

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas  
Facultad de Ingeniería Eléctrica  
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



## TRABAJO DE DIPLOMA

# Estrategia de guiado para el seguimiento de caminos formados por líneas rectas y segmentos de curvas por parte de un *AUV*

Tesis presentada en opción al grado de  
Ingeniero en Automática

Autor: Dizahab Sehuveret Hernández

Tutor: Msc. Yunier Valeriano Medina  
Ing. Anailys Hernández Julián

Santa Clara

2016

“Año 58 de la Revolución”

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas  
Facultad de Ingeniería Eléctrica  
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



## TRABAJO DE DIPLOMA

# Estrategia de guiado para el seguimiento de caminos formados por líneas rectas y segmentos de curvas por parte de un *AUV*

Tesis presentada en opción al grado de  
Ingeniero en Automática

Autor: Dizahab Sehuveret Hernández  
email: dsehuveret@uclv.cu

Tutor: Msc. Yunier Valeriano Medina Prof. Asistente  
Dpto. de Automática, Facultad de Ing. Eléctrica, UCLV  
email: yunierv@uclv.edu.cu

Ing. Anailys Hernández Julián  
Dpto. de Automática, Facultad de Ing. Eléctrica, UCLV  
email: anailyshj@uclv.cu

Santa Clara

2016

“Año 58 de la Revolución”



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

---

Dizahab Sehuveret Hernández  
Autor

---

Fecha

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

---

Dizahab Sehuveret Hernández  
Autor

---

Fecha

---

Ivan Santana Ching, Dr.C  
Jefe del Departamento

---

Fecha

---

Responsable ICT o J' de Carrera, (Dr.C., M.Sc. o Ing.)  
Responsable de Información Científico-Técnica

---

Fecha

## PENSAMIENTO

*“No existe una manera fácil. No importa cuán talentoso seas, tu talento te va a fallar si no lo desarrollas. Si no estudias, si no trabajas duro, si no te dedicas a ser mejor cada día”*

*Will Smith*

## DEDICATORIA

A todos sobre cuyos hombros me he apoyado para  
llegar aquí: mi familia, mis profesores y mis  
amigos; que han hecho de esta carrera  
una *experiencia extraordinaria*

## AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios, por darme el aliento y la determinación para alcanzar mis metas.

A mi familia, en especial a mis padres, por su apoyo y sacrificio.

A mis tutores, Valerio y Ana, por retarme a ser mejor cada día.

A mis profesores, por formarme como la persona que soy hoy.

A Jose, Ale, Danelis, Leidys, Alexa, el Millo, el Charly, Rogelio, Hector, Nelson, Erick, Pablo y tantos otros amigos, por acompañarme y ser mi apoyo en estos cinco años de estudio.

Reciban un enorme agradecimiento todos aquellos que, de una forma u otra, han invertido su esfuerzo en la realización de este trabajo.

Santa Clara, Cuba, 2016

## RESUMEN

El desarrollo de los Vehículos Autónomos Subacuáticos es un tema ampliamente discutido por parte de la comunidad científica internacional. Tanto la planificación del camino a seguir como el sistema de guiado son elementos importantes para lograr un cumplimiento satisfactorio de misiones en las que no exista intervención humana sobre la embarcación. Para la generación de la ruta, se propone en este trabajo la utilización de caminos formados por segmentos rectos unidos a partir de arcos curvos, en específico arcos de circunferencias. La estrategia de control empleada se basa en la ley de guiado *LOS*, con la inclusión de una acción integral que logra contrarrestar el efecto de las corrientes marinas. El ajuste de la ganancia proporcional de este controlador se efectúa considerando la distancia *lookahead* constante. Las propiedades de Estabilidad Asintótica Global Uniforme (*UGAS*) y Estabilidad Exponencial Uniforme (*ULES*) son demostradas para el controlador propuesto. Los resultados teóricos son apoyados mediante simulaciones, que prueban la mejoría que se produce en el comportamiento del vehículo durante la transición de tramos de la ruta, así como el aumento de la rapidez de convergencia al camino.

## TABLA DE CONTENIDO

	<u>Página</u>
PENSAMIENTO . . . . .	I
DEDICATORIA . . . . .	II
AGRADECIMIENTOS . . . . .	III
RESUMEN . . . . .	IV
INTRODUCCIÓN . . . . .	1
1. ESTUDIO SOBRE LOS ALGORITMOS DE GUIADO EN VEHÍCULOS MARINOS Y SU ESTABILIDAD . . . . .	5
1.1. Introducción . . . . .	5
1.2. Vehículos autónomos subacuáticos . . . . .	5
1.3. Sistema de guiado en un <i>AUV</i> . . . . .	8
1.3.1. Planificación de camino . . . . .	9
1.3.2. Seguimiento de camino . . . . .	11
1.4. Estrategias de control aplicadas al guiado en <i>AUV</i> . . . . .	13
1.5. Estabilidad del sistema de guiado en <i>AUV</i> . . . . .	14
1.6. Características generales del <i>HRC-AUV</i> . . . . .	16
1.7. Consideraciones finales . . . . .	21
2. SEGUIMIENTO DE CAMINOS MIXTOS . . . . .	22
2.1. Introducción . . . . .	22
2.2. Modelos matemáticos . . . . .	22
2.2.1. Modelo no lineal de 6 GDL del <i>AUV</i> . . . . .	23
2.2.2. Modelo lineal para el subsistema lateral del <i>AUV</i> . . . . .	25
2.2.3. Modelo simplificado de las corrientes marinas y el oleaje . . . . .	27
2.3. Generación de caminos mixtos . . . . .	29

2.3.1.	Determinación de los tramos del camino . . . . .	30
2.3.2.	Análisis de curvatura . . . . .	33
2.4.	Algoritmo de guiado <i>LOS</i> basado en la distancia <i>lookahead</i> . . . . .	34
2.4.1.	Condición de conmutación . . . . .	38
2.5.	Estructura matemática del controlador <i>I-LOS</i> . . . . .	39
2.6.	Fundamentos matemáticos para el análisis de estabilidad del algoritmo de guiado . . . . .	42
2.7.	Consideraciones finales . . . . .	44
3.	AJUSTE Y EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL CONTROLADOR <i>I-LOS</i> . . . . .	45
3.1.	Introducción . . . . .	45
3.2.	Valores del modelo no lineal de 6 GDL para el <i>HRC-AUV</i> y su controlador de rumbo . . . . .	45
3.3.	Análisis de estabilidad para el controlador <i>I-LOS</i> propuesto para el <i>HRC-AUV</i> . . . . .	48
3.4.	Ajuste del controlador <i>I-LOS</i> para caminos mixtos . . . . .	52
3.5.	Evaluación del ajuste del controlador <i>I-LOS</i> para caminos mixtos . . . . .	52
3.6.	Valoración económica . . . . .	56
3.7.	Consideraciones finales . . . . .	57
	CONCLUSIONES . . . . .	59
	RECOMENDACIONES . . . . .	60
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .	66
A.	CÓDIGOS PARA LA GENERACIÓN DEL CAMINO MIXTO Y EL CORRESPONDIENTE CONTROLADOR <i>I-LOS</i> . . . . .	67

## INTRODUCCIÓN

El planeta Tierra muchas veces es llamado “el planeta azul”, un calificativo bien empleado cuando se considera la gran extensión de su superficie que se encuentra cubierta por agua. Los mares y océanos son desde hace mucho una enorme fuente de recursos naturales; sin embargo, en la actualidad el ser humano posee más conocimiento de lo que ocurre en las estrellas que en las profundidades del mar.

Una de las causas más importantes de esto se encuentra, históricamente, en la escasa y costosa tecnología disponible para la investigación marina. Pero el creciente desarrollo tecnológico ha propiciado sensores más precisos y reguladores de mayor potencia de cómputo y menor consumo energético, que posibilitan la implementación de sistemas de control automáticos en vehículos marinos.

Un *AUV*, o Vehículo Autónomo Subacuático, es aquel vehículo marino capaz de operar de manera independiente durante el cumplimiento de misiones, sin que medie intervención humana alguna ([Antonelli, 2008](#)). Las aplicaciones de estos vehículos actualmente son numerosas; dado que pueden ser empleados en condiciones ambientales en las que el hombre podría no sobrevivir. Pueden desarrollar tareas de reconocimiento, seguimiento y exploración, por lo que son ampliamente utilizados en arqueología marina, navegación marítima y portuaria, monitoreo y protección de las comunicaciones, transporte de energía que discurre bajo las aguas y la protección de costas, infraestructuras y ecosistemas marinos ([Cruz, 2012](#)). También es considerable su uso en proyectos militares ([AUVAC, 2016](#)).

Precisamente por tal diversidad de aplicación, universidades e instituciones científicas de todo el mundo se dan a la tarea de investigar y desarrollar nuevos prototipos de *AUV*, cada vez con más prestaciones. Como ejemplo de ello se pueden citar la Universidad de Tokio ([Kim, 2003](#)); el *Massachusetts Institute of Technology (MIT)* ([Fayyad, 2009](#)) y *Norwegian University of Science and Technology (NTNU)* ([Fossen, 2011](#); [Lekkas, 2014](#)), entre otros.

Otro ejemplo a mencionar, esta vez en el ámbito nacional, es la investigación en el *HRC-AUV*, desarrollada por el Grupo de Automatización, Robótica y Percepción (GARP) de la Universidad Central “Marta Abreu” de las Villas en colaboración con el Centro

de Investigación y Desarrollo Naval (CIDNAV); gracias a la cual se han podido implementar numerosas estrategias de control orientadas a lograr la autonomía del *AUV* y su correcto desempeño en las misiones. Este proyecto se desarrolla con fines científicos para su posterior aplicación en la exploración del ambiente marino, así como el reconocimiento de las costas cubanas (Zamora, 2011; Lemus, 2011). El proyecto integra diferentes líneas de trabajo, entre las cuales destaca el desarrollo de los sistemas de navegación, guiado y control (García-García, 2012; Valeriano-Medina, 2013a,b).

Para el *HRC-AUV*, el GARP ha trabajado extensamente en distintas propuestas de diseños relacionados con el sistema de guiado para el seguimiento de un camino prefijado. Entre esos trabajos se encuentra la implementación de un controlador llamado *I-LOS*, el cual se ha demostrado mediante simulación que logra reducir el error de seguimiento perpendicular al camino, a pesar de la influencia de las perturbaciones marinas durante las misiones de guiado (Valeriano-Medina, 2015). Esta influencia puede considerarse como el principal problema que se presenta a la hora del seguimiento de caminos, por lo que es de interés para el GARP evaluar el desempeño de este controlador.

Hasta ahora se han implementado en el *HRC-AUV* algoritmos de control para el seguimiento de caminos rectos (Hernández, 2014) y curvos (Fernández, 2015). Sin embargo, para caminos rectos se presentan inconvenientes a la hora de variar el segmento a seguir, puesto que se producen cambios bruscos de aceleración a la hora de cambiar la dirección del camino. Lo anterior puede ser evitado si se utiliza un camino cuya primera derivada sea continua en todo momento, lo cual se logra incluyendo arcos de curvas. Pero si se considera un camino completamente curvo, se necesita de una cantidad apreciable de cálculos para generarlo, lo que desemboca en un aumento de la complejidad del algoritmo y por ende el tiempo para computarlo.

Por último, es necesario tener en cuenta la convergencia del *AUV* al camino; para lo cual no solo es necesario asegurar la estabilidad del sistema de guiado; sino también la estabilidad del sistema en conjunto, incluyendo el sistema navegación y el sistema de control. Para ello es necesario considerar la dinámica compleja del vehículo y las perturbaciones.

Por todo lo anterior se plantea el siguiente **problema científico** a resolver: no se dispone de una estrategia de guiado para el *HRC-AUV* que asegure la convergencia del vehículo a un camino formado por segmentos rectos y arcos de curvas y reduzca los efectos que provocan las corrientes marinas.

La hipótesis de esta investigación se sustenta en los resultados de la revisión bibliográfica presentada en el Capítulo 1.

**Hipótesis:**

Una estrategia de guiado basada en un controlador *I-LOS* garantizaría la convergencia del *HRC-AUV* a un camino formado por segmentos rectos y arcos curvos y reduciría los efectos de las corrientes marinas durante el desarrollo de misiones de seguimiento.

Con esta investigación se pretende cumplir los siguientes objetivos:

**Objetivo general:**

Diseñar un controlador *I-LOS* para el seguimiento de caminos formados por tramos de líneas rectas y curvas por parte del *HRC-AUV*.

**Objetivos específicos:**

1. Estudiar los aspectos teóricos relacionados con la temática que se presenta en la bibliografía especializada.
2. Generar caminos formados por tramos de líneas rectas y curvas.
3. Ajustar un controlador *I-LOS* teniendo en cuenta la geometría del camino y las características del vehículo.
4. Analizar la estabilidad del controlador *I-LOS*.
5. Evaluar mediante simulación el desempeño del controlador *I-LOS* durante el seguimiento de caminos formados por tramos de líneas rectas y arcos de curvas.

Para dar cumplimiento a los objetivos se plantean las siguientes tareas de investigación:

- Búsqueda de bibliografía técnica y especializada sobre la temática.
- Estudio de la dinámica del vehículo *HRC-AUV*, de su sistema de control y de las perturbaciones marinas.
- Estudio de los métodos que se utilizan en la generación de caminos formados por tramos de líneas rectas y curvas.
- Estudio de los algoritmos de guiado utilizados comúnmente en *AUV*.
- Estudio de los métodos de estabilidad de Lyapunov.
- Estudio del controlador *I-LOS* diseñado por el GARP para el *HRC-AUV*.
- Implementación en *MATLAB* de un método que permita la generación de caminos formados por tramos de líneas rectas y curvas.
- Ajuste del controlador *I-LOS* a partir de la geometría del camino y de las características del vehículo.
- Implementación en *MATLAB/Simulink* del controlador *I-LOS* ajustado.
- Análisis de estabilidad del controlador *I-LOS*.
- Evaluación mediante simulación del desempeño del controlador *I-LOS* ajustado para el seguimiento de caminos formados por tramos de líneas rectas y curvas.
- Elaboración del informe de la investigación.

El principal aporte de esta investigación es el diseño de una estrategia de guiado para el seguimiento de caminos formados por segmentos rectos y arcos de curvas por parte del *HRC-AUV*, capaz de mejorar el desempeño del vehículo en cuanto a la convergencia del camino. Se diseña un controlador *I-LOS*, el cual incluye una acción integral para neutralizar la influencia de perturbaciones como las corrientes marinas, que desvían al *AUV* del camino a seguir. Adicionalmente se toman medidas para contrarrestar la aparición del efecto *wind-up*.

### **Contenido de la Tesis:**

El presente trabajo está dividido en tres capítulos, una descripción de los cuales se presenta a continuación:

Capítulo I: Este capítulo se dedica a abordar los conceptos principales relacionados con los *AUV*, su evolución y desarrollo. Se abordan los principales tipos de caminos, los escenarios y estrategias de control utilizados para el seguimiento de caminos en vehículos subacuáticos, así como los métodos que se emplean para analizar la estabilidad de los algoritmos de guiado. Se presenta una descripción del *HRC-AUV* que constituye el objeto de estudio de esta investigación.

Capítulo II: En este capítulo se presenta la notación y modelos matemáticos utilizados para describir la dinámica del *HRC-AUV* y las perturbaciones que generalmente le afectan. Se expresan las ecuaciones que describen la generación del camino mixto, el algoritmo de guiado y la estructura del controlador que se ajusta en la investigación.

Capítulo III: En este capítulo se detalla el procedimiento de ajuste del controlador y su análisis de estabilidad a partir de los métodos de Lyapunov. Se analizan los resultados obtenidos en la investigación mediante simulación y se presenta una valoración económica.

# CAPÍTULO 1

## ESTUDIO SOBRE LOS ALGORITMOS DE GUIADO EN VEHÍCULOS MARINOS Y SU ESTABILIDAD

### 1.1. Introducción

El presente capítulo está desarrollado en epígrafes, a través de los cuales se realiza un análisis de la literatura científica consultada acerca del tema. Primeramente, se exponen aspectos y conceptos relacionados con los vehículos autónomos subacuáticos, su evolución y utilización actual. Seguidamente se presentan los principios fundamentales referentes al sistema de guiado de los *AUV*, la generación de caminos y su seguimiento, así como la convergencia a la ruta por parte del *AUV* aún en presencia de perturbaciones marinas. También se realiza un acercamiento a investigaciones prominentes, de carácter nacional e internacional, y a las soluciones que proponen para mejorar el desempeño del vehículo en las misiones. Se ofrece una introducción a las definiciones y tópicos fundamentales referentes a la estabilidad del sistema de guiado en vehículos marinos. Para finalizar, se muestra una descripción detallada del vehículo *HRC-AUV*, su equipamiento electrónico y sensorial y los principales estudios que se han realizado alrededor de este.

### 1.2. Vehículos autónomos subacuáticos

Cuando de vehículos subacuáticos no tripulados se trata, existe gran diversidad para su clasificación; sin embargo, atendiendo a su forma de control pueden ser clasificados como Vehículos Operados Remotamente (*ROV, Remotely Operated Vehicles*) y Vehículos Autónomos Subacuáticos (*AUV, Autonomous Underwater Vehicles*). Los primeros presentan una conexión física con la estación remota, desde la que se controla su movimiento. Esto puede resultar una desventaja a medida que se requiere alcanzar una mayor profundidad en las misiones, debido a la tensión impuesta al cable de conexión (Fossen, 2011). Por su parte, los *AUV* poseen un sistema de control autónomo que

les permite manejarse independientemente, sin que medie intervención humana alguna (Antonelli, 2008). Su comunicación es realizada de manera inalámbrica, con lo cual superan las limitantes impuestas a los *ROV* (Fernandes, 2003).

Los *AUV* son vehículos de dimensiones relativamente pequeñas, que poseen la fuente de alimentación incluida dentro de sí mismos, lo que permite su autopropulsión. En general, estos vehículos son pre-programados y luego liberados cerca de las costas o en mar abierto para cumplir su misión, por lo que necesitan acceder a información relacionada con su posición instantánea y el medio que le rodea. El cuerpo de la nave puede ser de distintas formas: usualmente se encuentran cilíndricos, tipo torpedo; pero con el estudio creciente de la biofísica aplicada a la ingeniería, actualmente se pueden encontrar estructuras más complejas, simulando las halladas en el reino animal, con vistas a un mayor rendimiento con un mínimo coste energético (EPTDA & THOMAS, 2009). La mayor parte del cuerpo es ocupado por la fuente de alimentación y los sistemas de propulsión, así como los sensores e instrumentación relacionados con el control.

Existe una gran cantidad de documentación de carácter científico que recoge el desarrollo de los *AUV*. El inicio de las investigaciones relacionadas con este tipo de vehículos data de los años 60, donde se comienza la experimentación con fines académicos. Ya en la década de 1970 se incrementan las investigaciones con el fin de analizar las potencialidades inherentes a los *AUV* (Gorset, 2007). A partir de 1980 comienza una etapa de desarrollo de prototipos (Fernandes, 2003), donde el avance de la tecnología propició elementos de cómputo más livianos y con mayor capacidad de procesamiento, cuya inclusión en estos vehículos permitió la implementación de algoritmos de control más complejos. En la actualidad, es difícil encontrar una actividad en el ámbito marino en la que no se haya incursionado con *AUV*. Su extensión a aplicaciones industriales, por ejemplo, la exploración submarina para la industria petrolera, aumenta las ganancias y facilita el proceso de detección de pozos de petróleo. Su utilización en proyectos militares, así como en exploración y arqueología marina y navegación marítima y portuaria; son solo algunos ejemplos de un uso cada vez más frecuente. Es por eso que varias compañías, en coordinación con centros de investigación reconocidos a nivel mundial, ofertan comercialmente unidades de *AUV* con aplicaciones definidas y realizan investigaciones de alto perfil científico con ellos (Antonelli, 2008).

A continuación, se refieren varios ejemplos de *AUV*, mostrados en la Figura 1-1:

- *OKPO-6000*, manufacturado por *Daewoo Shipbuilding & Marine Engineering Co., Ltd.* Es el primer *AUV* coreano capaz de alcanzar una profundidad máxima de 6000 metros. En su cuerpo tipo torpedo, recoge una avanzada instrumentación para navegación, guiado y control, que incluye cámara de video, escáner sónico, sensores de

(a) *OKPO-6000*(b) *SeaWolf*(c) *AquaPenguin*(d) *ORCA-XI*

Figura 1–1: Ejemplos de AUV.

temperatura y capacitivos, así como un sistema de detección de obstáculos basado en sonares y un autopiloto para controlar los actuadores del vehículo. Sus principales misiones hasta ahora han sido desarrolladas en inspección oceanográfica, geofísica y en el campo de la minería submarina (AUVAC, 2016).

- *SeaWolf*, construido por *ATLAS MARIDAN*. Se trata de un AUV tipo torpedo de altas prestaciones. Es capaz de ejecutar distintos tipos de tareas de inspección, vigilancia y reconocimiento en condiciones de operación que incluyen marcadas perturbaciones, como son fuertes corrientes marinas. Su avanzado sistema de navegación y guiado le permite realizar operaciones como seguimiento de objetivos a una distancia constante, así como su reubicación con respecto al objetivo para una mayor recopilación de datos. Por todo esto el *SeaWolf* es utilizado en todo el mundo por guardacostas, operadores comerciales, instituciones de inmigración y agencias portuarias y medioambientales (AUVAC, 2016).

- *AquaPenguin*, manufacturado por *FESTO AG & Co. KG* en Alemania con fines investigativos. Su figura simula el cuerpo hidrodinámico de los pingüinos. La forma y el sistema de propulsión son diseñados de tal manera, que la cinemática del movimiento submarino de los pingüinos es imitada casi perfectamente, con lo que se logra un mínimo de esfuerzo en las maniobras. Gracias al rápido y preciso sistema de control implementado, *AquaPenguin* puede realizar operaciones en grupo evitando colisiones, con controles de profundidad, compensación de presión y temperatura y estabilidad posicional (EPTDA & THOMAS, 2009; FESTO, 2016).
- *ORCA-XI* es un producto desarrollado por el *Massachusetts Institute of Technology (MIT)* para la Competición Internacional de *AUV* en el año 2009. El vehículo está accionado por un par de propulsores horizontales a los lados y un par de propulsores verticales cerca de la proa y la popa. El *ORCA-XI* cuenta con dos sensores para la navegación: un sensor de presión de la serie *Honey Well-Sensotec TJE* para medir su profundidad y una brújula magnética. Incluye para el seguimiento y guiado un sistema de sonar, que determina la posición del objetivo en el espacio; y una cámara Prosilica EC750C junto a un software de reconocimiento, para examinar pistas visuales y seguir a un objetivo (Fayyad, 2009).

