicos: el núcleo y los devanados.

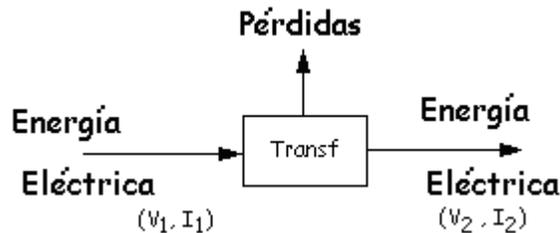


Figura 9. Transferencia de energía en el transformador

El transformador es el dispositivo encargado de adecuar las magnitudes de los voltajes y, por tanto, la corriente a lo largo del sistema electroenergético para lograr minimizar las caídas de voltajes y las pérdidas en la línea permitiendo una mayor calidad en el suministro de energía eléctrica.

Un ejemplo de cómo se pueden encontrar estos en un sistema electroenergético se muestra en la Figura 10.

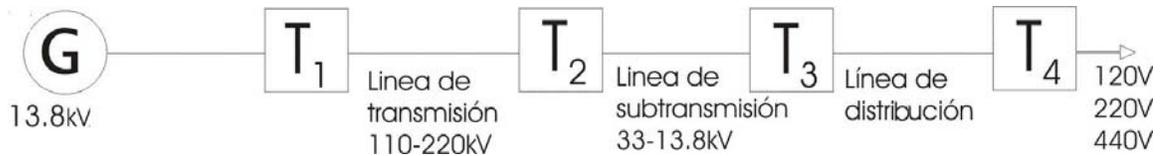


Figura 10. Esquema elemental de un sistema electroenergético.

El principio de operación de los transformadores está asociado a la ley de la inducción electromagnética. En toda bobina sometida a un flujo variable se induce una fem, cuya expresión es

$$e = -N \frac{d\phi}{dt}$$

donde:

N - vueltas de la bobina

$\phi$ - flujo magnético (Wb)

Si se dispone de una estructura como la mostrada en la Figura 11, donde se cierra el circuito del devanado 1 a través de una fuente de voltaje, por este circula una corriente con un flujo magnético asociado que induce fem en ambos devanados. Al devanado 1 se le llama primario, que es el devanado que se conecta a la fuente de suministro.

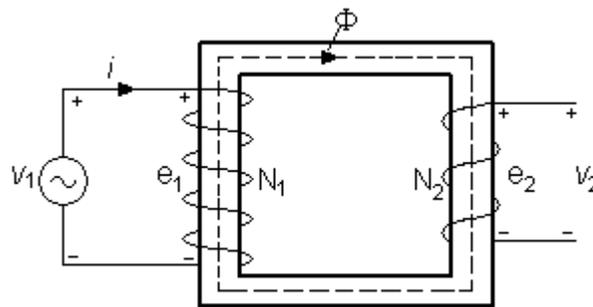


Figura 11. Esquema de un transformador.

Si  $\phi = \phi_m \text{sen} \omega t$  Wb, la fem inducida en el devanado 1 es:  $e_1 = -N_1 \frac{d\phi_m \text{sen} \omega t}{dt} = -N_1 \omega \phi_m \cos \omega t$

V

$$e_1 = N_1 \omega \phi_m \text{sen}(\omega t - 90^\circ) \text{ V.}$$

donde:

$N_1$  - vueltas del devanado 1 o primario,

$\phi_m$  - flujo máximo (Wb)

$\omega$  - frecuencia del sistema de suministro

Puede comprobarse que la fem se atrasa un ángulo de  $90^\circ$  al flujo magnético. El valor eficaz de la

fem inducida es  $E_1 = \frac{N_1 \omega \phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{N_1 2\pi f \phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_1 \phi_m$  V. Cuando el devanado 2 se encuentra en

circuito abierto la corriente por el devanado 1 es muy pequeña y puede establecerse sin prácticamente ningún error la igualdad siguiente:

$$E_1 \approx V_1$$

Si de la expresión de fem inducida se despeja el valor de flujo máximo, pueden fácilmente establecerse las relaciones de dependencia de este

$$\phi_m = \frac{E_1}{4,44 f N_1} = \frac{V_1}{4,44 f N_1}$$

La magnitud del flujo magnético máximo es directamente proporcional al voltaje aplicado e inversamente proporcional al número de vueltas del devanado y a la frecuencia de la fuente de alimentación.

En el devanado 2 ocurre algo similar al devanado 1, como el flujo magnético concatena también con este, en el se inducirá una fem cuya expresión es

$$e_2 = N_2 \omega \phi_m \text{sen}(\omega t - 90^\circ) \text{ y su valor eficaz será } E_2 = 4,44 f N_2 \phi_m$$

siendo:

$N_2$  – vueltas del devanado 2 o secundario

Como las fem  $e_1$  y  $e_2$  son inducidas por el mismo flujo están en fase y difieren en magnitud por la diferencia en el número de vueltas. (Figura 12)

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

donde:

a – relación de transformación

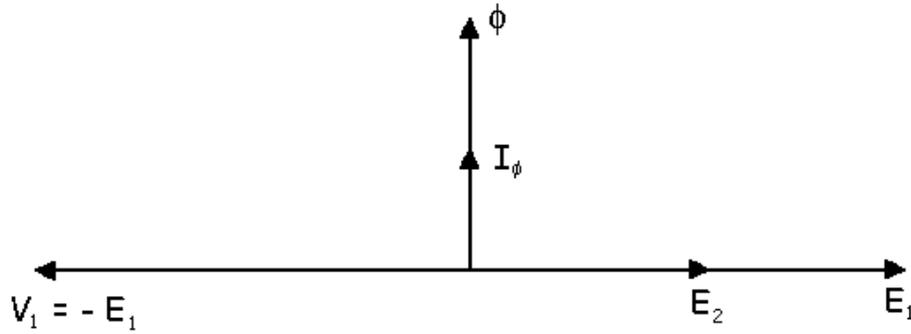


Figura 12. Diagrama fasorial del transformador ideal sin carga

Si el circuito del devanado 2 —llamado secundario porque es donde se conectan las cargas— se cierra a través de una carga resistiva pura, circulará una corriente por este ( $I_2$ ) que tiene asociado un flujo magnético  $\phi_2$  que se opone al flujo asociado al devanado primario, produciéndose en el primario un incremento de la corriente hasta mantener el flujo mutuo (concatena con ambos devanados) constante.

En términos de fuerza magnetomotriz puede afirmarse que el devanado primario desarrolla una fuerza magnetomotriz igual a  $F_1 = N_1 I_1$  y el devanado secundario  $F_2 = -N_2 I_2$ , luego la fuerza magnetomotriz resultante (necesaria para mantener el flujo mutuo constante) será:  $R = F_1 + F_2 = N_1 I_1 - N_2 I_2$  de donde puede encontrarse la expresión general de corriente por el devanado primario:

$$I_1 = \frac{R}{N_1} + \frac{N_2 I_2}{N_1} = I_\phi + \frac{I_2}{a} = I_\phi + I_2'$$

siendo:

$I_\phi$  – corriente necesaria para establecer el flujo magnético.

$I_2'$  – la componente de la corriente de carga que circula por el devanado primario o corriente de carga referida a secundario.

El diagrama fasorial del transformador ideal con carga resistiva pura se presenta en la Figura 13.

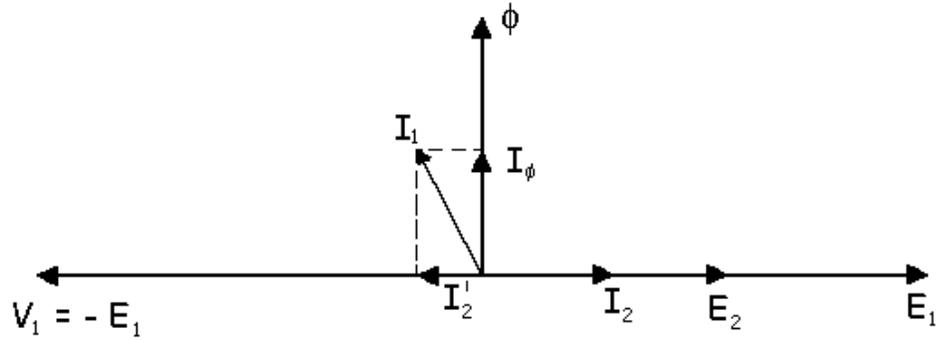


Figura 13. Diagrama fasorial del transformador ideal con carga resistiva pura

Sin embargo, existe cierta cantidad de líneas de flujo magnético que parte de su trayectoria es por el aire, por lo que varían linealmente con la corriente, denominado flujo disperso. Este representa del 1 al 7 % del flujo total e induce fem en los devanados proporcional a la corriente e igualmente está atrasada  $90^\circ$  a ella, tal que puede ser considerada como el efecto en una inductancia de dispersión para ambos devanados. De ahí que la fem inducida, en el devanado primario, debido al flujo disperso, será  $e_{11} = -N_1 \frac{d\phi_{11}}{dt} = -L_{11} \frac{di_1}{dt}$  donde  $\phi_{11}$  es el flujo disperso que concatena con el devanado primario.

Si se toman en cuenta ambos flujos magnéticos, se tiene:

$$e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} - N_1 \frac{d\phi_{11}}{dt} = e_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt}$$

Por tanto, en el circuito del primario entonces se cumple la ecuación de voltaje siguiente:

$$v_1 = e_1 + L_{11} \frac{di_1}{dt}$$

En virtud de semejantes fenómenos, se puede plantear en el circuito del secundario

$$e_2 = v_2 + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Si se considera además la resistencia propia de los devanados, puede afirmarse que las ecuaciones de voltaje por primario y secundario del transformador son:

$$V_1 = E_1 + I_1(R_1 + jX_1)$$

$$E_2 = V_2 + I_2(R_2 + jX_2)$$

#### **I.4 Corriente de excitación**

El flujo magnético mutuo que concatena con ambos devanados del transformador, requiere una fuerza magnetomotriz (fmm), la cual se mantiene aproximadamente constante y determina el valor de la corriente de magnetización.

Por otra parte, en el circuito magnético ocurren pérdidas por corrientes parásitas e histéresis, lo cual implica el consumo de cierta cantidad de potencia activa, igual a las pérdidas magnéticas.

De ahí que la corriente de excitación del transformador tenga dos componentes: la corriente de magnetización ( $I_\phi$ ), encargada de establecer el flujo magnético y la corriente de pérdidas de núcleo o magnéticas ( $I_{h+e}$ ).

El valor eficaz de la corriente de excitación puede determinarse mediante la expresión siguiente:

$$I_{exc} = I_\phi + I_{h+e}$$

También puede evaluarse modularmente como  $I_{exc} = \sqrt{I_\phi^2 + I_{h+e}^2}$ , pues las componentes de ella están en cuadratura de fase.

- ***Corriente de magnetización***

El flujo magnético mutuo que concatena con ambos devanados del transformador y que está asociado a la corriente de magnetización, depende directamente del voltaje aplicado por la fuente de suministro. Como el voltaje de suministro es sinusoidal el flujo magnético también lo será, pero dadas las características magnéticas y el fenómeno de la saturación la corriente de magnetización será no sinusoidal. En la Figura 14 puede constatarse la relación existente entre el flujo magnético y la corriente de magnetización, en una estructura ferromagnética dada.

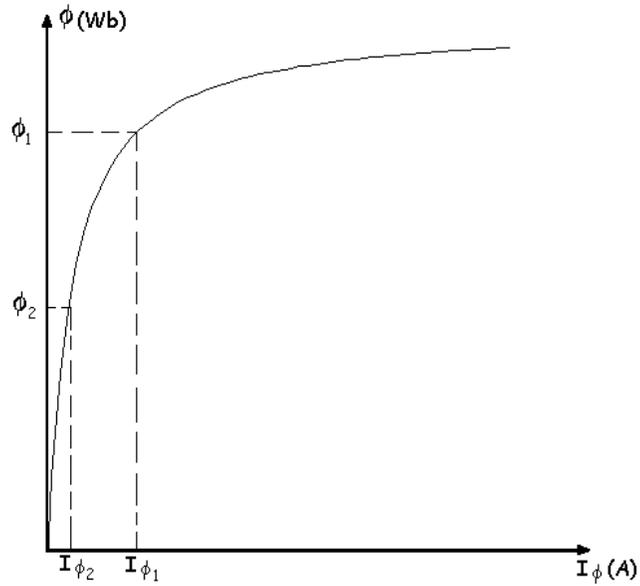


Figura 14. Característica de magnetización de un transformador

Si la operación del transformador se corresponde con el valor máximo de flujo magnético denotado con subíndice 1 en la Figura 14, la corriente de magnetización será distorsionada, tal como se puede observar en la Figura 15, debido al fenómeno de la saturación.

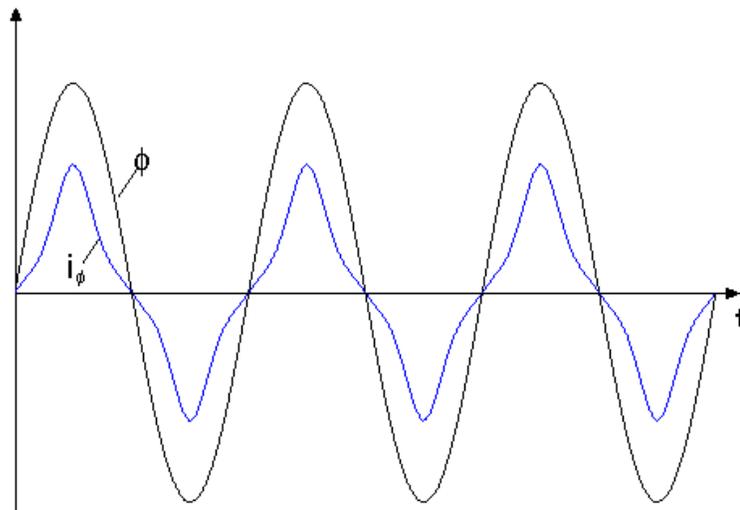


Figura 15. Corriente de magnetización ( $i_\phi$ ) versus tiempo, considerando saturación

Si se considera el fenómeno de la histéresis y la saturación, la onda de la corriente de magnetización se adelanta ligeramente al flujo magnético, tal como puede observarse en la Figura 16.

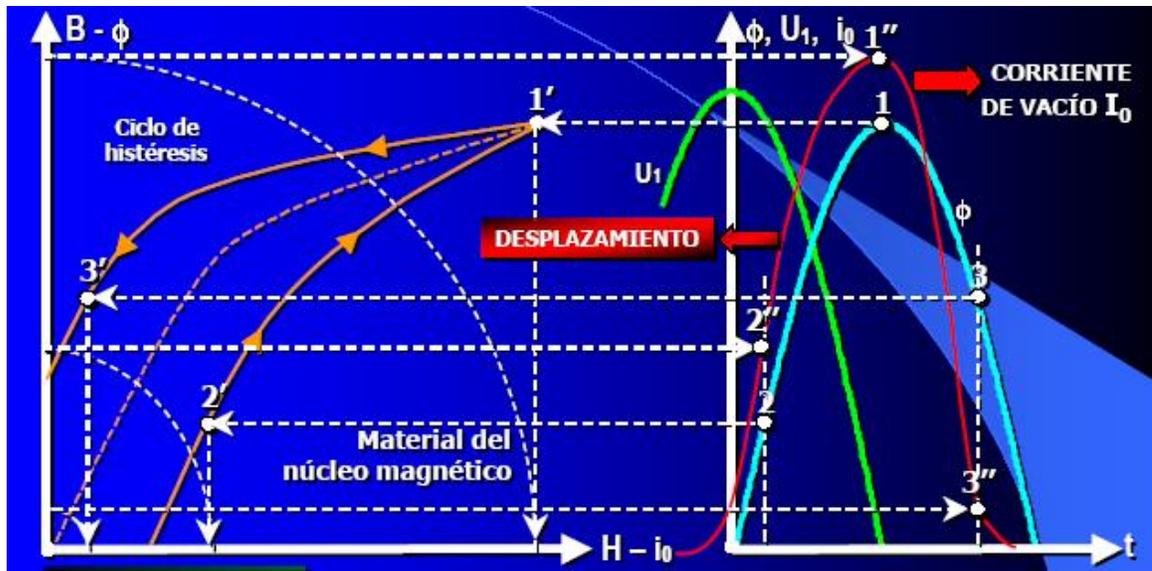


Figura 16. Incidencia de la histéresis en la corriente de magnetización (tomado de material docente de la Universidad de Oviedo)

Si se opera en el punto 2 de la característica de la Figura 14, que está en la zona lineal de la característica de magnetización, la corriente de magnetización será sinusoidal, tal como aparece en la Figura 17.

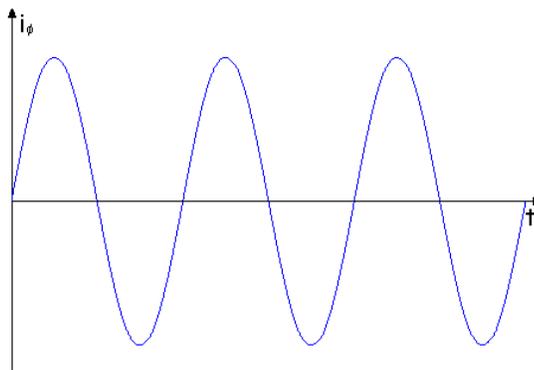


Figura 17. Corriente de magnetización ( $i_\phi$ ) versus tiempo, en la zona lineal de la característica de magnetización.

- **Corriente de pérdidas de núcleo**

Esta componente está asociada a las pérdidas de núcleo que ocurren en el transformador, luego está en fase con la fem inducida por el devanado primario y es sinusoidal, tal como puede observarse en la Figura 18 (en color verde).

La forma de onda de la corriente de excitación dependerá, en gran medida, de la forma de onda de la corriente de magnetización. En la Figura 18

puede apreciarse la forma de onda de la corriente de excitación y sus componentes. En este caso, la corriente de excitación es distorsionada, esta distorsión se incrementará en la medida que el nivel de saturación del circuito magnético se incremente.

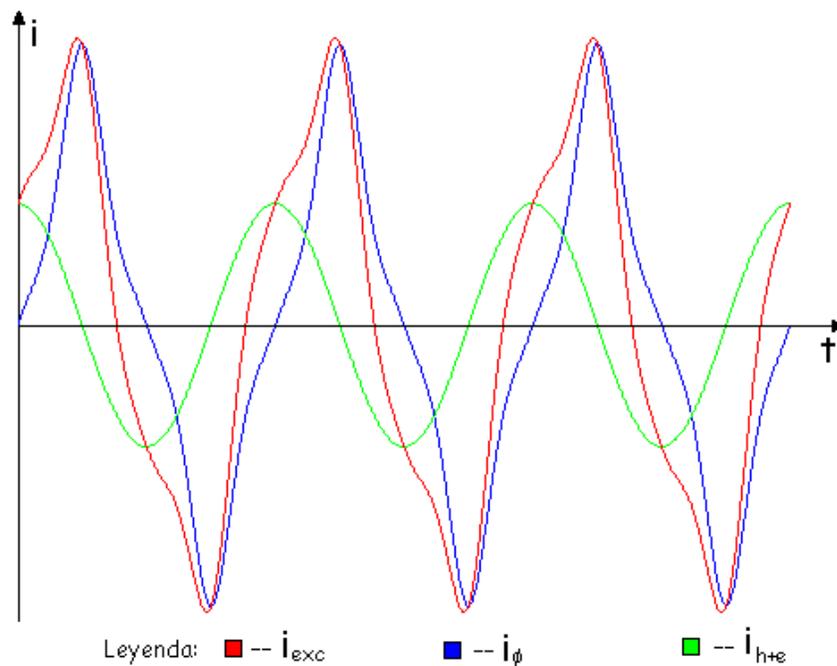


Figura 18. Corriente de excitación y sus componentes versus tiempo.

Los fenómenos asociados al circuito magnético del transformador pueden ser representados circuitualmente con parámetros eléctricos que reflejen la magnitud y desfase que provocan estos fenómenos. Por ello las pérdidas magnéticas se representan como pérdidas de potencia a través de una resistencia ( $R_c$ ) y la corriente de magnetización, como la corriente que circula por una reactancia inductiva ( $X_m$ ), como puede observarse en la Figura 19.

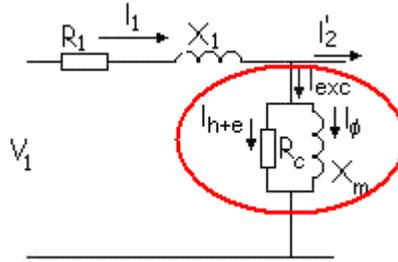


Figura 19. Representación circuital de los fenómenos asociados al circuito magnético del transformador.

### I.5 Datos nominales y de chapa

Los datos nominales del transformador son los que aparecen en su chapa e informan los niveles de carga y voltaje para los que su operación es satisfactoria, estos valores se establecen en la etapa de diseño y se validan en el proceso de fabricación.

Los datos nominales en un transformador son: la potencia aparente, expresada en kVA o MVA, los voltajes de vacío de alta y de baja, las corrientes por alta y por baja, la frecuencia de operación, el voltaje de cortocircuito o porcentaje de impedancia, temperatura de operación, los niveles de voltaje del cambiador de derivaciones.

También en la chapa aparece otro conjunto de datos que son de gran importancia como el número de fases (monofásico o trifásico), los esquemas de conexiones, en el caso del transformador trifásico aparece también la conexión por primario y por secundario, la polaridad, el tipo de dispositivo (transformador, motor, generador), nombre del fabricante, tipo de aislamiento, número de serie, tipo o clase de aceite y cantidad de aceite, peso del equipo. Algunos fabricantes incluyen en la chapa los valores de las pruebas de vacío y de cortocircuito.

### I.6 Clasificación de los transformadores

Los transformadores pueden ser clasificados de diversas maneras en dependencia del parámetro que se tome en consideración.

- Por la fuente de alimentación o suministro pueden ser monofásicos o trifásicos
- Debido a la característica constructiva del núcleo, pueden ser acorazado, de columna o anular.

- Si se consideran los niveles de voltaje y la potencia que transfieren pueden ser de potencia o de distribución ( $V_1 \leq 69\text{kV}$ ), una denominación más genérica para ambos es de fuerza.
- Por su uso se clasifican en: de fuerza e instrumentación.
- Atendiendo al medio exterior que rodea al núcleo y devanados en: transformadores secos (barniz o encapsulados en resina epóxica) o sumergidos en aceite mineral o de silicona (ONAN). La silicona brinda extrema seguridad contra incendios por tener una difícil combustión y ser autoextinguible.
- Si se tiene en cuenta la conexión eléctrica entre devanados puede ser autotransformador o transformador.
- Atendiendo al aislamiento utilizado: barniz, encapsulado en resina o silicona y aceite.
- Por el método de enfriamiento en: natural y forzada (soplados con aire, serpentines con circulación de agua, refrigerados por nitrógeno, etc.).
- Si se considera el lugar de instalación: tipo caseta o poste.

En el caso de los transformadores trifásicos se identifican principalmente diferentes tipos de conexiones. Estas son:

- Conexión estrella-estrella (Y-Y). En esta conexión tanto los devanados primarios como los secundarios se conectan en estrella, y habitualmente deben ser aterrados por primario y secundario. Una versión de esta conexión es la conexión con devanado terciario, que en esencia es un transformador con dos devanados secundarios, uno conectado en estrella y otro conectado en triángulo o delta (Y- $\Delta$ Y)
- Conexión estrella-delta. Esta conexión puede realizarse con el neutro de la estrella aterrado o no.
- Conexión delta – estrella. Este tipo de conexión casi siempre lleva aterrada la estrella.
- Conexión delta-delta. Esta conexión no es frecuentemente utilizada.

## **I.7 Modelación circuital y matemática del transformador**

El transformador como máquina eléctrica puede ser representado por dos circuitos, uno para el devanado primario y otro para el devanado secundario (Figura 20). Esta representación tiene el inconveniente de que para realizar los cálculos se tienen que utilizar los dos circuitos.

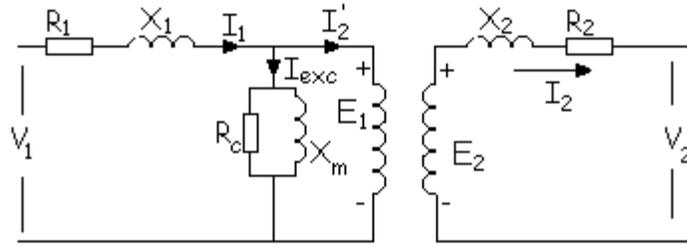


Figura 20. Circuitos representativos del primario y secundario del transformador.

Para el análisis del comportamiento de los transformadores se utiliza un modelo circuital llamado circuito equivalente, que permite representar en un solo circuito eléctrico todos los procesos que ocurren en el transformador, a pesar de no existir conexión eléctrica entre los devanados. En la Figura 21 se muestra el circuito equivalente exacto del transformador referido a primario.

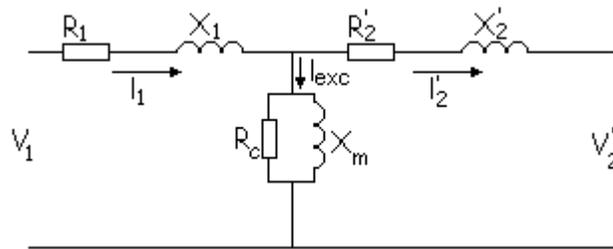


Figura 21. Circuito equivalente exacto del transformador referido a primario.

Las ecuaciones fundamentales son:

$$V_1 = I_1 Z_1 + E_1$$

$$I_1 = I_{exc} + I_2'$$

$$V_2' = E_2' - I_2' Z_2'$$

donde todos los parámetros con supraíndice son referidos al primario, para ello:

$$V_2' = aV_2$$

$$I_2' = \frac{I_2}{a}$$

$$E_2' = aE_2$$

$$R_2' = a^2 R_2$$

$$X_2' = a^2 X_2$$

Como la corriente de excitación ( $I_{exc}$ ) es muy pequeña suele utilizarse el circuito equivalente aproximado, tal como se muestra en la Figura 22.

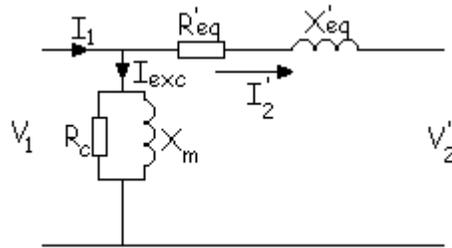


Figura 22. Circuito equivalente aproximado del transformador referido a primario

Donde

$$R'_{eq} = R_1 + R'_2$$

$$X'_{eq} = X_1 + X'_2$$

Para cálculos más sencillos puede hacerse uso del circuito equivalente simplificado donde se desprecia la corriente de excitación ( $I_{exc}$ ), tal como se presenta en la Figura 23.

