

**Título:** “Sistema de tareas didácticas para la modelación de problemas de la carrera de Licenciatura en Química mediante ecuaciones diferenciales”.

**Autores:**

MsC Ing. Armando Taillacq Montalvo [taillacq@uclv.edu.cu](mailto:taillacq@uclv.edu.cu)

Lic. Angela Miyar Chávez. [amiyar@uclv.edu.cu](mailto:amiyar@uclv.edu.cu)

Ing. Alejandro Pérez Taillacq [ataillacq@uclv.cu](mailto:ataillacq@uclv.cu)

Institución: Universidad Central Marta Abreu de las Villas.

**Resumen**

Los contenidos tratados en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales para los estudiantes de Licenciatura en Química proporcionan la base para la solución de problemas de temas propios de otras disciplinas de la carrera, sin embargo no se cuenta con una selección de los problemas fundamentales que debe resolver el futuro especialista y existe falta de integración de conocimientos. Es por ello que se diseñó un *sistema de tareas didácticas* para estos estudiantes en esa asignatura, el cual permitió, a través de un trabajo interdisciplinar, motivar el estudio de ese modelo matemático y determinar futuras aplicaciones en diferentes disciplinas de su plan de estudios. Este tratamiento interdisciplinar se sintetizó con la realización de una *clase seminario* al final de semestre.

El presente trabajo recoge estas experiencias a través de los resultados obtenidos en un seminario. Para la preparación del mismo, los estudiantes investigaron las aplicaciones de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de primer orden y de orden superior, así como en derivadas parciales en diferentes disciplinas de su carrera, presentando y exponiendo problemas prácticos donde son utilizados dichos modelos. Para todos los modelos se determinaron problemas, el tipo de ecuación diferencial que los representa, la solución de las mismas y la interpretación de las soluciones del modelo matemático.

**Palabras claves:** Tareas didácticas, ecuaciones diferenciales, clase seminario.

**Abstract:**

The contents covered in the course of Differential Equations for students of Degree in Chemistry provides the basis for solving problems in other disciplines of the race issues, but do not have a choice of the fundamental problems that must solve the future specialist and there is a lack of integration of knowledge. That is why a system of educational tasks for these students in that subject, which allowed, through an interdisciplinary work, motivating the study of the mathematical model and determine future applications in different disciplines of the curriculum was designed. This was synthesized interdisciplinary treatment conducting a seminar at the end of half class.

This paper presents these experiences through the results of a seminar. For the preparation of the students researched the applications of ordinary differential equations of first order and higher order partial derivatives as well as in various disciplines of his career, presenting and exhibiting practical problems where such models are used. For all models problems, the type of differential equation that represents them, solving them and the interpretation of the solutions of the mathematical model were determined.

**Keywords:** Differentials equations, didactics tasks, class seminar.

## **Introducción**

En la actualidad se requiere una educación con calidad que responda a las necesidades del hombre y de la sociedad. Por lo anterior se necesita una labor docente que determine cambios acordes con las tendencias actuales y el profesor de matemática debe propiciar, dentro del fenómeno educativo, cambios para que en unión de todos los participantes en el proceso docente educativo logren trabajar por una transformación renovadora en cuanto a objetivos, contenidos, metodología y educación en valores.

Los contenidos tratados en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales para los estudiantes de Licenciatura en Química proporcionan la base para la solución de problemas de temas propios de otras disciplinas de la carrera. El modelo matemático ecuaciones diferenciales es uno de los más utilizados para representar muchos problemas de la vida práctica: físicos, químicos, geométricos, de razones de cambio, etc.

Se diseñó un sistema de tareas didácticas en la asignatura Ecuaciones Diferenciales para los estudiantes de Licenciatura en Química. Se desarrolló un trabajo interdisciplinar para, además de motivar el estudio de ese modelo matemático, determinar futuras aplicaciones en diferentes disciplinas de su plan de estudios. Este tratamiento interdisciplinar se sintetizó con la realización de una clase seminario al final de semestre.

Este tipo de clase, poco usual en la disciplina Matemática, funcionó como un laboratorio de creación en el que los estudiantes afianzaron los conocimientos recibidos cumpliendo esa función cognoscitiva, además cumplió: la función educativa- al educar la voluntad, el colectivismo, el espíritu de crítica y autocrítica y contribuir a la formación de la concepción científica del mundo en los alumnos -y la función de control- al permitir que el profesor conozca la profundidad y sistematicidad del estudio de sus alumnos.