### 1.3. Sistema de guiado en un *AUV*

La característica más importante de un *AUV* es su autonomía a la hora de cumplir las misiones que le son asignadas. Para lograr esto, se precisa diseñar en el vehículo un Sistema de Control de Movimiento (SCM), compuesto, a su vez, por tres sistemas interactuantes (Fossen, 2011):

- Sistema de navegación.
- Sistema de guiado.
- Sistema de control.

El sistema de navegación es el encargado de determinar la posición, profundidad y distancia recorrida por el vehículo, ya sea usando *GPS*, sensores como acelerómetros y giroscopios, o una combinación de ambos. En algunos casos, la velocidad y aceleración del movimiento son determinadas también. Por su parte, el sistema de guiado debe generar un camino que el *AUV* pueda seguir, teniendo en cuenta las restricciones dinámicas del vehículo (como máxima curvatura que puede lograr y la velocidad o aceleración máxima con la que puede hacerlo), la morfología del ambiente (presencia de obstáculos) y las restricciones espaciales y temporales requeridas para la misión. Luego, en base a este camino y los datos obtenidos por el sistema de navegación, calcula la referencia que utiliza el sistema de control, el cual manipula los actuadores para posicionar la embarcación en las coordenadas deseadas. En la Figura 1-2 se muestra la interacción

entre los sistemas de navegación, guiado y control, a partir del flujo de datos existente entre ellos.

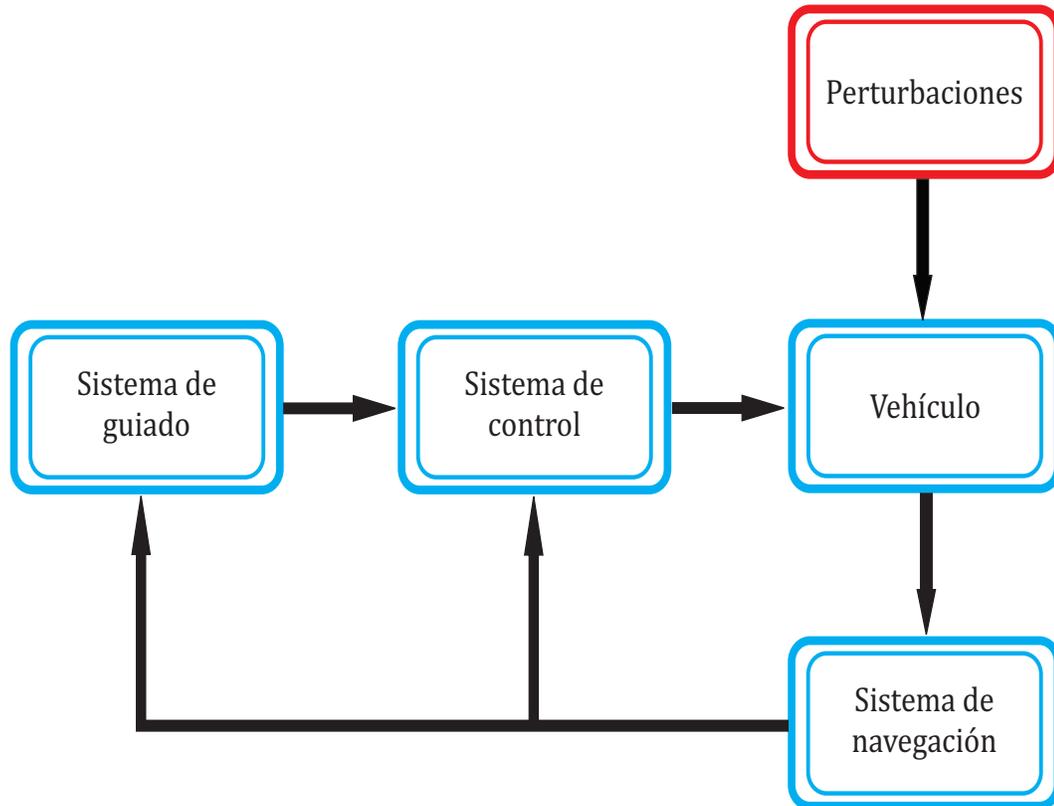


Figura 1-2: Sistema de control de movimiento.

El sistema de guiado juega un papel importante en el SCM, sobre todo cuando el *AUV* se desenvuelve en ambientes inciertos, donde es segura la presencia de perturbaciones. Es posible desglosar este sistema en dos módulos fundamentales: la planificación de camino y su seguimiento.

### 1.3.1. Planificación de camino

La planificación de caminos es el procedimiento para determinar la ruta a seguir cuando se produce el desplazamiento de una posición a otra. Este módulo es el encargado de diseñar el camino que el *AUV* tomará como referencia en su movimiento. Constituye el punto de partida del que depende todo el algoritmo de guiado que se implementa luego; si por alguna razón el camino no es correctamente diseñado, de manera que el vehículo encuentre dificultades al seguirlo, entonces se compromete el éxito de la misión a realizar. Alrededor de este tema se puede encontrar en la literatura una extensa investigación: la planificación de caminos se ha abordado desde muchos puntos de vista diferentes y aplicando disímiles métodos matemáticos para su solución. Los principales

aportes se registran en la rama de la robótica, dado el reto que supone la movilidad de robots que pueden alcanzar hasta seis grados de libertad ([Jensen, 2011](#)).

Para la generación de caminos, uno de los métodos más utilizados propone encontrar ciertos puntos en el mapa, llamados *waypoints*, por los que se conoce que el vehículo ha de pasar en aras de cumplir la misión. Una vez determinados dichos puntos, se puede construir un camino que pase por ellos, atendiendo a características deseadas, tales como su geometría ([Lekkas, 2014](#)).

La forma más simple de lograr un camino la constituye unir los *waypoints* por segmentos de líneas rectas. En este caso el ángulo tangencial al camino permanece constante. No obstante, este método presenta sus inconvenientes: a la hora de conmutar entre segmentos rectos se produce un cambio brusco de pendiente que el *AUV*, como sistema dinámico, tarda en asimilar, lo que provoca su desviación. Este problema puede ser evitado si se considera un camino cuya primera derivada sea continua en todo momento, lo cual se logra si se incluyen arcos de curvas que unan los segmentos rectos ([Fossen, 2011](#)). Esta modificación provoca que el ángulo tangente al camino sea variable en el tiempo. El principal inconveniente en este tipo de camino radica en que el *AUV* no pasa por los puntos de referencia prefijados, lo que puede ser considerado como una consecuencia indeseada en misiones que incluyan evasión de obstáculos ([Lekkas, 2013](#)).

Los caminos formados por segmentos rectos y arcos de curvas también pueden presentar inconvenientes en cuanto a la maniobrabilidad del *AUV*. Mientras que la curvatura en el segmento recto es nula, en el arco de curva puede ser, dependiendo del tipo de curva, una constante no nula (si la curva es una circunferencia) o ser descrita por una función matemática (si la curva no es una circunferencia). Debido a esto, en la concatenación entre un segmento recto y un arco de curva se produce un cambio abrupto de la aceleración lateral del vehículo, que se traduce en un desvío con respecto al camino deseado ([Fossen, 2011](#)). Este fenómeno ha sido ampliamente estudiado y se han propuesto múltiples soluciones; por ejemplo, se puede aplicar un límite superior a la derivada del camino curvo ([Boissonnat, 1994](#)), o utilizar integrales de Fresnel en el cálculo de las curvas más adecuadas para la generación del camino ([Farouki, 1990](#)).

Otra alternativa a considerar es la generación enfocada en caminos completamente curvos a partir de interpolación polinomial; que implica la estimación de una función, dados puntos del espacio que se sabe pertenecen a ella. Existen varios métodos matemáticos para lograr lo anterior; sin embargo, estos caminos por lo general son complejos de generar y requieren de una gran cantidad de cálculos para su ajuste, por lo que su utilización solo se justifica en aplicaciones imposibles de desarrollar en los otros caminos ([Jensen, 2011](#)).

### 1.3.2. Seguimiento de camino

El módulo de seguimiento es el que calcula la referencia adecuada para mantener el *AUV* en el camino, o que lo conduce a la ruta si el error de posición perpendicular al camino es diferente de cero. Constituye el sistema estratégico dentro del SCM y por lo general admite la entrada de información procedente de un ser humano o del sistema de navegación (Cruz, 2008). Existen múltiples maneras de implementar el seguimiento, atendiendo a los objetivos que se quieren alcanzar en la misión. De aquí que se identifiquen los escenarios de control de la siguiente manera (Breivik, 2008):

- *Target Tracking*: Este escenario se caracteriza por el seguimiento de un objetivo, del cual solo se conoce su movimiento instantáneo. Cuando el objetivo permanece inerte en el espacio, este escenario se reduce a la estabilización del vehículo en un punto. Resulta imposible, en estos casos, separar las restricciones temporales y espaciales relativas al objetivo.
- *Path Tracking*: Este escenario se caracteriza por el seguimiento de un objetivo que se mueve a lo largo de un camino predefinido. Para su estudio es posible separar las restricciones temporales de las espaciales. Nótese que, si no se cuenta con información futura acerca de la trayectoria del objetivo, este escenario se hace idéntico al *target tracking*.
- *Path Maneuvering*: Su objetivo de control es utilizar el conocimiento de las restricciones de maniobrabilidad del vehículo para optimizar un camino previamente definido. La optimización puede desarrollarse atendiendo a diversos criterios; por ejemplo, el gasto energético o el tiempo en el que se recorre el camino. En este escenario se priorizan las restricciones espaciales sobre las temporales.
- *Path Following*: El objetivo de control de este escenario resulta en lograr que el vehículo converja y se mantenga en un camino geométrico previamente definido. Solo involucra restricciones espaciales.

Puede encontrarse una diferencia apreciable al comparar el seguimiento de objetivo y el seguimiento de caminos: en este último se consiguen convergencias más suaves y señales de control menos propensas a la saturación (Aguilar, 2004). Según el escenario que se requiera, se pueden concretar estrategias de guiado comunes para cada uno. La terminología utilizada para su conceptualización proviene de la industria militar, sobre todo en investigaciones relacionadas con el movimiento de los misiles. Dichas estrategias son (Breivik, 2007):

- *Pure Pursuit (PP)*: Es un esquema de guiado de dos puntos (interceptor y objetivo). Supone dirigir la velocidad del interceptor hacia la línea de visión entre este y el

objetivo. Se aplica fundamentalmente en los escenarios *target tracking* y *path tracking*, principalmente en los casos en los que el objetivo permanece inerte.

- *Constant Bearing (CB)*: Es un esquema de dos puntos (interceptor y objetivo) que constituye una extensión del caso *PP*; pero en esta ocasión se dirige la velocidad relativa del interceptor con respecto al objetivo a lo largo de la línea de visión entre interceptor y objetivo. Es utilizado principalmente en escenarios de seguimiento de objetivos móviles.
- *Line of Sight (LOS)*: Es un esquema de tres puntos (referencia, interceptor y objetivo), el cual alinea la velocidad del interceptor con un vector (vector *LOS*), cuya dirección se encuentra a lo largo de una línea recta que intercepta la línea de visión entre la referencia y el objetivo. Es la estrategia más utilizada cuando se desea realizar el seguimiento de un camino previamente definido, existiendo variantes para el seguimiento de caminos rectos y curvos (Lekkas, 2014).

En la Figura 1–3 se muestra esquemáticamente las particularidades antes mencionadas de cada estrategia.

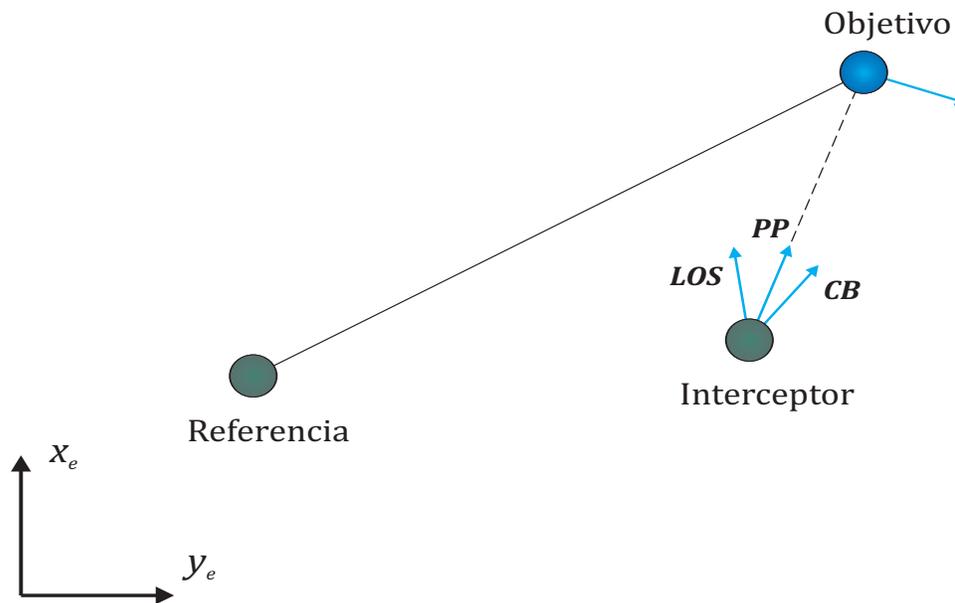


Figura 1–3: Estrategias de guiado frecuentemente empleadas.

Existen diferentes leyes de guiado que pueden aplicarse tanto a seguimiento de trayectoria, con y sin restricciones temporales, como a operaciones de maniobrabilidad. Estas leyes pueden ser de velocidad o dirección, dependiendo del objetivo de control que se persiga. En *path following* basado en *LOS* para caminos rectos, resulta ventajoso utilizar leyes de dirección que ubiquen el punto de intersección deseado entre la línea de visión referencia-objetivo y el vector *LOS*. Estas leyes de dirección pueden ser (Breivik, 2008):

- Basada en un encierro circular del camino, en la que se genera una circunferencia de radio determinado y se apunta a la intersección de esta con el camino.
- Basada en la distancia *lookahead*<sup>1</sup>, donde ha de seleccionarse de manera empírica un valor para esta distancia, en el caso de considerarse constante o si se supone variable.

Ambos métodos tienen como propósito lograr que el vehículo se dirija hacia el camino, pero el segundo requiere de menor cantidad de recursos computacionales para realizar los cálculos y, por lo tanto, es el más empleado. Cuando los caminos no son en línea recta, se utilizan distintas técnicas de parametrización de los mismos, con el propósito de continuar aplicando estas leyes (Breivik, 2008).

#### 1.4. Estrategias de control aplicadas al guiado en AUV

El proceso de guiado en un AUV genera una acción correctiva a partir del error de posición existente; pero el encargado de llevar a cabo dicha acción es el sistema de control de rumbo. Los algoritmos de posición que se implementan para el guiado suministran el valor deseado de dirección, a partir del cual el controlador de rumbo operará con el objetivo de alcanzar el camino fijado. En este sentido, para lograr un buen desempeño, es importante tener en cuenta la estrecha interacción entre estos sistemas, en la que el bloque de guiado puede ser considerado como de alto nivel de control, mientras que el bloque de rumbo, de un nivel intermedio. Por lo que resultan de interés tanto las soluciones aplicadas al control de rumbo, como las empleadas en el guiado.

Numerosas investigaciones se han llevado a cabo alrededor de este tema, con frecuencia se suele diseñar un control de rumbo coherente con la geometría del camino. Ejemplo de lo anterior es el estudio presentado en (Velasco, 2008), donde se ajusta un controlador PI-D que debe seguir una dirección específica calculada por una estrategia de guiado *LOS*. En (Park, 2004), el autor aborda el *path tracking* empleando un controlador semejante a un PD para caminos rectos, e incorpora un elemento de control adicional cuando el seguimiento se realiza para caminos curvos. Por su parte, Thor I. Fossen (Fossen, 1994, 2002) propone el uso de un controlador PI como ley de guiado para el seguimiento de caminos. Esta idea tiene como objetivo hacer cero el error perpendicular al camino, mientras que la utilización de la acción integral compensa el efecto provocado por perturbaciones medioambientales sobre el movimiento del AUV. Sin embargo, para ello asume varias consideraciones que limitan el rango de aplicación del controlador, puesto que se basa en linealizar las condiciones de operación del vehículo.

---

<sup>1</sup> Distancia desde la proyección de la posición del vehículo sobre el camino hasta el punto de intersección del vector *LOS* con el camino.

Otros autores proponen la utilización de modelos bidimensionales no lineales en el diseño de controles para el seguimiento de trayectorias formadas por segmentos rectos y circunferencias, incorporando (Encarnacao, 2000a) o no (Encarnacao, 2000b) la dinámica de profundidad del vehículo.

En otro trabajo (Breivik, 2008), los autores insisten en la implementación de un controlador PI basándose en la estrategia *LOS*, pero realizando el ajuste del mismo a partir de la ley de dirección basada en la distancia *lookahead*, siendo esta proporcional a la longitud del vehículo. Esta solución es conocida como controlador *I-LOS*.

Caharija en su tesis doctoral (Caharija, 2014) también hace uso de la estrategia de guiado *LOS* con la incorporación de un efecto integral, *I-LOS*. La acción integral logra disminuir el efecto de las corrientes marinas sobre el movimiento del vehículo, pero es necesario contrarrestar oportunamente el efecto *wind-up*<sup>2</sup>, que es provocado por la acción integral. Caharija realiza un análisis extensivo del controlador *I-LOS* empleado en vehículos marinos que ejecutan la navegación en dos y tres dimensiones.

En el trabajo de Lekkas (Lekkas, 2014), se desarrolla una investigación apuntando a dos problemáticas importantes: la planificación de caminos y el seguimiento. El autor prueba varias formas de implementar un controlador *I-LOS* para caminos curvos. Además, valida sus resultados mediante simulación, comprobando que la acción integral también disminuye el efecto de las corrientes marinas en el seguimiento de caminos curvos.

El *I-LOS* como técnica de control es relativamente novedosa, son numerosos los ejemplos de su uso en la literatura científica internacional (Borhaug, 2008; Bibuli, 2014). Como regla general en estas investigaciones se utilizan funciones de Lyapunov para demostrar la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

### 1.5. Estabilidad del sistema de guiado en *AUV*

El concepto de estabilidad determina con antelación si la salida de un sistema, ante un estímulo, alcanzará un estado de equilibrio, oscilará alrededor de este, o se alejará indefinidamente. El concepto de estabilidad se encuentra estrechamente relacionado al control, puesto que la síntesis de cualquier regulador se hace con el objetivo de lograr alguno de los comportamientos anteriores, atendiendo al cumplimiento de ciertas condiciones deseadas.

---

<sup>2</sup> Este efecto caracteriza los controladores que presentan acción integral. Sucede cuando la variable de control alcanza los límites del actuador; una vez que eso pasa, la salida del lazo de control permanece en su límite independientemente de la salida del proceso.

En el caso de los *AUV* se busca llevar al vehículo a un estado de error nulo; pero como todos los módulos que componen el SCM se relacionan entre sí, por lo general resulta complicado inferir la estabilidad del sistema. Por esta razón, es imperante estudiar, no solo la estabilidad del bloque de guiado, sino también del sistema en conjunto. Convenientemente, se puede considerar el sistema como la unión de bloques funcionales en cascada, donde la salida de un módulo alimenta a otro. Desde este punto de vista, se pueden establecer las siguientes relaciones entre los bloques que intervienen en la estabilidad (Lekkas, 2014):

- **Relación navegación-guiado:** El tiempo de convergencia del sistema de navegación debe ser tal que permita la convergencia del sistema de guiado. Si el sistema de navegación tarda mucho en dar buenas estimaciones, el sistema de guiado obtendrá información instantánea errónea acerca de la posición del vehículo y generará referencias inapropiadas.
- **Relación control-guiado:** Según las restricciones dinámicas del vehículo, el sistema de control del vehículo necesita tiempo para converger a los valores deseados y variables en el tiempo dictadas por el sistema de guiado. Si la respuesta de los controladores es muy lenta, el vehículo no alcanzará los objetivos establecidos por el sistema de guiado, el cual generará inútilmente nuevas referencias para corregir los errores resultantes.

En la Figura 1-4 se esquematizan dichas interacciones.

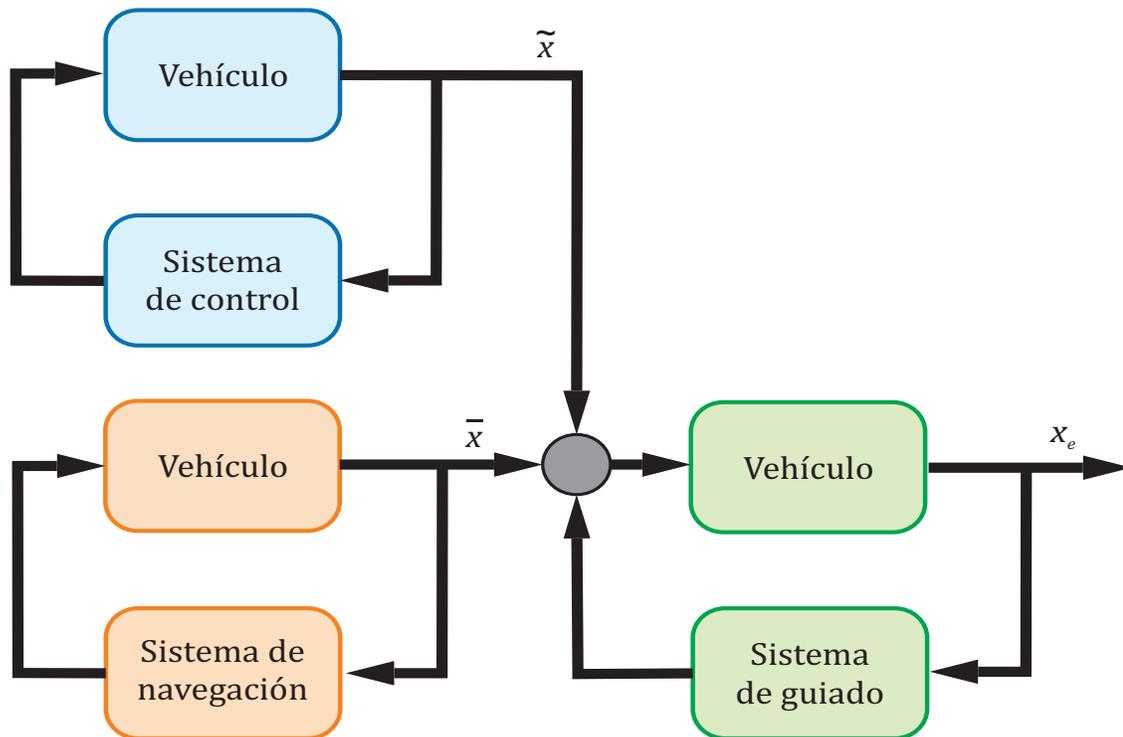


Figura 1-4: Interacciones entre los bloques del SCM.