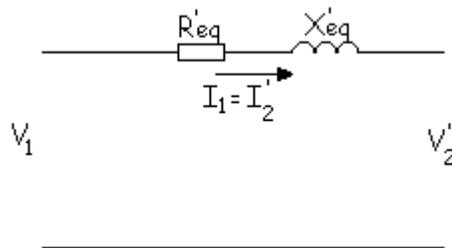


Figura 23. Circuito equivalente simplificado del transformador referido a primario

## 1.8 Regulación de voltaje en transformadores

Cuando la carga del transformador cambia, produce una variación del voltaje en esta, debido a la caída de voltaje en la impedancia de dispersión del transformador. Esa variación se calcula por la expresión siguiente:

$$\Delta V = \frac{(V_{2sc} - V_{2cc})}{V_{2cc}} \cdot 100 \quad \left. \vphantom{\frac{(V_{2sc} - V_{2cc})}{V_{2cc}} \cdot 100} \right]_{V_1 - \text{constante}}$$

donde:

$V_{2sc}$ - voltaje en el secundario en vacío,

$V_{2cc}$ - voltaje en el secundario con carga

La variación del voltaje con la carga se conoce con el nombre de regulación e indica en cuánto varía el voltaje en los terminales de la carga respecto al voltaje sin carga, expresado en porcentaje del voltaje en la carga También puede expresarse en por unidad.

Si se utiliza el circuito equivalente aproximado referido a secundario (Figura 24) donde  $V_1'' = \frac{V_1}{a}$

y  $V_1'' = V_2 + I_2 Z_{eq}''$ , la expresión para obtener el porcentaje de regulación tendría los parámetros siguientes:

$$\Delta V = \left. \frac{(V_1'' - V_2)}{V_2} \cdot 100 \right]_{V_1'' \text{ - constante}} \quad \text{donde } V_1'' \text{ - voltaje por secundario en vacío o sin carga y } V_2 \text{- el}$$

voltaje por secundario con carga

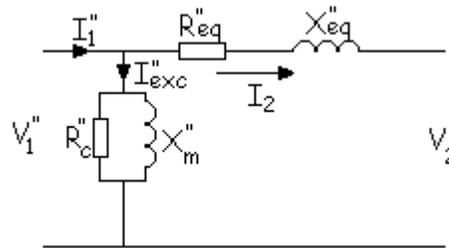


Figura 24. Circuito equivalente aproximado referido a secundario

La variación del voltaje en el secundario del transformador, desde el estado sin carga a un estado con carga, depende de magnitud fasorial  $I_2 Z_{eq}''$ , por tanto el factor de potencia de la carga, que es el ángulo de la corriente por secundario o de carga, incidirá sobre la regulación de voltaje por secundario. Para analizar cómo se manifiesta esa incidencia, se presentan casos con factor de potencia diferentes, a partir de la suposición que el voltaje por secundario ( $V_2$ ) y la corriente por secundario ( $I_2$ ) o de carga permanecen constantes para todos los casos. El análisis se hace a partir del diagrama fasorial.

### **Carga R-L (resistiva-inductiva)**

Si el transformador abastece una carga con factor de potencia inductivo, del diagrama fasorial que representa dicho estado de carga (Figura 25), se observa que el voltaje de primario referido a

secundario es mayor que el voltaje con carga por secundario ( $V_1'' > V_2$ ) y el porcentaje de regulación de voltaje es mayor que cero y positivo.

En los diagramas fasoriales, aparecen las subidas por resistencia y reactancia exageradamente grandes con el propósito de facilitar la comprensión. En la práctica real estas son muy pequeñas comparadas con el voltaje por la carga.

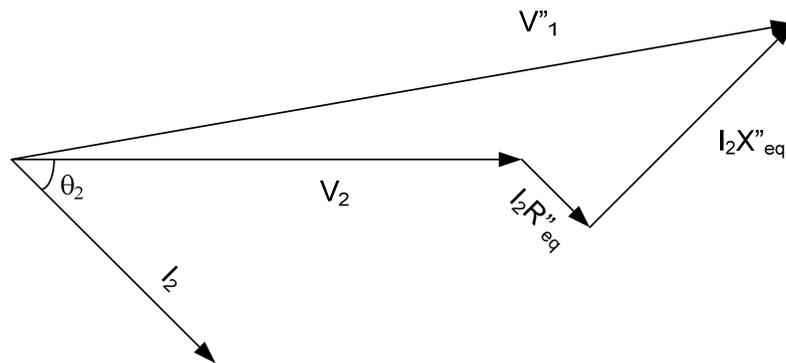


Figura 25. Diagrama fasorial correspondiente al circuito equivalente aproximado para carga R-L.

**Carga R (Resistiva)**

En este caso también se cumple que  $V_1'' > V_2$  (Figura 26), solo que el incremento del voltaje por primario referido a secundario es menor que en el caso de la carga R-L. El porcentaje de regulación de voltaje es mayor que cero.

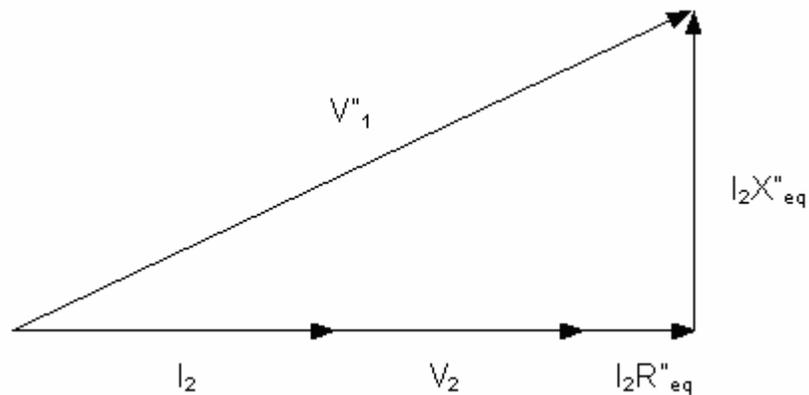


Figura 26. Diagrama fasorial correspondiente al circuito equivalente aproximado para carga R.

**Carga R-C (resistiva-capacitiva)**

Cuando la carga que abastece el transformador es R-C, se observa en la Figura 27 que el voltaje por primario referido a secundario es menor que el voltaje por secundario con carga ( $V_1'' < V_2$ ) y, por tanto, el porcentaje de regulación de voltaje será menor que cero.

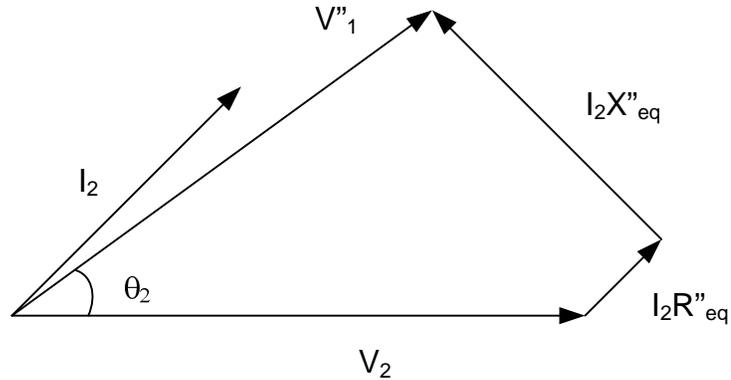


Figura 27. Diagrama fasorial correspondiente al circuito equivalente aproximado para carga R-C.

Las cargas con componente ligeramente capacitiva mejoran la regulación de voltaje. En la Figura 28 se presentan de conjunto los tres casos analizados, esto permite corroborar los argumentos antes expuestos.

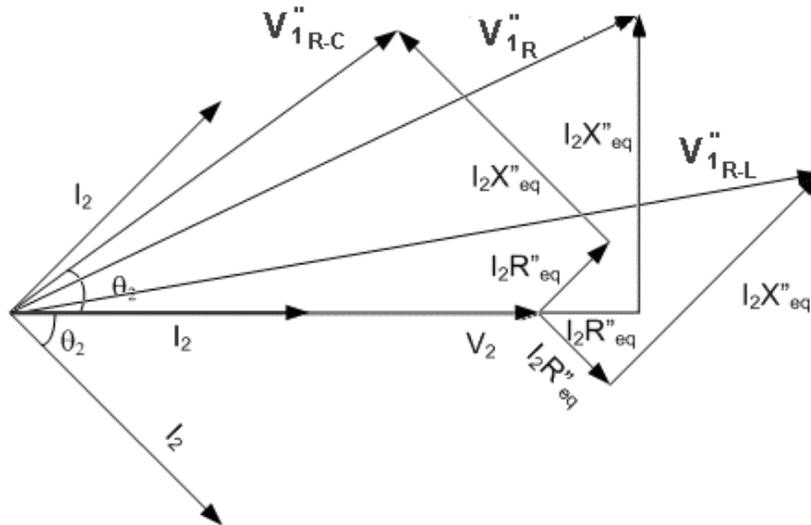


Figura 28. Diagrama fasorial correspondiente al circuito equivalente aproximado para cargas R-C, R y R-L.

En resumen, como se observa en la Figura 28

para igual voltaje y corriente por la carga al variar el factor de potencia de la carga, el voltaje requerido por primario varía, obteniéndose un mayor porcentaje de regulación, para las cargas inductivas y un porcentaje de regulación que puede llegar a ser negativo para las cargas capacitivas.

Como casos extremos se tiene el porcentaje de regulación peor, donde el ángulo del factor de potencia de la carga será igual al ángulo de la impedancia equivalente del transformador. (Figura 29). En este caso, el voltaje por primario referido a secundario es la suma aritmética del voltaje en la carga y la caída por impedancia.

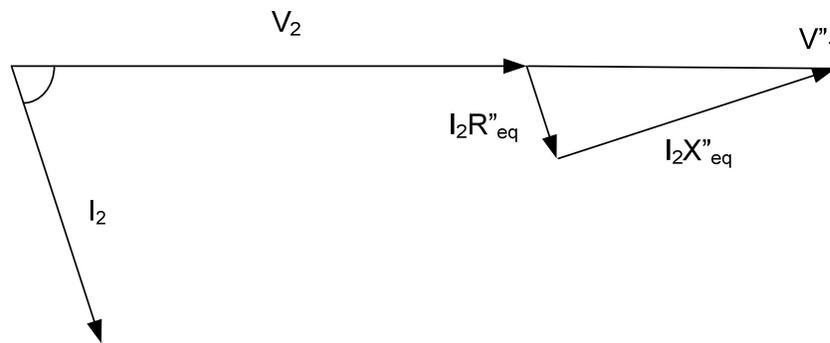


Figura 29. Diagrama fasorial correspondiente al circuito equivalente aproximado para la peor regulación

Otro caso extremo es el correspondiente a la mejor regulación, que se da para cierto valor de factor de potencia capacitivo que provoca que  $V_1'' = V_2$  (Figura 29) y, por tanto, el porcentaje de regulación de voltaje es cero.

Si se toman diferentes valores de voltaje y corriente por la carga para un factor de potencia fijo, puede obtenerse la característica de regulación. En la Figura 30 se muestran características de regulación para distintos factores de potencia; puede, por tanto, observarse que la variación del voltaje en la carga es función de dos variables: la magnitud de la corriente y el factor de potencia de la carga.

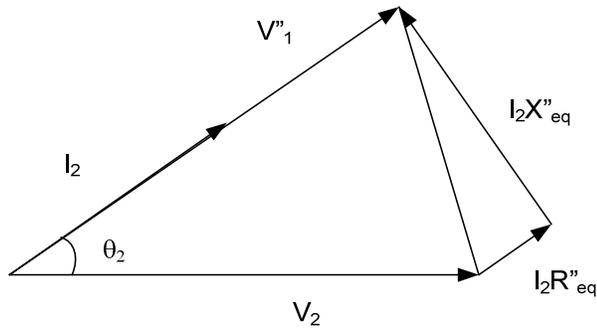


Figura 30. Diagrama fasorial correspondiente al circuito equivalente aproximado para la mejor regulación

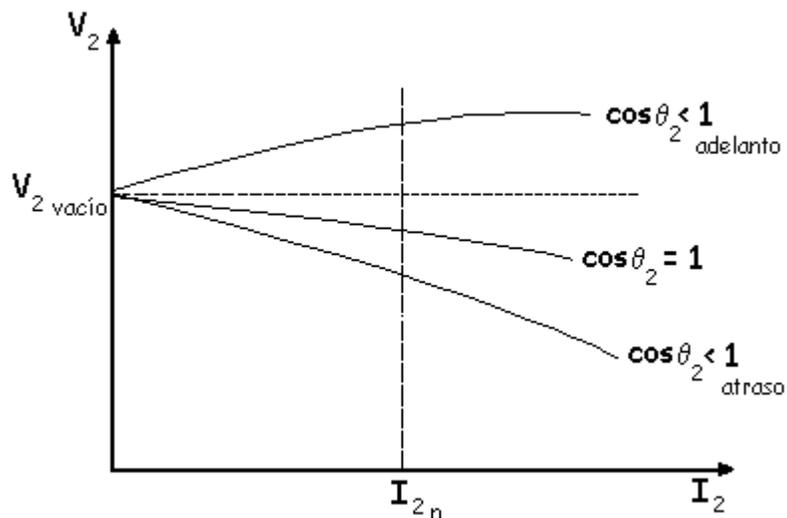


Figura 31. Variación del voltaje en la carga en función de la magnitud de la carga y su factor de potencia

Lo deseable sería un porcentaje de regulación mínimo. Para atenuar, en parte, este hecho y garantizar un suministro de voltaje lo más ajustado a la norma es que se fabrican los transformadores con cambiador de derivaciones.

### I.9. Pérdidas y eficiencia

En los transformadores ocurren diferentes tipos de pérdidas, que hacen que la potencia que se entrega a la carga sea menor que la que consume el transformador. Estas pérdidas en el transformador se clasifican en eléctricas y magnéticas.

Las pérdidas eléctricas o de cobre provocadas por el efecto Joule ocurren en los devanados del transformador y dependen del estado de carga del mismo, o sea, de la corriente que por ellos circula. Por su parte, las pérdidas de núcleo o magnéticas ocurren debido a fenómenos asociados al núcleo ferromagnético.

Las pérdidas en el material magnético son asociadas a dos fenómenos: las corrientes parásitas y la histéresis.

Las corrientes parásitas se producen al variar el flujo en el tiempo pues inducen en el material magnético fem, que se oponen a tal variación. Estas fem tienen diferentes magnitudes en las diferentes zonas de la estructura ferromagnética y hacen circular corriente provocando pérdidas en la resistencia eléctrica que le presenta el material a las mismas. Para reducir este efecto se lamina el material magnético, tal que estas laminaciones coincidan con la dirección del flujo y ellas entre sí se aíslan con una fina película de óxido o barniz. (Ver Figura 32).

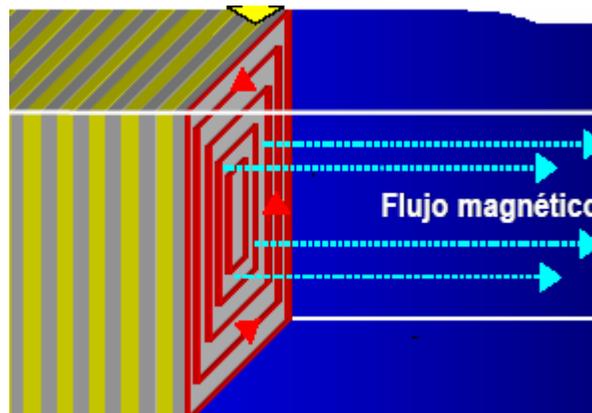


Figura 32. Líneas de flujo magnético respecto a las láminas (tomado de material docente de la Universidad de Oviedo)

Las pérdidas por corrientes parásitas ( $P_e$ ) dependen de:

- el volumen o peso del material magnético,
- el cuadrado del ancho de la laminación ( $t^2$ ),
- el valor máximo de la densidad de flujo (cuando el flujo varía sinusoidalmente),
- la conductividad eléctrica del material magnético,
- la frecuencia al cuadrado.

La expresión analítica para evaluar dichas pérdidas es la siguiente:

$$P_e = (\text{volumen})(K_e f^2 t^2 B_{\max}^2)$$

La histéresis surge por un fenómeno no lineal que se da en un material magnético tal que la respuesta a un campo actuante en una dirección es diferente cuando la dirección del campo se invierte (Figura 33). Al aplicar un campo externo sobre el material los dipolos de este se alinean en la dirección del campo actuante, al dejar de existir este algunos dominios permanecen alineados y cuando de nuevo se le aplica el campo el comportamiento será diferente, por tanto, la respuesta del material depende de la intensidad del campo actuante sobre el material y de la historia de este. Para reorientar estos dominios se requiere de energía externa que primeramente se la dio el campo externo actuante.

El material magnético de las máquinas eléctricas y transformadores, está sometido a un flujo que varía sinusoidalmente en el tiempo, por lo cual frente a la variación cíclica del campo, los dipolos consumen energía para su reorientación se producen las pérdidas por histéresis. El área encerrada en el lazo de histéresis, cuando se le aplica una excitación de C.A., es directamente proporcional a las pérdidas de energía por unidad de volumen en un ciclo. Luego, a menor área del lazo, menores serán las pérdidas por histéresis.

Por tanto, las pérdidas por histéresis dependen de:

- Volumen del núcleo,
- Frecuencia,
- Inducción magnética a un exponente  $x$ ,
- $x$  exponente de *Steinmetz* ligeramente menor de 2.

La expresión que permite su determinación es la siguiente:

$$P_h = \text{Volumen} \cdot \gamma \cdot f \cdot B_{\max}^x \quad \text{Watt}$$

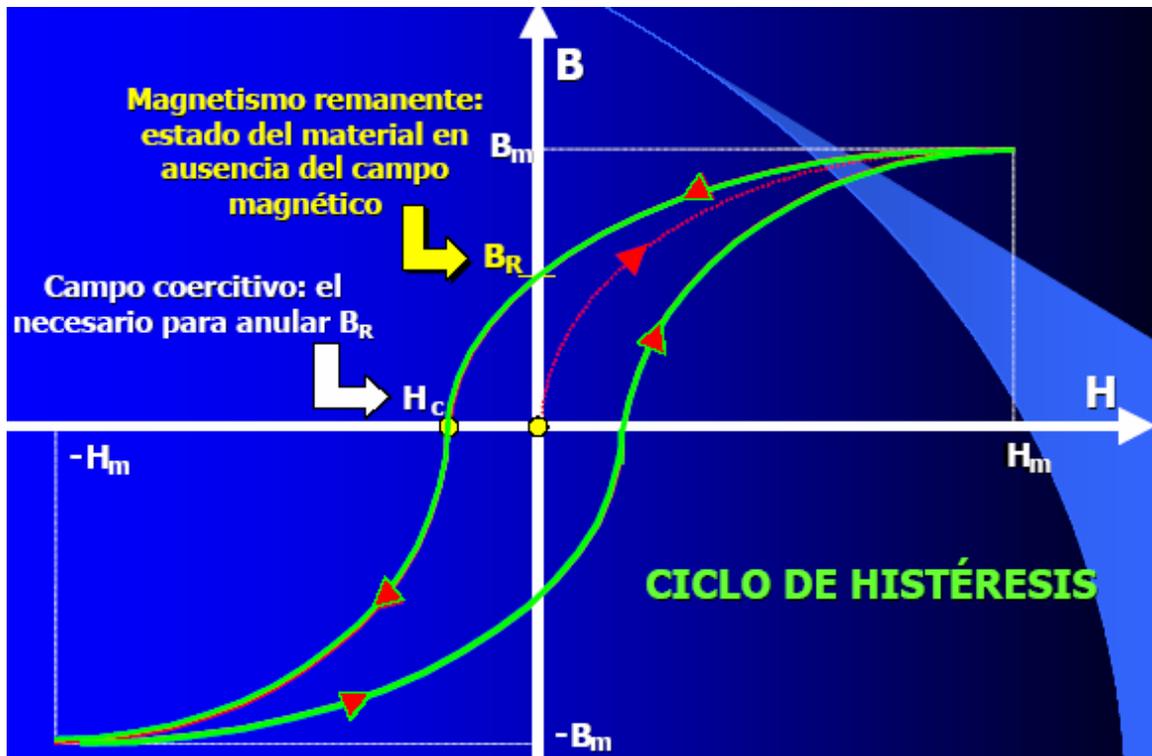


Figura 33. Característica de B versus H (tomado de material docente de la Universidad de Oviedo)

Del análisis realizado sobre las pérdidas magnéticas, se observa la dependencia tanto del volumen, como de la inducción magnética y la frecuencia.

Mientras menor sea la inducción remanente y más estrecho el lazo histéresico, menores serán las pérdidas, siendo  $x < 2$

Las pérdidas magnéticas serán entonces:

$$P_{h+e} = P_e + P_h$$

Si se supone que el coeficiente  $x = 2$ , entonces  $P_{h+e} \propto B_{\max}^2$ , pero  $B_{\max} \propto \phi_{\max} \propto E_1 \propto V_1$ , luego

$P_{h+e} \propto V_1^2$  para el caso que la frecuencia sea constante. En resumen, las pérdidas magnéticas dependen del cuadrado del voltaje aplicado al transformador.

### ***Balance de potencia***

En todo equipo o proceso, etc., se cumple la ley de conservación de la energía. Para el caso del transformador se tiene:

$$P_1 = P_2 + P_{erd}$$

$$P_{erd} = P_{cu} + P_{h+e}$$

$$P_{cu} = I_1^2 \times R_1 + I_2^2 \times R_2$$

$$P_{h+e} = I_{h+e}^2 \times R_c$$

Donde:

$P_1$ — potencia consumida por el transformador (W)

$P_2$ — potencia entregada a la carga (W)

$R_1, R_2$ — resistencia de los devanados primario y secundario, respectivamente.

$I_1, I_2$ — corriente por los devanados primario y secundario, respectivamente.

Si se considera el circuito equivalente aproximado referido a primario (Figura 21), el balance de potencia puede expresarse como:

$$P_1 = P_2 + P_{erd} = (V_2') I_2' \cos \theta_2 + I_2'^2 R'_{eq} + P_{h+e}$$

Si es referido a secundario este es:

$$P_1 = P_2 + P_{erd} = (V_2) I_2 \cos \theta_2 + I_2^2 R''_{eq} + P_{h+e}$$

Muy asociado a las pérdidas y el balance de potencia, está el concepto de eficiencia, que es un indicador energético que informa cómo se comporta el transformador.

### ***Eficiencia***

La eficiencia no es más que la relación de la potencia entregada a la carga respecto a la que consume el transformador, expresada en por ciento.

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} \times 100 = \frac{P_1}{P_2} \times 100\%$$

También puede expresarse como función de los parámetros del circuito equivalente aproximado del transformador, como se muestra a continuación; en este caso referido a secundario.

$$\eta = \frac{V_2 I_2 \cos \theta_2}{V_2 I_2 \cos \theta_2 + I_2^2 R_{eq}'' + P_{h+e}}$$

Los transformadores son dispositivos de alta eficiencia, respecto a las máquinas eléctricas rotatorias.

### ***Eficiencia Máxima***

Si se deriva la expresión matemática de la eficiencia y se iguala a cero ( $\frac{d\eta}{dI_2} = 0$ ), se obtiene la igualdad  $I_2^2 R_{eq}'' = P_{h+e}$ . Dicha igualdad expresa la condición que las pérdidas eléctricas son iguales a las magnéticas, bajo estas condiciones el transformador opera a máxima eficiencia.

Si el miembro derecho de la igualdad se multiplica y divide por  $I_{2n}^2$  y se despeja  $I_2$  se obtiene la expresión general para el estado de carga para máxima eficiencia

$$I_{2\eta \max} = \sqrt{\frac{P_{h+e}}{R_{eq}''}} = I_{2n} \sqrt{\frac{P_{h+e}}{P_{cun}}}$$

Al multiplicar ambos miembros de la ecuación por el factor  $\frac{V_2}{1000}$ , se obtiene dicha expresión en términos de kVA

$$I_{2\eta \max} \times \frac{V_2}{1000} = I_{2n} \times \frac{V_2}{1000} \sqrt{\frac{P_{h+e}}{P_{cun}}}$$

$$(kVA)_{\eta \max} = (kVA)_n \sqrt{\frac{P_{h+e}}{P_{cun}}}$$

La variación de la eficiencia con la carga, para un factor de potencia constante puede observarse en la Figura 34. En dicha figura se diferencian tres zonas, en la primera existe un incremento brusco de la eficiencia a medida que se incrementa la corriente; en la segunda, el incremento de la eficiencia con la carga es menor hasta llegar a eficiencia máxima; y, en la tercera, la eficiencia comienza a disminuir muy poco con el incremento de la carga.

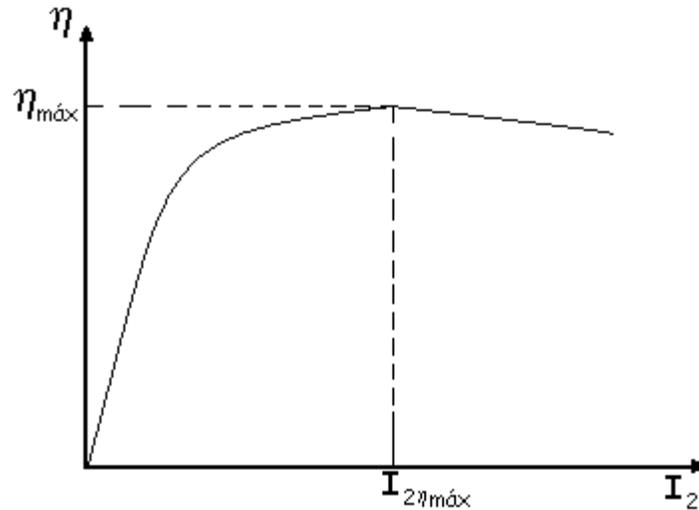


Figura 34. Característica de eficiencia versus corriente de carga para factor de potencia constante. Diseñar transformadores para que en condiciones nominales la corriente por el secundario sea mayor que la  $I_{2\eta_{\text{máx}}}$ , resulta beneficioso para cargas variables.

Para analizar con relativa facilidad cómo varía la eficiencia con el factor de potencia de la carga, debe trabajarse algebraicamente la expresión general de eficiencia para el circuito equivalente aproximado. Si divide y multiplica el término de la derecha por  $\cos \theta_2$  se obtiene la ecuación siguiente:

$$\eta = \frac{V_2 I_2}{V_2 I_2 + \frac{I_2^2 R_{eq}'' + P_{h+e}}{\cos \theta_2}}$$

También puede ser expresada en términos de kVA de salida

$$\eta = \frac{kVA}{kVA + \frac{I_2^2 R_{eq}'' + P_{h+e}}{1000 \cdot \cos \theta_2}}$$

Para  $V_2$  e  $I_2$ , constantes cuando el  $\cos \theta_2$  sea unitario, el cociente  $\frac{I_2^2 R_{eq}'' + P_{h+e}}{\cos \theta_2}$  tiene su mínimo valor y, por tanto, el valor de la eficiencia será el mayor posible, para iguales valores de  $I_2$  o de kVA, si  $\cos \theta_2 < 1$ , para iguales valores de  $I_2$  la eficiencia baja. En la Figura 35 se muestran dos características de eficiencia con factor de potencia diferentes.

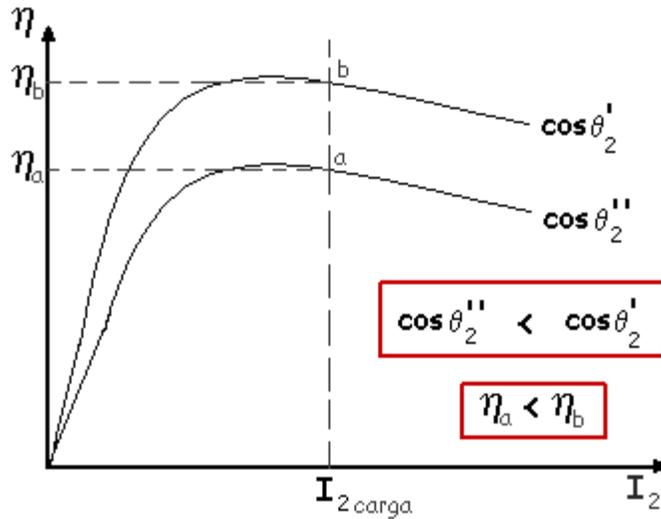


Figura 35. Variación de la eficiencia con el factor de potencia y con la carga.

