# Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

# Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones



# **TRABAJO DE DIPLOMA**

Algoritmos Adaptativos de Conformación de haces para las Antenas Inteligentes en la banda milimétrica

Autora: Lisandra Jaramillo Vázquez

Tutor: MSc. Yakdiel Rodríguez Gallo-Guerra

Santa Clara

2015

"Año 57 de la Revolución"

# Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

# Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones



# **TRABAJO DE DIPLOMA**

Algoritmos Adaptativos de Conformación de haces para las Antenas Inteligentes en la banda milimétrica

### Autora: Lisandra Jaramillo Vázquez

E-mail: ljaramillo@uclv.edu.cu

Tutor: MSc. Yakdiel Rodríguez Gallo-Guerra

Prof. Asistente Dpto. de Electrónica

E-mail: <u>yrodriguez-gallo@uclv.edu.cu</u>

Santa Clara

2015

"Año 57 de la Revolución"



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Telecomunicaciones y Electrónica, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Tutor

Firma del Jefe de Departamento donde se defiende el trabajo

Firma del Responsable de Información Científico-Técnica PENSAMIENTO

No digas: es imposible. Di: no lo he hecho todavía.

Proverbio japonés.

### DEDICATORIA

A mis padres, y a mi hermana quienes siempre han estado presente y ahora junto a mí, también van coronando un sueño.

### AGRADECIMIENTOS

A Dios por cuidarme, escucharme y guiarme a pesar de no merecerlo durante estos cinco años.

A mis padres y a mi hermana que han sufrido y celebrado a mi lado todos mis logros.

A todos mis amigos los que se han ido y a los que están y en especial Lily, Danay y Yeimis que hicieron posible que hoy pueda llevarme el mejor regalo, un puñado de recuerdos, locuras, momentos felices, tristezas, que jamás voy a olvidar.

A mi amigo Yaisniel que me ha mostrado el significado de la amistad incondicional.

A mi tutor Yakdiel por su ayuda durante todo este proyecto.

A mi familia y a todos los que han confiado en mí y me han ayudado a alcanzar mi sueño. A ustedes, Gracias, este trabajo es de ustedes también.

## TAREA TÉCNICA

Para lograr la confección del presente trabajo, dar cumplimiento a los objetivos trazados y lograr los resultados esperados se creó la siguiente tarea técnica:

- Realización de una revisión bibliográfica de los artículos relacionados con las antenas inteligentes y los algoritmos adaptativos de conformación de haces.
- Descripción de los algoritmos de precodificación híbrida identificados para la Quinta Generación de las Comunicaciones.
- Análisis de los algoritmos seleccionados donde se realiza una valoración de su desempeño.
- Identificación y descripción, de las herramientas utilizadas para la implementación de los algoritmos adaptativos de precodificación híbrida.
- Proposición de los pasos a seguir para la implementación de los algoritmos adaptativos de precodificación híbrida.
- Elaboración del informe final del Trabajo de Diploma.

Firma del Autor

Firma del Tutor

### RESUMEN

Las Antenas Inteligentes se presentan como una tecnología prometedora para obtener mejoras notables en la eficiencia espectral, y poder satisfacer la demanda de alta velocidad de transmisión de datos. Esta tecnología requiere el uso de complejos algoritmos para aumentar la ganancia y la sensibilidad de las estaciones bases y móviles. Debido a esto es ampliamente aplicada en los sistemas MIMO actuales y será una de las más prometedoras a utilizar en la Quinta Generación de las Comunicaciones. Además, en esta investigación se caracterizan las antenas inteligentes que se basan en los algoritmos adaptativos de precodificación híbrida desarrollados, con un enfoque específico en la banda milimétrica debido a que esta será la banda de trasmisiones inalámbricas, en que operará la nueva generación de las comunicaciones. Por tanto, se analizan los algoritmos referidos y se realiza una comparación entre ellos. También se proponen los pasos a seguir para su implementarion, con una descripción de las posibles herramientas, en las que se pueden implementar estos algoritmos.

### TABLA DE CONTENIDOS

PENSAMIENTOi
DEDICATORIA ii
AGRADECIMIENTOS iii
TAREA TÉCNICAiv
RESUMENv
INTRODUCCIÓN10
CAPÍTULO 1. LAS ANTENAS INTELIGENTES EN LA QUINTA GENERACIÓN DE LAS COMUNICACIONES
1.1 Principales Características de las Antenas Inteligentes14
1.1.1 Arreglos adaptativos de antenas: Sistemas MIMO y MIMO Masivo18
1.2 Características principales de la Quinta Generación de las comunicaciones21
1.2.1 Características principales de la banda milimétrica22
1.3 Investigaciones realizadas utilizando algoritmos adaptativos
1.4 Conclusiones Parciales
CAPÍTULO 2. ALGORITMOS ADAPTATIVOS DESARROLLADOS PARA LAS
ANTENAS INTELIGENTES DE LA QUINTA GENERACIÓN DE LAS
COMUNICACIONES
2.1 Principales Arquitecturas de Conformación de Haces27
2.2 Características de Algoritmos Desarrollados para 5G

2.2.1 Algoritmos de Precodificación híbrida30
2.3 Conclusiones Parciales
CAPÍTULO 3. COMPARACIÓN DE ALGORITMOS ADAPTATIVOS Y PASOS A
SEGUIR PARA SU IMPLEMENTACIÓN
3.1 Análisis de los resultados de los algoritmos adaptativos expuestos en el capítulo anterior
3.2 Herramientas de simulación utilizadas para la implementación de algoritmos adaptativos
3.3 Implementación en MATLAB de la matemática avanzada que aparece en los
<ul><li>3.4 Pasos a seguir para la implementación de algoritmos adaptativos61</li></ul>
3.5 Conclusiones parciales
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES
Conclusiones
Recomendaciones
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS
ANEXOS
Anexo I Ejemplo de la estructura de un libro de código de resolución múltiple con un parámetro de resolución N=8, y con vectores de formación de haz K=2 en cada subconjunto [2]
Anexo II Los patrones de haces resultante de los vectores de conformación de haz en cada nivel del libro de códigos [2]70
Anexo III Algoritmo ortogonal de búsqueda coincidente para la solución de forma iterativa del problema de optimización combinatoria de alta complejidad [2]71
Anexo IV Aproximaciones de patrones de haces con diferente número de cadenas RF [2].

Anexo V Algoritmo adaptativo de estimación para canales de un solo trayecto de ondas milimétricas [2]
Anexo VI Algoritmo de Precodificación Espacialmente Dispersa a través de la búsqueda ortogonal coincidente [1]
Anexo VII Los Patrones de haces generaron un arreglo de 256 elementos cuadrados en una realización de ejemplo del canal con 6 clústeres de dispersión utilizando (a) formación de haces sin restricciones, (b) la solución propuesta de precodificación dispersa con 4 cadenas RF, y (c) el vector de orientación del haz en la dirección física dominante del canal [1]
Anexo VIII Combinación MMSE espacialmente dispersa a través de la búsqueda ortogonal coincidente [1]
Anexo IX Eficiencia espectral lograda cuando las matrices de precodificación se construyen utilizando el canal de ondas milimétricas estimado por los algoritmos propuestos. La figura compara el rendimiento del algoritmo cuando diferentes valores del parámetro K se eligen [1]
Anexo X Error rendimiento debido a la suposición de la cuantificación AoAs / AoDs. El error de rendimiento es la diferencia entre la curva con ángulos continuos, y el que tiene la cuantificación [2]
Anexo XI Probabilidades de cobertura de la estimación del canal propuesto y algoritmos de precodificación en un ajuste de un sistema celular de ondas milimétricas con interferencia. La figura compara los diferentes casos cuando la estimación y el error de interferencia existen para evaluar el efecto de cada uno de ellos en los algoritmos propuestos [2]
Anexo XII Eficiencia espectral lograda por varias soluciones de precodificación para sistemas de onda milimétrica $64 \times 16$ con arreglos planos en el trasmisor y en el receptor [1]
Anexo XIII La eficiencia espectral lograda en un sistema de ondas milimétricas de 256x64 con matrices planas en el transmisor y el receptor. Seis cadenas de RF están disponibles para precodificación y combinación dispersa [1]

Anexo XIV Eficiencia espectral vs la propagación angular en un numero de diferente configuración del sistema de ondas milimétricas. Se muestra que como la propagación angular aumenta, y la dispersión se hace más rica, el rendimiento de los algoritmos Anexo XV Rendimiento del enfoque de potencia efectiva, enfoque de estimación AoA, y búsqueda exhaustiva [40].....79 Anexo XVI "Código utilizado en Matlab para la implementación de la ecuación "Código utilizado en Matlab para la implementación de la ecuación Anexo XVII [FBB, s, k]:, m = FRF, s, kHFRF, s, k - 1FRF, s, kHf \* ".....80"Código utilizado en Matlab para la implementación de la ecuación Anexo XVIII  $E(s, kBS, kMS) = E(s, kBS)BST \otimes E(s, kBS)MST +$ 

### **INTRODUCCIÓN**

El surgimiento de la tecnología inalámbrica ha llamado la atención de una gran cantidad de usuarios que cada día requieren mejores servicios prestados. A lo largo del tiempo las comunicaciones inalámbricas han obtenido una notable evolución. Todas las mejoras introducidas en los servicios inalámbricos tienen un denominador común: la aspiración de transmitir mayor cantidad de información, lo más lejos, en el menor tiempo y con la mejor calidad posible [1].

La era de la información y las comunicaciones actuales demanda altas velocidades de transmisión y mayor calidad de las comunicaciones. En este sentido, se han realizado grandes avances en el campo de la modulación, la codificación y el procesado de señal para maximizar la eficiencia espectral. Sin embargo, esta eficiencia espectral está acotada por la capacidad de Shannon. Este factor, unido al hecho de que el espectro de radio, es un recurso limitado con anchos de bandas asignados finitos y reducidos suponen un límite a la velocidad máxima de transmisión [2]. Además de esta limitación, el canal radioeléctrico es un medio hostil que degrada la calidad de las comunicaciones. El uso de las llamadas *Smart Antennas* o Antenas Inteligentes se presenta como una tecnología prometedora para obtener mejoras en la eficiencia espectral y poder satisfacer la demanda de alta velocidad de transmisión de datos que se requiere para la Quinta Generación de las comunicaciones [3].

Una Antena Inteligente es la combinación de un arreglo de antenas (*arrays*), en conjunto con una unidad de procesamiento digital de señales (*digital signal processing*, DSP), esta última se utiliza para aumentar la ganancia y sensibilidad tanto de la estación base como la estación móvil, llevando consigo variadas ventajas entre las que se mencionan la reducción de potencia por parte del equipo terminal móvil, incremento de la zona de cobertura dado que la ganancia es mayor, introducción de nuevos servicios, puesto que la red podrá tener

acceso a la información acerca de la posición de los móviles, reducción de la propagación multitrayecto, reducción de la interferencia y un aumento considerable del nivel de seguridad; es decir, este tipo de antenas optimiza los diagramas de transmisión y recepción dinámicamente en respuesta a una señal de interés en el entorno, y en vez de disponer de un diagrama de radiación fijo, es capaz de generar o seleccionar haces directivos enfocados hacia el usuario deseado, e incluso adaptarse a las condiciones radioeléctricas en cada momento [4].

La característica básica que se busca en el diseño de un sistema de antena inteligente es la capacidad de seleccionar espacialmente a los distintos usuarios. Existen varias formas de implementar un sistema con esta capacidad: las antenas de haz conmutado, las antenas de haz de seguimiento y las más importantes las de haz adaptativo que poseen el máximo nivel de inteligencia de los tres tipos de antenas antes mencionados [5]. Esta técnica requiere el uso de complejos algoritmos en los cuales se centra esta investigación, tanto para la detección de las señales deseadas e interferentes, como para la optimización de los pesos que conforman el haz. Estos algoritmos suelen traer consigo una alta carga computacional, mientras que deben procesarse en tiempo real, por lo que suponen un reto [6].

La aplicación de un algoritmo u otro en el diseño de una antena inteligente depende del compromiso al que se desee llegar entre la funcionalidad del método (robustez, flexibilidad, etc.) y su eficiencia computacional (sobre todo, teniendo en cuenta que tiene que funcionar en tiempo real) [7].

El uso de estos arreglos adaptativos de antenas en el transmisor y en el receptor referido como sistemas de comunicaciones inalámbricas MIMO cuyo acrónimo en inglés es *Multiple-input Multiple-output*, (Múltiples entradas, Múltiples Salidas) y *Massive* MIMO (MIMO masivo). Se presentan para satisfacer los requisitos para la transmisión y recepción de datos de los futuros sistemas de comunicaciones inalámbricas que se implementarán en la Quinta Generación de las Comunicaciones. Por tanto, los sistemas MIMO son una tecnología prometedora para obtener mejoras notables en la eficiencia espectral y poder satisfacer la demanda de alta velocidad de transmisión de datos [5].

Las investigaciones realizadas en Cuba y en La Universidad Central Marta Abreu de las Villas sobre este tema son bastante escasas, debido principalmente a que el uso de las antenas inteligentes en la Quinta Generación es un tema aún en desarrollo y además las mismas surgen para suplir las exigencias de la Tercera Generación donde Cuba viene dando todavía sus primeros pasos. Uno de los centros que ha realizado publicaciones en Cuba relacionadas con este tema es el Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría (CUJAE).

Los resultados de esta investigación ofrecerán información referente a los algoritmos adaptativos en antenas inteligentes, con el objetivo de proveer un material que servirá de referencia a los investigadores del tema de la Quinta Generación de las Comunicaciones, así como presentar adecuadas herramientas de simulación para desarrollar algoritmos adaptativos en antenas inteligentes. De ahí la importancia del presente trabajo para nuestra institución.

Teniendo en cuenta las razones expuestas anteriormente, se plantea el siguiente **problema de investigación**: ¿Qué algoritmos adaptativos se deben implementar en las antenas inteligentes para su utilización en la Quinta Generación de las Comunicaciones?

Esta investigación tiene como **objeto de estudio** los algoritmos adaptativos de conformación de haces y el **campo de estudio** lo constituye la utilización de estos algoritmos en la Quinta Generación de las Comunicaciones.

Para dar cumplimiento al problema de investigación, se propone el siguiente **objetivo general**: Presentar algoritmos adaptativos desarrollados para las antenas inteligentes de la Quinta Generación de las Comunicaciones.

Para resolver el problema de investigación y dar cumplimiento al objetivo general, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Caracterizar las antenas inteligentes y la banda milimétrica para conocer sus particularidades.
- Exponer trabajos de investigación realizados sobre los algoritmos adaptativos de conformación de haces.
- Identificar algoritmos adaptativos de conformación de haces desarrollados para las antenas inteligentes de la Quinta Generación de las Comunicaciones.

- Analizar algoritmos adaptativos desarrollados, determinando las ventajas y desventajas de los mismos para su futura implementación en la Quinta Generación de las Comunicaciones.
- Desarrollar los pasos a seguir para la implementación en herramientas de simulación de los algoritmos adaptativos.

A partir de cada objetivo específico se crean interrogantes científicas, a las cuales se les dan respuestas en el desarrollo de la investigación:

- ¿Qué características poseen las antenas inteligentes?
- ¿Qué investigaciones se han realizado sobre los algoritmos adaptativos de conformación de haces?
- ¿Qué algoritmos adaptativos se han desarrollado para las antenas inteligentes de la Quinta Generación de las Comunicaciones?
- ¿Qué retos existen para los algoritmos adaptativos en la banda milimétrica?
- ¿Qué pasos siguen los algoritmos adaptativos para su implementación en herramientas de simulación?

El trabajo diploma está estructurado de la siguiente forma: introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos.

En el primer capítulo se exponen los fundamentos principales sobre las antenas inteligentes, las características de la quinta generación de las comunicaciones, y se consideraran los arreglos adaptativos de antena MIMO y MIMO Masivo.

En el segundo capítulo se tratan las principales arquitecturas de conformación de haces, se caracterizan los algoritmos adaptativos de precodificación híbrida desarrollados y se analizan matemáticamente donde se obtienen los precodificadores híbridos óptimos.

En el tercer capítulo, se comparan los algoritmos adaptativos presentados en el capítulo 2 así como las ventajas y desventajas de los mismos. Además, se caracterizan las posibles herramientas de los algoritmos propuestos donde se demuestra el *software* Matlab como una herramienta eficaz para la implementación de los algoritmos adaptativos expuestos. Finalmente se proponen los pasos a seguir para el desarrollo de estos algoritmos.

### CAPÍTULO 1. LAS ANTENAS INTELIGENTES EN LA QUINTA GENERACIÓN DE LAS COMUNICACIONES

Los sistemas que trabajarán en las frecuencias de la banda milimétrica, la cual será fundamental para las trasmisiones en la nueva Generación de las comunicaciones sufrirán grandes pérdidas de propagación, por lo que, los arreglos adaptativos jugarán un importante rol en la solución de este problema.

En este capítulo se abordan las características generales de las antenas inteligentes. Se ofrece una introducción a la quinta generación de las comunicaciones (5G) y los aspectos fundamentales de la banda milimétrica. Además, se explican los nuevos arreglos adaptativos que se implementarán en la Quinta Generación tales como MIMO y MIMO Masivo. Finalmente se muestran investigaciones realizadas que desarrollan algoritmos adaptativos.

#### 1.1 Principales Características de las Antenas Inteligentes

Las antenas inteligentes (también conocidas como arreglo adaptativo de antenas) hacen referencia a un sistema de arreglos de antenas con algoritmos inteligentes de procesamiento de señales, que son destinados para identificar la forma espacial, así como la dirección de arribo (*Direction of Arrival*, DoA) de la señal; los cuales son usados para calcular los vectores de conformación de haces para así rastrear y localizar el haz de la antena en el objetivo móvil [8].

Si la antena trabaja en modo direccional su alcance será mucho mayor que si lo hace en modo omnidireccional ya que, en este caso, concentra toda su potencia en un rango menor.

Se define zona, como la región donde se encuentran todos los usuarios. Esta zona se puede dividir en dos subzonas, la Subzona de difusión y la Subzona de conformación de haz. La subzona de difusión corresponde al rango de alcance de la antena en modo omnidireccional y la subzona de conformación de haz se divide en varios haces. Como se muestra en la figura 1.1, un haz se define como el rango de alcance de la antena en modo direccional para un cierto ángulo de apertura [9].



Figura 1.1 Tipos de Alcance de las Antenas [10].

La conformación de haces (*beamforming*) es una técnica de antenas inteligentes cuyo principio se ocupa de la manipulación del patrón de radiación. Esta técnica permite el posicionamiento del lóbulo principal hacia una dirección deseada, mientras manipula los nulos para la reducción de la interferencia [11],[12]. El dispositivo usado para hacerlo es llamado conformador de haces (*beamformer*), el cual es un procesador de señales que utilizado junto con un arreglo de sensores, provee una forma de filtrado espacial. Sus principales ventajas son: una mayor ganancia de la señal además de una menor atenuación con la distancia. Debido a la ausencia de dispersión la conformación de haces consigue un patrón bien definido y direccional. Se debe tener en cuenta que esta técnica precisa un conocimiento previo del canal a utilizar en el transmisor [11].

#### 1.1.1. Tipos de Antenas Inteligentes

Los sistemas de Antenas inteligentes se clasifican en tres tipos principales: Haz Conmutado, Haz de seguimiento y Haz Adaptativo. Como se muestra en la Figura 1.2, el Haz Conmutado es la configuración más simple de las Antenas Inteligentes. El sistema genera varios haces a ángulos prefijados que se van conmutando secuencialmente dando como resultando un barrido discreto de la zona de cobertura en posiciones angulares fijas. En cada posición del haz se activa el sistema de recepción para detectar la posible existencia de señales. En caso de recibir señal, el sistema guarda información correspondiente a la posición del haz, es decir, el ángulo más la identificación del usuario, y se establece la comunicación con el usuario en un intervalo de tiempo. Después de este intervalo se conmuta al siguiente haz para detectar la existencia de otros posibles usuarios hasta llegar al límite angular de la zona de cobertura. Este proceso se repite permanentemente en el tiempo.