Distintos métodos se han propuesto para analizar la estabilidad de este sistema. Borhaug (Borhaug, 2005) propone una estructura en cascada en la cual el sistema de guiado se interconecta con un controlador deslizante, para lograr la estabilidad exponencial del sistema en el seguimiento de caminos construidos por segmentos rectos en tres dimensiones. Otra propuesta, basada en *LOS*, plantea modificar la ley de dirección *lookahead*. En general, un valor pequeño de esta distancia logra la convergencia rápida al camino, al mismo tiempo que puede generar oscilaciones alrededor del camino. Por otra parte, un valor grande disminuye las oscilaciones, pero demora el proceso de convergencia. La idea de cambiar este valor según algún criterio de optimización para mejorar el comportamiento del vehículo es recogida en diversas investigaciones (Breivik, 2005; Oh, 2010; Lekkas, 2012). La inclusión de un efecto integral a la estrategia *LOS* también beneficia la convergencia al camino en presencia de perturbaciones no medibles (Borhaug, 2008). Papoulias (Papoulias, 1994) propone el uso de un esquema de control realimentado con compensación de perturbaciones para lograr una razón de giro específica, la cual es utilizada por la ley de guiado para asegurar la convergencia al camino.

Por otro lado, Jiang presenta en (Jiang, 2002) la implementación de un algoritmo de guiado que consigue la convergencia global a la trayectoria utilizando el método directo de Lyapunov. Este método es ampliamente utilizado en la literatura (Caharija, 2014; Lekkas, 2014) y resulta adecuado en la resolución del problema de estabilidad; pero dado el amplio desarrollo matemático que trae consigo, puede volverse engorroso si no se toma una apropiada función candidata de Lyapunov. En esta investigación se realiza un análisis de estabilidad para para la estrategia de guiado, basado en los métodos de Lyapunov.

### 1.6. Características generales del *HRC-AUV*

La construcción y desarrollo de un *AUV* supone una serie de desafíos que el equipo de investigación debe vencer. Los requisitos a alcanzar con el prototipo *HRC-AUV* se mencionan a continuación (Martínez, 2013):

- Diseño de un vehículo capaz de realizar amplios desplazamientos para cumplir labores de supervisión y exploración en la plataforma marina.
- Método de navegación con la menor dependencia posible de factores externos.
- El *AUV* debe ser capaz de operar en varios modos de trabajo.
- Las estrategias de control del vehículo deben estar basadas en diseños clásicos de alta fiabilidad.
- La arquitectura de hardware debe ser de bajo costo y basada en dispositivos de fácil adquisición y mantenimiento.

- El software a los distintos niveles de la arquitectura de hardware debe ponderar la funcionabilidad, con un carácter modular que permita su rápido despliegue y puesta a punto.

El diseño mecánico y la construcción naval del *HRC-AUV* es responsabilidad del Centro de Investigación y Desarrollo Naval (CIDNAV). Como resultado de su esfuerzo, fue desarrollado un vehículo cilíndrico con alto grado de simetría, cuya estructura se asemeja a la del *Hugin 4500* (Hegrenaes, 2007). El *HRC-AUV* puede realizar inmersiones de hasta 10 m de profundidad de forma segura; contando con un sistema de actuadores formado por un propulsor, un timón para las maniobras en el plano horizontal y un timón en forma de tobera circular para las maniobras en el plano vertical, todos ubicados en la parte posterior del vehículo y accionados eléctricamente (Martínez, 2010). La Tabla 1–1 muestra los datos geométricos, físicos e inerciales del vehículo.

Tabla 1–1: Datos geométricos, físicos e inerciales del *HRC-AUV*

Parámetros	Descripción	Valor
$m$	masa	4094.56 kg
$u_0$	velocidad crucero	1.9 m/s
$n$	revoluciones del propulsor	52.36 rad/s
$L$	largo	9.46 m
$R$	radio	0.4 m
$I_{xx}$	momento de inercia	450.1 kgm <sup>2</sup>
$I_{yy}$	momento de inercia	21 010.4 kgm <sup>2</sup>
$I_{zz}$	momento de inercia	20 816 kgm <sup>2</sup>
$I_{xz}$	momento de inercia	275.44 kgm <sup>2</sup>
<b>BG</b>	distancia entre el <i>CG</i> y el <i>CF</i>	[0, 0, 22 mm] <sup>T</sup>
$\delta_T$	ángulo de deflexión del timón horizontal	± 30°
$\delta_E$	ángulo de deflexión del timón vertical	± 30°

EL *HRC-AUV* presenta tres modos de operación:

- Teledirección para misiones de superficie.
- Autopiloto con lazos de control activados para seguir los valores deseados de rumbo y profundidad.
- Modo para el seguimiento de trayectorias.

En la Figura 1–5 se muestra el hardware y los elementos sensoriales instalados en el vehículo. La estructura tiene dos segmentos bien definidos: la estación a bordo del submarino y la estación remota, la cual puede estar ubicada en tierra firme o en una embarcación acompañante.

El segmento a bordo está compuesto por dos unidades de cómputo y una unidad de potencia. Las unidades de cómputo son: una computadora industrial *PC-104* y un sistema

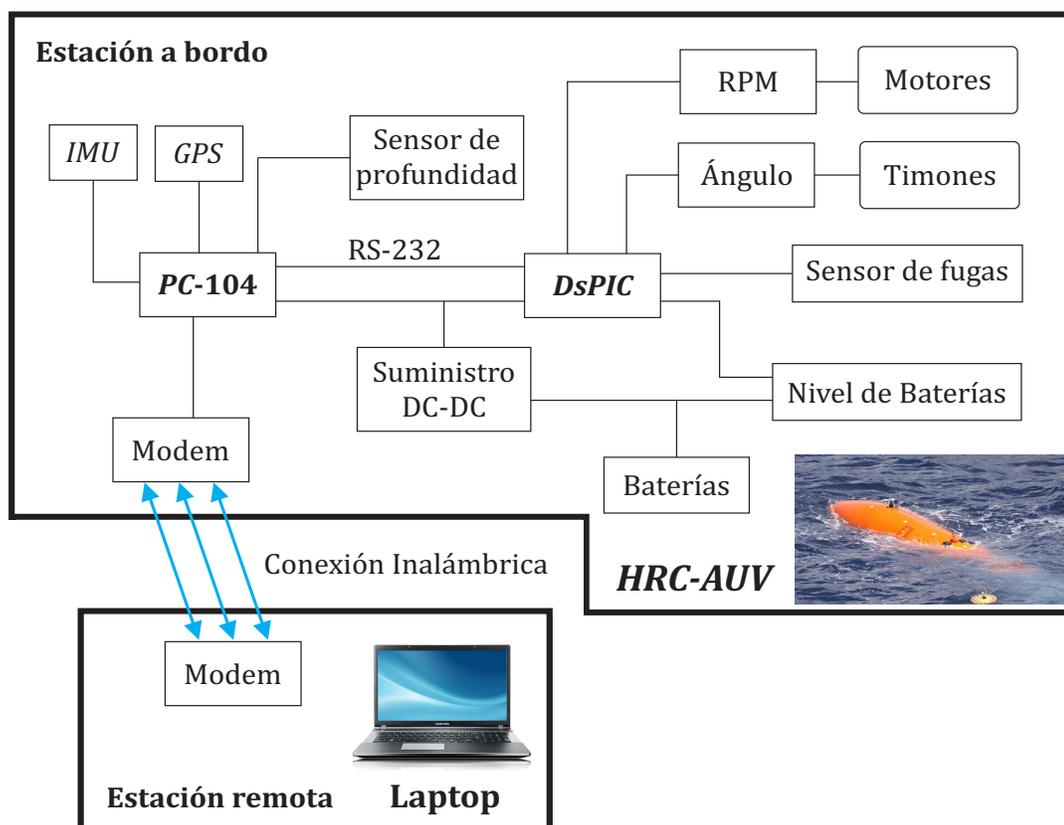


Figura 1-5: Esquema del hardware y elementos sensoriales del *HRC-AUV*.

empotrado basado en dos *DsPIC* 33FJ64 de la firma *Microchip*<sup>®</sup>. La unidad formada por *DsPIC* maneja todas las mediciones analógicas relacionadas con profundidad, ángulo de los timones, parámetros de propulsión, nivel de baterías y sensores de fuga. En ella se ejecutan los algoritmos de control de rumbo y profundidad del *AUV*. Por su parte, en la *PC-104* se ejecuta el algoritmo de navegación, es la encargada de estimar la posición y orientación del vehículo, maneja históricos y administra la comunicación con la estación remota. Por último, la unidad de potencia está compuesta por un bloque CD-CD que brinda todos los voltajes requeridos por la arquitectura de hardware del *AUV* (Martínez, 2010).

El segmento remoto consta de una laptop donde se ejecuta el sistema de supervisión y configuración del *AUV*. Para el intercambio de datos entre las estaciones durante las misiones, se utiliza un dispositivo de comunicación inalámbrica, siempre y cuando el vehículo esté navegando en la superficie.

Los sensores instalados en el *HRC-AUV* son de bajo costo y pueden ser agrupados en las siguientes categorías (Martínez, 2013):

- Unidad de Medición Inercial (*IMU*): *MTi* de la firma *Xsens*<sup>®</sup>. Esta unidad contiene arreglos 3D de acelerómetros, giróscopos y magnetómetros. Se utiliza para determinar con precisión la orientación del vehículo en tiempo real.
- *GPS*: *XL12* de la firma *Garmin*<sup>®</sup>, sensor digital. Brinda información acerca de la posición del vehículo dada en latitud, longitud y altura. Este sensor solo ofrece lecturas siempre que no se encuentre sumergido, por lo que para la etapa de pruebas se coloca en la punta de un mástil de aproximadamente tres metros de longitud agregado sobre el cuerpo del *AUV*. De esta manera puede emplearse el *GPS* durante navegación con el vehículo sumergido a profundidades de hasta dos metros.
- Sensor de profundidad: *Cerabar T PMP 131* de la firma *Endress+Hauser*<sup>®</sup>, sensor analógico. Es utilizado para determinar la profundidad a la que opera el *AUV*.
- Sensor de nivel de baterías: sensor analógico que realiza una estimación del estado de las baterías, basado en los niveles de voltaje y corriente entregados al sistema.
- Sensores de fuga: sensores digitales que se emplean con el objetivo de detectar la presencia de agua en el vehículo. Estos sensores se encuentran ubicados en el fondo del casco de proa y popa.
- ángulo de los timones: *MLO-POT-225-TLF* de la firma *FESTO*<sup>®</sup>, sensor analógico que mide la posición angular de los timones horizontal y vertical.
- Revoluciones del motor: Mediante este sensor digital se obtienen las revoluciones por unidad de tiempo (rpm) del motor.

Durante misiones que requieren un seguimiento de trayectoria, el *GPS* juega un papel importante, puesto que determina la posición del vehículo en el espacio. Dichos datos son utilizados en el algoritmo de guiado para tomar acciones de control, con vista a disminuir el error de seguimiento. Con este sensor también es posible conocer el valor de las componentes de velocidad del vehículo; sin embargo, dado que los valores de velocidad no se determinan de manera directa, estas mediciones no pueden considerarse del todo fiables. Lo anterior ha de tenerse en cuenta a la hora de seleccionar la estrategia de control de seguimiento a implementar en el *HRC-AUV*.

El software ejecutado en la estación remota se utiliza como herramienta de supervisión y configuración a distancia del *HRC-AUV*. Esta aplicación incorpora una interfaz gráfica diseñada apropiadamente para facilitar la interacción remota con el vehículo. Dicha interacción se realiza mediante enlace inalámbrico.

La arquitectura anterior respalda la realización de pruebas experimentales y el cumplimiento de misiones con el *HRC-AUV*, cuyo desempeño se ha probado con creces durante más de 80 horas en diferentes sesiones de trabajo (Martínez, 2015a).

El GARP ha realizado numerosas investigaciones con el *HRC-AUV*. En trabajos presentados se encuentra el desarrollo y obtención de un modelo no lineal de seis grados de libertad del *HRC-AUV* validado mediante pruebas experimentales (Valeriano-Medina, 2013b). A partir del cual se obtienen estructuras lineales que luego se utilizan en el diseño de controladores. Para el sistema de control del vehículo se han diseñado múltiples controladores reconocidos en la literatura internacional, y evaluados luego mediante pruebas experimentales y simulaciones con resultados satisfactorios. Como ejemplos que destacan se pueden mencionar reguladores PID para controlar el rumbo y la profundidad (Valeriano-Medina, 2013b). En otro trabajo se presenta el diseño de un controlador de rumbo basado en métodos lineales cuadráticos, cuya acción asegura que los estados referidos a la variación del ángulo de rumbo sigan un valor deseado, minimizando así el error de seguimiento (López, 2013). También puede citarse la síntesis del controlador de rumbo empleando técnicas de control deslizante, de esta forma se tienen en cuenta las no linealidades inherentes a los *AUV* (Valeriano-Medina, 2016).

Por otra parte, en el sistema de navegación se han implementado diferentes algoritmos, desde filtros paso bajo en cascada hasta observadores de estado (García, 2014); lo que le brinda al vehículo actualmente dos variantes de filtrados para las olas, tanto en el control de dirección, como en el de profundidad. También se han desarrollado investigaciones que proponen una estrategia de navegación inercial asistida por modelo (*MA-INS*), basada en la fiabilidad del modelo dinámico de tres grados de libertad del *HRC-AUV*. Este trabajo enfatiza la estructura, parametrización y evaluación del modelo, proporcionando un método para determinar la varianza global del mismo (Martínez, 2015b).

En cuanto a su sistema de guiado, se han desarrollado múltiples variantes de la estrategia *LOS*, para *path following*. Inicialmente se realiza un seguimiento de puntos, los cuales son previamente añadidos al sistema de cómputo del *AUV* (Rodríguez, 2011). Esta solución fue comprobada mediante simulación y en pruebas reales con el vehículo (Valeriano-Medina, 2013b). En los resultados alcanzados por este estudio se observa el efecto adverso de las corrientes marinas en el desempeño del vehículo, sin poder asegurar un error perpendicular al camino nulo. En trabajos posteriores se sigue utilizando la estrategia *LOS*, pero usando la distancia *lookahead* como ley de dirección (Lemus, 2011; Zamora, 2011) y se incluye una acción integral al controlador para minimizar las desviaciones provocadas por las corrientes marinas (*I-LOS*). Estas investigaciones se han llevado a cabo para caminos rectos (Hernández, 2014) y para caminos completamente curvos (Fernández, 2015). Estos últimos generados por interpolación *spline*; la cual consiste en hallar una curva diferenciable definida a intervalos por polinomios de

bajo orden, lo cual evita oscilaciones indeseables en el camino generado. En las referencias también se exhibe una tendencia positiva en cuanto a resultados de simulación e implementación. La estabilidad de los algoritmos de guiados propuestos no ha sido evaluada hasta el momento. Por lo cual resulta ventajoso continuar realizando investigaciones respecto a esta temática, extendiendo el estudio a caminos mixtos con el fin de alcanzar cada vez mejores resultados.

### 1.7. Consideraciones finales

En lo referente a la temática de vehículos subacuáticos, la implementación de sistemas automatizados constituye un tema interesante y actual, además de presentar numerosos desafíos. Específicamente, el control en el sistema de guiado ha planteado interrogantes que requieren de soluciones complejas, si se atiende a aspectos como el tipo de camino a seguir y el efecto adverso de las perturbaciones marinas en el desempeño del *AUV*.

La estrategia de guiado *LOS* basada en la distancia *lookahead* ha arrojado buenos resultados en investigaciones nacionales e internacionales, lo que lo hace la elección por excelencia para futuras investigaciones en el *HRC-AUV*.

Por otra parte, la bibliografía internacional hace un amplio uso de caminos mixtos, formados por segmentos de líneas rectas y arcos curvos, para suavizar la respuesta del sistema sin agregar costos considerables sobre los elementos de cómputo del *AUV*. Pero en el *GARP* el uso de este tipo de camino está prácticamente inexplorado.

Por todo lo anterior, resulta factible evaluar la síntesis y ajuste de un controlador *I-LOS* en el *HRC-AUV* para caminos mixtos, basado en la ley de dirección de la distancia *lookahead*. El objetivo del diseño sería lograr un satisfactorio seguimiento del camino y a la vez una convergencia suave y rápida al mismo. Además, se plantea como necesidad, realizar el análisis de estabilidad de dicho controlador, utilizando los métodos de Lyapunov.

# CAPÍTULO 2

## SEGUIMIENTO DE CAMINOS MIXTOS

### 2.1. Introducción

En este capítulo se presenta el modelo matemático no lineal de seis grados de libertad que describe la dinámica del vehículo *HRC-AUV*, así como una representación lineal de su subsistema lateral y los modelos para el oleaje y las corrientes marinas. Se definen los sistemas de coordenadas y nomenclatura utilizada. Luego se expone la base matemática para la generación de caminos mixtos; en específico, caminos formados por segmentos rectos y arcos de circunferencias. Se muestran los pasos a seguir para la determinación de los parámetros de la ruta y se analizan las ventajas y desventajas de utilizar este tipo de camino. Seguidamente se presentan las magnitudes y ecuaciones en las que se fundamenta el algoritmo de guiado *LOS* basado en la distancia *lookahead*, aplicado al seguimiento de la ruta deseada. El capítulo finaliza con la estructura matemática del controlador a utilizar en el sistema de guiado del *HRC-AUV* y las bases para analizar su estabilidad.

### 2.2. Modelos matemáticos

El estado mecánico de un cuerpo, ya sea estático o dinámico, puede ser representado a partir de su modelo matemático. Este permite conocer con cierto grado de exactitud cómo responde el cuerpo frente a incidencias de carácter mecánico provenientes de su medio ambiente. El régimen estático es aquel en el cual todas las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo se encuentran en equilibrio, resultando en un estado de reposo o de Movimiento Rectilíneo Uniforme. Por su parte, el régimen dinámico abarca la aplicación de fuerzas no compensadas, que producen un movimiento acelerado. Las leyes de la Física que se utilizan en aras de cuantificar dichos fenómenos fueron teorizadas por Isaac Newton en el siglo XVII.

Para modelar matemáticamente el movimiento de un *AUV*, considerándolo como un cuerpo rígido, es necesario incluir al análisis los seis grados de libertad (6 GDL) que este presenta, y que abarcan todos los movimientos de traslación y rotación que puede realizar el vehículo.

### 2.2.1. Modelo no lineal de 6 GDL del AUV

El movimiento de un vehículo marino puede ser descrito a través de dos sistemas de coordenadas, Figura 2–1. El primero de ellos es un sistema de coordenadas móvil, convenientemente ubicado sobre el vehículo, cuyos ejes coinciden con los ejes de inercia:

- $x_b$ – Eje longitudinal, situado de popa hacia proa.
- $y_b$ – Eje transversal, situado de estribor hacia babor.
- $z_b$ – Eje perpendicular, situado de arriba hacia abajo.

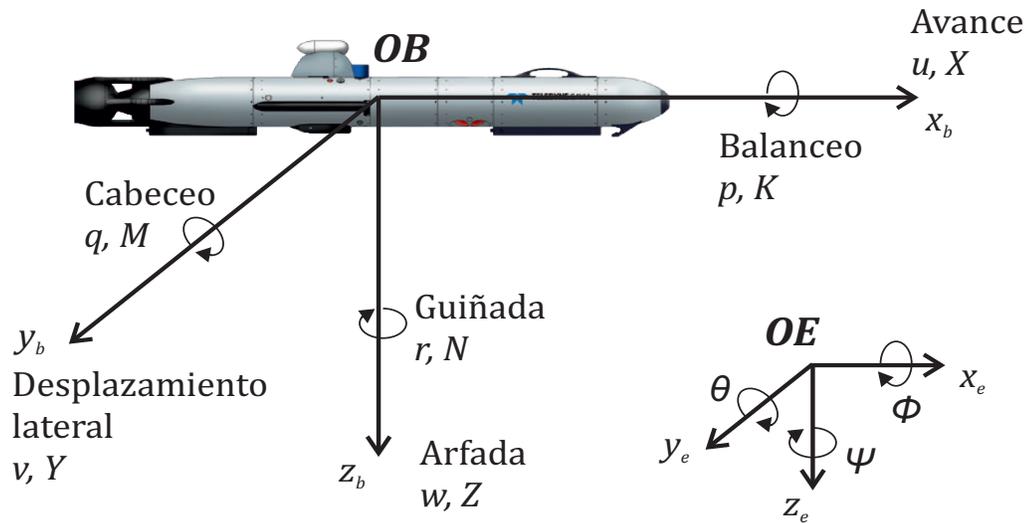


Figura 2–1: Sistemas de coordenadas con la definición de ángulos y velocidades.

El origen del sistema de coordenadas del submarino ( $OB$ ) puede estar situado en su centro de gravedad ( $CG$ ) o en su centro de flotabilidad ( $CB$ ), aprovechando la alta simetría que tiene el vehículo. En el caso del *HRC-AUV*, se utiliza la segunda opción.

Puesto que las aceleraciones a las que es sometido un punto sobre la superficie de la Tierra, producto al movimiento terrestre, son despreciables con respecto a las aceleraciones a las que es sometido un *AUV* de baja velocidad (Fossen, 1994), es posible definir un segundo sistema de referencia, esta vez inercial, cuyo origen ( $OE$ ) se sitúa en dicho punto.

Las maniobras de las embarcaciones marinas abarcan los 6 GDL que estos poseen (Fossen, 2011), lo que significa que se necesitan seis coordenadas independientes para determinar la posición y orientación del vehículo. Las primeras tres coordenadas y sus derivadas en el tiempo describen la posición y el movimiento lineal del vehículo, mientras que las tres coordenadas restantes, se utilizan en la representación de la orientación y el movimiento angular. La Tabla 2–1 expone con más detalle la nomenclatura empleada

para la descripción del movimiento de submarinos (SNAME, 1950). De esta manera, la posición y orientación del vehículo deben ser descritas respecto a  $OE$ , mientras que las velocidades lineales y angulares deben ser descritas referidas a  $OB$ .

Tabla 2–1: Notación utilizada para  $AUV$ .

