

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Matemática, Física y Computación



**Trabajo para optar por el Título de Máster en Ciencias
de la Computación**

**Análisis de Textura Basado en la Matriz de
Ocurrencia de Niveles de Gris**

Autor: Ing. Denis Hernández Pacheco

Tutor: Dr. Alberto Taboada Crispí

Santa Clara

2008

"Año 50 de la Revolución"

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Matemática, Física y Computación



Trabajo para optar por el Título de Máster en Ciencias
de la Computación

Análisis de Textura Basado en la Matriz de
Ocurrencia de Niveles de Gris

Autor: Ing. Denis Hernández Pacheco

Tutor: Dr. Alberto Taboada Crispí

Profesor Auxiliar. CEETI.
Facultad de Ingeniería Eléctrica. UCLV.
E-mail: ataboada@uclv.edu.cu

Santa Clara

2008

"Año 50 de la Revolución"



Hago constar que el presente trabajo para optar por el título de Máster en Ciencias de la Computación fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Máster en Ciencias de la Computación, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Tutor

Firma del Jefe de Departamento
donde se defiende el trabajo

Firma del Responsable de
Información Científico-Técnica

AGRADECIMIENTOS

Agradezco infinitamente a la familia Palacio – Soto sin cuya ayuda incondicional la culminación de este trabajo hubiera sido imposible.

A Alberto Taboada, Alexander Falcón, José Juan Hernández, Morgan Reyes, Jorge García, Gerardo Gonzáles.

A mis padres y hermano, a Ruperto.

TAREA TÉCNICA

- Revisión bibliográfica sobre el análisis de la textura visual y los métodos de clasificación estadística.
- Implementación y selección de los rasgos de textura de mayor poder discriminante sobre un conjunto de clases de imágenes de textura.
- Desarrollo y selección de los clasificadores.
- Evaluación de la efectividad de los rasgos y clasificadores elegidos, mediante la segmentación supervisada de textura.

Firma del Autor

Firma del Tutor

RESUMEN

El análisis de textura en el contexto de este informe propone la selección de los rasgos de textura derivados de la matriz de ocurrencia de niveles de gris que mejor discriminan 8 clases de textura de Brodatz, que incluyen los dos modelos de textura: estocástico y determinista, y las clases correspondientes codificadas con tres aproximaciones del análisis multiresolución: pirámide Gaussiana, pirámide Laplaciana y descomposición basada en la wavelet del tipo Daubechies 2. Se evalúa el desempeño de las técnicas de clasificación estadística para mejorar la discriminación entre las clases de textura y se realiza la segmentación supervisada de una imagen mosaico compuesta por las 8 clases de textura utilizadas, para validar el desempeño de los rasgos seleccionados y clasificadores desarrollados.

Para el conjunto de clases utilizado, se proponen los rasgos de mayor poder discriminante: contraste y disimilitud, aplicados sobre las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana y desviación estándar, aplicado sobre las clases de textura originales; y los clasificadores de mejor desempeño: clasificador basado en estimados de la función de densidad normal para cada clase combinando 2 distribuciones gaussianas y clasificador basado en estimados de la función de densidad de Parzen para cada clase.

TABLA DE CONTENIDOS

AGRADECIMIENTOS.....	I
TAREA TÉCNICA.....	II
RESUMEN	III
INTRODUCCIÓN	1
CARACTERÍSTICAS DE LA TEXTURA VISUAL	1
MOTIVACIÓN	2
OBJETIVOS DEL TRABAJO	3
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
ORGANIZACIÓN DEL INFORME	4
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE TEXTURA.....	5
1.1 MÉTODOS DE DETECCIÓN DE LA TEXTURA VISUAL.....	5
1.2 LOS RASGOS DE TEXTURA BASADOS EN LA MATRIZ DE OCURRENCIA DE NIVELES DE GRIS	8
1.2.1 GRUPO DE MEDIDAS DE TEXTURA DEL CONTRASTE	10
1.2.2 GRUPO DE MEDIDAS DE TEXTURA DEL ORDEN	10
1.2.3 GRUPO DE MEDIDAS DE TEXTURA DE LA ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.....	11
1.3 ANÁLISIS MULTIRESOLUCIÓN.....	12
1.4 CLASIFICACIÓN	15
1.4.1 APROXIMACIÓN ESTADÍSTICA	20
1.4.1.1 MÉTODOS CLÁSICOS DE LA CLASIFICACIÓN ESTADÍSTICA	20
1.4.1.1.1 DISCRIMINANTES LINEALES.....	21
1.4.1.1.2 DISCRIMINANTES CUADRÁTICOS	25
1.4.1.1.3 DISCRIMINANTES LOGÍSTICOS	27
1.4.1.1.4 REGLA DE BAYES	29
1.4.1.2 MÉTODOS MODERNOS DE LA CLASIFICACIÓN ESTADÍSTICA	29
1.4.1.2.1 ESTIMACIÓN DE LA DENSIDAD	30
1.4.1.2.2 MÉTODO DE LOS <i>K</i> VECINOS MÁS CERCANOS.....	35

1.4.1.2.3	NAIVE BAYES	36
CAPÍTULO 2. ANÁLISIS DE TEXTURA BASADO EN LAS TÉCNICAS DE CLASIFICACIÓN ESTADÍSTICA.....		38
2.1	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	38
2.2	SELECCIÓN DE LAS HERRAMIENTAS	39
2.2.1	MATLAB 7.0.....	39
2.2.2	IMÁGENES PATRONES DE TEXTURA. CARACTERÍSTICAS.....	40
2.3	RECOLECCIÓN DE LOS DATOS.....	42
2.3.1	PROCEDIMIENTO PARA LA EXTRACCION DE LOS RASGOS DE TEXTURA BASADOS EN LA GLCM....	42
2.3.2	SELECCIÓN DE LOS RASGOS DE TEXTURA BASADOS EN LA GLCM	46
2.3.2.1	ANÁLISIS BASADO EN LAS IMÁGENES ORIGINALES.....	46
2.3.2.2	ANÁLISIS BASADO EN LAS IMÁGENES CODIFICADAS CON LA PIRÁMIDE GAUSSIANA	49
2.3.2.3	ANÁLISIS BASADO EN LAS IMÁGENES CODIFICADAS CON LA PIRÁMIDE LAPLACIANA.....	51
2.3.2.4	ANÁLISIS BASADO EN LAS IMÁGENES CODIFICADAS MEDIANTE LA WAVELET DAUBECHIES 2.....	52
2.3.2.5	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	53
2.3.3	DEFINICIÓN DE LOS CONJUNTOS DE DATOS	54
2.4	ANÁLISIS DE LOS VALORES DE LOS RASGOS	56
2.5	CLASIFICACIÓN BASADA EN LOS VALORES DE LOS CONJUNTOS DE ENTRENAMIENTO.....	58
2.5.1	CLASIFICACIÓN BASADA EN LAS TÉCNICAS DE LA ESTADÍSTICA CLÁSICA	59
2.5.2	CLASIFICACIÓN BASADA EN LAS TÉCNICAS DE LA ESTADÍSTICA MODERNA	63
2.5.2.1	ESTIMACIÓN DE LA DENSIDAD	63
2.5.2.2	MÉTODO DE LOS K VECINOS MÁS CERCANOS.....	64
2.6	CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....	65
CAPÍTULO 3. EVALUACIÓN DE LOS CLASIFICADORES DESARROLLADOS		67
3.1	EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE LOS CLASIFICADORES	67
3.2	SEGMENTACIÓN DE TEXTURA SUPERVISADA	69
3.3	COMPROBACIÓN DE LOS RESULTADOS UTILIZANDO OTRO CONJUNTO DE CLASES DE TEXTURA....	71
3.4	CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....	76
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....		77
	CONCLUSIONES.....	77
	RECOMENDACIONES	78
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		79
ANEXOS.....		86
ANEXO I	MEDIDAS DE TEXTURA BASADAS EN LA GLCM.....	86

I.1	GRUPO DE MEDIDAS DE TEXTURA DEL CONTRASTE.....	86
I.2	GRUPO DE MEDIDAS DE TEXTURA DEL ORDEN.....	88
I.3	GRUPO DE MEDIDAS DE TEXTURA DE LA ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.....	89
ANEXO II	DESCOMPOSICIÓN MULTIRESOLUCIÓN.....	91
II.1	GENERACIÓN DE LA PIRÁMIDE GAUSSIANA.....	91
II.2	GENERACIÓN DE LA PIRÁMIDE LAPLACIANA.....	94
II.3	DESCOMPOSICIÓN BASADA EN LA TRANSFORMADA WAVELET.....	94
ANEXO III	METODOLOGÍA DE LOS PROBLEMAS DE CLASIFICACIÓN.....	98
III.1	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	99
III.2	RECOLECCIÓN DE LOS DATOS.....	99
III.3	EXAMEN INICIAL DE LOS DATOS.....	102
III.3.1	CHEQUEO DE LOS DATOS.....	103
III.3.2	CÁLCULO DE LOS ESTADÍSTICOS.....	104
III.3.3	GRAFICAR LOS DATOS.....	104
ANEXO IV	DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO.....	104
ANEXO V	GRÁFICOS DE LOS 12 RASGOS DE TEXTURA BASADOS EN LA GLCM. IMÁGENES ORIGINALES.....	105
V.1	RASGOS INDIVIDUALES.....	107
V.2	COMBINACIÓN DE LOS RASGOS.....	115
V.3	GRÁFICOS DE LOS VALORES DE LOS 12 RASGOS DE TEXTURA BASADOS EN LA GLCM OBTENIDOS CON TAMAÑO DE BLOQUE DE 16X16 PÍXELES.....	116
ANEXO VI	GRÁFICOS DE LOS 12 RASGOS DE TEXTURA BASADOS EN LA GLCM. ANÁLISIS MULTIRESOLUCIÓN.....	118
VI.1	CODIFICACIÓN BASADA EN LA PIRÁMIDE GAUSSIANA.....	119
VI.2	COMBINACIÓN DE LOS RASGOS BASADOS EN LA PIRÁMIDE GAUSSIANA.....	134
VI.3	CODIFICACIÓN BASADA EN LA PIRÁMIDE LAPLACIANA.....	135
VI.4	COMBINACIÓN DE LOS RASGOS BASADOS EN LA PIRÁMIDE LAPLACIANA.....	150
VI.5	DESCOMPOSICIÓN BASADA EN LA WAVELET DAUBECHIES 2.....	151
VI.5.1	CLASES DE TEXTURA DE LOS COEFICIENTES DE APROXIMACIÓN.....	151
VI.5.2	CLASES DE TEXTURA DE LOS COEFICIENTES DE DETALLE HORIZONTAL.....	164
VI.5.3	CLASES DE TEXTURA DE LOS COEFICIENTES DE DETALLE VERTICAL.....	177
VI.5.4	CLASES DE TEXTURA DE LOS COEFICIENTES DE DETALLE DIAGONAL.....	190
VI.6	COMBINACIÓN DE LOS RASGOS BASADOS EN LA DESCOMPOSICIÓN MEDIANTE LA WAVELET DAUBECHIES 2.....	203
ANEXO VII	COMBINACIÓN DE LOS RASGOS DE MEJOR DESEMPEÑO.....	204
ANEXO VIII	GRÁFICOS DE LOS HISTOGRAMAS DE LOS DATOS DE CADA CLASES PARA LOS CONJUNTOS DE ENTRENAMIENTO 1 Y 2.....	207
ANEXO IX	GRÁFICOS DE LAS CLASES OBTENIDOS AL UTILIZAR EL MÉTODO DEL ANÁLISIS	

DISCRIMINANTE.....	211
ANEXO X GRÁFICOS DE LAS CLASES OBTENIDAS AL UTILIZAR EL MÉTODO DE ESTIMACIÓN DE DENSIDAD DE PARZEN.....	216
ANEXO XI GRÁFICOS DE LAS CLASES OBTENIDOS AL UTILIZAR EL MÉTODO DE LOS K VECINOS MÁS CERCANOS.....	217

INTRODUCCIÓN

Un área importante del análisis e interpretación de imágenes a la que desde los años 1980 se está prestando especial interés, debido a las crecientes investigaciones en los campos de la visión artificial y del procesamiento de imágenes, es al análisis de textura.

La textura es una propiedad que está presente en la superficie de los objetos reales y contiene información importante acerca de su estructura. Aunque es muy fácil para el observador humano reconocerla y describirla en términos empíricos, es extremadamente difícil definirla de forma precisa y realizar su análisis mediante cálculos.

Con aplicaciones importantes en el análisis de imágenes médicas y satelitales, la codificación de imágenes, la inspección de superficies, la identificación de objetos, entre otros, el análisis de textura se divide en cuatro áreas principales: la clasificación de texturas, la segmentación de imágenes de texturas, la síntesis de texturas y la modelación de texturas.

En este informe se presenta un estudio del análisis de textura basado en una selección de los rasgos de textura derivados de la matriz de ocurrencia de niveles de gris de mayor poder discriminante, entre 12 rasgos propuestos, y del desempeño de las técnicas de clasificación estadística para discriminar entre 8 clases de textura de Brodatz, lo que abarca las dos primeras áreas del análisis de textura.

Características de la textura visual

En términos generales la textura puede definirse como una característica visual o táctil de la superficie de un objeto. En las imágenes digitales, la textura visual se representa como variaciones de los valores de las intensidades de los píxeles que forman ciertos patrones

repetitivos. La causa puede deberse a las propiedades físicas de la superficie de los objetos, o a los cambios en la absorción y reflexión de la iluminación (Ballard & Brown, 1982, pp. 166-189; Mihran & Anil, 1998, pp. 207-248; Tuceryan & Jain, 1999, pp. 1-3). Puede decirse que todos los objetos se caracterizan por tener textura si se observan a la distancia apropiada y con diferentes grados de atención, según Chaudhuri et al. (1993), y las imágenes pueden considerarse como mosaicos de texturas separadas por fronteras, por lo que la clasificación de texturas combinada con la segmentación es una herramienta muy poderosa en el análisis de imágenes (Commowick et al., 2003, p.1).

Las diferencias en los valores de intensidad de los píxeles de la imagen proporcionan un medio práctico para analizar las propiedades de textura de los objetos. Desafortunadamente, no se ha podido definir la textura digital en términos matemáticos (Haralick et al., 1973). Específicamente 10 años después, Cross y Jain (1983), analizando la textura mediante los modelos de Markov, planteaban que la textura visual, podía considerarse como estocástica y posiblemente periódica. Pero 13 años después aún no estaba muy clara la definición de textura (Jain & Karu, 1996). Desde el punto de vista matemático, no contar con un modelo que defina la textura hace que análisis de textura sea un problema debido a que como no puede comprobarse la validez de los métodos de análisis, su evaluación debe realizarse de manera empírica. Sin embargo, las medidas de textura se han utilizado satisfactoriamente en muchas aplicaciones de la visión artificial (Mäenpää, 2003, p.16).

Muchos investigadores han categorizado la textura de acuerdo a su apariencia. La forma más simple consiste en dividir la textura en dos categorías: estocástica y determinista. Otra forma propuesta por Rao y Lohse (1993), basada en las características más importantes del sistema visual humano (Tamura et al., 1978), categoriza la textura en tres dimensiones ortogonales: repetitiva vs. no repetitiva, no direccional con alto contraste vs. direccional con bajo contraste, y texturas simples granulares vs. texturas complejas de granos finos.

Motivación

Caracterizar una imagen en diferentes clases de textura a menudo es una tarea trivial para el sistema visual humano, pero es uno de los retos más importantes en los campos de la visión artificial y del procesamiento de imágenes. Aún cuando el color es un atributo importante para la interpretación de imágenes, existen situaciones donde las mediciones del color no

son suficientes o aplicables. Las medidas de textura tienden a funcionar mejor en condiciones reales donde hay variabilidad en la iluminación.

Desde la década del 1960, el análisis de textura ha sido un área de intensa investigación. No obstante, el progreso ha sido lento con la introducción de solo unas pocas mejoras notables. Los métodos desarrollados ocasionalmente han sido utilizados en aplicaciones reales. El análisis de textura basado en imágenes del mundo real ha probado ser extremadamente difícil, quizás la mayor dificultad se debe a la falta de homogeneidad de las texturas, la variación de la iluminación y la variabilidad en la forma de la superficie (Mäenpää, 2003, p.17).

El problema del análisis de textura normalmente se divide en dos etapas: 1) extracción de rasgos, y 2) clasificación. Para diseñar un algoritmo efectivo para la clasificación de texturas, es esencial encontrar un conjunto de rasgos de textura con un buen poder discriminante (Hiremath & Shivashankar, 2006, p.55). Existen varias técnicas de extracción de textura, aunque no se ha podido validar experimentalmente la superioridad de unas sobre otras (Mahmood & Mahmood, 2004, p.328), entre las más utilizadas pueden citarse los métodos de la aproximación estadística, entre estos, los rasgos de textura basados en la matriz de ocurrencia de niveles de gris propuestos por Haralick (1973) en la década del 1970.

Objetivos del trabajo

- 1) Seleccionar los rasgos de textura basados en la matriz de ocurrencia de niveles de gris que mejor discriminan imágenes de clases de textura, originales y codificadas (análisis multiresolución).
- 2) Evaluar el desempeño de las técnicas de clasificación estadística para mejorar la discriminación entre las clases de textura.

Objetivos específicos

- Implementar los rasgos de textura basados en la matriz de ocurrencia de niveles de gris utilizando Matlab 7.0.

- Implementar los métodos del análisis multiresolución: pirámide Gaussiana, pirámide Laplaciana y descomposición basada en la wavelet Daubechies 2 en Matlab 7.0.
- Seleccionar los rasgos de textura basados en la matriz de ocurrencia de niveles de gris de mayor poder discriminante.
- Desarrollar y seleccionar clasificadores de la aproximación estadística.
- Evaluar la efectividad de los rasgos y clasificadores elegidos, mediante la segmentación supervisada de textura.

Organización del informe

Este documento consta de los capítulos siguientes:

- Capítulo 1, “Introducción al Análisis de Textura”, hace referencia a los métodos principales utilizados para el análisis de textura. Se definen 12 rasgos de textura derivados de la matriz de ocurrencia de niveles de gris. Se presentan 3 métodos del análisis multiresolución y se realiza una introducción a las técnicas de la clasificación estadística.
- Capítulo 2, “Análisis de Textura basado en las Técnicas de Clasificación Estadística”, trata las diferentes etapas que se siguieron en el desarrollo de este estudio: la formulación del problema, la selección de las herramientas y la recolección de los datos.
- Capítulo 3, “Evaluación de los Clasificadores Desarrollados”, se hace una evaluación del desempeño de los clasificadores desarrollados, que incluye la segmentación supervisada de una imagen mosaico formada por las 8 clases de textura de Brodatz.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS DE TEXTURA

En este capítulo se hace una revisión del estado del arte de los principales métodos utilizados para el análisis de textura. Se introducen la matriz de ocurrencia de niveles de gris y 12 rasgos de textura derivados de la misma. Se presentan 3 métodos del análisis multiresolución: pirámide Gaussiana, pirámide Laplaciana y descomposición basada en la wavelet Daubechies 2. Y se realiza una introducción a las técnicas de clasificación de la estadística clásica y moderna.

1.1 Métodos de detección de la textura visual

Muchos de los algoritmos utilizados en los campos de la visión artificial y del procesamiento digital de imágenes se basan en realizar suposiciones acerca de la uniformidad de los valores de las intensidades de los píxeles en regiones locales de la imagen, con el objetivo de simplificar el problema del análisis de imágenes. Sin embargo, las imágenes tomadas a objetos reales a menudo no están formadas por regiones que presentan estas características, sino que pueden contener variaciones de los valores de intensidad de los píxeles que forman ciertos patrones repetitivos denominados textura visual. La textura visual en una imagen puede ser el resultado de las propiedades de la superficie física de los objetos implicados, como es el caso de las asperezas, que a menudo tienen una cualidad táctil, o pueden ser el resultado de las diferencias con que algunos objetos reflejan o absorben la luz (Mihran & Anil, 1998).

Es fácil reconocer la textura de manera visual, pero es muy difícil definirla. Esta dificultad se demuestra por la cantidad de definiciones diferentes de textura que se han tratado en el campo de la investigación visual. Coggins (1982) ha compilado en un catálogo algunas de las definiciones de textura que se han dado en el campo de la visión artificial.

Los métodos de detección de textura tradicionalmente se han dividido en dos categorías. La primera, denominada aproximación estadística o estocástica, trata la textura como un fenómeno estadístico. La formación de textura se describe a partir de las propiedades estadísticas de las intensidades y posiciones de los píxeles. La diferencia de histogramas y la matriz de ocurrencia de niveles de gris, investigados por Haralick (1973), Weszka (1976), y Unser (1986), son ejemplos simples de este tipo de medidas de textura. La aproximación estadística de textura describe mejor las texturas estocásticas. La segunda categoría, denominada aproximación estructural, introduce el concepto de primitivas de textura, a menudo llamados textones o texels. Estos métodos para describir la textura, requieren de un vocabulario de texels y de una descripción de sus interrelaciones. El objetivo es representar estructuras complejas con primitivas simples (Julesz, 1981; Mäenpää, 2003, p.30). Se ha demostrado que los modelos de textura estructurales representan mejor las texturas deterministas o estructuralmente bien definidas. Desde el trabajo pionero de Julesz (1981), y Beck (1983), los modelos basados en primitivas, se han utilizado bastante para realizar estudios sobre la percepción humana de la textura. Sin embargo, el problema con la correlación entre los dos modelos de textura, ha sido reconocido recientemente por Sanchez Yañez (2003), la textura contiene tanto características estadísticas como regulares y en la práctica pueden encontrarse texturas periódicas y aleatorias a la vez, por lo que se hace extremadamente difícil clasificar la textura basado en un único método.

Otra forma de clasificación de los métodos de textura fue propuesta por Chellappa y Manjunath (2001). De acuerdo a la misma, los métodos modernos, tratan, o de entender el proceso de formación de textura, o se basan en la teoría de la percepción humana de la textura. Tuceryan y Jain (1999), han realizado una categorización más específica en la que los métodos de textura se dividen en aproximaciones estadísticas, estructurales, de procesamiento de señales y basadas en modelos (Xianghua, 2006, p.13). En la tabla 1.1.1 se muestra una lista de algunos métodos de detección de textura clasificados según estas categorías.

Tabla 1.1.1. Algunos métodos de detección de textura.

Aproximación	Método
Estadística	1. Propiedades del histograma
	2. Matriz de ocurrencia de niveles de gris
	3. Patrón binario local
	5. Autocorrelación
	6. Operaciones morfológicas
	7. Detección de bordes
	8. Basado en registro
	Estructural
2. Representación esquelética	
Procesamiento de señales	1. Filtrado en el dominio espacial
	2. Análisis en el dominio de la frecuencia
	3. Combinación de 1 y 2
Basado en modelos	1. Modelos fractales
	2. Modelos aleatorios

El proceso de formación de textura puede describirse usando los procesos de Markov o los modelos autorregresivos. Hasta hace poco, los modelos aleatorios Gaussianos de Markov, estudiados por Chellappa et al. (1999), se utilizaron como modelos generales de textura. Desde el comienzo de la década de los años 1980, los modelos basados en el procesamiento de señales ganaron mucho interés. Por otra parte, el primer trabajo que asoció el modelo visual humano al análisis de textura fue el presentado por Faugeras (1978). En la actualidad, el filtrado de Gabor, usado en un principio para el análisis de imágenes por Granlund (1978), se considera el método de análisis de textura más comúnmente utilizado por la comunidad científica. Este método propuesto por Manjunath y Ma (1996), ha

mostrado un buen desempeño en un número considerable de estudios comparativos. La fortaleza del método puede atribuirse a la incorporación del análisis de las frecuencias espaciales y la información de bordes locales. Aunque teóricamente elegante, tiende a ser computacionalmente muy demandante, especialmente al aumentar el tamaño de la máscara, y es muy sensible a las variaciones de la iluminación (Mäenpää, 2003, p.17).

1.2 Los rasgos de textura basados en la matriz de ocurrencia de niveles de gris

Haralick et al. (1973), propuso el uso de las medidas de textura basadas en la matriz de ocurrencia de niveles de gris, también llamada matriz de dependencia espacial de tonos de gris (Gray Level Co-occurrence Matrix, GLCM, o Gray Tone Spatial Dependency Matrix, GTSDM, por sus siglas en inglés), para el análisis de textura. Esta representación se ha convertido en uno de los descriptores de textura más conocidos y utilizados.

La ocurrencia espacial de niveles de gris proporciona un estimado de las propiedades de la imagen que está relacionado con los estadísticos de segundo orden. Los estadísticos de primer orden miden la probabilidad de observar un valor de gris en una región de la imagen elegida de forma aleatoria y pueden calcularse a partir del histograma de niveles de gris de la imagen, porque dependen solamente de los valores de los píxeles individuales y no de la interacción u ocurrencia de los valores de los píxeles vecinos. Entre los estadísticos de primer orden pueden mencionarse los agrupados como medidas de la tendencia central y como medidas de dispersión (Mäenpää, 2003, p.27; Mihran & Anil, 1998).

Las medidas de segundo orden o más consideran la relación que existe entre dos o más píxeles, usualmente vecinos, de la imagen original. Generalmente las medidas mayores de orden 2 no se implementan, debido a que consumen mucho tiempo de cálculo y a su dificultad de interpretación (Bayer, 2000). La GLCM, Pd , para un desplazamiento dx , por filas, y dy , por columnas, se define para la dirección sur como:

$$Pd(i, j) = \sum_{c=1}^C \sum_{r=1}^R |(I(r, c), I(r + dx, c)) = (i, j)|; \quad (1)$$

y para la dirección este como:

$$Pd(i, j) = \sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C |(I(r, c), I(r, c + dy)) = (i, j)|; \quad (2)$$

siendo R, C , el tamaño en píxeles por filas, r , y por columnas, c , de la imagen I y el conjunto (i, j) , la combinación de niveles de gris buscada. Las medidas de textura requieren: 1) que la GLCM sea una matriz simétrica, esto se hace sumando a la GLCM su matriz transpuesta y, 2) que en lugar de estar formada por números representando la ocurrencia de niveles de gris, esté en función de su probabilidad de ocurrencia. Este proceso denominado normalización de la GLCM se obtiene dividiendo cada valor de ocurrencia de un nivel de gris por la suma de todos los valores de ocurrencias de niveles de gris (Tuceryan & Jain, 1999, pp.12-14; Bayer, 2000),

$$P_{i,j} = \frac{Pd(i,j)}{\sum_{i,j=1}^N Pd(i,j)}, \text{ siendo } N=R \cdot C. \quad (3)$$

Haralick et al. (1973), propusieron 14 rasgos basados en la GLCM que describen alguna de las características de la textura. Entre estos 14 rasgos, 8 son los más utilizados en el análisis de imágenes: el contraste, la homogeneidad, la correlación, la entropía, la disimilitud, la asimetría, la media y la desviación estándar. Bayer (2000) dividió estos rasgos de textura en 3 grupos: el grupo de las medidas de textura del contraste, formado por los rasgos: contraste, disimilitud, homogeneidad y similitud; el grupo de las medidas de textura del orden, formado por los rasgos: segundo momento angular (asm), energía, entropía y máxima probabilidad; y el grupo de las medidas de textura de la estadística descriptiva, formado por los rasgos: media, varianza, desviación estándar y correlación. En el anexo II puede encontrarse una descripción más detallada de estos rasgos.

Lee (2007), utilizó los valores del contraste, la homogeneidad, la entropía y el momento en una red neuronal para identificar vehículos mediante su región frontal, obteniendo una razón de reconocimiento del 94%. Partio et al. (2004), compararon el desempeño de los rasgos basados en la GLCM con los basados en la wavelet de Gabor, utilizando un banco de imágenes de rocas, patrón de textura estocástico, resultando en un mejor desempeño las medidas de texturas basadas en la GLCM. La desventaja del filtrado de Gabor para esta aplicación particular resulta del hecho de que las características de frecuencia de las diferentes clases de imágenes de rocas son muy similares, además de que no existe direccionalidad significativa.

1.2.1 Grupo de medidas de textura del contraste

El grupo de medidas del contraste está formado por rasgos que utilizan ponderaciones relativas a la distancia de la diagonal principal de la GLCM. Sean i y j , las filas y columnas de la GLCM, y $P_{i,j}$, la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris (Bayer, 2000).

El contraste determinado a partir de la GLCM se define como:

$$\text{Contraste} = \sum_{i,j=1}^N P_{i,j} (i-j)^2. \quad (4)$$

La disimilitud en la GLCM se define como:

$$\text{Disimilitud} = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} |i-j|. \quad (5)$$

La homogeneidad en la GLCM se define como:

$$\text{Homogeneidad} = \sum_{i,j=0}^{N-1} \frac{P_{i,j}}{1+(i-j)^2}. \quad (6)$$

La similitud en la GLCM se define como:

$$\text{Similitud} = \sum_{i,j=0}^{N-1} \frac{P_{i,j}}{1+|i-j|}. \quad (7)$$

1.2.2 Grupo de medidas de textura del orden

El orden significa cuán regulares u ordenados están los valores de los píxeles en una región o en una imagen. Las medidas del orden, al igual que las medidas del contraste utilizan un promedio ponderado de los valores de la GLCM (Bayer, 2000). Los pesos están relacionados con la frecuencia con que se observa un nivel de gris, de manera que: 1) un peso que se incremente con la uniformidad resultará en una medida de textura que se incremente con el orden; y 2) un peso que decrezca con la uniformidad resultará en una medida de textura que se incremente con el desorden.