Figura 1.2. Antena de Haz Conmutado [13].

La inteligencia del sistema se encarga de seleccionar el haz que mejor servicio brinde a cada usuario en particular, en función de los parámetros de control los cuales son: mayor nivel de potencia recibida, mejor relación señal a ruido (*Signal to Noise Ratio*, SNR) y mejor relación portadora a interferencia (*carrier interference*, C\I) [14].

Esta técnica no garantiza que el móvil se encuentre en la dirección de máxima radiación del haz que le da servicio, ni que las señales interferentes se vean notablemente reducidas (ya que siempre es posible que alguna penetre por uno de los lóbulos secundarios) [15].

Una de las principales ventajas que presentan el sistema de haz conmutado sobre el sistema de haz adaptativo es que resulta menos complejo de implementar e instalar. Por otra parte, la mayor desventaja que presenta es que el haz posee una baja resolución [16].

El sistema de Haz de Seguimiento es más complejo que el anterior. Está conformado por un arreglo de antenas con una red de excitación que permite controlar electrónicamente las fases de las corrientes de excitación que llegan a los elementos del arreglo para modificar la dirección del haz convenientemente y establecer una comunicación con el usuario (Figura 1.3).



Figura 1.3. Sistema de haz de seguimiento [13].

Este sistema requiere el uso de un arreglo progresivo, es decir, un arreglo en el que se pueden controlar electrónicamente las fases con las que se alimentan los distintos elementos, de modo que pueden modificarse a voluntad la dirección en la que apunta el lóbulo principal de la antena. A su vez, es necesario utilizar algún algoritmo de detección de la dirección de llegada (*Direction of Arrival*, DoA), de modo que pueda reorientarse dinámicamente el haz para apuntar al usuario deseado [17].

Con esta técnica se puede garantizar que el usuario se encuentra iluminado en todo momento por el lóbulo principal y con máxima ganancia (dentro de las limitaciones de los algoritmos que se empleen). Sin embargo, tampoco puede evitarse que las interferencias penetren por algún lóbulo secundario del diagrama de radiación [18].

El sistema de Haz Adaptativo constituye el máximo nivel de inteligencia que se podría dar a un sistema de antenas. En este sistema (Figura 1.4), las salidas de cada elemento del arreglo de antenas se ponderan con un factor de peso cuyo valor se asigna dinámicamente para conformar un diagrama de radiación que presente el haz principal hacia la posición del usuario deseado, y los haces o lóbulos secundarios hacia las direcciones de las componentes de multitrayecto de la señal deseada; y mínimos o nulos de radiación en las direcciones de las fuentes de interferencia. Esta técnica requiere el uso de algoritmos tanto para la detección de las señales de arribo e interferentes como para la optimización de los pesos que conforman el haz [18].



Figura 1.4. Antena de Haz Adaptativo [13].

#### 1.1.1 Arreglos adaptativos de antenas: Sistemas MIMO y MIMO Masivo

Las redes inalámbricas de la quinta generación ofrecerán un aumento en la velocidad de datos en comparación con el momento de redes desplegadas. Un factor limitante para lograr este objetivo es la interferencia que surge debido a la mayor reutilización temporal y espectral de los recursos. Como resultado, las técnicas que explotarán el dominio espacial contribuirán significativamente en el funcionamiento y eficacia de las redes futuras. Entre ellas, las configuraciones de antenas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO), la retrasmisión cooperativa y la formación de haz (BF) han sido campos de investigación en los últimos años, ya que permiten una mayor flexibilidad en la reducción de la interferencia. Por lo que equipar los transmisores y receptores con capacidades MIMO puede lograr una mayor diversidad y multiplexación de ganancias [19].

Los sistemas MIMO toman ventaja de las ricas dispersiones observadas en los entornos urbanos que ofrecen rutas de propagación independientes para las señales emitidas en la banda milimétrica. Este fenómeno es conocido como multitrayecto, y puede producir interferencias en sistemas tradicionales pero no en MIMO. Las tramas de datos se separan en el receptor usando algoritmos, que se basan en estimaciones de todos los canales entre el trasmisor y el receptor, mejorando de esta manera la calidad de la señal recibida, debido a la recepción de varias copias de los datos transmitidos y aumentando la alta tasa de datos, basado en el empleo de antenas múltiples [12]. Así, el diseñador de un sistema MIMO puede dirigir la señal en cada antena con una información diferente, aumentando así la ganancia de multiplexación o usando la misma señal en todas las antenas, mejorando la diversidad (Figura 1.5) [19].



Figura 1.5. Esquema de un canal MIMO [20].

El problema de la formación del haz y el DoA de la señal de información es de debida importancia en los sistemas inalámbricos MIMO. En la práctica, la técnica de formación de haces es la técnica convencional para eliminar los efectos de la interferencia mediante la definición de la forma dinámica de los vectores óptimos de ponderación de elementos de arreglos de antena, ya que los procedimientos de filtrado no son capaces de distinguir la señal deseada del ruido y la interferencia, si ocupan el mismo ancho de banda de frecuencia [12].

Las altas velocidades de transmisión de los sistemas MIMO dependen de diversas estrategias o métodos que mejoran los esquemas de transmisión o la fiabilidad del enlace. Una estrategia sería la multiplexación espacial, que consiste en la transmisión de flujos de información independientes, ocupando todos ellos el mismo ancho de banda por las

diferentes antenas de manera simultánea. La mejora obtenida a partir de estos sistemas se denomina ganancia por multiplexación espacial [21].

Existen sistemas que mejoran las características del canal minimizando la probabilidad de error de bits y mejoran la relación señal a ruido, lo que permite el uso de velocidades de transmisión más altas a través de esquemas de codificación superiores y aumentan el alcance o reducen la potencia transmitida. Entre estos sistemas se destaca la codificación espacio temporal que introduce ganancia por diversidad o la combinación de la señal en transmisión y/o en recepción que aporta una ganancia de arreglo [22].

El multiplexado de la información de K canales consigue aumentar la velocidad global de transmisión de datos en un factor K sin mayores requerimientos de potencia ni ancho de banda, consiguiendo una eficiencia espectral próxima a la capacidad del canal y sin necesidad de conocer el estado del canal (*Channel State Information*, CSI) en el transmisor. En condiciones de dispersión, que generalmente implica correlación baja, gracias a la no correlación entre canales producida por el multitrayecto y al conocimiento del canal en el receptor es posible separar los distintos flujos de información [23],[24].

MIMO Masivo (también conocida como "*Large-Scale Antenna Systems*", "*Very Large* MIMO", "*Hyper* MIMO", "*Full-Dimension* MIMO" & "ARGOS") hace una ruptura con la práctica corriente a través del uso de un gran número de antenas de servicios (por ejemplo, cientos o miles) y su exigencia principal es convertirse en un sistema totalmente coherente y adaptativo [25]. Lo que aumenta la capacidad aún más al centrar las señales eficazmente sobre usuarios individuales, permitiendo el envío de numerosas señales y servir a más usuarios a través de la misma frecuencia en el mismo momento. Los sistemas que se implementarán en la 5G con esta tecnología esperan conseguir mayor capacidad, mayor fiabilidad y menor consumo de potencia [17].

En MIMO Masivo aunque el consumo de potencia asociado a la transmisión disminuye, aumenta el asociado al procesado de señal, por lo que, requiere más potencia de procesado debido a que las estaciones bases envían las señales de radio de forma más dirigida a los dispositivos inalámbricos. Este procesamiento de señales jugará un papel crucial en el tratamiento de las variaciones del medio físico y en el suministro de herramientas rentables para el procesamiento de la información ya que requiere un coste computacional en el procesamiento de la transmisión y recepción que crece como una función cúbica del número de antenas, lo que claramente no es escalable con un gran número de elementos de antena [23].

Estos sistemas están equipados con antenas adicionales que ayudan enfocando la transmisión y recepción de energía de la señal en regiones cada vez más pequeñas del espacio. En ciertos escenarios, el uso de antenas compactas con elementos muy próximos entre sí, será de gran importancia para equipar dispositivos con un gran número de antenas [23].

El uso de altas frecuencias y MIMO masivo pueden ser complementarios ya que cuanto más alta es la frecuencia de operación, para una misma directividad, el tamaño de las antenas debe ser menor y para un mismo tamaño de la antena, la directividad es mayor [24].

#### 1.2 Características principales de la Quinta Generación de las comunicaciones

La 5G propone integrar diferentes sistemas inalámbricos como Wi-Fi, redes celulares, sistemas de corto alcance con redes de sensores inalámbricos (WSN) y comunicaciones de máquina a máquina (M2M) los cuales generarán el llamado Internet de Las Cosas (IoT).

Los tres objetivos principales del diseño para 5G son: la implementación de una capacidad y conectividad masiva, el soporte para un conjunto progresivamente diverso de servicios para las aplicaciones y los usuarios y por último el uso flexible y eficiente de todo el espectro que hasta hace poco era "espacio libre" en diferentes escenarios de implementación de redes [26].

Aunque la ratificación formal de la norma 5G por la Unión Internacional de Telecomunicaciones (ITU) está aún en desarrollo, se espera que los próximos sistemas de comunicaciones móviles inalámbricas provean una amplia variedad de servicios, desde voz de alta calidad para videos de alta definición hasta altas tasas de datos que ofrecerán un mínimo de 1 Gb / s de velocidad de datos uniformemente desde cualquier lugar, y un máximo de 5 y 50 Gb / s de velocidad de datos para alta movilidad y usuarios peatonales, respectivamente [18].

Debido a que se utilizará la banda milimétrica, la cual tiene menos alcance, los sistemas 5G incluirán la conformación de haces para transmisión y recepción. Como se conoce, esta técnica reconoce los elementos que causan un bajo rendimiento (muros, paredes) e intenta evitarlos, utilizando técnicas de detección de errores avanzadas evitando así que los datos lleguen corruptos. También están presentes en este nuevo estándar las tecnologías LPDC, (*Low density parity check*) y STBC (*Space-Time Block Codes*) para aumentar la eficiencia de la transmisión al máximo y conseguir altas velocidad inalámbricas. Por tanto, se tendrá una cobertura mejorada [22].

La alta tasa de datos requiere un gran ancho de banda, y suficiente ancho de banda puede ser logrado en las bandas de frecuencias superiores como, la banda milimétrica. Los canales inalámbricos de banda ancha tienen que estar conectados a las redes fijas de banda ancha como son Internet y las redes de área local [27].

#### 1.2.1 Características principales de la banda milimétrica

La banda milimétrica es una porción del espectro subutilizado en las frecuencias muy altas dentro de la gama de radiofrecuencias que van desde 30 a 300 GHz por lo que sus longitudes de ondas parten de 1 a 10mm de longitud [18].

El conocimiento de la banda milimétrica ha ganado recientemente un interés significativo como una solución innovadora y eficaz para hacer efectiva la mencionada visión y los requisitos de la 5G. Sin embargo, las señales de ondas milimétricas experimentan severas pérdidas de propagación en comparación con las señales de bandas de frecuencias más bajas, que han sido un obstáculo para el uso de la banda de ondas milimétricas en las redes de acceso inalámbrico comerciales hasta el momento. Recientemente, en las investigaciones realizadas, se utiliza la banda de ondas milimétricas para sistemas celulares, mediante la explotación avanzada en la potencia de procesamiento de *hardware y software* por lo tanto, estos sistemas requieren una gran ganancia directiva con el fin de combatir sus relativamente altas pérdidas de trayectoria [16]. Una de las principales técnicas para compensar estas pérdidas en la banda de ondas milimétricas es la conformación de haces altamente direccional basado en grandes arreglos de antenas, normalmente tales conformaciones de haces requieren información de estado de canal (*channel state information*, CSI) en el transmisor y en el receptor, pero la CSI es difícil de adquirir en la

banda de ondas milimétricas debido a la directividad de la propagación y la baja relación señal a ruido (*Signal to Noise Ratio*, SNR) antes de la conformación de haz debido a la gran pérdida de propagación. Por tanto, la estimación del canal eficiente y precisa, es uno de los requisitos fundamentales para el éxito de los sistemas de ondas milimétricas MIMO [28].

#### 1.3 Investigaciones realizadas utilizando algoritmos adaptativos

Las primeras investigaciones relacionadas sobre los arreglos adaptativos de antenas y sus respectivos algoritmos surgen a finales de la década del noventa y principios de los años 2000. Actualmente existen disímiles proyectos (financiados por prestigiosas compañías como son Samsung, Nokia, Apple, Alcatel, ZTE; solo por mencionar algunas) acerca de los algoritmos adaptativos, los cuales brindan información actualizada sobre esta tecnología enfocada principalmente hacia la 5G. A continuación se mencionan alguno de los trabajos realizados.

En febrero del 2012 se publicó un artículo titulado "2D DoA Estimator for Multiple Coherently Distributed Sources Using Modified Propagator" realizado por Zhi Zheng, Guangjun Li, Yunlong Teng en China. En este trabajo, se propone un nuevo algoritmo para la estimación de la dirección de arribo (DoA) de dos dimensiones (2D) de múltiples fuentes distribuidas (CD) de manera coherente mediante la utilización de tres arreglos lineales uniformes paralelos (ULAs) [29].

En el Instituto de Innovación Tecnológica Inalámbrica en Beijing, China en el 2013 se realiza el artículo "An attempt to 3D Capon beamforming" cuyos autores son Jiaxiang Xu, Zhang Jianhua. Este trabajo analiza el método estándar Capon en el caso 3D con una configuración de arreglo plana, en la que la dirección de llegada se caracteriza por ambos ángulos, horizontales y verticales. Las simulaciones muestran un mal funcionamiento del método Capon estándar, entonces se adopta un método modificado de valor propio para reparar este inconveniente [30].

El artículo titulado "On the feasibility of beamforming in millimeter wave communication systems with multiple antenna arrays" publicado en abril del 2014 por los autores Jaspreet Singh y Sudhir Ramakrishna investigan la viabilidad de emplear múltiples arreglos de antenas (en el transmisor y en el receptor) para obtener una diversidad y ganancias de

multiplexación en los sistemas de ondas milimétricas, donde cada uno de los arreglos es capaz de formar haces independientes [31].

"Performance Analysis of Bessel Beamformer and LMS Algorithm for Smart Antenna Array in Mobile Communication System" publicado en el 2012 por los autores Akhtar Pervez y Yasin Muhammad, analiza el desempeño del conformador Bessel sobre la base de criterios de filtrado espacial y su comparación se realiza con el algoritmo mínimo cuadrado (LMS). Sobre la base de los resultados de la simulación, se revela que el conformador de haces Bessel proporciona mejoras notables en términos de ganancia, la supresión de interferencias, la reducción de potencia de transmisión, la mejora en la ganancia de potencia y los pesos de convergencia sobre la de algoritmo LMS [32].

En la Universidad Nacional de Ciencia y Tecnología en Islamabad, Pakistan en el 2013 se realizó una investigación por Yasin M, Akhtar Pe rve z, Pathan Amir Hassan titulada "Performance Analysis of Blind Beamforming Algorithms in Adaptive Antenna Array in Rayleigh Fading Channel Model". En este trabajo, se analiza el desempeño de los algoritmos adaptativo ciegos es decir Algoritmo de Módulo Constante Kaiser (KCMA), Hamming CMA (HAMCMA) con CMA en sistemas inalámbricos de comunicación celular utilizando técnicas de modulación digital. Estos algoritmos ciegos se utilizan en el procesador de señales digitales de la antena adaptativa para hacerla inteligente y para que cambie los pesos del sistema de arreglo de antenas de forma dinámica [33].

En el 2012 se publica el artículo "Adaptive Minimum Entropy Beamforming Algorithms for Narrowband Signals" por los autores Anum Ali, Shafayat Abrar que emplean el principio *deconvolución* de mínima entropía (MED) para la extracción de la fuente. Los resultados indican un buen rendimiento en comparación con los algoritmos adaptativos convencionales como son el algoritmo de módulo constante y el algoritmo multi-módulo [34].

En la Universidad Santa Barbara en California en el 2012 finalizó el artículo "Cooperative localization using angle of arrival measurements: sequential algorithms and non-line-of-sight suppression" por los autores Bharath Ananthasubramaniam y Upamanyu Madhow. En este proyecto se investiga la localización de una fuente basada en las medidas del ángulo de llegada (AoA) que crearon en una red geográficamente dispersada de receptores

cooperadores. Se computan los valores atípicos exactos de estimaciones en las medidas AoA debido a reflexiones del multitrayecto en ambientes sin líneas de vista (NLOS) [35].

En la IEEE INFOCOM 2009 se publicó un artículo titulado "Towards Adaptive Beamforming in Indoor Wireless Networks: An Experimental Approach". En este trabajo, se diseña e implementa el primer sistema de formación de haz WLAN cubierta con múltiples elementos de antenas de radio y plataformas de software, que forma un banco de pruebas para la exploración de los beneficios prácticos de la formación de haz, y evalúa los algoritmos para la formación de haz eficiente en diversos ambientes [36].

En el año 2009 se publicó el proyecto titulado "FPGA Based Implementation and Comparison of Beamformers for CDMA2000" por los autores Sener Dikmese, Adnan Kavak, Kerem Kucuk, Suhap Sahin, Ali Tangel En este trabajo, se estudia las implementaciones de algunos Algoritmos de formación de haces compatible CDMA, es decir, algoritmos mínimo cuadrado (LMS), módulo constante (CM), y correlacionadores de código de espacio (SCC), utilizando la familia Virtex de Xilinx FPGAs. Este estudio muestra la factibilidad de implementar simples, prácticos, y computacionalmente pequeños algoritmos basados en las tecnologías FPGAs de la actualidad [37].

Jingui Liu y Vycheslavtuzlukov publicaron en la Universidad Nacional Kyungpook en Korea del Sur el artículo "Non-Blind Beamforming Generalized Receiver with DOA Estimation in MIMO Wireless Communication Systems" donde se investiga el receptor generalizado (GR) construido sobre la base de un enfoque hacia el procesamiento de señales con ruido empleando algoritmos de formación de haces no ciegos y la estimación de la dirección de llegada (DoA), que se realiza mediante sistemas de comunicación inalámbrica de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO). Además se comparan tres algoritmos no ciegas y de formación de haces; es decir algoritmos Mínimos cuadrados (LMS), recursivo de mínimos cuadrados (RLS), y el inverso de la matriz de muestreo (SMI) bajo el empleo de GR en sistemas de comunicación inalámbrica MIMO [5].

En agosto del 2013 se publica el artículo "Unitary dual-resolution ESPRIT for joint DoD and DoA estimation in bistatic MIMO radar" el cual investiga el problema de la dirección conjunta de partida (DoD) y la estimación de la dirección de llegada (DoA) con biestático MIMO radar. También se propone un nuevo algoritmo de estimación DoD y DoA conjunta. El algoritmo propuesto da una mejora significativa en el rendimiento de la estimación DoD y DoA, con igualación automática y sin antenas adicionales ni complejidad computacional en comparación con los algoritmos convencionales [6].

Omar El Ayach, Sridhar Rajagopal, Shadi Abu-Surra, Zhouyue Pi, YRobert W. Heath, Jr en el 2013 publicaron el artículo "Spatially Sparse Precoding in Millimeter Wave MIMO Systems" el cual formula el problema de precodificación / combinación como un problema de reconstrucción dispersa y desarrolla algoritmos que se aproximan con exactitud a precodificadores y combinadores de tal manera que puedan ser implementados sin restricciones óptimas con hardware RF de bajo costo [16].