### I.10 Pruebas o ensayos a transformadores

Los ensayos o pruebas eléctricas más comunes que se efectúan a transformadores, conocidos como de rutina, son:

- **Relación de transformación**

Consiste en medir la relación de transformación (a) de los devanados para los diferentes *taps* o topes. Este ensayo puede efectuarse con un medidor de relación de transformación, identificado habitualmente como TTR (*Transformers Turns Ratio*) o aplicando una tensión alterna reducida al primario y midiendo la tensión del secundario.

Por ejemplo, si se utiliza el TTR, con una tolerancia de 0,5 %, para comprobar la relación de transformación de un transformador de 7620/120-240 V, y se chequea para su 100 % tomando como voltaje por secundario 240 V en su 100 %. Si la medición del TTR está entre 31,591 y 31,908 puede afirmarse que la relación de transformación es adecuada. Por cálculos numéricos la relación de transformación da 31,75.

Mediante el método de prueba con bajo voltaje, se procede a alimentar el lado de alta tensión con un voltaje reducido no mayor de 130 V y mediante un voltímetro por el lado de baja se determina

el voltaje inducido por secundario, tal como se muestra en la Figura 35. El amperímetro puesto por alta puede ayudar a evaluar si hay falla en el núcleo o en el enrollado del mismo, si no hay dificultades la corriente debe ser muy pequeña, casi imperceptible.

Por ejemplo si en el transformador del ejemplo anterior que es de 7620/120-240 V, y que en el 100 % la relación de transformación es 31,75, si se alimenta con 130 V el lado de alta, el voltímetro por secundario debe leer 4,09 V. (Ver Figura 36).

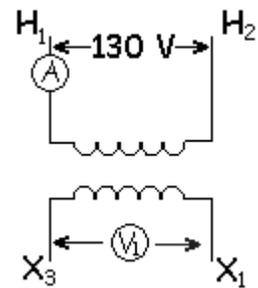


Figura 36.

De manera similar se procede con las demás derivaciones.

- **Ensayo o prueba de vacío (circuito abierto)**

Se realiza aplicándole voltaje al devanado de baja o secundario, para ello se incrementa desde cero hasta su voltaje nominal manteniendo abierto el devanado primario, se toman las lecturas del amperímetro y watímetro, tal como se muestra en el esquema de la Figura 37.

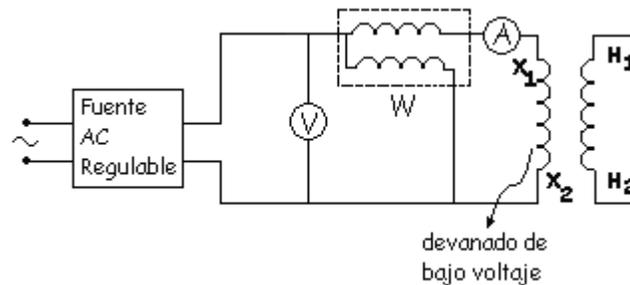


Figura 37. Esquema para la prueba de vacío.

Esta prueba puede dar información de relevancia sobre el estado técnico del transformador.

- **Ensayo o prueba de cortocircuito**

Se cortocircuitan los terminales del devanado de bajo voltaje o secundario y se alimenta por el devanado de alto voltaje hasta que circule la corriente nominal, se miden las lecturas del watímetro, voltímetro y amperímetro (Figura 38) y se calculan los valores de los parámetros mediante las expresiones siguientes:

$$R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{cc}^2}, \quad Z_{cc} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}}, \quad X_{cc} = \sqrt{(Z_{cc}^2 - R_{cc}^2)}$$

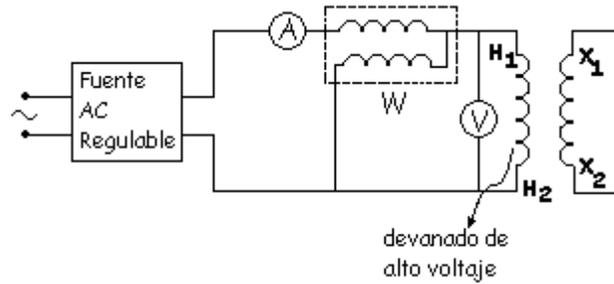


Figura 38. Esquema para la prueba de cortocircuito

Posteriormente, se refieren a 85 °C; para referir a esta temperatura la  $P_{cc}$  se multiplica por el valor del coeficiente  $k$ . Este coeficiente se calcula mediante la expresión:

$$k = \frac{234.5 + 85}{234.5 + T_{ambiente}}$$

Quedando los parámetros referidos como:

$$R_{cc85} = kR_{cc}, \quad Z_{cc85} = \sqrt{(R_{cc85})^2 + X_{cc}^2}$$

El % de impedancia referido a 85 °C se determina como:

$$\% Z_{85} = \sqrt{(R_{cc85})^2 + X_{cc}^2} \cdot V_{cc} \% = Z_{cc85} \frac{I_{nom}}{V_{nom}} 100$$

Las tolerancias de las lecturas pueden establecerse para las pruebas anteriores en:

- Pérdidas de vacío → ± 10 %
- Pérdidas totales → ± 6 %
- Impedancia → ± 7,5 % a 85 °C

En la práctica, el % de impedancia está entre 2 al 10 %, y representa físicamente el voltaje que se cae en la impedancia de dispersión cuando por el transformador circula la corriente nominal, lo cual es de utilidad para pronosticar el valor en estado estable de la corriente de cortocircuito. El % de impedancia como dato de chapa, permite estimar el valor del voltaje para la prueba de cortocircuito.

Es muy importante, tanto en la prueba de circuito abierto como de cortocircuito, ubicar los instrumentos de medición en las posiciones que indican las Figuras 37 y 38, con la finalidad de disminuir el error en la medición.

- **Ensayo o prueba de polaridad**

Esta prueba solo se recomienda aplicar a transformadores que han sido desarmados para dar mantenimiento, con la finalidad de comprobar que no se han cometido errores en la marca o identificación de los terminales. Se realiza para determinar la disposición física del enrollado o devanado primario respecto al secundario, es decir, para saber si están enrollados en el mismo sentido o no. El esquema que se utiliza para realizar dicha prueba se presenta en la Figura 39.

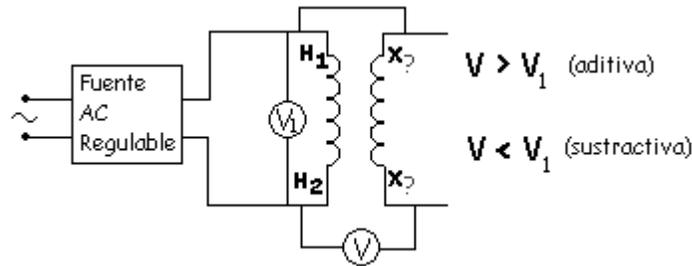


Figura 39. Esquema para la prueba de polaridad.

Se alimenta por el devanado de alto voltaje con un voltaje que puede llegar a ser el voltaje nominal y se realizan las lecturas. Si el voltaje leído en el voltímetro V es mayor que el aplicado por la fuente y leído por V<sub>1</sub>, la polaridad es aditiva, y si es al revés la polaridad es sustractiva.

Si se utiliza el instrumento TTR, se puede obtener directamente la polaridad.

La prueba de resistencia de aislamiento, resulta también una prueba convencional.

Otras pruebas que se pueden realizar a los transformadores que han recibido un mantenimiento profundo son la prueba de alta tensión o de potencial a frecuencia industrial y la de ángulo de pérdidas o tangente delta.

### **I.11 Autotransformador**

El autotransformador es un dispositivo que posee un solo devanado, donde una parte funciona como devanado primario y la otra parte como devanado secundario. Existiendo unión eléctrica

entre estas, por tanto, el autotransformador permite transferir energía de manera inductiva y conductiva.

El esquema que representa a un autotransformador se muestra en la Figura 40, se señalan además las denominaciones que reciben los devanados, las resistencias y vueltas de estos.

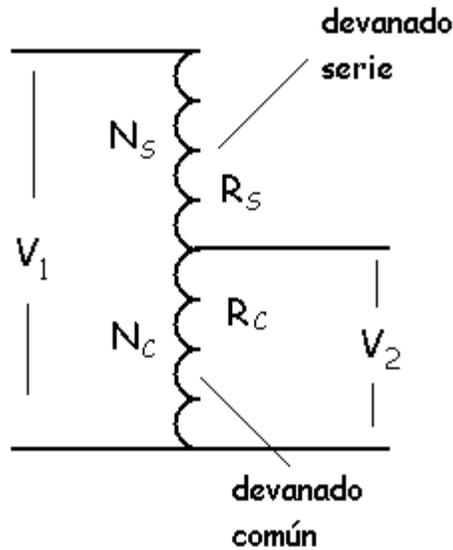


Figura 40. Esquema de un autotransformador.

### Clasificación de los autotransformadores

Los autotransformadores, en dependencia del valor del voltaje de salida respecto al voltaje por primario, se clasifican en autotransformador de bajada y de subida (Figura 41).

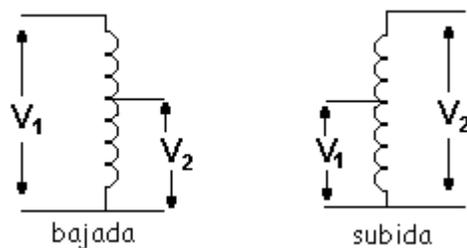


Figura 41. Tipos de autotransformadores.

- **Autotransformador de bajada. Ecuaciones fundamentales**

Del esquema del autotransformador (Figura 42) puede constatarse que:

#### EN VACÍO

$I_2=0$  e  $I_1= I_{exc}$ , de manera similar al transformador, puede afirmarse que:

$$E_1 \approx V_1$$

$$E_1 = 4.44 f (N_s + N_c) \phi_m$$

$$E_2 = V_2$$

$$E_2 = 4.44 f N_c \phi_m$$

La relación de transformación se determina por:

$$a = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_s + N_c}{N_c} > 1 \text{ lo que refuerza que es un transformador de bajada o reductor.}$$

$$a = \frac{N_s}{N_c} + 1 \text{ de donde puede afirmarse que } \frac{N_s}{N_c} = a - 1$$

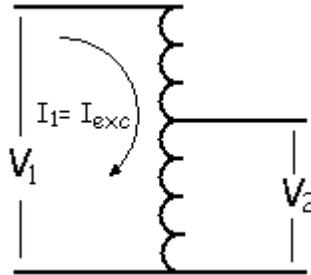


Figura 42. Autotransformador de bajada en vacío.

### CON CARGA

Cuando se conecta una carga por secundario  $I_2 \neq 0$ , si se supone que la corriente de excitación es despreciable ( $I_{exc} \approx 0$ ) y que no hay desfase entre las corrientes que circulan por el autotransformador, puede afirmarse que comienza a circular por el devanado común una corriente ( $I_c$ ) que se opone a  $I_1$ . La corriente por la carga será  $I_2 = I_1 + I_c$ . (Figura 43).

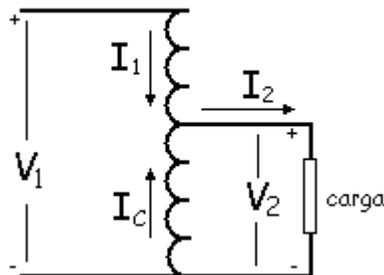


Figura 43. Autotransformador de bajada con carga.

Tal como ocurre en el transformador al circular  $I_2$ , circula  $I_C$  y asociados a esta última hay unos amperios vueltas ( $N_C I_C$ ) que tratan de disminuir el flujo mutuo, respondiendo el devanado primario con un incremento de su fuerza magnetomotriz (fmm), de forma que  $N_C I_C = N_S I_1$ , por

tanto,  $I_C = \frac{N_S}{N_C} I_1 = (a-1)I_1$  si se sustituye  $I_C$  en la ecuación de corriente por primario cuando

tiene carga conectada el autotransformador  $I_2 = I_1 + I_C$ , se obtiene  $I_2 = I_1 + (a-1)I_1 = aI_1$

luego  $I_1 = \frac{I_2}{a}$ . Si se quiere encontrar la expresión de  $I_C$  en función de  $I_2$ , puede substituirse  $I_1$  en

la ecuación de corriente  $I_2 = \frac{I_2}{a} + I_C$  y la corriente por el devanado común será:

$$I_C = \left( \frac{a-1}{a} \right) I_2$$

Si la  $I_{exc}$  se tiene en consideración, las ecuaciones de corriente por primario, secundario y devanado común, serían:

$$I_1 = I_{exc} + \frac{I_2}{a}$$

$$I_C = \left( \frac{a-1}{a} \right) I_2 - I_{exc}$$

$I_2 = \frac{I_2}{a} + I_C$  como  $I_2 = I_1 + I_C$  la corriente por la carga no depende de la  $I_{exc}$ .

En resumen, puede afirmarse que en el autotransformador de bajada se cumplen las relaciones siguientes:

$$I_1 = \frac{I_2}{a}, \quad I_C = \frac{N_S}{N_C} I_1 = (a-1)I_1, \quad I_C = \left( \frac{a-1}{a} \right) I_2$$

La potencia que se transfiere a la carga es  $S_2 = V_2 I_2$ , substituyendo  $I_2$  en función de las corriente por primario y el devanado común, se obtiene que:

$$S_2 = V_2 (I_1 + I_C) = V_2 I_1 + V_2 I_C,$$

donde el primer término representa la potencia aparente transferida conductivamente y el segundo la transferida inductivamente.

- **Autotransformador de subida. Ecuaciones fundamentales**

**EN VACÍO**

En el autotransformador de subida en vacío (ver esquema en la Figura 44), la corriente  $I_2$  es cero y la corriente por primario es la corriente de excitación, tal como ocurre en el autotransformador de bajada.

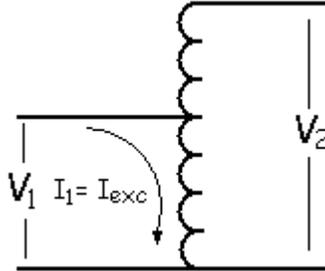


Figura 44. Autotransformador de subida en vacío.

En relación con los voltajes y tomando como referencia el esquema mostrado con anterioridad puede afirmarse que:

$$E_1 \approx V_1$$

$$E_1 = 4.44 f N_C \phi_m$$

$$E_2 = V_2$$

$$E_2 = 4.44 f (N_S + N_C) \phi_m$$

Y la relación de transformación es

$$a = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_C}{N_S + N_C} < 1 \text{ es decir, es un autotransformador elevador.}$$

**CON CARGA**

Al conectar carga por secundario comienza a circular corriente por el devanado serie ( $I_2$ ), asociado a esta hay una fmm ( $N_S I_2$ ) que se opone al flujo mutuo y trata de atenuarlo, por lo que por el devanado común comienza a circular una corriente ( $I_C$ ) que produce una fmm ( $N_C I_C$ ) que contrarresta la del devanado serie:

$$N_C I_C = N_S I_2, \text{ la corriente del devanado común será } I_C = \frac{N_S}{N_C} I_2$$

Tal como se constata en el esquema del autotransformador de subida con carga, Figura 45, la corriente por primario, si se desprecia la corriente de excitación ( $I_{exc} \approx 0$ ) es igual a

$I_1 = I_2 + I_C$ , si se sustituye en dicha ecuación  $I_C$  en función de la corriente por la carga se obtiene

$$I_1 = I_2 + \frac{N_s}{N_c} I_2 = \frac{N_c + N_s}{N_c} I_2 = \frac{1}{a} I_2 = \frac{I_2}{a}$$

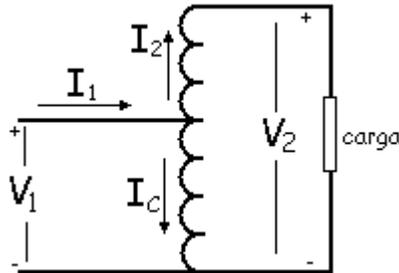


Figura 45. Autotransformador de subida con carga.

Si el procedimiento se realiza ahora para obtener una expresión de la corriente del devanado común en función de la corriente por la carga, se sustituye  $I_1$  en función de  $I_2$ , queda que la corriente  $I_C$  es igual a:

$$I_C = I_1 - I_2 = \frac{I_2}{a} - I_2 = \frac{1-a}{a} I_2$$

Si la corriente de excitación no se desprecia las expresiones de corriente serían:

$$I_1 = I_{exc} + \frac{I_2}{a} \text{ e } I_C = \frac{1-a}{a} I_2 + I_{exc}$$

En resumen, puede afirmarse que en autotransformador de subida se cumplen las relaciones siguientes:

$$I_1 = \frac{I_2}{a}, \quad I_C = (1-a)I_1, \quad I_C = \left(\frac{1-a}{a}\right)I_2$$

Respecto a la potencia transferida puede afirmarse que es igual a  $V_1 I_1$ , entonces  $S = V_1 I_1 = V_1 (I_2 + I_C) = V_1 I_2 + V_1 I_C$  donde el primer término se corresponde con la potencia transferida conductivamente y el segundo con la transferida inductivamente.

En resumen, la potencia que se transfiere inductivamente en cualquier tipo de autotransformador es la asociada a la corriente del devanado común.

### **Comparación entre el autotransformador y el transformador**

El autotransformador tiene como ventajas que solo con un devanado puede transferir potencia; si el *tap* se fabrica para que pueda deslizarse sobre todo el devanado se pueden lograr gran variedad de valores de voltaje en los terminales de la carga; para una misma estructura ferromagnética puede transferir más potencia que un transformador.

Sus desventajas están asociadas esencialmente a la conexión eléctrica entre ambos devanados lo que los hace más vulnerables a los cortocircuitos u otros disturbios y, por tanto, necesitan protecciones más sensibles y por ellos más caras. En caso de avería en un devanado hay que reparar totalmente el autotransformador. Además, cuando la relación de transformación es igual o mayor que 5, las ventajas respecto al transformador no son significativas, como se verá a continuación.

Para efectuar la comparación entre el autotransformador y el transformador se supone la  $I_{exc}$  despreciable, idénticas relaciones de voltaje, idéntica estructura magnética y la misma carga, luego las corrientes por primario y secundario son iguales, tal como se aprecia en el esquema de la Figura 46. Se considera además un autotransformador reductor.

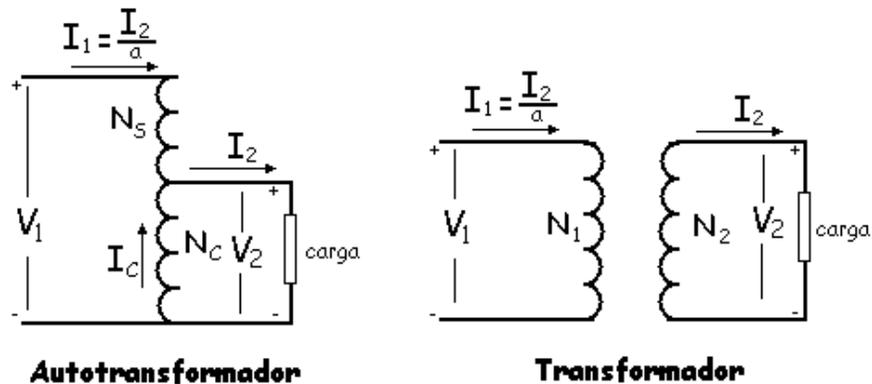


Figura 46. Autotransformador y transformador bajo idénticas condiciones de carga.

La comparación se realizará sobre los indicadores que a continuación se analizan.

- a) Pérdidas de cobre por primario

Las pérdidas de cobre en el devanado por donde circula  $I_1$  en el transformador son  $P_{cu1} = I_1^2 R_1$  y en el autotransformador serán  $P_{cuS} = I_1^2 R_S$ , la relación entre estas puede hallarse dividiendo una entre la otra.

$$\frac{P_{cuS}}{P_{cu1}} = \frac{R_S}{R_1}$$

La resistencia de cada devanado puede estimarse por la expresión general de cálculo de resistencia  $R = \frac{\rho l_m N}{A}$  donde  $\rho$  - resistividad del conductor ( $\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$ ),  $l_m$  - longitud media del conductor (m),  $N$  - las vueltas totales y  $A$  - la sección del conductor ( $\text{mm}^2$ ).

Luego,  $R_S = \frac{\rho l_{mS} N_S}{A_S}$  y  $R_1 = \frac{\rho l_{m1} N_1}{A_1}$ , puede considerarse que  $l_{mS} = l_{m1}$  y si la densidad de

corriente ( $\text{A}/\text{mm}^2$ ) en ambos devanados es igual ( $J_1 = J_S$ ) eso implica que  $\frac{I_1}{A_S} = \frac{I_1}{A_1}$  y como las

corrientes son idénticas puede considerarse la igualdad de secciones transversales  $A_1 = A_S$ , esto

trae consigo que la relación entre pérdidas pueda expresarse como  $\frac{P_{cuS}}{P_{cu1}} = \frac{N_S}{N_1}$ .

Como los voltajes son iguales puede decirse que las vueltas del devanado primario del transformador  $N_1 = N_S + N_C$  y las vueltas del devanado secundario del transformador son  $N_2 = N_C$ , por tanto  $N_S = N_1 - N_2$ , sustituyendo en la relación de pérdidas se obtiene:

$$\frac{P_{cuS}}{P_{cu1}} = \frac{N_1 - N_2}{N_1} = \left(1 - \frac{1}{a}\right) = \frac{a-1}{a}$$

$$P_{cuS} = \frac{a-1}{a} P_{cu1}$$

b) Pérdidas de cobre por secundario

Las pérdidas de cobre en el devanado secundario del transformador se estiman por la expresión

$P_{cu2} = I_2^2 R_2$  y en el devanado común mediante  $P_{cuC} = I_C^2 R_C$ , la relación entre estas es

$\frac{P_{cuC}}{P_{cu2}} = \left(\frac{I_C}{I_2}\right)^2 \frac{R_C}{R_2}$  procediendo de manera similar al inciso anterior, las expresiones de resistencia

de los devanados son:

$R_C = \frac{\rho l_{mC} N_C}{A_C}$  y  $R_2 = \frac{\rho l_{m2} N_2}{A_2}$ , como  $l_{mC} = l_{m2}$  y  $N_C = N_2$  se tiene que  $\frac{R_C}{R_2} = \frac{A_2}{A_C}$ . Por otra parte, si

se consideran las densidades de corrientes iguales ( $J_C = J_2$ ) puede establecerse la relación siguiente:

$\frac{I_C}{A_C} = \frac{I_2}{A_2}$  que conduce a  $\frac{I_C}{I_2} = \frac{A_C}{A_2}$ , luego  $\frac{P_{cuC}}{P_{cu2}} = \left(\frac{A_C}{A_2}\right)^2 \frac{A_2}{A_C} = \frac{A_C}{A_2}$

$$\frac{P_{cuC}}{P_{cu2}} = \frac{A_C}{A_2}$$

De la relación que existe entre  $I_2$  e  $I_C$  se obtiene  $\frac{I_C}{I_2} = \frac{A_C}{A_2} = \frac{a-1}{a}$  y, finalmente, queda la

relación de pérdidas como  $\frac{P_{cuC}}{P_{cu2}} = \frac{a-1}{a}$

$$P_{cuC} = \frac{a-1}{a} P_{cu2}$$

c) Pérdidas de cobre totales

Las pérdidas de cobre totales en el autotransformador serán  $P_{cuA} = P_{cuS} + P_{cuC}$  y en el

transformador serán  $P_{cuT} = P_{cu1} + P_{cu2}$ . Por lo que las  $P_{cuA}$  se obtienen como

$$P_{cuA} = P_{cuS} + P_{cuC} = \frac{a-1}{a} P_{cu1} + \frac{a-1}{a} P_{cu2} = \frac{a-1}{a} P_{cuT}$$

$$P_{cuA} = \frac{a-1}{a} P_{cuT}$$

Si se supone que  $a = 2$  se obtiene que  $P_{cuA} = \frac{P_{cuT}}{2}$ , las pérdidas en el autotransformador son la

mitad de las del transformador.

Si  $a = 10$  se obtiene  $P_{cuA} = \frac{9}{10} P_{cuT} = 0.9 P_{cuT}$ , por tanto, en este caso la reducción de pérdidas no es significativa.

En resumen, se puede afirmar que a medida que se incrementa las ventajas del autotransformador se van atenuando progresivamente, de ahí que un criterio muy generalizado es fabricarlos para  $a \leq 5$ .

#### d) Impedancia de dispersión

Si se valoran las impedancias del transformador y del autotransformador vistas desde primario, puede establecerse lo siguiente:

$$Z_T = Z_1 + a^2 Z_2 \text{ para el transformador}$$

$$Z_A = Z_S + \left(\frac{N_S}{N_C}\right)^2 Z_C = Z_S + (a-1)^2 Z_C \text{ para el autotransformador}$$

Se conoce que  $Z_1 = Z_S + Z_C$  y  $Z_2 = Z_C$ , luego

$$Z_A = Z_1 - Z_2 + (a-1)^2 Z_2 = Z_1 - Z_2 + a^2 Z_2 - 2aZ_2 + Z_2 = (Z_1 + a^2 Z_2) - 2aZ_2 = Z_T - 2aZ_2$$

$$Z_A = Z_T - 2aZ_2$$

La impedancia del autotransformador es  $2aZ_2$  veces menor que la del transformador, de ahí que sea más vulnerable ante los cortocircuitos.

Autotransformadores monofásicos pueden formar bancos de conexiones trifásicas del tipo estrella-estrella, delta-delta (no muy usual) y delta abierta.

### **I.12 Norma IEEE C 57.12.90**

Las normas son procedimientos que se recomiendan para una operación más satisfactoria de los equipos y dispositivos, recogen la experiencia de la comunidad internacional y, por tanto, constituyen un documento de uso frecuente en los especialistas.

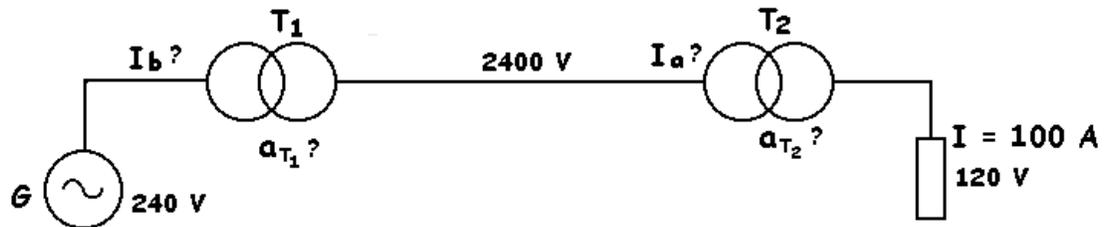
La norma IEEE C57.12.90 -1999, es una revisión de la norma del año 1993 y contempla los procedimientos para la realización de pruebas en transformadores sumergidos en aceite y secos.