El asm en la GLCM se define como:

$$ASM = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j}^2 . \quad (8)$$

La energía en la GLCM se define como:

$$Energía = \sqrt{\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j}^2} . \quad (9)$$

La máxima probabilidad en la GLCM se define como:

$$M = Max(P_{i,j}) . \quad (10)$$

La entropía de Shannon en la GLCM se define como:

$$Entropía = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (-\ln(P_{i,j})) . \quad (11)$$

1.2.3 Grupo de medidas de textura de la estadística descriptiva

Estadísticos similares se derivan directamente de los valores de los niveles de gris en la imagen original y son utilizados como indicadores de textura, pero no de la textura de la GLCM (Bayer, 2000).

La media de la GLCM se define como:

$$\mu_i = \sum_{i,j=0}^{N-1} iP_{i,j} \quad \mu_j = \sum_{i,j=0}^{N-1} jP_{i,j} . \quad (12)$$

La varianza de la GLCM se define como:

$$\sigma_i^2 = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (i - \mu_i)^2 \quad \sigma_j^2 = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (j - \mu_j)^2 . \quad (13)$$

La desviación estándar de la GLCM se define como:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (i - \mu_i)^2} \quad \sigma_j = \sqrt{\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (j - \mu_j)^2} . \quad (14)$$

La correlación de la GLCM se define como:

$$Correlación = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} \left[\frac{(i - \mu_i)(j - \mu_j)}{\sqrt{(\sigma_i^2)(\sigma_j^2)}} \right] . \quad (15)$$

1.3 Análisis multiresolución

En los campos de la visión artificial y del procesamiento de imágenes es difícil analizar la información contenida en una imagen a partir de los valores de los niveles de gris de sus píxeles, porque estos valores dependen de las condiciones de iluminación. Más importante resultan las variaciones locales de los valores de intensidad. El tamaño de la vecindad donde se determina este contraste debe adaptarse al tamaño de los objetos que se desea analizar, porque este tamaño define una resolución de referencia para medir las variaciones locales de la imagen. Sin embargo, generalmente las estructuras que queremos buscar tienen diferentes tamaños por lo que no es posible definir a priori una resolución óptima para analizar las imágenes. Para solucionar este problema se han desarrollado varios algoritmos de reconocimiento de patrones que procesan la imagen a diferentes resoluciones.

Una representación multiresolución proporciona una estructura jerárquica simple para interpretar la información de la imagen, porque a diferentes resoluciones los detalles de una imagen generalmente caracterizan diferentes estructuras físicas de la escena. A la resolución más baja, estos detalles se corresponden con las estructuras más grandes que representan el contexto de la imagen (Mallat, 1989).

Burt, Adelson (1983), y Crowley (1987), introdujeron una implementación piramidal para el cálculo multiresolución de los detalles de las señales, donde la diferencia entre los filtros paso bajo se aproxima al Laplaciano de Gauss. Los detalles a diferentes resoluciones se reagrupan en una estructura piramidal llamada pirámide Laplaciana. El primer paso en la codificación basada en la pirámide Laplaciana es realizar un filtrado paso bajo de la imagen original, g_0 , para obtener la imagen g_1 , que es una versión reducida de g_0 porque decrecen su resolución y densidad de muestras. De forma similar se forma la imagen g_2 como una versión reducida de g_1 , y así sucesivamente. El filtrado se realiza mediante un procedimiento equivalente a la convolución utilizando una función simétrica muy parecida a una distribución Gaussiana, de manera que la secuencia de imágenes $g_0, g_1, g_2, \dots, g_n$, siendo n el nivel de descomposición, se denomina pirámide Gaussiana, figura 1.3.1, y la secuencia de imágenes de error, obtenida como la diferencia entre niveles consecutivos de la pirámide Gaussiana, se denomina pirámide Laplaciana. En esta figura las dimensiones de

las imágenes están en i píxeles por filas por j píxeles por columnas (Mallat, 1989; Burt & Adelson, 1983).

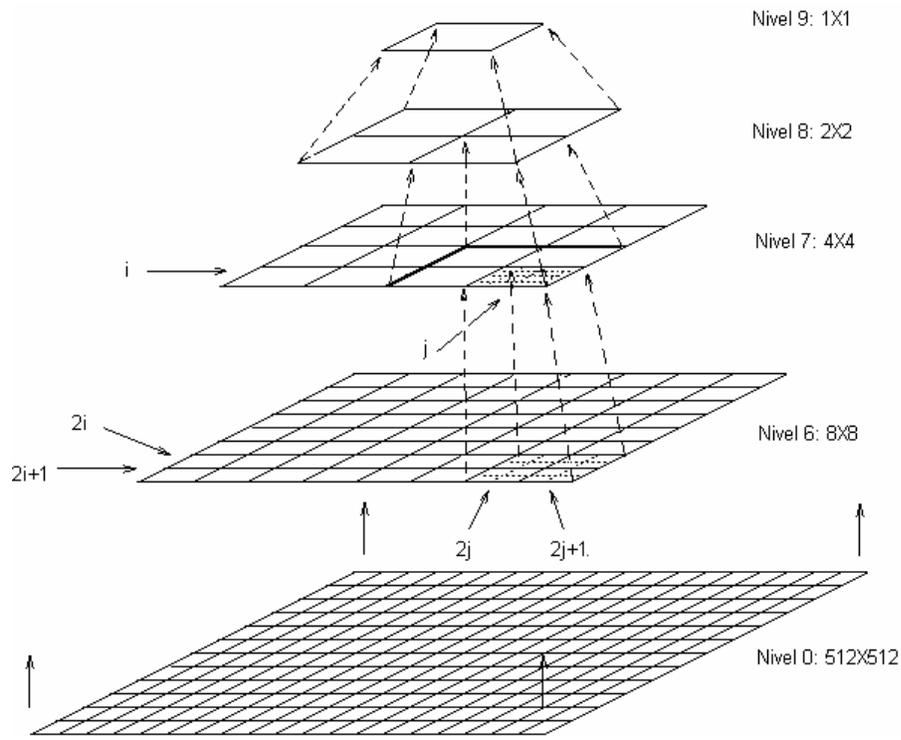


Figura 1.3.1. Representación de los niveles de descomposición de la codificación por pirámide Gaussiana. De la diferencia entre niveles consecutivos se obtiene la pirámide Laplaciana.

En la figura 1.3.1, puede notarse que la resolución de las imágenes de la pirámide disminuye en la mitad entre niveles consecutivos. La pirámide Laplaciana se obtiene como la diferencia entre los niveles consecutivos de la pirámide Gaussiana expandiendo cada nivel superior de forma que el tamaño entre niveles consecutivos sea el mismo. En el anexo III.1 y III.2 se presenta una explicación más detallada de la generación de las pirámides Gaussiana y Laplaciana.

La representación piramidal tiene la desventaja de que los datos en los niveles separados están correlacionados. No existe un modelo claro que represente esta correlación por lo que es difícil saber si una similitud entre los detalles de la imagen a diferentes resoluciones se debe a una propiedad de la imagen o a la redundancia intrínseca de la representación.

Además la representación multiresolución Gaussiana o Laplaciana no introduce ninguna selectividad de la orientación espacial en el proceso de descomposición. Esta homogeneidad espacial puede ser un inconveniente al tratar con los problemas de discriminación de textura (Mallat, 1989).

El uso de la transformada wavelet para el análisis de la textura en imágenes fue propuesto por primera vez en 1989 por Mallat (Ruiz, et al. 2004), como una alternativa al análisis más complejo de la información contenida en una imagen directamente de los valores de intensidad de los píxeles.

La idea básica de la transformada wavelet es representar cualquier función arbitraria como una superposición funciones elementales, descomponiendo las señales a partir de una serie de wavelets creadas al dilatar y trasladar una función base denominada wavelet madre, definida como:

$$\psi_{s,u}(x) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{x-u}{s}\right), \quad (16)$$

siendo s , y u , los factores de dilatación y traslación respectivamente. La descomposición wavelet unidimensional de una función se obtiene al aplicar estas funciones elementales a la función original:

$$Wf(s,u) = \int f(x) \psi_{s,u}^*(x) dx. \quad (17)$$

La extensión de la transformada de wavelet a imágenes puede hacerse de varias formas, la más simple es aplicar un banco de filtros separable en las direcciones de las filas y las columnas. Como resultado se descompone la imagen original en 1 imagen de baja resolución, formada por los coeficientes de aproximación y en 3 imágenes por cada nivel de descomposición: la imagen de los detalles horizontales, la imagen de los detalles verticales y la imagen de los detalles diagonales. Estas imágenes se denominan subbandas (Misiti, et al. 2002; Mojsilovic, et al. 1998; Zhang, et al. 2005). En el anexo III.3 puede encontrarse una explicación más detallada sobre la descomposición mediante wavelets.

Respecto al trabajo previo del análisis de textura usando la descomposición por wavelets, se han utilizado diferentes rasgos de textura aplicados tanto sobre las subbandas de baja resolución como a las subbandas de los coeficientes orientados. Asimismo, se han utilizado

tanto los rasgos básicos extraídos directamente del histograma, como la energía local, la varianza y la desviación estándar, y los rasgos textura basados en la GLCM. Kociołek et al. (2006), utilizan rasgos basados en la energía aplicados sobre los coeficientes wavelets de las subbandas en escalas sucesivas de una base de datos de imágenes de Brodatz. En Hiremath y Shivashankar (2006), se propone un algoritmo para la clasificación de texturas utilizando los rasgos basados en wavelets. Qiao et al. (2005), compararon el desempeño de varios rasgos de textura basados en wavelets aplicados sobre una base de datos formada por 112 imágenes de texturas de Brodatz, obteniendo los mejores resultados con los estadísticos de primer orden media y varianza aplicados sobre la subbanda de los coeficientes de aproximación de wavelets ortogonales *splines*. Zhang et al. (2005), proponen un método de clasificación de textura, para imágenes de sensado remoto, basado en la clasificación mediante *support vector machines* y redes neuronales usando los rasgos relacionados con la energía aplicados sobre las imágenes de las subbandas. Commowick et al. (2003), aplicaron la media y la desviación estándar de la GLCM sobre imágenes descompuestas mediante la wavelet Daubechies.

1.4 Clasificación

La clasificación es una forma de agrupar y categorizar objetos y está presente en la mayor parte de la actividad humana. De manera general, el término podría cubrir cualquier contexto en el cual se toma alguna decisión o se realiza alguna previsión sobre la base de la información disponible. La clasificación tiene dos significados diferentes: 1) dado un conjunto de observaciones existe la necesidad de establecer la existencia de clases o agrupaciones en los datos, o 2) pudiera querer establecerse una regla, a partir de la cual se pueda clasificar una nueva observación dado un conjunto de clases predefinidas. Los métodos de clasificación en los que las clases se infieren a partir de los datos se conocen como de aprendizaje no supervisado o de agrupación. Y los métodos de clasificación que se desarrollan a partir de un conjunto de datos para el que las clases son conocidas, se conocen como: reconocimiento de patrones, discriminación, o aprendizaje supervisado.

Un procedimiento de clasificación es un método que de manera repetida está tomando decisiones basado en situaciones variables. Una interpretación más estricta del concepto considera que un procedimiento de clasificación es un método que será aplicado a una

secuencia de casos, en la que cada nuevo caso debe asignarse a una de las clases predefinidas en un conjunto, sobre la base de sus atributos observados o rasgos (Henery, 1994, pp. 6-16; Mäenpää, 2003, p. 21; Michie, et al. 1994, pp. 1-3; Weeb, 2002, pp.1-28). En la figura 1.4.1 se muestra un diagrama que representa de manera simplificada un procedimiento de clasificación.

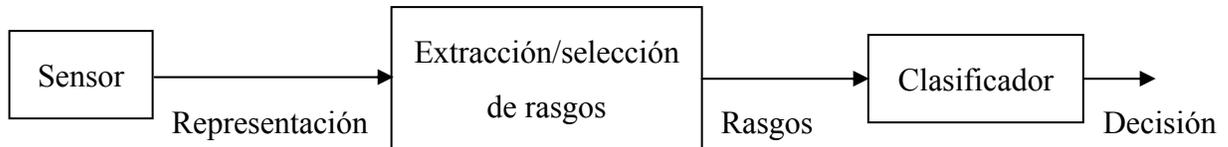


Figura 1.4.1. Procedimiento de clasificación simplificado.

En la figura 1.4.1, con el término representación, nos referimos al formato de salida que utiliza el sensor para representar los datos, por ejemplo para representar una imagen de textura. A esta salida, en nuestro caso una imagen, se le aplica un conjunto de transformaciones, conocidas con las terminologías: preprocesamiento, extracción de rasgos o selección de rasgos, que tiene como objetivo reducir la dimensión de los datos eliminando la información que es redundante o irrelevante. El objetivo del preprocesamiento es la obtención de la dimensionalidad intrínseca de los datos, es decir, obtener el mínimo número de variables requeridas para capturar la estructura de los datos, en nuestro caso para detectar la textura visual. Estas variables que son representativas de los datos, se denominan rasgos o características y son las que se utilizan para la toma de decisiones en el clasificador (Michie, 1994, pp. 1-3).

En los problemas de clasificación se identifican tres vertientes de investigación: la clasificación estadística, el aprendizaje de máquina (*machine learning*) y las redes neuronales. Las tres aproximaciones tienen como objetivo común intentar obtener procedimientos que sean capaces de: a) igualar el comportamiento de decisión humano, pero con la ventaja de ser consistentes y explícitos, b) para manejar una variedad de problemas y que sean extremadamente generales e independientes del conjunto de datos, c) para que puedan ser usados con éxito en aplicaciones prácticas.

La correspondencia entre el tipo de técnicas y el desarrollo profesional es inexacto: por ejemplo, las técnicas que usan árboles de decisión han sido desarrolladas en paralelo dentro de la comunidad de *machine learning*, motivado por investigaciones psicológicas o adquisición de conocimiento por sistemas expertos y dentro de la profesión estadística como una respuesta a las limitaciones de las técnicas de discriminación clásicas basadas en funciones lineales. Similar paralelismo se encuentra entre las técnicas de regresión avanzadas, desarrolladas en estadística y los modelos de redes neuronales basadas en la psicología, las ciencias de la computación y la inteligencia artificial (Michie, et al. 1994, p.3).

Un problema de clasificación consiste de varias etapas que son típicas en este tipo de problemas, a continuación se enumeran (Weeb, 2002, pp. 443-448):

1. Formulación del problema: definir los objetivos de la investigación y planificar las etapas siguientes.
2. Recolección de los datos: realizar mediciones de las variables apropiadas y determinar el conjunto de datos patrón.
3. Examen inicial de los datos: chequear los datos, determinar sus estadísticos y graficarlos para tener una idea más clara de su estructura.
4. Extracción o selección de rasgos: seleccionar el conjunto de variables que caracteriza los datos: reducción de la dimensionalidad. Estas variables pueden obtenerse mediante una transformación lineal o no lineal de los datos.
5. Clasificación no supervisada o agrupamiento: puede verse como un análisis exploratorio de los datos que proporciona una conclusión preliminar del estudio. Otra ventaja es que puede ser un medio de preprocesamiento de los datos para aplicar un procedimiento de clasificación supervisado.
6. Aplicar procedimientos de discriminación o regresión según sea apropiado: el clasificador se diseña utilizando un conjunto de datos de entrenamiento obtenidos del conjunto de datos patrón.
7. Evaluación de los resultados: esto incluye aplicar el clasificador entrenado a un conjunto de datos independiente cuya clasificación se conozca.

8. Interpretación.

En el anexo IV puede encontrarse una explicación más detallada sobre las etapas de los problemas de clasificación.

Sobre las clases utilizadas en la clasificación supervisada puede decirse que debido a su naturaleza se dividen en tres tipos: a) las clases se corresponden con etiquetas para las diferentes poblaciones, la membresía de las diferentes poblaciones se conoce y se determina por una autoridad independiente, la asignación a una clase se determina exclusivamente de los atributos o variables: en la comunidad estadística es lo que se denomina clasificación; b) las clases son el resultado de un problema de predicción, es esencialmente un resultado que debe predecirse a partir del conocimiento de sus atributos, en términos estadísticos, la clase es una variable aleatoria; c) las clases se predefinen por una partición del espacio muestral, puede decirse que la clase es una función de los atributos, existe una regla con la cual ya se han clasificado los datos a partir de los atributos: el problema es crear una regla que imite la regla actual tan cercanamente como sea posible (Henery, 1994, p.6).

Para evaluar el desempeño de los clasificadores se utilizan algunos parámetros de medida cuya base es la matriz de confusión o tabla de contingencia. Considérese el caso en que se tiene un clasificador que clasifica cada valor de entrada en positivo o negativo. Para cada valor a clasificar, sea positivo o negativo, existen 4 salidas posibles: el valor es positivo y es clasificado como positivo: verdadero positivo; el valor es positivo y es clasificado como negativo: falso negativo; el valor es negativo y es clasificado como negativo: verdadero negativo; y el valor es negativo y es clasificado como positivo: falso positivo. La matriz de confusión es una matriz de 2X2 filas por columnas que representa la disposición de los valores clasificados para un conjunto de valores de entrada. En la figura 1.4.2 se muestra la matriz de confusión (Fawcett, 2005).

		Clase verdadera	
		Positivo	Negativo
Clase hipotética	Sí	Verdaderos positivos (a)	Falsos positivos (b)
	No	Falsos negativos (c)	Verdaderos negativos (d)
Totales por columnas		P	N

Figura 1.4.2. Matriz de confusión.

Puede verse de la figura 1.4.2 que los valores de la diagonal principal representan las decisiones correctas y los valores de la diagonal inversa, los errores. Las métricas más comunes, para medir el desempeño de un clasificador, calculadas a partir de la matriz de confusión son:

Razón de verdaderos positivos o sensibilidad, definida como:

$$tp\ rate = \frac{a}{a+c} = \frac{a}{P}. \quad (18)$$

Razón de falsos positivos, definida como:

$$fp\ rate = \frac{b}{d+b} = \frac{b}{N}. \quad (19)$$

Especificidad, definida como:

$$e = \frac{d}{b+d} = 1 - fp\ rate. \quad (20)$$

Precisión o valor de predictividad positiva, definida como:

$$pp = \frac{a}{a+b}. \quad (21)$$

Valor de predictividad negativa, definida como:

$$pn = \frac{d}{d+c}. \quad (22)$$

1.4.1 Aproximación estadística

Dentro de la comunidad estadística se identifican dos vertientes de trabajo. En la primera, que agrupa los llamados métodos clásicos de clasificación estadística, están las técnicas derivadas de los primeros trabajos de Fisher (1936) sobre la discriminación lineal. La segunda, denominada técnicas modernas de clasificación estadística, utiliza modelos más flexibles que intentan proporcionar un estimado de la distribución de los valores de los rasgos dentro de cada clase, lo que puede generar una regla de clasificación.

Las aproximaciones estadísticas, generalmente se caracterizan por tener un modelo de probabilidad asociado, que en lugar de dar una simple clasificación representa la probabilidad de pertenecer a cada clase. Se asume entonces, que estas técnicas serán usadas por estadistas y que existirán consideraciones humanas en la selección de las variables y transformación, y sobre la estructura del problema (Michie, et al. 1994, p.2).

1.4.1.1 Métodos clásicos de la clasificación estadística

La clasificación clásica estadística es una aproximación del reconocimiento de patrones establecida hace mucho tiempo con un fuerte basamento matemático y una sólida estructura de métodos y fórmulas. Esencialmente se basa en el uso de modelos probabilísticos para representar las distribuciones del vector de rasgos en las clases y derivar las funciones de clasificación. La estimación de estas distribuciones se realiza a partir en un conjunto de entrenamiento cuya clasificación se conoce de antemano. Se considera un método de reconocimiento de patrones supervisado en el sentido de que el clasificador se desarrolla a partir de patrones etiquetados. La aproximación de clasificación estadística es adecuada cuando los patrones están distribuidos en el espacio de rasgos entre varias clases, de acuerdo a topologías simples y preferentemente con distribuciones de probabilidad conocidas. Estos métodos se agrupan también dentro de los denominados estimadores de densidad paramétricos ya que asumen una forma paramétrica para las funciones de densidad probabilísticas asociadas a cada clase, reduciendo el problema a estimar un número finito de parámetros (Mitchell, 1994, pp. 17-27).

1.4.1.1.1 Discriminantes lineales

Existen dos justificaciones para usar la regla del discriminante lineal de Fisher: i) la primera, según Fisher (1936), es que maximiza la separación entre clases en términos de los mínimos cuadrados; ii) la segunda es en términos del máximo radio de verosimilitud.

El discriminante lineal de Fisher es un método empírico, que se basa únicamente en los atributos de las observaciones. En general, se elige un hiperplano, una línea en 2 dimensiones (2D), un plano en 3D, en un espacio p -dimensional, siendo p el número de atributos, que sea capaz de separar lo mejor posible las clases conocidas. Las observaciones se clasifican de acuerdo a su ubicación respecto al hiperplano (Marqués de Sá, 2001).

Para explicar el procedimiento considérense que P_1 y P_2 son dos poblaciones donde se define una variable aleatoria vectorial x , p -dimensional, de los atributos que caracterizan estas poblaciones. Esta variable tiene diferentes distribuciones en ambas poblaciones, de modo que la observación de x en un individuo no identificado resulta útil para distinguir, con cierta probabilidad de error, si pertenece a la población P_1 o P_2 . Supondremos que x es absolutamente continua y que las funciones de densidad probabilísticas de ambas poblaciones, f_1 y f_2 , son conocidas. Además se considerarán las siguientes hipótesis:

- a) Las probabilidades a priori de que un individuo tomado al azar provenga de cada población son conocidas: π_1, π_2 , tales que $\pi_1 + \pi_2 = 1$.
- b) Los costos asociados a los errores de clasificación son $c(2|1)$ y $c(1|2)$, donde $c(i|j)$ es el costo de clasificar en la población P_i un objeto que pertenece realmente a la población P_j . Estos costos se suponen conocidos.
- c) Las preferencias del clasificador por las consecuencias de sus acciones son lineales, es decir, maximizar la función de utilidad equivale a minimizar el costo esperado o costo de oportunidad de la decisión. Por lo tanto, podemos minimizar los costos de oportunidad de la decisión mediante el criterio del valor esperado.

Las posibles decisiones en el problema son únicamente dos: asignar el valor observado x_o a la población P_1 o a P_2 . Una regla de decisión equivale a realizar una partición del espacio muestral E_x en dos regiones: A_1 y $A_2 = E_x - A_1$, tales que:

1. Si $x_o \in A_1$ asignar en P_1 .

2. Si $x_o \in A_2$ asignar en P_2 .

Una vez observado el valor x_o podemos calcular la probabilidad a posteriori de que el elemento pertenezca a cada población. Se denomina $P(I|x_o)$ a la probabilidad a posteriori de que un elemento que ha tomado un valor igual a x_o pertenezca a P_I . Por el teorema de Bayes esta probabilidad es:

$$P(1|x_o) = \frac{P(x_o|1)P(1)}{P(x_o|1)P(1) + P(x_o|2)P(2)} \quad (23)$$

Las probabilidades $P(x_o|1)$ y $P(x_o|2)$ son proporcionales a $f_1(x)$ y $f_2(x)$, asumiendo que los atributos tienen distribuciones continuas, por lo que la ecuación anterior puede escribirse como:

$$P(1|x_o) = \frac{f_1(x_o)\pi_1}{f_1(x_o)\pi_1 + f_2(x_o)\pi_2} \quad (24)$$

Y para la segunda población:

$$P(2|x_o) = \frac{f_2(x_o)\pi_2}{f_1(x_o)\pi_1 + f_2(x_o)\pi_2} \quad (25)$$

Así, si clasificamos el elemento x_o en el grupo 2 las posibles consecuencias son:

- (i) Acertar con probabilidad $P(2|x_o)$, en cuyo caso no hay ningún costo de penalización.
- (ii) Equivocarnos con probabilidad $P(1|x_o)$, en cuyo caso incurrimos en el costo asociado $c(2|1)$ y el costo promedio o valor esperado de la decisión “clasificar x_o en P_2 ” será:

$$E(d_2) = c(2|1)P(1|x_o) + 0 * P(2|x_o) = c(2|1)P(1|x_o) \quad (26)$$

Análogamente, el costo esperado de la decisión: clasificar al elemento x_o en el grupo 1, es:

$$E(d_1) = 0 * P(1|x_o) + c(1|2)P(2|x_o) = c(1|2)P(2|x_o) \quad (27)$$

Asignaremos el elemento x_o al grupo 2 si su costo esperado es menor, es decir, sustituyendo en las expresiones anteriores, si:

$$\frac{f_2(x_o)\pi_2}{c(2|1)} > \frac{f_1(x_o)\pi_1}{c(1|2)} \quad (28)$$

Que indica que, siendo iguales el resto de términos, clasificaremos en la población P_2 si:

- a) la probabilidad a priori es más alta;
- b) la verosimilitud de que provenga de P_2 es más alta;
- c) el costo de equivocarnos al clasificarlo en P_2 es más bajo.

Simplificaciones

(a) Si suponemos que los costos son iguales, $c(1|2) = c(2|1) = c$, la decisión dependerá únicamente de las probabilidades y asignaremos el elemento al grupo más probable a posteriori.

Así, clasificaremos al elemento x_o en P_2 si:

$$\pi_2 f_2(x_o) > \pi_1 f_1(x_o) \quad (29)$$

(b) Si las probabilidades a priori y los costos son iguales la condición de clasificar en P_2 se reduce a:

$$f_2(x_o) > f_1(x_o) \quad (30)$$

Y la regla de decisión expresa simplemente que clasificamos al individuo en el grupo que pueda generarlo con mayor probabilidad.

Si se aplica el análisis anterior al caso en que f_1 y f_2 sean distribuciones normales con distintos vectores de medias, μ , pero idéntica matriz de varianzas, V . Entonces, su función de densidad es:

$$f_i(x) = \frac{1}{(2\pi)^{k/2} |V|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x - \mu_i)' V^{-1} (x - \mu_i)\right\} \quad (31)$$

La manera óptima es clasificar en la población P_2 si se cumple (e.28) para el vector x .

Como ambos términos son siempre positivos, tomando logaritmos y sustituyendo $f(x)$ por su expresión, la ecuación anterior se convierte en:

$$\log(\pi_2) - \frac{1}{2}(x - \mu_2)'V^{-1}(x - \mu_2) > \log(\pi_1) - \frac{1}{2}(x - \mu_1)'V^{-1}(x - \mu_1) - \log\left(\frac{c(1|2)}{c(2|1)}\right) \quad (32)$$

Que se reduce como:

$$(x - \mu_1)'V^{-1}(x - \mu_1) > (x - \mu_2)'V^{-1}(x - \mu_2) - 2\log\left(\frac{c(1|2)\pi_2}{c(2|1)\pi_1}\right) \quad (33)$$

Llamando D_i a la distancia de Mahalanobis entre el punto observado, x , y la población i :

$$D_i = (x - \mu_i)'V^{-1}(x - \mu_i) \quad (34)$$

Y suponiendo iguales los costos y las probabilidades a priori, $c(1|2) = c(2|1)$; $\pi_1 = \pi_2$, la regla resultante es: clasificar en 2 si $D_1 > D_2$.

Es decir, clasificar la observación en la población de cuya media esté más próxima, usando la distancia de Mahalanobis.

La regla anterior puede escribirse de una forma equivalente que permite interpretar mejor el método de clasificación utilizado. Si simplificamos (33),

$$(x - \mu_1)'V^{-1}(x - \mu_1) = x'V^{-1}x - 2\mu_1'V^{-1}x + \mu_1'V^{-1}\mu_1 \quad (35)$$

$$(x - \mu_2)'V^{-1}(x - \mu_2) = x'V^{-1}x - 2\mu_2'V^{-1}x + \mu_2'V^{-1}\mu_2 \quad (36)$$

Entonces, la regla divide al conjunto posible de valores de x en dos regiones cuya frontera es, simplificando términos comunes en ambos miembros, la ecuación:

$$-2\mu_1'V^{-1}x + \mu_1'V^{-1}\mu_1 = -2\mu_2'V^{-1}x + \mu_2'V^{-1}\mu_2 - 2\log\left(\frac{c(1|2)\pi_2}{c(2|1)\pi_1}\right) \quad (37)$$

Que, como función de x , equivale a:

$$(\mu_2 + \mu_1)'V^{-1}x = (\mu_2 + \mu_1)'V^{-1}\left(\frac{\mu_2 + \mu_1}{2}\right) - \log\left(\frac{c(1|2)\pi_2}{c(2|1)\pi_1}\right) \quad (38)$$

Llamando:

$$w = V^{-1}(\mu_2 - \mu_1) \quad (39)$$

Entonces, la frontera entre las regiones de clasificación para las poblaciones P_1 y P_2 puede escribirse como:

$$w'x = w' \left(\frac{\mu_2 + \mu_1}{2} \right) - \log \left(\frac{c(1|2)\pi_2}{c(2|1)\pi_1} \right) \quad (40)$$

Que es la ecuación de un hiperplano. Esta ecuación indica que el procedimiento de clasificación puede resumirse así:

- (1) Calcular el vector w con (39) y a continuación el segundo miembro de (40) que depende sólo de términos conocidos;
- (2) Escribir la función discriminante: $g(x) = w'x = w_1x_1 + \dots + w_kx_k$, que es una combinación lineal de los valores de la variable con los pesos dados por el vector w .
- (3) Introducir en esta función los valores observados para el nuevo individuo a clasificar, $x_o = (x_{1o}, \dots, x_{ko})$. Según la ecuación (33) clasificaremos el valor observado x_o en la población P_2 cuando el primer miembro sea mayor que el segundo.