### **1.4 Conclusiones Parciales**

En este capítulo se han descrito los tipos principales de antenas inteligentes y se abarca sobre las características generales de la Quinta Generación de las comunicaciones donde se demuestra el papel que juagarán los arreglos adaptativos de antenas MIMO y MIMO Masivo en la 5G ya que estos arreglos juegan un importante papel en la solución de los problemas dentro del perfil inalámbrico que demandan los usuarios debido a que, mediante el uso de estos arreglos y poderosos algoritmos son capaces de mejorar la calidad de la señal en varios aspectos. También por su debida importancia en las trasmisiones en la nueva generación se mostraron las particularidades de la banda milimétrica concretando las pérdidas de propagación como el inconveniente principal de dicha banda y además se mencionaron diferentes investigaciones realizadas utilizando algoritmos adaptativos.

### CAPÍTULO 2. ALGORITMOS ADAPTATIVOS DESARROLLADOS PARA LAS ANTENAS INTELIGENTES DE LA QUINTA GENERACIÓN DE LAS COMUNICACIONES

El desarrollo de algoritmos adaptativos para las antenas inteligentes es importante para los nuevos sistemas MIMO de la 5G ya que permitirán la optimización de la elección de las direcciones de formación de haz, y por tanto contribuyen a mejorar la eficiencia espectral en la banda de ondas milimétricas.

En el presente capítulo se abordan las Principales Arquitecturas de Conformación de haces como son las arquitecturas híbridas, analógicas y digitales. También se presentan algoritmos de precodificación híbrida para obtener precodificadores óptimos a través de la obtención de un conjunto de direcciones de haz dominantes. Además, debido a que estos sistemas de formación de haces están basados en libros de códigos se obtiene una definición del mismo.

### 2.1 Principales Arquitecturas de Conformación de Haces

El uso de técnicas de conformación de haces tiene beneficios y ventajas comparadas con las antenas tradicionales omnidireccionales. Algunos de estos beneficios incluyen los siguientes aspectos: i) se reduce la interferencia significativamente; ii) se aumenta la SNR para una misma potencia transmitida gracias al enfoque de más energía en la dirección pretendida; iii) reduce los riesgos de intrusos e interferencia, por lo tanto, provee una comunicación inalámbrica más segura [12],[21].

En un esquema Digital de Formación de haz (DBF) como se muestra en la Figura 2.1, las señales recibidas por cada elemento son primero descendentemente convertidas, probadas, y luego son usadas para obtener la formación del haz. Esto quiere decir que el número de

cadenas RF requeridas (Nc) es proporcional al número de elementos en el arreglo de antenas (Na). Los conformadores de haces digitales pueden lograr haces principales más precisos, dirección nula, control de niveles de lóbulos laterales, haces simultáneos multidireccionales, y una diversidad espacial uniforme por medio de los sistemas MIMO. La ventaja principal del conformador de haz digital es que sitúa más algoritmos adaptativos de formación de haz. Sin embargo, debido a la alta suma de componentes, este conformador de haz es costoso.



Figura 2.1 Posible arquitectura RF de Conformación de haz digital

Conformación de haz Analógica (ABF) como se muestra en la Figura 2.2, es un método simple y efectivo de generación de altas ganancias de conformación de haces de un gran número de antenas pero menos flexible que DBF [38, 39]. Esta técnica es capaz de apreciar una sola dirección espacial a la vez. Es este compromiso entre desempeño/flexibilidad y simplicidad que conduce la necesidad de arquitecturas de Conformación de haces Híbridas (HBF), especialmente cuando se requiere una multitud de antenas como en las bandas de ondas milimétricas [12].



Figura 2.2 Posible arquitectura RF de Conformación de haz analógica

En sistemas actuales que emplean antenas múltiples (es decir, Sistemas MIMO actuales, por ejemplo, 3GPP LTE), la conformación de haz (o precodificación) se realizan en banda base (BB), y las salidas del precodificador son alimentadas en las diferentes antenas de transmisión utilizando una cadena separada de radiofrecuencia (RF) (empleada para incluir los componentes de la conversión ascendente y el amplificador de potencia) para cada antena [11].

Las técnicas HBF (Figura 2.3), se proponen por la combinación del sistema ABF con el sistema DBF. En HBF, el procesamiento del precodificador es dividido entre los dominios analógicos y digitales, como se muestra en Figura 2.3 El número requerido de cadenas RF en la precodificación híbrida es mucho más bajo que el número de antenas, lo que trae consigo una reducción del costo y un ahorro de energía, pero comparado con las soluciones crecientes digitales banda base, el rendimiento de los precodificadores/combinadores híbridos es limitado [7].



Figura 2.3 Posible arquitectura RF de Conformación de haz híbrida

### 2.2 Características de Algoritmos Desarrollados para 5G

Un Libro de Códigos es un conjunto discreto de posibles vectores (o palabras de códigos) de conformación de haces con un cierto ancho del haz a utilizar en la etapa de formación de haces correspondiente al algoritmo adaptativo de estimación del canal de ondas milimétricas. En particular, cada uno de estos vectores en el libro de códigos dirige el haz

Tx y/o Rx hacia uno cierto ángulo  $(\phi, \theta)$ (azimut, elevación); por lo tanto, estos libros de códigos determinan las direcciones en las cuales se mide en realidad la potencia efectiva [1],[2],[31].

A través de este epígrafe se usa la siguiente notación: **A** es una matriz, **a** es un vector, *a* es un escalar y  $\mathcal{A}$  es un conjunto.  $|\mathbf{A}|$  es el determinante de **A**,  $||\mathbf{A}||_F$  es la norma Frobenius de **A**, considerando que  $\mathbf{A}^T$ ,  $\mathbf{A}^H$ ,  $\mathbf{A}^*$ ,  $\mathbf{A}^{-1}$ ,  $\mathbf{A}^{\dagger}$  son sus traspuestas, (conjugada traspuesta) Hermitian, conjugada, inversa, y pseudo-inversa respectivamente.  $[\mathbf{A}]_{\mathcal{R}}$ ;  $([\mathbf{A}]_{\mathcal{R}})$  son las filas de la matriz **A** con índices en el conjunto  $\mathcal{R}$ , y diag(**a**) es una matriz diagonal con las entradas de **a** en su diagonal. **I** es la matriz idéntica y  $\mathbf{1}_N$  es el vector N-dimensional con todos sus valores en 1.  $\mathbf{A} \circ \mathbf{B}$  es el producto Khatri-Rao de **A** y **B**,  $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$  es el product de Kronecker de **A** y **B**, y  $\mathbf{A} \odot \mathbf{B}$  denota el producto de Hadamard de **A** y **B**.  $\mathcal{N}(\mathbf{m}; \mathbf{R})$  es un vector aleatorio complejo Gaussiano con media **m** y covarianza **R**.  $\mathbb{E}[\cdot]$  se utiliza para denotar expectativa.  $\mathbf{A}^{(i)}$  es la *i*-ésima columna de **A**; tr(**A**) es su traza ;  $||\mathbf{a}||_p$  es la normap de **a**;  $[\mathbf{A} | \mathbf{B}]$  denota la concatenación horizontal; diag(**A**) es un vector formado por los elementos diagonales de **A**;  $\mathbf{O}_{M \times N}$  es la matriz M × N con todos sus elementos ceros;  $\Re\{\cdot\}$ denota la parte real de una variable.

### 2.2.1 Algoritmos de Precodificación híbrida

En el artículo "Channel Estimation and Hybrid Precoding for Millimeter Wave Cellular Systems" los autores Ahmed Alkhateeb, Omar El Ayach, Geert Leus, and Robert W. Heath Jr idean una precodificación híbrida basada en un libro de códigos jerárquico de resolución múltiple. Los mismos adoptan el Modelo del Sistema de arquitectura híbrida del sistema analógico/digital presentado en la Figura 2.4 [2].



Figura 2.4 Diagrama en bloques del transceptor BS-MS que utiliza RF y conformadores de haces banda base en ambos extremos [2].

En este artículo, se presenta una arquitectura híbrida analógica / digital para el diseño de un libro de códigos de múltiple resolución de formación de haces.

Para simplificar la explicación de la estructura y diseño del libro de códigos, se centran en el diseño de un libro de códigos de precodificación  $\mathcal{F}$  de entrenamiento de la estación base (BS); un enfoque similar se sigue para construir el libro de códigos  $\mathcal{W}$  de entrenamiento de la estación móvil (MS) (Anexo I) (Anexo II).

El libro de códigos jerárquico propuesto consiste en S niveles de  $\mathcal{F}_s$ , s = 1, 2,..., S. Cada nivel contiene los vectores de formación de haces con una cierta anchura de haz a utilizar en la etapa de formación correspondiente al algoritmo adaptativo de estimación del canal de ondas milimétricas.

En cada nivel s del libro de códigos, los vectores de formación de haces se dividen en  $K^{s-1}$  subconjuntos, con K vectores de conformación de haces en cada uno de ellos. Cada subconjunto k, de los s niveles del libro de código está asociado con un rango único de las AoDs. Este rango AoD se divide adicionalmente en K sub-rangos, y cada uno de los vectores de formación de haces K en este subconjunto está diseñado para tener una proyección casi igual en los vectores de  $\mathbf{a}_{BS}(\bar{\phi}_u)$ , con u en este sub-rango, y proyección cero en los otros vectores. Físicamente, esto implica la implementación de un vector de

conformación de haz con un cierto ancho de haz determinado por estos sub-rangos, y orientación en direcciones predefinidas.

En cada nivel s del libro de códigos, y subconjunto k, los vectores de conformacion de haz  $[F_{(s,k)}]_{m}, m = 1, 2, ..., K$  son diseñados como

$$\mathbf{A}_{\mathrm{BS},\mathrm{D}}^{H}\mathbf{F}_{(s,k)} = \mathcal{C}_{s}\mathbf{G}_{(s,k)},\tag{2.1}$$

donde  $C_s$  es una constante de normalización que satisface  $\|\mathbf{F}_{(s,k)}\|_{,F} = K$ ;  $\mathbf{G}_{(s,k)}$  es una matriz  $N \times K$ , donde cada columna m contiene unos en las localizaciones  $u, u \in \mathfrak{T}_{(s,k,m)}$ , y ceros en las localizaciones  $u, u \notin \mathfrak{T}_{(s,k,m)}$ . Ahora, los autores observan que la matriz  $\mathbf{A}_{BS,D}$  de los AoDs de la BS es un diccionario completo con  $N \ge N_{BS}$ , es decir, (2.1) representa un sistema inconsistente de los cuales la solución aproximada está dada por  $\mathbf{F}_{(s,k)} = C_s(\mathbf{A}_{BS,D}\mathbf{A}_{BS,D}^H)^{-1}\mathbf{A}_{BS,D}\mathbf{G}_{(s,k)}$ . Además, la matriz de precodificación  $\mathbf{F}_{(s,k)}$  se define como  $\mathbf{F}_{(s,k)} = \mathbf{F}_{RF,(s,k)}\mathbf{F}_{BS,(s,k)}$ . Como cada vector de formación de haz será utilizado de forma individual en un determinado instante de tiempo, se diseñará cada uno de ellos de forma independiente en función de los precodificación y de entrenamiento híbrido analógicas y digitales en este artículo se lleva a cabo mediante la resolución de

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\mathrm{BB},(s,k)}^{*} \end{bmatrix}_{:,m} = \arg\min \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{(s,k)} \end{bmatrix}_{:,m} - \mathbf{A}_{\mathrm{can}} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\mathrm{BB},(s,k)} \end{bmatrix}_{:,m} \right\|_{F},$$
  
s.t. 
$$\left\| \operatorname{diag} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\mathrm{BB},(s,k)} \end{bmatrix}_{:,m} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\mathrm{BB},(s,k)} \end{bmatrix}_{:,m}^{H} \right) \right\|_{\ell_{0}} = N_{\mathrm{RF}}$$
(2.2)
$$\left\| \mathbf{F}_{\mathrm{RF},(s,k)} \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\mathrm{BB},(s,k)} \end{bmatrix}_{:,m} \right\|_{F}^{2} = 1.$$

donde  $[\mathbf{F}_{(s,k)}]_{:,m} = C_s (\mathbf{A}_{BS,D} \mathbf{A}_{BS,D}^H)^{-1} \mathbf{A}_{BS,D} [\mathbf{G}_{(s,k)}]_{:,m}$ , y  $\mathbf{A}_{can}$  es una matriz  $N_{BS} \times N_{can}$  que contiene el conjunto de posibles vectores analógicos de conformación de haces. Las columnas de la matriz candidata  $\mathbf{A}_{can}$  pueden ser elegidas para satisfacer las limitaciones de conformación de haces analógica arbitrarias.

En este artículo se tiene en cuenta que la primera restricción en (2.2) asegura de que solo las filas  $N_{\text{RF}}$  de  $[\mathbf{F}_{\text{BB},(s,k)}]_{:,m}$  pueden no ser ceros. Por consiguiente, después que los autores diseñan el precodificador de formación banda base usando este problema disperso, las

columnas de  $\mathbf{A}_{can}$  que corresponden a las filas no nulas de  $[\mathbf{F}_{BB,(s,k)}]_{:,m}$  son elegidas para ser el precodificador RF,  $\mathbf{F}_{RF,(s,k)}$ .

La solución exacta del problema de aproximación dispersa en (2.2) requiere la solución de un problema de optimización combinatoria de alta complejidad. Por tanto, los autores desarrollan un algoritmo ortogonal de búsqueda coincidente (Algoritmo 1) para resolver este problema de forma iterativa, como se muestra en el Anexo III. En aras de una solución de baja complejidad, asumen que  $C_s$  es una constante, y calculan su valor después del diseño de los vectores de formación de haces.

En resumen, el algoritmo 1 comienza por encontrar el vector  $[\mathbf{A}_{can}]_{;,l}$  a lo largo del cual la matriz  $\mathbf{F}^*$  tiene la máxima proyección. A continuación, se agrega el seleccionado vector columna $[\mathbf{A}_{can}]_{;,n}$  al precodificador RF,  $\mathbf{F}_{RF,(s,k)}$ . Después de que el vector dominante es encontrado y la solución de mínimos cuadrados para  $[\mathbf{F}_{BB,(s,k)}]_{;,m}$ , es calculada, la contribución del vector seleccionado es eliminada y el algoritmo procede a encontrar la columna a lo largo de la cual "la matriz residual de precodificación"  $\mathbf{F}_{res}$  tiene la mayor proyección. El proceso continua hasta que todos los vectores de conformación de haz  $N_{RF}$  hallan sido seleccionados. Al final de las iteraciones  $N_{RF}$ , el algoritmo tendría: (i) construida una matriz  $\mathbf{F}_{RF,(s,k)}$  ( $N_{BS} \times N_{RF}$ ) de formación de haces RF, (ii) encontrado el precodificador de entrenamiento en banda base  $[\mathbf{F}_{BB,(s,k)}]_{;,m}$  el cual minimiza los objetivos en (2.5), y (iii) calculado el valor de la constante  $C_s$ . Los autores consideran importante mencionar que si los K vectores de formación BS definidos por  $\mathbf{F}_{(s,k)}$  no serán conjuntamente utilizados, entonces el Algoritmo 1 podría utilizarse para diseñar separadamente cada vector solo para aproximar el vector correspondiente de  $\mathbf{F}^*$ .

Un ejemplo de los patrones de haces resultantes de la aplicación del algoritmo propuesto se muestra en el Anexo IV. Estos patrones son generados por una BS que tiene 32 antenas, y un número de cadenas RF  $N_{\rm RF} = 5,10,15$  para aproximar los vectores de conformación de haces  $[\mathbf{F}_{(2,1)}]_{;1}$ .

Después del diseño de los vectores de formación de haces de entrenamiento BS para el késimo subconjunto del s-ésimo libro de códigos, se calcula la ganancia de formación de haz de los vectores de entrenamiento BS y MS, la matriz de error, ya que la solución
aproximada del problema de aproximación disperso en (2.2) resulta un error adicional en la satisfacción de (2.1), y por último, las ganancias directa e inversa de los vectores de conformación de haces diseñados, ya que se utilizan después del algoritmo de estimación del canal (el cual no se aborda por no ser parte de los objetivos propuestos).

A continuación los autores presentan el diseño de los precodificadores / combinadores híbridos, ( $\mathbf{F}_{RF}$ ,  $\mathbf{F}_{BB}$ ,  $\mathbf{W}_{RF}$ ,  $\mathbf{W}_{BB}$ ) tanto en la BS como en la MS para maximizar la información mutua alcanzada con la señalización de Gauss sobre el enlace de ondas milimétricas, mientras se toman diferentes limitaciones de la precodificación RF en consideración. Independientemente de si se considera la transmisión del enlace ascendente o descendente, el problema de precodificación híbrida puede resumirse como, maximizar directamente la expresión de la velocidad:

$$R = \log_2 |I_{N_s} + \frac{P}{N_s} \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{W}_{BB}^H \mathbf{W}_{RF}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_{RF}^H F_{BB} \mathbf{F}_{BB}^H \mathbf{F}_{RF}^H \mathbf{H}^H \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB}|, \quad (2.3)$$

sobre la elección de las matrices de procesamiento analógico y digital factible ( $\mathbf{F}_{RF}$ ,  $\mathbf{F}_{BB}$ ,  $\mathbf{W}_{RF}$ ,  $\mathbf{W}_{BB}$ ) se nota que en (2.3),  $\mathbf{R}_{n}$  es la matriz de covarianza de ruido de postprocesamiento, es decir,  $\mathbf{R}_{n} = \mathbf{W}_{BB}^{H} \mathbf{W}_{RF}^{H} \mathbf{W}_{BB}$  en el enlace descendente, y  $\mathbf{R}_{n} = \mathbf{F}_{BB}^{H} \mathbf{F}_{RF}^{H} \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}$  en el enlace ascendente.

Para simplificar la exposición, los autores comienzan resumiendo el proceso con el que la BS calcula las matrices de precodificación híbrida ( $\mathbf{F}_{RF}, \mathbf{F}_{BB}$ ), para ser utilizadas en el enlace descendente. El cálculo de los precodificadores del enlace ascendente utilizados por la MS se realizan análogamente.

En el problema de precodificación primeramente la BS y la MS aplican el algoritmo adaptativo de estimación del canal para estimar los parámetros del canal de ondas milimétricas. Al final de la fase de entrenamiento / estimación del canal, la BS construye la matriz del canal del enlace descendente aprovechando la estructura geométrica del canal. En esta etapa, la MS aprovecha el algoritmo de búsqueda base para calcular  $W_{RF}$  y  $W_{BB}$  de modo que su efecto combinado,  $W_{RF}$   $W_{BB}$ , se aproxima a los vectores propios dominantes del canal del enlace ascendente.

Como resultado de la fase de entrenamiento / estimación del canal del enlace descendente, la BS ahora ha estimado el conocimiento de su propia matriz de orientación  $\widehat{A}_{BS}$ , la matriz de orientación de la MS  $\widehat{A}_{MS}$ , y el vector de ganancia del trayecto estimado  $\widehat{\alpha}$ . Por tanto, la BS puede construir la matriz del canal del enlace descendente estimado como

$$\widehat{\mathbf{H}} = \widehat{\mathbf{A}}_{MS} \operatorname{diag}(\widehat{\boldsymbol{\alpha}}) \widehat{\mathbf{A}}_{BS}^{H}.$$
(2.4)

La BS puede entonces construir sus precodificadores de datos híbridos  $\mathbf{F}_{RF}$  y  $\mathbf{F}_{BB}$  para aproximar los vectores singulares dominantes del canal  $\hat{\mathbf{H}}$ , denotados por el precodificador sin restricciones  $\mathbf{F}_{opt}$ .