## **Desarrollo.**

La Matemática es, junto al método experimental, la base sobre la que se ha edificado la ciencia moderna, y en consecuencia el desarrollo tecnológico, y permean hoy en día todos los aspectos de la sociedad contemporánea, desde

la ingeniería hasta la información y la finanza, sin olvidar el movimiento de las disciplinas sociales hacia el estatus de ciencias, que en otras palabras y con las debidas salvedades, quiere decir el uso en estas disciplinas del método matemático. La disciplina Matemática contribuye al desarrollo del pensamiento lógico y algorítmico y aporta los fundamentos básicos al especialista de nivel superior, dado que consideran representaciones técnicas y científicas en términos matemáticos, con los cuales refleja los rasgos cuantitativos y cualitativos de los fenómenos que estudia (Taillacq, 2002 ).

Es por ello que el profesor de Matemática necesita realizar una labor docente que determine cambios acordes con las tendencias actuales y propiciar, en unión con todos los participantes en el proceso docente educativo, una transformación renovadora en cuanto a objetivos, contenidos, metodología y educación en valores (I., 2006, F. and G, 2006).

Abordaremos una arista de esta labor relacionada con el diseño de *tareas didácticas* para que los estudiantes desarrollen un seminario sobre ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones en la carrera de Licenciatura en Química.

La asignatura Ecuaciones diferenciales se imparte en el segundo semestre de segundo año de la carrera Licenciatura en Química, formando parte del programa de la disciplina Matemática y Computación de dicha especialidad. El colectivo de profesores ha podido detectar algunas dificultades para el desarrollo exitoso de la asignatura tales como:

- Existen pocas clases donde se plantean y resuelven problemas vinculados con la especialidad siendo la mayoría de las actividades teóricas o teórico-prácticas.
- No se cuenta con una selección de los problemas fundamentales que debe resolver el futuro especialista.
- Falta de integración de conocimientos y bajos niveles de creatividad.
- Limitaciones en el trabajo cooperativo para el beneficio de la adquisición y uso del conocimiento.
- Pobre valoración personal con respecto a los niveles de apropiación del conocimiento.
- Los estudiantes con los que se comienza a impartir la disciplina tienen desarrollados los conceptos solamente hasta el nivel reproductivo.

Estas dificultades han conllevado a un rechazo por parte de los estudiantes a las asignaturas de Matemática considerándolas poco útiles para su carrera, razón por la cual, entre otras, es que nos dedicamos a diseñar nuevas tareas didácticas para, además de motivar el estudio de los diferentes modelos matemáticos, determinar futuras aplicaciones en las demás disciplinas de su plan de estudios.

### **Tareas didácticas**

Es en la tarea escolar donde se concreta y personaliza el logro del objetivo que cada alumno debe vencer a lo largo del desarrollo de una disciplina, asignatura o tema. Así, si uno de los objetivos de la asignatura es "Modelar problemas

sencillos relacionados con la carrera por medio de ecuaciones diferenciales ordinarias o sistemas de ecuaciones y resolverlos mediante de métodos analíticos o numéricos” (Superior), entonces, el alumno tendrá que ejercitarse en esa habilidad asociada tanto al conocimiento que aprende, como aspectos que se adquieren integrados.

La *tarea escolar* constituye el *núcleo del trabajo independiente* de los estudiantes. El profesor elabora la tarea, la orienta y la controla, como medio de enseñanza, el estudiante la resuelve como medio de aprendizaje. Entendemos por *tarea escolar* una situación de aprendizaje que debe resolver el estudiante como medio para la apropiación de los contenidos y valores (García and Expósito).

Las tareas didácticas influyen en los tres procesos interrelacionados del proceso de enseñanza aprendizaje: la instrucción, el desarrollo y la educación, pues es una situación de aprendizaje para:

- Aplicar interdisciplinariamente los contenidos precedentes para aprender, aplicar y perfeccionarlos (*lo instructivo*)
- Educar cualidades volitivas de la personalidad como la firmeza, la perseverancia, el autocontrol, la independencia y la consideración de la aplicación de los contenidos para la vida (*lo educativo*).
- La influencia en el desarrollo intelectual y físico, la valoración de los resultados y su proceder en la formación del pensamiento (*lo desarrollador*) (García and Expósito).

En fin, la tarea favorece que el alumno: forme estrategias de aprendizaje, tenga una participación activa en la clase y potencializa el esfuerzo intelectual en la búsqueda y utilización del conocimiento cada vez más creciente.

Según su estructura, la tarea escolar es una situación de aprendizaje que incluye:

- Proposición o planteamiento.
- Exigencia (s).
- Requiere un proceder para resolver la (s) exigencia (s).