Traslación	Fuerza	Velocidad lineal	Posición
Avance	$X$	$u$	$x$
Desplazamiento lateral	$Y$	$v$	$y$
Arfada	$Z$	$w$	$z$
Rotación	Momento	Velocidad angular	Ángulo
Balanceo	$K$	$p$	$\phi$
Cabeceo	$M$	$q$	$\theta$
Guiñada	$N$	$r$	$\psi$

El movimiento general de un submarino puede ser descrito a partir de los siguientes vectores (SNAME, 1950):

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \end{bmatrix} \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_1 &= [x, y, z]^T \\ \boldsymbol{\eta}_2 &= [\phi, \theta, \psi]^T \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_1 \\ \boldsymbol{\nu}_2 \end{bmatrix} \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} \boldsymbol{\nu}_1 &= [u, v, w]^T \\ \boldsymbol{\nu}_2 &= [p, q, r]^T \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 \\ \boldsymbol{\tau}_2 \end{bmatrix} \quad \text{donde} \quad \begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_1 &= [X, Y, Z]^T \\ \boldsymbol{\tau}_2 &= [K, M, N]^T \end{aligned} \quad (2.3)$$

En las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.3 se denota por  $\boldsymbol{\eta}$  el vector de posición y orientación con coordenadas referidas a  $OE$ ,  $\boldsymbol{\nu}$  representa el vector de velocidades lineales y angulares descritos con respecto a  $OB$ , y  $\boldsymbol{\tau}$  representa el vector formado por las fuerzas y momentos que actúan sobre el vehículo respecto a  $OB$ . Las ecuaciones cinemáticas se pueden representar de forma matricial, si se utilizan las transformaciones de ángulos de Euler (Fossen, 2006):

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\nu} \quad (2.4)$$

$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})$  es la matriz de transformación de un sistema coordinado a otro y, en este caso, queda definida como:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix}$$

donde:

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) & c(\psi)s(\theta)s(\phi) - s(\psi)c(\phi) & s(\psi)s(\phi) + c(\psi)c(\phi)s(\theta) \\ s(\psi)c(\theta) & c(\psi)c(\phi) + s(\phi)s(\theta)s(\psi) & s(\theta)s(\psi)c(\phi) - c(\psi)s(\phi) \\ -s(\theta) & c(\theta)s(\phi) & c(\theta)c(\phi) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} 1 & t(\theta)s(\phi) & t(\theta)c(\phi) \\ 0 & c(\phi) & -s(\phi) \\ 0 & \frac{s(\phi)}{c(\theta)} & \frac{c(\phi)}{c(\theta)} \end{bmatrix}$$

Nótese que,  $c(*) = \cos(*)$ ,  $s(*) = \sin(*)$  y  $t(*) = \tan(*)$ .

El comportamiento dinámico de un *AUV* puede describirse utilizando las Leyes de la Mecánica de Newton. A partir de las cuales puede obtenerse la ecuación 2.5

$$\underbrace{\mathbf{M}_{RB}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})\mathbf{v}}_{\text{términos del cuerpo rígido}} + \underbrace{\mathbf{M}_A\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_A(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v}}_{\text{términos hidrodinámicos}} + \underbrace{\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})}_{\text{términos hidrostáticos}} = \boldsymbol{\tau} \quad (2.5)$$

En esta ecuación  $\mathbf{M}_{RB}$  designa la matriz de masa del cuerpo rígido,  $\mathbf{C}_{RB}$  es la matriz de Coriolis del cuerpo rígido, y  $\boldsymbol{\tau}$  es el vector de fuerzas de control (Fossen, 2006).

La ecuación 2.5 puede replantearse de forma más abreviada como:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.6)$$

donde  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A$  es la matriz de inercia incluyendo las masas añadidas,  $\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) + \mathbf{C}_A(\mathbf{v})$  es la matriz que agrupa términos de Coriolis del cuerpo rígido y de las masas añadidas,  $\mathbf{D}(\mathbf{v})$  incluye términos de amortiguamiento,  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  es el vector de fuerzas gravitacionales y de flotabilidad y por último,  $\boldsymbol{\tau} = [\tau_X \ \tau_Y \ \tau_Z \ \tau_K \ \tau_M \ \tau_N]^T$  es un vector que agrupa las fuerzas y los momentos provocados por las entradas de control (Fossen, 2011). Los valores de estas matrices han sido determinados para el *HRC-AUV* con anterioridad (Valeriano-Medina, 2013a).

### 2.2.2. Modelo lineal para el subsistema lateral del *AUV*

El modelo anterior es una herramienta eficaz a la hora de comprobar el desempeño del *AUV* mediante simulación, sin embargo, resulta muy complejo de utilizar para la síntesis de controladores lineales. Con vistas a esto es necesario contar con modelos más simplificados. Una solución consiste en separar el sistema general en tres subsistemas con muy poca interacción entre ellos:

- Subsistema lateral, utilizado para las maniobras de dirección del vehículo. Tiene asociadas como variables de estado a:  $v$ ,  $r$  y  $\psi$ .
- Subsistema longitudinal, empleado para las maniobras de inmersión-emersión del vehículo. Tiene asociadas como variables de estado a:  $w$ ,  $q$ ,  $\theta$  y  $z$ .
- Subsistema horizontal, utilizado para el diseño del sistema de navegación. Tiene asociadas como variables de estado a:  $u$ ,  $v$  y  $r$ .

Este tipo de descomposición es ampliamente utilizada en la literatura ([Jalving, 1995](#); [Isiyel, 2003](#)). Para esta investigación es de interés el subsistema lateral, puesto que es el utilizado para el diseño del controlador de rumbo, el cual recibe las referencias provenientes del sistema de guiado. El modelo lineal en espacio-estado que representa la dinámica del subsistema lateral está dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_v}{m - Y_{\dot{v}}} & -\frac{mu_0}{m - Y_{\dot{v}}} & 0 \\ 0 & \frac{N_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{b_2}{m - Y_{\dot{v}}} \\ \frac{b_5}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_T \quad (2.7)$$

donde  $Y_{\dot{v}}$  y  $N_{\dot{r}}$  se refieren a la fuerza y el momento relacionados con las masas añadidas,  $Y_v$  y  $N_r$  son la fuerza y el momento proporcionados por el amortiguamiento y  $b_2$  y  $b_5$  determinan la fuerza y el momento que provocan las entradas de control. El sentido físico de los términos  $Y_v$  y  $N_r$  es oponerse al movimiento del vehículo, por lo que poseen signo negativo.

El procedimiento para la linealización del modelo en este subsistema está descrito en varias investigaciones ([Valeriano-Medina, 2013a,b](#)). De este modelo es posible obtener la función transferencial entre el ángulo de guiñada del vehículo y el ángulo de deflexión del timón horizontal. Esta representación es conocida como modelo de Nomoto:

$$\frac{\psi(s)}{\delta_T(s)} = \frac{b_5}{(I_{zz} - N_{\dot{r}})s^2 - N_r s} \quad (2.8)$$

La utilización de la ecuación [2.8](#) para el diseño de controladores de rumbo se avala ampliamente en la bibliografía ([Jalving, 1995](#); [Fossen, 2011](#)). Para el caso del *HRC-AUV* los valores numéricos de dicha ecuación han sido estimados mediante identificación experimental ([Valeriano-Medina, 2013b](#)).

### 2.2.3. Modelo simplificado de las corrientes marinas y el oleaje

Las principales perturbaciones a tener en cuenta para los *AUV* son el oleaje y las corrientes marinas. Si se consideran sus efectos en el movimiento del vehículo, la ecuación 2.6 puede ser reformulada como:

$$M\dot{\mathbf{v}}_{\mathbf{r}} + \mathbf{C}(\mathbf{v}_{\mathbf{r}})\mathbf{v}_{\mathbf{r}} + \mathbf{D}(\mathbf{v}_{\mathbf{r}})\mathbf{v}_{\mathbf{r}} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_{\text{olas}} + \boldsymbol{\tau} \quad (2.9)$$

donde las fuerzas y momentos provocados por el oleaje sobre el vehículo están contenidos en el vector  $\boldsymbol{\tau}_{\text{olas}} = [X_{\text{olas}} \ Y_{\text{olas}} \ N_{\text{olas}}]^T$  y  $\mathbf{v}_{\mathbf{r}}$  se refiere a la velocidad relativa a las corrientes.

Investigaciones han demostrado que si el vehículo opera a mayores profundidades el efecto del oleaje disminuye (Kent Hagen, 2008). Sin embargo, el *HRC-AUV* está diseñado para navegar a bajas profundidades y lo hace en la mayoría de los casos bien próximo a la superficie. Esto hace que el oleaje tenga que ser considerado como una perturbación importante y su efecto se incluya como parte del modelo. Para representar matemáticamente el comportamiento de las olas en un área geográfica específica, es necesario seleccionar un espectro de ondas (Ochi, 1998). Desde el punto de vista del control automático, resulta conveniente tener una aproximación lineal del espectro del oleaje. Con respecto a esto, es posible obtener una función transferencial de segundo orden como modelo de las olas para el caso del espectro *JONSWAP* (Fossen, 1994):

$$y(s) = \frac{2\zeta\omega_0\mu s}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} w_H(s) \quad (2.10)$$

donde  $y_h(s)$  simboliza la salida del modelo de las olas,  $w_H(s)$  se representa mediante un ruido blanco y  $\omega_0$  alude a la frecuencia fundamental del oleaje, que depende del espectro seleccionado. Por su parte,  $\mu$  representa una constante que describe la intensidad de las olas y  $\zeta$  es el coeficiente de amortiguamiento, seleccionado generalmente con un valor de 0.1. Partiendo de la ecuación 2.10 se puede obtener un modelo lineal en el espacio-estado, altamente aplicable al diseño de sistemas de control debido a su simplicidad:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{h1} \\ \dot{x}_{h2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\zeta\omega_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{h1} \\ x_{h2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2\zeta\omega_0\mu \end{bmatrix} \omega_h \\ y_h &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{h1} \\ x_{h2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Por su parte, el efecto de las corrientes marinas se tiene en cuenta con la sustitución en la ecuación 2.6 de la velocidad del vehículo por  $\mathbf{v}_r$ . Este término, que representa la velocidad relativa del vehículo con respecto a las corrientes, queda definido como:

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{V}_c \quad (2.12)$$

donde  $\mathbf{v}$  es el vector velocidad de la embarcación, que se define en la ecuación 2.2, y  $\mathbf{V}_c = [u_c \ v_c \ w_c \ 0 \ 0 \ 0]^T$  es el vector que representa la velocidad de las corrientes marinas referidas a  $OB$ , considerando que estas no generan movimientos rotacionales en el  $AUV$ . Como las operaciones de seguimiento de trayectorias de interés para esta investigación se realizan en la superficie, resulta conveniente tomar en consideración solamente las componentes  $u_c$  y  $v_c$  del vector  $\mathbf{V}_c$ . Se obtiene así un modelo bidimensional de las corrientes marinas.

Las componentes mencionadas anteriormente, referidas al sistema inercial, pueden ser calculadas a partir del módulo de la velocidad de las corrientes ( $V_c$ ) y el ángulo de dirección que poseen ( $\beta_c$ ):

$$u_c^E = V_c \cos \beta_c \quad v_c^E = V_c \sin \beta_c \quad (2.13)$$

Para obtener las componentes referidas a  $OB$  es necesario aplicar las transformaciones de coordenadas en función de los ángulos de Euler (Fossen, 2011). Asumiendo que  $\phi$  y  $\theta$  son iguales a cero, esta transformación queda:

$$\begin{bmatrix} u_c \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c^E \\ v_c^E \end{bmatrix}$$

De las cual, aplicando identidades trigonométricas, es posible desarrollar las siguientes ecuaciones:

$$u_c = V_c \cos (\beta_c - \psi) \quad (2.14)$$

$$v_c = V_c \sin (\beta_c - \psi) \quad (2.15)$$

De esta forma se logra que tanto el efecto de las olas como el de las corrientes marinas queden incorporados al modelo matemático, representando de una manera más precisa las condiciones en que debe operar el vehículo. El efecto de las corrientes marinas debe ser corregido por el sistema de guiado, lo cual será abordado más adelante. Por su parte, para contrarrestar la influencia del oleaje se emplean algoritmos de filtrado que

han sido estudiados anteriormente (García-García, 2012) y que no constituyen objeto de atención de este trabajo.

### 2.3. Generación de caminos mixtos

La implementación de un camino formado por líneas rectas y arcos de curvas puede resultar beneficiosa para mejorar el desempeño del vehículo en la misión; puesto que contribuye a una convergencia más suave del vehículo al camino, una vez que se cambia de tramo. El diseño del camino mixto deseado se puede realizar utilizando cualquier curva; pero en la práctica, resulta común representarlo utilizando arcos de circunferencias para unir los segmentos rectos, Figura 2–2. Lo anterior se debe a que un arco de circunferencia es relativamente sencillo de generar, en comparación con otras curvas a considerar para incluir en el camino. Además, su uso se justifica debido al relevante resultado presentado por Dubins (Dubins, 1957), el cual se resume a continuación:

*“El camino más corto (en términos de tiempo mínimo) entre dos configuraciones  $(x, y, \psi)$  de un vehículo que se mueve a velocidad constante  $U$ , es el camino formado por segmentos de líneas rectas y arcos de circunferencias”.*

En el enunciado anterior,  $(x, y, \psi)$  representan las coordenadas cartesianas del vehículo y el ángulo de rumbo que define su dirección.

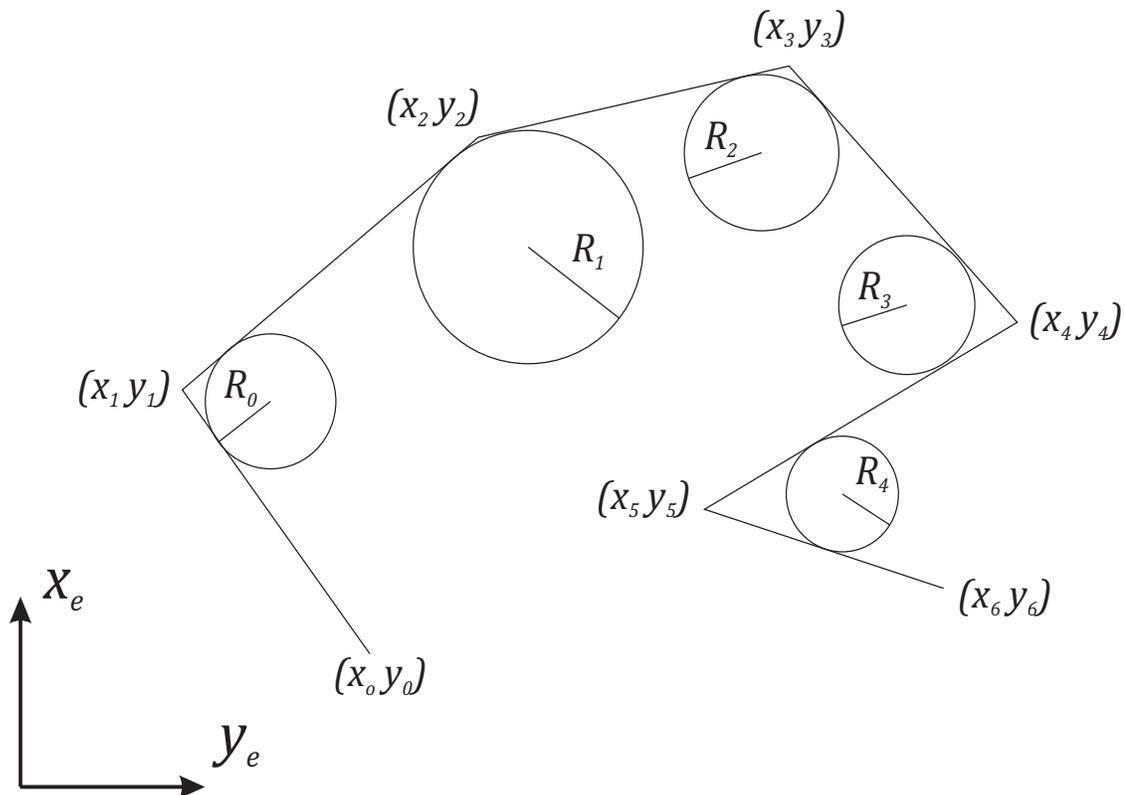


Figura 2–2: Ejemplo de camino formado por líneas rectas y arcos de circunferencias.

Múltiples autores han utilizado en sus investigaciones los caminos de Dubins, o alguna modificación de estos. La generación de caminos de Dubins incluyendo la evasión de obstáculos se discute en (Tsourdos, 2010). La extensión de estos principios incluyendo el establecimiento de la razón de giro y de los límites de aceleración se plasman en (Kostov, 1993; Scheuer, 1998). La generación del camino para el caso de la existencia de corrientes marinas uniformes se discute por (McGee, 2006; Techy, 2009, 2010). En caso de que el vehículo presente velocidad variable, la generación se resume a la solución de un problema de optimización, incluyendo la dinámica que presenta el vehículo.

### 2.3.1. Determinación de los tramos del camino

Para generar el camino deseado, es necesario encontrar los parámetros matemáticos que establecen cada tramo, ya sea recto o curvo. Con los cuales se puede calcular cualquier punto perteneciente al camino, en aras de que el AUV pueda realizar el seguimiento.

La determinación de las líneas rectas se realiza a partir de la unión de los *waypoints* previamente definidos. Estos puntos se especifican en coordenadas cartesianas  $(x_k, y_k)$  para  $k = 1, 2, \dots, n$ . El parámetro que caracteriza este tipo de tramo es su ángulo de inclinación con respecto al eje  $x$  del sistema de referencia inercial  $(\alpha_k)$ . La tangente del ángulo mencionado constituye la pendiente del segmento y se calcula según la ecuación 2.16.

$$\alpha_k = \arctan \left( \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} \right) \quad (2.16)$$

La determinación de los arcos de circunferencias se realiza de la siguiente manera. En la Figura 2-3 se muestra parte de un camino formado por segmentos rectos y arcos de circunferencias. Se pueden observar tres puntos:  $\mathbf{P}_k = [x_k \ y_k]^T \in \mathbb{R}^2$ ,  $\mathbf{P}_{k+1} = [x_{k+1} \ y_{k+1}]^T \in \mathbb{R}^2$  y  $\mathbf{P}_{k+2} = [x_{k+2} \ y_{k+2}]^T \in \mathbb{R}^2$ . A partir de estos se conforma el camino; de manera que el vehículo ha de moverse de  $P_k$  hacia  $P_{k+1}$  y, luego de vencido ese tramo, hacia  $P_{k+2}$ . Los puntos de conmutación entre los segmentos rectos y el arco de circunferencia se denotan por  $\mathbf{P}_i = [x_i \ y_i]^T \in \mathbb{R}^2$  y  $\mathbf{P}_{i+1} = [x_{i+1} \ y_{i+1}]^T \in \mathbb{R}^2$ .

Es posible determinar los parámetros de la circunferencia, estableciendo un método que cumpla las siguientes pautas (Fossen, 2011):

- El centro de la circunferencia pertenece a la bisectriz del ángulo que se forma en la intersección de los dos segmentos rectos.
- La distancia entre los puntos de conmutación y el *waypoint* más cercano a estos es un parámetro fijo y se denota por  $R_1$ .

El centro de la circunferencia  $\mathbf{C} = [x_c \ y_c]^T$  a generar se puede encontrar como sigue:

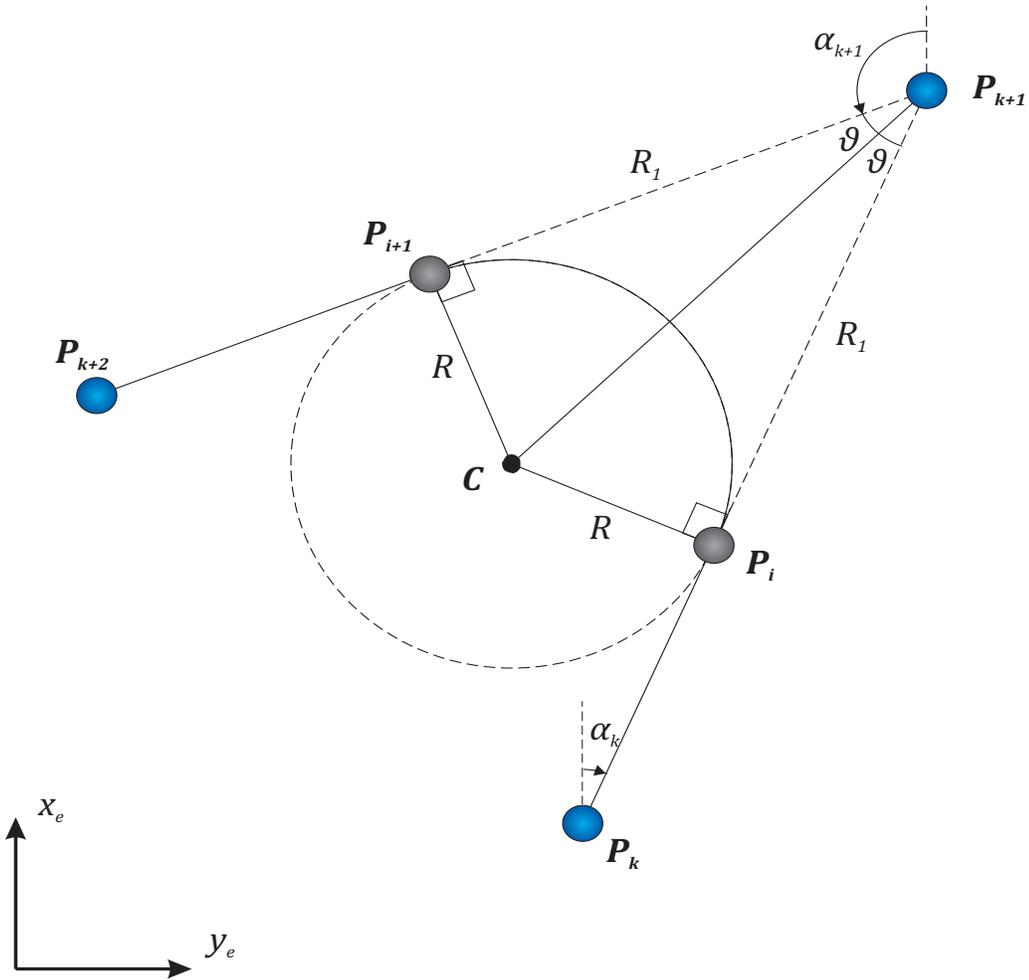


Figura 2-3: Generación del camino mixto.