En este artículo se recuerda que la capacidad de precodificación del sistema de la figura 2.4 puede resumirse como la capacidad de aplicar un conjunto de  $N_{\rm RF}$  vectores analógicos restringidos de conformación de haz, a través del precodificador analógico  $\mathbf{F}_{\rm RF}$ , y formar una combinación lineal de ellos a través de su precodificador digital  $\mathbf{F}_{\rm BB}$ . El problema de la aproximación del precodificador sin restricciones  $\mathbf{F}_{\rm opt}$  puede escribirse como:

$$(\mathbf{F}_{RF}^{*}, \mathbf{F}_{BB}^{*}) = \arg\min \|\mathbf{F}_{opt} - \mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}\|_{F}, s.t. [\mathbf{F}_{RF}]_{;i} \in \{[\mathbf{A}_{can}]_{;i} \mid 1 \le \ell \le N_{can}\}, i = 1, 2, ..., N_{RF}$$
(2.5)  
$$\|\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}\|_{F}^{2} = N_{s}.$$

Este problema se puede formular de nuevo como un problema de optimización dispersa como en (2.2). Finalmente, los precodificadores banda base y RF de la BS,  $\mathbf{F}_{BB}$  y  $\mathbf{F}_{RF}$ , pueden ser diseñados usando el procedimiento iterativo de coincidencia de búsqueda en el algoritmo 1 (Anexo III), pero en lugar de  $\mathbf{f}_{res}$ , se define la matriz  $\mathbf{F}_{res} = \mathbf{F}_{opt}$ , y en lugar de  $\mathbf{f}^*$ , se define  $\mathbf{F}^* = \mathbf{F}_{opt}$ .

Los autores Omar El Ayach, Sridhar Rajagopal, Shadi Abu-Surra, Zhouyue Pi, y Robert W. Heath, Jr en su artículo "Spatially Sparse Precoding in Millimeter Wave MIMO Systems" proponen una precodificación espacialmente dispersa para un solo usuario en el canal de ondas milimétricas utilizando la arquitectura que se muestra en la Figura 2.3. En esta figura el receptor aplica el procesamiento analógico y digital antes de la detección [1].



Figura 2.5 Hardware simplificado del diagrama de bloques del sistema de ondas milimétricas de un solo usuario con un precodificador digital banda base seguido por el precodificador restringido de radiofrecuencias implementado utilizando desplazadores de fase RF [1].

En este artículo se busca diseñar precodificadores híbridos de ondas milimétricas  $(\mathbf{F}_{RF}, \mathbf{F}_{BB})$  para maximizar la información mutua lograda por la señalización Gaussiana sobre el canal de ondas milimétricas. Los autores examinan la información mutua lograda por el precodificador híbrido  $\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}$  y escriben  $\mathfrak{T}(\mathbf{F}_{RF}, \mathbf{F}_{BB})$  en términos de la "distancia" entre  $\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}$  y el precodificador óptimo sin restricciones del canal  $\mathbf{F}_{opt}$ . Para hacer eso, definen la descomposición del valor singular del canal (SVD) que sería  $\mathbf{H} = \mathbf{U}\sum \mathbf{V}^*$  donde  $\mathbf{U}$  es una matriz unitaria  $N_r \times$  rango de ( $\mathbf{H}$ ),  $\mathbf{H}$  es la matriz del canal,  $\Sigma$  es una matriz diagonal rango de ( $\mathbf{H}$ )× rango de ( $\mathbf{H}$ ), de valores singulares organizados en orden decreciente, y  $\mathbf{V}$  es una matriz unitaria  $N_t \times$  rango de ( $\mathbf{H}$ ). Usando la SVD de  $\mathbf{H}$  y la manipulación matemática, se tiene

$$\mathfrak{T}(\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}, \mathbf{F}_{\mathrm{BB}}) = \log_2 \left( \left| \mathbf{I}_{\mathrm{rank}(\mathbf{H})} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \sum^2 \mathbf{V}^* \mathbf{F}_{\mathrm{RF}} \mathbf{F}_{\mathrm{BB}} \mathbf{F}_{\mathrm{BB}}^* \mathbf{F}_{\mathrm{RF}}^* \mathbf{V} \right| \right).$$
(2.6)

Además, se define las siguientes dos particiones de las matrices  $\sum y \mathbf{V}$  como

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0\\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix}, \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}$$
(2.7)

donde  $\sum_{1}$  es de dimensión  $N_{s} \times N_{s}$  y  $V_{1}$  es de dimensión  $N_{t} \times N_{s}$ , se nota que el precodificador unitario sin restricciones óptimas para **H** esta dado simplemente por  $\mathbf{F}_{opt} = \mathbf{V}_{1}$ . Además se observa que en general el precodificador  $\mathbf{V}_{1}$  no puede expresarse como  $\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}$  con  $\mathbf{F}_{RF} \in \mathcal{F}_{RF}$ . Para simplificar el próximo tratamiento de  $\mathfrak{T}(\mathbf{F}_{RF}, \mathbf{F}_{BB})$ , los autores hacen la siguiente suposición del sistema:

Aproximación 1: Se asumen los parámetros del sistema de onda milimétrica

 $(N_{\rm t}, N_{\rm r}, N_{\rm t}^{\rm RF}, N_{\rm r}^{\rm RF})$  iguales a los parámetros del canal de propagación de ondas milimétricas  $(N_{\rm cl}, N_{\rm ray},...)$  y son tales que, los precodificadores híbridos  $\mathbf{F}_{\rm RF}\mathbf{F}_{\rm BB}$  pueden "aproximarse" al precodificador unitario óptimo  $\mathbf{F}_{\rm opt} = \mathbf{V}_1$ . Matemáticamente, esta "similitud" se define por las siguientes dos aproximaciones: los valores propios de la matriz pequeños:  $\mathbf{I}_{N_s} + \mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{\rm RF} \mathbf{F}_{\rm BB} \mathbf{F}_{\rm BB}^* \mathbf{F}_{\rm BB}^* \mathbf{V}_1$  y en el caso de la precodificación de ondas milimétricas, esto puede ser equivalentemente a que  $\mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{\rm RF} \mathbf{F}_{\rm BB} \approx \mathbf{I}_{N_s}$  y la segunda es que los valores singulares de la matriz  $\mathbf{V}_2^* \mathbf{F}_{\rm RF} \mathbf{F}_{\rm BB}$  son tan pequeños que alternativamente  $\mathbf{V}_2^* \mathbf{F}_{\rm RF} \mathbf{F}_{\rm BB} \approx 0$ .

Para el caso de la precodificación en ondas milimétricas, los autores esperan que esta aproximación sea sujeta en sistemas de interés que incluyen: (i) un número razonablemente grande de antenas  $N_t$ , (ii) un número de cadenas de transmisión  $N_s < N_t^{RF} \le N_t$ , y (iii) matrices de canales correlacionados **H**.

La aproximación 1 permite simplificar  $\mathfrak{T}(\mathbf{F}_{RF}, \mathbf{F}_{BB})$ , para hacer eso se utilizan las particiones definidas en (2.7) y además se define la siguiente partición de  $\mathbf{V}^* \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} \mathbf{F}_{BB}^* \mathbf{F}_{RF}^* \mathbf{V}$  como

$$\mathbf{V}^* \mathbf{F}_{\rm RF} \mathbf{F}_{\rm BB} \mathbf{F}_{\rm BB}^* \mathbf{F}_{\rm RF}^* \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{\rm RF} \mathbf{F}_{\rm BB} \mathbf{F}_{\rm BB}^* \mathbf{F}_{\rm RF}^* \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{\rm RF} \mathbf{F}_{\rm BB} \mathbf{F}_{\rm BB}^* \mathbf{F}_{\rm RF}^* \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{V}_2^* \mathbf{F}_{\rm RF} \mathbf{F}_{\rm BB} \mathbf{F}_{\rm BB}^* \mathbf{F}_{\rm RF}^* \mathbf{V}_1 & \mathbf{V}_2^* \mathbf{F}_{\rm RF} \mathbf{F}_{\rm BB} \mathbf{F}_{\rm BB}^* \mathbf{F}_{\rm RF}^* \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11} & \mathbf{Q}_{12} \\ \mathbf{Q}_{21} & \mathbf{Q}_{22} \end{bmatrix},$$

Lo cual permite aproximar la información mutua lograda por  $\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}$  como

$$\begin{aligned} \mathfrak{T}(\mathbf{F}_{\mathrm{RF}},\mathbf{F}_{\mathrm{BB}}) &\approx^{(a)} \log_2 \left( \left| \mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \Sigma_1^2 \right| \right) \\ + \log_2 \left( \left| \mathbf{I}_{N_s} - \left( \mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \Sigma_1^2 \right)^{-1} \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \Sigma_1^2 \left( \mathbf{I}_{N_s} - \mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{\mathrm{RF}} \mathbf{F}_{\mathrm{BB}} \mathbf{F}_{\mathrm{BB}}^* \mathbf{F}_{\mathrm{RF}}^* \mathbf{V}_1 \right) \right| \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} b \\ \approx \log_2 \left( \left| \mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \sum_1^2 \right| \right) \\ - \operatorname{tr} \left( \left( \mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \sum_1^2 \right)^{-1} \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \sum_1^2 \left( \mathbf{I}_{N_s} - \mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{\mathrm{RF}} \mathbf{F}_{\mathrm{BB}} \mathbf{F}_{\mathrm{BB}}^* \mathbf{F}_{\mathrm{RF}}^* \mathbf{V}_1 \right) \right) \\ \begin{pmatrix} c \\ \approx \log_2 \left( \left| \mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \sum_1^2 \right| \right) - \operatorname{tr} \left( \mathbf{I}_{N_s} - \mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{\mathrm{RF}} \mathbf{F}_{\mathrm{BB}} \mathbf{F}_{\mathrm{BB}}^* \mathbf{F}_{\mathrm{RF}}^* \mathbf{V}_1 \right)$$
(2.8)

$$= \log_2\left(\left|\mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \Sigma_1^2\right|\right) - (N_s - \|\mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}}\|_F^2, \quad (2.9)$$

donde (*a*) es el resultado de usar el complemento de Schur para los determinantes de la matriz y (*b*) viene de la aproximación 1, la cual implica que los valores propios de la matriz  $\mathbf{X} = (\mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \sum_{1}^{2})^{-1} \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \sum_{1}^{2} (\mathbf{I}_{N_s} - \mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}} \mathbf{F}_{\text{RF}}^* \mathbf{V}_1)$  son pequeños, lo cual permite utilizar la siguiente aproximación  $\log_2 |\mathbf{I}_{N_s} - \mathbf{X}| \approx \log_2(1 - \text{tr}(\mathbf{X})) \approx -\text{tr}(\mathbf{X})$ , finalmente (c) proviene de adoptar una aproximación de una SNR efectiva de alto valor lo cual implica que  $\mathbf{I} + (\frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \sum_{1}^{2})^{-1} \frac{\rho}{N_s \sigma_n^2} \sum_{1}^{2} \approx \mathbf{I}_{N_s}$  y el producto al final resulta en (2.9). Se nota que el primer término en (2.9) es la información mutua alcanzada por el precodificador óptimo  $\mathbf{F}_{\text{opt}} = \mathbf{V}_1$  y la dependencia de  $\mathfrak{T}(\mathbf{F}_{\text{RF}}, \mathbf{F}_{\text{BB}})$  en el precodificador híbrido  $\mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}}$  es capturada en el segundo y en el término final de (2.8) y (2.9).

Asumiendo que  $\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}$  es unitario, se nota que el segundo término en (2.8) y (2.9) no es más que la distancia cuadrada *chordal* entre los dos puntos  $\mathbf{F}_{opt} = \mathbf{V}_1$  y  $\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}$  en el colector de Grassman. Desde la aproximación 1 se afirma que los dos puntos están "próximos", los autores utilizan la propiedad euclidiana de manera local del colector, para reemplazar la distancia (*chordal*) por la distancia euclidiana  $\|\mathbf{F}_{opt} - \mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}\|_{F}$ . Por tanto, los precodificadores híbridos aproximadamente óptimos que maximizan  $\mathfrak{T}(\mathbf{F}_{RF}, \mathbf{F}_{BB})$ pueden encontrarse, en su lugar, minimizando  $\|\mathbf{F}_{opt} - \mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}\|_{F}$ .

Incluso sin que los autores tomen  $\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}$  como un punto en el colector de Grassman, la aproximación 1 implica que  $\|\mathbf{V}_{1}^{*}\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}\|_{F}^{2}$  y consecuentemente (2.9), pueden ser

aproximadamente maximizados en vez de minimizar tr $(\mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB})$ . Ya que maximizar tr $(\mathbf{V}_1^* \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB})$  es otra vez equivalente a minimizar  $\|\mathbf{F}_{opt} - \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}\|_F$ . Por consiguiente aprovechando la estructura de **H**, se nota que los precodificadores aproximadamente óptimos  $\mathbf{F}_{RF}$ ,  $\mathbf{F}_{BB}$  se pueden encontrar además de restringiendo  $\mathcal{F}_{RF}$  para ser, el conjunto de vectores de la forma  $\mathbf{a}_t(\phi_{i\ell}^t, \theta_{i\ell}^t)$ , y resolviendo:

$$(\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}^{\mathrm{opt}}, \mathbf{F}_{\mathrm{BB}}^{\mathrm{opt}}) = \arg \min \|\mathbf{F}_{\mathrm{opt}} - \mathbf{F}_{\mathrm{RF}} \mathbf{F}_{\mathrm{BB}}\|_{F'}$$
s.t. 
$$\mathbf{F}_{\mathrm{RF}}^{(i)} \in \{ \mathbf{a}_{\mathrm{t}}(\phi_{i\ell}^{\mathrm{t}}, \theta_{i\ell}^{\mathrm{t}}) | \ 1 \le i \le N_{\mathrm{cl}}, \ 1 \le \ell \le N_{\mathrm{ray}} \},$$

$$(2.10)$$

$$\|\mathbf{F}_{\mathrm{RF}} \mathbf{F}_{\mathrm{BB}}\|_{F}^{2} = N_{S},$$

esta proyección se define con respecto a la norma estándar Frobenius  $\|\cdot\|_{F}^{2}$ . Al resolver (2.10) ascienden a encontrar la menor representación dimensional de  $\mathbf{F}_{opt}$  usando los vectores bases  $\mathbf{a}_{t}(\phi_{i\ell}^{t}, \theta_{i,\ell}^{t})$ . En cualquier caso, el problema de la precodificación consiste en seleccionar los mejores vectores de respuesta de arreglo  $N_{t}^{RF}$  y encontrar su combinación óptima banda base. Finalmente, los autores notan que la restricción de  $\mathbf{F}_{RF}^{(i)}$  se puede encapsular directamente en el objetivo de optimización para obtener el siguiente problema equivalente

$$\tilde{\mathbf{F}}_{BB}^{\text{opt}} = \frac{\arg\min_{\tilde{\mathbf{F}}_{BB}}}{|\mathbf{F}_{BB}|} \|\mathbf{F}_{\text{opt}} - \mathbf{A}_t \tilde{\mathbf{F}}_{BB}\|_F$$

s.t. 
$$\left\|\tilde{\mathbf{F}}_{BB}\right\|_{0} = N_{t}^{RF}$$
,  $\left\|\mathbf{A}_{t}\tilde{\mathbf{F}}_{BB}\right\|_{F}^{2} = N_{s}$ , (2.11)

donde  $\mathbf{A}_{t} = \left[\mathbf{a}_{t}(\phi_{1,1}^{t}, \theta_{1,1}^{t}), \dots, \mathbf{a}_{t}(\phi_{N_{cl}N_{ray}}^{t}, \theta_{N_{cl}N_{ray}}^{t})\right]$  es una matriz de vectores de respuesta de arreglo  $N_{t} \times N_{cl}N_{ray}$  y  $\mathbf{\tilde{F}}_{BB}$  es una matriz  $N_{cl}N_{ray} \times N_{s}$ . Las matrices  $\mathbf{A}_{t}$  y  $\mathbf{\tilde{F}}_{BB}$  actúan como formas variables auxiliares de las cuales se obtienen  $\mathbf{F}_{RF}^{opt}$  y  $\mathbf{F}_{BB}^{opt}$  respectivamente.

Esencialmente, en (2.11) reformularon el problema de diseñar conjuntamente  $\mathbf{F}_{RF}$  y  $\mathbf{F}_{BB}$  en un disperso y limitado problema de reconstrucción de la matriz con una variable. La reconstrucción dispersa ahora se pudo utilizar para el diseño de un precodificador híbrido.

Para el caso general de  $N_s \ge 1$ , se presenta una solución algorítmica basada en el concepto bien conocido de búsqueda coincidente ortogonal. El pseudo-código para la solución del precodificador se da en el Algoritmo 3 (Anexo VI). En resumen, el algoritmo de precodificación comienza por encontrar  $\mathbf{a}_t(\phi_{i\ell}^t, \theta_{i\ell}^t)$  a lo largo del cual el precodificador óptimo tiene la máxima proyección. A continuación, se agrega el vector columna seleccionado  $\mathbf{a}_t(\phi_{i\ell}^t, \theta_{i\ell}^t)$  al precodificador RF  $\mathbf{F}_{\rm RF}$ . Después de que se encuentra el vector dominante, y la solución de mínimos cuadrados para  $\mathbf{F}_{\rm BB}$  se calcula en el paso 7, la contribución del vector seleccionado se elimina en el paso 8 y el algoritmo procede a encontrar la columna a lo largo de la cual la "matriz de precodificación residual"  $\mathbf{F}_{\rm res}$  tiene la mayor proyección. El proceso continua hasta que todos los vectores de formación de haces  $N_t^{\rm RF}$  hayan sido seleccionados. Al final de las iteraciones de, $N_t^{\rm RF}$  el algoritmo tendría (i) construido una matriz  $\mathbf{F}_{\rm RF}$  de precodificación RF  $N_t \times N_t^{\rm RF}$ , y (ii) encontrado el precodificador óptimo banda base el cual minimiza  $\|\mathbf{F}_{\rm opt} - \mathbf{F}_{\rm RF}\mathbf{F}_{\rm BB}\|_F^2$ . El paso 10 asegura que la restricción de potencia de trasmisión esté exactamente satisfecha.

Para tener una mejor apreciación sobre el marco de precodificación propuesto en este artículo, el Anexo VII plotea los patrones de haz generados por un transmisor. Además, el Anexo VII indica que el algoritmo 3 del Anexo VI tiene éxito en la generación de los patrones de haces que se parecen mucho a los generados por  $\mathbf{F}_{opt}$ . Por tanto, el algoritmo 3 tiene éxito en la selección de las mejores direcciones de giro  $N_t^{RF}$  y forma combinaciones lineales adecuadas de los vectores de respuesta seleccionados. Esta similitud del patrón del haz en última instancia resultará en rendimiento espectral favorable de la eficiencia.

A continuación los autores abordan el problema de diseñar combinadores lineales para el receptor de ondas milimétricas en la Figura 2.5, buscan diseñar combinadores híbridos  $W_{RF}W_{BB}$  que minimizen el error cuadrático medio (MSE) entre las señales recibidas, transmitidas y procesadas. Y como resultado del problema de diseño del combinador se obtiene:

$$(\mathbf{W}_{RF}^{opt}, \mathbf{W}_{BB}^{opt}) = \frac{\arg \min}{\mathbf{W}_{RF}, \mathbf{W}_{BB}} \| \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^*]^{1/2} (\mathbf{W}_{MMSE} - \mathbf{W}_{RF}\mathbf{W}_{BB}) \|_{H}$$
  
s.t.  $\mathbf{W}_{RF} \in \mathcal{W}_{RF},$  (2.12)

donde  $\mathcal{W}_{RF}$  es el conjunto de combinadores RF factibles, es decir,  $\mathcal{W}_{RF}$  es el conjunto de matrices  $N_r \times N_r^{RF}$  y  $\mathbf{W}_{MMSE}$  es el combinador óptimo MMSE.