En el caso particular de que $c(1|2)\pi_2 = c(2|1)\pi_1$ la regla de decisión se reduce entonces a clasificar en P_2 si:

$$w'x > w' \left(\frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \right) \quad (41)$$

Se puede comprobar que esta regla equivale a proyectar el punto x_o que queremos clasificar y las medias de ambas poblaciones sobre una recta, y después asignar el punto a aquella población de cuya media se encuentre más próxima en la proyección. En resumen, el problema de clasificación cuando los costos y las probabilidades a priori se suponen idénticos y las variables normales, se reduce a definir una variable escalar, $z = w'x$, trasladar las medias y el punto observado a dicha escala, y asignarlo a la media más próxima (Mitchell, 1994, pp.17-21; Weeb, 2002, pp.123-158).

1.4.1.1.2 Discriminantes cuadráticos

Un discriminante cuadrático es similar a uno lineal, con la diferencia de que la frontera entre dos regiones discriminadas es en este caso una superficie cuadrática. Cuando se elimina la suposición de matrices de covarianza iguales, entonces en el argumento

presentado en términos de máxima verosimilitud bajo una distribución normal se obtiene una superficie cuadrática (elipsoide, hiperboloide, etc.). Esta forma de discriminación puede tratar casos en los cuales los miembros de una clase rodean en gran medida a los miembros de otra. El problema es que el número de parámetros a ser estimados deviene qp $(p + 1)/2$, siendo p el número de atributos y q el número de clases consideradas, por lo que la diferencia entre las varianzas debe ser considerable para justificar la utilización de este método, especialmente para conjuntos de entrenamiento de tamaño moderado. Es posible que las diferencias de covarianza sean solo de escala, en esos casos, es posible alguna simplificación y es preferible usar una función discriminante lineal. Lo mismo aplica si la diferencia entre las matrices de covarianza es pequeña. La función del discriminante cuadrático se define de manera más simple como el logaritmo de la función de densidad de probabilidad adecuada, de tal forma que un discriminante es calculado por cada clase considerada. Una manera de programar el procedimiento es tomando el logaritmo de esta función y sustituir la media y covarianza de muestreo por los valores globales de estos parámetros. Tomando el logaritmo de la función de densidad para la distribución normal, tenemos como discriminante para la clase A_i :

$$\log \pi_i f_i(x) = \log(\pi_i) - \frac{1}{2} \log(|V_i|) - \frac{1}{2} (x - \mu_i)^T V_i^{-1} (x - \mu_i) \quad (42)$$

El subíndice i se refiere a que los ejemplares considerados en estos cálculos se basan en ejemplares de la clase A_i . Para realizar la clasificación, se calcula el discriminante cuadrático para todas las clases consideradas y la clase con el discriminante mayor es elegida. Para encontrar la probabilidad a posteriori explícita de las clases, se toma el exponencial del discriminante y las cantidades que resultan se normalizan para que sumen la unidad. Por lo tanto, las probabilidades posteriores $P(A_i|x)$ están dadas por:

$$P(A_i | x) = \exp[\log(\pi_i) f_i(x)] \quad (43)$$

Independientemente del factor de normalización.

Si se considera una matriz de costos, entonces, independientemente del número de clases consideradas, el procedimiento más simple es calcular las probabilidades condicionadas $P(A_i|x)$ y asociar los costos esperados explícitos, usando por ejemplo, la regla de Bayes. El principal problema al calcular un discriminante cuadrático es causado cuando un atributo

tiene varianza cero en la clase considerada, dado que en ese caso, la matriz de covarianza no puede ser invertida (V^{-1}). Una forma de resolver este problema es agregando una pequeña constante positiva a la diagonal de la matriz de covarianza, lo que equivale a agregar ruido aleatorio a los atributos (Mitchell, 1994, p.22).

1.4.1.1.3 Discriminantes logísticos

La lógica de la regresión logística es similar a la del discriminante lineal: elegir un hiperplano para separar lo mejor posible las clases consideradas; pero el criterio de separación es diferente. El discriminante de Fisher optimiza una función cuadrática del costo esperado (error), mientras que en el discriminante logístico es una verosimilitud condicional la que es maximizada. Sin embargo, en la práctica los dos métodos tienen diferencias pequeñas. La discriminación logística es idéntica, en teoría, a la discriminación lineal, en el caso de distribuciones normales con covarianzas iguales, así como el caso de atributos binarios independientes. De tal forma que las diferencias entre los dos métodos son observables en el caso de atributos con distribuciones severamente no-normales y covarianzas desiguales. El método es parcialmente paramétrico en el sentido de que se modela la razón de las funciones de densidad de probabilidad entre las clases consideradas, en lugar de modelar directamente estas funciones. En particular, la razón de las probabilidades a priori de cada clase multiplicado por la razón de las funciones de densidad de probabilidad, se modela como una función lineal de los atributos, por ejemplo, para dos clases:

$$\log\left(\frac{\pi_1 f_1(x)}{\pi_2 f_2(x)}\right) = \alpha + \beta'x \quad (44)$$

Donde α y el vector k -dimensional β son los parámetros del modelo a estimar. El caso de una distribución normal con matrices de covarianza iguales para ambas clases es un caso especial porque los parámetros son funciones de las probabilidades a priori, la media de la clase y la matriz de covarianza común. El modelo cubre también el caso de atributos independientes con valores 1 y 0, así como todos los números reales, un alto valor positivo indica preferencia por la clase A_1 , uno negativo por la clase A_2 .

En la práctica, los valores son estimados por un máximo de verosimilitud condicional. El modelo implica que, dado los valores de un atributo x , las probabilidades condicionales de las clases tomen la forma:

$$P(A_1 | x) = \frac{\exp(\alpha + \beta'x)}{1 + \exp(\alpha + \beta'x)} \quad (45)$$

$$P(A_2 | x) = \frac{1}{1 + \exp(\alpha + \beta'x)} \quad (46)$$

Respectivamente.

La discriminación entre las dos clases depende de la razón $P(A_1|x) / P(A_2|x)$

$$\text{asignar } x \begin{cases} P(A_1 | x) \\ P(A_2 | x) \end{cases} \text{ si } \frac{P(A_1 | x)}{P(A_2 | x)} \begin{cases} > \\ < \end{cases} 1 \quad (47)$$

Sustituyendo en (46) las expresiones (44) y (45) puede notarse que la decisión de discriminación esta determinada solamente por la función lineal $\alpha + \beta'x$, y está dada por

$$\text{asignar } x \begin{cases} P(A_1 | x) \\ P(A_2 | x) \end{cases} \text{ si } \alpha + \beta'x \begin{cases} > \\ < \end{cases} 1 \quad (48)$$

Que es una regla idéntica a la del discriminante lineal. La única diferencia es que estamos asumiendo un modelo específico para la razón de las densidades condicionales de las clases que da como resultado esta regla de discriminación en vez de especificar una regla a priori. Otra diferencia es que pueden usarse los modelos para las densidades dados por (44) y (45) para obtener estimados de máxima verosimilitud para los parámetros.

Dadas muestras independientes de las dos clases, la verosimilitud condicional para los parámetros α y β se define como:

$$L(\alpha, \beta) = \prod_{x \in A_1} P(A_1 | x) \prod_{x \in A_2} P(A_2 | x) \quad (49)$$

Y los parámetros estimados son los valores que maximizan esta verosimilitud. Los modelos logísticos pertenecen a una clase de modelos lineales generalizados para variables aleatorias no-normales, en particular para variables binomiales. En este contexto, una variable binomial es un indicador que cuenta cuando una observación pertenece a la clase

A_i o no. Cuando hay más de dos clases a considerar, una de las clases es tomada como la clase de referencia (Mitchell, 1994, pp.24-25; Weeb, 2002, pp.158-163).

1.4.1.1.4 Regla de Bayes

Los métodos basados en las razones de verosimilitud pueden adaptarse para cubrir el caso en que el costo del error de clasificación y las probabilidades a priori son desiguales. Sean las probabilidades a priori $\{\pi_i : i \in I, \dots, q\}$, y $c(i,j)$, denota el costo incurrido al clasificar un ejemplo de clase A_i , en la clase A_j . El costo de solución mínimo esperado es asignar los datos x a la clase A_d elegida para minimizar $V_i \pi_i c(i,d) f(x | A_i)$. En el caso de dos clases el hiperplano en la discriminación lineal tiene la ecuación:

$$x'V^{-1}(\mu_1 - \mu_2) - \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)'(\mu_1 - \mu_2) = \log\left(\frac{\pi_2 c(2,1)}{\pi_1 c(1,2)}\right) \quad (50)$$

Cuando existen más de dos clases el procedimiento más simple es calcular la probabilidades de clase $P(A_i|x)$ y el costo asociado explícitamente, usando la fórmula del costo mínimo (Marques de Sá, 2001, p. 90 ; Mitchell, 1994, p.27).

1.4.1.2 Métodos modernos de la clasificación estadística

Muchos de los métodos de clasificación presentados anteriormente requieren del conocimiento de las funciones de densidad probabilísticas condicionales para cada clase. Dadas estas funciones, se puede aplicar por ejemplo, la razón de verosimilitud y decidir la clase a la cual puede asignarse una observación x_o . En algunos casos pueden hacerse simplificaciones relacionadas con suposiciones sobre la forma de las funciones de densidad probabilísticas para cada clase, por ejemplo, asumir que son distribuciones normales. En este caso solo tenemos el problema de estimar los parámetros que describen las densidades a partir de las muestras de datos disponibles. Sin embargo, en muchos problemas reales no podemos asumir que la densidad está caracterizada por un conjunto de parámetros y debemos recurrir a los métodos no paramétricos para la estimación de la densidad, es decir, no puede asumirse que existe una estructura formal para la densidad dada. Estos métodos de clasificación se denominan no paramétricos o libres de modelo (Molina, 1994, p.29).

1.4.1.2.1 Estimación de la densidad

Una aproximación no paramétrica propuesta por Fix y Hodges (1951), es estimar las densidades $f_j(x)$, $j=1,2,\dots,q$ usando una estimación de la densidad no paramétrica. Una vez que se haya estimado $f_j(x)$, y las probabilidades a priori π_j , pueden usarse las ecuaciones derivadas de la teoría de decisión de Bayes y del costo de clasificar el vector x por el mínimo error o riesgo para derivar una regla de clasificación.

Para introducir el método, asuma que se tiene que estimar la función de densidad p -dimensional, $f(x)$, de una distribución desconocida. Este proceso debe hacerse para cada una de las q densidades $f_j(x)$, siendo $j = 1,2,\dots, q$. Entonces la probabilidad P , de que un vector x , pertenezca a la región R , esta dada por:

$$P_{x \in R} = \int_R f(x) dx \quad (51)$$

Suponga que se tienen n observaciones que son independientes de $f(x)$. Entonces podemos aproximar P por k/n siendo k el número de las n observaciones que pertenecen a la región R . Además, si $f(x)$ no varía apreciablemente en la región R podemos escribir

$$P \approx f(x)V \quad (52)$$

Siendo V el volumen encerrado en la región R . De aquí se deriva el siguiente procedimiento para estimar la densidad del vector x . Sea V_n el volumen de R_n , k_n el número de muestras que pertenecen a R_n y $f'_n(x)$ el estimado de $f(x)$ basado en una muestra de tamaño n , entonces:

$$f'_n(x) = \frac{k_n/n}{V_n} \quad (53)$$

La ecuación (30) puede escribirse de una forma más sugerente. Si R_n es un hipercubo p -dimensional y si λ_n es la longitud del límite del hipercubo tenemos

$$f'_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{V_n} \varphi \left(\frac{x - x_i}{\lambda_n} \right) \quad (54)$$

Donde

$$\varphi = \begin{cases} 1 & |u_j| \leq 1/2 \quad j = 1, 2, \dots, p \\ 0 & \text{otros} \end{cases}, \text{ es el modelo más simple de la ventana de Parzen.}$$

Entonces (54) expresa nuestro estimado para $f(x)$ como una función promedio de x y de x_i . De forma general podemos usar

$$\hat{f}'(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K(x, x_i, \lambda_n) \quad (55)$$

Donde $K(x, x_i, \lambda_n)$ son funciones de elementales (kernel). Por ahora podemos usar, en lugar de la ventana de Parzen definida anteriormente,

$$K(x, x_i, \lambda_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi} \lambda_n)^p} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_i \left(\frac{x_j - x_{ji}}{\lambda_n} \right)^2 \right\} \quad (56)$$

El papel de λ_n está claro. Para (56) si λ_n es muy grande entonces $K(x, x_i, \lambda_n)$ varía muy lentamente con x , lo que resulta en un estimado muy suave para $f(x)$. Por otro lado, si λ_n es pequeña entonces $f''(x)$ es la suposición de n distribuciones normales más bruscas, con pequeñas varianzas centradas en las muestras produciendo un estimado muy errático de $f(x)$. El análisis para la ventana de Parzen es similar.

Antes de ir a los detalles acerca de las funciones kernel usadas en los problemas de clasificación y acerca de la estimación del parámetro suavizante λ_n , brevemente se comentará sobre el comportamiento principal de $f''(x)$. Tenemos que

$$E[f''(x)] = \int K(x, u, \lambda_n) f(u) du \quad (57)$$

El valor esperado del estimado $f''(x)$ es un valor promedio de la densidad desconocida. Expandiendo $f''(x)$ en una serie de Taylor, en λ_n , acerca de x uno puede derivar una fórmula asintótica para la media y la varianza del estimador. Esto puede usarse para derivar estimados para λ_n que son buenos para el propósito de la estimación de densidades, para más detalles puede verse Silverman (1986).

Ahora consideramos nuestro problema de clasificación. Hay que hacer dos elecciones para estimar la densidad, la especificación del kernel y el valor del parámetro suavizante. Ha sido ampliamente reconocido que la elección del parámetro suavizante es más importante. Respecto a la función kernel restringiremos nuestra atención a kernels con p -coordenadas independientes, por ejemplo

$$K(x, x_i, \lambda) = \prod_{j=1}^p K_{(j)}(x_j, x_{ji}, \lambda) \quad (58)$$

Con $K_{(j)}$ indicando el componente de la función kernel del atributo j -ésimo y λ es no dependiente de j . Es importante notar, Aitchison y Aitken (1976), que esta factorización no implica la independencia de los atributos para la densidad que estamos estimando.

Esta claro que los kernels podrían tener una forma más compleja y que el parámetro suavizante podría ser dependiente de las coordenadas. No se discutirá en detalle esa posibilidad, McLachlan (1992).

Los kernels usados dependen del tipo de variable. Para variables continuas

$$K_{(j)}(x_j, x_{ji}, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{-\pi/\log \lambda}} \exp \left\{ - \left(\frac{x_j - x_{ji}}{\sqrt{-1/\log \lambda}} \right)^2 \right\} = \frac{1}{\sqrt{-\pi/\log \lambda}} \lambda^{(x_j - x_{ji})^2} \quad (59)$$

Para variables binarias

$$K_{(j)}(x_j, x_{ji}, \lambda) = \left(\frac{\lambda}{1 + \lambda} \right)^{(x_j - x_{ji})^2} \left(\frac{\lambda}{1 + \lambda} \right)^{1 - (x_j - x_{ji})^2} = \frac{1}{1 + \lambda} \lambda^{(x_j - x_{ji})^2} \quad (60)$$

Para variables nominales con T_j valores nominales

$$K_{(j)}(x_j, x_{ji}, \lambda) = \left(\frac{\lambda}{1 + (T_j - 1)\lambda} \right)^{I(x_j, x_{ji})} \left(\frac{\lambda}{1 + (T_j - 1)\lambda} \right)^{1 - I(x_j, x_{ji})} = \frac{1}{1 + (T_j - 1)\lambda} \lambda^{I(x_j, x_{ji})} \quad (61)$$

Donde $I(x, y) = 1$ si $x = y$, y $I(x, y) = 0$ para los demás valores.

Para variables ordinales con T_j valores nominales

$$K_{(j)}(x_j, x_{ji}, \lambda) = \frac{\lambda^{(x_j - x_{ji})^2}}{\sum_{k=1}^{T_j} \lambda^{(x_k - x_{ji})^2}} \quad (62)$$

Para las expresiones anteriores podemos ver que en todos los casos podemos escribir

$$K_{(j)}(x_j, x_{ji}, \lambda) = \frac{1}{C(\lambda)} \lambda^{d^2(x_j, x_{ji})} \quad (63)$$

El problema es que desde que queremos usar el mismo parámetro suavizante λ para todas las variables, tenemos que normalizarlas. Para hacer esto sustituimos λ por λ^{1/s^2} donde s^2 se define dependiendo del tipo de variable en la tabla 1.4.1.2.1.1.

Tabla 1.4.1.2.1.1. Definiciones de la varianza dependiendo del tipo de variable.

Continuo	Binario
$\sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_j)^2$	$\sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_j)^2$
Nominal	Ordinal
$\frac{n^2 - \sum_{k=1}^{T_j} N_j^2(k)}{2n(n-1)}$	$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{x}_j)^2$

Donde $N_j(k)$ denota el número de ejemplos para los que el atributo j tiene el valor k y \bar{x}_j es la muestra media del j -ésimo atributo.

Con esta selección de s^2 tenemos

$$promedio_{k \neq i} d^2(x_{jk}, x_{ji}) / s^2 = 2 \quad \forall j \quad (64)$$

Así que podemos entender el proceso anterior como una normalización de todas las variables a la misma escala. Para variables discretas el intervalo del parámetro suavizante

está en el intervalo $(0,1)$. Un extremo da la distribución uniforme y el otro una distribución de un punto:

$$\lambda = 1 \quad K(x_j, x_{ji}, 1) = 1/T_j \quad (65)$$

$$\lambda = 0 \quad K(x_j, x_{ji}, 0) = 1 \quad \text{si } x_j = x_{ji}, \quad 0 \quad \text{si } x_j \neq x_{ji} \quad (66)$$

Para variable continuas el intervalo es $0 < \lambda < 1$, y $\lambda = 1$ y $\lambda = 0$ tienen que ser considerados casos limites. Como $\lambda \rightarrow 1$ obtenemos la distribución uniforme sobre la línea real, y como $\lambda \rightarrow 0$, obtenemos la función de Dirac situada en x_{ji} .

Habiendo definido los kernels que usaremos, necesitamos elegir λ . Como $\lambda \rightarrow 0$, la densidad estimada se aproxima a cero para todos los valores del vector x excepto en las muestras donde es $1/n$ veces la función delta de Dirac. Esto implica seleccionar λ para maximizar la verosimilitud logarítmica respecto a λ . Para estimar una buena elección del parámetro suavizante, puede usarse una modificación del método de máxima verosimilitud. Esto fue propuesto por Habbema (1974) y Duin (1976) y toma λ para maximizar $\prod_{i=1}^n f_i''(x_i)$ donde

$$f_i''(x_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n K^{(p)}(x_i, x_k, \lambda) \quad (67)$$

Este criterio hace los datos suavizantes dependientes, resulta en un algoritmo para una dimensionalidad arbitraria de los datos y posee requerimientos de consistencia como se discute por Aitchison y Aitken (1976).

Una extensión del modelo anterior para λ es hacer λ_i dependiente de la distancia del k -ésimo más cercano a x_i , de manera que tenemos un λ_i para cada punto de muestra. Esto da el denominado modelo de kernel variable. Una descripción extensiva de este modelo fue dada primero por Breiman (1977). Este método tiene resultados prometedores especialmente cuando se estiman distribuciones lognormales o asimétricas. El ancho del kernel λ_i es entonces proporcional a la distancia del k -ésimo vecino más cercano en x_i denotado por d_{ik} , por ejemplo $\lambda_i = \alpha d_{ik}$. Tomamos por d_{ik} la distancia euclidiana medida después de la estandarización de todas las variables. El factor de proporcionalidad α es inversamente dependiente de k . El valor suavizante ahora es determinado por dos parámetros α y k ; α puede pensarse como parámetro suavizante total, mientras que k define la variación en

suavidad de la densidad estimada sobre las diferentes regiones. Si por ejemplo $k=1$ la suavidad variará localmente mientras que para grandes valores de k la suavidad tiende a ser constante sobre grandes regiones, ásperamente aproximando el modelo de kernel fijo.

Usamos una distribución normal para el componente

$$K_{(j)}(x_j, x_{ji}, \lambda_i) = \frac{1}{\alpha d_{ik} s_j \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{x_j - x_{ji}}{\alpha d_{ik} s_j} \right)^2 \right\} \quad (68)$$

Para optimizar para α y k la modificación del método de máxima verosimilitud puede aplicarse nuevamente. Sin embargo, para el kernel variable esto resulta en un problema más difícil de optimización de dos dimensiones de la función de verosimilitud $L(\alpha, k)$ con un parámetro continuo (α) y un parámetro discreto (k) (Molina, 1994, pp.30-34).

1.4.1.2.2 Método de los k vecinos más cercanos

Suponga que consideramos la estimación de las cantidades $f(x|A_h)$, $h=1, \dots, q$, por el método del vecino más cercano. Si se ha entrenado los datos en los que existe n_h observaciones de la clase A_h , con $n = \sum n_h$, y la hipersfera alrededor de x que contiene las k observaciones más cercanas tiene volumen $v(x)$, y contiene $k_1(x), \dots, k_q(x)$ observaciones de las clases A_1, \dots, A_q respectivamente, entonces π_h se estima por n_h/n y $f(x|A_h)$ se estima a partir de $k_h(x)/(n_h v(x))$,

lo que da un estimado de $p(A_h|x)$ al sustituir como $\hat{p}(A_h|x) = k_h(x)/k$. Con esto se obtiene inmediatamente la regla de clasificación: clasificar x como que pertenece a la clase A_c si $k_c = \max_h(k_h)$. Esta regla se conoce como la regla de clasificación de los k vecinos más cercanos (knn). Para el caso especial cuando $k=1$, entonces se convierte en la regla del vecino más cercano (nn).

Note que la clase A_{NN} asociada con el vecino más cercano es una variable aleatoria y la probabilidad de que $A_{NN}=A_i$ es simplemente $p(A_i|x_{NN})$ siendo x_{NN} la muestra más cercana a x . Cuando el número de muestras es muy grande, es razonable asumir que x_{NN} está lo suficientemente cerca de x de manera que $p(A_i|x) \approx p(A_i|x_{NN})$. En este caso se puede ver la regla del vecino más cercano como una regla de decisión aleatoria que clasifica x seleccionando la categoría A_i con probabilidad $p(A_i|x)$. Como estimador de densidad no paramétrico la aproximación del vecino más cercano resulta en una curva suavizada y como

un método de estimación de densidad es improbable que sea apropiado. Sin embargo, estas pobres cualidades no necesitan extenderse al dominio de clasificación.

El uso de esta regla incluye la elección de una métrica apropiada para poder medir la distancia al punto más cercano. En algunos conjuntos de datos esto no es un problema, pero para datos multivariados, donde las medidas se encuentran en diferentes escalas, se requiere de alguna estandarización. Usualmente se toma la desviación estándar o el rango de la variable. Si existen variables indicadoras, como ocurre en el caso de datos nominales, entonces los datos usualmente se transforman de manera que todas las observaciones pertenecen al intervalo del hipercubo de radio unitario. Note que la métrica puede también ser independiente de la clase, de manera que se obtiene una distancia condicional en la clase. Esto incrementa el tiempo de procesamiento y clasificación, pero mejora considerablemente el desempeño. Para clases con pocas muestras, un compromiso es utilizar un valor regularizado, en el que exista algún compromiso entre los valores internos de las clases y el valor global del parámetro de reescalamiento (Marques de Sá, 2001, p.113; Molina, 1994, pp.35-37; Nilsson, 1996, p.77).

1.4.1.2.3 Naive Bayes

Todos los métodos no paramétricos descritos anteriormente tienen el inconveniente de que toda la muestra deben almacenarse. Como se necesita un gran número de observaciones para obtener buenos estimados, entonces los requerimientos de memoria pueden ser severos. El clasificador naive Bayes, se basa en hacer suposiciones de independencia entre las variables incluidas en el problema de clasificación y se obtiene de la siguiente manera. Asuma que la distribución conjunta de clases y atributos puede escribirse como:

$$P(A_i, x_1, \dots, x_n) = \pi_i \prod_{j=1}^p f(x_j | A_i) \quad \forall i \quad (69)$$

El problema es entonces obtener las probabilidades $\{\pi_i, f(x_j | A_i), \forall i, j\}$. La suposición de independencia hace mucho más fácil la estimación de probabilidades debido a que cada atributo puede tratarse separadamente. Si un atributo toma un valor continuo, el procedimiento usual es discretizar el intervalo y usar la frecuencia apropiada del intervalo,

aunque existe la opción de usar la distribución normal para calcular las probabilidades (Molina, 1994, pp.40-41).

CAPÍTULO 2. ANÁLISIS DE TEXTURA BASADO EN LAS TÉCNICAS DE CLASIFICACIÓN ESTADÍSTICA

En este capítulo se tratan las diferentes etapas que se siguieron en el desarrollo de este estudio. Se definen los aspectos relacionados con la formulación del problema, la selección de las herramientas, que incluye la justificación de la elección del lenguaje de programación y de las imágenes de textura utilizados. La recolección de los datos, que concierne a la descripción del procedimiento para la selección de los rasgos de textura, al análisis de los resultados, la definición de los conjuntos de entrenamiento, validación y prueba, y a los resultados obtenidos al utilizar los métodos de clasificación estadística.

2.1 Formulación del problema

Como se vio en la sesión 1.1, ‘Textura visual’, de forma simple la textura puede definirse como uno o más patrones locales básicos que se repiten de forma periódica. Sin embargo, no está claro aún cuál es el patrón o cómo es que se repite. Los objetivos principales del análisis de textura son: 1) clasificación de textura: reconocer regiones en imágenes usando las propiedades de la textura, 2) segmentación de imágenes de textura: determinar las fronteras que separan las diferentes regiones de textura en una imagen, 3) síntesis de textura: utilizado principalmente en la compresión de imágenes, y 4) modelación de texturas: dada una región de textura, determinar una descripción o modelo que la represente.

En este informe se describe un estudio sobre el desempeño de: 1) 12 rasgos derivados de la GLCM aplicados a 8 clases de textura de Brodatz, que incluyen tanto los modelos estocásticos como con estructuras bien definidas y a las clases correspondientes codificadas con 3 aproximaciones del análisis multiresolución: pirámide Gaussiana, pirámide

Laplaciana y descomposición basada en la wavelet del tipo Daubechies 2, y 2) las técnicas clasificación de la aproximación estadística que mejor discriminan estas 8 clases; se presenta un ejemplo de segmentación de un mosaico formado por las 8 clases de texturas para validar el desempeño de los clasificadores.

Esto abarca los 2 primeros objetivos del análisis de textura y está relacionado con la selección y extracción de rasgos de textura y con la clasificación supervisada, y con el particionamiento de la imagen en regiones significativas.

2.2 Selección de las herramientas

Elegir las tecnologías adecuadas para realizar un estudio es importante para alcanzar de una forma rápida y eficiente los objetivos que se persiguen con el mismo. Entre las principales características que debía tener el lenguaje a seleccionar se pueden mencionar: tener soporte para la plataforma Windows, ser un lenguaje simple y que facilitara la manipulación de imágenes.

2.2.1 Matlab 7.0

Todas las funciones utilizadas para la implementación de los algoritmos de detección de textura se desarrollaron usando Matlab en su versión 7.0.

La razón por la cual se eligió Matlab es porque es un lenguaje de alto desempeño que integra cálculo, visualización y programación en un ambiente muy cómodo, donde los problemas y las soluciones se expresan en una notación matemática familiar. Además, este programa incorpora un extenso conjunto de paquetes de funciones como el de procesamiento digital de imágenes, de estadística, de bioinformática y el de reconocimiento de patrones, que fueron ampliamente utilizados en el desarrollo del trabajo.

El Paquete para el Procesamiento de Imágenes es una colección de funciones que extienden la capacidad de cálculo del matlab dando soporte a una amplia gama de operaciones del procesamiento de imágenes que incluyen: las transformaciones espaciales, las operaciones morfológicas, el filtrado lineal y el diseño de filtros, el análisis de imágenes, el registro, el desemborronado, las operaciones de regiones de interés, entre otros (*Image Processing Toolbox For Use With Matlab*, 2006).

El Paquete de Estadística del matlab permite dar soporte a una amplia gama de tareas estadísticas comunes. Además, incluye funciones que implementan los métodos de clasificación estadística basados en el análisis discriminante (*Statistics Toolbox For Use With Matlab*, 2006).

El Paquete de Bioinformática proporciona al Matlab un ambiente integrado de software para el análisis del genoma. De especial interés para el desarrollo de este trabajo son las funciones de este paquete que implementan los métodos de clasificación basados en los k-vecinos más cercanos y las funciones para la evaluación del desempeño de los clasificadores (*Bioinformatics Toolbox For Use With Matlab*, 2006).

El Paquete de Reconocimiento de Patrones de Duin et al. (2007), es una librería de objetos en Matlab que proporciona aproximadamente 200 rutinas para el reconocimiento de patrones y 200 rutinas adicionales de soporte para tratar problemas del reconocimiento de patrones estadístico (Duin, et al. 2007).