Sean  $m_k$  y  $m_{k+1}$  las pendientes de los segmentos rectos que se representan en la Figura 2-3, las cuales se calculan según las ecuaciones 2.17 y 2.18:

$$m_k = \tan \alpha_k = \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} \quad (2.17)$$

$$m_{k+1} = \tan \alpha_{k+1} = \frac{y_{k+2} - y_{k+1}}{x_{k+2} - x_{k+1}} \quad (2.18)$$

Cumpliendo la segunda pauta que se presenta en el método, las coordenadas de los puntos de conmutación están dadas por:

$$\begin{aligned}
P_i & \begin{cases} x_i = x_{k+1} - R_1 \cos \alpha_k \\ y_i = y_{k+1} - R_1 \sin \alpha_k \end{cases} \\
P_{i+1} & \begin{cases} x_{i+1} = x_{k+1} + R_1 \cos \alpha_{k+1} \\ y_{i+1} = y_{k+1} + R_1 \sin \alpha_{k+1} \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Como los segmentos rectos del camino son tangentes a la circunferencia en los puntos  $P_i$  y  $P_{i+1}$  respectivamente, luego son perpendiculares a los radios de la circunferencia en esos puntos. Las relaciones entre las pendientes de los segmentos y sus respectivos radios perpendiculares se muestran a continuación:

$$\begin{aligned}
m_i &= -\frac{1}{m_k} = \frac{y_c - y_i}{x_c - x_i} \\
m_{i+1} &= -\frac{1}{m_{k+1}} = \frac{y_c - y_{i+1}}{x_c - x_{i+1}}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Reescribiendo las ecuaciones anteriores se tiene:

$$\begin{aligned}
y_c + \frac{1}{m_k} x_c &= y_i + \frac{1}{m_i} x_i \\
y_c + \frac{1}{m_{k+1}} x_c &= y_{i+1} + \frac{1}{m_{i+1}} x_{i+1}
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Este puede ser considerado un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son las coordenadas del centro de la circunferencia. La resolución del sistema arroja los siguientes resultados:

$$x_c = \frac{m_{k+1}(m_k y_i + x_i) - m_k(m_{k+1} y_{i+1} + x_{i+1})}{m_{k+1} - m_k} \tag{2.22}$$

$$y_c = \frac{m_{k+1} y_{i+1} + x_{i+1} - (m_k y_i + x_i)}{m_{k+1} - m_k} \tag{2.23}$$

El centro de la circunferencia también puede encontrarse directamente de la Figura 2-3, como sigue:

$$\begin{aligned}
x_c &= x_i - \lambda R \sin \alpha_k \\
y_c &= y_i + \lambda R \cos \alpha_k
\end{aligned} \tag{2.24}$$

donde  $R > 0$  es el radio de la circunferencia y  $\lambda$  es un parámetro que da idea del sentido en el que es recorrida la circunferencia. Este parámetro toma valor 1 si el sentido del recorrido es horario, o valor -1, si es antihorario.

De cualquiera de las ecuaciones 2.24 se puede despejar el producto  $\lambda R$ , puesto que los valores de las coordenadas del centro de la circunferencia están definidas completamente según las ecuaciones 2.22 y 2.23. De aquí:

$$\lambda = \text{sgn}(\lambda R) \quad (2.25)$$

$$R = \text{abs}(\lambda R) \quad (2.26)$$

Utilizando este método se pueden construir vectores donde se almacenen todos los parámetros inherentes a cada tramo; a partir de los cuales el camino puede ser computado con facilidad.

### 2.3.2. Análisis de curvatura

La simplicidad del camino construido lo hace una opción conveniente a utilizar. Sin embargo, este tipo de camino también presenta complejidades cuando es seguido. La función de curvatura para cualquier ecuación que representa una función del tipo  $y = f(x)$  está dada por (Thomas, 1974):

$$\kappa = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (2.27)$$

A partir de esta expresión se puede determinar la aceleración lateral que necesita el vehículo para mantenerse en el camino:

$$a_L = U_T^2 \kappa \quad (2.28)$$

donde  $U_T$  representa el módulo de la velocidad del vehículo en dirección tangencial al camino. En el caso de esta investigación, los valores de aceleración lateral para el camino son:

- $a_L = 0$  para los segmentos rectos.
- $a_L = \frac{\lambda U_T^2}{R}$  para los arcos de circunferencias.

Analizando las expresiones anteriores se puede concluir que, en la concatenación entre un segmento recto y un arco de circunferencia, la embarcación debe sufrir una acción tipo paso en su aceleración lateral para mantenerse en el camino. El vehículo, en calidad de sistema dinámico, no puede responder de esta forma, provocando que alrededor de estos puntos aumente, de manera instantánea y durante un lapso muy corto de tiempo, el error de seguimiento. De la Figura 2–3 se puede deducir la siguiente expresión, donde el ángulo  $\vartheta$  es determinado únicamente por los valores de *waypoints*:

$$R = R_1 \tan \vartheta \quad (2.29)$$

Sustituyendo la ecuación 2.29 en la expresión de la aceleración lateral para arcos de circunferencias, se aprecia una relación inversa entre el paso de aceleración y la distancia  $R_1$ . Si el parámetro de diseño  $R_1$  se toma lo suficientemente grande, el paso de aceleración al que debe ser sometida la embarcación para seguir exitosamente el camino disminuye, mejorando su desempeño. Sin embargo, ha de llegarse a un compromiso al escoger el valor de esta distancia:  $R_1$  no debe ser comparable a las distancias entre *waypoints*, puesto que los arcos de circunferencias solo se agregan para suavizar la transición entre segmentos rectos.

#### 2.4. Algoritmo de guiado *LOS* basado en la distancia *lookahead*

Una vez que el vehículo comienza a moverse, sus coordenadas  $(x, y)$  varían con respecto al tiempo, pudiendo desviarse del camino deseado. Sea la posición del vehículo representada por un punto  $\mathbf{P}(t) = [x(t) \ y(t)]^T \in \mathbb{R}^2$  y denótese por  $\mathbf{P}_d = [x_d \ y_d]^T \in \mathbb{R}^2$  el punto perteneciente al camino que minimiza la distancia euclidiana entre la ruta deseada y la posición instantánea de la embarcación. Entonces el error existente entre  $\mathbf{P}(t)$  y  $\mathbf{P}_d$  puede representarse, de acuerdo al sistema de referencia ubicado en  $\mathbf{P}_d$ , según la ecuación 2.30, (Breivik, 2004). El sistema de referencia en  $\mathbf{P}_d$  ha sido rotado un ángulo  $\chi_p$  con respecto al sistema de referencia inercial, para que su eje  $x$  coincida con la recta tangente al camino en ese punto, Figura 2–4.

$$\boldsymbol{\xi}(t) = \begin{bmatrix} \cos \chi_p & \sin \chi_p \\ -\sin \chi_p & \cos \chi_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) - x_d \\ y(t) - y_d \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

En la ecuación 2.30,  $\boldsymbol{\xi}(t) = [s(t) \ e(t)]^T \in \mathbb{R}^2$  está formado por el error de seguimiento paralelo al camino  $s(t)$  y el error de seguimiento perpendicular al camino  $e(t)$ .

La ley de dirección basada en la distancia *lookahead*, para *path following* se utiliza con el propósito de conducir al vehículo hacia el camino en dirección al vector *LOS* y al

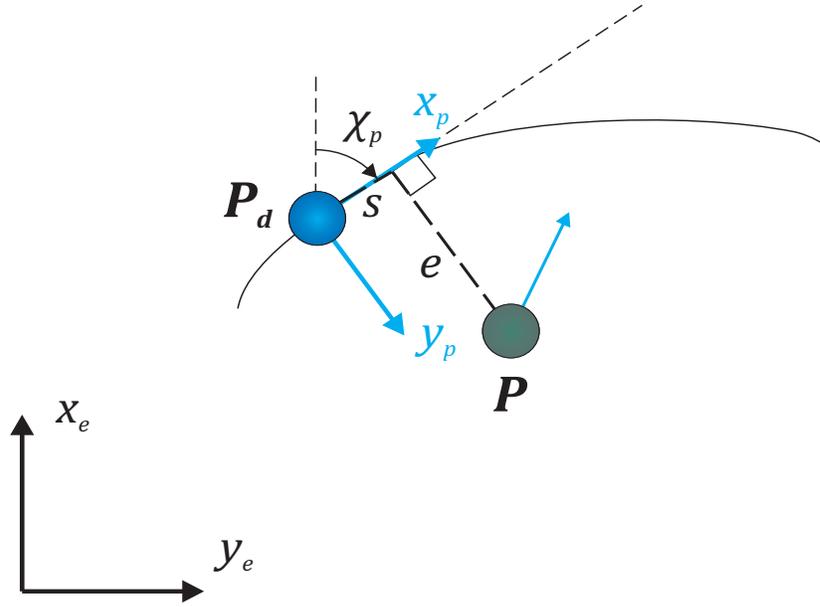


Figura 2-4: Definición del error paralelo al camino y el error perpendicular al camino.

mismo tiempo, lograr la convergencia a cero del error de seguimiento perpendicular al camino (Fossen, 2011). El vector *LOS* se orienta desde la embarcación hasta un punto situado en una línea tangencial a la ruta deseada, a una distancia *lookahead* ( $\Delta$ ) de la proyección de la posición del vehículo sobre el camino (Kapelios, 1992).

Esta ley de guiado propone determinar el ángulo de rumbo al que se debe orientar el vehículo a partir de la suma de dos ángulos (Lekkas, 2014):

$$\chi = \chi_r(e) + \chi_p \quad (2.31)$$

donde  $\chi_r(e)$  es un ángulo de corrección, el cual asegura que la velocidad del vehículo esté en dirección al punto de la ruta hacia el cual la embarcación se dirige.

Para el caso de caminos rectos, Figura 2-5, se cumple que:

$$\chi_p = \alpha_k \quad (2.32)$$

$$\chi_r(e) = \arctan \left[ \frac{-e(t)}{\Delta} \right] \quad (2.33)$$

En cuanto a las expresiones matemáticas del error para segmentos de líneas rectas, resulta conveniente sustituir en la ecuación 2.30 el punto  $P_d$  por  $P_k$ , representado en la Figura 2-5. Resolviendo dicha ecuación matricial, luego de la sustitución mencionada, se obtienen:

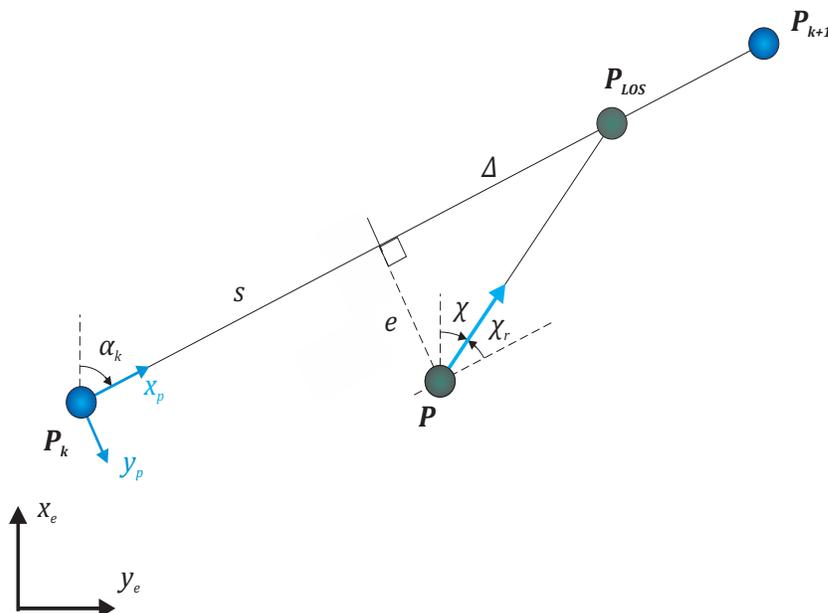


Figura 2-5: Ley de guiado basada en la distancia *lookahead* para caminos rectos.

$$s(t) = [x(t) - x_k] \cos \alpha_k + [y(t) - y_k] \sin \alpha_k \quad (2.34)$$

$$e(t) = -[x(t) - x_k] \sin \alpha_k + [y(t) - y_k] \cos \alpha_k \quad (2.35)$$

El caso del seguimiento de los arcos de circunferencias se muestra en la Figura 2-6. Sea el camino circular de radio  $R > 0$  y centro en  $\mathbf{P}_c = [x_c \ y_c]^T \in \mathbb{R}^2$ . Luego considérese un sistema de referencia cuyo origen se encuentre en la proyección del punto  $\mathbf{P}(t)$  sobre el camino. El eje  $x$  de este sistema de referencia ha sido rotado un ángulo  $\chi_p$  con respecto al sistema de referencia en tierra.

Se tiene que:

$$\chi_p(t) = \chi_c(t) + \lambda \frac{\pi}{2} \quad (2.36)$$

$$\chi_c(t) = \arctan \left[ \frac{y(t) - y_c}{x(t) - x_c} \right] \quad (2.37)$$

$$x_d = x_c + R \cos \chi_c \quad (2.38)$$

$$y_d = y_c + R \sin \chi_c \quad (2.39)$$

El parámetro  $\lambda$  de la ecuación 2.36 se define de la misma manera que en el subepígrafe 2.3.1.

Para buscar las expresiones del error se utiliza la ecuación 2.30:

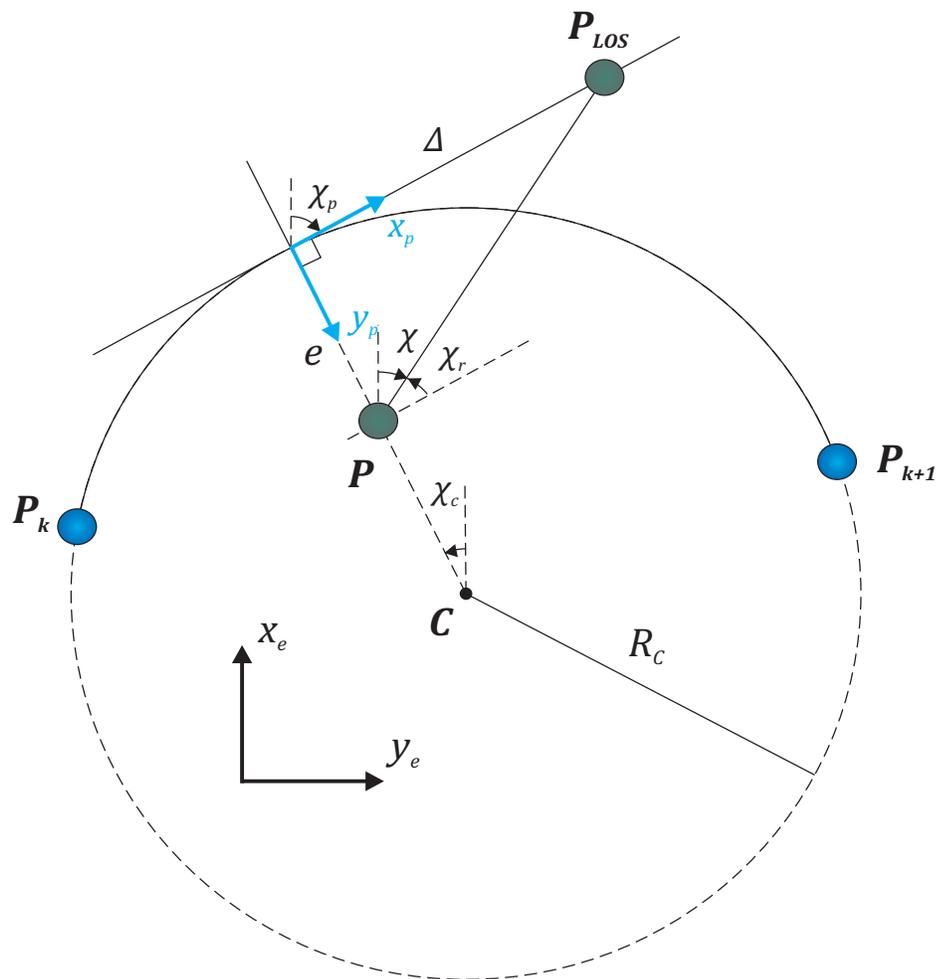


Figura 2-6: Ley de guiado basada en la distancia *lookahead* para caminos circulares.

$$s(t) = [x(t) - x_d] \cos \chi_p + [y(t) - y_d] \sin \chi_p \quad (2.40)$$

$$e(t) = -[x(t) - x_d] \sin \chi_p + [y(t) - y_d] \cos \chi_p \quad (2.41)$$

Sustituyendo en las expresiones anteriores las ecuaciones 2.36, 2.38 y 2.39, se pueden reducir de la siguiente manera:

$$s(t) = 0 \quad (2.42)$$

$$e(t) = \lambda \left\{ R - \sqrt{[x(t) - x_c]^2 + [y(t) - y_c]^2} \right\} \quad (2.43)$$

Se puede observar que el ángulo  $\chi_p$ , en la ecuación 2.36, es variable en el tiempo para arcos de circunferencias, en oposición a su valor constante para segmentos de líneas rectas. Nótese, además, que la ecuación 2.37 se indefinire en el caso en que  $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_c$ ; o sea, cuando el vehículo, en su movimiento, se localice en el centro de la circunferencia. En

este punto, cualquier proyección de  $\mathbf{P}(t)$  sobre el camino es válida, pero en la práctica este problema puede ser resuelto imponiendo un valor de  $\chi_c$  acorde al movimiento del vehículo (Breivik, 2008). En esta investigación se considera, para estos casos, mantener el valor de  $\chi_c$  calculado en el instante anterior.

Obsérvese que la ecuación 2.33 se sigue cumpliendo en la Figura 2-6, por lo que la ley de guiado puede encontrarse de la misma manera tanto para arcos de circunferencias como para caminos rectos, con la salvedad de que se debe utilizar para ello la ecuación 2.36 en vez de la ecuación 2.32.

La distancia *lookahead* es un parámetro que puede considerarse constante o variable. Su selección constituye un tema de investigación abierto en la comunidad científica internacional, que se ha abordado de disímiles maneras. Por ejemplo, Pavlov (Pavlov, 2009) presenta un sistema asintóticamente estable, a partir de un control no lineal predictivo, donde dicha distancia es utilizada como parámetro a optimizar con el objetivo de lograr una convergencia más rápida al camino, a la vez que se disminuye el sobreimpulso en la respuesta en comparación con los algoritmos *LOS* que consideran un valor constante de  $\Delta$ . Por otra parte, en (Oh, 2010) se desarrollan dos estrategias de control predictivo, una que considera  $\Delta$  constante y otra con  $\Delta$  variable. Lekkas (Lekkas, 2012) considera el valor de la distancia *lookahead* como una función del error perpendicular al camino. Los resultados obtenidos muestran como son preferibles valores pequeños de  $\Delta$  cuando el vehículo se encuentra alejado del camino, lo que desemboca en un comportamiento más agresivo en la respuesta del sistema de guiado. Al acercarse la embarcación al camino, resulta conveniente la selección de valores mayores para  $\Delta$ , con lo que la respuesta del sistema de guiado se vuelve menos abrupta y se evita que la posición no oscile alrededor de la trayectoria deseada. En su investigación (Lekkas, 2014), Lekkas compara la ley de guiado basada en la distancia *lookahead* constante y variable y demuestra que las diferencias que se producen no son significativas cuando se siguen caminos rectos o de curvatura leve. Por ello, para esta investigación, se selecciona un valor constante para  $\Delta$ .

#### 2.4.1. Condición de conmutación

Como el camino a seguir está formado por  $n$  segmentos rectos unidos por  $n - 1$  arcos de circunferencias, resulta necesario buscar una forma de discernir cuándo se ha vencido un tramo y se debe pasar al siguiente. Una forma de hacerlo consiste en asociar un círculo de conmutación a cada *waypoint* del camino, cuyo radio tendrá un valor igual a la distancia  $R_1$ , conceptualizada en el epígrafe 2.3. Por lo tanto, la condición para que se produzca la conmutación puede escribirse matemáticamente como:

$$[x_{k+1} - x(t)]^2 + [y_{k+1} - y(t)]^2 \leq R_1^2 \quad (2.44)$$

Al cumplirse la condición dada por la ecuación 2.44 se permutará de un segmento recto al arco de circunferencia que le sigue y, una vez que la posición del vehículo haya abandonado el círculo de conmutación (se deje de cumplir la condición dada), se permutará nuevamente, esta vez hacia el próximo segmento recto del camino.

### 2.5. Estructura matemática del controlador *I-LOS*

El objetivo de control en el seguimiento de caminos, de acuerdo con la ecuación 2.45, es lograr reducir a cero el error de seguimiento perpendicular al camino. De esta manera se consigue precisión en el cálculo del ángulo de rumbo deseado, lo cual le permite al vehículo vencer los puntos del camino.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (2.45)$$

En condiciones ideales de operación, donde no hay influencia de perturbaciones externas, si la embarcación se mueve en línea recta el ángulo deseado coincide con  $\chi$ , definido en la ecuación 2.31. Por el contrario, si el vehículo realiza giros o sigue caminos que no estén formados por segmentos rectos,  $\chi$  no es suficiente para determinar el ángulo de rumbo y se precisa utilizar la ecuación 2.46, donde  $\beta$  es conocido como ángulo de deslizamiento.

$$\psi_d(e) = \chi(e) - \beta \quad (2.46)$$

Este fenómeno se representa en la Figura 2-7. Si existe una componente de velocidad lateral  $v$ , se produce una diferencia entre la orientación de  $u$  y la orientación del vector velocidad en el plano horizontal. Esta diferencia se cuantifica en el ángulo  $\beta$ .

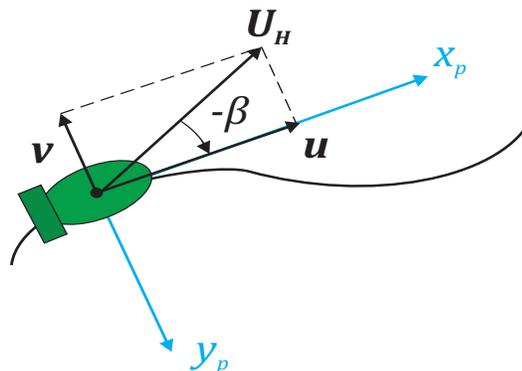


Figura 2-7: Definición del ángulo de deslizamiento.

El ángulo de deslizamiento puede ser hallado de la siguiente manera:

$$\beta = \arcsin \left( \frac{v}{U_H} \right) \quad (2.47)$$

donde  $U_H$  es el módulo del vector velocidad para el plano horizontal. Cuando el vehículo se encuentra bajo el efecto de las corrientes marinas, el valor de  $\beta$  queda en función de los valores relativos de velocidad:

$$\beta = \arcsin \left( \frac{v_r}{U_{Hr}} \right) \quad (2.48)$$

$v_r$  se define a partir de la ecuación 2.12 y  $U_{Hr}$  se calcula como:

$$U_{Hr} = \sqrt{v_r^2 + u_r^2} \quad (2.49)$$

Para lograr disminuir la influencia de las corrientes marinas se debe incluir a la ley de control una compensación del ángulo  $\beta$ , ecuación 2.46, pero esto supone conocer con precisión los valores de velocidad, que no es posible en el *HRC-AUV*. Lo anterior implica que se debe buscar un método alternativo; como tomar el ángulo de deslizamiento lateral como una perturbación pequeña, de poca variación ( $\beta \approx 0$ ), y centrar la atención en modificar el controlador en aras de lograr el objetivo planteado.