El problema de estimación MMSE es equivalentes a encontrar combinadores híbridos que solucionen (2.12) el cual asciende a la búsqueda de la proyección del combinador no restringido MMSE  $W_{MMSE}$  en el conjunto de combinadores híbridos de la forma  $W_{RF}W_{BB}$  con  $W_{RF} \in \mathcal{W}_{RF}$ . Por tanto, el diseño de receptores MMSE para el sistema de ondas milimétricas de interés es similar al diseño de sus precodificadores híbridos. A diferencia del caso de precodificación, sin embargo la proyección ahora no es con respecto a la norma estándar  $\|.\|_F^2$  y es en cambio con respecto a la norma de Frobenius ponderada  $\mathbb{E}[yy^*]$ .

Debido a la estructura de los canales de ondas milimétricas en clúster, los receptores casi óptimos se pueden encontrar al restringir aún más  $W_{RF}$  para tener columnas de la forma  $\mathbf{a}_{r}(\phi, \theta)$  y en lugar de eso se soluciona

$$\widetilde{\mathbf{W}}_{BB}^{opt} = \underset{\widetilde{\mathbf{W}}_{BB}}{\operatorname{arg\,min}} \left\| \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^*]^{1/2}\mathbf{W}_{MMSE} - \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^*]^{1/2}\mathbf{A}_{\mathrm{r}}\widetilde{\mathbf{W}}_{BB} \right\|_{F}$$
  
s.t.  $\left\| \operatorname{diag}(\widetilde{\mathbf{W}}_{BB}\widetilde{\mathbf{W}}_{BB}^*) \right\|_{0} = N_{\mathrm{r}}^{\mathrm{RF}}$  (2.13)

Donde  $\mathbf{A}_{r} = \left[\mathbf{a}_{t}(\phi_{1,1}^{r}, \theta_{1,1}^{r}), ..., \mathbf{a}_{t}(\phi_{N_{cl}N_{ray}}^{r}, \theta_{N_{cl}N_{ray}}^{r})\right]$  es una matriz de vectores de respuesta de  $N_{r} \times N_{cl}N_{ray}$  y  $\widetilde{\mathbf{W}}_{BB}$  es una matriz  $N_{cl}N_{ray} \times N_{s}$ ; las cantidades  $\mathbf{A}_{r}$  y  $\widetilde{\mathbf{W}}_{BB}$  actúan como variables auxiliares de las cuales se obtienen  $\mathbf{W}_{RF}$  y  $\mathbf{W}_{BB}$ . Como resultado, el problema de estimación MMSE es de nuevo equivalente al problema de recuperación de señal dispersa con múltiples vectores de medición y por tanto, puede ser resuelto a través del concepto de búsqueda ortogonal usado anteriormente, el código se muestra en el Anexo VIII.

Los autores consideran el caso en que un receptor solo tiene una única cadena de RF y por consiguiente, se limita a la aplicación de un único vector de respuesta  $\mathbf{a}_r (\phi, \theta)$ . En tal situación, el diseño de  $\mathbf{F}_{\text{RF}}\mathbf{F}_{\text{BB}}$  para irradiar la potencia en diferentes direcciones  $N_t^{\text{RF}}$  puede conducir a una pérdida de potencia recibida actual (ya que el receptor solo puede formar un haz en una dirección). Como resultado de ello, encuentran beneficioso tener en cuenta las limitaciones del terminal más limitado en el diseño, ya sea precodificadores o combinadores. Para ello, proponen la ejecución de los Algoritmos 3 y 4 en sucesión de acuerdo con las siguientes reglas:

$$N_{t}^{RF} < N_{r}^{RF} \begin{cases} 1. \text{ Solucionar } \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} \text{ utilizando el Algoritmo 1.} \\ 2. \text{ Dado } \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}, \text{ solucionar } \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB} \text{ utilizando el Algoritmo 2.} \end{cases}$$

(2.14)

$$N_{t}^{RF} > N_{r}^{RF} \begin{cases} 1. \text{ Solucionar } \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB} \text{ utilizando el Algoritmo 2 asumiendo} \\ \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} = \mathbf{F}_{opt}. \\ 2. \text{ Solucionar } \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}, \text{ para el canal efectivo } \mathbf{W}_{BB}^{*} \mathbf{W}_{RF}^{*} \mathbf{H}. \end{cases}$$

Anteriormente asumen implícitamente que el emisor tiene conocimiento perfecto de la matriz del canal **H**. Dado que el conocimiento del canal del transmisor puede no estar disponible en los sistemas prácticos, en este artículo se propone cumplir con el requisito del conocimiento del canal a través de la retroalimentación limitada. Es decir, suponen que el receptor (i) adquiere un conocimiento perfecto de **H**, (ii) calcula  $\mathbf{F}_{opt}$  y una correspondiente aproximación híbrida  $\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}$ , entonces (iii) retroalimenta la información sobre  $\mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}$  al transmisor.

Se recuerda que el precodificador  $\mathbf{F}_{\rm RF}$  calculado anteriormente tiene columnas  $N_{\rm t}^{\rm RF}$  de la forma  $\mathbf{a}_{\rm t}$  ( $\phi$ ,  $\theta$ ). Por tanto,  $\mathbf{F}_{\rm RF}$  admite una parametrización natural en términos del ángulo azimut  $N_{\rm t}^{\rm RF}$  y los ángulos de elevación que utiliza y  $\mathbf{F}_{\rm RF}$  puede ser codificada de manera eficiente mediante la cuantificación de sus variables libres  $2N_{\rm t}^{\rm RF}$ . Por simplicidad, proponen cuantificar uniformemente los ángulos de azimut y elevación  $N_{\rm t}^{\rm RF}$  utilizando  $N_{\phi}$  y bits  $N_{\theta}$  respectivamente. Por tanto, los ángulos de azimut y elevación cuantificados son tales que:

$$\hat{\phi}_{k} \in \boldsymbol{\mathcal{C}}_{\phi} = \left\{ \boldsymbol{\phi}_{\min}^{t} + \frac{\boldsymbol{\phi}_{\max}^{t} - \boldsymbol{\phi}_{\min}^{t}}{2^{N_{\phi}+1}}, \boldsymbol{\phi}_{\min}^{t} + \frac{3(\boldsymbol{\phi}_{\max}^{t} - \boldsymbol{\phi}_{\min}^{t})}{2^{N_{\phi}+1}}, \dots, \boldsymbol{\phi}_{\max}^{t} - \frac{\boldsymbol{\phi}_{\max}^{t} - \boldsymbol{\phi}_{\min}^{t}}{2^{N_{\phi}+1}} \right\}$$

$$\hat{\theta}_{k} \in \boldsymbol{\mathcal{C}}_{\theta} = \left\{ \boldsymbol{\theta}_{\min}^{t} + \frac{\boldsymbol{\theta}_{\max}^{t} - \boldsymbol{\theta}_{\min}^{t}}{2^{N_{\theta}+1}}, \boldsymbol{\theta}_{\min}^{t} + \frac{3(\boldsymbol{\theta}_{\max}^{t} - \boldsymbol{\theta}_{\min}^{t})}{2^{N_{\theta}+1}}, \dots, \boldsymbol{\theta}_{\max}^{t} - \frac{\boldsymbol{\theta}_{\max}^{t} - \boldsymbol{\theta}_{\min}^{t}}{2^{N_{\theta}+1}} \right\}$$

$$(2.15)$$

Donde se recuerda que  $[\phi_{\min}^t, \phi_{\max}^t]$  y  $[\theta_{\min}^t, \theta_{\max}^t]$  son sectores sobre los cuales  $\Lambda_t(\phi, \theta) \neq 0$ . El receptor puede entonces cuantificar  $\mathbf{F}_{RF}$  simplemente seleccionando las entradas de  $\mathcal{C}_{\phi}$  y  $\mathcal{C}_{\theta}$  que están más cerca en la distancia euclidiana a ángulos de  $\mathbf{F}_{RF}$ . Por

otra parte, el Algoritmo 1 se puede correr directamente usando la matriz  $N_t \times 2^{N_{\phi}+N_{\theta}}$  de vectores de respuesta cuantificados

$$\mathbf{A}_{t}^{\text{quant}} = \left[ \mathbf{a}_{t}(\boldsymbol{\phi}_{1}^{t}, \boldsymbol{\theta}_{1}^{t}), \dots, \mathbf{a}_{t}(\boldsymbol{\phi}_{i}^{t}, \boldsymbol{\theta}_{\ell}^{t}), \dots, \mathbf{a}_{t}\left(\boldsymbol{\phi}_{2^{N_{\phi}}}^{t}, \boldsymbol{\theta}_{2^{N_{\theta}}}^{t}\right) \right],$$
(2.16)

y el índice de los ángulos seleccionados puede ser alimentada de vuelta al transmisor.

Para cuantificar de manera eficiente  $\mathbf{F}_{BB}$ , los autores comienzan destacando su estructura matemática en los sistemas de ondas milimétricas de interés. Es decir, tienen en cuenta que para sistemas con grandes arreglos de antenas, normalmente tenemos que  $\mathbf{F}_{RF}^* \mathbf{F}_{RF} \approx \mathbf{I}_{N_t^{RF}}$ . Cuando se combina con la Aproximación 1, se tiene que  $\mathbf{F}_{BB}^* \mathbf{F}_{BB} \approx \mathbf{I}_{N_s}$ , es decir,  $\mathbf{F}_{BB}$  es aproximadamente unitario. Por lo tanto,  $\mathbf{F}_{BB}$  es una cantidad de subespacio que puede ser cuantificada en el colector de Grassmann [38, 39]. Los libros de códigos adecuados para  $\mathbf{F}_{BB}$  se pueden diseñar utilizando el algoritmo de Lloyd en un entrenamiento conjunto de precodificadores banda base y utilizando la distancia *chordal* como una medida de la distancia.

En el artículo "On the feasibility of beamforming in millimeter wave communication systems with multiple antenna arrays" los autores Jaspreet Singh y Sudhir Ramakrishna consideran la factibilidad de la conformación de haces en un sistema de comunicación de ondas milimétricas con múltiples arreglos de antenas y proponen la arquitectura arreglo de subarreglos que se muestra en la Figura 2.6 [40].



Figura 2.6 Arquitectura Arreglo de subarreglos para un transmisor de ondas milimétricas [40].

En este artículo cada uno de los vectores en el libro de códigos dirigen el haz Tx (Rx) hacia uno cierto ángulo ( $\phi$ ,  $\theta$ ) en la dimensión (azimut, elevación). En la notación inteligente, se tiene:

- $C_{RF}^{T} = \left\{ (\phi_{1}^{T}, \theta_{1}^{T}), (\phi_{2}^{T}, \theta_{2}^{T}), \dots, (\phi_{N_{Beams}}^{T}, \theta_{N_{Beams}}^{T}) \right\}$ , es el libro de códigos de haces RF en el Tx, donde  $N_{Beams}^{T}$  es el número posible de haces RF del Tx.
- $C_{RF}^{R} = \{(\phi_{1}^{R}, \theta_{1}^{R}), (\phi_{2}^{R}, \theta_{2}^{R}), \dots, (\phi_{N_{Beams}}^{R}, \theta_{N_{Beams}}^{R})\}$ , es es el libro de códigos de haces RF en el Rx, donde  $N_{Beams}^{R}$  es el número posible de haces RF del Rx.

En términos de la matriz precodificadora RF Tx (Rx), el vector diferente de cero en cada columna puede ser escogido para ser el vector correspondiente a cualquiera de los haces en  $C_{RF}^T(C_{RF}^T)$ . Para  $N_{SA}^T$  subarreglos en el Tx, se tiene  $\mathbf{F}_{RF}^T \in (C_{RF}^T)^{N_{SA}^T}$ . Similarmente  $\mathbf{F}_{RF}^R \in (C_{RF}^R)^{N_{SA}^R}$ .

La matriz precodificadora Tx BB,  $\mathbf{F}_{BB}^T \in C_{BB}^T = \{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_{N_{BB}^T}\}$ , donde,  $C_{BB}^T$  es el libro de código del precodificador Tx BB. Consiste en matrices precodificadoras  $N_{BB}^T$ , siendo  $\mathbf{P}_i$  la *i*-ésima matriz.

En las transmisiones CSI-RS y mediciones del canal para el número de haces  $N_{Beams}^T$  y  $N_{Beams}^R$  en el Tx y en el Rx respectivamente, un subarreglo particular Tx transmite símbolos CSI-RS  $N_{Beams}^T \times N_{Beams}^R$ . Después de barrer los símbolos CSI-RS transmitidos por todos los subarreglos Tx, el Rx puede adquirir las estimaciones de los siguientes coeficientes del canal:  $\{h_{i,j,b_R,b_T}\}$ , donde  $i \in \{1, ..., N_{SA}^R\}$  es el índice del subarreglo Rx,  $j \in \{1, ..., N_{SA}^T\}$  es el índice del subarreglo Tx,  $b_R \in \{1, ..., N_{Beams}^R\}$  es el índice del haz escogido en el subarreglo Rx, y,  $b_T \in \{1, ..., N_{Beams}^T\}$  es el índice del haz escogido en el subarreglo Rx, y,  $b_T \in \{1, ..., N_{Beams}^T\}$  es el índice del haz escogido en el subarreglo Rx, y el precodificador Tx BB, y retroalimentar a los precodificadores elegidos Tx RF/BB para la subsiguiente transmisión de datos.

Para cada elección del precodificador BB y RF en el Tx y el precodificador RF en el Rx, los autores obtienen un canal comprimido en general  $\mathbf{H}_c = \mathbf{F}_{RF}^R \mathbf{H} \mathbf{F}_{RF}^T \mathbf{F}_{BB}^T$ .

Utilizando la información mutua lograda en este canal como el criterio de optimización, el problema de optimización híbrida del precodificador es:

$$\operatorname{argmax}_{\mathbf{F}_{BB}^{T} \in C_{BB}^{T} \mathbf{F}_{RF}^{T} \in (C_{RF}^{T})^{N_{SA}^{T}}, \mathbf{F}_{RF}^{R} \in (C_{RF}^{R})^{N_{SA}^{R}} \log_{2} \det \left( \mathbf{I} + \frac{1}{\sigma^{2}} \mathbf{H}_{c}^{*} \mathbf{H}_{c} \right).$$
(2.16)

Para realizar la optimización precedente evalúan la información mutua para todas las combinaciones posibles del precodificador. Desde  $\mathbf{F}_{RF}^T \in (C_{RF}^T)^{N_{SA}^T}$ , hay un total de  $(N_{Beams}^T)^{N_{SA}^T}$  posibles elecciones para el precodificador RF Tx y de manera semejante para el precodificador RF Rx. Desde entonces el precodificador BB en el Tx puede ser seleccionado entre las matrices del precodificador  $N_{BB}^T$ , el número total de combinaciones a considerar es:

$$K = (N_{Beams}^R)^{N_{SA}^R} \times (N_{Beams}^T)^{N_{SA}^T} \times N_{BB}^T.$$
(2.17)

La mayor contribución a la alta complejidad de la selección de precodificadores (2.17) viene de la selección de los haces RF en los diferentes subconjuntos Tx / Rx. Hacia la reducción de esta complejidad, se observa que, el canal de ondas milimétricas se caracteriza por un pequeño número de trayectos (dominantes) entre el Tx y el Rx. Esto implica que se reduce el espacio de búsqueda a un subconjunto de haces que capturan la mayor parte de la energía de la señal. En concreto, los autores explotan las correlaciones de las señales a través de los subarreglos Rx para desarrollar un algoritmo que permita la estimación de las direcciones precisas del canal AoA en el Rx, y utilizar estas direcciones estimadas como los haces candidatos para la recepción.

En la selección del haz dominante para reducir la complejidad de precodificación las típicas mediciones de los símbolos CSI-RS,  $\{h_{i,j,b_R,b_T}\}$ , ofrecen (una estimación de ruido) al canal entre el subarreglo *i* en el Rx y el subarreglo *j* en el Tx, cuando el subarreglo Rx es dirigido hacia el índice de haz  $b_R$  y el subarreglo Tx está dirigido hacia el índice de haz  $b_T$ . En este artículo los autores se interesan en la obtención de subconjuntos de haces Tx y Rx de los libros de códigos, que capturan la mayor parte de la potencia de la señal. Esta variación en la intensidad de la señal es inducida por una variación de fase (índice del subarreglo Rx) dependiente en el canal correspondiente a cada uno de los rayos de los canales, que también, depende de cada rayo AoA y AoD. Para ver esto, en el índice 1 del subarreglo Tx, el índice de haz Tx  $b_T$  y el índice del haz Rx  $b_R$ , se considera el canal en el índice *i* del subarreglo Rx; esto lo escriben como

$$h_{i,1,b_R,b_T} = \sqrt{N_{Ant_{SA}}^T N_{Ant_{SA}}^R} \sum_{r=0}^{N_r - 1} G_r \mathbf{a}^{R_{SA}} \left(\phi_{b_R}^R, \theta_{b_R}^R\right)^* \left[\mathbf{a}^{R_{SA}} \left(\phi_{AoA,r}, \theta_{AoA,r}\right) e^{-j\gamma_{r,i}^R}\right] \quad (2.18)$$
$$\mathbf{a}^{T_{SA}} \left(\phi_{AoD,r}, \theta_{AoD,r}\right)^* \mathbf{a}^{T_{SA}} \left(\phi_{b_T}^T, \theta_{b_T}^T\right) + n,$$

Donde  $\mathbf{a}^{R_{SA}}(.,.)$  y  $\mathbf{a}^{T_{SA}}(.,.)$  denotan los vectores de respuesta correspondientes a los subarreglos Rx y Tx respectivamente y  $\gamma_{r,i}^{R} = k(d_z^{R_i} \cos(\theta_{AoA,r}) + d_y^{R_i} \sin(\theta_{AoA,r}) \sin(\phi_{AoA,r}))$ , con  $d_y^{R_i}$  y  $d_z^{R_i}$  que denotan las distancias (a lo largo de las dimensiones y y z) entre el subarreglo Rx 1 y el subarreglo Rx *i*.

En la métrica de selección del haz dominante, para obtener la intensidad de la señal promedio para una dirección del haz particular Rx, los autores promedian la intensidad de la señal recibida a través de todos los subarreglos Tx/Rx y todos los haces Tx, manteniendo fija la dirección deseada del haz Rx. Matemáticamente, se calcularía la potencia efectiva  $P_{eff}^{R}(l)$  donde  $l \in \{1, 2, ..., N_{Beams}^{R}\}$  para cada uno de los haces Rx y  $P_{eff}^{T}(k)$  donde  $k \in \{1, 2, ..., N_{Beams}^{R}\}$  para cada uno de los haces Tx.

Para reducir la complejidad del espacio de búsqueda, escogen los mejores haces  $P \operatorname{Rx} y P$ Tx (con mayores potencias efectivas), y realizan una búsqueda sobre únicamente estos subconjuntos. Las combinaciones totales a considerar, bajo el criterio de los autores, son

$$K_P = P^{N_{SA}^R} \times P^{N_{SA}^T} \times N_{BB}^T.$$
(2.19)

Para pequeños valores de *P*, que será el paradigma de interés en la comunicación de ondas milimétricas, se esperan  $K_P \ll K$ , lo que resulta ahorros significativos de complejidad.

Desde que hay  $N_{Beams}^{R}$  en el Rx, el número total de computaciones para obtener la potencia efectiva para una dirección particular será realizado para seleccionar los haces dominantes en el Rx como son  $O(N_{SA}^{R} \times N_{SA}^{T} \times N_{Beams}^{T} \times N_{Beams}^{T})$ . Un número similar de computaciones se requieren para obtener los haces dominantes en el Tx, así el número total de computaciones son del mismo orden. Por tanto, con el método propuesto en este artículo, la complejidad de obtención de los haces dominantes en el Tx y Rx depende linealmente con cada uno de los parámetros.