En la preparación de la asignatura se planificará el sistema de tareas de trabajo independiente, para lo cual se siguen los principios de:

- Incremento continuo de la complejidad de las tareas escolares.
- Incremento continuo de la actividad cognoscitiva de los estudiantes.
- Desarrollo individual en la actividad colectiva.
- Integración de lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador.

El *sistema de tareas* para un contenido determinado incluye un conjunto de tareas organizadas en orden creciente de complejidad, de forma tal que incremente la actividad cognoscitiva del estudiante con una lógica productiva propia de un aprendizaje desarrollador (Monereo, 2008). El sistema de tareas cumple con las características de los sistemas por la relación de interdependencia entre sus componentes, las tareas, porque la solución de cada tarea transcurre como

proceso, para lo cual se relaciona externamente con otros sistemas de contenidos (interdisciplinariedad) y el sistema funciona como proceso que se orienta al desarrollo del pensamiento del estudiante. El objetivo se alcanza mediante el cumplimiento del sistema de tareas (García and Expósito).

La planificación del sistema de tareas de la asignatura está en la relación: **habilidad – conocimiento – tareas**. El incremento en la complejidad de las tareas se atiende incrementando, para un mismo conocimiento, la complejidad de las habilidades que se seleccionan, también se va reduciendo la información en el texto de la tarea. El sistema de tareas de la asignatura se va conformando en la medida que se desarrolla cada unidad o tema.

Ejemplificaremos con el diseño de un sistema de tareas para que los estudiantes desarrollen, entre otras, la habilidad de modelación matemática mediante las ecuaciones diferenciales.

Tarea general a desarrollar.

**Proposición:** Determine problemas de su especialidad que puedan modelarse mediante ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, de orden superior y en derivadas parciales y presente una ponencia para un seminario.

**Exigencias:** Conocimiento de las características de esos modelos matemáticos, editores de textos, de fórmulas y de presentaciones.

**Proceder:** Búsqueda bibliográfica, identificación de los modelos, solución e interpretación, confección del informe.

**Sistema de tareas didácticas.**

CONOCIMIENTO	HABILIDADES	TAREAS
<i>Ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) de primer orden</i>	<i>Identificar.</i>	1. <i>Realice un revisión de los libros de textos de la carrera y/o internet, (TRM)</i>
		2. <i>Identifique los problemas que se puedan modelar mediante EDO (TRM)</i>
		3. <i>Identifique variables y significado químico(TP)</i>
	<i>Clasificar,</i>	4. <i>Clasifique por su orden, los que de primer orden (TRM)</i>
	Resolver	5. <i>Seleccione el método más adecuado. (TP)</i>
		6. <i>Resuelva la EDO(TR)</i>
	Interpretar.	7. <i>Interprete la solución en términos de su significado químico. (TP)</i>

Leyenda:

(TRM): Tarea reproductiva por modelos.

(TR): Tarea reproductiva.

(TP): Tarea Productiva.

También se diseñó un sistema de tareas para el seminario, que desarrollan, entre otras, las habilidades de: descripción, explicación, definición de conceptos, ejemplificación y la argumentación, mediante tareas: reproductivas, de búsqueda de contenidos y de sistematización (Márquez, 1999).

¿Y por qué se escoge una clase seminario para esta última tarea del sistema?

Aceptaremos como definición de *seminario* como: “conversaciones conducidas de una manera ordenada por el profesor, quien actúa como conductor de la actividad”, al ser el objetivo de nuestro trabajo ofrecer algunos fundamentos acerca del seminario como forma de organización docente (PA, 1999).

Este tipo de clase, nos fue factible implementarla en nuestro sistema de tareas ya que presenta ventajas como:

- Permite profundizar, consolidar y concretar la materia estudiada y a la vez plantear nuevos problemas (que sirven de inicio a otros contenidos).
- Desarrolla la habilidad de pensar por sí mismos, de autoevaluarse y evaluar a los demás, así como de analizar los datos de la ciencia y la práctica social.
- Favorece la ejecución de procesos del pensamiento como el análisis, la síntesis, la comparación y la generalización.
- Contribuye a que argumenten sus criterios con fundamento y encuentren soluciones a la problemáticas que se planteen; a formar puntos de vista y opiniones.
- Desarrolla habilidades en el manejo del libro de texto, documentos y otros materiales y los pasos de una metodología para sintetizar, extraer lo esencial y elaborar resúmenes.