2.2.2 Imágenes patrones de textura. Características

Como patrones de textura se seleccionaron 8 imágenes de textura de Brodatz de 512X512 píxeles, 8 bits de resolución, en representación entero sin signo de 8 bits, 256 niveles de gris. Se seleccionaron 8 imágenes de texturas diferentes con el objetivo de realizar un análisis con una muestra significativa respecto a la cantidad de patrones de textura que pudieran encontrarse en una imagen real en aplicaciones prácticas.

Las imágenes digitales están disponibles en el sitio <http://mosaic.utia.cas.cz/> del Instituto de Señales y Procesamiento de Imágenes, del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Escuela de Ingeniería Viterbi, de la Universidad del Sur de California (USC Viterbi). Estas imágenes fueron escaneadas a partir de un conjunto de fotografías en escala de gris compradas al autor y están incluidas en el libro de imágenes de texturas de Brodatz (1966).

En la base de datos de imágenes de textura del Instituto de Señales y Procesamiento de Imágenes, USC Viterbi, existen 58 imágenes monocromáticas de textura clasificadas. De estas imágenes se seleccionaron 8 imágenes al azar, pero que incluyeran patrones de textura que representaran los dos modelos de textura: las texturas estocásticas y las texturas con estructuras bien definidas. Las 8 imágenes de clases de textura seleccionadas se muestran en la figura 2.2.1.1. A partir de este momento se hará referencia a estas 8 imágenes de

clases de textura como clases de textura. Las clases 1, 4, 5, y 8 representan el modelo de textura con estructura bien definida, y las clases 2, 3, 6, y 7 representan el modelo de textura estocástico.

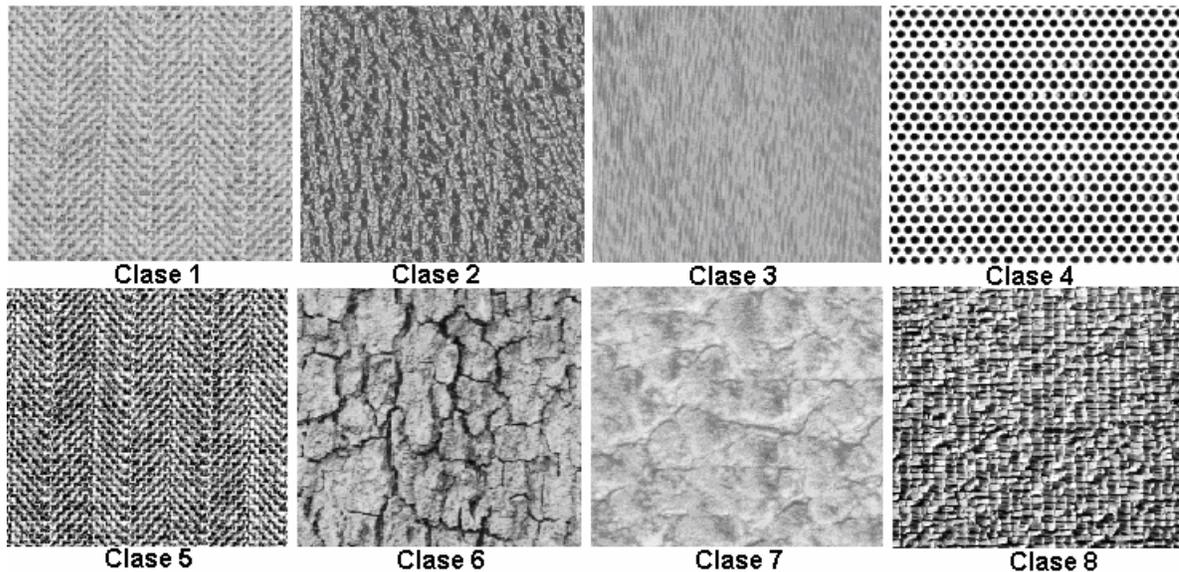


Fig. 2.1.1.1. Imágenes de textura de Brodatz seleccionadas como clases patrones.

La descripción de las clases de texturas seleccionadas se muestra a continuación:

Clase 1..... *Herringbone weave1*: Tejido de tela que da un efecto de zigzag.

Clase 2..... *Pressed calf Eláter*: Cuero de ternero corrugado.

Clase 3..... *Water*: Agua.

Clase 4..... *Hexagonal hole array*: Arreglo de hoyos hexagonales.

Clase 5..... *Herringbone weave2*: igual definición que Herringbone weave1.

Clase 6..... *Bark*: Corteza de árbol.

Clase 7..... *Pigskin*: Piel de cerdo.

Clase 8..... *Raffia*: Fibra de la palma raffia.

Las imágenes de textura de Brodatz son imágenes obtenidas por fotografía convencional en entornos naturales, por lo que además de estar afectadas por el ruido introducido en el

proceso de captura, muchas presentan zonas de cambios de iluminación que tienden a alterar los valores obtenidos por los rasgos de textura que se basan en el valor del nivel de gris de los píxeles. Añádasele además a este, el inconveniente de que como se explicó anteriormente, estas imágenes fueron escaneadas para su digitalización por lo que están afectadas también por este proceso.

Debido a estas características, los valores de los rasgos de textura van a depender del tamaño del bloque seleccionado para extraer las imágenes de muestras de las clases de textura, estas imágenes de muestra se denominarán a partir de este momento subimágenes. Así, pueden aparecer subimágenes que van a estar saturadas con valores de niveles de gris que van a alterar el patrón de textura dentro del bloque, obteniéndose valores picos al aplicar los rasgos de textura cuya amplitud va a diferir del resto de los valores obtenidos a partir de subimágenes pertenecientes a la misma clase de textura. Estos valores picos se denominarán *outliers*.

2.3 Recolección de los datos

En los problemas de clasificación la recolección de los datos es el factor más importante para avalar el desempeño del clasificador, porque permite generalizar los resultados obtenidos sobre la base de proporcionar una serie de parámetros, que permiten simular las condiciones en que se desarrolló el experimento original. La recolección de los datos trata los aspectos relacionados con la selección de los rasgos, el tamaño de la muestra, los detalles acerca de las condiciones bajo las que se recolectaron los datos, así como los detalles del procedimiento utilizado y del equipo de medición, la definición de los conjuntos de datos utilizados para el entrenamiento, la validación y la comprobación de la clasificación, entre otros. En el anexo IV.2 se trata este tema con mayor detalle.

2.3.1 Procedimiento para la extracción de los rasgos de textura basados en la GLCM

La implementación de las funciones desarrolladas para la detección de textura basada en los rasgos de la GLCM, está orientada a obtener un resultado gráfico donde se muestra la magnitud de los valores de los rasgos en función de las subimágenes de cada una de las clases de textura. La ventaja de esta representación está en que posibilita que pueda

evaluarse visualmente y de forma más rápida, el comportamiento en cuanto a separabilidad entre clases de los rasgos de textura propuestos.

De forma general el esquema de la metodología seguida para las pruebas realizadas a las subimágenes de clases de textura, se representada en la figura 2.3.1.1.

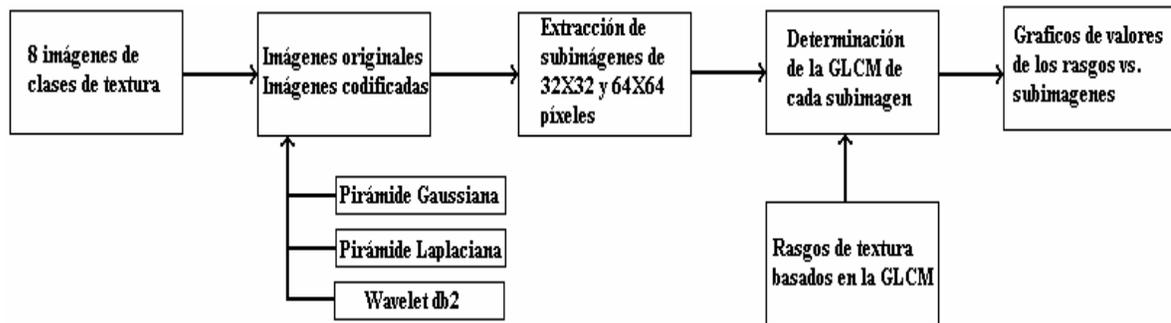


Figura 2.3.1.1. Diagrama que representa la metodología desarrollada para obtener los gráficos de los valores de textura vs. subimágenes.

Una descripción más detallada de la metodología implementada puede verse en el anexo V.

Para seleccionar los rasgos, o la combinación de rasgos de textura basados en la GLCM que mejor separan las clases de textura de Brodatz seleccionadas, de cada una de las 8 clases de textura estandarizadas se obtuvieron todas las subimágenes resultantes de extraer de las mismas bloques de tamaños de 32X32, 64X64 y 96X96 píxeles con un solapamiento del 50% entre los bloques. A cada uno de estos tres arreglos de subimágenes, correspondientes a los tamaños de bloque utilizados, se aplicaron 12 rasgos de textura basados en la GLCM: contraste, similitud, disimilitud, homogeneidad, segundo momento angular (asm), energía, entropía, máxima probabilidad, media de la GLCM (media), varianza de la GLCM (varianza), desviación estándar de la GLCM (desviación estándar) y correlación. A partir de los gráficos de los valores de textura obtenidos por cada rasgo independiente, se realizó una selección de los rasgos que mejor representan cada una de las clases de textura y que logran la mayor separabilidad entre las mismas. Con el objetivo de facilitar la representación gráfica, debido a la cantidad de valores obtenidos por cada uno de los rasgos, se decidió elegir 800 valores por cada rasgo, 100 valores seleccionados de manera aleatoria, por cada

una de las 8 clases de textura. Los valores de distribución aleatoria utilizados son los valores del conjunto de entrenamiento, definido en la sesión 2.3.3, 'Definición de los conjuntos de datos'. Los gráficos de los valores de los 12 rasgos de textura basados en la GLCM obtenidos a partir de las imágenes originales pueden verse en el anexo VI.1 y VI.2. En el anexo VI.1, se muestran 2 gráficos con los valores de cada rasgo de textura independiente, correspondientes a los tamaños de bloque utilizados para la extracción de las subimágenes de clases de 32X32 y 64X64 píxeles con solapamiento del 50%. En el anexo VI.2 se presentan los gráficos de las combinaciones de los rasgos individuales con los que se obtienen los mejores resultados en cuanto a separabilidad entre las clases de textura: distancia entre el valor medio de cada clase y variabilidad en las clases de textura: varianza en cada clase, utilizando un tamaño de bloque de 64X64 píxeles.

El menor tamaño de bloque utilizado, 32X32 píxeles, se seleccionó bajo la condición de que fuera el menor tamaño de bloque que formara una subimagen de textura. Es decir, el menor tamaño de bloque con el que se obtuviera una subimagen donde se identificara de manera visual un patrón de textura, figura 2.3.1.2. Debido a las características de los rasgos de textura basados en la GLCM, que cuantifican la ocurrencia de los niveles de gris entre los píxeles vecinos, es necesario que exista una ocurrencia de textura en cada subimagen para que se obtengan valores equivalentes del rasgo. En el caso de las 8 clases de textura utilizadas, las clases que tienen el modelo de textura con estructura bien definida, clases de textura c1, c4, c5 y c8, son las más exigentes en su definición de patrón de textura. Para estas clases se considerará que el patrón ocurre a partir de 3 repeticiones de la estructura que lo forma, el modelo de textura estocástico es menos exigente. El tamaño de bloque cuadrado, 32X32 píxeles, responde a la diferencia en la orientación de los patrones de textura de las 8 clases. Por ejemplo la clase de textura c8 puede definirse como textura en un bloque de 16X32 o 32X16 píxeles, debido a sus características, pero las clases c1 y c5 no, debido a su orientación vertical. Además, si se seleccionara un tamaño de bloque de 32X16 píxeles, no podría considerarse la clase de textura c4 dentro de un bloque de ese tamaño porque esta clase, debido a su patrón de textura más exigente, requiere de un bloque de forma cuadrada para identificar la textura: pudieran obtenerse subimágenes dominadas por círculos negros y otras dominadas por el fondo blanco, lo que atenta contra la equivalencia entre los valores obtenidos por los rasgos para cada subimagen. La validez de

esta selección se comprobó utilizando un tamaño de bloque de 16X16 píxeles obteniéndose los peores resultados en cuanto a separabilidad y variabilidad. En el anexo VI.3 se muestran los gráficos de los valores de los 12 rasgos de textura basados en la GLCM individuales obtenidos utilizando un tamaño de bloque de 16X16 píxeles, a partir de las imágenes originales.

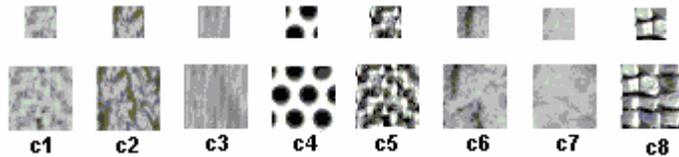


Figura 2.3.1.2. Subimágenes de textura de 16X16 píxeles, parte superior, y de 32X32 píxeles, parte inferior.

En la figura 2.3.1.2 puede verse como no es posible definir un patrón de textura en las subimágenes de 16X16 píxeles. Tomando la clase 4, c4, como referencia puede hacerse una comparación más clara.

Los tamaños de bloque de 64X64 y 96X96 píxeles se utilizaron para evaluar la influencia de este parámetro en las clases de textura, debido a las características de estas imágenes. Como la diferencia que se obtiene en la forma de onda de los gráficos de los rasgos al utilizar uno u otro tamaño no es significativa respecto a tal aumento, se eligió como máximo tamaño de bloque 64X64 píxeles, los gráficos del anexo VI.1 están en función de los tamaños de bloque mínimo y máximo: 32X32 y 64X64 píxeles. Desde el punto de vista práctico aumentar el tamaño del bloque para obtener los valores de los rasgos en imágenes compuestas por varias regiones de textura, atenta contra el desempeño de la clasificación en las fronteras entre las regiones de texturas y en aquellas formas cuyas áreas sean menores que el tamaño del bloque. Considérese el caso en que una subimagen coincida con la frontera entre dos o más regiones de textura, por tanto estará formada por las texturas correspondientes a estas regiones y al aplicar un rasgo a esta subimagen se obtendrá un valor que puede asignarse a cualquiera de las 8 clases, pudiendo ser una clase diferente a las implicadas, dependiendo de la magnitud del valor obtenido al aplicar el rasgo.

Se incluye también un análisis multiresolución codificando las 8 clases de textura con la pirámide Gaussiana, anexos VII.1 y VII.2, la pirámide Laplaciana, anexos VII.3 y VII.4, y la descomposición mediante la wavelet del tipo Daubechies 2, db2, anexo VII.5. En cada una de estas aproximaciones del análisis multiresolución se usaron 2 niveles de descomposición.

Todos los gráficos presentados en este informe están normalizados respecto al máximo de los valores del rasgo de textura correspondiente.

2.3.2 Selección de los rasgos de textura basados en la GLCM

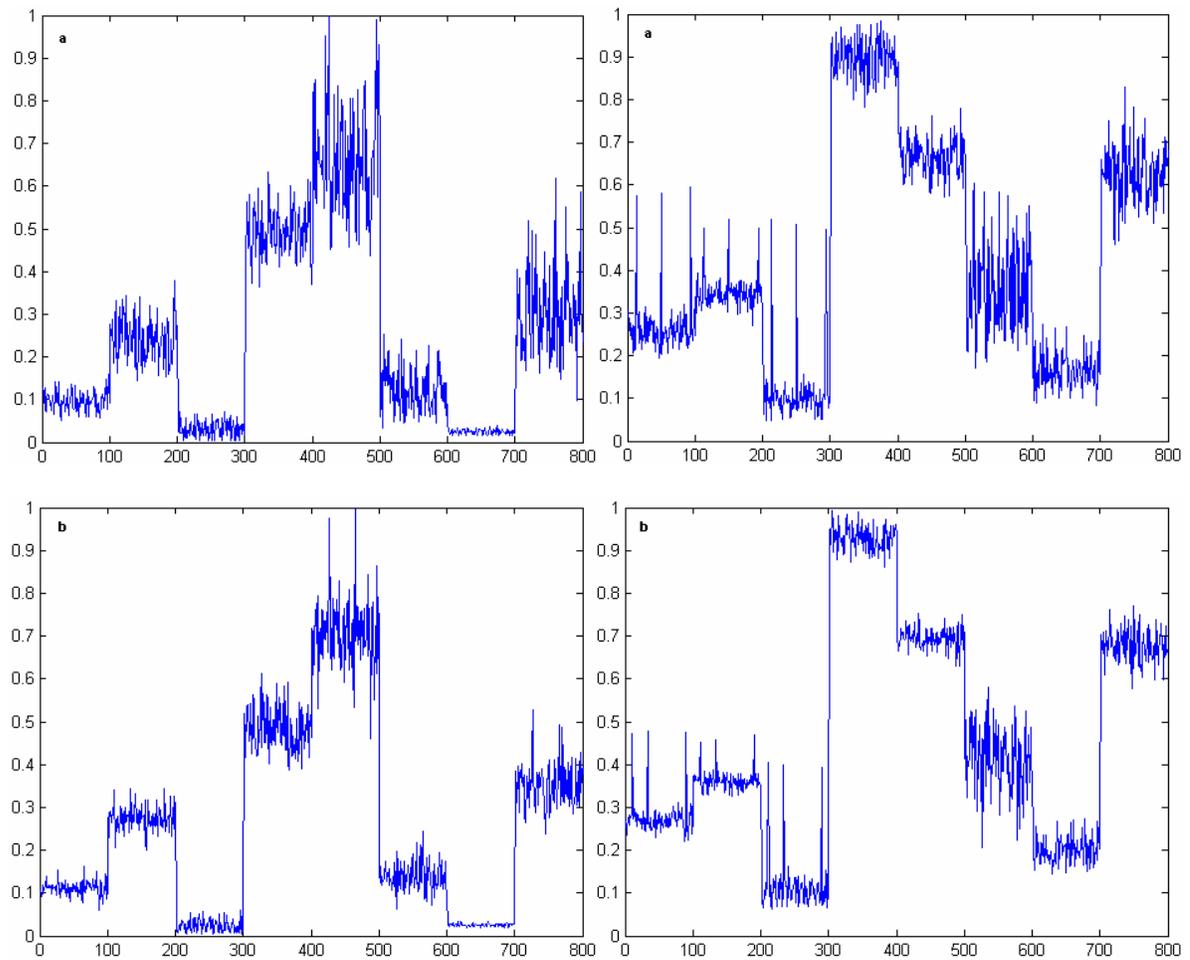
En esta sesión se presentan los gráficos de los valores de los rasgos de textura con los que se obtuvieron los mejores resultados. El análisis se basa en la evaluación de la separabilidad entre las clases de textura y de la variabilidad de las clases de textura a partir de los gráficos de los valores obtenidos para los 12 rasgos de textura basados en la GLCM individuales y de sus combinaciones, utilizando como clases de textura las imágenes originales, las imágenes codificadas con la pirámide Gaussiana, las imágenes codificadas con la pirámide Laplaciana y las imágenes codificadas mediante la wavelet db2. En los anexos correspondientes puede verse el análisis completo.

2.3.2.1 Análisis basado en las imágenes originales

En el anexo VI.1, puede notarse de forma general, que la relación entre la influencia de los valores *outliers* en la forma de onda que representa los valores de los rasgos obtenidos a partir del conjunto de entrenamiento y el tamaño del bloque que define cada subimagen, es proporcionalmente inversa. Comparando todos los gráficos del anexo VI.1 puede verse que el contraste, la varianza y la desviación estándar, figuras VI.1.1.1, VI.1.1.10 y VI.1.1.11 del anexo VI.1, son en cuanto a separabilidad, los rasgos que mejor comportamiento presentan entre los 12 rasgos de textura basados en la GLCM propuestos.

Como la varianza y la desviación estándar solo se diferencian en un factor de escala, figuras VI.1.1.10 y VI.1.1.11 del anexo VI.1, dado por la definición de estas medidas de dispersión: la desviación estándar se define como la raíz cuadrada de la varianza, a partir de este momento se trabajará con la desviación estándar como medida representativa de ambos rasgos debido a que tiene las mismas unidades que la variable original y es, por tanto, más fácil de interpretar.

En la figura 2.3.2.1.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores de los rasgos contraste, izquierda, y desviación estándar, derecha, que son con los que se obtienen los mejores resultados en cuanto a separabilidad. Los tamaños de bloque utilizados son de: a) 16X16 píxeles, b) 32X32 píxeles, c) 64X64 píxeles y c) 96X96 píxeles.



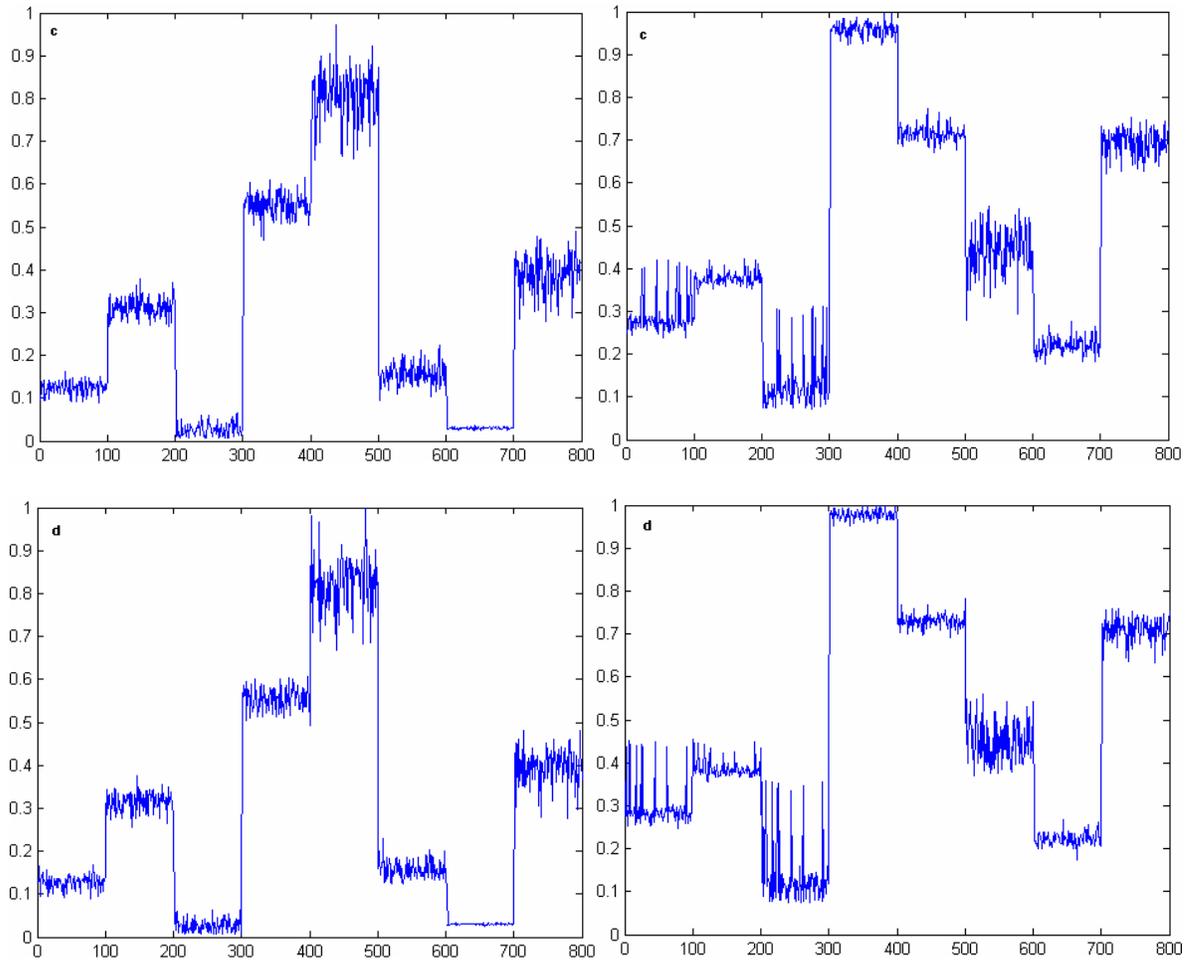


Figura 2.3.2.1.1 a, b, c y d. Valores de los rasgos contraste, izquierda, y desviación estándar, derecha, obtenidos a partir de las clases de textura originales. Tamaño del bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 64X64 y d) 96X96 píxeles.

En la figura 2.3.2.1.1 a, b, c y d, puede verse el efecto del tamaño del bloque en la variabilidad de los valores en las clases de textura para cada rasgo. Este efecto se debe a la influencia de las subimágenes *outliers* sobre el tamaño del bloque, al aumentar el tamaño del bloque los valores de los niveles de gris que son *outliers* en la imagen tienen menos influencia sobre el bloque porque se incluyen más niveles de gris en un área mayor. Si se comparan los gráficos de la figura 2.3.2.1.1 c y d, obtenidos utilizando los tamaños de bloque de 64X64 y 96X96 píxeles puede verse que la mejora que se obtiene en la forma de onda no es consecuente con tal aumento del tamaño del bloque. Nótese que el contraste es más robusto a los valores *outliers* que la desviación estándar, pero la desviación estándar

separa más las clases de textura: solamente no separa las clases 5 y 8, mientras que el contraste no separa las clases 1 y 6, y 3 y 7. Para que pueda tenerse una idea más clara del efecto de la variabilidad entre las 8 clases de textura puede remitirse a la figura 2.3.2.1.2 a y b, que representa los gráficos obtenidos a partir del conjunto formado por los 100 valores más cercanos a la mediana de cada una de las clases de textura obtenidos con un tamaño de bloque de 64X64 píxeles del rasgo: a) contraste y b) desviación estándar. Se seleccionó la mediana porque es una medida de la tendencia central robusta a los *outliers*.

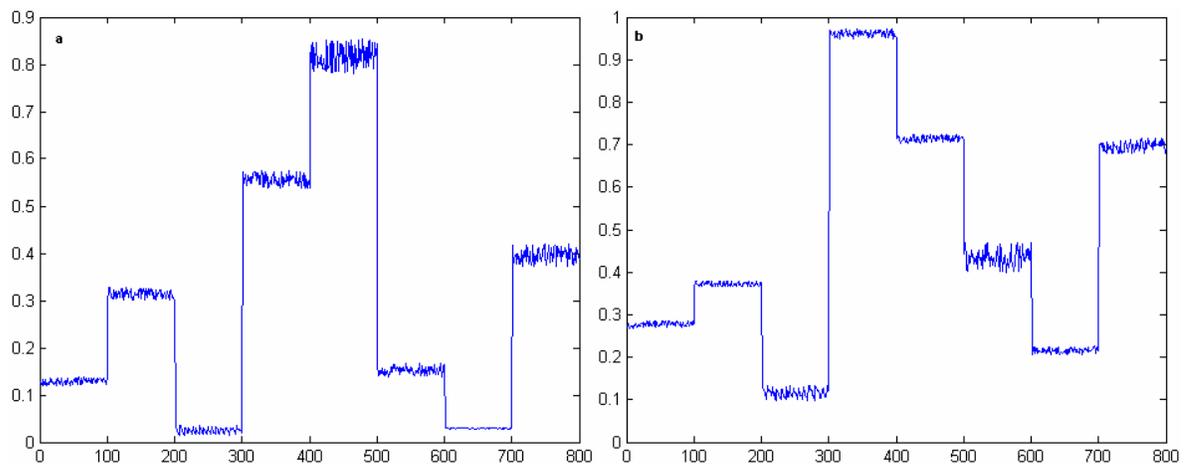


Figura 2.3.2.1.2 a y b. Gráficos de los 100 valores más cercanos a la mediana para las 8 clases de textura: a) contraste y b) desviación estándar.

En la representación de la figura 2.3.2.1.2 a y b, formada a partir de los 100 valores más cercanos a la mediana de cada una de las clases de textura puede comprobarse que el rasgo desviación estándar es mejor en cuanto a separabilidad que el rasgo contraste. Basado en estos resultados se presentan en el anexo VI.2 los gráficos de la combinación de estos rasgos, pero en ninguno de los casos se superan los resultados obtenidos por estos rasgos de forma independiente.

2.3.2.2 Análisis basado en las imágenes codificadas con la pirámide Gaussiana

En el anexo VII.1 se presentan los gráficos de los 12 rasgos de textura individuales obtenidos para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 y 2 niveles de descomposición. Se utilizó un tamaño de bloque de 16X16 y 32X32 píxeles para

1 nivel de descomposición y de 8X8 y 16X16 píxeles para 2 niveles de descomposición. Estos tamaños de bloque se seleccionaron de forma que fuesen proporcionales a los tamaños de bloque de 32X32 y 64X64 píxeles utilizados en las clases de textura originales, debido a que en cada descomposición el tamaño de las clases de textura se reduce en la mitad. En este anexo puede notarse que los mejores resultados en cuanto a separabilidad y variabilidad se obtienen al utilizar las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición, imágenes de 256X256 píxeles y utilizando un tamaño de bloque de 32X32 píxeles.

En la figura 2.3.2.2.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores obtenidos con los rasgos contraste y disimilitud, que son entre los 12 rasgos de textura propuestos con los que se obtienen los mejores resultados en cuanto a separabilidad, al utilizar las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición.