Para demostrar los principios detrás del algoritmo de estimación AoA tratado aquí, consideran una disposición de un subarreglo Tx, y tres subarreglos Rx. Los tres subarreglos

Rx se indexan como {1, 2, 3}. Con respecto al subarreglo Rx 1, el subarreglo Rx 2 está situado en un desplazamiento  $d_{ySA}$  a lo largo del eje *Y*, mientras que el subarreglo Rx 3 está situado en un desplazamiento  $d_{zSA}$  a lo largo del eje *Z* con respecto al subarreglo Rx 1. Como antes,  $\gamma_{r,i}^R = k(d_z^{R_i} \cos(\theta_{AoD,r}) + d_y^{R_i} \sin(\theta_{AoD,r}) \sin(\phi_{AoD,r})); d_y^{R_i} y d_z^{R_i}$  denotan las distancias (a lo largo de las dimensiones *y* y *z*) entre el subarreglo Rx 1 y el subarreglo Rx *i* ( $\gamma_{r,j}^T$ , se define de una manera análoga.). En términos de la notación utilizada para definir  $\gamma_{r,i}^R$ , tendríamos ( $d_y^{R_2} = d_{ySA}, d_z^{R_2} = 0, d_y^{R_3} = 0, d_z^{R_3} = d_{zSA}$ ). También se aprovecha la relación entre los símbolos recibidos CSI-RS en los tres subarreglos Rx para obtener las estimaciones AoAs. Se considera una elección particular del par (haz Tx, haz Rx) (es decir, la particular elección de ( $b_R, b_T$ )). Para simplificar la notación, los autores omiten los índices ( $b_R, b_T$ ). Además, el índice del subarreglo Tx también se omite (ya que solo hay 1 subarreglo Tx). Específicamente, se denota por  $z_i(t)$ {i = 1.2.3} el símbolo recibido CSI-RS en el subarreglo Tx).

$$z_i(t) = \sum_{r=0}^{N_r - 1} z_{i,r}(t) + n_i(t), \qquad (2.20)$$

donde  $z_{i,r}(t)$  es el término dentro de la sumatoria para el rayo r.

Considerando el subarreglo Rx 1 y 2, con sus desplazamientos respectivos se tiene  $z_{2,r}(t) = e^{jk.d_{ySA}.sin(\theta_{AoA,r}).sin(\phi_{AoA,r})} z_{1,r}(t).$  (2.21)

Ahora, consideran  $E\{z_2(t), z_1^*(t)\}$ , con la expectativa tomada en el tiempo. Usando (2.20), (2.21), se obtiene:

$$E\{z_{2}(t). z_{1}^{*}(t)\}$$

$$= \sum_{r=0}^{N_{r}-1} |(.)|^{2}. e^{jk.d_{ySA}.sin(\theta_{AoA,r}).sin(\phi_{AoA,r})} \sum_{p=0}^{N_{r}-1} \sum_{q=0;q\neq p}^{N_{r}-1} E\{C_{p,q}\}, \qquad (2.22)$$

donde las muestras de ruido observadas en los dos subconjuntos se asumen no correlacionadas entre sí, así como con cualquiera de las componentes de la señal. El término cruzado  $C_{p,q}$ , es dado como

$$C_{p,q} = e^{j[(\gamma_p - \gamma_q) + k.(f_{D,p} - f_{D,q}).t]} g(\cdot),$$
(2.23)

donde  $g(\cdot)$  es independiente del tiempo. Se observa que la cantidad  $e^{j[(\gamma_p - \gamma_q)+k.(f_{D,p}-f_{D,q}).t]}$  es un fasor de unidad de magnitud con una fase inicial girando en el tiempo; por consiguiente, se tiene que  $E\{e^{j[(\gamma_p - \gamma_q)+k.(f_{D,p}-f_{D,q}).t]}\}=0$ , ahora se trabaja bajo el supuesto de que, un conjunto de rayos con un pequeño ángulo de dispersión agrupados en torno a un determinado ángulo de elevación y a un ángulo azimutal dominan la distribución de energía a través de los rayos (esencialmente asumiendo que, una vez que hayan formado el haz en los subarreglos Tx y Rx, los rayos dentro de una pequeña dispersión angular aportan una fracción dominante de la potencia capturada posterior a la formación del haz), los autores aproximan  $E\{z_2(t).z_1^*(t)\}$  y  $E\{z_3(t).z_1^*(t)\}$  como el producto de un solo término de amplitud y un término de fase, de la siguiente manera:

$$E\{z_2(t), z_1^*(t)\} \approx |(.)|^2 e^{jk.d_{ySA}.sin(\theta_{AoAEff}).sin(\phi_{AoAEff})}, \qquad (2.24)$$

Procediendo de una manera análoga y considerando el subarreglo Rx 3 y su desplazamiento  $d_{zSA}$  con respecto al subarreglo Rx 1 según el eje Z, se tienen las expresiones de contrapartida en (2.21 y 2.24) como:

$$z_{3,r}(t) = e^{jk.d_{zSA}.cos(\theta_{AoA,r})} \cdot z_{1,r}(t).$$

$$E\{z_3(t), z_1^*(t)\} \approx |(.)|^2 \cdot e^{jk.d_{zSA}.cos(\theta_{AoAEff})},$$
(2.26)

Donde  $\theta_{AoAEff}$  y  $\phi_{AoAEff}$  son la elevación efectiva y la señal de los ángulos de llegada azimutal, que representan los (estrechamente agrupados) ángulos de llegada de los rayos dominantes. Dadas las correlaciones esperadas en (2.26) y (2.24) (que pueden estimarse en base a las muestras recibidas de CSI-RS, como se discute a continuación), podemos estimar  $\theta_{AoAEff}$  a través de (2.26), seguido por la estimación de  $\phi_{AoAEff}$  a través de (2.24). Como se ha señalado anteriormente, los AoAs estimados deben ser entendidos como AoAs dominantes a más largo plazo.

La observación de que las señales AoAs pueden obtenerse a partir de la fase de la correlación cruzada del subarreglo constituye la base para el procedimiento de estimación AoA, que se describe a continuación.

La BS transmite periódicamente símbolos CSI-RS de sus subconjuntos a través de los haces de RF desde el libro de códigos  $C_{RF}^T = \left\{ (\phi_1^T, \theta_1^T), \dots, (\phi_{N_{Beams}}^T, \theta_{N_{Beams}}^T) \right\}$ . La MS

recibe estas transmisiones a través de los haces RF desde el libro de códigos  $C_{RF}^{R} = \{(\phi_{1}^{R}, \theta_{1}^{R}), ..., (\phi_{N_{Beams}}^{R}, \theta_{N_{Beams}}^{R})\}$  como anteriormente, el procedimiento de estimación AoA que se describe ahora, considera un particular subarreglo Tx y tres subarreglos Rx. Este procedimiento se puede repetir simultáneamente para cualquier combinación de tres subarreglos Rx y uno Tx de entre los subconjuntos Rx y Tx, con la combinación adicional de las estimaciones resultantes (por ejemplo, para un promedio de ruido). Los pasos en el Procedimiento de estimación AoA son los siguientes:

1) Paso 1: Cada transmisión CSI-RS del subarreglo BS se recibe a través de direcciones de haces RF idénticas en los tres subarreglos MS (La pareja de haces Tx-Rx varía en diferentes transmisiones de CSI-RS, según un horario CSI-RS especificado.)

2) Paso 2: En base a los símbolos recibidos CSI-RS, para cada haz RF del par Tx-Rx  $\{(\phi_j^T, \theta_j^T), (\phi_k^R, \theta_k^R)\}$ , la MS calcula las cantidades  $P_{Avg}(j, k) = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} |z_1(t_l)|^2$ ,  $C_{2,1}(j, k) = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} z_2(t_l) \cdot z_1^*(t_l)$  y,  $C_{3,1}(j, k) = \frac{1}{M} \sum_{l=0}^{M-1} z_3(t_l) \cdot z_1^*(t_l)$ . Aquí, los índices de tiempo  $t_l, l = 1, ..., M$  representan M instantes de transmisión CSI-RS, mientras que  $z_1(t_l), z_2(t_l)$  y  $z_3(t_l)$  representan las señales observadas en el tiempo  $t_l$  al recibir los subarreglos 1, 2 y 3, respectivamente. Las cantidades  $P_{Avg}(\cdot, \cdot), C_{2,1}(\cdot, \cdot), \& C_{3,1}(\cdot, \cdot)$  representan los cálculos empíricos de la potencia media recibida en el subarreglo Rx1 (y en los subarreglos Rx 2 o 3) y los subarreglos de correlaciones cruzadas.

3) Paso 3: Los amplios valores de P de  $P_{Avg}(\cdot, \cdot)$  son identificados y arreglados en orden decreciente. El m – ésimo valor ordenado es denotado como  $P'_{Avg}(j_m, k_m)$ , con  $j_m$  y  $k_m$  que denotan los correspondientes índices de haces RF Tx y Rx, respectivamente.

4) Paso 4: Motivado por (2.26, 2.24), y haciendo uso del subarreglo calculado empíricamente de correlaciones cruzadas, la estimación de los AoAs de elevación y azimutal para las m – ésimas direcciones de llegada que se calculan como:

$$\hat{\theta}_{AoA,m} = \cos^{-1}\left(\frac{\arg[c_{3,1}(j_m,k_m)]}{\frac{2\pi}{\lambda}d_{zSA}}\right), \quad \hat{\phi}_{AoA,m} = \sin^{-1}\left(\frac{\arg[c_{2,1}(j_m,k_m)]}{\frac{2\pi}{\lambda}d_{ySA}\sin(\hat{\theta}_{AoA,m})}\right), \tag{2.27}$$

donde arg ( $\beta$ ) representa la fase del número complejo  $\beta$ .

Según los autores para evaluar el desempeño del estimador AoA, es importante definir e identificar un conjunto de "reales" direcciones de llegada, y luego comparar las AoAs estimadas con estas AoAs "reales", usando una métrica adecuadamente definida. Se considera una de tales métricas, y se verifica el rendimiento del estimador AoA con respecto a esta métrica.

Finalmente, se remarca sobre la complejidad del procedimiento de estimación AoA descrito en este artículo. Dado que la potencia media en el paso 2 del procedimiento se calcula para cada par de haces, la complejidad de escalas como  $O(N_{Beams}^R \times N_{Beams}^T)$ . Sin embargo, tenga en cuenta que este procedimiento se describe utilizando un conjunto ejemplar que consta de un subarreglo Tx y tres subarreglos Rx, aunque tales múltiples conjuntos se pueden emplear para mejorar el rendimiento. La complejidad precisa escalar con respecto al número de subarreglos Tx / Rx sería por tanto específica para la aplicación.

#### 2.3 Conclusiones Parciales

En este capítulo se presentan algoritmos de precodificación híbrida (que consideran un sistema de formación de haces basado en libros de códigos) para las comunicaciones celulares en la banda de ondas milimétricas con múltiples arreglos de antenas, los cuales se aplican para: mejorar la elección de las direcciones de formación de haces, encontrar precodificadores óptimos con una complejidad reducida y diseñar vectores de formación de haces.

## CAPÍTULO 3. COMPARACIÓN DE ALGORITMOS ADAPTATIVOS Y PASOS A SEGUIR PARA SU IMPLEMENTACIÓN

En el desarrollo de este capítulo se analizan los algoritmos adaptativos expuestos en el Capítulo 2. También se realiza una descripción teórica mostrando las posibles herramientas viables para la programación de estos algoritmos, destacándose MATLAB como la herramienta más adecuada. Por último, a partir de los artículos estudiados se obtienen los pasos a seguir para la implementación de estos algoritmos en herramientas de simulación.

# 3.1 Análisis de los resultados de los algoritmos adaptativos expuestos en el capítulo anterior

Las simulaciones de los algoritmos presentados en el capítulo 2 evalúan diferentes parámetros como son la eficiencia espectral, la relación señal a ruido (SNR), los pasos de entrenamiento, número de bits de cuantificación, la propagación angular, la razón de datos y la probabilidad de cobertura.

En los algoritmos propuestos se eligen siempre la BS más cercana a la MS como la BS deseada, una distancia de media lambda entre los elementos de antena y una SNR de 0dB [1, 2, 40].

En el artículo "*Channel Estimation and Hybrid Precoding for Millimeter Wave Cellular Systems*" se evalúa el desempeño del entrenamiento del libro de códigos propuesto y el algoritmo de precodificación híbrida. En este artículo se valoran los resultados, en un primer momento para un único enlace BS-MS (Punto a Punto) sin interferencia, y en un

segundo momento para un sistema celular en ondas milimétricas con la interferencia fuera de la célula. Además, las simulaciones se corren para diferentes números de caminos dominantes  $L_d = 1,2,3$ .

En un primer momento los autores consideran un enlace punto a punto donde todas las simulaciones presentan los resultados de eficiencia espectral con diferentes sistemas y parámetros de algoritmos.

Los resultados de las simulaciones en este artículo, para este primer momento, indican que se puede obtener una ganancia de precodificación y una mejora en la eficiencia espectral con los algoritmos de estimación de la canal propuestos muy cercana al caso del algoritmo de búsqueda exhaustiva con un número mucho menor de iteraciones, a pesar de su baja complejidad (Anexo IX). Los autores también evalúan el error en el rendimiento de los algoritmos de estimación del canal propuestos, para los casos cuando los AoAs / AoDs se cuantifican, cuyos resultados muestran que la pérdida de rendimiento debido a la suposición de cuantificación es muy pequeña para los parámetros de resolución N suficientemente grandes, tal como se muestra en el Anexo X. La Figura 3.1 que se muestra a continuación, demuestra que el algoritmo de precodificación híbrida propuesto puede lograr buenas tasas de datos, en comparación con las soluciones sin restricciones si existe un número suficiente de cadenas RF y bits de cuantificación, reduciendo así el impacto de las limitaciones del sistema de RF. Además, los resultados revelan que 5 bits de cuantificación pueden ser suficientes para lograr más del 90% de la máxima ganancia.

#### CAPÍTULO 3. COMPARACIÓN DE ALGORITMOS ADAPTATIVOS Y PASOS A SEGUIR PARA SU IMPLEMENTACIÓN



Figura 3.1 Eficiencia espectral como una función de bits de cuantificación de fase en un sistema híbrido con un sólo control de fase analógico cuantificado. Los resultados comparan el rendimiento de la estimación del canal híbrido analógico digital y los algoritmos de precodificación con el sistema digital sin restricciones con conocimiento perfecto del canal [2].

En un segundo momento, cuando se considera la interferencia fuera de la célula, se adopta la probabilidad de cobertura como una medida de rendimiento para evaluar el desempeño del algoritmo de precodificación híbrida propuesto por los autores para diferentes escenarios, donde se demuestra que una ganancia razonable se puede lograr con este algoritmo. Las simulaciones también indican que el efecto de la interferencia celular del rendimiento de la estimación del canal y los algoritmos de precodificación no es crítico a pesar de la baja complejidad de los algoritmos propuestos (Anexo XI).

En las simulaciones del artículo "Spatially Sparse Precoding in Millimeter Wave MIMO Systems" los autores comparan el rendimiento del algoritmo de precodificación espacialmente dispersa cuando se combina con la solución dispersa de combinación MMSE con la precodificación sin restricciones óptima, en el que los flujos de datos ( $N_s$ ) son enviados a lo largo de los propios modos dominantes del canal, y con una solución simple de dirección de haces en la que los flujos de datos son dirigidos a las mejores trayectorias de propagación del canal. Para la estrategia de precodificación propuesta, el transmisor y el receptor se supone que tienen cuatro cadenas con transceptores que transmiten  $N_s = 1$  o 2 flujos.

Los resultados en este artículo muestran en el caso de  $N_s = 1$  y  $N_s = 2$  que el marco propuesto por los autores alcanza eficiencias espectrales que son esencialmente iguales a los alcanzados por la solución óptima sin restricciones para tamaños de arreglos prácticos (sistema de 64×16) y casi perfectos para grandes arreglos de antenas (sistema de 256×64), como se muestra en los Anexos XII y XIII respectivamente. También se puede observar que la orientación del haz es buena en ambos sistemas de ondas milimétricas y es aún mejor en el sistema de 256×64.

El marco de pre-codificación / combinación propuesto por los autores aprovecha la estructura matemática de grandes canales de ondas milimétricas con una dispersión relativamente limitada. Para examinar el rendimiento en entornos de propagación con diferentes niveles de dispersión, el Anexo XIV muestra la eficiencia espectral como una función del ángulo de propagación del canal para un número de configuraciones del sistema de ondas milimétricas. El Anexo XIV indica también que cuando el ángulo de propagación es bajo, es decir, la dispersión es bastante limitada, el rendimiento del algoritmo propuesto es tolerable pero cuando el ángulo de propagación aumenta, las tasas alcanzadas por las soluciones propuestas lentamente se degradan. Sin embargo esta figura indica que en los dos casos mostrados ( $N_s = 1$ ), el margen de las razones permanece por debajo del 10% en un ángulo de propagación angular significativo de 15<sup>0</sup> y para una propagación angular más razonable de alrededor de 5<sup>0</sup>, el margen de la razón es despreciable. En el caso de  $N_s > 1$  con arreglos menores (64×16), la eficiencia espectral se degrada más rápidamente con la propagación del ángulo pero este efecto puede ser mitigado mediante el aumento del número de cadenas de RF en los terminales de ondas milimétricas.

Por último, se analiza el desempeño de la estrategia de precodificación propuesta en sistemas sin la información del estado del canal, es decir con retroalimentación limitada en el transmisor desde el punto de vista de los bits de cuantificación en el receptor. En este

artículo la simulación (Figura 3.2) indica que la degradación del rendimiento debido a la cuantificación es limitada. Es decir, que no se necesitan más de 3 bits para cuantificar cada ángulo de dirección en sistemas prácticos, y hasta 2 bits producen un rendimiento casi perfecto para los tamaños de arreglos  $(64 \times 16)$  considerados.



Figura 3.2 Eficiencia Espectral vs Cuantificación de Bits por configuraciones del sistema de ondas milimétricas con diferentes ángulos. La figura indica que para los tamaños del arreglo considerados [1].

Cuando se considera el hecho de que los sistemas prácticos de ondas milimétricas utilizarán de veinte a cincuenta veces más antenas en comparación con los sistemas MIMO tradicionales, que utilizan aproximadamente de 4 a 6 bits en la retroalimentación [38], se observa que la explotación de la dispersión espacial en la precodificación ayuda drásticamente a comprimir la retroalimentación y a mantener sus gastos manejables.

En el artículo "On the feasibility of beamforming in millimeter wave communication systems with multiple antenna arrays" los autores llevan a cabo simulaciones para la transmisión en el plano acimutal utilizando arreglos lineales uniformes, con una configuración de un sistema MIMO convencional 2x2.

Las simulaciones en este artículo muestran el rendimiento de los dos enfoques propuestos: estimación AoA y potencia efectiva, ambos en el libro de códigos RF de la MS, donde se comparan con la búsqueda exhaustiva (Anexo XV). Estos enfoques se basan en la reducción de la complejidad en la búsqueda del haz RF en la MS. Los resultados indican que ambos enfoques proporcionan ahorros significativos de complejidad, y están cerca de un rendimiento óptimo con respecto a la búsqueda exhaustiva. Esto ilustra la eficiencia de los algoritmos propuestos en este artículo. Cuando se compara el rendimiento del enfoque basado en la potencia efectiva con el enfoque de la estimación AoA, se observa que el primer enfoque en general tuvo un mejor desempeño ya que este tiene un rendimiento significativamente mejor cuando P=1, y un rendimiento similar para otros valores de P). Por otro lado, en este enfoque las mismas direcciones de haz dominante se escogen en base a la realización instantánea del canal, lo que permite tasas de transmisión más altas. Esta distinción indica una ventaja de utilizar el método basado en la potencia efectiva.