Si se observa con detenimiento la parte de la ley de guiado que depende de  $\Delta$ , puede considerarse equivalente a un regulador proporcional saturado, donde la saturación viene dada por la condición  $\chi_r(e) \in \left( -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right)$  y la ganancia proporcional  $k_p = \frac{1}{\Delta} > 0$ .

De esta manera, la ecuación 2.33 puede reescribirse como:

$$\chi_r = \arctan [-k_p e(t)] \quad (2.50)$$

La convergencia al camino por parte del vehículo no puede garantizarse con este controlador, debido a la presencia de las perturbaciones. Sin embargo, si se incluye en la ecuación 2.50 una acción integral, se logra reducir el error de seguimiento perpendicular al camino, sin llegar a implementar la compensación del ángulo de deslizamiento.

$$\chi_r = \arctan \left[ -k_p e(t) - k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \right] \quad (2.51)$$

La idea detrás de la ecuación 2.51 se sustenta en el hecho de que integrar el error de seguimiento perpendicular al camino permite que el ángulo de corrección no se anule cuando  $e(t) = 0$ . Cuando el vehículo se encuentre sobre la ruta deseada, el ángulo de corrección en estado estable ( $\chi_{rss}$ ) tendrá el valor necesario para evitar una nueva desviación (Borhaug, 2008). Esto es posible debido a que la velocidad longitudinal relativa de la embarcación se encarga de cancelar en gran medida el efecto provocado por las corrientes marinas (Caharija, 2014).

Varios autores (Borhaug, 2008; Bibuli, 2014; Caharija, 2014) proponen reformular la ecuación 2.51 de la manera que se muestra a continuación, donde  $\sigma > 0$  es un parámetro de diseño:

$$\chi_r = -\arctan\left[\frac{e(t) + \sigma y_{int}}{\Delta}\right] \tag{2.52}$$

$$\dot{y}_{int} = \frac{\Delta e}{(e + \sigma y_{int})^2 + \Delta^2} \tag{2.53}$$

La Figura 2-8 expone una representación geométrica del regulador *I-LOS* acorde a las ecuaciones 2.52 y 2.53.

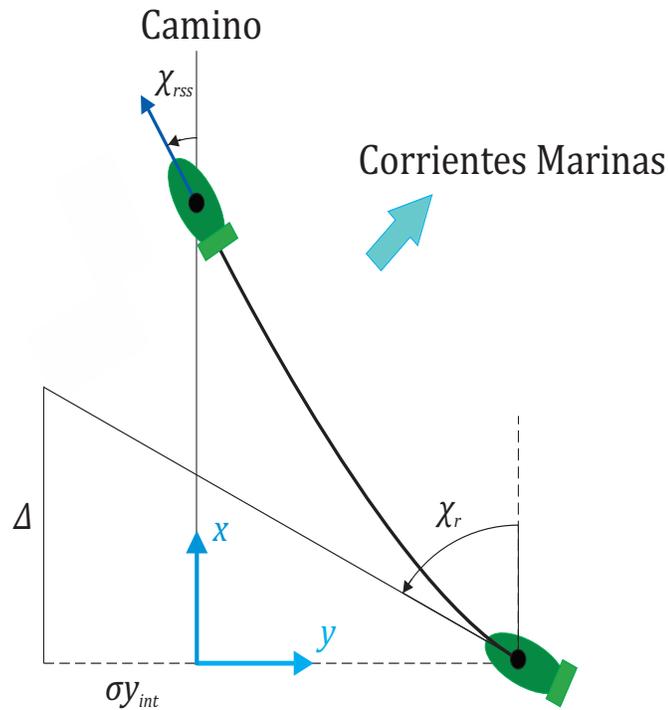


Figura 2-8: Estrategia de guiado *LOS* modificada.

La ventaja principal de las modificaciones propuestas radica en la siguiente propiedad de la ecuación 2.53:

$$\lim_{e \rightarrow \infty} \dot{y}_{int} = 0 \quad (2.54)$$

Esto significa que el índice de integración decrece a medida que el error perpendicular al camino aumenta. La característica antes mencionada reduce el riesgo de que aparezca el efecto *wind-up* producto a la acción integral, manteniendo el valor de la salida del regulador en los límites concebidos para  $\chi_r$  (Borhaug, 2008).

El término integral puede ser de gran utilidad en vehículos del tipo *AUV*, en los que se controla con un solo actuador varios grados de libertad. Es por ello, junto con sus características anti *wind-up* y la imposibilidad de obtener mediciones fiables y directas de velocidad, que se selecciona este regulador *I-LOS* para el sistema de guiado del *HRC-AUV*.

## 2.6. Fundamentos matemáticos para el análisis de estabilidad del algoritmo de guiado

Para un sistema de control dado, generalmente el elemento más importante a determinar es su estabilidad. Existen varios conceptos importantes de estabilidad para sistemas no lineales, algunos de los cuales se presentan a continuación.

Sea el sistema no lineal invariante en el tiempo descrito por la ecuación 2.55.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (2.55)$$

donde  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  y  $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  satisface localmente la condición de Lipschitz respecto a  $\mathbf{x}$ ; o sea, para todo punto  $\mathbf{x} \in D \subset \mathbb{R}^n$  existe un entorno  $D_0 \in D$  en el que se cumple  $\|\mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{y})\| \leq L\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$ ,  $\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in D_0$ .  $L$  es llamada constante de Lipschitz en  $D_0$ .

Supóngase que el origen  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$  es un punto de equilibrio del sistema definido en 2.55. Se dice que este sistema posee en dicho punto (Fossen, 2011):

- Estabilidad Asintótica Global (*GAS*) si se cumple que, para cada  $\varepsilon > 0$ , existe  $\gamma > 0$  tal que  $\|\mathbf{x}(0)\| < \gamma \Rightarrow \|\mathbf{x}(t)\| < \varepsilon$ ,  $\forall t \geq 0$ , para cualquier condición inicial ( $\mathbf{x}_0$ ) que se presente.
- Estabilidad Exponencial (*LES*) si existen constantes positivas  $r$ ,  $p$  y  $q$  que cumplan la condición  $\|\mathbf{x}(0)\| < r \Rightarrow \|\mathbf{x}(t)\| < pe^{-qt}\|\mathbf{x}(0)\|$ ,  $\forall t \geq 0$ .

*GAS* y *LES* para sistemas invariantes en el tiempo, con el origen como estado de equilibrio, implican estabilidad uniforme (Khalil, 2002), por lo que estos conceptos pueden extenderse a *UGAS* (Estabilidad Asintótica Global Uniforme) y *ULES* (Estabilidad Exponencial Uniforme) respectivamente.

El hecho de que un sistema posea *UGAS* y *ULES* de forma simultánea le confiere una fuerte estabilidad y cierta robustez ante perturbaciones (Lefeber, 2000). De allí que demostrar estas propiedades para el sistema de guiado propuesto se vuelva una tarea fundamental en esta investigación.

Son abundantes los métodos matemáticos existentes para probar que un sistema posee *UGAS* y *ULES* en un estado de equilibrio determinado. El más empleado en la literatura para el caso de sistemas de guiado de *AUV* (Do, 2002; Bibuli, 2014; Caharija, 2014; Lekkas, 2014) es el llamado Segundo Método de Lyapunov, que resulta bastante conveniente para análisis de estabilidad de sistemas no lineales. Este método se basa en el hecho de que si el sistema tiene un estado de equilibrio asintóticamente estable ( $\mathbf{x}_e$ ), la energía acumulada del sistema desplazado dentro del dominio de atracción<sup>1</sup>, cae al crecer el tiempo hasta tomar un valor mínimo en el estado de equilibrio. Como a veces no hay manera sencilla de definir una función que describa la energía del sistema, se introduce una denominada función candidata de Lyapunov ( $V$ ) como sustituta. Sin embargo, la idea de la función de Lyapunov es más general que la de energía y posee una aplicación más amplia (Ogata, 2001).

Seguidamente se enuncian los teoremas utilizados para demostrar *UGAS* y *ULES* del controlador propuesto para el sistema de guiado del *HRC-AUV*, a partir de una función de Lyapunov.

**Teorema I.** Para el sistema definido en 2.55, sea  $\mathbf{x}_e$  su punto de equilibrio y  $V(\mathbf{x})$  una función continua y diferenciable, de manera que  $V : \mathbb{R}^n \Rightarrow \mathbb{R}_+$ . Se puede afirmar que el sistema posee *UGAS* en  $\mathbf{x}_e$  si se cumplen las siguientes condiciones para  $V(\mathbf{x})$ :

- $V(\mathbf{x}) > 0$  y  $V(\mathbf{0}) = 0$  (definida positiva).
- $\dot{V}(\mathbf{x}) \leq -W(\mathbf{x})$  donde  $W(\mathbf{x}) > 0$ .
- $V(\mathbf{x}) \rightarrow \infty$  cuando  $\|\mathbf{x}\| \rightarrow \infty$  (radialmente desacetada).

**Teorema II.** Para el sistema definido en 2.55, sea  $\mathbf{x}_e$  su punto de equilibrio y  $V(\mathbf{x})$  una función continua, diferenciable y radialmente desacetada, de manera que  $V : \mathbb{R}^n \Rightarrow \mathbb{R}_+$ . Se puede afirmar que el sistema posee *ULES* en  $\mathbf{x}_e$  si, alrededor de este, se cumplen las siguientes condiciones para  $V(\mathbf{x})$ :

- $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} > 0$ .
- $\dot{V}(\mathbf{x}) \leq -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} < 0$ .

---

<sup>1</sup> Parte del espacio de estado en la cual se originan las trayectorias asintóticamente estables.

Nótese que en el Teorema II,  $V$  y  $\dot{V}$  son funciones cuadráticas con matrices constantes  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$  y  $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$ .

Una demostración de estos teoremas se puede encontrar en el trabajo de Fossen ([Fossen, 2011](#)).

## 2.7. Consideraciones finales

La existencia de un modelo no lineal de 6 GDL del *HRC-AUV*, incluyendo la representación matemática de perturbaciones como el oleaje y las corrientes marinas, permite la evaluación de cualquier controlador diseñado mediante la simulación. A la vez, una simplificación lineal de este modelo para el caso de su subsistema lateral, constituye una herramienta eficaz en la síntesis del controlador de rumbo.

El camino formado por la unión de segmentos rectos y arcos de circunferencias resulta adecuado para lograr una convergencia suave de la embarcación, una vez que se produce la transición entre segmentos rectos. A pesar de que se genera un cambio de aceleración lateral en el vehículo alrededor de tales transiciones, su simplicidad lo hace altamente recomendado sobre otros caminos mixtos utilizados con el mismo fin. Además, el método de Fossen usado para la determinación de los parámetros de las circunferencias del camino facilita su implementación.

La estructura matemática del controlador de guiado que se debe ajustar para que el *HRC-AUV* consiga seguir el camino generado, ha quedado definida en el presente capítulo. La inclusión de una acción integral en la ley de dirección basada en la distancia *lookahead*, debe asegurar que el vehículo sea conducido al camino en dirección al vector *LOS* y que el error de seguimiento perpendicular al camino converja a cero, aún en presencia de perturbaciones marinas y sin necesidad de utilizar mediciones de velocidad de la embarcación. Los parámetros de sintonía del controlador ( $\Delta$  y  $\sigma$ ) son determinantes para el correcto desempeño del sistema de guiado y deben ser seleccionados por el diseñador.

La estabilidad del sistema de guiado es un requisito importante a ser determinado y el Segundo Método de Lyapunov provee una solución para lograrlo, respaldado por una sólida base matemática.

# CAPÍTULO 3

## AJUSTE Y EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DEL CONTROLADOR *I-LOS*

### 3.1. Introducción

En este capítulo se presentan los valores numéricos obtenidos de las matrices y vectores del modelo no lineal de 6 GDL del *HRC-AUV* (Valeriano-Medina, 2013a), así como una descripción breve del sistema de control de rumbo implementado (Hernández, 2014). Tanto el modelo como el controlador de rumbo se utilizan en las simulaciones que se presentan en este capítulo. Seguidamente se realiza un análisis de estabilidad del controlador *I-LOS* para determinar los rangos aceptables de sus parámetros de diseño que aseguran convergencia al camino. Luego dichos parámetros son modificados hasta lograr el ajuste del regulador para un camino mixto en condiciones ambientales específicas. Se realiza una validación del controlador ajustado mediante la simulación en la herramienta *Simulink* del software *MATLAB*; donde se tienen en cuenta tanto las características dinámicas de la embarcación, como las condiciones ambientales en las que se mueve. Se explica el comportamiento simulado del vehículo y se termina realizando una valoración económica de la investigación.

### 3.2. Valores del modelo no lineal de 6 GDL para el *HRC-AUV* y su controlador de rumbo

La ecuación 2.6 constituye la representación matemática del modelo dinámico no lineal de 6 GDL para un *AUV*. A continuación se presentan los valores de las matrices y vectores que forman parte de esta ecuación, para el caso del *HRC-AUV* (Valeriano-Medina, 2013a,b).

La matriz de inercia incluyendo las masas añadidas  $\mathbf{M}$ , queda completamente definida como sigue:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 4345,4 & 0 & 0 & 0 & 91 & 0 \\ 0 & 7929 & 0 & -91 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7929 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -91 & 0 & 450,1 & 0 & -275 \\ 91 & 0 & 0 & 0 & 36582 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -275 & 0 & 36388 \end{bmatrix}$$

La matriz que incluye los términos de Coriolis y de masas añadidas,  $\mathbf{C}(\mathbf{v})$ , está dada por:

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 91r & 7929w & -7929v \\ 0 & 0 & 0 & -7929w & 91r & 4535,4u \\ 0 & 0 & 0 & 7929v - 91p & -4535,4u - 91q & 0 \\ -91r & 7929w & -7929v + 91p & 0 & -275p + 36388r & -36582q \\ -7929w & -91r & 4535,4u + 91q & 275p - 36388r & 0 & 450,1p - 275r \\ 7929v & -4535,4u & 0 & 36582q & -450,1p + 275r & 0 \end{bmatrix}$$

El vector de fuerzas gravitacionales y de flotabilidad  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  es calculado como:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} 0, & 0, & 0, & 890,5c(\theta)s(\phi), & 890,5s(\theta), & 0 \end{bmatrix}^T$$

Los valores numéricos de los parámetros que forman parte de la matriz de amortiguamiento  $\mathbf{D}(\mathbf{v})$  y del vector  $\boldsymbol{\tau}$  se obtienen mediante identificación experimental, con datos recopilados en sencillos experimentos reales llevados a cabo con el *HRC-AUV* (Valeriano-Medina, 2013a). Resultando en:

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = - \begin{bmatrix} -181,45 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1219,8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1219,8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -126,62 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -9096,9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9096,9 \end{bmatrix}$$

El vector de fuerzas y momentos producidos por las entradas de control,  $\boldsymbol{\tau}$ , está determinado como:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_X \\ \tau_Y \\ \tau_Z \\ \tau_K \\ \tau_M \\ \tau_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_4 \\ 0 & b_5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1946 & 0 & 0 \\ 0 & 318,39 & 0 \\ 0 & 0 & 661,12 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2644,5 \\ 0 & 1273,56 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |n|n \\ \delta_T \\ \delta_E \end{bmatrix}$$

Todos estos términos anteriormente expuestos han sido evaluados y validados mediante simulación y pruebas experimentales (Valeriano-Medina, 2013a). Este modelo se utiliza durante esta investigación para simular en el dominio del tiempo los movimientos del vehículo durante el seguimiento de un camino mixto.

En cuanto al controlador de rumbo del *HRC-AUV*, ha sido empleado un regulador del tipo P-D (Hernández, 2014). La principal razón por la que no se incluye en este controlador una acción integral está dada por la saturación que la misma provoca en los actuadores (Jalving, 1995). Puesto que dicha saturación resulta más dañina para el sistema que el error en estado estable que se pudiera manifestar ante perturbaciones, debido a la ausencia del efecto integral.

La expresión que representa la relación dinámica existente entre el ángulo de rumbo  $\psi$  y las variaciones en el timón horizontal, presentada en la ecuación 2.8, queda definida para el caso del *HRC-AUV* como:

$$\frac{\psi(s)}{\delta_T(s)} = \frac{0,14}{(4s + 1)s} \quad (3.1)$$

Esta función de transferencia se obtuvo a partir de experimentos realizados en el mar con el *HRC-AUV* (Valeriano-Medina, 2013b), cuyos datos se procesaron mediante identificación experimental.

La ecuación 3.1 se utiliza para ajustar el controlador P-D, cuya señal de control consiste en:

$$\delta_T = K_p(\psi_d - \psi) - K_d r \quad (3.2)$$

Un análisis de estabilidad de Routh para el controlador P-D implementado en el modelo lineal del subsistema lateral, restringe las ganancias  $K_p$  y  $K_d$  a valores positivos. La selección de dichas ganancias se ha realizado con anterioridad en (Hernández, 2014), resultando:  $K_p = 1,5$  y  $K_d = 1$ .

### 3.3. Análisis de estabilidad para el controlador *I-LOS* propuesto para el *HRC-AUV*

Al añadir a cualquier planta un elemento controlador, se corre el riesgo de que este modifique la dinámica existente hasta volver inestable el sistema. Es por eso que, para incluir el controlador propuesto al sistema de guiado del *HRC-AUV*, se deben encontrar las restricciones necesarias para sus parámetros que aseguren la estabilidad. En este epígrafe se realiza un análisis de estabilidad del controlador definido por las ecuaciones 2.52 y 2.53, para el cual se tienen en cuenta las siguientes consideraciones:

1. La velocidad de las corrientes marinas es definida en el sistema de referencia inercial y se asume constante, irrotacional, desconocida, y acotada. O sea, las componentes del vector velocidad de las corrientes marinas se describe según las ecuaciones 2.13, existiendo un valor  $V_{m\acute{a}x} > 0$  que cumple la inecuación  $V_{m\acute{a}x} > V_c = \sqrt{(u_c^E)^2 + (v_c^E)^2}$ .
2. El valor del módulo del vector de velocidad relativa para el plano horizontal ( $U_{Hr}$ ), debe ser estrictamente mayor que el valor del módulo del vector de velocidad de las corrientes marinas. Dicho de otro modo,  $U_{Hr} > V_{m\acute{a}x}$ .
3. El controlador de rumbo sigue idealmente la referencia proporcionada por el sistema de guiado ( $\psi = \psi_d$ ).
4. La distancia *lookahead* es tomada como un parámetro positivo ( $\Delta > 0$ ).
5. La constante de integración  $\sigma$  es tomada como un parámetro positivo ( $\sigma > 0$ ).

Estas consideraciones reducen de alguna manera el campo de aplicación que se le puede otorgar a la demostración que sigue, sin embargo, su rigor puede ser considerado suficiente para los propósitos de esta investigación.

Primeramente, es necesario encontrar expresiones que determinen la velocidad con la que varía el error perpendicular al camino. De acuerdo a esto se destaca una diferencia general entre el análisis de estabilidad para segmentos rectos y para arcos de circunferencias; puesto que las ecuaciones del error difieren en ambos casos:

Para segmentos de líneas rectas se tiene un error perpendicular al camino dado por la ecuación 2.35. Derivando dicha ecuación con respecto al tiempo:

$$\begin{aligned}
 \dot{e} &= -\dot{x} \sin \alpha_k + \dot{y} \cos \alpha_k \\
 \dot{e} &= -\left(u_r \cos \psi - v_r \sin \psi + u_c^E\right) \sin \alpha_k + \left(u_r \sin \psi + v_r \cos \psi + v_c^E\right) \cos \alpha_k \\
 \dot{e} &= u_r \sin (\psi - \alpha_k) + v_r \cos (\psi - \alpha_k) + u_c^E \sin \alpha_k + v_c^E \cos \alpha_k \\
 \dot{e} &= u_r \sin \chi_r + v_r \cos \chi_r + u_c^E \sin \alpha_k + v_c^E \cos \alpha_k \\
 \dot{e} &= U_{Hr} \sin (\chi_r + \beta) + V_c \sin (\alpha_k + \beta_c)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Para el caso de los arcos de circunferencia, el procedimiento es muy similar al utilizado para segmentos rectos, con la excepción de que se han de utilizar las correspondientes ecuaciones de error y relación entre ángulos:

$$\begin{aligned}
\dot{e} &= -\lambda \frac{(x - x_c) \dot{x} + (y - y_c) \dot{y}}{\sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}} \\
\dot{e} &= -\lambda (\dot{x} \cos \chi_c + \dot{y} \sin \chi_c) \\
\dot{e} &= -\lambda [(u \cos \psi - v \sin \psi + u_c^E) \cos \chi_c + (u \sin \psi + v \cos \psi + v_c^E) \sin \chi_c] \\
\dot{e} &= -\lambda [u \cos (\psi - \chi_c) + v \sin (\psi - \chi_c) + u_c^E \cos \chi_c + v_c^E \sin \chi_c] \\
\dot{e} &= -\lambda \left[ u \cos \left( \lambda \frac{\pi}{2} + \chi_r \right) + v \sin \left( \lambda \frac{\pi}{2} + \chi_r \right) + u_c^E \cos \chi_c + v_c^E \sin \chi_c \right] \\
\dot{e} &= u \sin \chi_r - v \cos \chi_r - \lambda (u_c^E \cos \chi_c + v_c^E \sin \chi_c) \\
\dot{e} &= U_{Hr} \sin (\chi_r - \beta) - \lambda V_c \sin (\chi_c + \beta_c) \tag{3.4}
\end{aligned}$$

Los segundos términos del miembro derecho de las ecuaciones 3.3 y 3.4 representan la influencia de las corrientes marinas en el movimiento del vehículo. Denótese estos términos por la variable  $\bar{V}_c$ , que en todo momento cumple la siguiente inecuación:

$$\bar{V}_c \leq V_c < V_{m\acute{a}x} \tag{3.5}$$

El método seleccionado para el guiado consiste en obviar la inclusión del ángulo  $\beta$  en el modelo y compensar las consecuencias de dicha aproximación a partir del efecto integral del controlador, por lo que las ecuaciones 3.3 y 3.4 resultan en:

$$\dot{e} = U_{Hr} \sin \chi_r + \bar{V}_c \tag{3.6}$$

Obsérvese que la ecuación 3.6 es una representación general de  $\dot{e}$ , por lo que puede utilizarse tanto para segmentos de líneas rectas como para arcos de circunferencias. Lo anterior conlleva a que el resto del análisis de estabilidad sea extensible a ambos tipos de caminos.