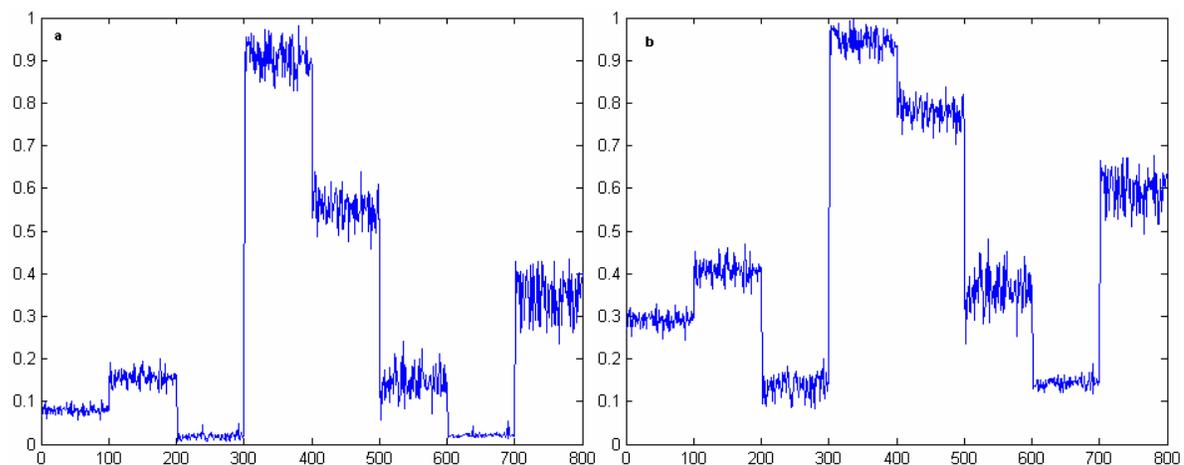


Figura 2.3.2.2.1 a y b. Valores de los rasgos: a) contraste, y b) disimilitud, obtenidos a partir de las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana. Tamaño del bloque: 32X32 píxeles.

En la figura 2.3.2.2.1 a y b puede verse que el rasgo contraste no separa las clases 2 y 6, y 3 y 7, figura 2.3.2.2.1 a, y que el rasgo disimilitud no separa las clases 3 y 7, y en menor medida, principalmente debido a la amplitud de la variabilidad, las clases 2 y 6, figura 2.3.2.2.1 b. Basado en estos resultados se presentan en el anexo VII.2 los gráficos de la

combinación de estos rasgos, pero no se superan los resultados obtenidos por estos rasgos de forma independiente.

2.3.2.3 Análisis basado en las imágenes codificadas con la pirámide Laplaciana

En el anexo VII.3 se presentan los gráficos de los 12 rasgos de textura individuales obtenidos para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 2 niveles de descomposición. Se utilizó un tamaño de bloque de 16X16 y 32X32 píxeles para 1 nivel de descomposición y de 8X8 y 16X16 píxeles para 2 niveles de descomposición. Estos tamaños de bloque se seleccionaron de forma que fuesen proporcionales a los tamaños de bloque de 32X32 y 64X64 píxeles utilizado en las clases de textura originales, debido a que en cada descomposición el tamaño de las clases de textura se reduce en la mitad. En este anexo puede notarse que los mejores resultados en cuanto a separabilidad y variabilidad se obtienen al utilizar las clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición, imágenes de 256X256 píxeles y utilizando un tamaño de bloque de 32X32 píxeles.

En la figura 2.3.2.3.1 a y b se muestran los gráficos de los valores obtenidos con los rasgos contraste y disimilitud, que son de los 12 rasgos de textura propuestos con los que se obtienen los mejores resultados en cuanto a separabilidad, al utilizar las clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición.

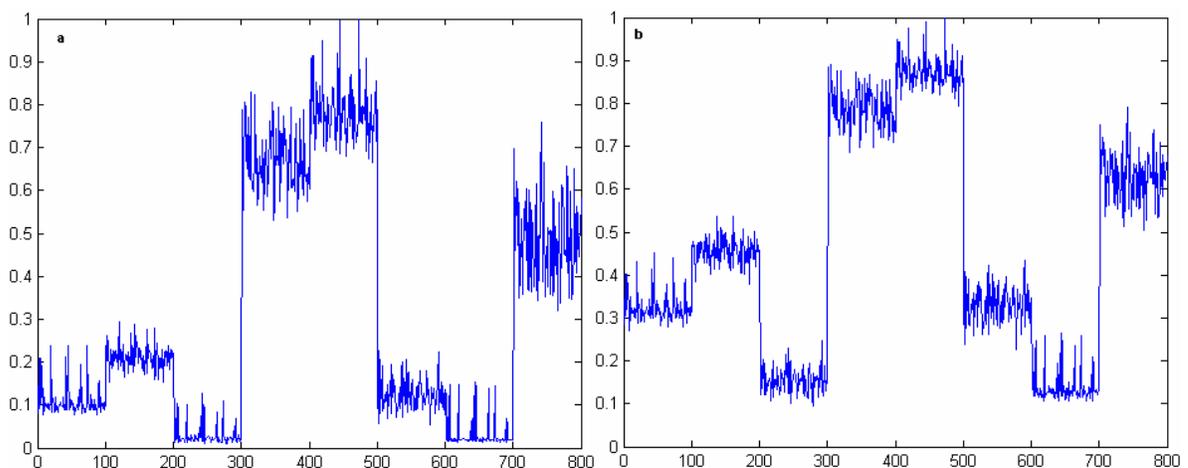


Figura 2.3.2.3.1 a y b. Valores de los rasgos: a) contraste, y b) disimilitud, obtenidos a partir de las clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana. Tamaño del bloque: 32X32 píxeles.

En la figura 2.3.2.3.1 a y b puede verse que el rasgo contraste no separa las clases 1 y 6, y 3 y 7, figura 2.3.2.3.1 a, y que el rasgo disimilitud no separa las clases 1 y 6, y 3 y 7 en menor medida, principalmente debido a la amplitud de la variabilidad, figura 2.3.2.3.1 b. Basado en estos resultados se presentan en el anexo VII.4 los gráficos de la combinación de estos rasgos, pero no se superan los resultados obtenidos por estos rasgos de forma independiente.

2.3.2.4 Análisis basado en las imágenes codificadas mediante la wavelet Daubechies 2

En el anexo VII.5 se presentan los gráficos de los 12 rasgos de textura individuales obtenidos para las 8 clases de textura codificadas con una wavelet db2 con 2 niveles de descomposición. Se utilizó un tamaño de bloque de 32X32 y 16X16 píxeles para 1 y 2 niveles de descomposición respectivamente y para cada una de las subbandas: coeficientes de aproximación, anexo VII.5.1, de detalle horizontal, anexo VII.5.2, de detalle vertical, anexo VII.5.3, y de detalle diagonal, anexo VII.5.4. Los tamaños de bloque seleccionados son proporcionales al tamaño de bloque 64X64 píxeles utilizado en las imágenes originales debido a que en cada nivel de descomposición se reduce el tamaño de las subbandas de textura en la mitad. El análisis en este anexo está orientado a analizar por inspección visual los resultados gráficos obtenidos basado en los parámetros: separabilidad entre clases y variabilidad en las clases, al aplicar los 12 rasgos de textura propuestos a las imágenes de las subbandas obtenidas a partir de la wavelet db2 con 1 y 2 niveles de descomposición.

En la figura 2.3.2.4.1 a y b se muestran los gráficos de los valores obtenidos con los rasgos desviación estándar, a partir de las clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal y contraste, a partir de las clases de textura de los coeficientes de detalle vertical, ambos con 1 nivel de descomposición. Estos son de los 12 rasgos de textura propuestos y de las subbandas de textura con los que se obtienen los mejores resultados en cuanto a separabilidad.

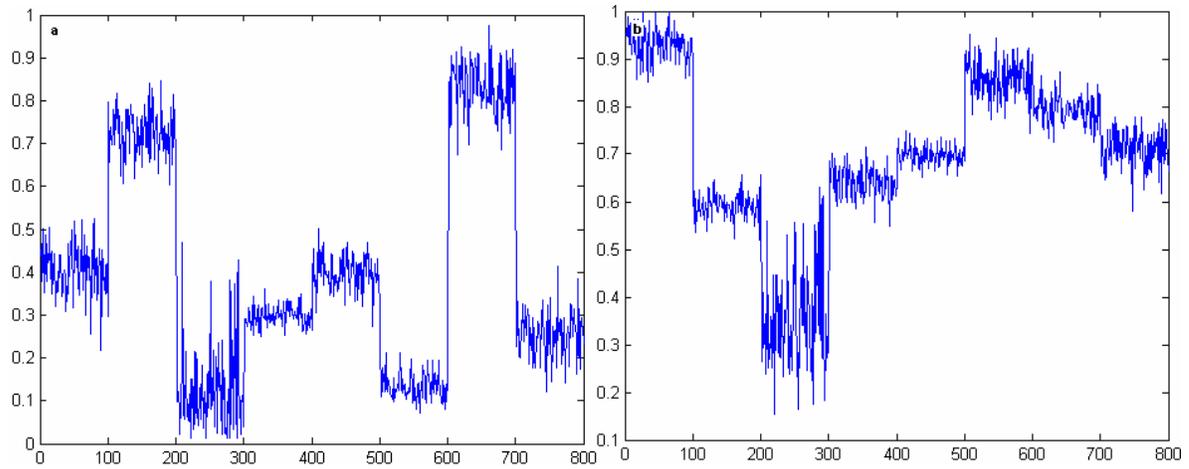


Figura 2.3.2.4.1 a y b. Valores de los rasgos: a) desviación estándar, y b) contraste obtenidos a partir de las clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal y vertical respectivamente. El tamaño de cada subimagen es de 32X32 píxeles.

En la figura 2.3.2.4.1 a y b puede verse que el rasgo desviación estándar no separa las clases 1 y 5, y que la amplitud de la variabilidad de la clase de textura 3 atenta contra la decisión de pertenencia a clases entre algunos valores de esta clase y las clases 4, 5, 6 y 8, figura 2.3.2.4.1 a; y que el rasgo contraste no separa las clases 5 y 8, y la poca separabilidad entre las clases 2, 4, 5, 6, 7 y 8 y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia a clases de algunos valores entre las mismas, figura 2.3.2.4.1 b.

Basado en estos resultados se presentan en el anexo VII.6 los gráficos de la combinación de estos rasgos, pero no se superan los resultados obtenidos por estos rasgos de forma independiente.

2.3.2.5 Análisis de los resultados

Al comparar los gráficos de los rasgos con los que se obtienen los mejores resultados en cuanto a separabilidad y variabilidad a partir de las clases de textura originales y de cada aproximación multiresolución, puede concluirse que los mejores rasgos y aproximación de acuerdo a su desempeño son los siguientes: 1) contraste, codificación con la pirámide Gaussiana, figura 2.3.2.2.1 a, 2) disimilitud, codificación con la pirámide Gaussiana, figura 2.3.2.2.1 b, 3) contraste, imágenes originales, figura 2.3.2.1.1 c, izquierda y 4) desviación estándar, imágenes originales, figura 2.3.2.1.1 c, derecha. La combinación de estos rasgos,

excluyendo las combinaciones entre los valores obtenidos de una misma codificación, debido a que estos ya fueron analizados en las sesiones correspondientes del anexo VII, resulta en 7 vectores de valores. Para reducir la dimensionalidad del espacio de rasgos, pueden analizarse nuevamente los gráficos de la figura 2.3.2.1.1 c, y puede verse que la desviación estándar presenta mejor comportamiento que el contraste al utilizar las clases de textura originales. La desviación estándar separa todas las clases de textura pero debido a la amplitud de la variabilidad en algunas clases existen problemas con la decisión de pertenencia a clases de algunos valores, sin embargo el contraste no separa las clases 3 y 7. Basado en este análisis puede excluirse el rasgo contraste del conjunto de rasgos que mejor separan las clases de textura a partir de las imágenes originales, quedando la selección formada por los rasgos y aproximaciones definidas anteriormente como 1, 2 y 4. La comprobación de esta selección puede realizarse utilizando la función *featrank* (*feature rank*) del Paquete de Reconocimiento de Patrones, Duin et al. (2007), que asigna una posición a cada rasgo basado en su desempeño individual. Como resultado de aplicar esta función utilizando 6 criterios de similitud entre rasgos, se obtienen las siguientes posiciones representando el desempeño de cada rasgo, a medida que aumentan las posiciones disminuye el desempeño del rasgo:

Posición 1: se la alternan los rasgos 1 y 4.

Posición 2: rasgo 2.

Posición 3: se la alternan los rasgos 1 y 4.

Posición 4: rasgo 3.

Basado en estos resultados, la selección de los mejores rasgos y aproximaciones queda como sigue: 1) contraste, codificación con la pirámide Gaussiana, 2) disimilitud, codificación con la pirámide Gaussiana, y 3) desviación estándar, imágenes originales.

2.3.3 Definición de los conjuntos de datos

Como se vio en la sesión 2.3.1, ‘Descripción del procedimiento para la extracción de los rasgos de textura basados en la GLCM’, de cada una de las clases de textura se obtienen todas las subimágenes posibles en dependencia del tamaño del bloque utilizado. Una vez que se ha realizado la medición de los rasgos debe definirse la estrategia de muestreo y

seleccionar las muestras de tamaño apropiado para definir los conjuntos de datos. La estrategia de muestreo utilizada es la del muestreo separado, que se basa en muestrear los vectores de rasgos para cada una de las clases de forma separada. Como la probabilidad a priori de ocurrencia de cada una de las clases es la misma, entonces cada clase se muestrea en base a las mismas proporciones. El particionamiento de los datos se dividió en 3 conjuntos: entrenamiento, validación y prueba. Los conjuntos de entrenamiento y validación se utilizan para el diseño clasificador monitoreando su desempeño, de esta manera puede seleccionarse el clasificador con el que se obtiene el mejor desempeño. El conjunto de prueba se utiliza entonces como un conjunto de datos independiente para la evaluación del clasificador. Para definir las distribuciones aleatorias que se usaron para el muestreo de los datos y la creación de los conjuntos de entrenamiento, validación y prueba, se utilizó la función *randperm* (*random permutation*) de Matlab 7.0. El tamaño de los conjuntos depende de un número de factores como son: la cantidad de rasgos, el desempeño esperado, la complejidad de la regla de clasificación en términos del número de parámetros a estimar y la probabilidad asintótica del error de clasificación. Algunos artículos sugieren que la razón del tamaño de la muestra al número de rasgos es un factor muy importante en el diseño de un clasificador, Jain y Chandrasekaran (1982), y Kalayeh y Landgrebe (1983), proponen como referencia un valor de 5 a 10 veces más muestras por clases que los rasgos medidos. Teniendo en cuenta estas consideraciones, explicadas con mayor detalle en el anexo IV.2, se seleccionó el tamaño de la distribución del conjunto de entrenamiento de 100 valores, el tamaño de la distribución del conjunto de validación de 50 valores y el tamaño de la distribución del conjunto de prueba de 75 valores. Quedan definidos dos conjuntos de entrenamiento, de validación y de prueba, de acuerdo a los tamaños de bloque mínimo y máximo utilizados, correspondientes a los rasgos: a) contraste y disimilitud, imágenes codificadas mediante la pirámide Gaussiana con tamaño de bloque de 16X16 píxeles y desviación estándar, imágenes originales, con tamaño de bloque de 32X32 píxeles, denominado conjunto de entrenamiento, validación o prueba 1, y b) contraste y disimilitud, imágenes codificadas mediante la pirámide Gaussiana con tamaño de bloque de 32X32 píxeles y desviación estándar, imágenes originales, con tamaño de bloque de 64X64 píxeles, denominado conjunto de entrenamiento, validación o prueba 2.

2.4 Análisis de los valores de los rasgos

En la sesión 2.3.2.5, ‘Análisis de los resultados’, se seleccionaron los rasgos con los que mejor se discriminan las clases de textura y la codificación multiresolución correspondiente. En el anexo VIII.1 y VIII.2 se muestran los gráficos correspondientes a los conjuntos de entrenamiento 1 y 2, dadas como la distancia de Mahalanobis de las coordenadas formadas por sus valores respecto al origen y una representación de estos valores en 3 dimensiones etiquetados con su clase correspondiente. En esta representación las etiquetas que definen las clases son números enteros del 1 al 8 representados por símbolos en colores. Como puede verse en el anexo VIII, la diferencia entre los gráficos es pequeña y similar a la obtenida al combinar los rasgos contraste y disimilitud codificados con la pirámide Gaussiana, figura VII.2.1 del anexo VII. No es posible discernir entre cuál de las combinaciones es la mejor a partir de la inspección visual. Utilizando la función *feateval* (*feature evaluation*), del Paquete de Reconocimiento de Patrones, Duin et al. (2007), pueden evaluarse las posibles combinaciones de los rasgos, resultando que la mejor es la que combina los 3 rasgos para ambos conjuntos de entrenamiento. En la figura 2.4.1 a y b, se muestra la representación en 3 dimensiones de los valores de los rasgos 1, 2 y 3 para los conjuntos de entrenamiento: a) 1, y b) 2.

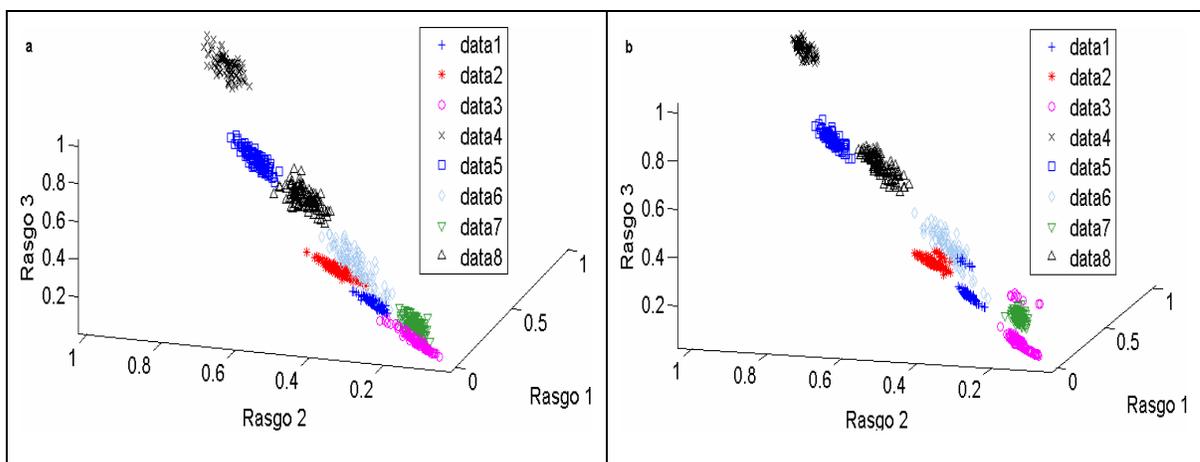


Figura 2.4.1 a y b. Representación en 3 dimensiones de los valores de los rasgos 1, 2 y 3, para los conjuntos de entrenamiento: a) 1, y b) 2.

La representación de la figura 2.4.1 a y b, permite tener una idea más detallada de la separabilidad entre las 8 clases de textura. Pueden verse los problemas de separabilidad entre las clases 3 y 7, 2 y 6, y en menor medida 1 y 6. Note que los valores de la combinación de los rasgos seleccionados no pueden utilizarse por si solos para segmentar imágenes de textura complejas que incluyan estos patrones de textura. La continuación de este trabajo se centra en buscar apoyo en las técnicas de clasificación estadística para mejorar el comportamiento de estos valores en cuanto a la separabilidad entre las clases de textura.

Al utilizar las técnicas de clasificación estadística debe realizarse un análisis estadístico de los datos, como se explicó en el epígrafe 1.4.1.1.1 estos métodos se basan en realizar suposiciones sobre la distribución del vector de rasgos.

Como los métodos de clasificación basados en las técnicas discriminantes se basan en simplificaciones relacionadas con suposiciones sobre la forma de las funciones de densidad probabilísticas para representar las distribuciones del vector de rasgos en las clases y derivar las funciones de clasificación, por ejemplo, se asume que son distribuciones normales, un primer análisis es verificar si los datos obtenidos de los valores de los rasgos para cada una de las 8 de clases de textura utilizadas tienen una distribución normal.

Para el análisis estadístico de los datos se utilizó la herramienta *dffitool* (*Distribution Fitting Tool*) del Paquete de Estadística de Matlab, que es una interfaz gráfica de usuario que permite asociar funciones de densidad probabilísticas a los conjuntos de datos. Se realizó el análisis de distribución a cada uno de los conjuntos de entrenamiento como la distancia de Mahalanobis respecto al origen de sus valores, tomados como coordenadas en 3 dimensiones. Se utilizó este conjunto como una representación de los vectores independientes de cada rasgo. En el anexo IX, figuras IX.1 y IX.2, se muestran los histogramas para cada clase de los datos de los conjuntos formados por las distancias de Mahalanobis al origen de los conjuntos de entrenamiento 1 y 2, y la distribución normal que mejor los representa.

Puede decirse que las distribuciones de cada clase en ambos conjuntos son bastante cercanas a la normalidad. Se realizó además la prueba de hipótesis de Kolmogorov-Smirnov, función *kstest2* del Paquete de Estadística de Matlab, que compara los valores de

un vector de datos con una distribución normal estándar con media 0 y varianza 1. La hipótesis por defecto para la prueba de Kolmogorov-Smirnov es que el vector de datos tiene una distribución normal estándar y la hipótesis alternativa es que esto no se cumple. La hipótesis se rechaza si la prueba es significativa en un 5%. Para cada valor del vector de datos la prueba de Kolmogorov-Smirnov compara la proporción de valores que son menores respecto al número esperado predicho por la distribución normal estándar. Sin embargo la prueba de Kolmogorov-Smirnov no es muy exacta si la función de distribución se estima a partir de los datos, la prueba de hipótesis de Lilliefors es más flexible en el sentido de que no es necesario especificar los parámetros de las funciones de distribución, la hipótesis por defecto está en función de demostrar si el vector de los datos está normalmente distribuido. Esta prueba es muy útil cuando una distribución es desconocida y sus parámetros deben estimarse. La prueba de Kolmogorov-Smirnov realizada para todas las clases rechazó la hipótesis por defecto. En la tabla 2.4.1 se muestran los valores obtenidos para cada una de las clases al aplicar la prueba de Lilliefors, función *lillietest* del Paquete de Estadística de Matlab. $h1$ y $h2$ son los valores de las hipótesis para los conjuntos de entrenamiento 1 y 2 respectivamente.

Tabla 2.4.1. Valores de la hipótesis de Lilliefors.

Hipótesis	Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6	Clase 7	Clase 8
$h1$	0	0	0	0	0	1	0	0
$h2$	1	0	1	0	0	0	0	0

h es una variable lógica que indica el valor de la hipótesis. Según los resultados mostrados en la tabla 2.4.1, para el caso del conjunto de entrenamiento 1, solo la clase 6 tiene una distribución que no es de la familia normal. En el caso del conjunto de entrenamiento 2, las clases 1 y 3 no están normalmente distribuidas.

2.5 Clasificación basada en los valores de los conjuntos de entrenamiento

Como se vio en la sesión 2.1, ‘Formulación del problema’, uno de los objetivos del estudio presentado en este informe es evaluar el desempeño de las técnicas clasificación de la

aproximación estadística para el análisis de textura. Como se muestra en la figura 2.4.1, la combinación de los mejores rasgos de textura basados en la GLCM no logra por si sola separar todas las clases de textura. En esta sesión se presentan los resultados obtenidos al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2, utilizando los conjuntos de entrenamiento 1 y 2 respectivamente, con los métodos de clasificación de la estadística clásica y moderna.

2.5.1 Clasificación basada en las técnicas de la estadística clásica

Se utilizaron los paquetes de Estadística de Matlab y el de Reconocimiento de Patrones, Duin et al. (2007). Del paquete de Estadística se utilizó la función *classify* que implementa los métodos de clasificación de la estadística clásica para el análisis discriminante con funciones discriminantes: lineal, diagonal lineal, cuadrática, diagonal cuadrática, y discriminante de Mahalanobis, usando el criterio de máxima verosimilitud. Como se definió en la sesión 2.3.3, ‘Definición de los conjuntos de datos’, los conjuntos de entrenamiento y validación se utilizan para el diseño clasificador monitoreando su desempeño y el conjunto de prueba se utiliza como un conjunto de datos independiente para evaluar el clasificador. Los conjuntos de validación y de prueba, al igual que el conjunto de entrenamiento, están dados como coordenadas en 3 dimensiones de los valores aleatorizados de los rasgos de mayor poder discriminante. Las clases son números enteros en el intervalo del 1 al 8. En el anexo X, figura X.1, se muestran los gráficos de las subimágenes y sus clases correspondientes obtenidos al clasificar los conjuntos de validación 1 y 2 mediante las técnicas del análisis discriminante.

La discriminación lineal asigna una densidad multivariada normal a cada grupo, usando un estimado de la covarianza del conjunto de las observaciones. La discriminación cuadrática asigna densidades multivariadas normales, con estimados de la covarianza basado en las observaciones de cada una de las clases. Ambas técnicas utilizan el método de máxima verosimilitud para asignar las observaciones a las clases. Las discriminaciones diagonal lineal y diagonal cuadrática son similares a las discriminaciones lineal y cuadrática respectivamente, pero utilizan estimados de la matriz de covarianza diagonal. La discriminación de Mahalanobis, (Marques de Sá, 2001, p.85), usa la distancia de Mahalanobis con estimados de la covarianza para cada una de las clases involucradas.

En la figura 2.5.1.1 a y b, se muestran los gráficos que representan las subimágenes y sus clases correspondientes, obtenidas al clasificar los conjuntos de validación 1 y 2, utilizando el método de clasificación por discriminante cuadrático bajo el criterio de máxima verosimilitud. Con este método del análisis discriminante es con el que se obtienen los mejores resultados en la clasificación.

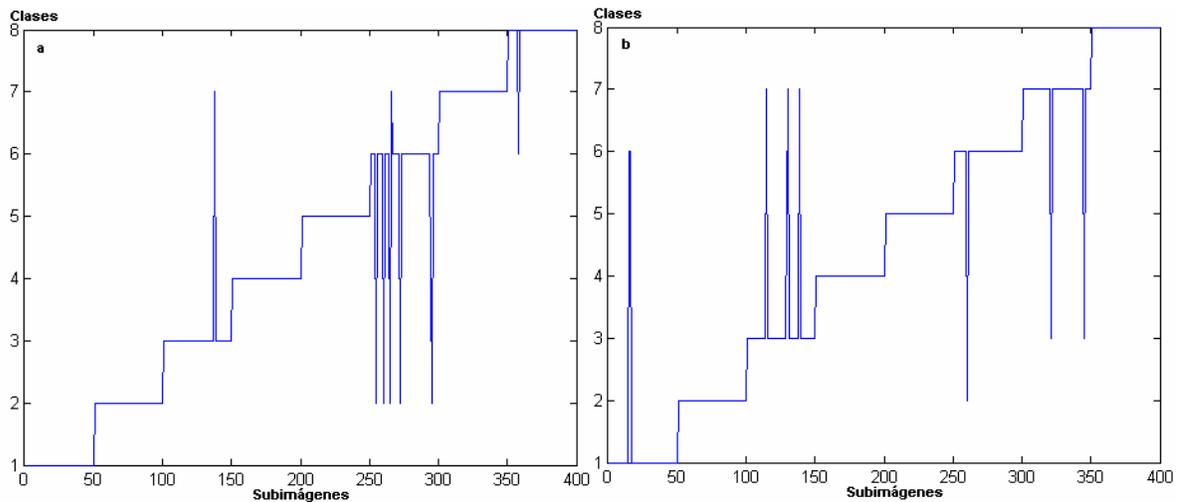


Figura 2.5.1.1 a y b. Gráficos de las subimágenes de clases de textura y su clase correspondiente, obtenidas al clasificar los conjuntos de validación: a) 1, y b) 2. Se utilizó el método de clasificación por discriminante cuadrático, basado en el criterio de máxima verosimilitud.

Como se vio en la figura 2.4.1 a y b, existen clases en las que algunos de sus miembros rodean en gran medida a los miembros de otra clase, y la discriminación cuadrática puede tratar con estos casos. Como puede verse en la figura 2.5.1.1 a y b, y en la representación en 3 dimensiones de la figura 2.4.1 a y b, los principales problemas en cuanto a separabilidad se encuentran entre las clases 3 y 7, 2 y 6, y 1 y 6. El mejor resultado se obtiene al utilizar los conjuntos de entrenamiento y validación 2, con 7 errores de clasificación, figura 2.5.1.1 b. Los resultados obtenidos con este método son muy similares para los conjuntos entrenamiento y validación 1 y 2, con solo 1 error de clasificación de diferencia. En el anexo X, figura X.2, pueden verse todos los gráficos de las subimágenes y

sus clases correspondientes obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2 utilizando los clasificadores del Paquete de Reconocimiento de Patrones, Duin et al. (2007): *nbayesc*, *mogc*, *fisherc*, *quadrc*, *loglc*, *nmc*, *nmsc*. En la tabla 2.5.1.1 se muestran algunas de las funciones que proporciona este paquete y que fueron utilizadas en el desarrollo de este estudio.

Tabla 2.5.1.1. Algunos de los clasificadores discriminantes del Paquete de Funciones del Reconocimiento de Patrones.