Este tipo de clase, poco usual en la disciplina Matemática, funcionó como un laboratorio de creación en el que los estudiantes afianzaron los conocimientos recibidos durante la conferencia o como resultado de su trabajo individual cumpliendo esa función cognoscitiva, además cumplió: la función educativa -al educar la voluntad, el colectivismo, el espíritu de crítica y autocrítica y contribuir a la formación de la concepción científica del mundo en los alumnos- y la función de control -al permitir que el profesor conozca la profundidad y sistematicidad del estudio de sus alumnos (Rodríguez, 2002). Estas tres funciones no actúan independientemente sino por el contrario en estrecha vinculación y forman un sistema.

De la tipología de seminarios se escogió la *ponencia*: donde se realiza una exposición de un contenido previamente elaborado sobre un tema o temáticas, cuyo objetivo es exponer ante un auditorio la información recogida en las fuentes orientadas, puede ser el trabajo de un grupo de alumnos o de forma individual.

**La evaluación** se realiza sobre la base de la correspondencia de lo expuesto con los objetivos previstos, además de otros elementos importantes, por ejemplo: el informe escrito.

En todos los casos este informe debe estar estructurado de la siguiente forma:

1. Modelo matemático.
2. Planteamiento del problema.
3. Formulación matemática.
4. Solución.
5. Interpretación química.

Ilustraremos con el siguiente informe:

1. **Modelo:** EDO de primer orden
2. **Planteamiento del problema:** Las reacciones químicas que proceden de reactivos a productos a través de etapas intermedias se le denominan reacciones consecutivas. Aunque la mayoría de las reacciones proceden por etapas intermedias, el carácter de las sustancias intermedias formadas no siempre se puede establecer debido a dificultades experimentales. Se pueden manifestar muchos ejemplos de reacciones consecutivas, los tipos más sencillos responden a los esquemas cinéticos de primer orden:  $A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C$  (Martínez and Reiumont, 1986).

**3. Formulación matemática:**

$$V = k_1 * c(A)$$

$$-\frac{dc(A)}{dt} = k_1 * c(A) ; C_0(A) \text{ para } t = 0$$

**4. Solución del problema:**

Resolviendo la ecuación diferencial se obtiene para la sustancia A

$$c(A) = c_0(A) * e^{-k_1 t} \quad (1)$$

Para el intermediario B se tiene:

$$\frac{dc(B)}{dt} = k_1 * c(A) - k_2 * c(B)$$

Y resolviendo esta ecuación diferencial se obtiene que:

$$c(B) = \frac{k_1 * c_0(A)}{(k_2 - k_1)} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) \quad (2)$$

Para la sustancia C

En correspondencia con un balance de masa:

$$c(C) = c_0(A) - c(A) - c(B)$$

Sustituyendo  $c(A)$  y  $c(B)$

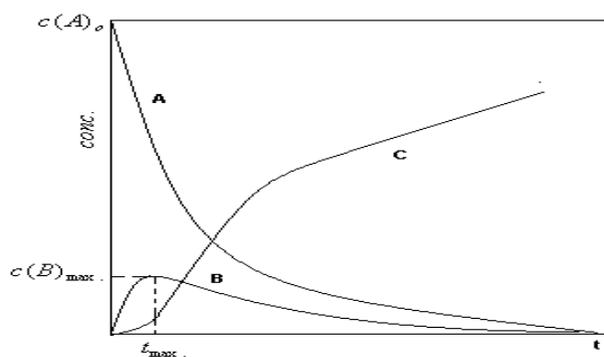
$$c(C) = c_0(A) \left[ 1 - \frac{1}{k_2 - k_1} (k_2 e^{-k_1 t} - k_1 e^{-k_2 t}) \right] \quad (3)$$

### 5. Interpretación química:

Para la confección de esta parte del informe, el estudiante tuvo que resolver tareas de un nivel mayor de complejidad.

**Tareas productivas:** donde al resolver este tipo de tarea el alumno obtiene una nueva información sobre el objeto, utilizando como instrumento para ello conocimientos y procedimientos ya adquiridos. Obtienen experiencias en la búsqueda y se apropian de elementos de creación pero no desarrollan la creatividad integralmente.

**Ejemplo:** Al explicar el comportamiento de las concentraciones de las sustancias involucradas en la reacción, descritas matemáticamente por las ecuaciones 1,2 y 3, puede hacerlo literalmente o mediante un gráfico como el siguiente:



Como se observa la concentración de A disminuye como es de esperar para una reacción de primer orden, mientras que el intermediario B alcanza una concentración máxima  $c(B)_{\max}$  correspondiendo a un tiempo  $t_{\max}$ .