El sistema dinámico se obtiene de las ecuaciones 3.6 y 2.53. Sustituyendo  $\chi_r$  de la ecuación 2.52 en la ecuación 3.6, se modifica el sistema anterior como sigue:

$$\dot{e} = -U_{Hr} \frac{e + \sigma y_{int}}{\sqrt{(e + \sigma y_{int})^2 + \Delta^2}} + \bar{V}_c \quad (3.7)$$

$$\dot{y}_{int} = \frac{\Delta e}{(e + \sigma y_{int})^2 + \Delta^2} \quad (3.8)$$

El punto de equilibrio de este sistema se encuentra en:

$$e^{eq} = 0 \quad y_{int}^{eq} = \frac{\Delta}{\sigma} \frac{\bar{V}_c}{\sqrt{U_{Hr}^2 - \bar{V}_c^2}}$$

Se introducen nuevas variables, con el objetivo de mover el punto de equilibrio al origen:

$$e_1 = y_{int} - y_{int}^{eq} \quad e_2 = e + \sigma e_1$$

Con lo que las ecuaciones dinámicas quedan:

$$\dot{e}_1 = -\frac{\Delta \sigma e_1}{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2} + \frac{\Delta e_2}{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = & - \left[ U_{Hr} \sqrt{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2} - \sigma \Delta \right] \frac{e_2}{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2} - \frac{\Delta \sigma^2 e_1}{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2} \\ & + \left[ 1 - \frac{\sqrt{(\sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2}}{\sqrt{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2}} \right] \bar{V}_c \end{aligned} \quad (3.10)$$

Es posible acotar el término que multiplica a  $\bar{V}_c$  en la ecuación 3.10 según:

$$\left| 1 - \frac{\sqrt{(\sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2}}{\sqrt{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2}} \right| \leq \frac{|e_2|}{\sqrt{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2}} \quad (3.11)$$

Se demuestra la veracidad de la expresión 3.11 elevando al cuadrado ambos lados de la inecuación, dos veces consecutivas. Tómese como función candidata de Lyapunov la siguiente expresión cuadrática:

$$V = \frac{\sigma^2}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (3.12)$$

La derivada de  $V$  con respecto al tiempo es:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sigma^2 e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\ \dot{V} &= -\frac{\Delta \sigma^3 e_1}{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2} - \left[ U_{Hr} \sqrt{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2} - \sigma \Delta \right] \frac{e_2^2}{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2} \\ &\quad + \left[ 1 - \frac{\sqrt{(\sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2}}{\sqrt{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2}} \right] \bar{V}_c e_2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Utilizando la siguiente notación es posible reducir la ecuación 3.13:

$$\bar{e}_1 = \frac{e_1}{\sqrt{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2}} \quad \bar{e}_2 = \frac{e_2}{\sqrt{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2}}$$

Esta notación, junto a la inecuación 3.11 y que  $\min \left[ \sqrt{(e_2 + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2} \right] = \Delta$ ; permiten acotar la expresión 3.13 como sigue:

$$\dot{V} \leq -\Delta \sigma^3 \bar{e}_1^2 - \Delta (U_{Hr} - \bar{V}_c - \sigma) \bar{e}_2^2 \quad (3.14)$$

La única forma de lograr que se cumpla el Teorema I presentado en el epígrafe 2.6 es que:

$$\sigma \leq U_{Hr} - \bar{V}_c$$

Esta relación puede garantizarse en todo momento, si se presta atención a la consideración 5 impuesta al principio del epígrafe y a la cota mínima dada para  $\bar{V}_c$  en la ecuación 3.5:

$$0 < \sigma < U_{Hr} - V_{m\acute{a}x} \quad (3.15)$$

Si la ecuación 3.15 se cumple, entonces  $V$  puede ser considerada una función candidata adecuada para este caso y, según los principios de Lyapunov, el sistema formado por 3.6 y 2.53 presenta estabilidad asintótica global y uniforme (*UGAS*). Además, para un entorno del estado de equilibrio  $B_r = \{|e_2| \leq r\}, r > 0$ , se cumple la inecuación  $\dot{V} \leq -\frac{\Delta \sigma^3}{\varpi} |e_1|^2 - \frac{\Delta (U_{Hr} - \bar{V}_c - \sigma)}{\varpi} |e_2|^2 < 0$  donde  $\varpi = (r + \sigma y_{int}^{eq})^2 + \Delta^2$ . Esto, unido

al hecho de que la ecuación 3.12 es una función cuadrática, prueban que se satisfacen las condiciones del Teorema II del epígrafe 2.6 y se puede concluir que el sistema posee estabilidad exponencial uniforme (*ULES*).

De acuerdo a los párrafos anteriores, el estado de equilibrio  $(0, y_{int}^{eq})$  del sistema, dado por las expresiones 3.6 y 2.53, es *UGAS* y *ULES* simultáneamente. En consecuencia, el objetivo de control de la ecuación 2.45 se logra con propiedades de convergencia exponencial para cualquier conjunto de condiciones iniciales.

### 3.4. Ajuste del controlador *I-LOS* para caminos mixtos

El ajuste del controlador *I-LOS* para caminos mixtos se realiza atendiendo a la selección de dos parámetros de diseño, según la ecuación 2.52:

- La distancia *lookahead*  $\Delta$ , que se fija en un valor positivo, comprendido en un rango entre dos y seis veces la longitud del vehículo.
- $\sigma$ , cuyo valor debe encontrarse en el rango de valores 3.15.

La ganancia proporcional del regulador se calcula como  $K_p = \frac{1}{\Delta}$  y la ganancia integral,  $K_i = \sigma K_p$ .

Se puede apreciar que, en general, la condición que ha de cumplir  $\sigma$  depende de la velocidad que logre alcanzar el vehículo y la velocidad máxima de las corrientes marinas. El ajuste del controlador se ha realizado atendiendo a los valores de dichas magnitudes físicas que se presentan en el experimento simulado de validación de los resultados, epígrafe 3.5.

Existen diversas combinaciones que pueden ser utilizadas para el ajuste del controlador que cumplen las condiciones mencionadas. Sin embargo, investigaciones anteriores efectuadas para el sistema de guiado del *HRC-AUV* con este tipo de controlador, (Hernández, 2014; Fernández, 2015), marcan una pauta que reduce el número de alternativas posibles. A pesar de esto se realizaron varios ajustes a partir de métodos experimentales.

Los valores de los parámetros que fueron finalmente seleccionados son:

- $\sigma = 0,1$  m/s
- $\Delta = 40$  m

### 3.5. Evaluación del ajuste del controlador *I-LOS* para caminos mixtos

Para efectuar el análisis del ajuste realizado se construye un camino mixto, empleando los puntos presentados en la Tabla 3-1.

Tabla 3–1: Puntos del camino

x (m)	0	300	800	1000	100	350
y (m)	0	350	50	700	1000	350

Atendiendo a lo exhibido en el subepígrafe 2.3.2, el valor del radio de conmutación ( $R_1$ ) se toma igual a 40 m. De manera que la distancia entre los puntos consecutivos de la Tabla 3–1 no sea comparable con este. Se establece que el camino ha sido vencido cuando el vehículo se encuentre a una distancia menor que  $R_1$  del último *waypoint* del camino.

Las simulaciones se realizan bajo las siguientes condiciones:

- La velocidad de las corrientes marinas se estima en  $V_c = 0,1$  m/s y su ángulo de dirección,  $\beta_c = 30^\circ$ .
- El oleaje se establece utilizando el espectro *JONSWAP*, para un valor de frecuencia fundamental de 6 rad/s y con una desviación típica de 0.5.
- La velocidad de giro del motor del *HRC-AUV* es de 500 rpm, lo que garantiza una velocidad lineal máxima a desarrollar de 1,9 m/s.
- El período de muestreo se fija en  $T = 0,01$  segundos.

La capacidad del algoritmo de guiado propuesto para guiar la embarcación a través del camino mixto, en presencia de las perturbaciones mencionadas, se exhibe en la Figura 3–1.

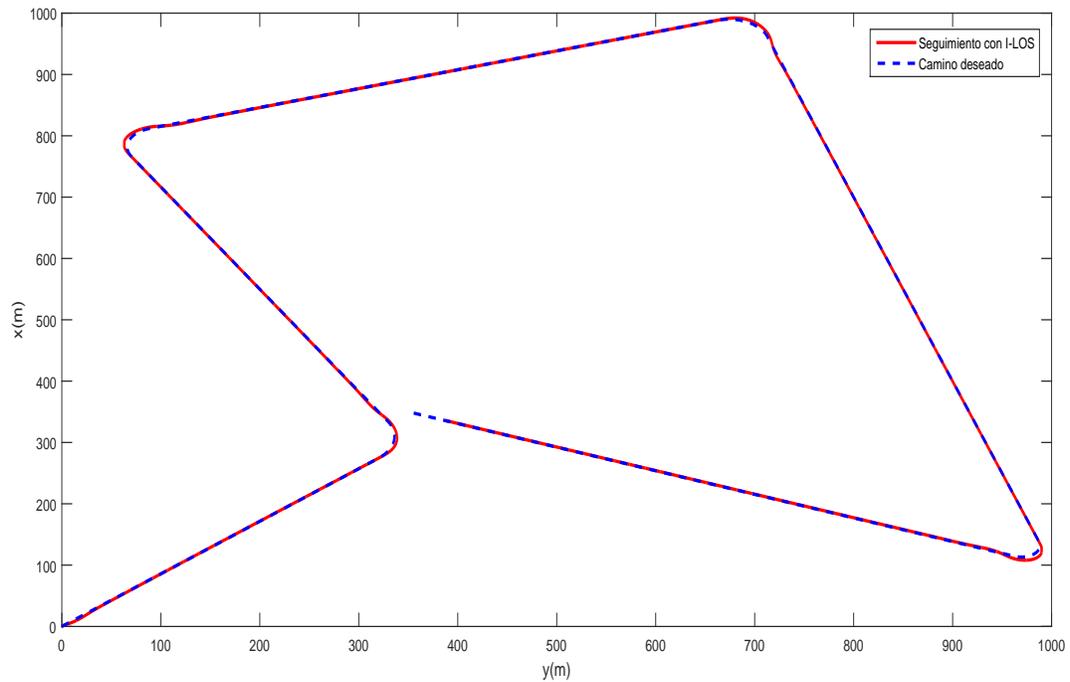


Figura 3–1: Seguimiento del camino deseado empleando controlador *I-LOS*.

El adecuado seguimiento de esta ruta por parte del *HRC-AUV* es un resultado importante, puesto que esta constituye la primera vez que una investigación llevada a cabo en el GARP se enfoca en realizar *path following* para caminos mixtos.

El propósito principal de la implementación del *I-LOS* es reducir, con la acción integral, el error de seguimiento perpendicular al camino ante la presencia de perturbaciones marinas. La Figura 3–2, muestra el comportamiento de este error para el camino mixto, en comparación con el error que se produce al aplicar el mismo controlador en un camino formado únicamente por la unión de los *waypoints*. Se evidencia el cumplimiento del objetivo anteriormente mencionado; sin embargo, salta a la vista diferencias fundamentales entre las dos gráficas:

Al considerar el camino mixto, los picos de error que se producen poseen amplitudes más cercanas a cero y convergen a cero con mayor rapidez. Este comportamiento puede ser explicado si se toma en consideración la información recogida en la Figura 3–3, en la que se presentan los valores de la primera derivada de las componentes  $x$  y  $y$  del camino, en función de la distancia recorrida sobre este. Se puede observar que las

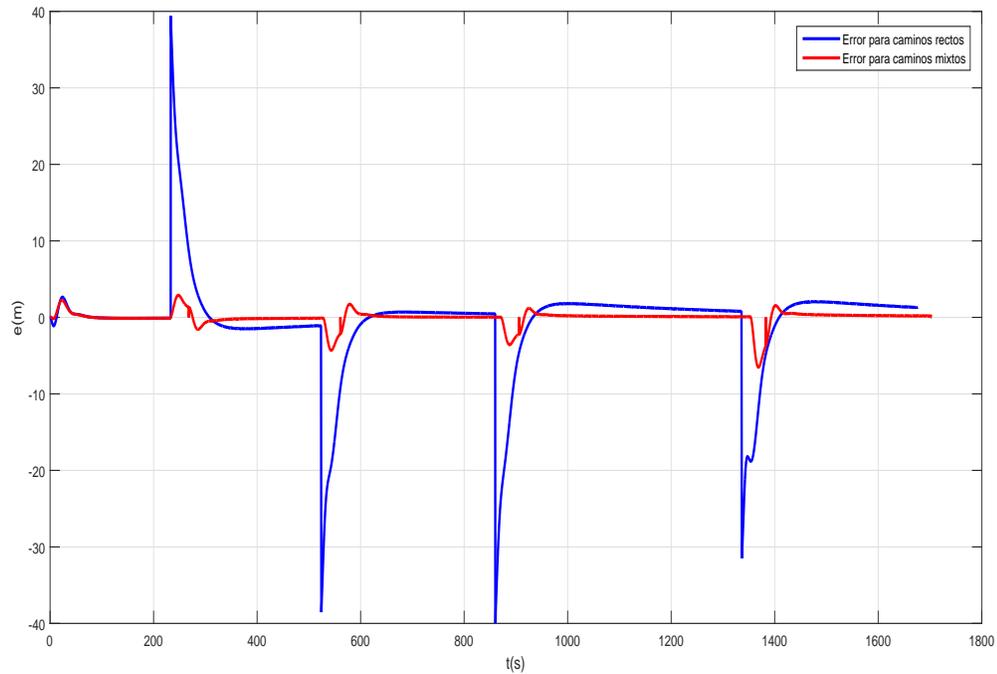


Figura 3-2: Error de seguimiento perpendicular al camino para el caso de caminos rectos y caminos mixtos.

primeras derivadas del camino son continuas<sup>1</sup> en todo momento, en vez de saltar de un valor a otro sin tomar los valores intermedios, como ocurre en el camino formado por segmentos rectos, para los puntos en los que se cambia de tramo. La característica anterior facilita sustancialmente el seguimiento, puesto que la embarcación no se ve obligada a realizar cambios bruscos en su dirección.

---

<sup>1</sup> Se dice que una función  $f(t)$  es continua en un punto  $t_0$ , si se cumple que  $\lim_{t \rightarrow t_0^-} f(t) = \lim_{t \rightarrow t_0^+} f(t)$

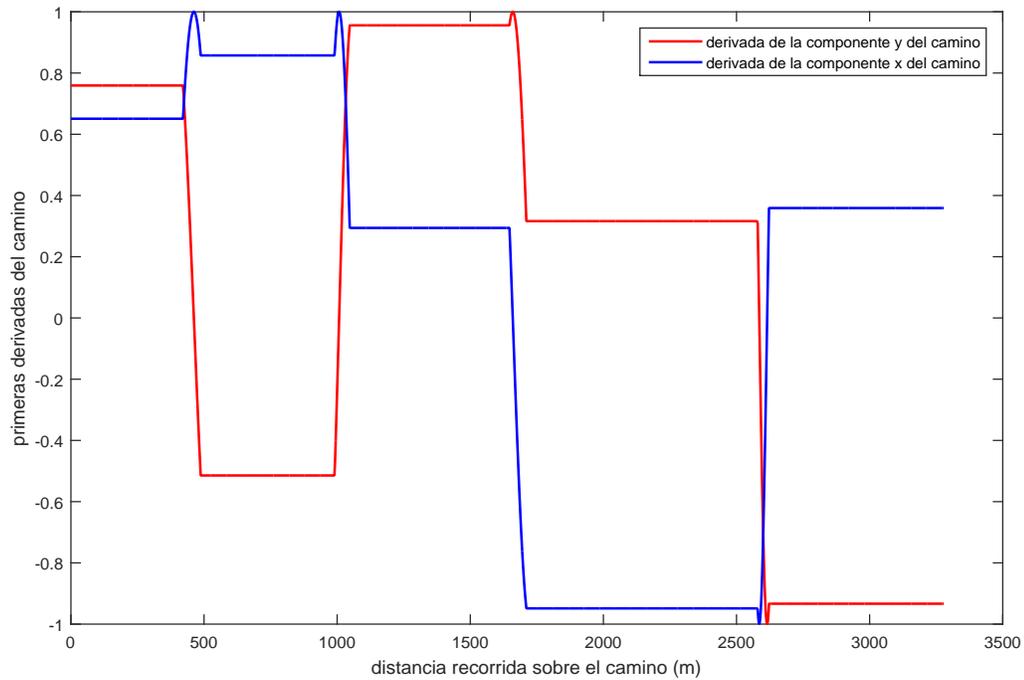


Figura 3–3: Primeras derivadas de las componente  $x$  y  $y$  del camino mixto.

Los picos abruptos de error en la Figura 3–2 para el camino mixto aparecen en los puntos de conmutación entre segmentos rectos y arcos de circunferencias. El origen de estos picos es la función curvatura del camino, que actúa como una señal paso en la aceleración lateral del vehículo. Este tema fue discutido en el subepígrafe 2.3.2. La continuidad de la función curvatura del camino es también una propiedad deseada para el diseño, pero este enfoque es por lo general más difícil de obtener. Este tipo de camino sacrifica la continuidad de la curvatura en los puntos de conmutación, para obtener a cambio una ruta más sencilla para el seguimiento.

Por último, es importante mencionar el hecho de que el error se hace ligeramente más oscilatorio en el camino mixto, al navegar la embarcación por los arcos de circunferencias. El comportamiento oscilatorio se debe a las características dinámicas del vehículo; puesto que la masa y dimensiones del *HRC-AUV* le impiden converger instantáneamente al rumbo deseado. Por lo tanto existe un desfase entre el ángulo de rumbo que posee la embarcación y el calculado por el controlador, que se encuentra en constante variación producto de la naturaleza voluble de la dirección del camino.

### 3.6. Valoración económica

El rango de aplicaciones de los *AUV* ha tenido un aumento vertiginoso durante los últimos años. Producto a esto, varias compañías de renombre a nivel mundial han hecho

de estas embarcaciones un producto comercializable, pero a precios muy elevados. Solo la adquisición de un vehículo subacuático requiere de una inversión que oscila entre 1.5 y 2 millones de dólares americanos, dependiendo del hardware y el equipamiento sensorial instalado. A esta suma inicial es preciso añadirle los costos de mantenimiento y reparación regulares que se le deben dar al vehículo por parte de especialistas, que en la mayoría de los casos pertenecen a la empresa constructora del mismo. Además, el fabricante distribuye el *AUV* con el sistema de autopiloto incluido, lo que dificulta la posibilidad de una reparación independiente, así como la reproducción del vehículo por parte de sus compradores.

Cuba, en su calidad de archipiélago, debe priorizar la obtención de tecnologías que le permitan desarrollar investigaciones de alto valor científico en las aguas que le rodean, puesto que son una importante fuente de recursos. El *HRC-AUV* es un prototipo diseñado y construido por instituciones cubanas, apoyándose en un sistema sensorial de gama media y baja, lo que disminuye su costo de producción. Es por tanto una importante tarea para el GARP y el CIDNAV, que las deficiencias que surjan debido a la utilización de un equipamiento sensorial de bajo costo sean contrarrestadas con soluciones de carácter ingenieril, fundamentalmente basadas en el modelado y control del vehículo.

La propuesta de control que se presenta para el sistema de guiado, contribuye positivamente en el desempeño del *HRC-AUV* durante el seguimiento de trayectorias. Además, todas las pruebas de evaluación del controlador se efectúan mediante simulación, lo que evita tanto la utilización de maquetas a escala, como el riesgo de daños físicos que acarrearán los experimentos con el vehículo real.

### **3.7. Consideraciones finales**

El efecto integral de la estrategia de control *I-LOS* logra reducir el error de seguimiento perpendicular al camino, aún cuando son provocadas afectaciones por las corrientes marinas.

El seguimiento de caminos mixtos utilizando el controlador *I-LOS* ofrece un mejor desempeño de la embarcación en los puntos de conmutación de un segmento del camino a otro, en comparación con un camino formado únicamente por líneas rectas. El camino mixto, además, reduce la magnitud del error y lo corrige de una manera más rápida. Además, el vehículo oscila con mayor grado respecto al camino, situación provocada por el desfase entre el ángulo de rumbo real de la embarcación y el ángulo de rumbo deseado calculado por el controlador.

El ajuste del controlador se realiza teniendo en cuenta la forma del camino y las condiciones ambientales presentes, cumpliendo con los criterios de selección para los parámetros de diseño obtenidos a partir de un análisis de estabilidad del controlador.

## CONCLUSIONES

Como resultado final de esta investigación, se logra un adecuado seguimiento de caminos mixtos por parte del *HRC-AUV*, utilizando un controlador *I-LOS* en el sistema de guiado ajustado en función de la distancia *lookahead*. A partir de este resultado, se arriba a las siguientes conclusiones:

- Considerando la revisión realizada en la literatura especializada sobre las estrategias de control utilizadas en los sistemas de guiado de *AUV*, se determina que una ley de guiado para el *HRC-AUV*, que contenga un controlador *I-LOS* ajustado a partir de la geometría del camino y de las características de la embarcación, logra contrarrestar el efecto que provocan las corrientes marinas durante el seguimiento de caminos.
- La generación de un camino formado por segmentos de líneas rectas y arcos de curvas (en particular arcos de circunferencias) hace menos abrupta la transición entre los puntos del camino, asegura la continuidad durante toda la ruta y facilita el desarrollo de misiones de seguimiento con el vehículo *HRC-AUV*.
- El seguimiento de caminos mixto no provoca cambios en la estructura matemática definida para el controlador *I-LOS*, la cual tiene en cuenta el efecto *wind-up* que se produce al incluir una acción integral con el objetivo de reducir el error de seguimiento perpendicular al camino.
- El controlador *I-LOS* ajustado para el seguimiento de caminos mixtos por parte del *HRC-AUV* reduce la magnitud del error y logra que el mismo converja rápidamente a cero en presencia de las corrientes marinas. La selección de los parámetros del controlador *I-LOS* cumple con los requisitos de estabilidad y robustez.