Estos procedimientos están relacionados con:

- Medición de resistencia
- Polaridad y relación de fase
- Relación de transformación
- Prueba sin carga
- % de impedancia y pérdidas con carga
- Pruebas de aislamiento
- Incremento de temperatura
- Prueba de cortocircuito
- Ruidos
- Magnitudes de operación

### I.13 Problemas propuestos

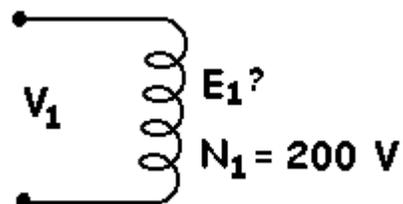
1. En el circuito que se muestra, un generador G alimenta una carga a través de una línea (L) y de dos transformadores monofásicos (T<sub>1</sub> y T<sub>2</sub>), calcule:



- a) La relación de transformación de cada transformador.
  - b) Las corrientes I<sub>a</sub> e I<sub>b</sub>, si la carga demanda una corriente de 100 Amperes (Desprecie I<sub>0</sub>)
  - c) Clasifique los transformadores (subida o bajada)
2. La bobina que se muestra se alimenta por un voltaje de:

$$v_1 = 110\sqrt{2}\text{sen}(2\pi ft) \text{ V donde } f = 60 \text{ Hz}$$

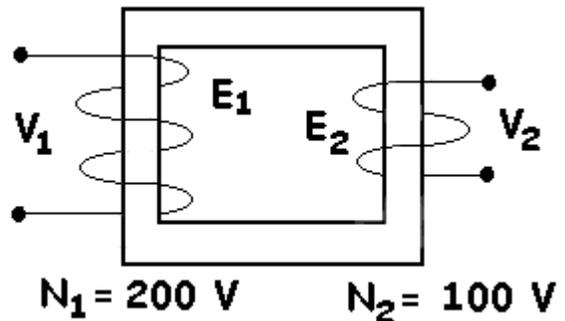
- a) Calcule el valor eficaz de la fem E<sub>1</sub> inducida en la bobina.



- b) Calcule el flujo máximo en la bobina.
  - c) Determine la ecuación instantánea del flujo.
  - d) Dibuje el diagrama fasorial representando el flujo, la corriente de excitación, la fem  $E_1$  y  $V_1$ .
3. La bobina del problema anterior es enrollada en un núcleo ferromagnético, además se enrolla otra bobina de 100 vueltas, tal como se muestra, formándose con ello un transformador monofásico.

Determine:

- a) El flujo máximo en el núcleo.
- b) La relación de transformación del transformador.
- c) La fem  $E_2$ .
- d) la corriente  $I_2$  e  $I_1$  si se conecta una resistencia de carga de valor  $0,5 \Omega$ .

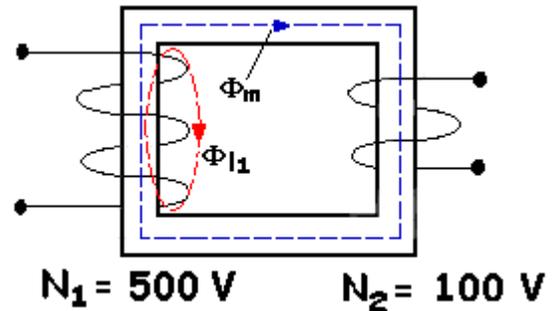


Considere un transformador sin pérdidas y sin caídas de voltajes y que demanda una  $I_\phi = 5$  A. Dibuje el diagrama fasorial.

4. Un transformador monofásico ( $1\phi$ ) tiene los datos siguientes:

$$N_1 = 500 \text{ vueltas} \quad N_2 = 100 \text{ vueltas} \quad f = 60 \text{ Hz} \quad \Phi_m = 0,001 \text{ Wb (flujo mutuo)}$$

Si el flujo de dispersión del devanado 1 constituye el 5 % del flujo mutuo, halle:



- a)  $E_1, E_2$
  - b) Relación de transformación (a).
  - c) Fem inducida en el devanado 1 por el flujo disperso.
  - d) La corriente de vacío del transformador si  $I_{h+e} = 1 \text{ A}$  e  $I_\phi = 2 \text{ A}$
5. Un transformador monofásico tiene los datos siguientes:

$$R_1 = 10 \Omega \quad R_2 = 0,1 \Omega \quad a = 10 \quad X_1 = 20 \Omega$$

$$X_2 = 0,2 \Omega$$

El transformador alimenta una carga a un voltaje ( $V_2$ ) de 240 V y esta demanda una corriente ( $I_2$ ) de 100 A que se atrasa  $30^\circ$  respecto a  $V_2$ .

La corriente de vacío o excitación tiene un valor de 2 A y se atrasa  $80^\circ$  al voltaje aplicado en vacío. Halle:

- a)  $E_2$
- b)  $E_1$
- c)  $I_1$
- d)  $V_1$
- e)  $\cos \theta_1$  (factor de potencia por primario).
- f) Potencia suministrada al transformador ( $P_1$ ).
- g) Potencia entregada a la carga ( $P_2$ ).
- h) Pérdidas magnéticas o de núcleo.
- i) Construya el diagrama fasorial. Tome  $V_2$  como referencia.

6. Un transformador monofásico ( $1\phi$ ) tiene un flujo dado por:

$$\phi = 0.00413 \text{sen}(377t) \text{ Wb}$$

El transformador tiene por primario 200 vueltas y por secundario 50 vueltas, calcule:

- a)  $E_1$
- b)  $E_2$
- c) Relación de transformación (a)
- d) Si se conecta una carga ( $Z_c$ ) por secundario de 5 ohms. Halle los amperes- vueltas que debe entregar el devanado primario para mantener el flujo mutuo constante. Considere el transformador ideal.

7. Un transformador monofásico tiene los datos siguientes:

|                      |                      |                        |                      |
|----------------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| 1kVA                 | 220/110 V            | $N_1 = 1\ 000$ vueltas | $N_2 = 500$ vueltas  |
| $R_1 = 0,8 \ \Omega$ | $R_2 = 0,2 \ \Omega$ | $X_1 = 2 \ \Omega$     | $X_2 = 0,6 \ \Omega$ |

$$R_c = 326 \, \Omega \quad X_m = 217 \, \Omega \text{ (} R_c \text{ y } X_m \text{ referidos a bajo voltaje)}$$

Determine:

- El circuito equivalente exacto referido al lado de alta.
  - El circuito equivalente exacto referido al lado de baja.
  - Corriente de excitación cuando el transformador se alimenta por alta.
  - $E_1$  y  $E_2$  de vacío.
  - $I_1$  e  $I_2$  nominal, si se desprecia la corriente de vacío.
  - El circuito equivalente aproximado referido al lado de alta.
  - Voltaje por baja, si el voltaje aplicado en vacío por alta es 100 V.
8. Calcular los parámetros del circuito equivalente del transformador, referido a alto voltaje, si se conocen los datos siguientes:

$$4,5 \text{ kVA}, \quad 220/110 \text{ V}$$

Prueba de corto circuito

Prueba de circuito abierto

$$V_{SC} = 16,5 \text{ V}$$

$$V_{OC} = 100 \text{ V}$$

$$I_{SC} = 6,8 \text{ A}$$

$$I_{OC} = 0,4 \text{ A}$$

$$P_{SC} = 40 \text{ W}$$

$$P_{OC} = 25 \text{ W}$$

9. Un transformador 1 $\phi$  tiene los datos de chapa siguientes:

$$5 \text{ kVA} \quad 2400/240 \text{ V} \quad \%Z = 5$$

Calcule:

- La impedancia equivalente referida a alto voltaje y referida a bajo voltaje.
- Voltaje a aplicar en la prueba de cortocircuito si se desea que circule la corriente nominal ( $I_n$ ).
- Corriente de cortocircuito por el lado de alto voltaje si se cortocircuita el de baja y el voltaje aplicado es de 2400 V.

10. Un transformador de 1,5 kVA, 440/110 V fue sometido a pruebas obteniéndose los resultados siguientes:

$$(P_{h+e})_n = 25 \text{ W} \quad (P_{cu})_n = 40 \text{ W}$$

Calcule:

- Corriente nominal por el secundario del transformador.
- Eficiencia a  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  y plena carga para factor de potencia igual a 1.
- Valor de los kVA en condiciones de máxima eficiencia.
- Valor de la máxima eficiencia.

11. Un transformador 1  $\phi$  de 10 kVA tiene una relación de voltaje en vacío de 400/200 V.

Además, se conoce que  $Z_2'' = 0,3 + j 1 \Omega$ . Calcule:

- El voltaje a aplicar por primario para que aparezcan 200 V por secundario a plena carga y  $\cos \theta_2 = 0,8$  en atraso. Construya el diagrama fasorial.
- El voltaje que aparece en vacío por secundario para las condiciones del inciso a).
- % de regulación de voltaje.

12. Si el transformador del problema anterior alimenta una carga resistiva que demanda la corriente nominal y la misma se alimenta a través de una línea que presenta una reactancia de valor  $X_L = 0,3 \Omega$ . Calcule qué voltaje aparece en la carga si por primario hay  $V_1 = 400 \text{ V}$ .

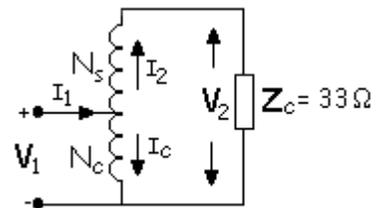
13. En el autotransformador que se muestra se conocen los datos siguientes:

$$N_C = 200 \text{ vueltas}$$

$$N_s = 100 \text{ vueltas}$$

Calcule si se aplica un voltaje  $V_1 = 2400 \text{ V}$ :

- $V_2$
- $I_2$
- $I_C$
- $I_1$
- kVA que se le entrega a la carga.



f)  $V_s$

14. Se tiene un transformador de 10 kVA, 440/110 V.

- Si se dispone de una fuente de 550 V, diga cómo puede conectarse el mismo, para alimentar una carga de 110 V.
- Calcule los kVA que se le pueden suministrar a la carga.
- Demuestre que los kVA que se pueden suministrar como autotransformador, presentan la relación siguiente respecto a los del transformador:

$$kVA_A = \left( \frac{a+1}{a} \right) kVA_T$$

## II. Operación de los transformadores de fuerza

Los transformadores utilizados para el suministro de energía eléctrica, en los sistemas electroenergéticos, reciben diferentes denominaciones, en muchos casos hasta indistintas. En nuestro caso, compartimos el criterio que deben denominarse transformadores de fuerza y, en dependencia de la función que realicen en el sistema, la cual está muy asociada a los niveles de voltaje de operación, se subdividan en transformadores de distribución y de potencia.

Los transformadores de potencia y distribución poseen idénticos principios de operación. Las diferencias del transformador de potencia respecto al de distribución están en los aspectos siguientes:

- Los requerimientos de aislamiento son más complejos y necesitan más atención, debido a los altos niveles de voltajes.
- Los sistemas de enfriamiento forzados son necesarios para su satisfactoria operación.
- Las reactancias de dispersión son mucho mayores, con lo cual se consigue un efecto limitador de corriente
- La condición anterior implica un empeoramiento de la regulación de voltaje

### II.1 Operación de los transformadores de distribución

Los transformadores de distribución, en cuanto a la fuente de alimentación, se clasifican como monofásicos y trifásicos. Los transformadores monofásicos pueden operar como unidades independientes, es decir, un solo transformador o en bancos.

En este último caso pueden operar en paralelo o en conexiones trifásicas.

La operación del transformador en solitario fue analizada en los Ítems I.7 y I.8 de este material de estudio.

La conexión de transformadores en banco puede dar respuesta a situaciones problemáticas como, por ejemplo, la necesidad de continuidad de servicio, el incremento de la carga en el tiempo, la variabilidad de la carga en el día o una composición combinada de carga monofásica y trifásica, la disponibilidad de transformadores.

Los bancos de transformadores suelen clasificarse en:

- Banco en paralelo. Estos pueden estar formados por transformadores monofásicos o transformadores trifásicos.
- Banco de transformadores monofásicos en conexiones trifásicas. Muy utilizados en los sistemas de distribución. También pueden ser usados en transmisión cuando por la capacidad requerida resulta muy difícil el transporte de transformadores trifásicos o para disminuir la potencia de reserva para casos de averías o mantenimiento.

En la conexión en banco de transformadores deben tenerse muy en cuenta dos aspectos primordiales, el primero de estos es garantizar que los voltajes nominales por alta y por baja de los transformadores sean iguales, para aprovechar las capacidades satisfactoriamente y evitar las corrientes circulantes internas. El segundo aspecto es la conexión acorde a la polaridad para evitar que los transformadores sufran daños térmicos de gran consideración.

En el caso de transformadores trifásicos en paralelo, además de los aspectos señalados debe garantizarse que el tipo de conexión por primario y secundario de ambos transformadores sea la misma, para evitar corrientes circulantes internas por los transformadores.

### **II.1.1 Transformadores monofásicos en banco paralelo**

La operación en paralelo de transformadores resulta beneficiosa ya que puede dar respuesta al incremento de la carga, la continuidad de servicio, la variación en el tiempo de esta y la disponibilidad de capacidad.

Las condiciones necesarias para la operación en paralelo de transformadores son: iguales voltajes nominales por primario y secundario y conexión acorde a la polaridad. Si los voltajes por primario y secundario no son idénticos, puede haber en la condición menos desfavorable subutilización de las capacidades instaladas y, en condiciones peores, corrientes circulantes por los devanados de los transformadores que incrementan el calentamiento. En algunos casos estas corrientes pueden llegar a valores superiores a los nominales.

No tener en cuenta la polaridad de los transformadores, implica la posibilidad de que ocurra un cortocircuito interno en los devanados de ambos transformadores, que dañará a estos.

El esquema de un banco de dos transformadores monofásicos operando en paralelo se muestra en la Figura 47. Obsérvese que la conexión se ha efectuado respetando la polaridad.

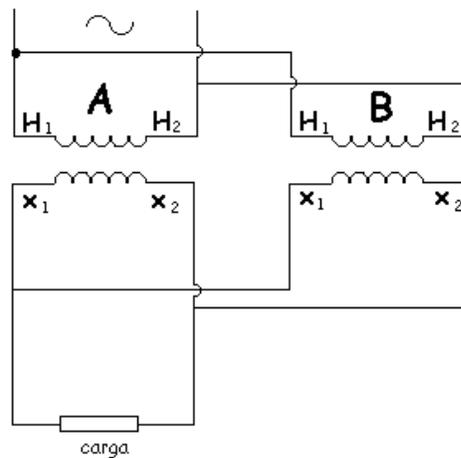


Figura 47. Transformadores monofásicos conectados en paralelo.

La representación circuital simplificada de la operación en paralelo de dos transformadores se muestra en la Figura 48.

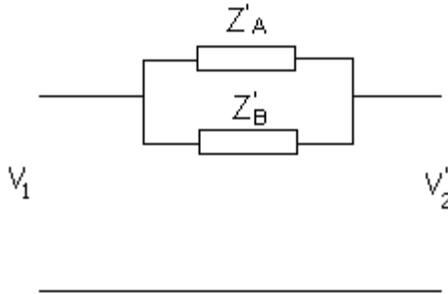


Figura 48. Circuito equivalente simplificado de dos transformadores operando en paralelo.

Puede establecerse que la distribución de la carga en estos, si los voltajes por primario y secundario de ambos son idénticos, será:

$$\frac{kVA_A}{kVA_B} = \frac{Z'_B}{Z'_A} \quad \text{que también puede ser expresada como} \quad \frac{kVA_A}{kVA_B} = \frac{\%Z_B}{\%Z_A} \frac{kVA_{Anominales}}{kVA_{Bnominales}} \quad \text{donde:}$$

$Z'_A, Z'_B$  – impedancia de dispersión de los transformadores referidas a primario.

$\%Z_A, \%Z_B$  – porcentaje de impedancia de los transformadores o voltajes de cortocircuito.

$kVA_{Anominales}, kVA_{Bnominales}$  – capacidad nominal de los transformadores.

$kVA_A, kVA_B$  – carga que asume cada transformador.

Cuando los  $\%Z$  de ambos transformadores son idénticos garantizan una mejor utilización del banco, pues cada transformador se carga al mismo porcentaje respecto a su carga nominal.

Por otra parte, la capacidad efectiva de carga está condicionada por la relación existente entre los

parámetros de dispersión de ambos transformadores. Si se cumple que:  $\left(\frac{R}{X}\right)_A = \left(\frac{R}{X}\right)_B$ , la

carga que puede entregar el banco será  $kVA_{carga} = kVA_A + kVA_B$

En caso contrario, la carga a entregar será igual a:

$$kVA_{carga} = \sqrt{kVA_A^2 + kVA_B^2 + 2.kVA_A.kVA_B.\cos\theta}$$

$$\text{donde: } \theta = \tan\left(\frac{X}{R}\right)_A - \tan\left(\frac{X}{R}\right)_B$$

Cuando los transformadores tienen diferentes voltajes por primario y secundario, las expresiones anteriores no son válidas. En este caso, la representación circuital aproximada puede ser la mostrada en la Figura 49.

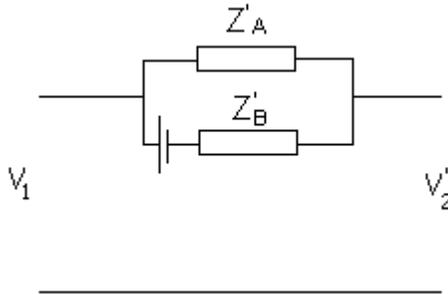


Figura 49. Transformadores operando en paralelo con diferentes voltajes por primario y secundario.

La distribución de la carga debe calcularse mediante la solución del sistema de ecuaciones siguientes:

$$\frac{V_{1A}}{a_A} = V_2 + I_{2A} \cdot Z_{2A}''$$

$$\frac{V_{1B}}{a_B} = V_2 + I_{2B} \cdot Z_{2B}''$$

$$I_{carga} = I_{2A} + I_{2B}$$

La operación de transformadores con estas características no es aconsejable, debido a la subutilización de las capacidades de estos y al calentamiento de los transformadores.

### II.1.2 Transformadores monofásicos en conexiones trifásicas

Se denomina transformaciones trifásicas a los bancos de transformadores monofásicos que forman una conexión trifásica y los transformadores trifásicos propiamente dichos.

Los bancos de transformadores monofásicos son convenientes en los sistemas de distribución donde hay gran combinación de cargas monofásicas y trifásicas, posibilitando gran flexibilidad de operación.

Los bancos de transformadores monofásicos en conexiones trifásicos (Figura 50) pueden ser de dos tipos: cerrados (cuando se utilizan tres transformadores monofásicos) y abiertos (cuando se utilizan solo dos transformadores).

Resulta muy importante conocer para cada tipo de conexión, su circuito equivalente, ecuaciones fundamentales y condiciones para realizar una conexión adecuada.

### **Bancos cerrados**

Las conexiones más comunes de bancos cerrados, aparecen en el esquema de la Figura 50, cada una de estas se caracteriza brevemente.

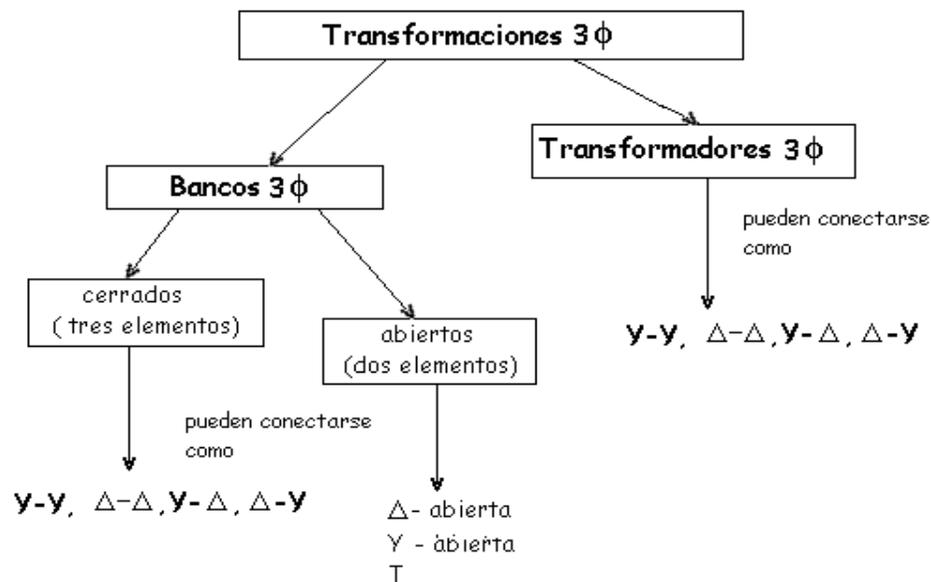


Figura 50. Clasificación de las transformaciones trifásicas.

- **Conexión Y-Y**

En transformaciones trifásicas, el circuito equivalente representa solo una fase de las tres existentes en el transformador. Para el caso de la conexión Y-Y el circuito equivalente aproximado referido a primario será el que se muestra en la Figura 51, con sus relaciones de corrientes y voltajes respectivos.

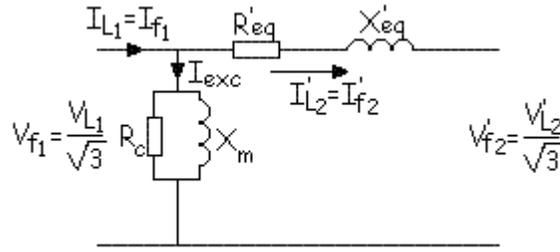


Figura 51. Circuito equivalente aproximado referido a primario para la conexión Y-Y.

La relación de transformación se establece con los voltajes de fases, que para este tipo de conexión coincide con la de los voltajes de línea  $a = \frac{V_{f1}}{V_{f2}} = \frac{V_{L1}}{V_{L2}}$ .

$$a = \frac{V_{f1}}{V_{f2}} = \frac{V_{L1}}{V_{L2}}$$

Otra característica de esta conexión es que los voltajes de primario y de secundario de línea, están en fase, de manera similar sucede con los voltajes de fase (Véase Figura 52).

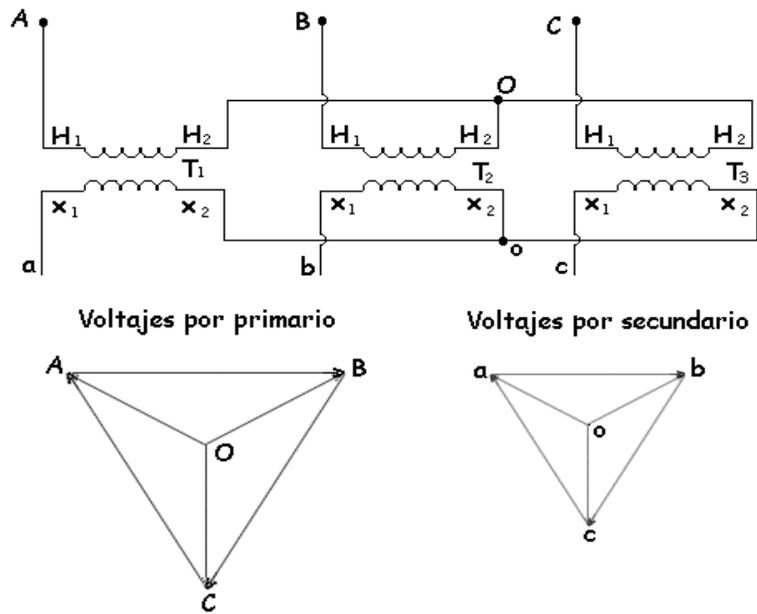


Figura 52. Diagrama de conexión del banco Y-Y y relación de fase de los voltajes.

La conexión entre los transformadores tiene que tener en consideración la polaridad de cada transformador (Figura 52).

- Conexión  $\Delta$ - $\Delta$

En esta conexión, los voltajes de línea y fase coinciden en magnitud y en fase, la relación de transformación se determina de manera similar al banco Y-Y, y la corriente por fase es menor en  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  respecto a la de línea. El circuito equivalente aproximado referido a primario de esta conexión se muestra en la Figura 53.

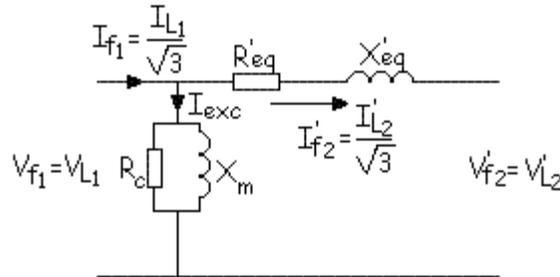


Figura 53. Circuito equivalente aproximado referido a primario para la conexión  $\Delta$ - $\Delta$ .

El esquema de conexión y la relación de fase de los voltajes pueden verse en la Figura 54.

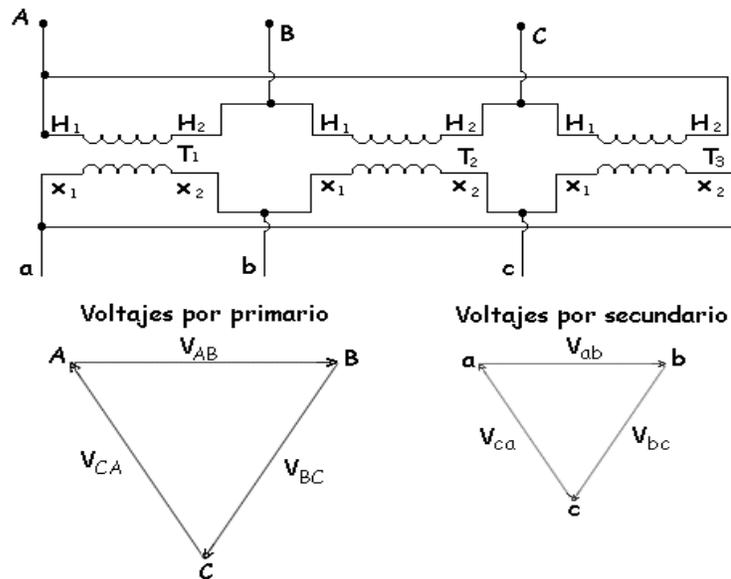


Figura 54. Diagrama de conexión del banco  $\Delta$ - $\Delta$  y relación de fase de los voltajes.

Este tipo de banco distribuye la carga entre sus elementos acorde a la impedancia de dispersión de estos y, por tanto, se aconseja utilizar siempre transformadores monofásicos idénticos, para minimizar la subutilización. Un tratamiento más detallado de esta característica puede abordarse en el Anexo A de este documento.

- Conexión Y- $\Delta$

La conexión Y- $\Delta$  es muy utilizada en Cuba en los sistemas de distribución, sin aterrarse el neutro.

El esquema de su circuito equivalente aproximado referido a primario se presenta en la Figura 55.

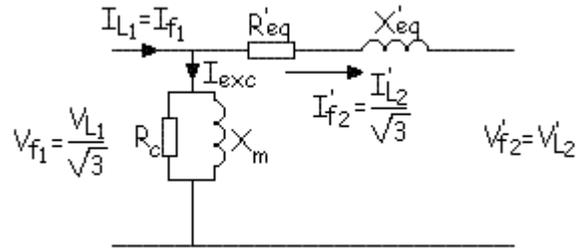


Figura 55. Circuito equivalente aproximado referido a primario para la conexión Y- $\Delta$ .

En la Figura 56 se presenta su esquema de conexión y las relaciones de voltajes de fase entre los voltajes de primario y secundario.