Clasificadores basados en densidades normales	
<i>nbayesc</i>	Clasificador de Bayes
<i>mogc</i>	Mezcla de clasificadores gaussianos
Clasificadores lineales	
<i>fisherc</i>	Clasificador lineal por mínimos cuadrados
<i>quadrc</i>	Clasificador cuadrático
<i>loglc</i>	Clasificador lineal logístico
<i>nmc</i>	Clasificador de la media más cercana
<i>nmsc</i>	Clasificador de la media más cercana escalado

El clasificador *nbayesc* da la solución basado en los parámetros dados, mientras que los clasificadores lineal y cuadrático se basan en la estimación de parámetros a partir de los datos del conjunto de entrenamiento. El clasificador *mogc* utiliza un estimado de la función de densidad normal para cada clase, basado en n distribuciones gaussianas combinadas con diferentes pesos, se realizaron pruebas con $n=1, \dots, 6$ obteniéndose los mejores resultados con $n=2$. El clasificador *fisherc* determina la función lineal discriminante entre las clases

usando como criterio la minimización del error por mínimos cuadrados. El clasificador *quadrc* asume densidades normales, pero difiere del clasificador cuadrático en que en lugar de utilizar las densidades se basa en las matrices de covarianza de las clases. El clasificador *loglc* determina la función lineal discriminante entre las clases maximizando el criterio de verosimilitud usando una función logística (sigmoide). El clasificador *nmc* se basa en el criterio de las medias más cercanas, y el clasificador *nmsc* determina la función lineal discriminante asumiendo distribuciones normales con covarianza cero e iguales varianzas en las clases, como se basa en asumir distribuciones normales entonces automáticamente escala los rasgos y es sensible a las probabilidades a priori de las clases.

En la figura 2.5.1.2 a y b, se muestran los gráficos que representan las subimágenes y sus clases correspondientes, obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2 utilizando los clasificadores *mogc* y *loglc* respectivamente. Con estos clasificadores son con los que se obtienen los mejores resultados en cada conjunto.

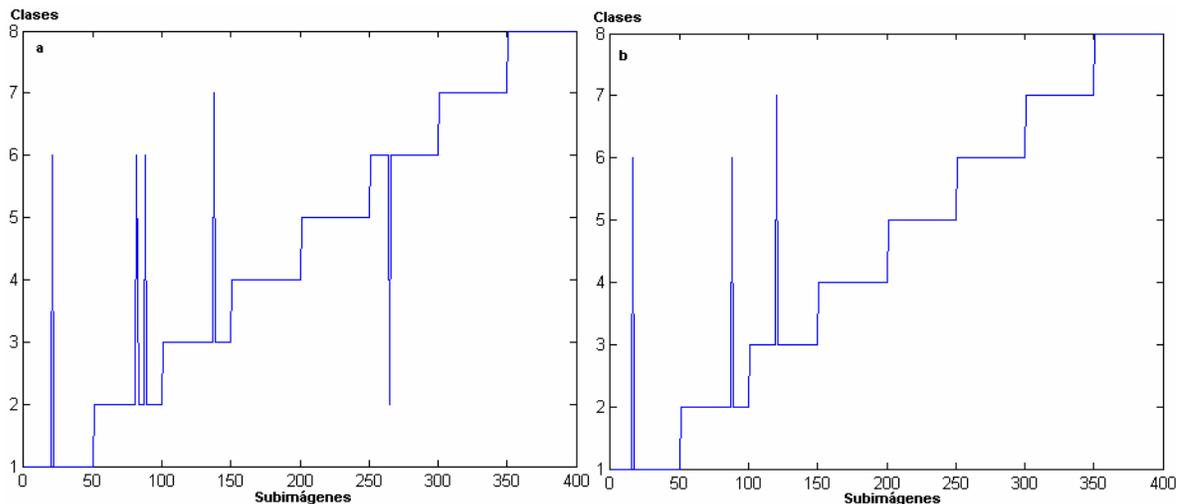


Figura 2.5.1.2 a y b. Gráficos de las subimágenes de clases de textura y su clase correspondiente, obtenidas al clasificar los conjuntos de validación: a) 1, utilizando el clasificador *mogc*, y b) 2, utilizando el clasificador *loglc*.

Puede verse de los gráficos de la figura 2.5.1.2 a y b, que el clasificador *mogc* comete 5 errores de clasificación utilizando los conjuntos de entrenamiento y validación 1, figura

2.5.1.2 a, y que el clasificador *loglc* comete 3 errores de clasificación utilizando los conjuntos de entrenamiento y validación 2, figura 2.5.1.2 b.

2.5.2 Clasificación basada en las técnicas de la estadística moderna

En esta sesión se presentan los resultados obtenidos al utilizar 2 aproximaciones de la clasificación de la estadística moderna: el método de estimación de la densidad basado en la ventana de Parzen y el método de los k vecinos más cercanos.

2.5.2.1 Estimación de la densidad

Del Paquete de Reconocimiento de Patrones, Duin et al. (2007), se utilizaron los clasificadores basados en la estimación de la densidad con ventana de Parzen: *parzenc* y *parzencd*, anexo XI. Estos métodos se utilizaron para clasificar los conjuntos de validación 1 y 2 usando como referencia los conjuntos de entrenamiento 1 y 2 respectivamente. Las clases son números enteros en el intervalo del 1 al 8.

El clasificador *parzenc* determina el valor del parámetro suavizante óptimo para determinar un estimado de la función de distribución de Parzen para todas las clases. El error de clasificación se calcula a partir del método de Lissack y Fu (1976). El clasificador *parzencd* determina para cada una de las clases un estimado del parámetro suavizante de la distribución de Parzen, así, el estimado de densidad utiliza diferentes parámetros suavizantes para cada una de las clases y para cada rasgo.

En la figura 2.5.2.1.1 a y b, se muestran los gráficos que representan las subimágenes y sus clases correspondientes, obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2 utilizando el clasificador basado en la estimación de la densidad *parzencd*, con el que se obtienen los mejores resultados.

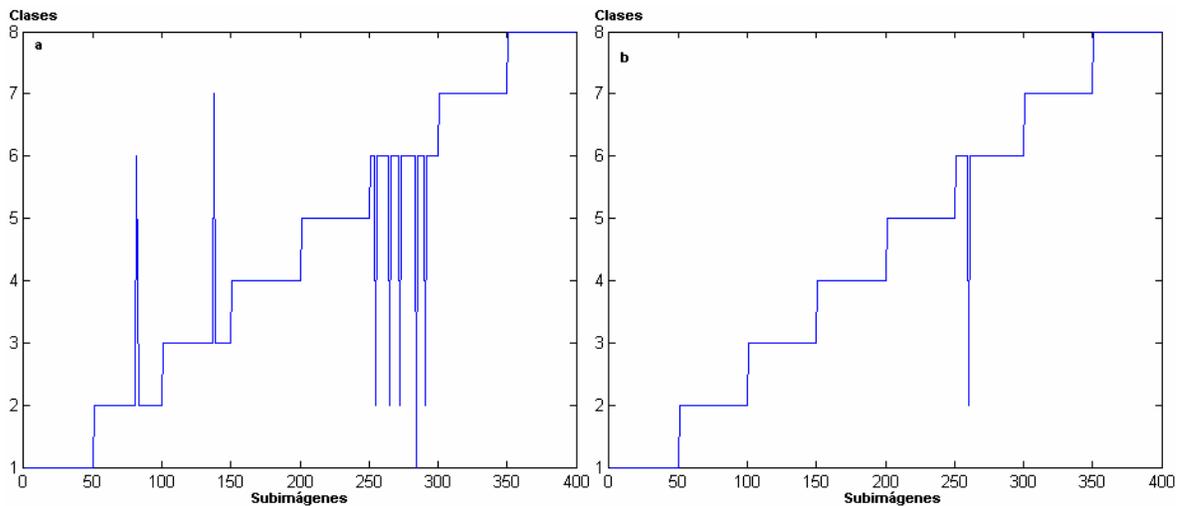


Figura 2.5.2.1.1 a y b. Gráficos de las subimágenes de clases de textura y su clase correspondiente, obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación: a) 1, y b) 2, utilizando el clasificador *parzenc*.

Note en la figura 2.5.2.1.1 a y b, que el mejor resultado se obtiene al utilizar el clasificador *parzenc* con los conjuntos de entrenamiento y validación 2, cometándose solo 1 error de clasificación, figura 2.5.2.1.1 b.

2.5.2.2 Método de los k vecinos más cercanos

Del Paquete de Bioinformática de Matlab se utilizó la función *knnclassify*. En el anexo XII se muestran las graficas de las subimágenes y sus clases correspondientes obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2 con el método *knn*, utilizando como referencia los conjuntos de entrenamiento 1 y 2 respectivamente. Para ambos casos se evalúan las distancias: euclidiana, *cityblock* y coseno.

En la figura 2.5.2.2.1 se muestran los gráficos de las subimágenes y sus clases, obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2 utilizando el método *knn* con distancia euclidiana, con a) $k = 4$ vecinos, y b) $k = 7$ vecinos, que son los parámetros con los que se obtienen los mejores resultados.

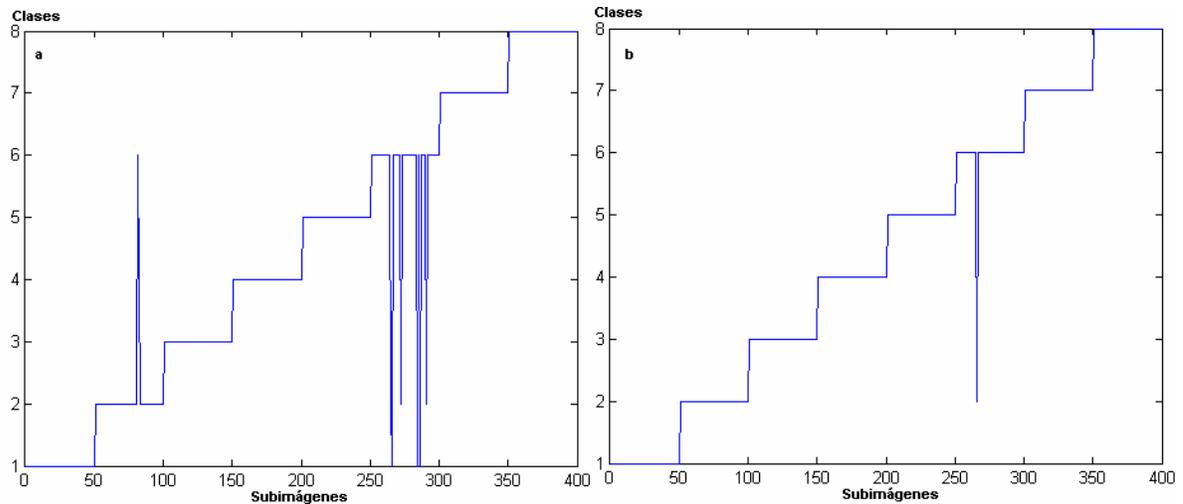


Figura 2.5.2.2.1 a y b. Gráficos de las subimágenes de clases de textura y su clase correspondiente, obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2 utilizando el método del knn, con a) 4 vecinos, y b) 7 vecinos. Se utilizó la distancia euclidiana.

Como puede verse en la figura 2.5.2.2.1 a y b, en la clasificación de los conjuntos de validación 1 y 2 basado en el método knn con distancia euclidiana, se cometen 6 errores de clasificación usando los conjuntos de entrenamiento y validación 1, figura 2.5.2.2.1 a, y 1 error de clasificación usando los conjuntos de entrenamiento y validación 2, figura 2.5.2.2.1 b. Se realizaron pruebas con $k=1, \dots, 10$ vecinos.

2.6 Conclusiones del capítulo

Los resultados obtenidos en este capítulo demuestran que:

Debido a las características de las imágenes de textura de Brodatz y de los rasgos basados en la GLCM, que requieren de la ocurrencia de textura, el tamaño del bloque utilizado para el muestreo de la imagen puede ser determinante para obtener una separabilidad adecuada y una mínima variabilidad entre las 8 clases de textura.

El tamaño de bloque mínimo utilizado para el muestreo de las clases de textura debe seleccionarse bajo el requerimiento de que se defina un patrón de textura dentro de este bloque, para el conjunto de clases de textura utilizadas resultó ser de 32X32 píxeles.

La mejora que se obtiene en la variabilidad en las 8 clases de textura utilizadas al aumentar en el triple el tamaño del bloque mínimo no se considera consecuente con tal aumento.

Los mejores resultados de los rasgos de textura basados en la GLCM se obtienen al aplicarlos a las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición.

Incrementar el espacio de rasgos implica una mejor definición de las clases de textura debido a que se agrupan más los datos. Debe monitorearse cuidadosamente el tamaño óptimo de este espacio que no incurra en costos computacionales.

De los clasificadores lineales utilizados con el que se obtienen los mejores resultados es con el clasificador basado en el discriminante logístico.

De los clasificadores basados en las densidades normales con el que se obtienen los mejores resultados es con el clasificador basado en la mezcla de 2 distribuciones Gaussianas.

Los métodos de la clasificación estadista moderna basados en la estimación de la densidad y los knn tienen un mejor desempeño comparado con los métodos de la clasificación estadística clásica.

CAPÍTULO 3. EVALUACIÓN DE LOS CLASIFICADORES DESARROLLADOS

En este capítulo se presenta la evaluación del desempeño de los clasificadores desarrollados, que incluye la segmentación supervisada de una imagen mosaico formada por las 8 clases de textura. Se realizan pruebas utilizando otro conjunto de clases de textura de Brodatz.

3.1 Evaluación del desempeño de los clasificadores

Para evaluar el desempeño de los clasificadores desarrollados se utilizó la función *classperf* (*classifier performance*) del Paquete de Bioinformática de Matlab 7.0. En la figura 3.1.1 a y b, se presentan los gráficos de las subimágenes y sus clases correspondientes obtenidos al clasificar los conjuntos de prueba 1 y 2 con los clasificadores *mogc* y *parzendc*, respectivamente, recuérdese de la sesión 2.3.3, ‘Definición de los conjuntos de datos’, que los conjuntos de entrenamiento, validación y prueba 1 se corresponden con el tamaño de bloque mínimo, mientras que los conjuntos de entrenamiento, validación y prueba 2 se corresponden con el tamaño de bloque máximo. Estos clasificadores fueron seleccionados entre las aproximaciones de la clasificación estadística estudiadas como las de mejor desempeño, figuras 2.5.1.2 a y 2.5.2.1 b, de las sesiones 2.5.1 y 2.5.2 respectivamente. En la figura 3.1.1 a y b, se muestran los gráficos de las subimágenes y sus clases, obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de prueba 1 y 2, utilizando los métodos de clasificación a) *mogc*, y b) *parzendc*.

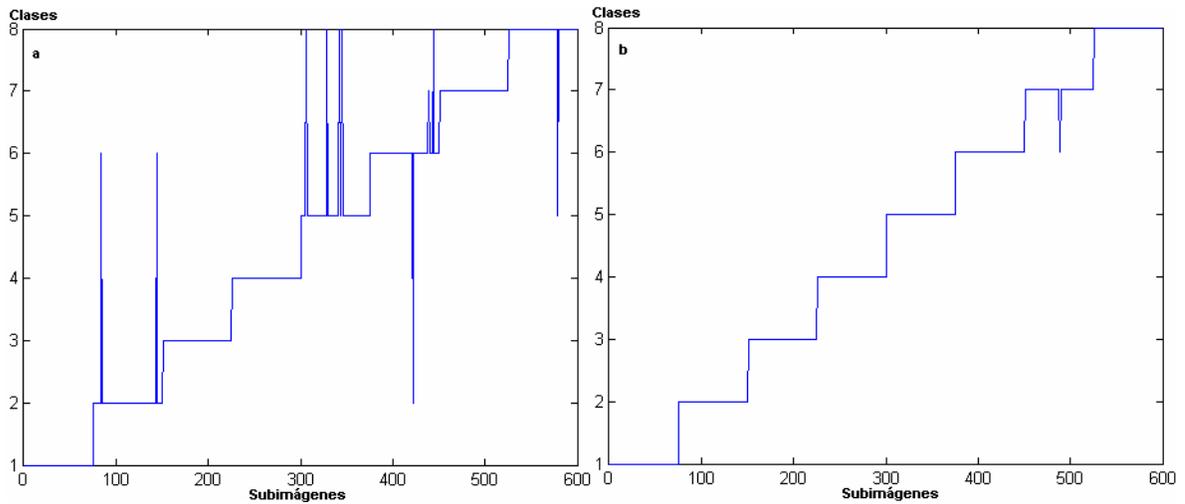


Figura 3.1.1 a y b. Gráficos de las subimágenes y sus clases correspondientes obtenidos al clasificar los conjuntos de prueba 1 y 2, utilizando los métodos de clasificación: a) *mogc*, y b) *parzenc*, respectivamente.

En la tabla 2.5.3.1 se muestran algunas medidas del desempeño de estos clasificadores. Estas medidas se definen en la sesión 1.4, ‘Clasificación’.

Tabla. 3.1.1. Medidas del desempeño de los clasificadores *mogc* y *parzenc*.

Medida	Clasificador <i>mogc</i>	Clasificador <i>parzenc</i>
Razón correcta	0,9833	0,9983
Razón de error	0,0167	0,0017
Razón de clasificación	1	1
Sensibilidad	1	1
Especificidad	1	1
Valor de predictividad positivo	1	1
Valor de predictividad negativo	1	1

3.2 Segmentación de textura supervisada

La segmentación de imágenes es el proceso de particionar la imagen en regiones que representan áreas significativas. La segmentación de imágenes utilizando solo los niveles de gris no siempre es suficiente debido a que no se pueden separar regiones con el mismo nivel de gris promedio y no utiliza ninguna información acerca de la relación de los píxeles vecinos. La segmentación basada en la textura, por el contrario, emplea la relación de los píxeles. Al proceso de segmentar la imagen basada en la textura se le conoce como segmentación de texturas.

Los algoritmos de segmentación de imágenes pueden dividirse en dos categorías generales: supervisados y no supervisados. En la segmentación no supervisada el número de objetos y su tipo son desconocidos. En la segmentación supervisada los algoritmos pueden utilizar el conocimiento previo del número de objetos y de su tipo.

Para realizar la segmentación de textura se creó una imagen mosaico formada por las 8 clases de textura, figura 3.2.1 izquierda, distribuidas según el patrón de la figura 3.2.1 derecha.

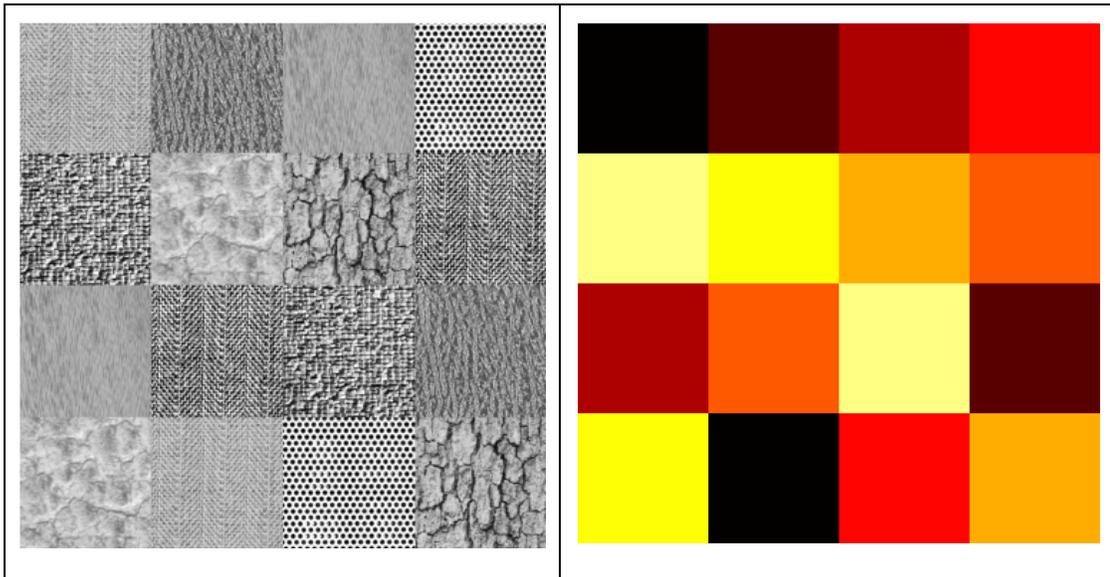


Figura 3.2.1. Imagen mosaico, izquierda, y el patrón de distribución de clases correspondiente, derecha.

A partir de la imagen mosaico se obtuvieron los valores de los rasgos: contraste y disimilitud, codificación basada en la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición, y desviación estándar, imagen original, para los tamaños de bloque mínimo y máximo. Estos valores se clasificaron utilizando los clasificadores desarrollados a partir de los conjuntos de entrenamiento 1, *mogc*, y 2, *parzendc*. En la figura 3.2.2 se muestran las imágenes segmentadas obtenidas a partir de los clasificadores *mogc*, izquierda y *parzendc*, derecha.

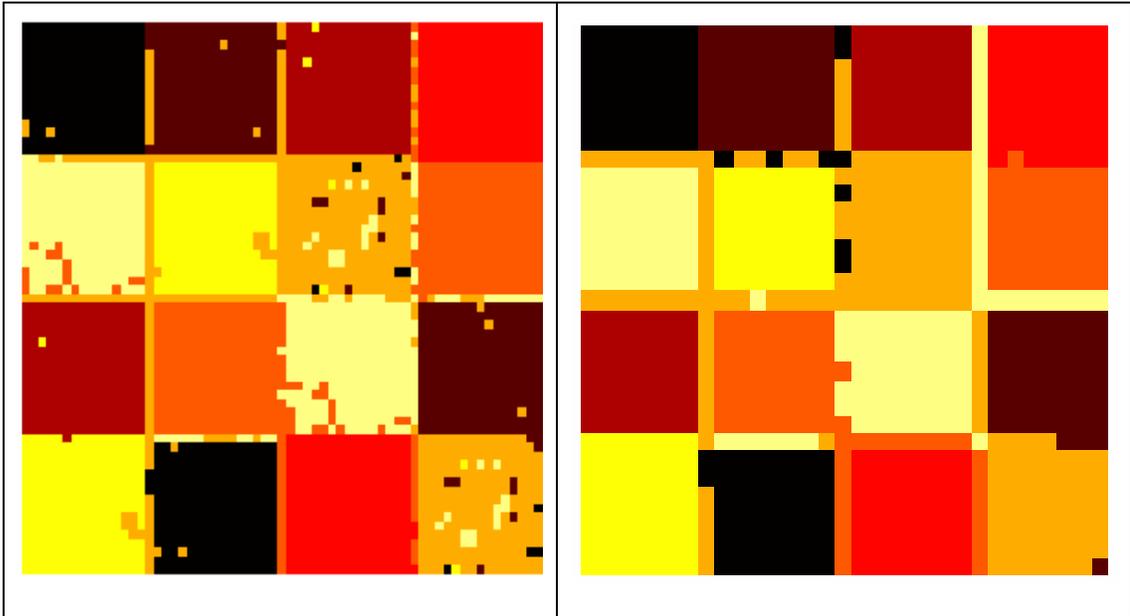


Figura 3.2.2. Imágenes segmentadas obtenidas a partir de los clasificadores *mogc*, izquierda y *parzendc*, derecha, para los tamaños de bloque mínimo y máximo respectivamente.

En la figura 3.2.2 puede verse que la imagen segmentada a partir de los valores de los rasgos clasificados con el clasificador *parzendc*, derecha, está menos afectada por los errores de clasificación que la imagen segmentada con el clasificador *mogc*, izquierda. Esto se debe a que al aumentar el tamaño del bloque el efecto de las subimágenes *outliers* disminuye y por tanto, lo hace igualmente la variabilidad en las clases de textura. Puede notarse también, el efecto del tamaño del bloque en el ancho de las fronteras entre clases, figura 3.2.2 derecha. Al incluir valores de 2 ó más clases, en los bloques que coinciden con las fronteras entre clases de textura, el valor que resulta de aplicar los rasgos a estos

bloques se corresponderá con un valor definido para cualquiera de las clases implicadas. Note como la clasificación de las fronteras incluye a la mayoría de las clases pero en diferentes proporciones.

3.3 Comprobación de los resultados utilizando otro conjunto de clases de textura

Para comprobar la generalización de los resultados obtenidos se creó otro conjunto de imágenes de textura formado por 8 clases de textura de Brodatz de 512X512 píxeles, 8 bits de resolución, en representación entero sin signo de 8 bits, 256 niveles de gris. Este se denominará conjunto de clases de textura 2, para diferenciarlo del conjunto de clases de textura utilizado inicialmente, definido en la sesión 2.2.2, 'Imágenes patrones de textura. Características', denominado en esta sesión conjunto de clases de textura 1. Las imágenes de textura del conjunto de clases de textura 2 se muestran en la figura 3.3.1.

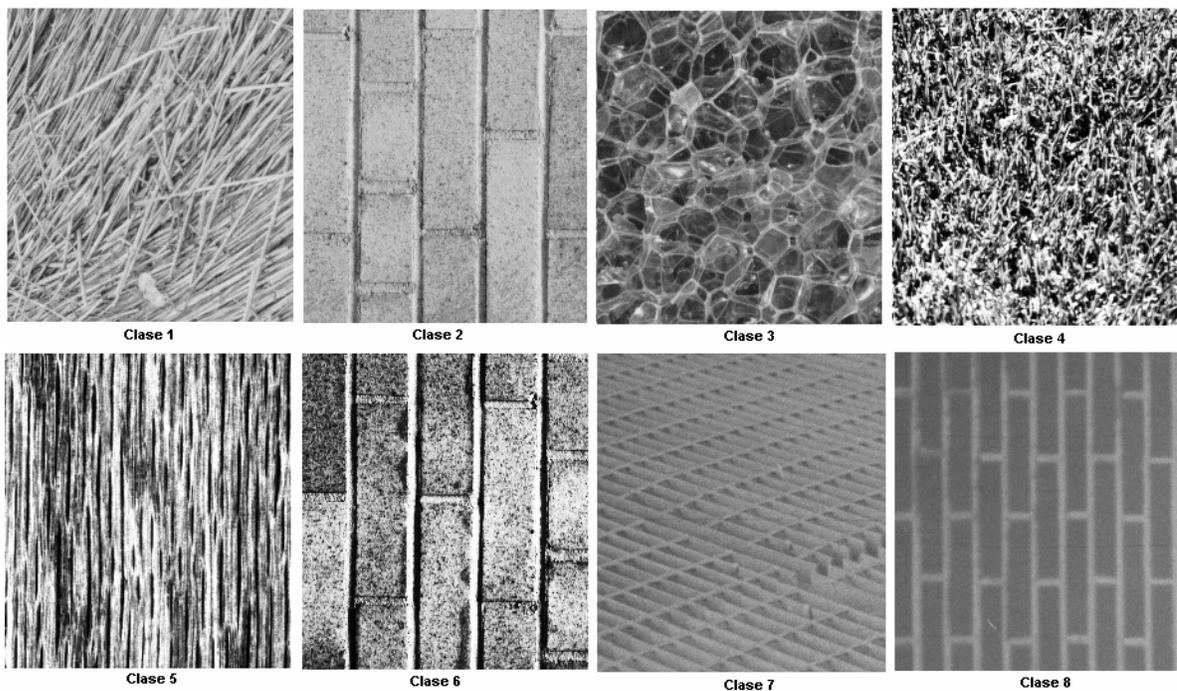


Figura 3.3.1. Clases de textura pertenecientes al conjunto de clases de textura 2.

Como puede verse en la figura 3.3.1, este conjunto de clases de textura se eligió, al igual que el conjunto de clases de textura 1, de forma tal que estuviera formado por los 2

modelos de textura. En la figura 3.3.2 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores de los rasgos seleccionados como de mejor desempeño en cuanto a separabilidad, para el conjunto de clases de textura 1, aplicados sobre este nuevo conjunto de clases de textura: a) contraste, codificación basada en la pirámide Gaussiana, 32X32 píxeles, b) disimilitud, codificación basada en la pirámide Gaussiana, 32X32 píxeles, c) desviación estándar, obtenido a partir de las imágenes originales, 64X64 píxeles, y d) representación de los rasgos dados como coordenadas espaciales en 3 dimensiones. Se utilizó el tamaño de bloque máximo y la distribución de los valores corresponde a la distribución del conjunto de entrenamiento.