**Tareas creativas:** al realizar una profunda aplicación de sus conocimientos y procedimientos en situaciones nuevas que requieren de la creatividad al desarrollar en ellas sus propios razonamientos en la elaboración del procedimiento para la acción. Puede llegar a plantear y solucionar nuevos problemas.

### Ejemplo:

Utilizando los conocimientos previos sobre cálculo diferencial, en particular, la determinación de extremos de una función real de una variable real, puede inferir otras propiedades de la concentración del reactivo B como es su valor máximo, en efecto:

A partir de la optimización de (2) se obtiene que el tiempo máximo es:  $t_{max} = \frac{\ln(k_1/k_2)}{(k_1 - k_2)}$

Como se observa de la expresión anterior el tiempo en que se alcanza la máxima concentración de B solo depende de las velocidades relativas de formación y transformación del intermediario. También puede arribar a otras conclusiones como concentración máxima, etc.

Resultados similares se alcanzaron con la tarea de modelar problemas a través de ecuaciones diferenciales de orden superior y en derivadas parciales.

### Conclusiones:

1. La exigencia planteada acerca del protagonismo del estudiante precisa de una concepción diferente en cuanto al papel a asumir por el docente en la dirección del proceso, principalmente desde la clase. Lograr una posición activa del estudiante requiere, entre otras, que éste se implique en tareas de trabajo independiente para favorecer su independencia cognoscitiva, lo cual en gran medida depende de cómo el profesor dirige su desarrollo mental y físico.
2. Al diseñar este sistema de tareas los estudiantes pudieron integrar lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador.
  - Lo instructivo: al aplicar los contenidos con carácter interdisciplinar con otras disciplinas del plan de estudios como Cinética Química, para los modelos y problemas relacionados con las ecuaciones diferenciales, la Computación en la búsqueda en internet y preparación de la exposición de la ponencia del seminario, Lengua Inglesa en la comprensión de problemas en ese idioma, entre otras.
  - Lo educativo: al educar cualidades volitivas de la personalidad como la firmeza, la perseverancia, el autocontrol, la independencia, la voluntad, el colectivismo, el espíritu de crítica y autocrítica y contribuir a la formación de la concepción científica del mundo.
  - Lo desarrollador: al desarrollar la habilidad de pensar por sí mismos, de autoevaluarse y evaluar a los demás, al favorecer la ejecución de procesos del pensamiento como el análisis, la síntesis, la comparación y la generalización, así como de analizar los datos de la ciencia.

- Permite profundizar, consolidar y concretar la materia estudiada y a la vez plantear nuevos problemas (que sirven de inicio a otros contenidos).
3. Se desarrolló una clase Seminario donde se sintetizaron los resultados alcanzados por los estudiantes una vez realizado el sistema de tareas, cumpliendo las funciones: cognitiva, educativa y de control.
  4. Como resultado de este trabajo se cuenta con un conjunto de problemas que se puedan modelar mediante ecuaciones diferenciales de primer orden, de orden superior y en derivadas parciales.

### **Bibliografía.**

CORONA, A. 1997. *Habilidades Profesionales*.

F., D.-B. & G, H. 2006. *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista.* , Editorial MacGraw – Hill.

GARCÍA, M. R. C. & EXPÓSITO, F. R. Rol del profesor y sus estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje.

I., P. J. 2006. *Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje. Las concepciones de profesores y alumnos*, Editorial Graó.

JA, R. 1988. Tecnología de la comunicación alternativa y periodismo interpretativo. La Habana, Cuba.: Editorial Pueblo y Educación.

MÁRQUEZ, A. 1999. Las Habilidades Intelectuales: Una propuesta para su evaluación.

MARTÍNEZ, R. & REIUMONT, J. 1986. *Cinética química.* , Ed. Pueblo y Educación.

MONEREO, C. Y. O. 2008. *Ser estratégico y autónomo aprendiendo. Unidades didácticas de enseñanza estratégica.* , Editorial Graó.

PA, H. H. 1999. Metodología para el trabajo en el seminario. La Habana, Cuba: Editorial Academia.

RODRÍGUEZ, J. 2002. Volver sobre el seminario. La Habana, Cuba.: Editorial Ciencias Sociales.

SUPERIOR, M. D. E. Propuesta de Programa para la disciplina Matemática en la carrera de Licenciatura en Química. Plan D. . La Habana, Cuba.

TAILLACQ, A. M. 2002 Detección de las necesidades de aprendizaje para el desarrollo de la habilidad de modelación matemática en la carrera de Ingeniería en Telecomunicaciones y Electrónica.