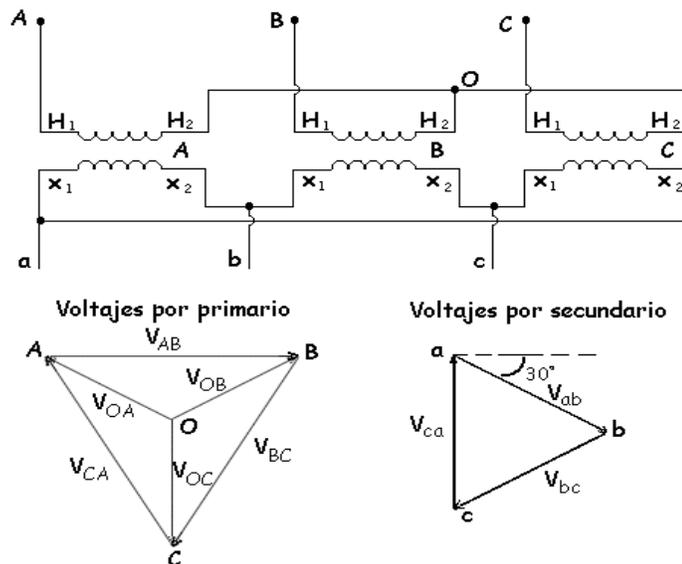


Figura 56. Diagrama de conexión del banco Y- $\Delta$  y relación de fase de los voltajes.

Puede observarse en la Figura 56 que los voltajes de línea por secundario se atrasan  $30^\circ$  respecto a los de primario, también puede notarse que dichos voltajes respecto a los de fase de primario están en antifase, es decir, desfasados  $180^\circ$ .

La relación de transformación en este tipo de conexión se determina por la expresión siguiente:

$$a = \frac{V_{f1}}{V_{f2}} = \frac{V_{L1}}{V_{L2}}$$

- Conexión  $\Delta$ - Y

La conexión  $\Delta$ - Y posibilita abastecer cargas a dos niveles de voltaje, a voltaje de fase y a voltaje de línea. Al ser una delta por primario garantiza que no haya corrimiento del neutro por secundario, sin embargo, tiene el inconveniente de que la carga entre sus transformadores se distribuye acorde a la impedancia de dispersión de los transformadores que componen el banco.

La relación de transformación para esta conexión se determina a través de la expresión siguiente:

$$a = \frac{V_{f1}}{V_{f2}} = \frac{V_{L1}}{V_{f2}}. \text{ El circuito equivalente referido a primario para este tipo de conexión se}$$

muestra en la Figura 57.

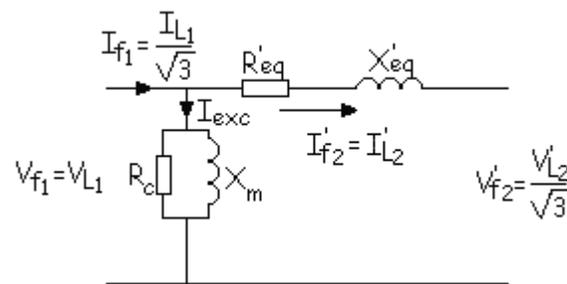


Figura 57. Circuito equivalente aproximado referido a primario para la conexión  $\Delta$ -Y.

Los voltajes de línea por secundario se adelantan  $30^\circ$  respecto a los voltajes de línea por primario (Figura 58). Si se comparan los voltajes de fases de primario y secundario, se constata que los voltajes por secundario están en antifase respecto a primario.

Para los cuatro tipos de conexiones analizadas, es muy importante realizar la interconexión considerando la polaridad de los transformadores en aras de evitar, en dependencia del tipo de conexión, sistemas de voltajes desbalanceados por secundario o cortocircuito por este devanado.

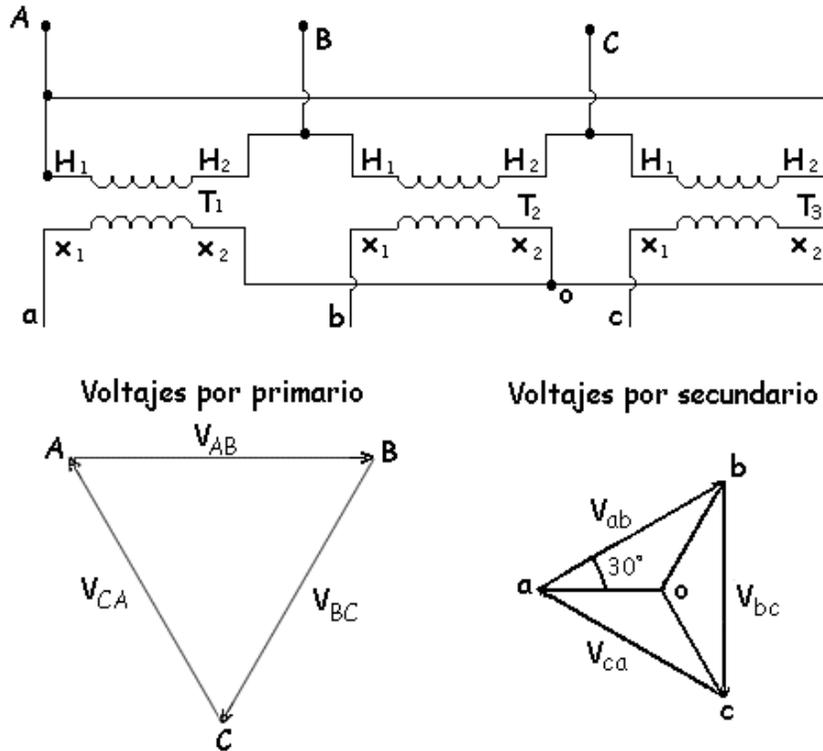


Figura 58. Diagrama de conexión del banco  $\Delta$ -Y y relación de fase de los voltajes.

Los bancos cerrados se prefieren cuando hay un predominio de la carga trifásica sobre la monofásica o cuando la carga es puramente trifásica, pues la subutilización es menor.

### ***Bancos abiertos***

Existe un conjunto de posibilidades de formar bancos abiertos, entre los más comunes están estrella abierta, delta abierta y conexión T o *Teaser*.

- Conexión delta abierta

Esta conexión se forma a partir de un banco  $\Delta$ - $\Delta$ , cuando se elimina un elemento, para su conformación se necesita acceso para alimentación a las tres líneas de voltaje y la conexión de este se realiza tal como se muestra en la Figura 59.

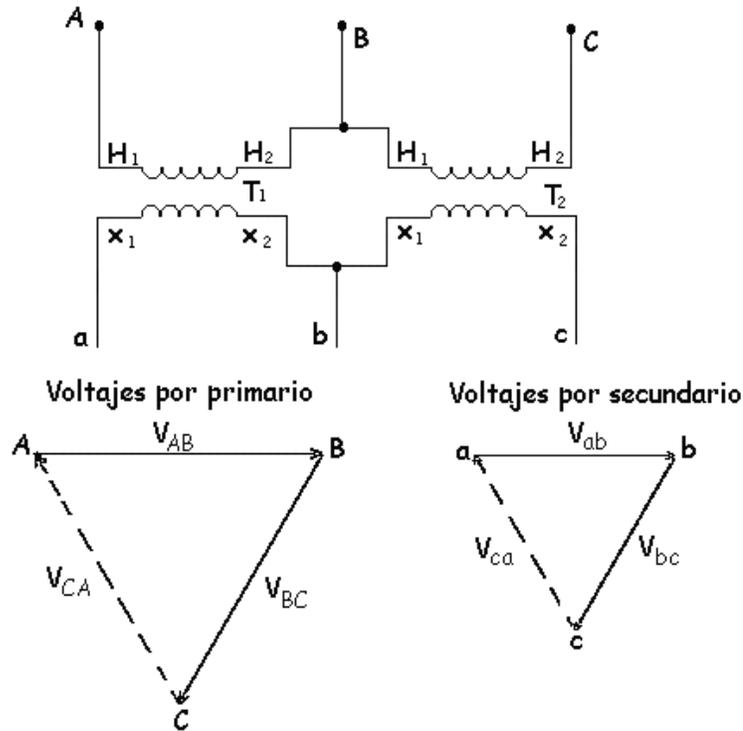


Figura 59. Diagrama de conexión del banco  $\Delta$ - abierta y relación de fase de los voltajes.

Puede observarse en la Figura 59, cómo quedan establecidos los voltajes  $V_{AC}$  y  $V_{ac}$ , a pesar de no existir el tercer elemento del banco.

- Conexión estrella abierta

Esta conexión surge del banco Y-  $\Delta$  cuando se suprime un elemento, para llevar a vías de hecho esta conexión se necesita tener acceso a dos líneas del sistema trifásico y al neutro. El banco se forma tal como se muestra en la Figura 60. En dicha figura puede observarse cómo se logra por secundario un sistema de voltaje trifásico balanceado.

Debe notarse que tanto la conexión estrella abierta, como la delta abierta, tienen por secundario una conexión en delta, esto es lo que posibilita la obtención del sistema de voltaje trifásico balanceado. En la práctica, muchos técnicos llaman a estos dos tipos de conexiones delta abierta, porque lo hacen refiriéndose a la conexión por secundario, sin embargo, la denominación adecuada es la que se refiere a la conexión por primario.

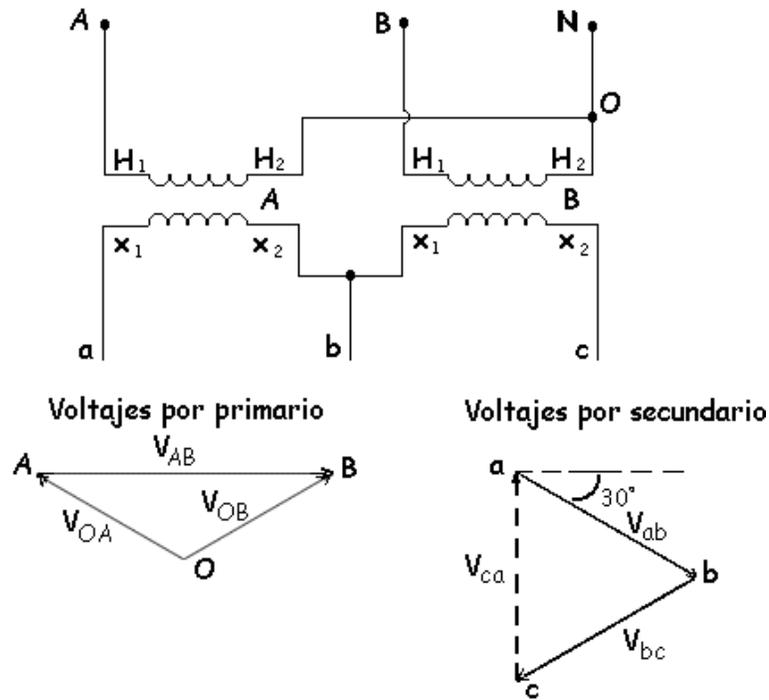


Figura 60. Diagrama de conexión del banco Y- abierta y relación de fase de los voltajes.

- Conexión T

La conexión T es otra variante de un banco con solo dos elementos para obtener por secundario un sistema de voltajes trifásicos. En este caso, son necesarias las tres líneas de alimentación por primario y pueden obtenerse relaciones de voltajes entre primario y secundario en fase, tal como ocurre en los bancos Y-Y y  $\Delta$ - $\Delta$ , que es la llamada conexión T en fase (Figura 61, caso a). También puede lograrse desfase similar a la conexión Y- $\Delta$  (Figura 61, caso b), llamada conexión a 30 grados. Algunos fabricantes producen transformadores trifásicos de distribución con la conexión T, esto ahorra acero electrotécnico para los núcleos, más simple tecnología de fabricación, pues se hacen con las chapas de los monofásicos, a pesar de que hay una ligera subutilización de la potencia instalada.

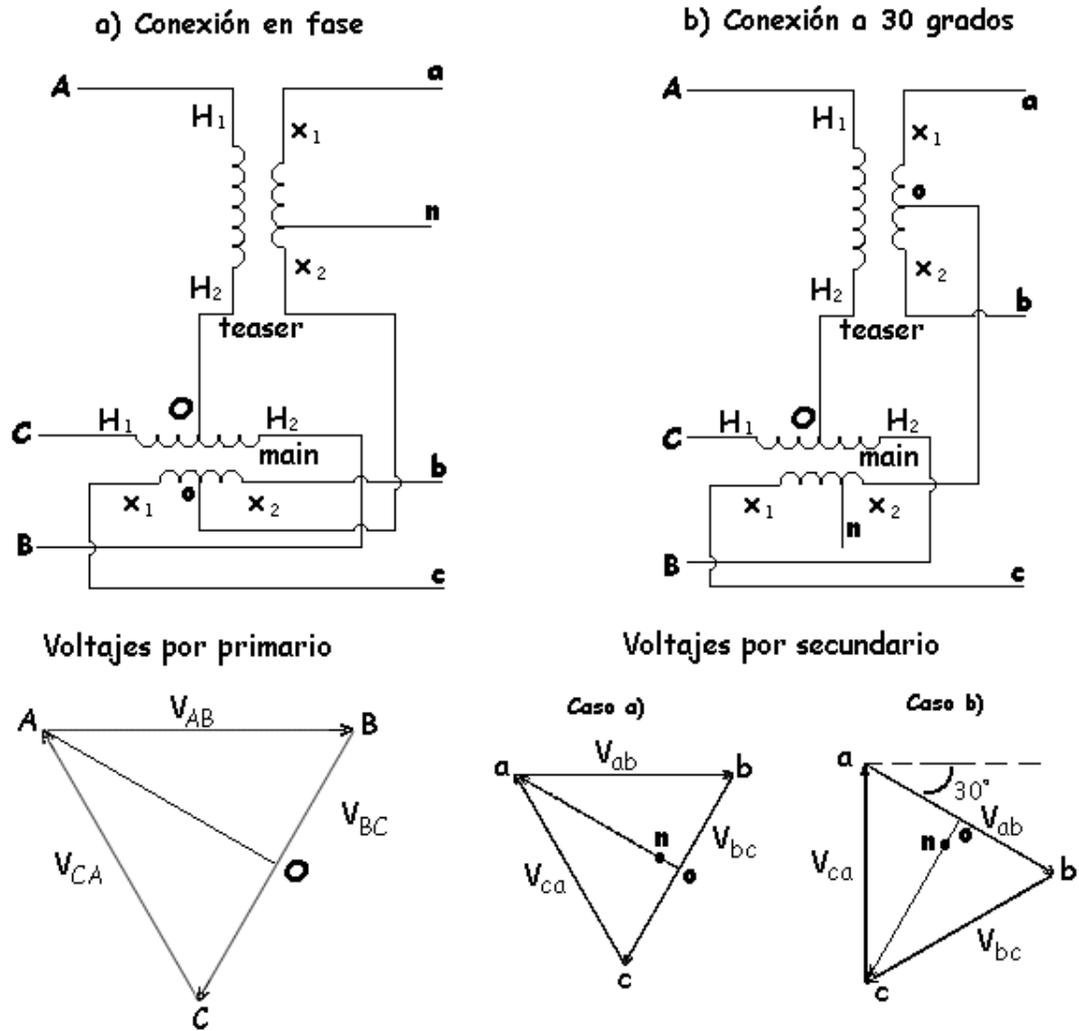


Figura 61. Diagrama de conexión del banco Y- abierta y relación de fase de los voltajes.

Los valores modulares de los voltajes por secundario en el devanado *teaser* son los siguientes:

Conexión en fase

Conexión a 30 grados

$$V_{ao} = \frac{\sqrt{3}}{2} V_{ab} = 0.866 V_{ab}$$

$$V_{oc} = \frac{\sqrt{3}}{2} V_{ab} = 0.866 V_{ab}$$

$$V_{no} = \frac{1}{3} V_{ao}$$

$$V_{no} = \frac{1}{3} V_{oc}$$

En todos los bancos abiertos hay subutilización de la capacidad instalada, solo que en algunas conexiones es mayor que en otras.

### ***Distribución de la carga en bancos cerrados***

Para determinar cómo se distribuyen la carga los transformadores del banco, resulta imprescindible caracterizar los casos típicos de carga. Estos pueden ser carga monofásica, carga trifásica y carga combinada monofásica y trifásica.

- **Carga monofásica**

Para el caso de carga monofásica ( $K_1$ ) conectada a un transformador de un banco cerrado, puede comprobarse para el banco Y- $\Delta$  y para los demás tipos de conexión, siempre que se garantice que las impedancias de dispersión de los tres sean iguales, que el transformador que tiene la carga conectada lleva  $\frac{2}{3}$  de esta y los dos restantes  $\frac{1}{3}$  de esta.

Esto hace que se necesite instalar como mínimo  $\frac{4}{3}K_1$ , de ahí que  $kVA_I = \frac{4}{3}K_1$  y  $kVA_D = K_1$ , donde  $kVA_I$  - kilo volt amperes instalados en el banco,  $kVA_D$  - kilo volt amperes demandados o requeridos por la carga.

Para este caso la relación  $\frac{kVA_I}{kVA_D} = \frac{4}{3} = 1.33$ , lo que implica que hay que instalar en el banco un

33 % de capacidad por encima de la que requiere la carga.

Si los transformadores tienen diferentes impedancias de dispersión o en las conexiones en Y, hay aterramiento, la distribución de la carga se determina por un procedimiento similar al desarrollado en el Anexo A de este material de estudio.

- **Carga trifásica**

Si la carga es puramente trifásica ( $K_3$ ), y los transformadores que conforman el banco son idénticos, la capacidad mínima a instalar por cada transformador será de un tercio de la carga trifásica. En el caso de que los transformadores sean diferentes y estén conectados en Y-Y aterrada, Y aterrada- $\Delta$ ,  $\Delta$ - $\Delta$  y  $\Delta$ -Y, el procedimiento de cálculo se efectúa de manera similar al caso desarrollado en el Anexo A de este material docente.

- **Carga combinada trifásica y monofásica**

Si la carga es combinada, la capacidad se calcula atendiendo al tipo de conexión, no debe utilizarse la conexión delta-delta pues se dificulta sobremanera el estimado de la carga que puede suministrar producto de la incidencia de la impedancia de dispersión en la distribución de la carga, el procedimiento de cálculo para este tipo de banco se muestra en el Anexo A. Dicho procedimiento puede ser utilizado además para los casos de conexión en Y-Y aterrada, Y aterrada- $\Delta$ , y  $\Delta$ -Y.

Cuando se abastecen cargas combinadas se acostumbra a clasificar los transformadores del banco en dos grupos, los de fuerza que abastecen una menor parte de la carga monofásica ( $K_1$ ) y el de alumbrado que proporciona gran parte de la carga monofásica.

En el caso del banco estrella-delta, tal como se muestra en la Figura 62, puede constatarse circulación de corriente en los tres transformadores a causa de la carga monofásica y trifásica. Las corrientes correspondientes a cada tipo de carga pueden calcularse por las expresiones siguientes:

$$I_{1\phi} = \frac{K_1}{k.V_L} \quad I_{3\phi} = \frac{K_3}{\sqrt{3}.kV_L}$$

donde:  $kV_L$ - voltaje de línea en la carga

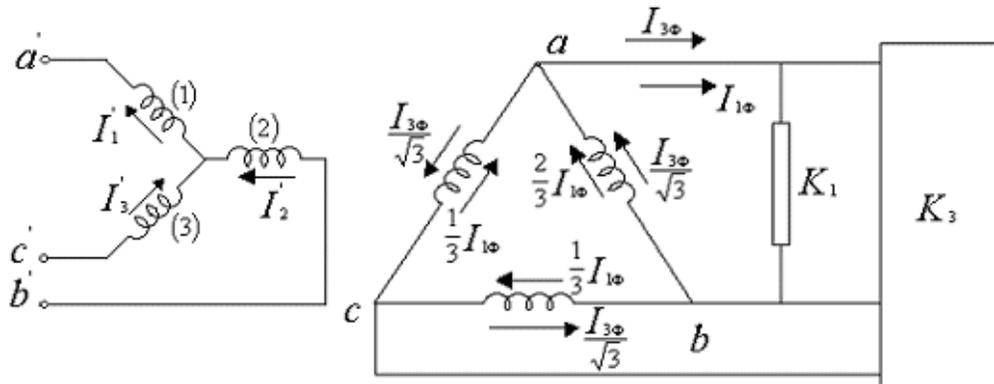


Figura 62. Esquema del banco Y- $\Delta$  con carga combinada monofásica y trifásica.

Si se construye el diagrama fasorial (ver Figura 63) correspondiente al caso que se representa en la Figura 62 pueden obtenerse expresiones generales, que simplifican los cálculos.

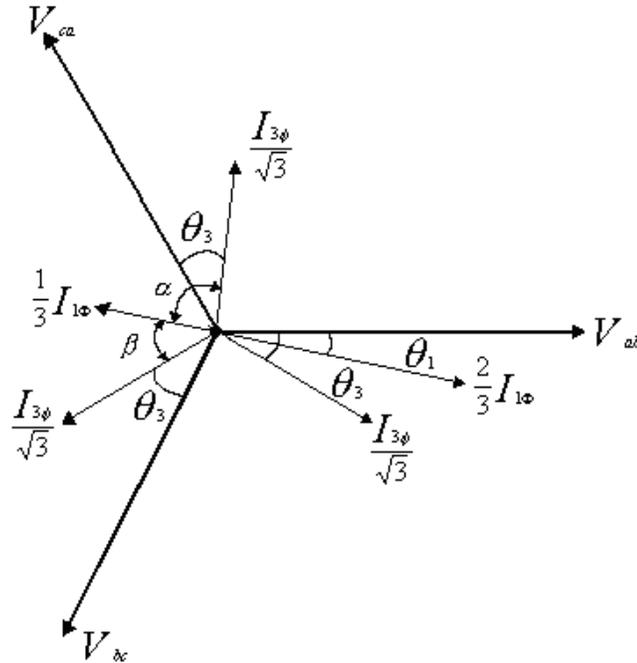


Figura 63. Diagrama fasorial del banco Y-Δ con carga combinada monofásica y trifásica.

El transformador conectado entre las líneas a y b, es el transformador de alumbrado y la corriente que él entrega puede determinarse mediante la suma fasorial de la corriente por la carga monofásica y la trifásica o con la aplicación del teorema de los cosenos, mediante este último se obtiene la expresión siguiente:

$$I_{ab} = I_{TA} = \frac{1}{3.kV_L} \sqrt{4K_1^2 + K_3^2 + 4.K_1.K_3.\cos(\theta_3 - \theta_1)}$$

si se multiplican ambos miembros de la

ecuación por  $kV_L$  se obtiene la capacidad del transformador de alumbrado

$$kVA_{TA} = \frac{1}{3} \sqrt{4K_1^2 + K_3^2 + 4.K_1.K_3.\cos(\theta_3 - \theta_1)}$$

Las corrientes entregadas por los transformadores de fuerza, de manera similar pueden calcularse mediante las expresiones siguientes:

$$I_{bc} = I_{TF1} = \frac{1}{3.kV_L} \sqrt{K_1^2 + K_3^2 + 2K_1.K_3.\cos \beta}$$

$$I_{ca} = I_{TF2} = \frac{1}{3.kV_L} \sqrt{K_1^2 + K_3^2 + 2.K_1.K_3.\cos \alpha}$$

donde:

$$\alpha = 60 + \theta_3 - \theta_1$$

$$\beta = 60 - \theta_3 + \theta_1$$

Si se multiplican ambas ecuaciones por  $kV_L$  y se sustituyen  $\alpha$  y  $\beta$  por sus expresiones en función del ángulo de las cargas, se obtienen las expresiones de capacidad de los transformadores de fuerza.

$$kVA_{TF1} = \frac{1}{3} \sqrt{K_1^2 + K_3^2 + 2.K_1.K_3.\cos(60 - \theta_3 + \theta_1)}$$

$$kVA_{TF2} = \frac{1}{3} \sqrt{K_1^2 + K_3^2 + 2.K_1.K_3.\cos(60 + \theta_3 - \theta_1)}$$

En la práctica, puede asumirse que los ángulos de las cargas o ángulos de factor de potencia son iguales ( $\theta_3 = \theta_1$ ), por lo que se obtienen expresiones de capacidad para los transformadores del banco más generales. Estas son:

$$kVA_{TA} = \frac{2}{3} K_1 + \frac{1}{3} .K_3$$

$$kVA_{TF} = \frac{1}{3} \sqrt{K_1^2 + K_3^2 + K_1.K_3}$$

Estas ecuaciones son de gran utilidad y simplifican los cálculos para hallar la capacidad de los diferentes transformadores.

En resumen, los bancos cerrados deben utilizarse para abastecer cargas trifásicas y, cuando en el caso de la carga combinada hay predominio de la carga trifásica, con vista a una mejor utilización de las capacidades instaladas.

### ***Distribución de la carga en bancos abiertos***

Los bancos abiertos se utilizan cuando la carga es monofásica y en caso de carga combinada cuando hay predominio de la carga monofásica sobre la trifásica. Las conexiones típicas en estos bancos son la estrella abierta y la delta abierta, la distribución de la carga en ambas conexiones es similar. El transformador que tiene conectada la carga monofásica se denomina de alumbrado y el restante de fuerza.

- **Carga monofásica**

Cuando un banco abierto suministra una carga monofásica, esta solo la lleva el transformador al cual está conectada.

- **Carga trifásica**

En el banco abierto la corriente que circula hacia la carga trifásica por la línea es igual a la de fase, para no sobrecargar a los transformadores, por tanto, los

$$kVA_{\text{Bancoabierto}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot kVA_{\text{Bancocerrado}} = 0.577 \cdot kVA_{\text{Bancocerrado}} \quad \text{lo que implica que para}$$

transformadores de igual capacidad, con el banco abierto se abastece una carga menor.

También puede establecerse una relación muy interesante en cuando a capacidad instalada y demandada, si  $kVA_D = \sqrt{3}kV_L I_C$  y  $kVA_I = 2kV_L I_C$  donde  $I_C$ - corriente hacia la carga o por el

transformador, la relación  $\frac{kVA_I}{kVA_D} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155$ . Este resultado implica que hay que instalar un

15,5 % más de capacidad que la que realmente demanda la carga. De ahí que cada elemento del banco debe una capacidad instalada igual a:

$$kVA_{TF} = \frac{K_3}{\sqrt{3}} = 0.577 \cdot K_3$$

En este caso hay subutilización de las capacidades instaladas.

- **Carga combinada monofásica y trifásica**

Si se supone un banco delta abierta que abastece una carga combinada, tal como se muestra en la Figura 64, puede constatarse que la capacidad del transformador de alumbrado, que es la correspondiente al transformador entre las líneas a y b, se determina mediante la suma de las corrientes monofásicas y trifásicas por este.

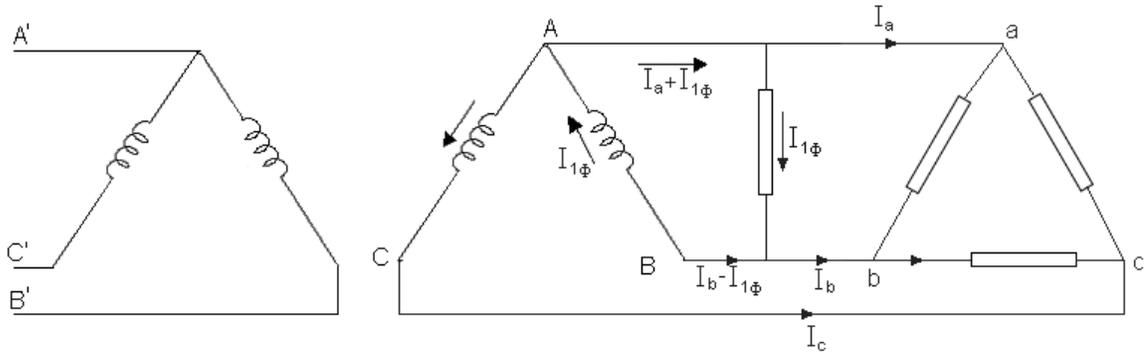


Figura 64. Esquema de banco delta abierta.