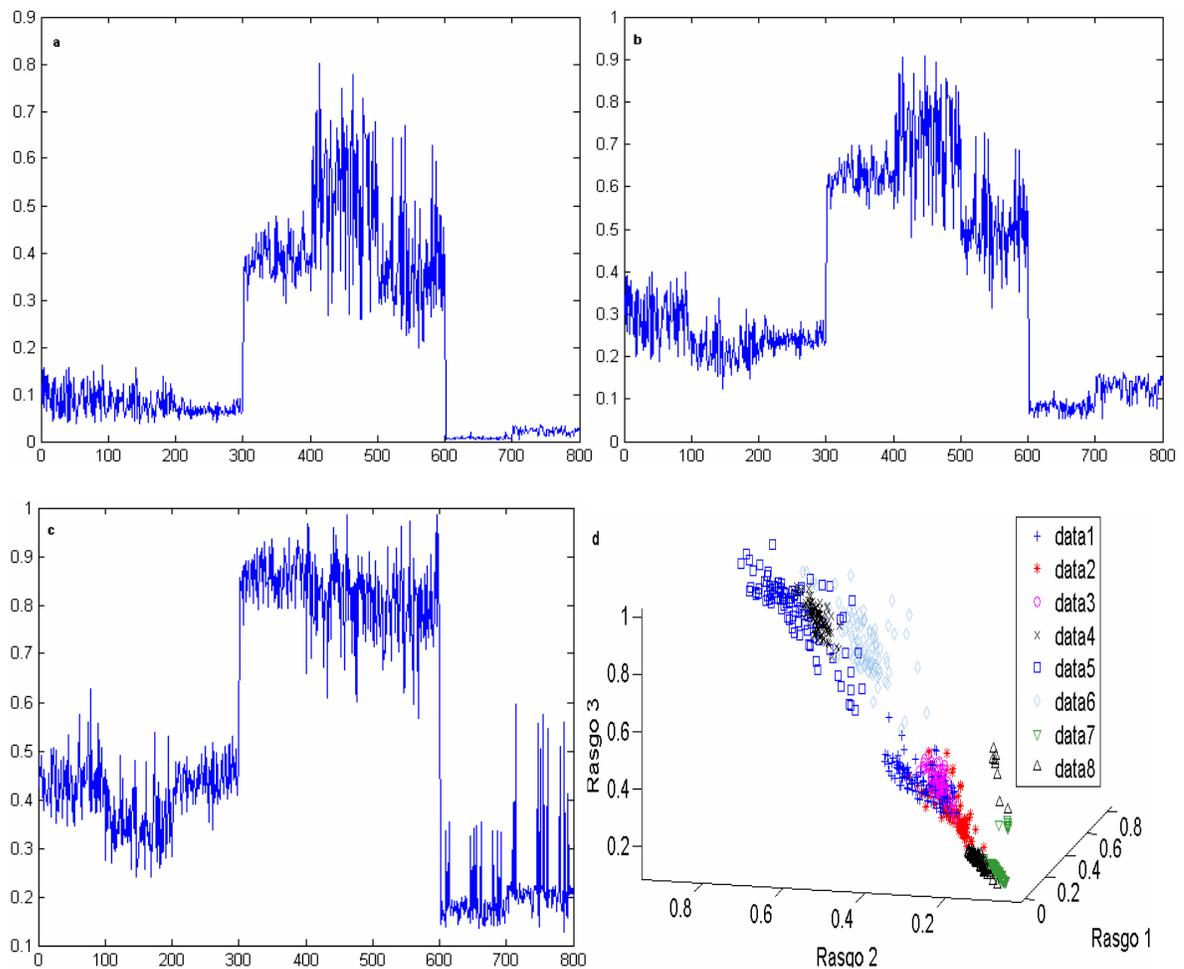


Figura 3.3.2. Valores de los rasgos a) contraste, codificación basada en la pirámide Gaussiana, b) disimilitud, codificación basada en la pirámide Gaussiana, y c) desviación estándar, imágenes originales, para las 8 clases de textura; d) representación en 3 dimensiones de los valores de estos rasgos.

En la figura 3.3.2 a, b, c y d, puede verse que para el conjunto de clases de textura 2, los rasgos seleccionados no logran separar las clases de textura. En la figura 3.3.2 a, correspondiente a los valores del rasgo contraste, obtenidos a partir de las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana puede verse que no se separan las clases de textura 1, 2 y 3, 4 y 6, y 7 y 8, y que la amplitud de la variabilidad de la clase 5 solapa las clases 4 y 6, lo que atenta contra la decisión de pertenencia entre estas clases. En la figura 3.3.2. b, que representa los valores del rasgo disimilitud, obtenidos al codificar las clases de textura con la pirámide Gaussiana, puede verse que no se separan las clases de textura 2 y 3, y que la amplitud de la variabilidad en las clases 1, 5 y 6, atenta contra la decisión de pertenencia a clases de algunos valores. En la figura 3.3.2 c, que representa los valores del rasgo desviación estándar obtenido a partir de las clases de textura originales puede notarse que no se separan las clases de textura 1 y 3, y 4, 5 y 6, y que la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia a clases entre las clases 1, 2, 3 y 8, y 4, 5 y 6. En la representación de la figura 3.3.2.d, puede verse con mayor claridad la poca separabilidad entre las clases de textura. Debido a las características del conjunto de clases de textura 2, el tamaño del bloque no es un parámetro determinante para mejorar la separabilidad y variabilidad entre las 8 clases de textura, recuérdese que en el caso de las clases de textura correspondientes al conjunto 1, la clase de textura 4 es la más exigente en cuanto a la selección de este parámetro, debido a que el tamaño de bloque en el que se define un patrón de textura depende de los círculos de la imagen que por sus dimensiones pudieran atentar contra la equivalencia entre los valores obtenidos por cada rasgo de textura en un bloque de tamaño menor. En el caso del nuevo conjunto de clases de textura utilizado, nótese que las clases de texturas 2, 6 y 8, aunque a simple vista parezcan ser las más exigentes a la hora de definir un tamaño de bloque, no es así ya que sus patrones de textura básicos, por sus dimensiones y estructura, no influirán en que se obtengan subimágenes de una misma clase notablemente diferentes. Para comprobar esto se muestran en la figura 3.3.3 a, b y c, los gráficos de los valores de los rasgos contraste y disimilitud, codificación con la pirámide Gaussiana, con un tamaño de bloque de 64X64 píxeles, y desviación estándar, imágenes originales, con un tamaño de bloque de 128X128 píxeles, dimensiones que permiten identificar el patrón de textura básico en la imágenes correspondientes a las clases 2, 6 y 8.

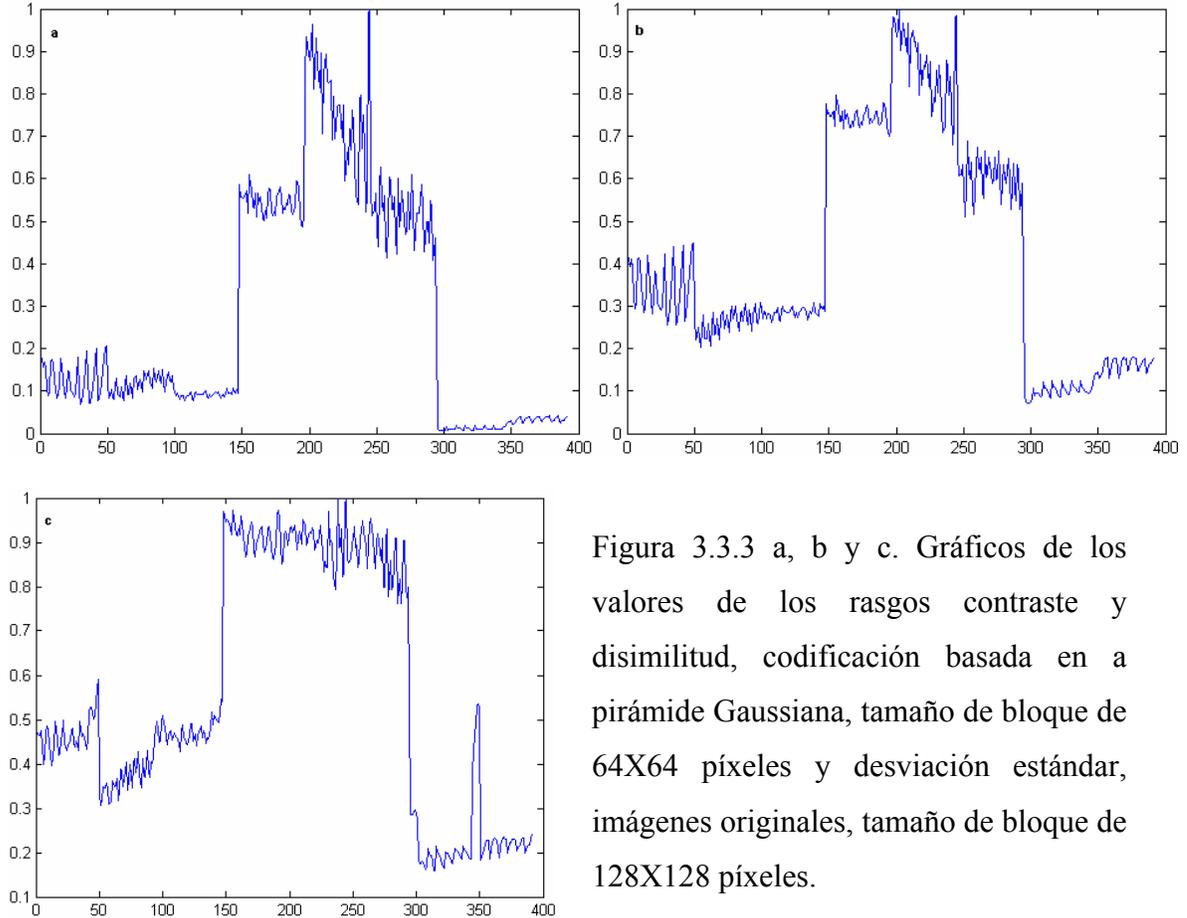


Figura 3.3.3 a, b y c. Gráficos de los valores de los rasgos contraste y disimilitud, codificación basada en a pirámide Gaussiana, tamaño de bloque de 64X64 píxeles y desviación estándar, imágenes originales, tamaño de bloque de 128X128 píxeles.

En la figura 3.3.3 a, b y c, puede verse que la forma de onda de los gráficos es semejante a la obtenida al utilizar el tamaño de bloque máximo, por lo que se demuestra que el deterioro en el comportamiento en cuanto a la separabilidad y variabilidad de los rasgos de textura seleccionados para el conjunto de clases 1, está asociado con la selección de los rasgos adecuados para cada conjunto de clases de textura particular. La elección del tamaño de bloque depende de los patrones de textura involucrados en cada conjunto de clases de textura y debe seleccionarse de forma tal de que la diferencia entre los valores obtenidos por los rasgos en cada subimagen sea mínima.

Los valores de los rasgos mostrados en la figura 3.3.2 a, b y c, se utilizaron para desarrollar un clasificador del tipo *parzenc*, seleccionado como de mejor desempeño al utilizar el conjunto de clases de textura 1 con el tamaño de bloque máximo, con el objetivo de

comprobar la importancia de la selección de rasgos con buen poder discriminante en la primera etapa del desarrollo de los problemas de análisis de textura. Se definieron los conjuntos de entrenamiento y prueba a partir de las distribuciones correspondientes, y de los valores de los rasgos contraste y disimilitud, codificación basada en la pirámide Gaussiana, y desviación estándar, imágenes originales, aplicados sobre las clases de textura del conjunto 2. En la figura 3.3.4, se muestra el gráfico de las subimágenes y sus clases correspondientes obtenidas al clasificar los valores del conjunto de prueba utilizando el clasificador *parzendc*.

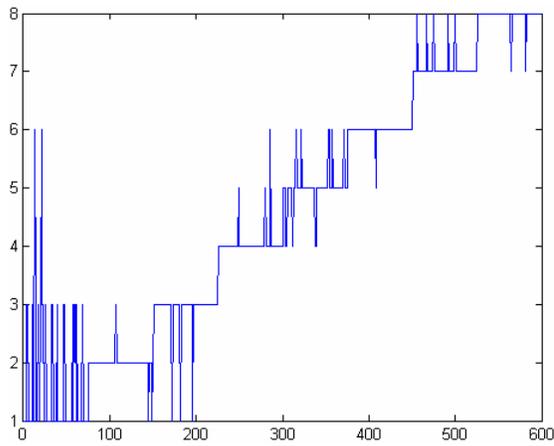


Figura 3.3.4. Gráfico de las subimágenes y las clases correspondientes, obtenido al clasificar el conjunto de prueba utilizando un clasificador del tipo *parzendc*.

En la figura 3.3.4 puede verse el incremento en los errores de clasificación al aplicar la mejor solución obtenida para el conjunto de clases de textura 1, figura 2.5.3.1 b, al conjunto de clases de textura 2. En la figura 3.3.5, izquierda, se representa la imagen mosaico formada a partir de las clases de textura del conjunto de clases 2, basada en el mismo patrón de la figura 3.2.1 derecha, y la imagen segmentada, derecha, mediante el clasificador *parzendc* aplicado a los valores obtenidos a partir de los rasgos contraste y disimilitud, imagen mosaico codificada con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición, y desviación estándar, imagen mosaico original.

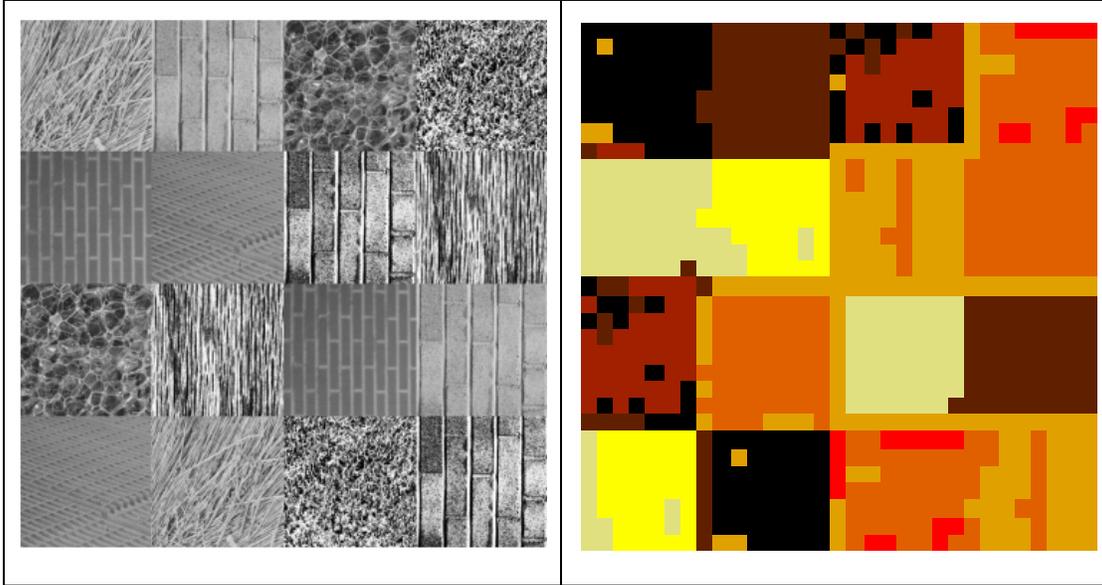


Figura 3.2.5. Imagen mosaico formada a partir del conjunto de clases de textura 2, izquierda, e imagen segmentada, derecha, utilizando el clasificador *parzenc*.

De acuerdo a los resultados obtenidos en esta sesión, puede afirmarse que cada problema de análisis de textura se convierte en un problema único, cuya solución depende de que se particularice la metodología de análisis para cada una de las clases de textura involucradas. Los rasgos de textura seleccionados, incluso para un mismo modelo de textura, no funcionan bien con las variantes del modelo. Nótese además la importancia de realizar una correcta selección de los rasgos a utilizar independientemente del desempeño del método de clasificación.

3.4 Conclusiones del capítulo

Los resultados obtenidos en este capítulo demuestran que la selección adecuada de los rasgos de textura basados en la GLCM, entre los 12 propuestos, depende de las clases de textura involucradas en el problema.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

- 1 Se determinó que los rasgos de textura basados en la matriz de ocurrencia de niveles de gris que mejor discriminan las clases de textura utilizadas en el trabajo son:
 - contraste y disimilitud, aplicados a las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana y,
 - desviación estándar, aplicado a las clases de textura originales.
- 2 Los clasificadores de la aproximación estadística con los que se obtiene el mejor desempeño en la discriminación entre las clases de textura son:
 - mezcla de clasificadores gaussianos, (*mogc*), que utiliza un estimado de la función de densidad normal para cada clase basado en 2 distribuciones gaussianas combinadas, para el tamaño de bloque mínimo, y
 - clasificador basado en la estimación de la función de densidad de Parzen, (*parzenc*), para cada clase, para el tamaño de bloque máximo.

Los resultados obtenidos durante el proceso de desarrollo de este trabajo demuestran que:

- Pueden utilizarse los rasgos de textura basados en GLCM para discriminar entre imágenes de clases de textura reales.
- La elección del tamaño de bloque, al usar rasgos basados en la GLCM, depende de las características del patrón de textura de la imagen.

- Al utilizar la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición se obtienen mejores resultados que a partir de las imágenes originales, codificadas con la pirámide Laplaciana o la wavelet Daubechies 2.
- Al aumentar los niveles de descomposición con las aproximaciones multiresolución utilizadas se deteriora el comportamiento en cuanto a separabilidad del rasgo.
- Debido a las características de las clases de textura, distribución cercana a la normal, se obtiene buenos resultados al utilizar los clasificadores de la estadística clásica.
- Las técnicas de clasificación de la estadística moderna, funcionan mejor que las técnicas de clasificación de la estadística clásica.
- No es posible generalizar los resultados obtenidos para cualquier otro conjunto de clases de textura, sino que cada solución de un problema de análisis de textura se convierte en una solución particular.
- Independientemente del desempeño del método de clasificación utilizado, la selección de los rasgos de textura adecuados, es un factor esencial para la solución de cada problema de análisis de textura.

Recomendaciones

- 1 Probar con otros tipos de wavelets que presenten otras características diferentes a las de la wavelet db2.
- 2 Evaluar el desempeño de algunas técnicas de clasificación de las aproximaciones machine learning y redes neuronales para el análisis de textura.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aitchison, J. & Aitken, C. G. G. (1976). Multivariate binary discrimination by the kernel method. *Biometrika*, 63:413–420.

Ballard, D. H., & Brown, C. M. (1982). Texture. In Prentice Hall (Eds), *Computer Vision*.

Bayer M., 2000, GLCM texture: a tutorial. Retrieved November 23, 2007, from <http://www.fp.ucalgary.ca/mhallbey/contrast.htm>.

Beck, J., Prazdny, S., & Rosenfeld, A. (1983). A Theory Of Textural Segmentation. In Beck, J., Hope, B., & Rosenfeld, A. (Eds), *Human and Machine Vision*. Academic Press, New York.

Bioinformatics Toolbox For Use With Matlab. (2006). The MathWorks.

Breiman, L., Meisel, W., & Purcell, E. (1977). Variable kernel estimates of multivariate densities. *Technometrics*, 19:135–144.

Brodatz, P. (1966). *Textures: A Photographic Album for Artists and Designers*. Dover Publications, New York, 1966.

Burt, P. J., & Adelson, E. H. (April, 1983). The Laplacian Pyramid As A Compact Image Code. *IEEE Transactions on Communications*. Vol. COM-31. No. 4, 532-540.

Chatfield, C. (1985). The initial examination of data (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 148:214–253.

Chatfield, C. (1988). *Problem Solving. A Statistician's Guide*. Chapman & Hall, London.

Chaudhuri, B., Sarkar, N., & Kundu, P. (1993). Improved Fractal Geometry Based Texture Segmentation Technique. *IEEE Proceedings*, Part E 140: 233–241.

- Chellappa, R., & Manjunath, B. (2001). Texture Classification And Segmentation: Tribulations, Triumphs And Tributes. In Davis, L. (Ed), *Foundations of Image Understanding* (pp. 219–240). Kluwer.
- Chellappa, R., Kashyap, R., & Manjunath, B. (1999). Model-Based Texture Segmentation And Classification. In Chen, C., Pau, L., & Wang, P. (Eds), *Handbook of Pattern Recognition and Computer Vision* (pp. 249–282). World Scientific, Singapore, 2nd edition.
- Coggins, J. M. (1982). *A Framework For Texture Analysis Based On Spatial Filtering*. Ph.D. Thesis. Computer Science Department, Michigan State University, East Lansing, Michigan.
- Commowick, O., Lenglet, C. & Louchet, C. (2003). Wavelet-Based Texture Classification And Retrieval. *Digital Image Processing - DEA MVA*, Ecole Normale Supérieure De Cachan.
- Cross, G., & Jain, A. (1983). Markov Random Field Texture Models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 5: 25–39.
- Crowley, J. (1987). A Representation For Visual Information. *CMU-RI-TR-82-7*, Robotic Institute, Carnegie-Mellon Univ. Tech. Rep. 1987.
- De Backer, S. (2002). *Unsupervised Pattern Recognition Dimensionality Reduction And Classification*. PhD Thesis. University Of Antwerp.
- Duin, R. P. W. (1976). On the choice of smoothing parameters for Parzen estimators of probability density functions. *IEEE Transactions on Computers*, C-25:1175–1179.
- Duin, R.P.W., Juszczak, P., Paclik, P., Pekalska, E., de Ridder, D., Tax, D.M.J., & Verzakov, S. (2007). *PRTools4.1, A Matlab Toolbox For Pattern Recognition*. Delft University Of Technology.
- Faugeras, O. (1978). Texture Analysis And Classification Using A Human Visual Model. *Proceedings 3rd International Conference on Pattern Recognition*, Tokyo, Japan, 549–552.

- Fawcett, T. (2005). An Introduction To ROC Analysis. *Pattern Recognition Letters*, 861–874.
- Fisher, R. A. (1936). The Use Of Multiple Measurements. In *Taxonomic Problems* (Capt. 7, pp. 179–188). Annals of Eugenics.
- Fix, E. & Hodges, J. L. (1951). *Discriminatory analysis, nonparametric estimation: consistency properties*. Report no. 4, project no. 21-49-004, UASF School of Aviation Medicine, Randolph Field, Texas.
- Granlund, G. (1978). In Search Of A General Picture Processing Operator. *Computer Graphics and Image Processing*, 8: 155–173.
- Habbema, J. D. F., and Gelpke, G. J. (1981). Comparison of discrimination techniques applied to a complex data set of head injured patients (with discussion). *J. Royal Statist. Soc. A*, 144:145–175.
- Haralick, R., Shanmugam, K., & Dinstein, I. (1973). Textural Features For Image Classification. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 3(6): 610–621.
- Haralick, R.M. (1979). Statistical and Structural Approaches to Texture. *Proceedings of the IEEE*, 67, 786-804.
- Hawkins, J. K. (1969). Textural Properties For Pattern Recognition. In Lipkin, B., & Rosenfeld, A. (Eds), *Picture Processing and Psychopictorics*. Academic Press, New York.
- Henery, R. J. (1994). Clasification. In Michie, D., Spiegelhalter, D. J., & Taylor, C. C. (Eds), *Machine Learning, Neural And Statistical Classification*.
- Hiremath P., & Shivashankar, S. (December 3, 2006). Wavelet Based Features For Texture Classification. *GVIP Journal*, Vol. 6, Issue.
- Image Processing Toolbox For Use With Matlab*. (2006). The MathWorks.
- Jackson, J.E. (1991). *A User's Guide to Principal Components*. Wiley, New York.
- Jain, A.K. & Chandrasekaran, B. (1982) Dimensionality and sample size considerations in pattern recognition practice. In Krishnaiah, P.R., & Kanal, L.N., (Eds), *Handbook of Statistics*. North Holland, Amsterdam.

- Jain, A., & Karu, K. (1996). Learning Texture Discrimination Masks. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 18: 195–205.
- Julesz, B. (1981). Textons, The Elements Of Texture Perception, And Their Interactions. *Nature*, 290: 91–97.
- Kalayeh, H.M. & Landgrebe, D.A. (1983) Predicting the required number of training samples. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 5(6):664–667.
- Kociołek, M., Materka, M., Strzelecki, M., & Szczypiński, P. (September 18-21, 2001). Discrete Wavelet Transform – Derived Features For Digital Image Texture Analysis. *Proceedings of Interational Conference on Signals and Electronic Systems*. Lodz, Poland, 163-168.
- Lee, H. J. (2007). Recognition Of Proceeding Vehicles With Specific Information. *International Journal of Computational Intelligence Research*. Vol. 3, No.1, 36–40.
- Lissack, T., & Fu, K.S. (1976). Error estimation in pattern recognition via L-distance between posterior density functions, *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 22, pp. 34-45, 1976.
- Mäenpää, T. (2003). *The Local Binary Pattern Approach To Texture Analysis – Extensions And Applications*. Academic Dissertation. Infotech Oulu And Department Of Electrical And Information Engineering, University Of Oulu, Oulu, Finlandia.
- Mahmood, K., & Mahmood, N. (December, 2004). Wavelets and Support Vector Machines for Texture Classification. *Multitopic Conference, 2004. Proceedings of INMIC 2004. 8th International*, 328-333.
- Mallat, S. G. (1989). A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Vol. II, No. 7. July 1989.
- Manjunath, B., & Ma, W. (1996). Texture Features For Browsing And Retrieval Of Image Data. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 18(8): 837–842.

- Marques de Sá, J. P. (2001). Statistical Classification. In Springer (Ed), *Pattern Recognition Methods, Concepts And Applications*.
- McLachlan, G. J. (1992). *Discriminant Analysis and Statistical Pattern Recognition*. John Wiley, New York.
- Michie, D., Spiegelhalter, D. J., & Taylor, C. C. (1994). Introduction. In Michie, D., Spiegelhalter, D. J., & Taylor, C. C. (Eds), *Machine Learning, Neural and Statistical Classification*.
- Mihran, T., & Anil, K.J. (1998). Texture Analysis. In *The Handbook Of Pattern Recognition and Computer Vision*.
- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G., & Poggi, J.M. (2002). Wavelet Toolbox For Use With Matlab. The MathWorks, 2002, Capt. 1 y 2.
- Mitchell, J. M. O. (1994). Classical Statistical Methods. In Michie, D., Spiegelhalter, D. J., & Taylor, C. C. (Eds), *Machine Learning, Neural and Statistical Classification*.
- Mojsilovic, A., Popovic, M., Markovic, S., & Krstic, M. (August, 1998). Characterization Of Visually Similar Diffuse Diseases From B-Scan Liver Images Using Nonseparable Wavelet Transform. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. 17, No. 4.
- Molina, R., Pérez de la Blanca, N., & Taylor, C. C. (1994). Modern Statistical Techniques. In Michie, D., Spiegelhalter, D. J., & Taylor, C. C. (Eds), *Machine Learning, Neural and Statistical Classification*.
- Nilsson, N. J. (1996). *Introduction To Machine Learning*. An Early Draft Of A Proposed Textbook. Robotics Laboratory. Department of Computer Science. Stanford University.
- Partio, M., Cramariuc, B., Gabbouj, M., & Visa, A. (2002). Rock Texture Retrieval Using Gray Level Co-Occurrence Matrix. *Nordic Signal Processing Symposium*.
- Qiao, Y.L., Lu, Z.M., Pan, J.S., & Sun, S.H. (June, 2006). Spline Wavelets Based Texture Features For Image Retrieval. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*. Vol. 2, No. 3.
- Rao, A., & Lohse, G. (1993). Identifying High-Level Features Of Texture Perception. *CVGIP: Graph. Models Image Process*, 57(3): 218–233.

- Richards, W., & Polit, A. (1974). Texture matching. *Cybernetic*, 16, 155-162.
- Ruiz, L. A., Fdez-Sarría, A., & Recio, J.A. (July, 2004). Texture Feature Extraction For Classification Of Remote Sensing Data Using Wavelet Decomposition: A Comparative Study. *XXth ISPRS Congress*, Istanbul, Turkey.
- Sánchez-Yáñez, R.E., Kurmyshev, E.V., & Cuevas, F.J. (2003). A framework for texture classification using the coordinated clusters representation. *Pattern Recognition Letters* 24(1-3): 21-31.
- Sánchez-Yáñez, R.E., Kurmyshev, E.V., & Fernández, A. (2003). One-class texture classifier in the CCR feature space. *Pattern Recognition Letters* 24(9-10): 1503-1511.
- Silverman, B. W. (1986). *Density estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman and Hall, London.
- Statistics Toolbox For Use With Matlab*. (2006). The MathWorks.
- Sklansky, J. (1978). Image Segmentation and Feature Extraction. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 237-247.
- Tamura, H., Mori, S., & Yamawaki, T. (1978). Textural Features Corresponding To Visual Perception. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 8: 460–473.
- Tuceryan, M., & Jain, A. (1999). Texture analysis. In Chen, C., Pau, L., & Wang, P. (Eds), *Handbook of Pattern Recognition And Computer Vision*. World Scientific, Singapore, 2nd edition.
- Tukey, J.W. (1977). *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley, Reading, MA.
- Unser, M. (1986). Sum And Difference Histograms For Texture Classification. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(1): 118–125.
- Weeb, A. (2002). Introduction To Statistical Pattern Recognition. In John Wiley & Sons (Eds), *Statistical Pattern Recognition*.
- Weszka, J., Dyer, C., & Rosenfeld, A. (1976). A Comparative Study Of Texture Measures For Terrain Classification. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 6: 269– 285.

Xianghua, X. (2006). *Defect Detection in Random Colour Textures*. PhD Disertation. University of Bristol, Faculty of Engineering, Department of Computer Science.

Zhang, S., Xue, X., & Zhang, X. (July, 2005). Feature Extraction And Classification With Wavelet Transform And Support Vector Machines. *Geoscience and Remote Sensing Symposium*, IGARSS. Proceedings. 2005 IEEE International Volume 6, 25-29: 3795 – 3798.

Zucker, S. W., & Kant, K. (1981). Multiple-level Representations for Texture Discrimination. *Proceedings of the IEEE Conference on Pattern Recognition and Image Processing*, 609-614.

ANEXOS

Anexo I Medidas de textura basadas en la GLCM

En este anexo se agrupan las medidas de textura de acuerdo al propósito de los pesos en sus ecuaciones (Bayer, 2000).

I.1 Grupo de medidas de textura del contraste

El grupo de contraste está formado por rasgos que utilizan ponderaciones relativas a la distancia respecto a la diagonal de la GLCM.

a. Nombre(s): Contraste, suma de las varianzas al cuadrado.

Descripción: Los valores en la diagonal principal de la GLCM representan falta de contraste, niveles de gris uniformes. El contraste se incrementa a medida que nos alejamos de esta diagonal, así, los pesos utilizados en su cálculo, $(i - j)^2$, dependen directamente de la distancia que existe a la diagonal de la GLCM.