La Figura 3.3 ilustra el comportamiento del enfoque de potencia efectiva en comparación con la subselección de haces P al azar, tanto en la BS como en la MS. De los resultados de esta figura, se observa que el enfoque propuesto tiene un rendimiento excepcional ya que para un mismo valor de P se alcanza un factor de reducción de complejidad mayor que 100 y se llega a 0,9 dB dentro del rendimiento óptimo, y con la selección al azar del subconjunto de haces el rendimiento es 4,6 dB peor que el de la búsqueda exhaustiva. Lo que indica la eficacia del enfoque propuesto.



Figura 3.3 Rendimiento del enfoque de potencia efectiva, la búsqueda exhaustiva, y selección del subconjunto aleatorio (utilizado en el Tx y el Rx) [40].

En resumen, el primer artículo, a pesar de la baja complejidad matemática con que se realiza, demuestra la eficiencia de los algoritmos propuestos de estimación del canal y de precodificación híbrida, donde se obtienen ganancias de precodificación cercanas al algoritmo de búsqueda exhaustiva con un número mucho menor de iteraciones. Con respecto a los bits de cuantificación se revela que 5 bits pueden ser suficientes para lograr más del 90% de la máxima ganancia y que, si existe un número suficiente de cadenas RF, el algoritmo de precodificación híbrida propuesto puede lograr tasas de datos casi óptimas en comparación con las soluciones sin restricciones. El segundo artículo con respecto a la precodificación sin restricciones demuestra que el algoritmo de precodificación MMSE alcanza eficiencias espectrales muy óptimas que mejoran al aumentar el tamaño de los arreglos. Además, el algoritmo propuesto en relación con diferentes niveles de dispersión demuestra que para una propagación angular razonable de alrededor de  $5^0$  la eficiencia espectral es aceptable. Por último, se analiza el desempeño de la estrategia de precodificación propuesta en sistemas sin la información del canal (con

57

retroalimentación limitada) y se observa que no se necesitan más de 3 bits para cuantificar cada ángulo de dirección, y hasta 2 bits producen un rendimiento casi perfecto para los tamaños de arreglos ( $64 \times 16$ ) considerados. En el tercer artículo se muestra el rendimiento de los dos enfoques propuestos: estimación AoA y potencia efectiva; donde se comparan con la búsqueda exhaustiva. Estos enfoques se basan en la reducción de la complejidad en la búsqueda del haz RF y los resultados indican que ambos enfoques proporcionan ahorros significativos de complejidad, y están cerca de un rendimiento óptimo con respecto a la búsqueda exhaustiva, aunque existe una ventaja de utilizar el método basado en la potencia efectiva ya que, con este enfoque se obtiene un rendimiento excepcional en la selección al azar del subconjunto de haces.

A modo de comparación se observa que los algoritmos del segundo y tercer artículo tienen un mejor desempeño en relación a que los mismos se acercan más a sus límites teóricos, pero todo esto se obtiene al precio de una mayor complejidad matemática. De forma general se aprecia que el segundo artículo sobresale debido a que los autores ofrecen una mayor variedad de resultados donde todos tienen un rendimiento superior y se demuestra que los algoritmos presentados requieren un menor número de bits de cuantificación.

# **3.2** Herramientas de simulación utilizadas para la implementación de algoritmos adaptativos

Para corroborar los algoritmos adaptativos de precodificación híbrida se utilizan varios procedimientos matemáticos, debido a eso los programadores de estos algoritmos se auxilian en varias herramientas como pueden ser MATLAB® y Python. La utilización de estas herramientas permite una mejor comprensión de los resultados en los artículos presentados en el desarrollo de este documento.

Python es un lenguaje de programación interpretado cuya filosofía hace hincapié en una sintaxis que favorezca un código legible. Se trata de un lenguaje de programación multiparadigma, ya que soporta orientación a objetos, programación imperativa y en menor medida, programación funcional. Otro objetivo del diseño del lenguaje es la facilidad de

extensión. Se pueden escribir nuevos módulos fácilmente en C o C++ y además puede incluirse en aplicaciones que necesitan una interfaz programable.

El intérprete de Python estándar incluye un modo interactivo en el cual se escriben las instrucciones en una especie de intérprete de comandos: las expresiones pueden ser introducidas una a una, pudiendo verse el resultado de su evaluación inmediatamente. Python tiene una gran biblioteca estándar, usada para una diversidad de tareas. Esto viene de la filosofía "pilas incluidas" (*"batteries included"*) en referencia a los módulos de Python. Debido a la gran variedad de herramientas incluidas en la biblioteca estándar, combinada con la habilidad de usar lenguajes de bajo nivel como C y C++. Python es un lenguaje que combina su clara sintaxis con el inmenso poder de lenguajes menos elegantes y aunque es un lenguaje que ha tenido recientemente un notable desarrollo no es el más adecuado en la programación de los algoritmos adaptativos de antenas. Sin embargo existen investigaciones realizadas tales como [41, 42] que utilizan este lenguaje y obtienen resultados satisfactorios.

MATLAB® es un entorno de computación y desarrollo de aplicaciones totalmente integrado, orientado para llevar a cabo proyectos donde se encuentren implicados elevados cálculos matemáticos y la visualización gráfica de los mismos, integrando análisis numérico, cálculo matricial y procesado de señal; en un entorno completo donde los problemas y sus soluciones son expresados del mismo modo en que se escribirían tradicionalmente, sin necesidad de hacer uso de la programación tradicional. MATLAB® es uno de los programas más utilizados dado sus resultados en tiempo real y visualización gráfica de las ecuaciones en dos y tres dimensiones, señales, simulación de sistemas dinámicos, identificación de sistemas, redes neuronales entre otros [43]. Este software dispone de dos herramientas adicionales que expanden sus prestaciones, a saber, Simulink (plataforma de simulación multidominio) y GUIDE (editor de interfaces de usuario - GUI). Además, se pueden ampliar las capacidades de MATLAB® con las cajas de herramientas (toolboxes) y las de Simulink, con los paquetes de bloques (blocksets) [44].

La facilidad de realizar gráficos en coordenadas polares es un aspecto determinante que se toma en cuenta al escoger el software MATLAB®, debido a que mediante un comando se puede obtener el gráfico en coordenadas polares del diagrama de radiación. MATLAB® es un programa de cálculo numérico diseñado para trabajar con matrices. Por tanto, será más eficiente si se diseñan los algoritmos en términos de matrices y vectores. Debido a esto se considera el mejor software disponible para la implementación de los algoritmos adaptativos de antenas inteligentes [45].

# 3.3 Implementación en MATLAB de la matemática avanzada que aparece en los artículos analizados

Los algoritmos adaptativos de conformación de haces que se muestran en los artículos utilizan una compleja matemática con vectores y matrices. A continuación se demuestra la efectividad del software MATLAB mediante la implementación de ecuaciones que poseen algunos productos y normas que aparecen en los artículos. Se precisa que los valores implementados aquí son hipotéticos.

La ecuación  $\|\mathbf{F}_{opt} - \mathbf{F}_{RF}\mathbf{F}_{BB}\|_{F}$ , se obtiene del artículo [1] la cual corresponde a la norma Frobenius, la segunda y tercera ecuación implementadas son  $[\mathbf{F}_{BB,(s,k)}]_{;,m} = (\mathbf{F}_{RF,(s,k)}^{H}\mathbf{F}_{RF,(s,k)})^{-1}\mathbf{F}_{RF,(s,k)}^{H}\mathbf{f}^{*}$  y  $\mathbf{E}_{(s,k_{BS},k_{MS})} = \mathbf{E}_{(s,k_{BS})}^{BS}^{T} \otimes \mathbf{E}_{(s,k_{BS})}^{MS}^{T} + \mathbf{E}_{(s,k_{BS})}^{BS}^{T} \otimes \mathbf{C}_{s}^{MS}\mathbf{G}_{(s,k_{MS})}^{T} + \mathbf{C}_{s}^{BS}\mathbf{G}_{(s,k_{BS})}^{T} \otimes \mathbf{E}_{(s,k_{MS})}^{MS}^{T}$ , las cuales son extraídas del artículo [2]. Como antes, en estas ecuaciones  $\mathbf{F}_{BB}$  y  $\mathbf{F}_{RF}$  representan los precodificadores banda base y RF respectivamente,  $\mathbf{F}_{opt}$  es el precodificador sin restricciones,  $\mathbf{f}^{*}$  representa la conjugada de la matriz óptima,  $\mathbf{E}_{(s,k_{BS})}^{BS}^{T} \otimes \mathbf{E}_{(s,k_{BS})}^{MS}^{T}$  representa el producto de Kronecker de la matriz de error traspuesta del s-ésimo libro de códigos de la BS y la matriz de error traspuesta del s-ésimo libro de código de la MS,  $C_{s}$  es una constante de normalización y  $\mathbf{G}_{(s,k_{BS})}^{T}$  es la matriz traspuesta de la ganancia de formación de haz.

Para la implementación de estas ecuaciones en Matlab se utilizan algunas funciones como **ctranspose**, la cual permite determinar la Hermítica de  $F_{RF}$ , así como **rand** y **magic** que

permiten calcular números aleatorios de las matrices y vectores que aparecen, **kron** se utiliza para hallar el producto de Kronecker de dos matrices y **fro** para hallar la norma Frobenius estándar. Para una mayor comprensión, en los Anexos XVI, XVII y XVIII aparecen las líneas de códigos utilizadas para implementar estas ecuaciones.

#### 3.4 Pasos a seguir para la implementación de algoritmos adaptativos

Los pasos a seguir en el momento de implementar los algoritmos adaptativos de precodificación híbrida dependen significativamente de la finalidad que se quiera alcanzar con los mismos. Sin embargo, mediante el estudio de los artículos presentados en el capítulo anterior, se propone seguir los siguientes pasos: diseño de un libro de códigos de formación de haces, para el diseño de los vectores de conformación de haz, obtención de los haces dominantes para reducir la complejidad de la precodificación y del espacio de búsqueda utilizando el algoritmo de estimación AoA, diseño del precodificador banda base y el precodificador RF ( $\mathbf{F}_{\rm RF}, \mathbf{F}_{\rm BB}$ ), luego para encontrar la solución más óptima de forma iterativa al problema de diseño de los precodificadores, se desarrolla un algoritmo ortogonal de búsqueda coincidente, posteriormente se aplica el algoritmo de estimación del canal para estimar los parámetros del canal de ondas milimétricas tanto en el enlace ascendente como en el enlace descendente y por último se calculan los combinadores híbridos factibles ( $\mathbf{W}_{\rm RF}, \mathbf{W}_{\rm BB}$ ) tanto en la BS como en la MS aprovechando también el algoritmo de búsqueda ortogonal. Con motivo de una mejor visualización se realiza un esquema que muestra los pasos descritos anteriormente.

#### CAPÍTULO 3. COMPARACIÓN DE ALGORITMOS ADAPTATIVOS Y PASOS A SEGUIR PARA SU IMPLEMENTACIÓN



Figura 3.4 Pasos a seguir para la implementación de los algoritmos adaptativos

#### 3.5 Conclusiones parciales

En este capítulo se realiza un análisis del desempeño de los algoritmos adaptativos expuestos en el capítulo 2 donde se demuestra que los mismos se acercan a sus límites teóricos. También se caracterizan herramientas de software que pueden implementar estos algoritmos y se reconoce MATLAB como la herramienta apropiada para las simulaciones ya que es un programa de cálculo numérico diseñado para trabajar con matrices y vectores. Finalmente se proponen los pasos a seguir para el desarrollo de estos algoritmos, para lograr una mejor distribución del trabajo en el momento de su implementación.

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

#### Conclusiones

En el desarrollo de este trabajo se describió los algoritmos adaptativos de antenas inteligentes para la banda milimétrica. Al finalizar su realización se arribó a las siguientes conclusiones:

- Las Antenas Inteligentes optimizan los diagramas de transmisión y recepción en respuesta a una señal de interés en el entorno, y en vez de disponer de un diagrama de radiación fijo, generan o seleccionan haces directivos enfocados hacia el usuario deseado. Esta tecnología se utiliza principalmente para compensar las altas pérdidas de trayectoria que presenta la banda de ondas milimétricas.
- Existen disímiles proyectos acerca de los algoritmos adaptativos que brindan información actualizada sobre esta tecnología, enfocada principalmente hacia la 5G. Debido a esto se expusieron investigaciones realizadas que desarrollan estos algoritmos.
- Los algoritmos adaptativos de precodificación híbrida son importantes para los nuevos sistemas MIMO de la 5G ya que mejoran la elección de las direcciones de formación de haz, construyen precodificadores óptimos y por tanto contribuyen a mejorar la eficiencia espectral en la banda milimétrica.
- El análisis de los parámetros simulados por los autores indica que los algoritmos adaptativos desarrollados tienen un buen desempeño ya que los mismos se acercan a sus límites teóricos y que además, son una solución prometedora para los nuevos sistemas de la 5G.

 El estudio de los algoritmos presentados condujo a la propuesta de los pasos a seguir para la implementación de estos en la herramienta de simulación MATLAB, y con ellos lograr una mejor organización del diseño.

### Recomendaciones

El tema tratado facilita una extensa investigación, por lo que se recomienda:

- Continuar investigando en el desarrollo de nuevos algoritmos adaptativos para antenas inteligentes que se implementarán en la quinta generación de las comunicaciones.
- Programar los algoritmos investigados en este trabajo en MATLAB.

### **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- 1. El Ayach, O., et al., *Spatially sparse precoding in millimeter wave MIMO systems*. Wireless Communications, IEEE Transactions on, 2014. **13**(3): p. 1499-1513.
- 2. Alkhateeb, A., et al., *Channel estimation and hybrid precoding for millimeter wave cellular systems.* 2014.
- 3. Wang, Y., M. Zhang, and Q. Shi, *Unified approach to performance analysis of energy detection in generalised fading channels*. Electronics Letters, 2014. **50**(11): p. 837-839.
- 4. Eisencraft, M., R. Attux, and R. Suyama, *Chaotic Signals in Digital Communications*. 2013: CRC Press.
- 5. Fakoukakis, F., et al., *Development of an adaptive and a switched beam smart antenna system for wireless communications*. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 2006. **20**(3): p. 399-408.
- 6. Godara, L.C., *Smart antennas*. 2014: CRC press.
- 7. Um, J.-Y., et al., An Analog-Digital Hybrid RX Beamformer Chip With Non-Uniform Sampling for Ultrasound Medical Imaging With 2D CMUT Array. 2014.
- 8. Alias Jeyanthi, K.M. and A. Kabilan, *A simple adaptive beamforming allgorithm with interference suppression*. International journal of Engineering and Technology, 2009. **1**(0): p. 1.
- 9. Noordin, N.H., Adaptive array antenna design for wireless communication systems. 2013.
- 10. Mansilla, C.A.G. and E.E.M. Brandau, Arquitectura de un Modelo de Redes Wireless aplicando Antenas Smart.
- 11. Gao, S. and Q. Luo. Low-cost smart antennas for advanced wireless systems. in Antenna Technology:" Small Antennas, Novel EM Structures and Materials, and Applications"(iWAT), 2014 International Workshop on. 2014. IEEE.
- 12. Geng, J., et al., *Multi-user hybrid analogue/digital beamforming for relatively large-scale antenna systems*. IET Communications, 2014. **8**(17): p. 3038-3049.
- 13. Martinez, R. and R. Osorio, *Estudio sobre las prestaciones de antenas inteligentes en sistemas de comunicaciones móviles de tercera generación (UMTS)*. Universidad Politécnica de Madrid, 2004.

- 14. JIMÉNEZ, O., I.J.F. Martín, and J.L.M. Sierra, *Introducción a la tecnología de Antenas Inteligentes*. *Aplicación a UMTS*. Telefónica Móviles España, 2001.
- 15. Manosalvas Barriga, H.V. and A.L. Santamaría Naranjo, *Estudio, diseño y simulación de una red LTE (long term evolution) para telefonía móvil en los valles de Tumbaco y los Chillos utilizando software predictivo.* 2012, SANGOLQUÍ/ESPE/2012.
- 16. JIMÉNEZ, O., I.J.F. Martín, and J.L.M. Sierra, *Introducción a la tecnología de Antenas Inteligentes. Aplicación a UMTS.* Comunicaciones de Telefónica I+ D, 2001(21): p. 43-56.
- 17. Bellofiore, S., et al., *Smart-antenna systems for mobile communication networks*. *Part 1. Overview and antenna design*. Antennas and propagation magazine, IEEE, 2002. **44**(3): p. 145-154.
- 18. González Cervantes, C., *Modelado y simulación de técnicas de conformación de haz para antenas inteligentes*. 2004, Universidad Autónoma de Nuevo León.
- 19. Vouyioukas, D., A Survey on Beamforming Techniques for Wireless MIMO Relay Networks. International Journal of Antennas and Propagation, 2013. 2013.
- 20. Valencia, A., J. Heyller, and J.E. Arevalo Pena. *MIMO multiantenna systems radiopropagation aspects*. in *Communications and Computing (COLCOM), 2014 IEEE Colombian Conference on*. 2014. IEEE.
- 21. Nsenga, J. and A. Bourdoux, *Method and system for mixed analog/digital beamforming in wireless communication systems*. 2013, Google Patents.
- 22. Kuschnerov, M., et al., *Data-aided versus blind single-carrier coherent receivers*. Photonics Journal, IEEE, 2010. **2**(3): p. 387-403.
- 23. Nam, J., et al. Joint spatial division and multiplexing: Realizing massive MIMO gains with limited channel state information. in Information Sciences and Systems (CISS), 2012 46th Annual Conference on. 2012. IEEE.
- 24. Mukherjee, A. and A.L. Swindlehurst, *Modified waterfilling algorithms for MIMO spatial multiplexing with asymmetric CSI*. Wireless Communications Letters, IEEE, 2012. **1**(2): p. 89-92.
- 25. Larsson, E.G., et al., *Massive MIMO for next generation wireless systems*. arXiv preprint arXiv:1304.6690, 2013.
- 26. Patel, S., M. Chauhan, and K. Kapadiya, *5G: Future mobile technology-vision* 2020. International Journal of Computer Applications, 2012. **54**(17).
- 27. Ohmori, S., Y. Yamao, and N. Nakajima, *The future generations of mobile communications based on broadband access technologies*. Communications Magazine, IEEE, 2000. **38**(12): p. 134-142.
- 28. Seo, J., et al., *Training Beam Sequence Design for Millimeter-Wave MIMO* Systems: A POMDP Framework. arXiv preprint arXiv:1410.3711, 2014.