En el esquema de la Figura 65 se observa que la componente de carga trifásica en el transformador de alumbrado y en los demás transformadores es  $(I_{AB})_{3\phi} = I_b$  y esa corriente se

calcula por la expresión  $I_b = I_a = I_c = \frac{K_3}{\sqrt{3} \cdot kV_L}$ . Por otra parte, la componente de carga

monofásica se halla mediante la expresión  $(I_{AB})_{1\phi} = I_{1\phi} = \frac{K_1}{k \cdot V_L}$ . La corriente por el

transformador de alumbrado será la que resulte de la resta de  $I_{1\phi}$  de  $I_b$  o de la suma de  $I_a$  e  $I_{1\phi}$ . En el diagrama fasorial de la Figura 65 se comprueba que el desfase entre las corrientes  $(I_{AB})_{1\phi}$  e  $(I_{AB})_{3\phi}$  es igual a  $30 - \theta_3 + \theta_1$  luego la carga total que lleva el transformador de alumbrado será:

$$I_{TA} = \frac{1}{kV_L} \sqrt{K_1^2 + \frac{K_3^2}{3} + \frac{2 \cdot K_1 \cdot K_3}{\sqrt{3}} \cdot \cos(30 + \theta_1 - \theta_3)}$$

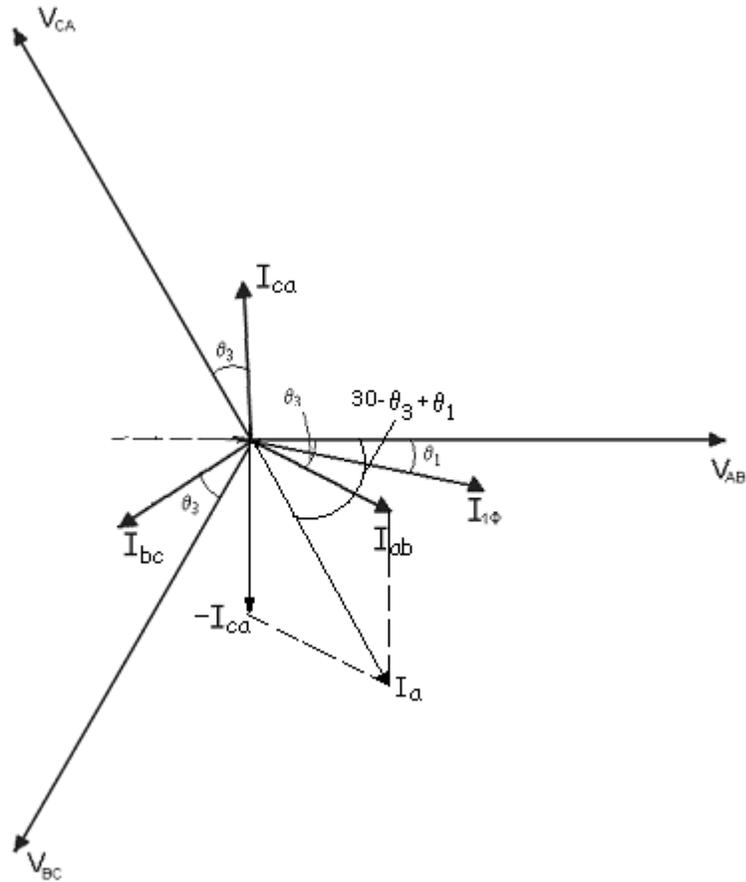


Figura 65. Diagrama fasorial del banco delta abierta con carga monofásica y trifásica combinada.

Si se multiplican por  $kV_L$  ambos miembros de la ecuación, se obtiene la expresión de la capacidad del transformador:

$$kVA_{TA} = \sqrt{K_1^2 + \frac{K_3^2}{3} + \frac{2 \cdot K_1 \cdot K_3}{\sqrt{3}} \cdot \cos(30 + \theta_1 - \theta_3)}$$

Suponiendo igualdad de factor de potencia para las cargas trifásicas y monofásicas, la expresión

anterior se simplifica más, quedando  $kVA_{TA} = \sqrt{K_1^2 + \frac{K_3^2}{3} + K_1 K_3}$

La capacidad necesaria para el transformador de fuerza se halla de manera similar al caso de

carga trifásica por la expresión siguiente:  $kVA_{TF} = \frac{K_3}{\sqrt{3}} = 0.577 \cdot K_3$

Estas expresiones para determinar la capacidad de los transformadores son válidas para los dos tipos de banco abierto.

En la conexión T la relación  $\frac{kVA_I}{kVA_D}$  es más favorable que en los bancos estrella y delta abiertos, esta se evalúa a partir de que  $kVA_D = \sqrt{3}kV_L I_C$  y  $kVA_I = kV_L I_C + 0.866kV_L I_C = 1.866kV_L I_C$ , luego  $\frac{kVA_I}{kVA_D} = \frac{1.866}{\sqrt{3}} = 1.078$ . Esto presupone que hay que instalar por encima de la capacidad demandada por la carga un 7,8 % más.

## **II.2 Operación de los transformadores de potencia**

Los transformadores de potencia son habitualmente unidades trifásicas, aunque pueden encontrarse unidades monofásicas. Estos se utilizan en los sistemas de transmisión. Mientras mayor sea el voltaje de las líneas de transmisión menores serán las pérdidas.

Para una misma potencia, el transformador trifásico respecto al banco de transformadores monofásicos tiene menor volumen de acero, ocupa menos espacio, posee mejor eficiencia, utiliza menos conductores para conexiones externas, mayor fiabilidad. Sin embargo, cuando ocurre alguna avería el servicio se retira a todas las cargas conectadas y este debe ser reemplazado totalmente, en el caso del banco de transformadores es posible dejar conectada parte de la carga, también resulta menos complejo asumir incrementos de carga.

### ***Características constructivas de los transformadores de potencia***

Las características constructivas que lo diferencian respecto al transformador monofásico están fundamentalmente en las estructuras del núcleo magnético. Aquí también hay dos tipos fundamentales: núcleo o columna y acorazado. En las figuras 66 y 67 se muestran láminas de estas, respectivamente.

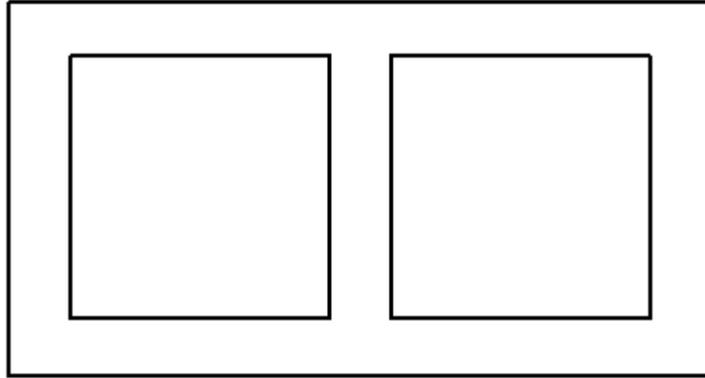


Figura 66. Esquema de estructura tipo núcleo para transformador trifásico.

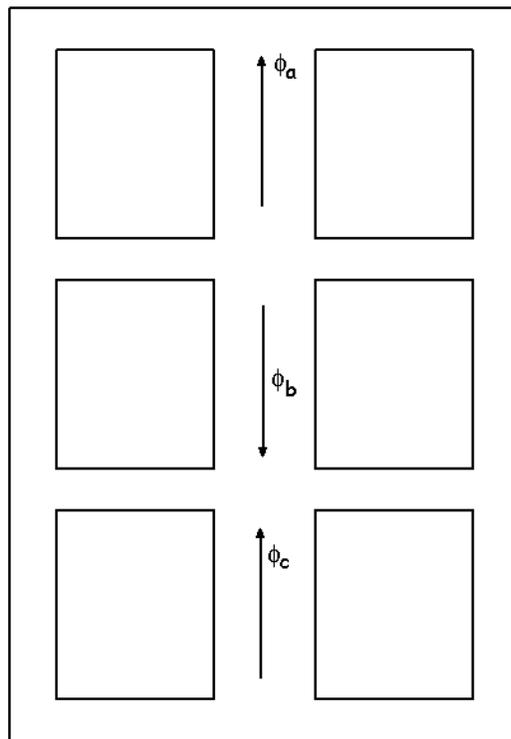


Figura 67. Esquema de estructura tipo acorazado para transformador trifásico.

En la estructura tipo núcleo los devanados de cada fase se disponen en cada columna, ubicando el de baja tensión más cercano a la estructura ferromagnética y por encima el de alta tensión. En cada columna se ubica una fase y puede observarse que no existe paso en estructura ferromagnética para la circulación del flujo magnético, como existe en el transformador monofásico. Para transformadores de gran potencia a esta estructura se le añaden dos columnas adicionales que disminuyen el flujo por los yugos superiores e inferiores en  $\sqrt{3}$  veces, y con ello se puede reducir la altura del núcleo magnético y el volumen del transformador.

Para el tipo acorazado, los devanados de cada fase se disponen en la columna central de manera similar al tipo núcleo, solo debe garantizarse que el devanado en la columna central se disponga en sentido contrario a los de las columnas extremas, de manera que la dirección del flujo magnético sea la mostrada en la Figura 67. Con esta disposición de los devanados se garantiza que en todas las partes del yugo el flujo magnético sea igual a la mitad del flujo de la columna.

### ***Conexiones en transformadores trifásicos***

Las conexiones comunes en estos tipos de transformadores son similares a las descritas en el ítem anterior para los bancos cerrados, con la única condicionante que en estos casos los devanados de las tres fases son idénticos, es como si el banco de transformadores monofásico se conformara por tres transformadores iguales.

Las conexiones más utilizadas en estos tipos de transformadores son la Y-Y con conductor neutro por secundario,  $\Delta$ -Y con neutro por secundario, Y con neutro-  $\Delta$  y Y- $\Delta$ .

En dependencia de la interconexión que se realice entre los terminales de los devanados secundarios pueden ser formados hasta seis grupos diferentes de conexión. Estos grupos identifican el defasaje existente entre los voltajes de línea por primario y secundario. En la práctica no es deseable poseer, en un sistema electroenergético donde hay interconectado gran número de transformadores, muchos grupos de conexión, y lo que se hace es establecer por norma los permitidos.

Por ejemplo, en la antigua URSS los permitidos eran Y-Y<sub>0</sub>-0,  $\Delta$ -Y<sub>0</sub>-11, Y-  $\Delta$ -11 y Y<sub>0</sub>- $\Delta$ -11. El subíndice cero indica que posee conductor neutro y los números 0 y 11 indican los grupos de conexión. El 0 indica que los voltajes de primario y secundario están en fase, el 11 que los voltajes de secundario se adelantan 30° respecto a los de primario.

Los grupos de conexión se clasifican atendiendo a la posición que tienen los voltajes de secundario respecto a los de primario tomando como referencia la manecilla horario de una esfera de reloj y el sentido de movimiento de las manecillas del reloj.

Cuando las potencias requeridas para transformadores trifásicos superan los 300 MVA, por dificultades en la transportación, se emplean bancos de transformadores monofásicos. Por ejemplo, en la central hidroeléctrica del Gurí, en Venezuela, las salidas de los generadores de 750 MVA se conectan a un banco de transformadores monofásicos de 250 MVA cada uno, en una conexión  $\Delta$ -Y. El uso de transformadores monofásicos permite disminuir la potencia de reserva para casos de averías o mantenimiento.

El análisis del comportamiento del transformador trifásico es similar al de los bancos cerrados de transformadores monofásicos, con la condicionante que los tres elementos sean idénticos.

Las relaciones de potencia para estos casos son las siguientes:

$$P_2 = P_{sal} = \sqrt{3}kV_{2L} \cdot I_{2L} = 3V_{2f} \cdot I_{2f}$$

$$P_1 = P_{ent} = \sqrt{3}kV_{1L} \cdot I_{1L} = 3V_{1f} \cdot I_{1f}$$

$$P_{cu} = 3(I_{1f}^2 \cdot R_1 + I_{2f}^2 \cdot R_2)$$

$$P_{h+e} = 3(I_{h+e}^2 R_c)$$

La eficiencia se evalúa tal como aparece en el ítem I.9, solo que las potencias deben ser sustituidas por las expresiones anteriores.

### **II.3 Armónicos en transformaciones trifásicas en vacío**

En las conexiones trifásicas, formadas por transformadores monofásicos o transformadores trifásicos, tienen una alta incidencia sobre las fem inducidas por primario y secundario y la corriente de magnetización el tipo de conexión y la relación no lineal entre el flujo magnético y la corriente de magnetización.

Dado el material magnético del núcleo de los transformadores, la relación entre el flujo magnético y la corriente de magnetización queda fijada por la característica de magnetización de este (Ver Figura 14). De ahí puede establecerse que si el flujo magnético es sinusoidal, la corriente de magnetización y, por tanto, la de excitación será distorsionada o no sinusoidal y viceversa.

Valorar este efecto sobre los diferentes tipos de conexiones, resulta muy interesante, por lo que se particularizará en cada tipo de conexión.

- Conexión Y-Y (estrella-estrella)

Se supone que se tiene una conexión Y-Y como la que aparece en la Figura 68, donde hay un interruptor (S) en la conexión del neutro de la fuente y del devanado primario y que los voltajes de alimentación son sinusoidales.

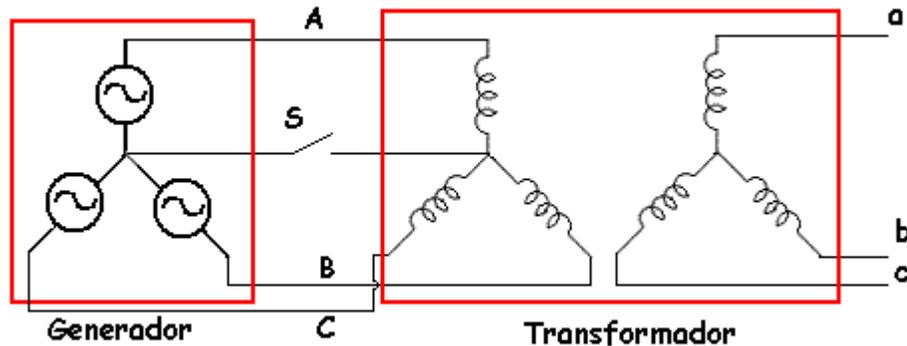


Figura 68. Conexión de un transformador Y-Y con neutro por primario a la fuente.

Si el interruptor S se cierra, posibilita la circulación de la corriente de excitación, luego, como el voltaje es sinusoidal, el flujo magnético también lo será y la corriente de excitación será distorsionada.

La corriente de excitación, puede ser descompuesta por serie de Fourier, de manera que  $I_{exc} = I_{exc1} + I_{exc3} + I_{exc5} + \dots$ , por tanto, por el neutro circulará solamente la componente de tercer armónico y sus múltiplos impares, que son las corrientes que están en fase en el sistema trifásico, esto implica que la corriente de magnetización sea distorsionada (Figura 69).

Si el interruptor S permanece abierto, no hay corriente por el conductor neutro y, por tanto, las componentes armónicas superiores de la corriente de excitación no podrán circular, esto hace que la corriente de excitación sea aproximadamente sinusoidal y el flujo magnético distorsionado, así como la fem inducida en los devanados primario y secundario.

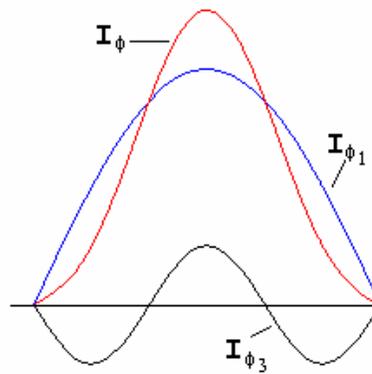


Figura 69. Componentes armónicas de la corriente de magnetización ( $I_\phi$ ).

La fem inducida tendrá una componente de tercer armónico que puede elevar el valor máximo del voltaje hasta en un 30 % de su valor nominal, este sobrevoltaje puede ocasionar daños al transformador, además de incrementar las pérdidas magnéticas o de núcleo en este.

Debe aclararse que este fenómeno de distorsión de la fem solo ocurre en bancos de transformadores monofásicos y en transformadores trifásicos tipo acorazado. En los transformadores trifásicos tipo núcleo, esto no ocurre debido a que el flujo magnético de tercer armónico debe cerrar su circuito magnético por partes de alta reluctancia (aceite, carcasa, etc.) y, por tanto, este se debilita mucho lo que disminuye su incidencia sobre la magnetización del transformador.

Esto hace que en la conexión Y-Y, para un funcionamiento satisfactorio, se aterre al menos el devanado primario o se fabriquen los transformadores trifásicos con un devanado terciario. El devanado terciario, no es más que un devanado secundario conectado en delta, de manera que se tiene un transformador trifásico con un devanado primario y dos devanados secundarios.

- Conexión delta-delta ( $\Delta$ - $\Delta$ )

En este tipo de conexión, los voltajes de fase coinciden con los de línea, y como se ha supuesto que los voltajes de alimentación son sinusoidales, por tanto, los voltajes de fase y el flujo magnético son sinusoidales y la corriente de excitación de fase distorsionada, ya que por los devanados conectados en delta, puede circular la corriente de tercer armónico y sus múltiplos. La corriente de línea de excitación de cada fase será sinusoidal pues es la que resulta de la suma fasorial de las corrientes de dos fases y, por tanto, la componente de tercer armónico se anula.

- Conexión estrella-delta (Y- $\Delta$ )

En este tipo de conexión pueden darse dos situaciones, una cuando el neutro de la estrella no está aterrado y otra cuando lo está.

Si consideramos que el interruptor S, de la Figura 70, está abierto, puede comprobarse que tanto el flujo magnético como la fem del devanado primario son sinusoidales y la corriente de excitación por primario prácticamente sinusoidal. ¿Por qué ocurre esa situación? La explicación está fundamentada en la atenuación del flujo magnético debido al tercer armónico.

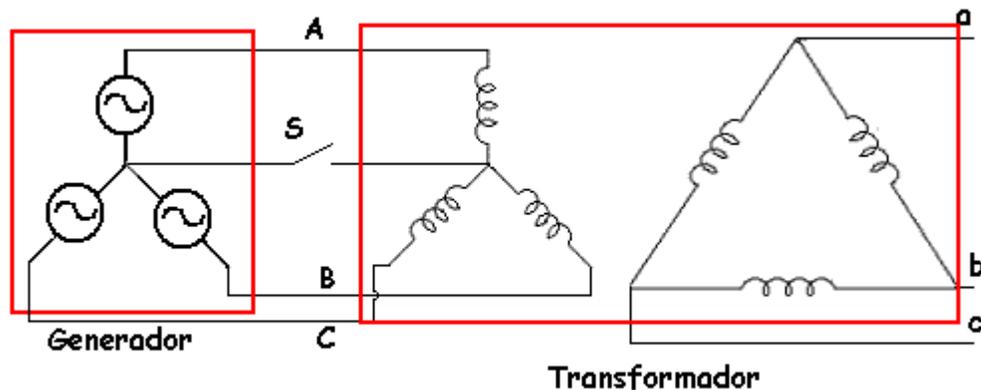


Figura 70. Conexión Y- $\Delta$  con neutro por primario.

Al alimentar por primario con voltajes sinusoidales de línea y no existir retorno para las componentes de tercer armónico y sus múltiplos de la corriente de excitación, el flujo magnético del primario tendrá componentes del primer, tercer, quinto,... armónicos. La componente de tercer armónico del flujo magnético ( $\phi_{3Y}$ ) induce en los devanados secundarios fem de tercer armónico ( $E_{3\Delta}$ ), que se atrasa  $90^\circ$  a  $\phi_{3Y}$ . Estas fem están en fase y en un circuito cerrado, por lo que harán que circule una corriente por los devanados en delta ( $I_{3\Delta}$ ).

La corriente  $I_{3\Delta}$  se atrasa casi  $90^\circ$  a  $E_{3\Delta}$  a causa de que la reactancia de dispersión predomina sobre la resistencia de los devanados, lo que implica que la delta se comporte como un circuito altamente inductivo. Asociado a  $I_{3\Delta}$  hay un flujo magnético ( $\phi_{3\Delta}$ ) que al interactuar con  $\phi_{3Y}$ , queda como un flujo resultante de tercer armónico muy pequeño y, por tanto, su incidencia sobre la forma de onda del flujo y la fem de los devanados es despreciable (Figura 71). Un proceso

similar ocurre en los transformadores trifásicos conexión Y-Y que poseen devanado terciario (Y- $\Delta$ Y).

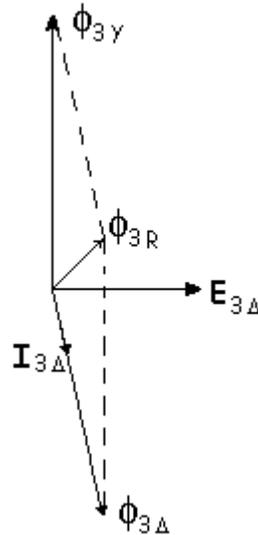


Figura 71. Diagrama fasorial de las componentes de tercer armónico en la conexión Y- $\Delta$ .

Si el interruptor S se cierra, la corriente de tercer armónico de la corriente de excitación puede circular por primario y, por tanto, la corriente de excitación será distorsionada y el flujo magnético y las fem de los devanados serán sinusoidales.

- Conexión delta-estrella (Y- $\Delta$ )

Al existir una conexión delta por primario se facilita que la componente de tercer armónico de la corriente de excitación, circule por el interior de ella, por lo que la corriente de excitación de fase será distorsionada y la de línea sinusoidal, al igual que los voltajes de fase y el flujo magnético.

Puede afirmarse que siempre que exista una conexión delta, ya sea por secundario o por primario se garantizará la circulación de las componentes de tercer armónico y, por tanto, las fem de fase y el flujo magnético serán sinusoidales.

#### II.4 Cargas asimétricas en transformaciones trifásicas

El análisis del efecto de las cargas asimétricas en la operación de los transformadores se realiza, tradicionalmente, por el método de las componentes simétricas. Las señales se descomponen en

tres sistemas de fasores llamados de secuencia positiva, secuencia negativa y secuencia cero (Anexo B).

Se consideran cargas asimétricas y cortocircuitos asimétricos (entre fases y de fase a tierra).

En la conexión Y-Y<sub>0</sub> cuando se abastece una carga monofásica se presenta un desplazamiento del neutro en los bancos de transformadores monofásicos y en los transformadores trifásicos acorazados, este fenómeno no ocurre en los transformadores tipo núcleo. En los transformadores tipo núcleo, aunque circula la componente de secuencia cero por la carga, esta no provoca corrimiento apreciable del neutro porque el flujo de secuencia cero es muy pequeño, debido a la alta reluctancia que presenta el circuito por donde este tiene que circular.

El problema del desplazamiento del neutro magnético en la conexión Y-Y<sub>0</sub>, puede comprenderse a partir del principio de operación del transformador (Ítem I.3). En el esquema de la Figura 72 existe una carga conectada entre los terminales a y o y, por tanto, circulará por secundario y por la carga una corriente de carga, que puede ser descompuesta en componentes de secuencia positiva (I<sub>2+</sub>), de secuencia negativa (I<sub>2-</sub>) y de secuencia cero (I<sub>20</sub>). Al circular corriente de carga, en el devanado primario aparece una corriente componente de carga para mantener el flujo constante, por tanto, en el devanado primario circularán  $\dot{I}_{2+}$  e  $\dot{I}_{2-}$ , que harán que:

$$N_2 I_{2+} = N_1 \dot{I}_{2+} \quad \text{y} \quad N_2 I_{2-} = N_1 \dot{I}_{2-}$$

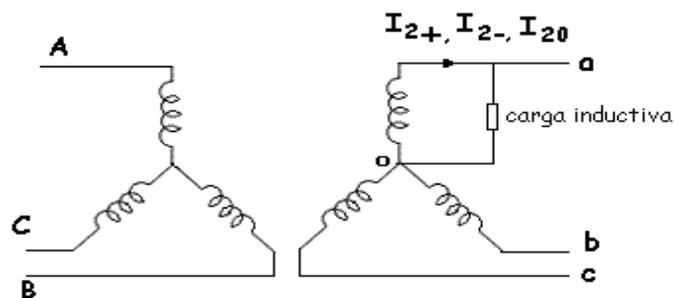


Figura 72. Conexión Y-Y con carga monofásica.

Sin embargo, la componente de carga de secuencia cero no puede circular por primario, puesto que no existe conductor neutro, luego, el flujo de secuencia cero sigue actuando sobre el núcleo del transformador y causa el desplazamiento del neutro. Si se supone que la carga conectada es

inductiva pura puede decirse que la corriente de secuencia cero ( $I_{20}$ ) por secundario está atrasada  $90^\circ$  al voltaje de fase y en fase con esta se encuentra el flujo magnético de secuencia cero ( $\Phi_{20}$ ), (ver Figura 73 b). Este flujo induce fem de secuencia cero ( $E_{20}$ ) en los devanados del transformador y por tanto modifica la magnitud de los voltajes de fase en el transformador. Para este caso el voltaje de la fase donde está conectada la carga disminuye y en las otras dos se incrementa y, por tanto, desplaza el neutro magnético, tal como se muestra en la Figura 73 c). Los voltajes de línea permanecen inalterables ya que son fijados por el sistema. Análisis similares pueden efectuarse para otros tipos de carga.

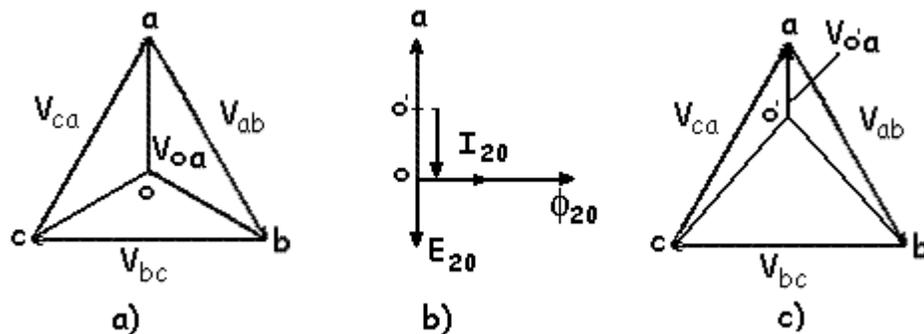


Figura 73. Corrimiento del neutro debido a una carga monofásica conectada a una fase de un banco Y-Y.

Un desbalance cualquiera conduce, en la conexión Y-Y<sub>0</sub>, al corrimiento del neutro, esto hace que este tipo de conexión no sea recomendable para abastecer cargas trifásicas balanceadas y mucho menos cargas combinadas monofásicas y trifásicas, ya que una falla de línea a tierra produce sobrevoltaje.

Una buena opción para este tipo de conexión es incorporar un segundo devanado por secundario en delta, que evita haya corrimiento del neutro magnético.

Señalemos que la presencia del conductor neutro o la tierra en ambos devanados, primario y secundario, de un transformador con conexión Y-Y, no es garantía para que se equilibren las corrientes de secuencia cero, ya que la impedancia del circuito primario para estas corrientes puede ser grande.

En los transformadores de tres columnas con conexión de los enrollados Y-Y<sub>0</sub>, la distorsión del sistema de voltajes de fases, en presencia de corrientes de secuencia cero, es menor, ya que la corriente de secuencia cero no sobrepasará el 8 % de la corriente nominal.