## RECOMENDACIONES

Como continuación de este trabajo se realizan las siguientes recomendaciones:

- Realizar un análisis más completo de estabilidad del sistema de guiado, donde se tenga en cuenta cómo es afectada la estabilidad por la relación entre los elementos del SCM y la dinámica de la planta.
- Evaluar el desempeño del controlador *I-LOS* durante el seguimiento de caminos mixtos en pruebas experimentales con el *HRC-AUV* en el mar. De esta manera se corroborarían los resultados obtenidos mediante simulación que se presentan en esta investigación.
- Extender el seguimiento de caminos mixtos hacia los escenarios de movimientos en tres dimensiones. Lo que implica realizar un estudio acerca de las ventajas que es posible tenga este tipo de camino llevado al espacio y la implementación de un algoritmo de guiado *LOS* acoplado con el subsistema longitudinal del vehículo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguiar, A. P.; Dacic, D. B.; Hespanha J. P.; Kokotovic-P. (2004). *Path following or reference-tracking? An answer based on limits of performance*. In: *5th IFAC/EURON Symposium. Intelligent Autonomous Vehicle*. IFAC. Lisboa, Portugal.
- Antonelli, G.; Fossen, T. I.; Yoerger D. R. (2008). *Springer Handbook of Robotics*. Chap. *Underwater Robotics*, pp. 987 – 1008. Springer-Verlag.
- AUVAC (2016). *Autonomous Undersea Vehicle Applications Center*. <http://www.auvac.org/>.
- Bibuli, M.; Caharija, W.; Pettersen K.; Bruzzone G.; Caccia M.; Zereik E. (2014). *ILOS Guidance - Experiments and Tuning*. In: *19th World Congress of IFAC*. IFAC. Ciudad del Cabo, Sudáfrica.
- Boissonnat, J. D.; Cerezo, A.; Leblond J. (1994). *A note on shortest paths in the plane subject to a constraint on the derivative of the curvature*. Reporte técnico. INRIA. Francia.
- Borhaug, E.; Pavlov, A.; Pettersen K. Y. (2008). *Integral LOS Control for Path Following of Underactuated Marine Surface Vessels in the Presence of Constant Ocean Currents*. In: *47th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE Xplore. Cancún, México. pp. 4984 – 4991.
- Borhaug, E.; Pettersen, K. Y. (2005). *Cross-track control for underactuated autonomous vehicles*. In: *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*. Sevilla, España. pp. 602 – 608.
- Breivik, M.; Fossen, T. I. (2004). *Path following for marine surface vessels*. In: *OCEANS 2004*. Vol. 4. IEEE Xplore. Kobe, Japón. pp. 2282 – 2289.
- Breivik, M.; Fossen, T. I. (2007). *Applying missile guidance concepts to motion of marine craft*. In: *Control Applications in Marine Systems*. Vol. 7. IFAC. Croacia. pp. 349 – 354.
- Breivik, M.; Fossen, T. I. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. *Guidance Laws for Autonomous Underwater Vehicles*. InTech. Vienna, Austria.
- Breivik, M.; Fossen, T.I. (2005). *Principles of guidance-based path following in 2D and 3D*. In: *44th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE. Sevilla, España. pp. 627 – 634.
- Caharija, W. (2014). *Integral Line-of-Sight Guidance and Control of Underactuated Marine Vehicles*. Tesis doctoral. NTNU. Noruega.

- Cruz, J. M.; Aranda, J.; Girón J. M. (2012). Tutorial automática marina: una revisión desde el punto de vista del control. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* **9**(3), 205–218.
- Cruz, N.; Matos, A. (2008). *The MARES AUV, a modular autonomous robot for environment sampling*. In: *OCEANS 2008. IEEE Xplore*. Quebec, Canadá. pp. 1 – 6.
- Do, K. D.; Jiang, Z. P.; Pan J. (2002). *Underactuated ship global tracking under relaxed conditions*. *IEEE Transactions on Automatic Control* **47**(9), 1529 – 1536.
- Dubins, L. E. (1957). *On Curves of Minimal Length with a Constraint on Average Curvature, and with Prescribed Initial and Terminal Positions and Tangents*. *American Journal of Mathematics* **79**(3), 497 – 516.
- Encarnacao, P.; Arcak, M.; Pascoal A. (2000a). *Path following for marine vehicles in the presence of unknown currents*. In: *6th IFAC Symposium on Robot Control*. IFAC. Vienna, Austria.
- Encarnacao, P.; Pascoal, A. (2000b). *3D path following control of autonomous underwater vehicles*. In: *39th Conference on Decision and Control*. Vol. 3. *IEEE Xplore*. Sydney, Australia. pp. 2977 – 2982.
- EPTDA & THOMAS, industrial media (2009). *Energy-efficient movement processes. Power in Motion. Energy-efficient movement processes for tomorrow's production* p. 8.
- Farouki, R. T.; Sakkalis, T. (1990). *Pythagorean hodographs*. *IBM Journal of Research and Development* **34**(5), 736 – 752.
- Fayyad, I.; Aldehayyat, Y.; Dahan R.; Martin J.; Perkins M.; Sharples R. (2009). *ORCA-XI: An Autonomous Underwater Vehicle*. MIT. [http://web.mit.edu/orca/WWW/press\\_2000.shtml](http://web.mit.edu/orca/WWW/press_2000.shtml).
- Fernandes, P. G.; Stevenson, P.; Brierley A. S.; Armstrong F.; Simmonds E. J. (2003). *Autonomous underwater vehicles: future platforms for fisheries acoustics*. *ICES Journal of Marine Science: Journal du Conseil* **60**(3), 684 – 691.
- Fernández, J. E. (2015). *Controlador I-LOS considerando la distancia lookahead variable para el seguimiento de caminos curvos en un AUV*. Trabajo de diploma. UCLV. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.
- FESTO (2016). Festo. <https://www.festo.com/group/en/cms/10243.htm>.
- Fossen, T. I. (1994). *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. John Wiley & Sons. Nueva York, Estados Unidos.
- Fossen, T. I. (2002). *Guidance, Navigation, and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. *Marine Cybernetics*. Noruega.
- Fossen, T. I. (2011). *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. John Wiley & Sons. Nueva York, Estados Unidos.

- Fossen, T. I.; Ross, A. (2006). *Advances in unmanned marine vehicles*. Chap. *Nonlinear modelling, identification and control of UUVs*, pp. 13 – 42. Vol. 69. *Peter Peregrinus LTD*. Gran Bretaña.
- Garcia, D. (2014). Desarrollo de técnicas de filtrado de las olas para la navegación y el control de un auv. Tesis de maestría. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales, UCLV. Santa Clara, Cuba.
- Garcia-Garcia, D.; Valeriano-Medina, Y.; Hernández L.; Martínez-Laguardia A. (2012). *Wave filtering for heading control of and AUV based on passive observer*. *Indian Journal of Geo-Marine Sciences* **41**(6), 540 – 549.
- Gorset, J. E. (2007). *Nonlinear model-based control of slender body AUVs*. Tesis doctoral. *NTNU*. Noruega.
- Hegrenaes, O.; Hallingstad, O.; Jalving B. (2007). *Comparison of mathematical models for the HUGIN-4500 AUV based on experimental data*. In: *The IEEE International Symposium on Underwater Technology. IEEE Xplore*. Japón. pp. 558 – 567.
- Hernández, A. (2014). Estrategia de control para el seguimiento de camino de un vehículo autónomo subacuático. Trabajo de diploma. UCLV. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.
- Isiyel, K. (2003). *Autopilot design and guidance control of ULISAR UUV (Unmanned Underwater Vehicle)*. Tesis de maestría. *Middle East Technical University*. Turquía.
- Jalving, B.; Storkensen, N. (1995). *The control system of an autonomous underwater vehicle*. *Modeling, Identification and Control* **15**(2), 107 – 117.
- Jensen, T. M. (2011). *Waypoint Following Guidance Based on Feasibility Algorithms*. Tesis de maestría. *NTNU*. Noruega.
- Jiang, Z-P. (2002). *Global tracking control of underactuated ships by Lyapunov's direct method*. *Automatica* **38**(6), 301 – 309.
- Kapelios, I. (1992). *Stability of turning rate guidance and control laws for autonomous vehicles*. Tesis de maestría. *Naval Postgraduate School*. California, Estados Unidos.
- Kent Hagen, Ove (2008). *From Pressure to Depth Estimation of underwater vertical position*. In: *Seabed Mapping and Inspection*. Tekna. Geilo, Noruega.
- Khalil, Hassan K. (2002). *Nonlinear Systems*. 3ra ed.. *Prentice Hall Inc*. New Jersey, Estados Unidos.
- Kim, K; Tamaki, U. (2003). *Fuel-optimal guidance and tracking control of AUV under current interaction*. In: *The Thirteenth International Offshore and Polar Engineering Conference. International Society of Offshore and Polar Engineers*. Hawaii, Estados Unidos.
- Kostov, V.; Degtiariova-Kostova, E. (1993). *Suboptimal Paths in the Problem of a Planar Motion with Bounded Derivative of the Curvature*. Reporte de Investigación

2051. *INRIA*. Francia.
- Lefeber, Adriaan Arie Johannes (2000). *Tracking Control of Nonlinear Mechanical Systems*. Tesis doctoral. *University of Twente*. Enschede, Países Bajos.
- Lekkas, A. M. (2014). *Guidance and Path-Planning Systems for Autonomous*. Tesis doctoral. *NTNU*. Noruega.
- Lekkas, A. M.; Fossen, T. I. (2012). *A time-varying lookahead distance guidance law for path following*. In: *9th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft*. *IFAC*. Arezano, Italia. pp. 398 – 403.
- Lekkas, A. M.; Fossen, T. I. (2013). *Advanced in marine robotics*. Chap. *Line-of-sight guidance for path following of marine vehicles*, pp. 63 – 92. *LAP Lambert Academic Publishing*.
- Lemus, J. L. (2011). Software de navegación y guiado en tiempo real para Vehículo Autónomo Sumergible. Trabajo de diploma. UCLV. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.
- López, L. (2013). Técnicas de control lineales cuadráticas aplicadas en el diseño de un autopiloto para un vehículo autónomo subacuático. Trabajo de diploma. UCLV. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.
- Martínez, A.; Rodríguez, Y.; Hernández L.; Guerra C.; Lemus-J.; Sahli H. (2013). Arquitectura de hardware y software para AUV, resultados experimentales. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* **10**(3), 333–343.
- Martínez, A.; Rodríguez, Y.; Hernández L.; Guerra C.; Sahli-H. (2010). *Hardware and Software Architecture for AUV based on Low-cost Sensors*. In: *The 11th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, ICARCV. IEEE Xplore*. Singapur. pp. 1428 – 1433.
- Martínez, A (2015a). *Model aided Inertial Navegation for AUV*. Tesis doctoral. *Vrije Universiteit Bruseel*. Bélgica.
- Martínez, A.; Hernández, L.; Sahli H.; Valeriano-Medina Y.; Orozco-Monteagudo M.; Garcia-Garcia D. (2015b). *Model-aided navigation with sea current estimation for an autonomous underwater vehicle*. *International Journal of Advanced Robotics Systems* **12**, 1 – 13.
- McGee, T. G.; Spry, S.; Hedrick J. K. (2006). *Optimal Path Planning in a Constant Wind with a Bounded Turning Rate*. In: *Proceedings AIAA Conference on Guidance, Navigation and Control*. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*. California, Estados Unidos. pp. 4261 – 4266.
- Ochi, M. K. (1998). *Ocean Waves. The Stochastic Approach*. *Cambridge Ocean Technology Series*. *Cambridge University Press*. Gran Bretaña.

- Ogata, Katsuhiko (2001). *Modern Control Engineering*. 4ta ed.. Prentice Hall PTR. Upper Saddle River, Estados Unidos.
- Oh, S. R.; Sun, J. (2010). *Path following of underactuated marine surface vessels using line-of-sight based model predictive control*. *Ocean Engineering* **37**(2 - 3), 289 – 295.
- Papoulias, F. A. (1994). *Cross Track Error and Proportional Turning Rate Guidance of Marine Vehicles*. *Journal of Ship Research* **8**(2), 123 – 132.
- Park, S.; Deyst, J.; How J. P. (2004). *A new nonlinear guidance logic for trajectory tracking*. In: *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. Rhode Island, Estados Unidos.
- Pavlov, A.; Nordahl, H.; Breivik M. (2009). *MPC-based optimal path following for underactuated vessels*. In: *8th IFAC International Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft*. IFAC. Guarujá, Brasil. pp. 340 – 345.
- Rodríguez, Y.; Lemus, J. L. (2011). *Sistema para supervisión y control de vehículo autónomo subacuático*. In: *XIV Convención y Feria Internacional Informática*. MIC. La Habana, Cuba.
- Scheuer, A.; Laugier, C. (1998). *Planning Sub-Optimal and Continuous-Curvature Paths for Car-Like Robots*. In: *Proceedings IEEE-RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Vol. 1. *IEEE Xplore*. Canadá. pp. 25 – 31.
- SNAME (1950). *Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid*. *Technical and Research Bulletin No. 1-5*. SNAME. Nueva York, Estados Unidos.
- Techy, L.; Woolsey, C. A. (2009). *Minimum-Time Path Planning for Unmanned Aerial Vehicles in Steady Uniform Winds*. *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **32**(6), 1736 – 1746.
- Techy, L.; Woolsey, C. A.; Morgansen K. A. (2010). *Planar Path Planning for Flight Vehicles in Wind with Turn Rate and Acceleration Bounds*. In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. *IEEE Xplore*. Anchorage, Estados Unidos. pp. 3240 – 3245.
- Thomas, G. B. (1974). *Cálculo Infinitesimal y Geometría Analítica*. Madrid, Aguilar S. A. España.
- Tsourdos, A.; White, B.; Shanmugavel M. (2010). *Cooperative Path Planning of Unmanned Aerial Vehicles*. *John Wiley & Sons*.
- Valeriano-Medina, Y. (2013a). *Modelado dinámico de un vehículo autónomo subacuático*. Tesis de maestría. UCLV. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.
- Valeriano-Medina, Y.; Fernández, A.; Hernández L.; Prieto P. J. (2016). *Yaw Controller in Sliding Mode for Underwater Autonomous Vehicle*. *IEEE Latin America Transactions* **14**(3), 1213 – 1220.

- Valeriano-Medina, Y.; Hernández, A.; Hernández L. (2015). Controlador ilos para el seguimiento de caminos en línea recta de un vehículo autónomo subacuático. *Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones* **XXXVI**(2), 15 – 28.
- Valeriano-Medina, Y.; Martínez, A.; Hernández L.; Sahli H.; Rodríguez-Y.; Cañizares J. R. (2013b). *Dynamic model for an autonomous underwater vehicle based on experimental data. Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems: Methods, Tools and Applications in Engineering and Related Sciences* **19**(2), 175 – 200.
- Velasco, F. J.; Revestido, E.; López E.; Moyano E.; Casado-M. H. (2008). *techniques for tuning track-keeping controllers of an autonomous in-scale fast-ferry model. International Journal Of Systems Applications, Engineering & Development* **2**(4), 227 – 236.
- Zamora, H. L. (2011). Control de trayectoria para el *HRC-AUV* considerando el efecto del oleaje y las corrientes marinas. Trabajo de diploma. UCLV. Dpto. de Automática y Sistemas Computacionales. Santa Clara, Cuba.

# ANEXO A

## CÓDIGOS PARA LA GENERACIÓN DEL CAMINO MIXTO Y EL CORRESPONDIENTE CONTROLADOR *I-LOS*.

Código para la generación de caminos mixtos. Las ecuaciones de los segmentos rectos y arcos de circunferencias que se toman para dibujar el camino se emplean en su forma paramétrica. Este bloque recibe el vector *pts* y  $R_1$  definidos en el *InitFcn*.

```
function []=(pts, R1)
%el vector ptos es un vector de 2 columnas, en la primera se recogen las
%coordenadas X de los waypoints y en la segunda, las coordenadas Y.
%R1 es la distancia, sobre el segmento recto, que debe existir entre un
%punto de conmutación y el waypoint más cercano.

Xw=[pts(:,1)];
%este vector contiene las coordenadas X de los waypoints.
Yw=[pts(:,2)];
%este vector contiene las coordenadas Y de los waypoints.

%Obtención de los otros parámetros importantes para la generación.
dseta=zeros(1,2*length(Xw)-2);
%Este vector contiene todos los valores del parámetro para final de
%cada tramo, sea recto o curvo.
alpha=zeros(1,length(Xw)-1);
%Este vector guarda los valores de alpha para cada línea recta.
R=zeros(1,length(Xw)-2);
%Este vector contiene los radios de todos los arcos de
%circunferencia a generar.
Xcentro=zeros(1,length(Xw)-2);
%Este vector contiene las coordenadas X de los centros de todas las
%circunferencias.
```

```

Ycentro=zeros(1,length(Xw)-2);
%Este vector contiene las coordenadas Y de los centros de todas las
%circunferencias.
lambda=zeros(1,length(Xw)-2);
%Este vector recoge el sentido en el que se debe recorrer cada arco de
%circunferencia: -1 si se recorre en sentido antihorario y 1 si se
%recorre en sentido horario.

for i=1:length(Xw)-1
alpha(i)=atan2(Yw(i+1)-Yw(i),Xw(i+1)-Xw(i));
end

for i=1:length(Xw)-2
xi=Xw(i+1)-R1*cos(alpha(i));
yi=Yw(i+1)-R1*sin(alpha(i));
xi1=Xw(i+1)+R1*cos(alpha(i+1));
yi1=Yw(i+1)+R1*sin(alpha(i+1));
Ycentro(i)=(yi1*tan(alpha(i+1))+xi1-yi*tan(alpha(i))-xi)/(tan(alpha(i+1))
-tan(alpha(i)));
lambdaR=(Yc-yi)/cos(alpha);
R(i)=abs(lambdaR);
lambda(i)=sign(lambdaR);
Xcentro(i)=xi-lambdaR*sin(alpha(i));
a=sqrt((Xw(i+2)-Xw(i))*(Xw(i+2)-Xw(i))+(Yw(i+2)-Yw(i))*(Yw(i+2)-Yw(i)));
b=sqrt((Xw(i+1)-Xw(i))*(Xw(i+1)-Xw(i))+(Yw(i+1)-Yw(i))*(Yw(i+1)-Yw(i)));
c=sqrt((Xw(i+2)-Xw(i+1))*(Xw(i+2)-Xw(i+1))+(Yw(i+2)-Yw(i+1))*(Yw(i+2)
-Yw(i+1)));
ni=acos((b*b+c*c-a*a)/(2*b*c))/2;
if i==1
dseta(2*i)=b-R1;
else
dseta(2*i)=b-2*R1;
end
dseta(2*i+1)=R(i)*(pi-2*ni);
end
dseta(2*length(Xw)-2)=sqrt((Xw(length(Xw))-Xw(length(Xw)-1))*(Xw(length(Xw))
-Xw(length(Xw)-1))+(Yw(length(Yw))-Yw(length(Yw)-1))

```

```

*(Yw(length(Yw))-Yw(length(Yw)-1))-R1;

%Generación del camino.
for i=1:length(Xw)-1
if i==1
%valores iniciales del primer tramo de recta.
Xini=Xw(i);
Yini=Yw(i);
else
%valores iniciales para todos los demás tramos de recta.
Xini=Xw(i)+R1*cos(alpha(i));
Yini=Yw(i)+R1*sin(alpha(i));
end
theta=0:0.001:dseta(2*i);
Xr=Xini+theta*cos(alpha(i));
Yr=Yini+theta*sin(alpha(i));
if i==1
X=Xr;
Y=Yr;
else
X=[X Xr];
Y=[Y Yr];
end
if i~=length(Xw)-1
%Solo se generan arcos de circunferencia luego de un segmento recto,
%si este segmento no es el último.
theta=0:0.001:dseta(2*i+1);
Xc=Xcentro(i)+lambda(i)*R(i)*sin(alpha(i)+lambda(i)*theta/R(i));
Yc=Ycentro(i)-lambda(i)*R(i)*cos(alpha(i)+lambda(i)*theta/R(i));
X=[X Xr];
Y=[Y Yr];
end
end
plot(Y,X,'b--','LineWidth',2);
%Se grafica el camino

```

Bloque donde se calcula cuándo un tramo del camino ha sido vencido. Este bloque recibe los puntos del camino (*pts*) definidos en el *InitFcn* y una variable *u* que contiene un valor asociado al tramo de camino en el que se encuentra el vehículo:

```
function [y,finish,ut]=fcn(u,pts)
x=0;
if u>=length(pts)
x=1;
u=length(pts)-1;
else
x=0;
end
finish=x;
xd=pts(:,1);
yd=pts(:,2);
if u==length(pts)-1
y=[pts(u,:) pts(u+1,:) 0 0];
ut=1;
else
y=[pts(u,:) pts(u + 1,:) pts(u + 2,:)];
ut=0;
end
```

Bloque de guiado: En este bloque se determinan los valores del error de seguimiento perpendicular al camino y el ángulo de rotación del mismo.

```
function [error,ji,next,cir]=fcn(pts,x,y,circulo1,jia,R1,ut)
%La variable x contiene la coordenada X en la que se encuentra el
%vehículo.
%La variable y contiene la coordenada Y en la que se encuentra el
%vehículo.
%La variable jia contiene el valor de ji (ángulo de rotación para el
%instante de tiempo anterior).
%La variable circulo1 determina si el vehículo se encuentra sobre una
%línea recta o un arco de circunferencia.
%La variable ut especifica que el vehículo no se encuentra en el último
%tramo recto del camino a generar, por lo que es válida la generación del
%arco de circunferencia luego de ese tramo recto).
```

```

xk=pts(1);
yk=pts(2);
xk1=pts(3);
yk1=pts(4);
xk2=pts(5);
yk2=pts(6);
circulo=0;
et=0;
next=0;
jip=0;
alpha=atan2(yk1-yk,xk1-xk);
%alpha para el tramo recto en cuestión.
ra=sqrt((xk1-x)*(xk1-x)+(yk1-y)*(yk1-y));
%La variable ra posee el valor del radio de conmutación.
if ra>R1 && circulo1==0
%se está sobre el tramo recto.
et=-(x-xk)*sin(alpha)+(y-yk)*cos(alpha);
jip=alpha;
elseif ra<=R1 && ut==0
%Se está sobre el arco de circunferencia.
alpha1=atan2(yk2-yk1,xk2-xk1);
%alpha para el próximo tramo recto.
xi=xk1-R1*cos(alpha);
yi=yk1-R1*sin(alpha);
xi1=xk1+R1*cos(alpha1);
yi1=yk1+R1*sin(alpha1);
Yc=(yi1*tan(alpha1)+xi1-yi*tan(alpha)-xi)/(tan(alpha1)-tan(alpha));
lambdaR=(Yc-yi)/cos(alpha);
R=abs(lambdaR);
lambda=sign(lambdaR);
Xc=xi-lambdaR*sin(alpha);
et=R-sqrt((x-Xc)*(x-Xc)+(y-Yc)*(y-Yc));
if y==Yc && x==Xc
jip=jia;
else
jic=atan2(y-Yc,x-Xc);
jip=lambda*pi/2+jic;

```

```

end
circulo=1;
elseif ra>R1 && circulo1==1
%Es necesario cambiar de tramo.
next=1;
elseif ra<=R1 && ut==1
%finalización del camino en una línea recta.
next=1;
end
cir=circulo;
error=et;
ji=jip;

Bloque del controlador de seguimiento I-LOS.

function [controlador,yint1]=fcn(u,yint,kp,k)
yint=yint;
%yint es el término integral del error.
%La variable k es un parámetro de diseño.
error=u;
%Error de seguimiento perpendicular al camino, calculado en el bloque de guiado.
delta=1/kp;
%Distancia lookahead
yintd=(error*delta)/(delta^2+(error+k*yint)^2);
controlador=kp*error+kp*k*yint;
controlador=controlador;
yint1=yintd;

```