- 29. Zheng, Z., G. Li, and Y. Teng, 2D DOA estimator for multiple coherently distributed sources using modified propagator. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2012. **31**(1): p. 255-270.
- 30. Xu, J. and J. Zhang. An attempt to 3D Capon beamforming. in Communications and Networking in China (CHINACOM), 2013 8th International ICST Conference on. 2013. IEEE.
- 31. Singh, J. and S. Ramakrishna, *On the feasibility of beamforming in millimeter wave communication systems with multiple antenna arrays.* 2014.
- 32. Akhtar, P. and M. Yasin, Performance analysis of bessel beamformer and LMS algorithm for smart antenna array in mobile communication system, in Emerging Trends and Applications in Information Communication Technologies. 2012, Springer. p. 52-61.
- 33. Yasin, M., P. Akhtar, and A.H. Pathan. *Performance Analysis of Blind Beamforming Algorithms in Adaptive Antenna Array in Rayleigh Fading Channel Model.* in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.* 2013. IOP Publishing.
- Chowdhry, B.S., F.K. Shaikh, and M.A. Uqaili, *Emerging Trends and Applications in Information Communication Technologies: Second International Multi Topic Conference, IMTIC 2012, Jamshoro, Pakistan, March 28-30, 2012. Proceedings.* Vol. 281. 2012: Springer.
- 35. Ananthasubramaniam, B. and U. Madhow. *Cooperative localization using angle of* arrival measurements in non-line-of-sight environments. in Proceedings of the first ACM international workshop on Mobile entity localization and tracking in GPS-less environments. 2008. ACM.
- 36. Lakshmanan, S., et al. *Towards adaptive beamforming in indoor wireless networks: An experimental approach.* in *INFOCOM 2009, IEEE.* 2009. IEEE.
- 37. Dikmese, S., et al., *FPGA based implementation and comparison of beamformers for CDMA2000.* Wireless Personal Communications, 2011. **57**(2): p. 233-253.
- 38. Love, D.J. and R.W. Heath Jr, *Limited feedback unitary precoding for spatial multiplexing systems*. Information theory, IEEE Transactions on, 2005. **51**(8): p. 2967-2976.
- 39. Love, D.J., R.W. Heath Jr, and T. Strohmer, *Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems*. Information theory, IEEE Transactions on, 2003. **49**(10): p. 2735-2747.
- 40. Singh, J. and S. Ramakrishna. On the feasibility of beamforming in millimeter wave communication systems with multiple antenna arrays. in Global Communications Conference (GLOBECOM), 2014 IEEE. 2014. IEEE.
- 41. Donelli, M. and C. Sacchi. Implementation of a low-cost reconfigurable antenna array for SDR-based communication systems. in Aerospace Conference, 2012 IEEE. 2012. IEEE.

- 42. Szlachetko, B. and A. Lewandowski, Signal receiving and processing platform of the experimental passive radar for intelligent surveillance system using software defined radio approach, in Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems. 2010, Springer. p. 311-320.
- 43. Gharib, T.F., et al., *Self organizing map-based document clustering using WordNet ontologies*. IJCSI International Journal of Computer Science Issues, 2012. **9**(1): p. 1694-0814.
- 44. Domadiya, J.V., A.P. Kandagal, and N. Ramesh. A complex Ferrari LPC to LSF implementation. in Contemporary Computing and Informatics (IC3I), 2014 International Conference on. 2014. IEEE.
- 45. Vesanto, J., et al., *SOM toolbox for Matlab 5*. 2000: Citeseer.
## ANEXOS

Anexo I Ejemplo de la estructura de un libro de código de resolución múltiple con un parámetro de resolución N=8, y con vectores de formación de haz K=2 en cada subconjunto [2].



Anexo II Los patrones de haces resultante de los vectores de conformación de haz en cada nivel del libro de códigos [2].



Anexo III Algoritmo ortogonal de búsqueda coincidente para la solución de forma iterativa del problema de optimización combinatoria de alta complejidad [2].

Algorithm 1 Hybrid Analog-Digital Training Precoders Design

 $\mathcal{R} = \phi$   $\mathbf{f}_{res} = (\mathbf{A}_{BS,D}\mathbf{A}_{BS,D}^{H})^{-1}\mathbf{A}_{BS,D}[G_{(s,k)}]_{:,m}$   $\mathbf{f}^{*} = (\mathbf{A}_{BS,D}\mathbf{A}_{BS,D}^{H})^{-1}\mathbf{A}_{BS,D}[G_{(s,k)}]_{:,m}$   $\mathbf{for } i \leq N_{RF} \mathbf{do}$   $\Phi = \mathbf{f}_{res}^{H}\mathbf{A}_{can}$   $n = \arg\max_{n=1,2,\dots,N_{can}}[\Phi^{H}\Phi]_{i,i}$   $\mathcal{R} = \mathcal{R} \cup n$   $\mathbf{F}_{RF,(s,k)} = [\mathbf{A}_{can}]_{:\mathcal{R}}$   $[\mathbf{F}_{BB,(s,k)}]_{:,m} = (\mathbf{F}_{RF,(s,k)}^{H}\mathbf{F}_{RF,(s,k)})^{-1}\mathbf{F}_{RF,(s,k)}^{H}\mathbf{f}^{*}$   $\mathbf{f}_{res} = \frac{\mathbf{f}_{res} - \mathbf{F}_{RF,(s,k)}[\mathbf{F}_{BB,(s,k)}]_{:,m}}{\|\mathbf{f}_{res} - \mathbf{F}_{RF,(s,k)}[\mathbf{F}_{BB,(s,k)}]_{:,m}\|_{F}}$   $\mathcal{C}_{s} = \sqrt{\frac{1}{\|\mathbf{F}_{RF,(s,k)}|\mathbf{F}_{BB,(s,k)}|_{:,m}\|_{F}}}$  $[\mathbf{F}_{BB,(s,k)}]_{:,m} = \mathcal{C}_{s}[\mathbf{F}_{BB,(s,k)}]_{:,m}$  Anexo IV Aproximaciones de patrones de haces con diferentes números de cadenas RF [2].



Anexo V Algoritmo adaptativo de estimación para canales de un solo trayecto de ondas milimétricas [2].

Algorithm 2 Adaptive Estimation Algorithm for Single-Path MmWave Channels

**Input:** BS and MS know *N*, *K*, and have  $\mathcal{F}, \mathcal{W}$ .

**Initialization:**  $k_1^{\text{BS}} = 1, k_1^{\text{MS}} = 1$  // Initialize the subsets to be used of codebooks  $\mathcal{F}, \mathcal{W}$ .

 $S = \log_K N / /$  The number of adaptive stages

for  $s \leq S$  do

for  $m_{\rm BS} \leq K {\rm do}$ 

**BS** transmits a training symbol using  $\left[\mathbf{F}_{(s,k_s^{BS})}\right]_{:,m_{BS}}$ 

for  $m_{\rm MS} \leq K {\rm do}$ 

**MS** makes a measurement using  $\left[\mathbf{W}_{(s,k_s^{MS})}\right]_{:,m_{MS}}$ 

After **MS** measurements:  $\mathbf{y}_{m_{BS}} = \sqrt{P_s} \left[ \mathbf{W}_{(s,k_s^{MS})} \right] \mathbf{H} \left[ \mathbf{F}_{(s,k_s^{BS})} \right]_{:,m_{BS}} + \mathbf{n}_{m_{BS}}$  $\mathbf{Y}_{(s)} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_K]$ 

$$(m_{BS}^{*}, m_{MS}^{*}) = \arg \max_{\forall m_{BS}, m_{MS}=1,2,...,K} [Y_{(s)} \odot Y_{(s)}^{*}]_{m_{MS}, m_{BS}}$$

$$k_{s+1}^{BS} = K(m_{BS}^{*} - 1) + 1, k_{s+1}^{MS} = K(m_{MS}^{*} - 1) + 1$$

$$\hat{\phi} = \hat{\phi}_{k_{s+1}^{BS}}, \hat{\theta} = \hat{\theta}_{k_{s+1}^{MS}}$$

$$\hat{\alpha} = \sqrt{\frac{\rho}{P_{(s)}G_{(s)}}} [\mathbf{Y}_{(s)}]_{m_{MS}^{*}, m_{BS}^{*}}$$

## Anexo VI Algoritmo de Precodificación Espacialmente Dispersa a través de la búsqueda ortogonal coincidente [1].

Algorithm 3 Spatially Sparse Precoding via Orthogonal Matching Pursuit

## **Require:** F<sub>opt</sub>

1:  $\mathbf{F}_{RF} = \text{Empty Matrix}$ 2:  $\mathbf{F}_{res} = \mathbf{F}_{opt}$ 3: for  $i \le N_t^{RF}$ do 4:  $\mathbf{\Psi} = \mathbf{A}_t^* \mathbf{F}_{res}$ 5:  $k = \arg \max_{\ell=1,...,N_{cl}N_{ray}} (\mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^*)_{\ell,\ell}$ 6:  $\mathbf{F}_{RF} = \left[\mathbf{F}_{RF} | \mathbf{A}_t^{(K)}\right] = \mathbf{i}$ 7:  $\mathbf{F}_{BB} = (\mathbf{F}_{RF}^* \mathbf{F}_{RF})^{-1} \mathbf{F}_{RF}^* \mathbf{F}_{opt}$ 8:  $\mathbf{F}_{res} = \frac{\mathbf{F}_{opt} - \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}}{\|\mathbf{F}_{opt} - \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}\|_{F}}$ 9: end for 10:  $\mathbf{F}_{BB} = \sqrt{N_s} \frac{\mathbf{F}_{BB}}{\|\mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}\|_{F}}$ 11: return  $\mathbf{F}_{RF}$ ,  $\mathbf{F}_{BB}$  Anexo VII Los Patrones de haces generaron un arreglo de 256 elementos cuadrados en una realización de ejemplo del canal con 6 clústeres de dispersión utilizando (a) formación de haces sin restricciones, (b) la solución propuesta de precodificación dispersa con 4 cadenas RF, y (c) el vector de orientación del haz en la dirección física dominante del canal [1].



Anexo VIII Combinación MMSE espacialmente dispersa a través de la búsqueda ortogonal coincidente [1].

Algorithm 4 Spatially Sparse MMSE Combining via Orthogonal Matching Pursuit

**Require: W<sub>MMSE</sub>** 

1:  $\mathbf{W}_{RF} = \text{Empty Matrix}$ 2:  $\mathbf{W}_{res} = \mathbf{W}_{MMSE}$ 3: for  $i \le N_r^{RF}$  do 4:  $\mathbf{\psi} = \mathbf{A}_r^* \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^*] \mathbf{W}_{res}$ 5:  $k = \arg \max_{\ell=1,...,N_{cl}N_{ray}} (\mathbf{\psi}\mathbf{\psi}^*)_{\ell,\ell}$ 6:  $\mathbf{W}_{RF} = \left[\mathbf{W}_{RF} | \mathbf{A}_r^{(k)}\right] = \mathbf{i}$ 7:  $\mathbf{W}_{BB} = (\mathbf{W}_{RF}^* \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^*] \mathbf{W}_{RF})^{-1} \mathbf{W}_{RF}^* \mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^*] \mathbf{W}_{MMSE}$ 8:  $\mathbf{W}_{res} = \frac{\mathbf{W}_{MMSE} - \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB}}{||\mathbf{W}_{MMSE} - \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB}||_F}$ 9: end for 10: return  $\mathbf{W}_{RF}$ ,  $\mathbf{W}_{BB}$ 

Anexo IX Eficiencia espectral lograda cuando las matrices de precodificación se construyen utilizando el canal de ondas milimétricas estimado por los algoritmos propuestos. La figura compara el rendimiento del algoritmo cuando diferentes valores del parámetro K se eligen [1].



Anexo X Error rendimiento debido a la suposición de la cuantificación AoAs / AoDs. El error de rendimiento es la diferencia entre la curva con ángulos continuos, y el que tiene la cuantificación [2].



Anexo XI Probabilidades de cobertura de la estimación del canal propuesto y algoritmos de precodificación en un ajuste de un sistema celular de ondas milimétricas con interferencia. La figura compara los diferentes casos cuando la estimación y el error de interferencia existen para evaluar el efecto de cada uno de ellos en los algoritmos propuestos [2].



Anexo XII Eficiencia espectral lograda por varias soluciones de precodificación para sistemas de onda milimétrica  $64 \times 16$  con arreglos planos en el trasmisor y en el receptor [1].



Anexo XIII La eficiencia espectral lograda en un sistema de ondas milimétricas de 256x64 con matrices planas en el transmisor y el receptor. Seis cadenas de RF están disponibles para precodificación y combinación dispersa [1].



Anexo XIV Eficiencia espectral vs la propagación angular en un número de diferente configuración del sistema de ondas milimétricas. Se muestra que como la propagación angular aumenta, y la dispersión se hace más rica, el rendimiento de los algoritmos propuestos se degrada [1].



Anexo XV Rendimiento del enfoque de potencia efectiva, enfoque de estimación AoA, y búsqueda exhaustiva [40].



Anexo XVI "Código utilizado en Matlab para la implementación de la ecuación  $\|F_{opt} - F_{RF}F_{BB}\|_{F}$ "

```
function [NF] = normafrob()
fopt = magic(4)
FRF = magic(4)
FBB = magic(4)
[NF] = norm(fopt-FRF*FBB, 'fro');
>> normafrob()
fopt =
    16
            2
                   3
                        13
     5
           11
                  10
                         8
     9
            7
                   6
                        12
                         1
      4
           14
                  15
```

FRF =					
16	2	3	13		
5	11	10	8		
9	7	6	12		
4	14	15	1		
FBB =					
16	2	3	13		
5	11	10	8		
9	7	6	12		
4	14	15	1		
ans =					
1.1278	1.1278e+003				

Anexo XVII "Código utilizado en Matlab para la implementación de la ecuación  $[F_{BB,(s,k)}]_{:,m} = (F_{RF,(s,k)}^{H}F_{RF,(s,k)})^{-1}F_{RF,(s,k)}^{H}f^{*}$ "

```
function [FB] = Fbb()
f = rand(5)
FRF = magic(5)
FB= inv(ctranspose(FRF)*FRF)*ctranspose(FRF)*conj(f)
>> Fbb()
f =
   0.1771
            0.9884 0.4145 0.1781
                                          0.1757
   0.6628
             0.5400
                     0.4648
                               0.3596
                                          0.2089
                                           0.9052
   0.3308
             0.7069
                       0.7640
                                 0.0567
   0.8985
             0.9995
                       0.8182
                                 0.5219
                                           0.6754
   0.1182
             0.2878
                       0.1002
                                 0.3358
                                           0.4685
FRF =
         24
   17
                1
                      8
                           15
         5
                7
                     14
    23
                           16
```

	4	6	13	20	22			
	10	12	19	21	3			
	11	18	25	2	9			
FB	FB =							
	0.022	8	-0.0001	-0.	.0040	0.0173	-0.0198	
	-0.007	0	0.0323	0.	.0075	0.0011	0.0049	
	0.004	8	-0.0125	-0.	.0026	0.0097	0.0172	
	0.034	7	0.0415	0.	.0390	0.0094	0.0212	
	-0.021	6	-0.0070	-0.	.0005	-0.0151	0.0139	
ans =								
	0.022	8	-0.0001	-0.	.0040	0.0173	-0.0198	
	-0.007	0	0.0323	0.	.0075	0.0011	0.0049	
	0.004	8	-0.0125	-0.	.0026	0.0097	0.0172	
	0.034	7	0.0415	0.	.0390	0.0094	0.0212	
	-0.021	6	-0.0070	-0.	.0005	-0.0151	0.0139	

>>

Anexo XVIII "Código utilizado en Matlab para la implementación de la ecuación  $\mathbf{E}_{(s,k_{BS},k_{MS})} = \mathbf{E}_{(s,k_{BS})}^{\mathbf{BS}} \overset{T}{\otimes} \mathbf{E}_{(s,k_{BS})}^{\mathbf{MS}} + \mathbf{E}_{(s,k_{BS})}^{\mathbf{BS}} \overset{T}{\otimes} \mathbf{C}_{s}^{\mathbf{MS}} \mathbf{G}_{(s,k_{MS})}^{T} + \mathbf{C}_{s}^{\mathbf{BS}} \mathbf{G}_{(s,k_{BS})}^{T} \otimes \mathbf{E}_{(s,k_{BS})}^{\mathbf{MS}} \overset{T}{\otimes} \mathbf{E}_{(s,k_{BS})}^{\mathbf{MS}}$ 

```
function [E]= matriz_error()
EMS = rand(4)
EBS = rand(4)
G = rand(4)
CsMS = 2;
CsBS = 3;
[E] =
kron(transpose(EBS),transpose(EBS))+kron(transpose(EBS),CsMS*transpose(G))+kron(CsBS*transpose(G),transpose(EMS));
>> matriz_error()
EMS =
```

0.9121 0.5619 0.1341 0.2425

	0.1040	0.1842	0.2126	0.0538		
	0.7455	0.5972	0.8949	0.4417		
	0.7363	0.2999	0.0715	0.0133		
EBS	=					
	0.8972	0.4561	0.2973	0.5054		
	0.1967	0.1017	0.0620	0.7614		
	0.0934	0.9954	0.2982	0.6311		
	0.3074	0.3321	0.0464	0.0899		
G =						
	0.0809	0.1092	0.7463	0.6035		
	0.7772	0.8258	0.0103	0.5261		
	0.9051	0.3381	0.0484	0.7297		
	0.5338	0.2940	0.6679	0.7073		
ans	=					
С	olumns 1 th	nrough 6				
	1.1713	1.5963	1.8888	1.4122	2.3351	0.5869
	0.7413	1.6177	1.6446	0.8982	1.4427	0.7743
	1.6385	0.1258	0.5716	1.2574	0.6648	0.5120
	1.5951	1.6402	1.9827	1.3530	0.9022	0.4820
	0.7816	0.8327	1.1123	0.8681	2.3674	0.4357
	0.4915	0.8599	0.9579	0.5178	1.4605	0.6346
	0.8603	0.1073	0.4733	0.6538	0.5143	0.5351
	0.8603	0.8447	1.0980	0.6904	0.7748	0.3176
	2.3571	0.7536	2.2353	2.0573	0.0940	0.1119
	1.4585	0.9337	1.8342	0.9451	0.0593	0.1145
	0.8325	0.5006	2.1212	0.5710	0.1152	0.0117
	1.0521	0.6596	1.6106	0.4771	0.1138	0.1142
	2.1865	1.0734	2.3119	2.0279	2.2459	1.4975

	1.3580	1.2196	1.9261	1.0080	1.4003	1.6257
	1.1475	0.4267	1.8199	0.8280	1.5746	0.3985
	1.3045	1.0140	1.8563	0.7844	1.6866	1.4658
С	olumns 7 tl	nrough 12				
	2.1128	1.9872	2.5757	0.4459	2.2022	2.1276
	1.7213	0.8803	1.5886	0.6639	1.7777	0.9004
	2.1645	0.4384	0.5313	0.5850	2.4670	0.3231
	1.4411	0.3268	0.8183	0.3153	1.3946	0.1765
	2.0406	1.9638	1.9792	1.8486	2.6511	2.1154
	1.6495	0.8366	1.2411	1.9320	2.2696	1.2200
	2.2573	0.3175	1.9178	0.2980	1.3011	1.4483
	1.3069	0.1859	1.9504	1.8598	2.5289	1.5109
	0.1412	0.1081	0.4484	0.5374	0.6761	0.5171
	0.1222	0.0664	0.2828	0.5497	0.5853	0.3180
	0.0523	0.0880	0.5533	0.0556	0.2479	0.4226
	0.1434	0.0938	0.5459	0.5487	0.6877	0.4506
	2.6262	2.2089	2.6650	1.3328	2.8334	2.4794
	2.2154	1.1739	1.6556	1.5097	2.3623	1.2372
	1.7134	1.1652	1.4232	0.5176	2.2085	1.0287
	2.2889	1.1665	1.6115	1.2622	2.2862	0.9785
С	olumns 13 t	through 16				
	1.7861	0.7048	1.7790	1.6016		
	1.1070	0.8339	1.4701	0.7631		
	0.7650	0.3659	1.5545	0.5393		
	0.9146	0.6435	1.3499	0.4837		
	1.1561	0.6733	1.2897	1.1059		
	0.7195	0.7447	1.0818	0.5701		
	0.7127	0.2150	0.9205	0.5220		

ANEXOS

0.7825	0.6497	1.0838	0.5113
1.8768	0.2896	1.5821	1.5390
1.1571	0.4503	1.2741	0.6436
0.3517	0.4298	1.8116	0.2072
0.5653	0.1918	0.9820	0.0963
2.0305	0.3781	1.7530	1.6858
1.2528	0.5484	1.4174	0.7191
0.4455	0.4585	1.9344	0.2759
0.6684	0.2771	1.1251	0.1634