Los transformadores con conexión de los enrollados estrella –zigzag con salida neutra soportan bien las cargas manteniendo las corriente de secuencia cero, ya que estas corrientes se equilibran en los enrollados secundarios en cada núcleo, por cuanto en cada núcleo se tienen dos mitades de las fases del enrollado secundario, por las cuales circulan las corrientes de secuencia cero en sentido contrario

Si el primario del transformador está conectado en delta, esta conexión posibilita la circulación de la componente de secuencia cero y, por tanto, no habrá desplazamiento del neutro

## **II.5 Criterios para la selección de transformadores**

La selección del transformador es un aspecto muy importante y depende en gran medida de la carga que abastecerá, la posición que ocupará dentro del sistema electroenergético (transmisión, subtransmisión, distribución), las capacidades disponibles y las necesidades prospectivas.

Puede estimarse que los datos a tomar en consideración para su selección deben ser:

- Niveles de voltaje necesarios. Son los establecidos por los requerimientos de las cargas.
- Niveles de voltaje disponibles. Los que fijan el sistema de transmisión y distribución.
- Tipo de conexión requerida, posibles variantes.
- Especificaciones de la(s) carga(s): potencia, trifásica o monofásica, crecimiento estimado, etc.
- Especificaciones del lugar de asentamiento: al aire libre, techado, en zona urbana o rural.
- Aplicación: residencial, industrial, transmisión, subtransmisión, especial.

Además, no debe olvidarse que la selección del transformador es solo un aspecto de un conjunto de tareas a realizar en la instalación de transformadores.

## II.6 Cambiadores de derivación

Los cambiadores de derivación o cambia taps, son dispositivos que se encargan de conmutar las vueltas por el devanado primario. Todos los transformadores poseen en su devanado primario un conjunto de terminales que facilitan la obtención de diferentes valores de voltaje, por encima y por debajo del voltaje nominal, mediante el incremento o la disminución del número de vueltas del devanado primario.

Hay dos variantes esenciales de cambiador de derivaciones, los bajo carga y los sin carga.

Como su nombre indica, los bajo cargas conmutan a las diferentes posiciones estando energizado el transformador. Los transformadores que poseen este tipo de cambiador de derivación son casi siempre de potencia, estos son transformadores cuya salida de servicio puede afectar un gran número de cargas y, por tanto, todas las operaciones o la gran mayoría de ellas deben realizarse con estos transformadores energizados.

Los requisitos técnicos para cambiadores de derivación con carga son mayores y la complejidad de los dispositivos conmutadores también lo es.

En los transformadores de distribución es habitual el cambiador de derivaciones sin carga.

Las características de estos dispositivos, en general, son similares aunque cada fabricante los singulariza en sus diseños.

## II.7 Problemas Propuestos

1. Dos transformadores A y B tienen los datos siguientes:

| A                             | B                             |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 5kVA                          | 20kVA                         |
| $Z_{eq1} = 2 \Omega$          | $Z_{eq1} = 1 \Omega$          |
| $V_1/V_2 = 440/220 \text{ V}$ | $V_1/V_2 = 440/220 \text{ V}$ |
| $R/X = 0.2$                   | $R/X = 0.2$                   |

Calcule la capacidad en kVA que se puede suministrar a la carga, si operan en paralelo sin que se sobrecargue ningún elemento.

2. Dos transformadores A y B operan en paralelo teniendo los datos siguientes:

| A                              | B                              |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 20kVA                          | 10kVA                          |
| $\%Z = 2,5 \%$                 | $\%Z = 5 \%$                   |
| $V_1/V_2 = 2400/240 \text{ V}$ | $V_1/V_2 = 2400/240 \text{ V}$ |

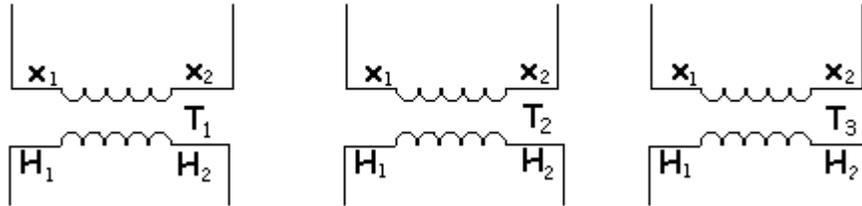
Determine:

- Qué carga en kVA se puede alimentar, sin que se sobrecargue ningún elemento, conociendo que  $(R/X)_A = (R/X)_B$ .
  - Qué carga en kVA se puede alimentar, sin que se sobrecargue ningún elemento, conociendo que  $(X/R)_A = 1$  y  $(X/R)_B = 0,1$ .
- Si al banco de transformadores en paralelo del problema anterior se le conecta una carga que demanda 16 kVA. Calcule los kVA que entrega cada transformador considerando que  $(X/R)_A = 1$  y  $(X/R)_B = 0,1$ .
  - Se conectan dos transformadores A y B en paralelo con los datos siguientes:

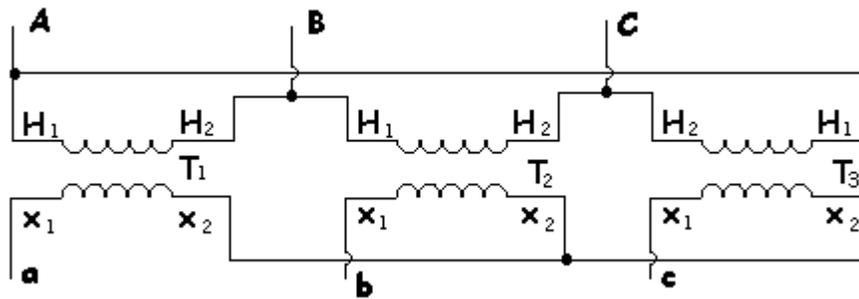
| A                             | B                             |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 5kVA                          | 20kVA                         |
| $Z_{eq1} = 2 \Omega$          | $Z_{eq1} = 1 \Omega$          |
| $V_1/V_2 = 440/220 \text{ V}$ | $V_1/V_2 = 450/220 \text{ V}$ |
| $R/X = 0,2$                   | $R/X = 0,2$                   |

- Determinar la corriente que circula por el secundario en vacío cuando se alimenta con  $V_1 = 440 \text{ V}$
- ¿Podría alimentar este banco alguna carga? Justifique.

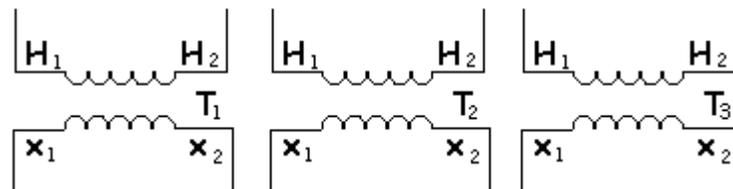
5. Suponga tres transformadores monofásicos, tal como se muestran, cómo quedarían interconectados en una conexión delta-estrella ( $\Delta - Y$ ). Haga el diagrama fasorial de los voltajes por primario y por secundario.



6. En el banco de transformadores que se muestra:



- Indique el tipo de conexión.
  - Demuestre que la conexión es incorrecta. Utilice el diagrama fasorial correspondiente.
  - Diga qué cambio de conexiones hay que efectuar para que opere satisfactoriamente.
7. En el banco de transformadores siguiente:



- Realice la conexión Y -  $\Delta$
- Calcule las corrientes por primario y secundario de línea y de fase, si cada elemento es de 50 kVA, 2 400/240 V. Considere que el banco es alimentado por el lado de alto voltaje.
- Calcule los voltajes de línea y de fase por primario y secundario.
- Determine la eficiencia del banco a plena carga y  $\cos \theta_2 = 0,8$  si cada elemento tiene las

pérdidas siguientes:

$$P_{cu} = 1 \text{ kW} \quad P_{h+e} = 0,5 \text{ kW}$$

8. Se tienen tres transformadores de 10 kVA, 2 400/240 V. Calcule cuáles deben ser los voltajes de línea por primario y por secundario y los kVA que se pueden suministrar a la carga, si se conectan de las formas siguientes:
  - a) Banco  $\Delta - \Delta$ .
  - b) Banco Y -  $\Delta$ .
  - c) Banco  $\Delta - Y$
  - d) Banco Y - Y.
9. Se dispone de dos transformadores de 50 kVA, 440/220 V.
  - a) Calcule la carga trifásica balanceada que pueden entregar sin sobrecargarse.
  - b) Calcule la carga trifásica y monofásica combinada que pueden entregar sin sobrecargarse.
10. Si se debe alimentar una carga combinada de  $K_3 = 100 \text{ kVA}$  y  $K_1 = 200 \text{ kVA}$  a 240 V desde una línea de 2,4 kV.
  - a) Halle la capacidad del banco a instalar.
  - b) Tipo de conexión a utilizar. Justifique.
  - c) Diga qué valores deben tener los datos de chapa de los transformadores siguientes: kVA,  $V_1/V_2$ .
11. Si se debe alimentar una carga trifásica balanceada de 400 kVA a 240 V desde una línea de 4,16 kV.
  - a) Halle la capacidad del banco a instalar.
  - b) Tipo de conexión a utilizar. Justifique.
  - c) Diga qué valores deben tener los datos de chapa de los transformadores que a continuación se relacionan: kVA,  $V_1/V_2$ .
12. Si es necesario suministrar una carga  $3\phi$  simétrica de 300 kVA a 240 V, desde una línea de 4 160 V. Calcule los kVA nominales de cada elemento, la relación de voltaje necesaria y los kVA totales instalados si son usadas las conexiones siguientes:
  - a) Banco Y- abierta

b) Banco Y-  $\Delta$

13. Determine los kVA que pueden ser suministrados por transformadores de 4 160/2 400 V y 100 A por baja en los bancos siguientes:

a) Banco  $\Delta$  - abierta

b) Banco  $\Delta$  -  $\Delta$

14. Se quiere alimentar una carga  $3\phi$  y  $1\phi$  a 240 V desde una línea de 4 160 V. Se conoce que la carga  $3\phi$  vale 400 kVA y la monofásica 50 kVA. Seleccione el tipo de banco a utilizar, su conexión y la capacidad de cada elemento.

15. Se tiene un banco abierto con las capacidades siguientes: 200 kVA y 100 kVA. Calcule la carga  $3\phi$  y  $1\phi$  que puede entregar sin que se sobrecargue ningún elemento.

16. Un banco Y – abierta tiene dos elementos iguales, con los datos siguientes:

$$100 \text{ kVA} \quad 2 \text{ 400/240 V} \quad P_{h+e} = 100 \text{ W} \quad P_{cu} = 50 \text{ W}$$

Calcule:

a) Los kVA  $3\phi$  balanceados que se pueden suministrar con el banco.

b) La corriente de línea y por el neutro en el primario (por el lado de alta) en condiciones nominales.

c) La eficiencia del banco en condiciones nominales y f.p 0,8 en atraso.

d) Si adicionalmente a la carga  $3\phi$  se añade una monofásica de 50 kVA a 240 V. Halle el valor en kVA del elemento a añadir en paralelo con uno de los transformadores del banco para satisfacer la carga pedida.

# **Distribución de la Carga en Bancos de Transformadores con Conexión Delta-Delta**

Arian Ramos Martínez & Alicia Hernández Maldonado

**Resumen**— Los bancos de transformadores conectados en delta-delta tienen la característica peculiar que la carga se distribuye entre los diferentes transformadores que componen el banco acorde a la impedancia de dispersión de estos, lo cual resulta una limitante en cuanto al aprovechamiento de las capacidades instaladas.

Este trabajo presenta un procedimiento que incluye la modelación matemática para la determinación de la carga que lleva cada transformador de un banco trifásico con conexión delta-delta en los casos que abastece carga monofásica, trifásica balanceada y carga combinada (monofásica y trifásica).

La modelación matemática se obtiene de aplicar el principio de la superposición y el establecimiento de relaciones geométricas y trigonométricas en el diagrama fasorial de voltajes y corrientes del banco delta-delta. Las expresiones obtenidas son generales y pueden ser utilizadas en cada uno de los casos de carga mencionados con anterioridad.

**Palabras claves:** banco de transformadores, conexión delta-delta, distribución de la carga, superposición.

## INTRODUCCIÓN

La conexión delta-delta de transformadores monofásicos tiene la ventaja de garantizar que no exista corrimiento del neutro bajo ninguna circunstancia, sin embargo, la distribución de la carga en estos depende de la impedancia de dispersión de cada transformador, este hecho por tanto limita este tipo de conexión esencialmente cuando abastece una carga combinada monofásica y trifásica o carga monofásica sola, ya que conduce a la utilización de transformadores con capacidad superior a la necesaria y con un alto porcentaje de subutilización.

En ocasiones, se constata que la modelación que se realiza de este tipo de banco solo contempla el caso de tres transformadores idénticos [1] abasteciendo una carga trifásica balanceada, pero se aborda muy poco lo relacionado con el banco delta-delta formado por transformadores diferentes o abasteciendo una carga asimétrica.

Este trabajo presenta el análisis y la modelación efectuada para determinar la distribución de la carga cuando se opera en una conexión delta-delta con transformadores diferentes y se abastecen tres tipos de cargas: monofásicas, trifásicas y carga combinada (monofásica y trifásica).

## Materiales y Métodos

Para realizar la modelación de la distribución de la carga en el banco delta-delta se ha tomado como base el principio de superposición [2], debido a la incidencia que tiene la impedancia de dispersión de cada transformador en la distribución de la carga.

### A. Carga trifásica balanceada

Si se parte del supuesto que el banco abastece una carga trifásica balanceada, la aplicación de dicho principio en estas condiciones implica considerar la carga trifásica ( $K_3$ ) como si fuesen tres cargas monofásicas idénticas que cada transformador abastece. [2],[3] En el esquema de la Fig. 1 se representa lo descrito anteriormente.

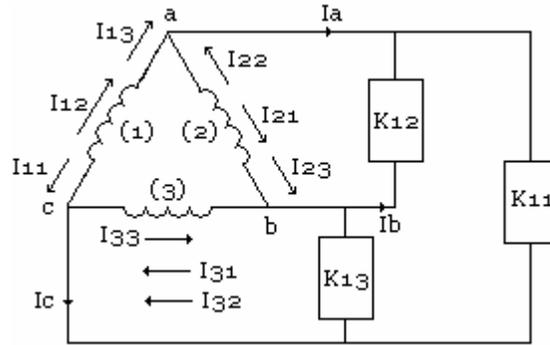


Fig. 1. Esquema de la conexión delta-delta abasteciendo una carga monofásica idéntica por fase.

Si la carga trifásica demanda una potencia aparente igual a:

$$K_3 = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \quad (1)$$

Puede establecerse que lo que debe abastecer cada fase considerando carga monofásica ( $K_1$ ) es:

$$K_1 = \frac{K_3}{3} = \frac{\sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L}{3} = 0.577 \cdot V_L \cdot I_L = \frac{V_L \cdot I_L}{\sqrt{3}} \quad (2)$$

Si se analiza la carga conectada al transformador 2 y se denota como  $K_{12}$ , se constata que se cumplen las ecuaciones siguientes:

$$I_{22} \cdot Z_{eq2} = I_{12} (Z_{eq1} + Z_{eq3}) = I_{32} (Z_{eq1} + Z_{eq3}) \quad (3)$$

Donde:

$I_{22}$  – corriente entregada por el transformador 2 debido a la carga conectada entre sus terminales

$I_{12}$  – corriente entregada por el transformador 1 debido a la carga conectada al transformador 2.

$I_{32}$  – corriente entregada por el transformador 3 debido a la carga conectada al transformador 2.

$Z_{eq1}$ ,  $Z_{eq2}$ ,  $Z_{eq3}$  – impedancia de dispersión de los transformadores 1, 2, y 3, respectivamente.

$$I_a = I_{12} + I_{22} = I_{22} + I_{32} \quad (4)$$

Siendo  $I_a$  – corriente de línea entregada a la carga  $K_{12}$

$$I_{22} = I_{12} \frac{(Z_{eq1} + Z_{eq3})}{Z_{eq2}} \quad (5)$$

$$I_{12} = I_{32} = \frac{Z_{eq2}}{Z_{eq1} + Z_{eq2} + Z_{eq3}} I_a \quad (6)$$

$$I_{22} = \frac{Z_{eq1} + Z_{eq3}}{Z_{eq1} + Z_{eq2} + Z_{eq3}} I_a \quad (7)$$

Si se procede de manera similar con los dos transformadores restantes se obtienen expresiones similares a las obtenidas anteriormente. Para el transformador 1 serán:

$$I_{21} = I_{31} = \frac{Z_{eq1}}{Z_{eq1} + Z_{eq2} + Z_{eq3}} I_c \quad (8)$$

$$I_{11} = \frac{Z_{eq2} + Z_{eq3}}{Z_{eq1} + Z_{eq2} + Z_{eq3}} I_c$$

(9)

Para el transformador 3, estas son:

$$I_{23} = I_{13} = \frac{Z_{eq3}}{Z_{eq1} + Z_{eq2} + Z_{eq3}} I_b \quad (10)$$

$$I_{33} = \frac{Z_{eq1} + Z_{eq2}}{Z_{eq1} + Z_{eq2} + Z_{eq3}} I_b \quad (11)$$

Debe notarse que:

$$I_a = I_b = I_c = I_{1\phi}$$

(12)

Siendo  $I_{1\phi}$  - la corriente demandada por la carga monofásica equivalente.

Del diagrama de la Fig. 1, puede establecerse que la corriente entregada por cada transformador es la suma fasorial de todas las corrientes que circulan por este.

$$I_1 = I_{11} + I_{12} + I_{13}$$

$$I_2 = I_{21} + I_{22} + I_{23}$$

$$I_3 = I_{31} + I_{32} + I_{33}$$

(13)

Una expresión general de la magnitud de la corriente entregada por cada transformador puede obtenerse aplicando procedimientos algebraicos y trigonométricos a partir del diagrama fasorial. Se supone que la carga trifásica tiene un factor de potencia en atraso ( $\theta_3$ ), tal como se muestra en el diagrama fasorial de la Fig. 2 y se procede a hallar la corriente por el transformador 2.

La corriente que circula por el transformador 2 a causa de las cargas conectadas en los transformadores 1 y 3 puede calcularse mediante la expresión siguiente:

$$I_{2c} = \sqrt{(I_{21})^2 + (I_{23})^2 + 2 \cdot I_{21} \cdot I_{23} \cdot \cos \delta} \quad (14)$$

Siendo  $\delta$  - el ángulo de desfase entre  $I_{21}$  e  $I_{23}$ , del diagrama fasorial (Fig. 2) puede verificarse que este es igual a  $120^\circ$ .

$I_{2c}$  - corriente complementaria del transformador 2.

Por tanto, la corriente complementaria del transformador 2 es igual a:

$$I_{2c} = \sqrt{(I_{21})^2 + (I_{23})^2 - I_{21} \cdot I_{23}} \quad (15)$$

El desfase de la componente complementaria ( $I_{2c}$ ) respecto a  $V_{ab}$  puede determinarse mediante la aplicación de la ley de los senos:

$$\frac{I_{21}}{\text{sen } \gamma} = \frac{I_{2c}}{\text{sen } \beta} \quad (16)$$

$$\gamma = \text{sen}^{-1} \left( \frac{I_{21}}{I_{2c}} * \text{sen } \beta \right) \quad (17)$$

luego:

$$\theta_{2c} = 120 - \alpha - \gamma = 60 + \theta_3 - \gamma \quad (18)$$

Siendo

$\theta_{2c}$  - ángulo de desfase de  $I_{2c}$  respecto a  $V_{ab}$

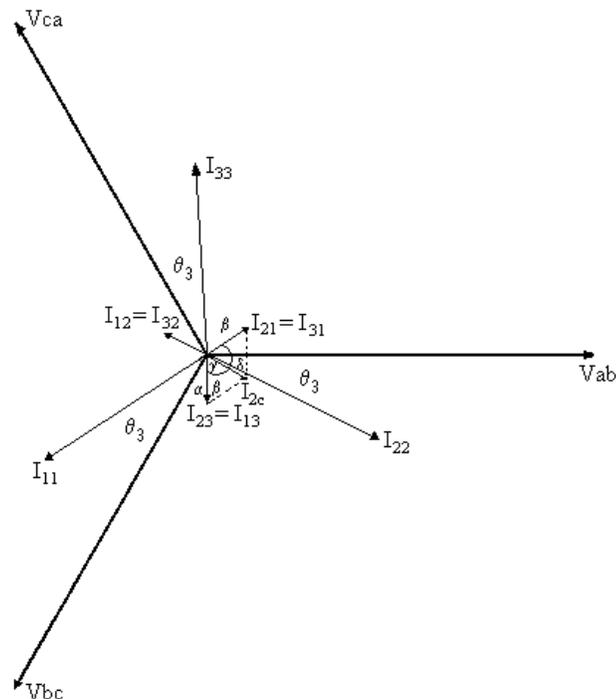


Fig. 2. Diagrama fasorial que representa las corrientes que circulan por cada transformador debido a la carga de cada fase.

Del diagrama fasorial puede comprobarse que  $\beta = 120 - \theta_3 - 60 + \theta_3 = 60$  y  $\alpha = 60 - \theta_3$  y estos valores se mantienen para los otros transformadores.

Por tanto, la corriente total entregada por el transformador 2 será:

$$I_2 = \sqrt{(I_{2c})^2 + (I_{22})^2 + 2 \cdot I_{2c} \cdot I_{22} \cdot \cos(\theta_3 - \theta_{2c})} \quad (19)$$

Por un procedimiento similar puede establecerse que para los transformadores 1 y 3 las expresiones de corriente son las siguientes:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sqrt{(I_{1c})^2 + (I_{11})^2 + 2 \cdot I_{1c} \cdot I_{11} \cdot \cos(\theta_3 - \theta_{1c})} \\ I_3 &= \sqrt{(I_{3c})^2 + (I_{33})^2 + 2 \cdot I_{3c} \cdot I_{33} \cdot \cos(\theta_3 - \theta_{3c})} \end{aligned} \quad (20)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \theta_{1c} &= 60 + \theta_3 - \gamma' \text{ y } \gamma' = \text{sen}^{-1} \left( \frac{I_{13}}{I_{1c}} * \text{sen} \beta' \right) \\ \theta_{3c} &= 60 + \theta_3 - \gamma'' \text{ y } \gamma'' = \text{sen}^{-1} \left( \frac{I_{31}}{I_{3c}} * \text{sen} \beta'' \right) \end{aligned}$$

Como puede constatarse existe una influencia directa de la corriente complementaria que circula por los transformadores y además todas las corrientes dependen de la impedancia de dispersión de estos.

### B. Carga monofásica

Para este caso solo se conecta la carga a un transformador y, por tanto, las corrientes que circulan por cada transformador se hallan mediante la evaluación de las expresiones (6) y (7).

### C. Carga combinada (trifásica y monofásica)

Cuando la carga que abastece el banco es combinada (monofásica y trifásica) se procede de manera similar solo que en ese caso el transformador que tiene conectada la carga monofásica tendrá una carga equivalente superior a la de los otros transformadores y el factor de potencia de la carga diferirá de los otros transformadores. En la Fig. 3 se representa el esquema del secundario del banco para carga combinada donde  $K_{1\phi}$  indica la carga monofásica en si, y  $K_{12}$ ,  $K_{13}$  y  $K_{11}$  representan la carga monofásica equivalente por transformador debido a la carga trifásica conectada.

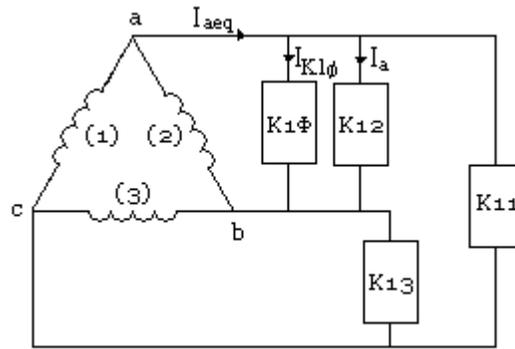


Fig. 3. Secundario del banco delta-delta con carga combinada conectada.

Si la carga trifásica tiene un factor de potencia dado ( $\theta_3$ ) y la monofásica otro factor de potencia ( $\theta_1$ ) puede decirse que por el transformador 2 circula una corriente equivalente debida a las dos cargas, luego:

$$I_{aeq} = I_a + I_{K1\phi}$$

$$I_{aeq} = \sqrt{(I_a)^2 + (I_{K1\phi})^2 + 2 \cdot I_a \cdot I_{K1\phi} \cdot \cos(\theta_3 - \theta_1)} \quad (21)$$

$$I_{aeq} = I_{22} + I_{12} = I_{22} + I_{32}$$

Los valores de las corrientes  $I_{22}$ ,  $I_{12}$  y  $I_{32}$  se determinan por las expresiones (6) y (7), solo que la corriente  $I_a$  se sustituye por  $I_{aeq}$ .

Para los transformadores 1 y 3 las expresiones a utilizar son (8), (9) y (10), (11), respectivamente.

El cálculo de las corrientes complementarias por cada transformador se realiza mediante la expresión (14), teniendo en consideración que el ángulo  $\delta$ , varía para cada transformador. Para el transformador 2 vale  $120^\circ$ , para el transformador 1  $\delta' = 120 - \theta_3 + \theta_{eq}$ , y para el transformador 3  $\delta'' = 120 + \theta_3 - \theta_{eq}$ , donde  $\theta_{eq}$  es el ángulo del factor de potencia de la carga equivalente conectada al transformador 2.

La corriente total por cada transformador se calcula mediante las expresiones (19) y (20). El ángulo de fase de la corriente complementaria ( $I_{2c}$ ) se determina mediante las expresiones (17) y (18); para el transformador 1 se halla por la expresión  $\theta_{1c} = 60 + \theta_{eq} - \gamma'$ , siendo

$\gamma' = \text{sen}^{-1} \left[ \frac{I_{12}}{I_{1c}} * \text{sen}(60 + \theta_3 - \theta_{eq}) \right]$ . En el caso del transformador 3 el ángulo se halla por la expresión (18), donde  $\gamma$  se sustituye por  $\gamma'' = \text{sen}^{-1} \left[ \frac{I_{31}}{I_{3c}} * \text{sen}(60 - \theta_3 + \theta_{eq}) \right]$ .

## Resultados y Discusión

Las expresiones obtenidas para determinar la distribución de la carga en el banco delta-delta dependen, en todos los casos, de las impedancias de los transformadores y, por tanto, la carga que cada uno de ellos pueda asumir será condicionada por las impedancias de dispersión. En la Tabla I se presenta un ejemplo de distribución de carga, expresada en p.u de la corriente de carga, para un banco delta-delta formado por dos transformadores de 75 kVA, 2 400/240 V y uno de 50 kVA, 2 400/240 V. Se considera que el banco abastece una carga trifásica balanceada de factor de potencia 0,8 en atraso. Los tres transformadores son marca Latino y sus datos se obtienen del manual del fabricante [4].

TABLA I  
DISTRIBUCIÓN DE LA CARGA POR TRANSFORMADOR DEL BANCO

| Transf. 1<br>(75 kVA) | Transf. 2<br>(75 kVA) | Transf. 3<br>(50 kVA) |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $I_{11} = 0,713$      | $I_{22} = 0,713$      | $I_{33} = 0,570$      |
| $I_{12} = 0,290$      | $I_{21} = 0,290$      | $I_{31} = 0,29$       |
| $I_{13} = 0,430$      | $I_{23} = 0,430$      | $I_{32} = 0,29$       |
| $I_{1c} = 0,38$       | $I_{2c} = 0,38$       | $I_{3c} = 0,29$       |
| $I_1 = 1,1$           | $I_2 = 1,1$           | $I_3 = 0,86$          |

De los resultados presentados en la Tabla I se constata que los transformadores 1 y 2, los de más potencia y menos impedancia de dispersión, entregan una mayor corriente a la carga conectada en sus terminales, así como una mayor componente complementaria, lo que trae consigo que la corriente total entregada sea superior a la demandada por la carga, no obstante, para este banco específico siempre estos transformadores estarán subcargados, pues la capacidad del banco la limita el transformador 3.

En general, puede afirmarse que cuando se formen bancos delta-delta con transformadores de diferentes impedancias de dispersión para una carga, existirá una distribución de carga desigual por los diferentes transformadores. Esto conduce, en la mayoría de los casos, a un proceso de tanteo para la selección de los transformadores.

Para formar este tipo de banco lo más aconsejable es seleccionar transformadores con idénticas impedancias de dispersión y capacidades, para lograr la menor subutilización posible, aún así para una carga monofásica y para una carga combinada hay que instalar transformadores de mayor capacidad de la que se abastece. Es recomendable calcular la corriente de carga del transformador que tiene conectada la carga monofásica, suponiendo iguales impedancias de dispersión, y con ello estimar la capacidad de los tres transformadores del banco.

Cuando la carga es trifásica balanceada si los transformadores son idénticos cada uno lleva un tercio de la carga trifásica.

Las expresiones obtenidas posibilitan realizar cálculos de distribución de carga en el banco delta-delta con relativa facilidad, evadiendo el trabajo con números complejos.

#### **REFERENCIAS**

- [1] Análisis de Transformadores en conexión delta. HONDUWARE. La tecnología del Software a su alcance. Disponible en <http://www.honduware.com/delta.pdf>
- [2] A.F. Puchstein, T. C. Lloyd, A.G. Conrad. Alternating-Current Machines. 3era edición, pp 90-93
- [3] A. S. Langsdorf. Theory of Alternating-Current Machinery.
- [4] Transformadores Latino. Manual del fabricante, 2003.

## **COMPONENTES SIMÉTRICAS**

### **Sumario**

1. Introducción.
2. Propiedades de los circuitos trifásicos referidas a las componentes simétricas de corriente y de voltaje.
3. Aplicación del método de las componentes simétricas en la solución de circuitos trifásicos desbalanceados por voltajes conectados en estrella y en delta.
4. Aplicación del método de las componentes simétricas en circuitos en estado de falla.

### **Bibliografía**

- Esperanza Ayllón. "FTCE II" ISPJAE, pp. 204-214.
- William Stevenson. "Elements of Power System Analysis", Capítulo10, pp. 210-215, Capítulo 11, pp. 227-232.
- Thompson H. "A-C and Transient Circuits", Capítulo7 pp. 198-210.

### **Objetivos**

- Definir el sistema de componentes de secuencia.
- Establecer las expresiones para el cálculo de las componentes de secuencia.
- Analizar los principios de la aplicación del método de las componentes simétricas en la solución de circuitos trifásicos desbalanceados por voltaje.
- Conocer la aplicación del método de las componentes simétricas en circuitos en estado de falla.

### **3.1 Introducción**

Una de las herramientas más poderosas para tratar con circuitos polifásicos desbalanceados es el *método de las componentes simétricas*, desarrollado por Fortescue y publicado en la Trans. AIEE vol. 37, 1918, donde se prueba que un sistema desbalanceado de  $n$  fasores relacionados, se puede resolver con  $n$  sistemas de fasores balanceados llamados componentes simétricas de los fasores originales. Los  $n$  fasores de cada conjunto de componentes son iguales en longitud, y los ángulos entre los fasores adyacentes de un conjunto son iguales. Aunque el método se aplica a

cualquier sistema polifásico desbalanceado, se limitará en este caso su estudio a los sistemas trifásicos.

En un sistema trifásico que está normalmente balanceado, las condiciones desbalanceadas de una falla ocasionan, por lo general, que hallan corrientes y voltajes desbalanceados en cada una de las tres fases. Si las corrientes y voltajes están relacionados por impedancias constantes, se dice que el sistema es lineal y se puede aplicar el principio de superposición.

En este capítulo se estudiarán las propiedades de las componentes de secuencia, así como se obtendrán las ecuaciones de estas en función de los voltajes originales.

El análisis por componentes simétricas es una poderosa herramienta que realiza el cálculo de fallas asimétricas de una manera muy sencilla, lo cual será también abordado en este capítulo.

### **3.2 Síntesis de fasores asimétricos a partir de sus componentes simétricas**

De acuerdo con el teorema de Fortescue, tres fasores desbalanceados de un sistema trifásico se pueden descomponer en tres sistemas balanceados de fasores. Los conjuntos balanceados de componentes son:

- Componentes de secuencia positiva que consisten en tres fasores de igual magnitud desplazados uno de otro por una fase de 120 grados y con la misma secuencia de fase que los voltajes originales.
- Componentes de secuencia negativa que consisten en tres fasores de igual magnitud desplazados uno de otro por una fase de 120 grados y con la secuencia de fase opuesta a la de los voltajes originales.
- Componentes de secuencia cero que consisten en tres fasores iguales en magnitud y con un desplazamiento de fase cero entre ellos.

Asumiendo una secuencia de fase  $abc$  en los voltajes originales, los voltajes serán  $V(a)$ ,  $V(b)$  y  $V(c)$  y las componentes de secuencia se designarán por  $V(a_1), V(b_1)$  y  $V(c_1)$  para las componentes secuencia positiva,  $V(a_2), V(b_2)$  y  $V(c_2)$  para las negativas y  $V(a_0), V(b_0)$  y  $V(c_0)$  para la secuencia cero.

En la figura 3.1 se muestran los tres conjuntos de componentes simétricas.

La validez del método se puede demostrar con facilidad, ya que es evidente que las ecuaciones:

$$V(a) = V(a_1) + V(a_2) + V(a_0) \quad \{3.1\}$$

$$V(b) = V(b_1) + V(b_2) + V(b_0) \quad \{3.2\}$$

$$V(c) = V(c_1) + V(c_2) + V(c_0) \quad \{3.3\}$$

darán como resultado un sistema de voltajes desbalanceados  $V(a), V(b)$  y  $V(c)$ . Ver figuras 3.1 y 3.2.

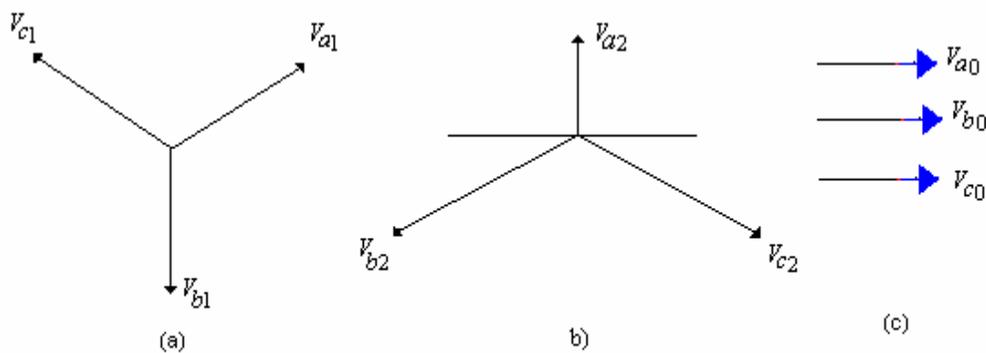


Figura 3.1

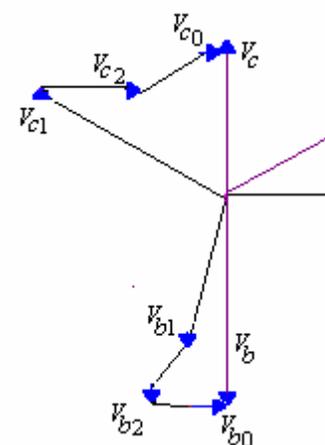


Figura 3.2

Es decir, si la suma de las componentes de secuencia nos da un sistema desbalanceado de voltajes, podemos decir que todo sistema desbalanceado de voltajes se puede descomponer en tres sistemas balanceados de secuencia positiva, negativa y cero.

Para el trabajo con las componentes de secuencia se introduce el operador “ $a$ ” cuyo valor viene dado por  $1\angle 120^\circ$ , es decir, un operador que al multiplicarse por un número complejo da por resultado un fasor de igual magnitud al original pero desfasado 120 grados en el sentido positivo.

### 3.3 Ecuaciones para obtener las componentes de secuencia

Para determinar las ecuaciones de las componentes de secuencia en función de los voltajes originales tendremos que expresar cada componente de  $V(b)$  y  $V(c)$  como el producto de  $V(a)$  por alguna función del operador  $a = 1\angle 120^\circ$  a partir de la figura 3.1 se tiene que:

$$\begin{aligned} V(b_0) &= V(a_0) & V(c_0) &= V(a_0) \\ V(b_1) &= a^2 V(a_1) & V(c_1) &= a V(a_1) \\ V(b_2) &= a V(a_2) & V(c_2) &= a^2 V(a_2) \end{aligned} \quad \{3.4\}$$

Al sustituir los valores hallados en {3.4}, en las ecuaciones {3.2} y {3.3} quedará:

$$\begin{aligned} V(a) &= V(a_0) + V(a_1) + V(a_2) \\ V(b) &= V(a_0) + a^2 V(a_1) + a V(a_2) \\ V(c) &= V(a_0) + a V(a_1) + a^2 V(a_2) \end{aligned} \quad \{3.5\}$$

Llevándolo a la forma matricial:

$$\begin{aligned} V(a) &= 1 \quad 1 \quad 1 \quad V(a_0) &= V(a_0) \\ V(b) &= 1 \quad a^2 \quad a \quad V(a_1) &= \mathbf{A} \quad V(a_1) \\ V(c) &= 1 \quad a \quad a^2 \quad V(a_2) &= V(a_2) \end{aligned} \quad \{3.6\}$$

$$\text{Siendo } \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

Al multiplicar ambos lados de la ecuación {3.6} por  $\mathbf{A}^{-1}$ , se llega a lo siguiente:

$$\begin{matrix} V(a_0) & 1 & 1 & 1 & V(a) & V(a) \\ V(a_1) & =1/3 & 1 & a & a^2 & V(b) = \mathbf{A}^{-1} V(b) \\ V(a_2) & & 1 & a^2 & a & V(c) & V(c) \end{matrix} \quad \{3.7\}$$

Las ecuaciones que muestran cómo descomponer tres fasores asimétricos en sus componentes simétricas pueden escribirse de la forma siguiente:

$$V(a_0) = 1/3 [V(a) + V(b) + V(c)] \quad \{3.8\}$$

$$V(a_1) = 1/3 [V(a) + a V(b) + a^2 V(c)] \quad \{3.9\}$$

$$V(a_2) = 1/3 [V(a) + a^2 V(b) + a V(c)] \quad \{3.10\}$$

Realizando transformaciones en las ecuaciones {3.1}, {3.2} y {3.3} es posible obtener las ecuaciones {3.8}, {3.9} y {3.10} por otro procedimiento. Esta demostración se deja al lector, sugiriéndole que a partir de las ecuaciones {3.5}, realice las operaciones siguientes:

- Sumar las tres ecuaciones para obtener el término  $V(a_0)$ .
- Multiplicar la ecuación de  $V(b)$  por  $a$  y la  $V(c)$  por  $a^2$  y sumando las tres ecuaciones para obtener el voltaje  $V(a_1)$ .
- Multiplicar la ecuación de  $V(b)$  por  $a^2$  y la  $V(c)$  por  $a$  y sumando las tres ecuaciones para obtener  $V(a_2)$ .

A partir de estas ecuaciones y usando el operador “ $a$ ” se pueden hallar el resto de las componentes de secuencia. Resultados similares se pueden encontrar para los voltajes de línea a línea sustituyendo simplemente  $V(a)$ ,  $V(b)$  y  $V(c)$  por  $V(ab)$ ,  $V(bc)$  y  $V(ca)$ , respectivamente.

En la ecuación {3.8} se muestra que no hay componente de secuencia cero si la suma de los fasores desbalanceados es cero. Como la suma de los voltajes de línea en un sistema trifásico es siempre cero, las componentes de secuencia cero no estarán presentes en el voltaje de línea a línea. No sucede igual en los voltajes de línea a neutro, ya que la suma de los voltajes de línea a neutro no son necesariamente igual a

cero. De la misma forma se pueden expresar las ecuaciones en función de las corrientes de fase, tanto en una estrella como en una delta.

### 3.4 Aplicación del método de las componentes simétricas en la solución de los circuitos trifásicos desbalanceados

#### Generador en estrella y carga en estrella

El circuito mostrado en la figura 3.3, consistente en un generador con voltajes desbalanceados conectado en Y, secuencia  $abc$ , alimentando una carga balanceada con neutro.

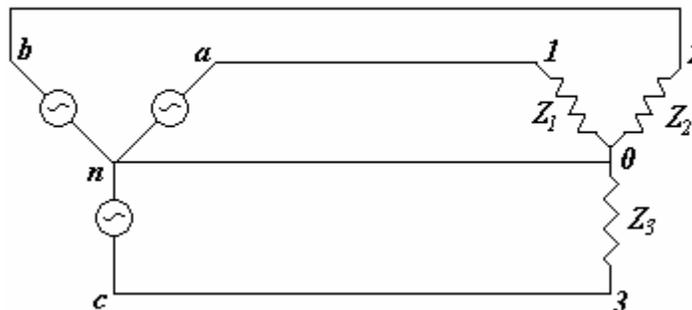


Figura 3.3

Para llegar a la solución de este circuito se utiliza el principio de superposición, es decir, se hallan sobre la base de las ecuaciones encontradas anteriormente, los tres sistemas de secuencia y se le aplican, uno a uno, al sistema de cargas balanceadas, obteniéndose las corrientes para cada uno de los sistemas. Posteriormente, se hallan las corrientes reales sumando las que circulan debido a los efectos de cada sistema de secuencia.

#### Efecto del sistema de secuencia positiva

Al aplicar el sistema de secuencia positiva a un sistema de cargas balanceadas, al que se le aplica un sistema de voltajes también balanceados, las corrientes, debido a este sistema constituirán un sistema, balanceado de corrientes de igual magnitud y desfasadas 120 grados unas de otras, las que solamente circularán por las líneas siendo la corriente por el neutro igual a cero. Es decir:

$$I_{a1} = \frac{V_{a1}}{Z}$$

Las corrientes de las fases  $b$  y  $c$  se hallan a partir de la corriente de la fase “ $a$ ”, atrasándola 120 grados en el caso de la fase “ $b$ ” y adelantándola 120 grados para la fase “ $c$ ”, o se calculan usando las expresiones:

$$I_{b1} = \frac{V_{b1}}{Z} \quad I_{c1} = \frac{V_{c1}}{Z}$$

La corriente por el neutro debido al sistema de voltaje de secuencia positiva es, evidentemente, igual a cero. El voltaje de línea de esta secuencia es igual a  $\sqrt{3}$ , el voltaje de fase y se adelanta 30 grados a este voltaje.

### **Efecto del sistema de secuencia negativa**

El análisis de este caso es similar al anterior ya que se trata de un sistema balanceado pero con secuencia  $acb$ .

$$I_{a2} = \frac{V_{a2}}{Z}$$

Las corrientes de la fase  $b$  y  $c$  se hallan a partir de la corriente de la fase  $a$ , adelantándola 120 grados en el caso de la fase “ $b$ ” y atrasándola 120 grados para la fase “ $c$ ”, o se calculan usando las expresiones:

$$I_{b2} = \frac{V_{b2}}{Z} \quad I_{c2} = \frac{V_{c2}}{Z}$$

La corriente por el neutro debido al sistema de voltaje de secuencia negativa es, evidentemente, igual a cero. El voltaje de línea de esta secuencia es igual a  $\sqrt{3}$ , el voltaje de fase y se atrasa 30 grados a este voltaje.

### **Efecto del sistema de secuencia cero**

Al tratarse de un sistema de voltajes monofásicos en fase y de igual magnitud se cumple que:

$$V(a_0) = V(b_0) = V(c_0) = I(a_0) \cdot Z + 3I(a_0) \cdot Z_n$$

Es decir:

$$I_{a0} = \frac{V_{a0}}{(Z + 3Z_n)}$$

Por lo tanto, por el neutro circula tres veces la corriente de línea de secuencia cero.

Debe notarse que el voltaje de secuencia cero de línea a línea es igual a cero, luego:

$$V(ab_0) = V(an_0) + V(nb_0) = 0$$

Las corrientes desbalanceadas que circulan por las líneas se calculan como:

$$I(a) = I(a_1) + I(a_2) + I(a_0)$$

$$I(b) = I(b_1) + I(b_2) + I(b_0)$$

$$I(c) = I(c_1) + I(c_2) + I(c_0)$$

$$I(n) = 3I(a_0) = 3I(b_0) = 3I(c_0)$$

En el caso en que no exista unión entre los neutros, la corriente de secuencia cero se hace igual a cero ya que no existe el retorno para la misma, y el voltaje de secuencia cero será igual al existente entre ambos neutros  $V(nn)$ . Las corrientes de secuencias positiva y negativa no se afectan ya que los voltajes de estas secuencias no contribuyen a la circulación de la corriente por el neutro.

Generador en estrella y carga en delta

Al analizar este caso debemos recordar que un sistema de cargas conectadas en delta se puede sustituir, por una simple transformación, en un sistema de cargas conectadas en Y, por lo tanto, todo lo analizado para el caso del sistema Y-Y sin neutro se cumple de la misma forma para este caso.

*3.5 Aplicación del método de las componentes simétricas en circuitos en estado de fallas*

***Utilización del método de las componentes simétricas en la solución de cortocircuitos en un generador sin carga.***

La mayoría de las fallas que ocurren en un sistema de potencia son fallas asimétricas, las que pueden consistir en cortocircuitos no simétricos, fallas no simétricas a través de impedancias o conductores abiertos. Las fallas no simétricas ocurren en fallas de una línea a tierra, y en fallas de línea a línea, con o sin la presencia de la tierra. Una falla asimétrica puede surgir producto de la apertura de uno o dos conductores por la acción de fusibles o de otros conectores que pueden no abrir simultáneamente las tres fases. Como una falla no simétrica hace que circulen por el sistema corrientes desbalanceadas, el método de las componentes simétricas resulta de gran utilidad en la solución de este problema.

Luego, las componentes simétricas suministran un instrumento que permite el análisis de problemas relacionados con los sistemas eléctricos en condiciones de fallas y también en máquinas rotatorias.

### **Relaciones fundamentales**

Veremos la aplicación del método en el cálculo de las corrientes que circulan en el momento de la falla que ocurre en un generador sin carga y aislado, lo que nos dará criterios y nos acercará al estudio de otras fallas en sistemas más complejos.

En primer lugar, deben derivarse algunas ecuaciones, las cuales se aplicarán en caso de cualquier tipo de falla.

En la figura 3.4 se muestra un generador aterrado a través de un reactor.

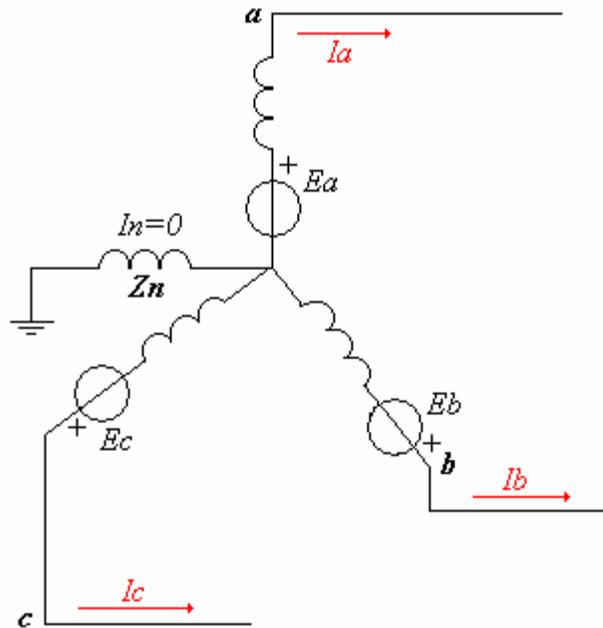


Figura 3.4

Cuando ocurre la falla circularán las corrientes por las líneas y es posible que dependiendo del tipo de falla algunas de ellas sean cero. Si la falla es de línea a tierra, circulará una corriente por el neutro del generador. Como ya es conocido, al circular una corriente de una determinada secuencia produce una caída de voltaje de la misma secuencia, ahora bien, para los estudios que acometeremos solamente es necesario conocer que las impedancias a cada corriente de secuencia pueden ser diferentes.

Los nombres de estas impedancias serán:

- Cuando circula solamente la corriente de secuencia positiva: impedancia de secuencia positiva.
- Cuando circula solamente la corriente de secuencia negativa: impedancia de secuencia negativa.
- Cuando circula la corriente de secuencia cero será impedancia de secuencia cero.

El análisis de la falla en el sistema consiste en hallar los valores de las corrientes de falla. Como las componentes de secuencia causan caídas solamente de su propia secuencia y es independiente de las corrientes de las otras secuencias, en un sistema

balanceado es posible considerar la corriente de cualquier secuencia circulando en un circuito independiente en el que existirá solamente la impedancia a esa corriente de secuencia. Ese circuito monofásico se denomina *red de secuencia de esa secuencia en particular* e incluirá el voltaje generado por la propia secuencia. Las corrientes de cada secuencia circularán por las redes respectivas y estas se conectarán de distintas formas para representar los distintos tipos de fallas. Resumiendo, para calcular el efecto de una falla por el método de las componentes simétricas, debemos determinar las impedancias de secuencia y combinarlas para formar las redes de secuencia. En la figura 3.5 se presentan las tres redes de secuencia.

Los circuitos se presentan sobre la base de un monolineal, es decir, representan solo una de las líneas. La red de secuencia positiva se representa por una fem en serie con la impedancia de secuencia positiva del generador. Las redes de secuencia negativa y cero no contienen fuentes de fem pero sí las impedancias del generador a las corrientes de secuencia negativa y cero. En la figura 3.5 (b) se muestran las redes de secuencia que constituyen los circuitos monofásicos equivalentes del circuito trifásico balanceado por el que circulan las componentes simétricas de las corrientes desbalanceadas. La barra de referencia para las redes de secuencia positiva y negativa es el neutro del generador ya que la corriente que circula por el mismo es solamente de secuencia cero, por lo que el neutro del generador se encuentra al potencial de tierra. Para la red de secuencia cero, la barra de referencia es la tierra del generador.

La corriente que circula por la impedancia  $Z_n$  es  $3I(a_0)$ .

La caída de voltaje en la red de secuencia cero de tierra al punto "a" será:

$$V(a_0) = 3I(a_0) \cdot Z(n) - I(a_0) \cdot Z(g_0) \quad \{3.11\}$$

Siendo  $Z(g_0)$  la impedancia a secuencia cero por fase del generador, por lo tanto la red correspondiente tendrá una impedancia de valor:

$$Z(0) = 3Z(n) + Z(g_0) \quad \{3.12\}$$

A partir de los circuitos anteriores tendremos que :

$$V(a_1) = E(a) - I(a_1) \cdot Z(1) \quad \{3.13\}$$

$$V(a_2) = -I(a_2) \cdot Z(2) \quad \{3.14\}$$

$$V(a_0) = -I(a_0) \cdot Z(0) \quad \{3.15\}$$

Siendo  $E$  el voltaje generado de secuencia positiva,  $Z(1)$  y  $Z(2)$  son las impedancias a secuencia positiva y negativa del generador.

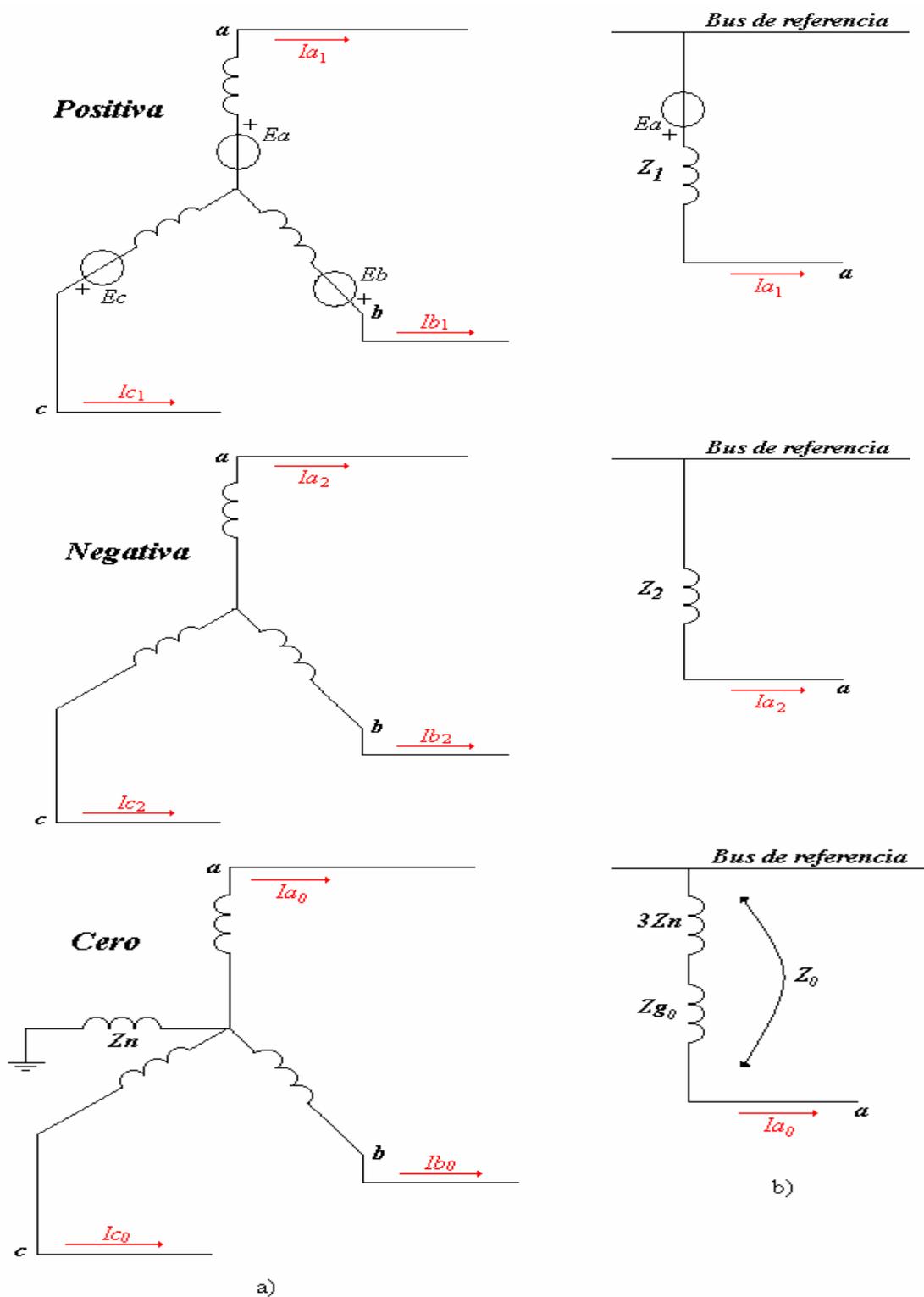


Figura 3.5