Ecuación: El contraste determinado a partir de la GLCM se define en términos de las filas, i , y las columnas, j , y de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, como:

$$\text{Contraste} = \sum_{i,j=1}^N P_{i,j} (i - j)^2 \quad (\text{e.1})$$

b. Nombre(s): Disimilitud.

Descripción: En el rasgo contraste los pesos se incrementan de manera exponencial (0, 1, 4, 9, etc.) a medida que nos alejamos de la diagonal principal de la GLCM. Sin embargo, en la medida de disimilitud los pesos se incrementan de forma lineal (0, 1, 2, 3, etc.). La

disimilitud es una medida de cuán diferentes son las regiones en una imagen o son las imágenes.

Ecuación: La disimilitud en la GLCM se define en términos de las filas, i , y las columnas, j , y de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, como:

$$Disimilitud = \sum_{i,j=1}^N P_{i,j} |i - j| \quad (e.2)$$

c. Nombre(s): Homogeneidad, momento de diferencia inversa.

Descripción: Los valores que se obtienen al aplicar el rasgo homogeneidad son un indicador de la uniformidad de las regiones en una imagen o de las imágenes. En el caso de la homogeneidad, al contrario de los ocurre con el contraste y la disimilitud, los pesos decrecen de manera exponencial a medida que nos alejamos de la diagonal principal de la GLCM.

Ecuación: La homogeneidad en la GLCM se define en términos de las filas, i , y las columnas, j , y de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, como:

$$Homogeneidad = \sum_{i,j=1}^N \frac{P_{i,j}}{1 + (i - j)^2} \quad (e.3)$$

d. Nombre(s): Similitud.

Descripción: La similitud es el inverso de la disimilitud, al igual que la homogeneidad lo es del contraste. Es una medida de cuán similares son las regiones en una imagen o son las imágenes.

Ecuación: La similitud en la GLCM se define en términos de las filas, i , y las columnas, j , y de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, como:

$$Similitud = \sum_{i,j=1}^N \frac{P_{i,j}}{1 + |i - j|} \quad (e.4)$$

I.2 Grupo de medidas de textura del orden

El orden significa cuán regulares u ordenados están los valores de los píxeles en una región de una imagen o en una imagen. Las medidas de orden, al igual que las medidas de contraste utilizan un promedio ponderado de los valores de la GLCM. Los pesos están relacionados con la frecuencia con que se observa un nivel de gris, de manera que:

- 1) un peso que se incremente con la uniformidad resultará en una medida de textura que se incremente con el orden;
- 2) un peso que decrezca con la uniformidad resultará en una medida de textura que se incremente con el desorden.

a. Nombre(s): Segundo momento angular (ASM).

Descripción: El nombre para ASM se toma un concepto físico y su formulación es similar a la de las ecuaciones usadas para calcular el segundo momento angular, una medida de la aceleración rotacional.

Ecuación: El asm en la GLCM se define en términos de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, como:

$$ASM = \sum_{i,j=1}^N P_{i,j}^2 \quad (e.5)$$

b. Nombre(s): Energía.

Descripción: La raíz cuadrada del ASM a menudo se usa como una medida de textura y se denomina energía. La energía en este contexto es el opuesto de la entropía, en este sentido representa orden.

Ecuación: La energía en la GLCM se define en términos de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, como:

$$Energía = \sqrt{\sum_{i,j=1}^N P_{i,j}^2} \quad (e.6)$$

c. Nombre(s): Probabilidad máxima.

Descripción: La probabilidad máxima es un estadístico simple que mide en una región de una imagen o en imágenes el mayor valor de probabilidad de ocurrencia de un nivel de gris.

Ecuación: La probabilidad máxima en la GLCM se define en términos de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, como:

$$M = \text{Max}(P_{i,j}) \quad (\text{e.7})$$

d. Nombre(s): Entropía de Shannon.

Descripción: La entropía es un concepto difícil de entender que se importó de la termodinámica y se refiere a la cantidad de energía que se pierde debido al caos cada vez que una reacción o transformación física ocurre. El término se utiliza para referirse al caos o al desorden.

Ecuación: La entropía de Shannon en la GLCM se define en términos de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, como:

$$\text{Entropía} = \sum_{i,j=1}^N P_{i,j} (-\ln(P_{i,j})) \quad (\text{e.8})$$

I.3 Grupo de medidas de textura de la estadística descriptiva

Estadísticos similares se derivan directamente de los valores de los niveles de gris en la imagen original y son utilizados como indicadores de textura, pero no de la textura de la GLCM.

a. Nombre(s): Media de la GLCM, promedio de la GLCM.

Descripción: La media de la GLCM se expresa en términos de los valores de la GLCM. El valor del píxel se pondera por su frecuencia de ocurrencia en combinación con el valor de cierto píxel vecino.

Ecuación: La media de la GLCM se define en términos de los píxeles i , o j , y de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, como:

$$\mu_i = \sum_{i,j=1}^N iP_{i,j} \quad \mu_j = \sum_{i,j=1}^N jP_{i,j} \quad (\text{e.9})$$

b. Nombre(s): Varianza de la GLCM.

Descripción: La fórmula utilizada para calcular la varianza de la GLCM es la misma que la de la varianza común de la estadística descriptiva de primer orden. Es una medida de la dispersión respecto a la media de las combinaciones de los valores de los píxeles en la GLCM.

Ecuación: La varianza de la GLCM se define en términos de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, y de la media de la GLCM, como:

$$\sigma_i^2 = \sum_{i,j=1}^N P_{i,j} (i - \mu_i)^2 \quad \sigma_j^2 = \sum_{i,j=1}^N P_{i,j} (j - \mu_j)^2 \quad (\text{e.10})$$

c. Nombre(s): Desviación estándar de la GLCM.

Descripción: La desviación estándar de la GLCM se define al igual que en la estadística descriptiva de primer orden como la raíz cuadrada de la varianza de la GLCM. No existe una ventaja particular en utilizar la desviación estándar o la varianza, que no sea la necesidad de un intervalo de valores diferente.

Ecuación: La desviación estándar de la GLCM se define en términos de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, y de la media de la GLCM, como:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{i,j=1}^N P_{i,j} (i - \mu_i)^2} \quad \sigma_j = \sqrt{\sum_{i,j=1}^N P_{i,j} (j - \mu_j)^2} \quad (\text{e.11})$$

d. Nombre(s): Correlación de la GLCM.

Descripción: La correlación es una medida de la dependencia lineal de los niveles de gris entre píxeles vecinos.

Ecuación: La correlación de la GLCM se define en términos de la probabilidad normalizada de ocurrencia de un valor de gris, $P_{i,j}$, de la media y de la desviación estándar de la GLCM, como:

$$\text{Correlation} = \sum_{i,j=1}^N P_{i,j} \left[\frac{(i - \mu_i)(j - \mu_j)}{\sqrt{(\sigma_i^2)(\sigma_j^2)}} \right] \quad (\text{e.12})$$

Anexo II Descomposición multiresolución

En este anexo se presenta la teoría básica de tres métodos del análisis multiresolución: la codificación basada en la pirámide Gaussiana, anexo II.1, la codificación basada en la pirámide Laplaciana, anexo II.2 y la descomposición mediante wavelets, anexo II.3.

II.1 Generación de la pirámide Gaussiana

Suponga que una imagen en escala de gris se representa inicialmente por el arreglo g_0 que contiene c columnas y r filas de píxeles. Cada píxel representa un valor de gris correspondiente a un punto en la imagen que se representa por un entero I que está entre 0 y $K-1$, siendo K la cantidad de niveles de gris de la imagen. Esta imagen original es la base o nivel 0 de la pirámide Gaussiana. El nivel 1 de la pirámide Gaussiana es la imagen g_1 que es una versión filtrada paso bajo de g_0 . Cada valor del nivel 1 se calcula como un promedio ponderado de los valores del nivel 0 que están dentro de una ventana de 5×5 píxeles. Cada valor del nivel 2, representando la imagen g_2 , se obtiene a partir de los valores de la imagen g_1 al aplicar el mismo procedimiento. Una representación gráfica de este proceso en una dimensión se muestra en la figura II.1.1. El patrón de ventana de tamaño 5×5 píxeles proporciona un filtrado adecuado con un bajo costo computacional.

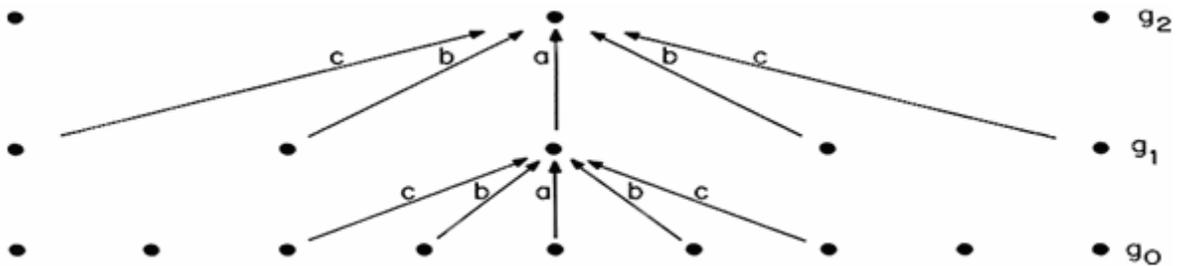


Figura II.1.1. Representación unidimensional del proceso de generación de la pirámide Gaussiana. Cada fila de puntos representa los nodos que pertenecen a un mismo nivel de la pirámide. Los valores de cada nodo en el nivel 0 son los niveles de gris de los píxeles de la imagen original. El valor de cada nodo en los niveles superiores es el promedio ponderado de los valores de los nodos en el nivel inmediato inferior. Note que el espaciamiento entre nodos se dobla entre niveles.

El proceso de promediado entre niveles se realiza mediante una función de reducción que recibe como entrada la imagen del nivel inmediato inferior:

$$g_l = REDUCIR(g_{l-1}) \quad (e.1)$$

Lo que significa que para los niveles $0 < l < N$ y los nodos i, j , $0 < i < c_l$, y $0 < j < r_l$

$$g_l(i, j) = \sum_{m=-2}^2 \sum_{n=-2}^2 w(n, m) g_{l-1}(2i + m, 2j + n) \quad (e.2)$$

N se refiere al número de niveles de la pirámide, mientras que c_l , y r_l son las dimensiones del l -ésimo nivel. En la figura II.1.1 puede verse que la densidad de los nodos se reduce en la mitad al pasar a cada nuevo nivel.

Note que la misma función de ponderación w se utiliza para generar cada arreglo de pirámides a partir de su predecesor. Esta función de ponderación, denominada núcleo de generación, se selecciona bajo ciertas restricciones. Por simplicidad hacemos w separable:

$$w(m, n) = \hat{w}(m)\hat{w}(n) \quad (e.3)$$

La función unidimensional de longitud 5, \hat{w} , está normalizada

$$\sum_{m=-2}^2 \hat{w}(m) = 1 \quad (e.4)$$

Y es simétrica

$$\hat{w}(i) = \hat{w}(-i), \text{ para } i = 0, 1, 2. \quad (e.5)$$

Una restricción adicional se denomina contribución igual. Esta estipula que todos los nodos en un nivel determinado deben contribuir con el mismo peso total, $1/4$, a los nodos del nivel inmediato superior. Sea $\hat{w} = a$, $\hat{w}(-1) = \hat{w}(1) = b$, $\hat{w}(-2) = \hat{w}(2) = c$, en este caso igual contribución requiere que $a + 2c = 2b$. Estas 3 restricciones se satisfacen cuando:

$$\begin{aligned} \hat{w}(0) &= a \\ \hat{w}(-1) &= \hat{w}(1) = 1/4 \\ \hat{w}(-2) &= \hat{w}(2) = 1/4 - a/2 \end{aligned} \quad (e.6)$$

Si $a=0.4$ se obtiene la aproximación Gaussiana.

La generación iterativa de la pirámide es equivalente a convolucionar la imagen g_0 con un conjunto de funciones de ponderación equivalentes h_l .

$$g_1 = h_1 \oplus g_0 \quad (\text{e.7})$$

El efecto de convolucionar una imagen con una de las funciones de ponderación equivalentes h_l es desenfocar o filtrar paso bajo la imagen. El algoritmo de la pirámide reduce el límite de la banda del filtro por una octava de nivel a nivel y reduce el intervalo de muestras por el mismo factor. Este es un algoritmo muy rápido, que requiere de pocos pasos computacionales.

La función de expansión se define como la operación inversa de la reducción. Su efecto es expandir un arreglo de tamaño $(c_l+1) \times (r_l+1)$ en un arreglo de tamaño $(2c_l+1) \times (2r_l+1)$, al interpolar nuevos valores entre los valores de los nodos dados. La función de expansión aplicada al arreglo g_l de la pirámide Gaussiana resultará en un arreglo $g_{l,l}$ que tiene el mismo tamaño que g_{l-1} . Sea $g_{l,n}$ el resultado de expandir g_l n veces. Entonces:

$$g_{l,0} = g_l \quad (\text{e.9})$$

y

$$g_{l,n} = \text{EXPANDIR}(g_l, n-1) \quad (\text{e.10})$$

Por expandir queremos decir, para niveles $0 < l < N$ y $0 < n$ y nodos i, j , $0 < i < c_{l-n}$, $0 < j < r_{l-n}$

$$g_{l,n}(i, j) = 4 \sum_{m=-2}^2 \sum_{n=-2}^2 w(m, n) g_{l,n-1} \left(\frac{i-m}{2}, \frac{j-n}{2} \right) \quad (\text{e.11})$$

Solo los términos para los que $(i-m)/2$ y $(j-n)/2$ son enteros se incluyen en la suma. Si aplicamos la función EXPANDIR l veces a la imagen g_l , obtenemos $g_{l,l}$ que tiene el mismo tamaño que la imagen original g_0 .

El código de los algoritmos de las funciones de reducción y expansión implementados en Matlab 7.0 se muestra a continuación:

```
function img = Reducir(img,niveles)
mascara = [0.05 0.25 0.40 0.25 0.05];
```

```
function img = Expandir(img, niveles)
mascara = [0.05 0.25 0.40 0.25 0.05];
```

```

for i = 1: niveles
    img = conv2(mascara, mascara, img, 'same');
    img_size = size(img);
    img = img(1:2:img_size(1), 1:2:img_size(2));
end

```

```

for i = 1: niveles
    img_size = size(img);
    y = zeros(2*img_size);
    y(1:2:2*img_size(1), 1:2:2*img_size(2)) = img;
    img = 4*conv2(mascara, mascara, y, 'same');
end

```

II.2 Generación de la pirámide Laplaciana

La pirámide Laplaciana es una secuencia de imágenes de error L_0, L_1, \dots, L_N . Cada una de estas imágenes es la diferencia entre dos niveles consecutivos de la pirámide Gaussiana. Para $0 < l < N$,

$$L_l = g_l - EXPANDIR(g_{l+1}) \quad (\text{e.12})$$

El valor en cada nodo de la pirámide Laplaciana es la diferencia entre las convoluciones de dos funciones de ponderación equivalentes h_l, h_{l+1} . Esta operación es similar a convolucionar la imagen con una función de ponderación Laplaciana escalada adecuadamente. El valor del nodo puede obtenerse directamente al aplicar este operador, aunque a un costo computacional considerablemente mayor. Así, al igual que se vio la pirámide Gaussiana como un conjunto de copias filtradas paso bajo de la imagen original, puede verse la pirámide Laplaciana como un conjunto de copias filtradas en banda de la imagen original. La escala del operador Laplaciano se dobla de un nivel a otro nivel de la pirámide, mientras la frecuencia central de la banda de paso se reduce en una octava.

El proceso de la creación de la pirámide Laplaciana puede resumirse como: 1) crear la pirámide Gaussiana, y 2) determinar la diferencia entre los niveles consecutivos de la pirámide Gaussiana después de expandir cada nivel superior.

II.3 Descomposición basada en la transformada wavelet

Una wavelet (ondeleta) es una forma de onda de duración limitada que tiene valor promedio cero. Si se comparan las wavelets con sinusoides, figura II.3.1, puede notarse que a diferencia de las primeras estas no tiene duración limitada y que son suaves y predecibles mientras que las wavelets tienden a ser irregulares y asimétricas.

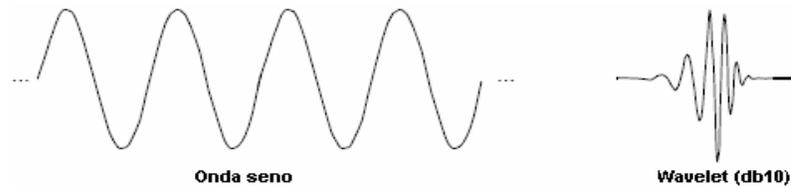


Figura II.3.1. Onda sinusoidal y wavelet Daubechies 10.

Así, al igual que el análisis de Fourier consiste en descomponer una señal en ondas senos de varias frecuencias el análisis basado en wavelets consiste en descomponer la señal en versiones escaladas y desplazadas de una función wavelet, denominada wavelet madre. El escalado se refiere a la compresión de la wavelet y el desplazamiento a retardarla o adelantarla. Intuitivamente puede notarse que las señales con cambios bruscos se analizan mejor con las wavelets que con sinusoides.

La transformada continua wavelet (CWT, por sus siglas en inglés) se define como la suma sobre el tiempo, t , de la señal, $f(t)$, multiplicada por versiones escaladas y desplazadas de la wavelet madre, ψ :

$$C(\text{escala}, \text{posición}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi(\text{escala}, \text{posición}, t)dt \quad (\text{e.13})$$

El resultado de la CWT son los coeficientes wavelets C , que están es función de la escala y de la posición. La multiplicación de cada coeficiente por la wavelet apropiadamente escalada y desplazada da como resultado una aproximación de la señal original. Sin embargo, calcular los coeficientes wavelets para cada escala posible es muy costoso computacionalmente y genera una cantidad considerable de datos. Seleccionando escalas y posiciones como potencias de 2, lo que se denomina escalas y posiciones diádicas, se obtienen a partir del análisis basado en wavelets resultados computacionalmente más eficientes y considerablemente precisos. Este tipo de análisis se denomina transformada discreta de wavelet (DWT, por sus siglas en inglés).

En el análisis basado en wavelets a menudo se habla de los coeficientes C como coeficientes de aproximación y de detalle. La aproximación son los componentes de gran escala y baja frecuencia de la señal, mientras que los detalles son los componentes de pequeña escala y alta frecuencia. El proceso básico de filtrado para la obtención de los

coeficientes wavelets de aproximación, A y de detalle, D , a partir de una señal S se ilustra en la figura II.3.2 a.

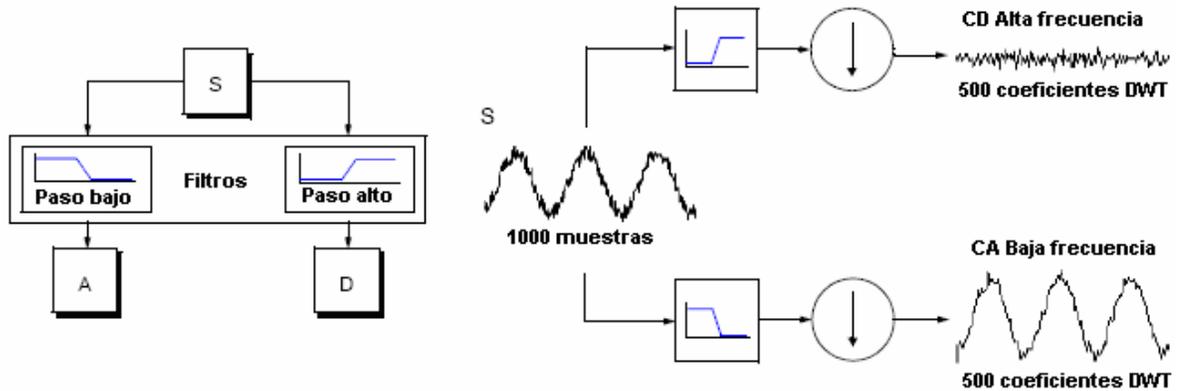


Figura II.3.2 a y b. Proceso de filtrado para la obtención de los coeficientes wavelets, A y D , de una señal S .

Para obtener una señal de salida que sea consecuente con el número de muestras de la señal original se realiza un remuestreo de los coeficientes de aproximación y de detalle tomando una muestra de cada dos ocurrencias. En la figura II.3.2 b se ilustra este proceso con mayor detalle. El proceso de descomposición puede iterarse descomponiendo las aproximaciones sucesivas, de manera que la señal original se descompone en varios componentes de baja resolución. Este proceso se denomina árbol de descomposición wavelet, figura II.3.3.

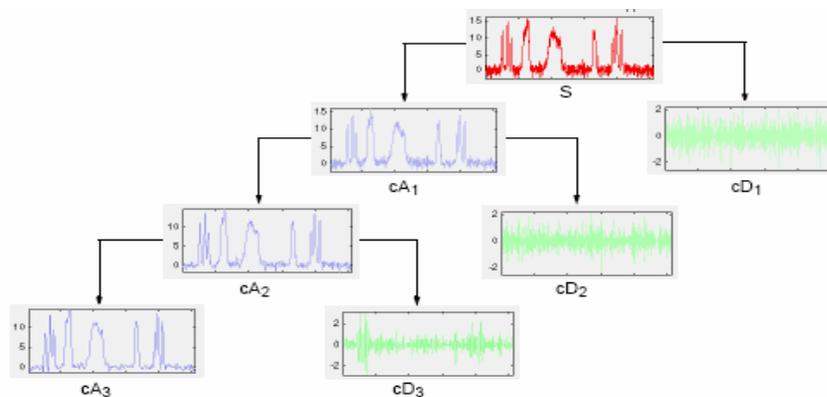


Figura II.3.3. Descomposición multinivel.

Existen varias familias de wavelets que han demostrado ser especialmente útiles entre las que pueden mencionarse las biortogonales, biortogonales inversas, coiflets, symlets, fir, Gaussianas, Daubechies, entre otras. La familia de wavelets del tipo Daubechies, utilizadas en el desarrollo de este estudio, fue desarrollada por Ingrid Daubechies y son wavelets ortogonales con soporte compacto. En la figura II.3.4 se presentan 9 miembros de esta familia.

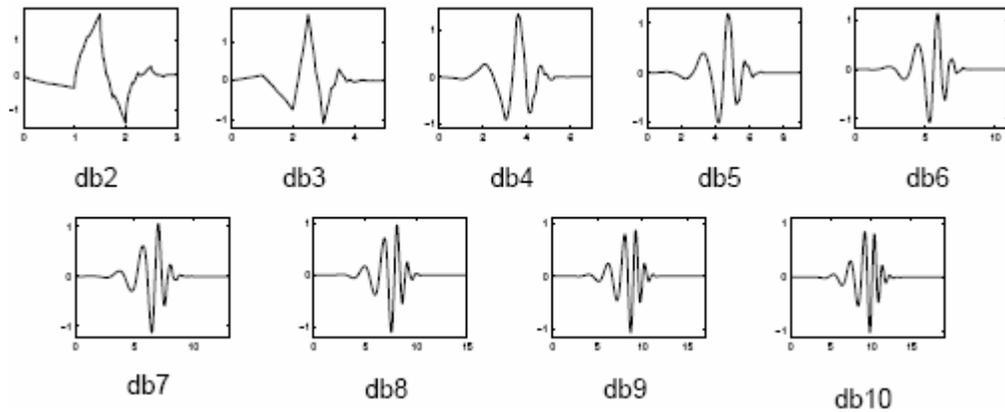


Figura II.3.4. 9 miembros de la familia de wavelets de Dabechies.

En el caso bidimensional la transformada wavelets descompone la imagen original en una serie de imágenes con diferentes escalas: versiones escaladas de la imagen original y los componentes de alta frecuencia a diferentes escalas, mediante un banco de filtros separables en las direcciones de las filas y las columnas. En la figura II.3.5 se representa el procedimiento de descomposición.

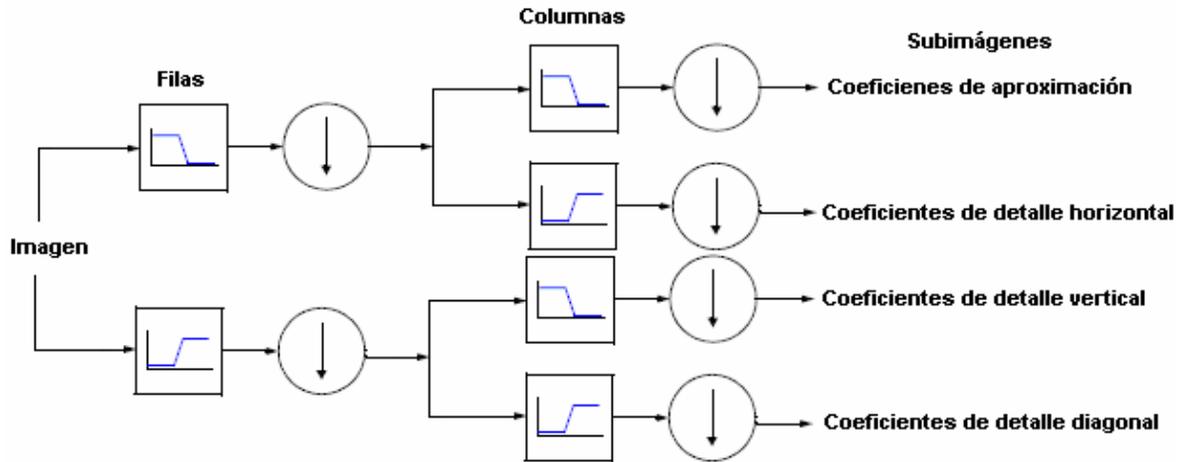


Figura II.3.5. Descomposición mediante wavelets de una imagen.

Como puede verse en la figura II.3.5, la imagen de los coeficientes de aproximación se obtiene mediante el filtrado paso bajo en las direcciones de las filas y las columnas. Las imágenes de detalles horizontal, vertical y diagonal contienen los componentes de alta frecuencia.

Anexo III Metodología de los problemas de clasificación

Muchos de los métodos de clasificación a menudo se aplican sin considerar muchos de los conceptos esenciales de la estadística. Esto ocurre debido al hecho de que a menudo los datos son recolectados sin la intervención de un especialista. Sin embargo, las primeras etapas de la investigación estadística son las más importantes y pueden ser críticas en el desarrollo satisfactorio de muchos clasificadores. La metodología seguida en un problema de clasificación está compuesta por las siguientes etapas:

1. Formulación del problema.
2. Recolección de los datos. Conciernen a los tipos de datos, la cantidad y el método utilizado para la recolección, así como el costo implicado.
3. Examen inicial de los datos. Valoración de la calidad de los datos y conocimiento de su estructura.
4. Análisis de los datos. Aplicar los métodos de clasificación apropiados.

5. Evaluación de los resultados.
6. Interpretación.

Este proceso es iterativo. En particular la interpretación puede generar las bases para un estudio posterior, o llevar a la conclusión de que la formulación del problema necesita reexaminarse.

III.1 Formulación del problema

Tener un conocimiento claro del problema es uno de los aspectos más importantes de los que depende el éxito de cualquier investigación de clasificación. Es esencial entender los objetivos del problema planteado porque así puede formularse el problema en términos estadísticos precisos. Sin embargo, la formulación del problema es la parte más importante y más difícil de cualquier estudio. Debe prestarse especial atención a la ambigüedad y el investigador debe ser capaz de mirar más allá del estudio actual al trabajo futuro y de entender como pudieran usarse los resultados del estudio presente y cuáles serían las posibles consecuencias de estos resultados.

Otro proceso importante es la recolección de los datos. En un problema de clasificación deben especificarse o estimarse las prioridades y los costos. Además, es importante considerar el costo en la etapa de planificación. Mayor cantidad de datos equivale a un mayor costo, ya sea en términos de recolección como en análisis. No es una buena estrategia tener muchas observaciones por cada uno de los rasgos posibles. El costo está relacionado con el desempeño del clasificador y se requiere de una estrategia que permita obtener un compromiso entre un desempeño y un costo aceptables.

Finalmente debe considerarse la interpretación y presentación de los resultados al usuario. Es importante entender la toma de decisiones en el proceso de clasificación.

III.2 Recolección de los datos

En un problema donde se diseña un clasificador para automatizar alguna tarea particular, es importante que los datos recolectados sean representativos de las condiciones de operación esperadas. Si esto no se cumple, entonces debemos conocer cómo y por qué los datos difieren. Existen muchos factores importantes en el proceso de recolección de los datos entre los que pueden mencionarse: la recolección de los datos de calibración o datos

patrones; los rasgos medidos y su precisión; la estrategia de muestreo, incluyendo el tamaño total de la muestra y las proporciones para cada una de las clases, si se muestrea cada clase de forma separada; los costos asociados y el principio de aleatoriedad.

En el proceso de recolección de los datos, es importante conocer los detalles del procedimiento y equipo utilizado. Esto implica especificar el tipo de sensor, los valores de calibración y brindar una descripción del equipo de adquisición. Las condiciones que prevalecen en el momento del experimento pueden ser importantes para el diseño del clasificador, particularmente cuando se requiere generalizar para otras condiciones.

La elección de cuáles rasgos medir es crucial en cualquier estudio de clasificación y se basa en el conocimiento del problema y en la experiencia previa. Se ha demostrado que incrementar el número de rasgos a medir necesariamente no incrementa el desempeño de la clasificación. El compromiso entre el tamaño de la muestra y la dimensionalidad, número de rasgos, es un factor clave a considerar cuando realizamos mediciones. Aunque los rasgos pueden reducirse utilizando alguna técnica de selección de rasgos, si se dificulta el proceso de medición entonces es mejor no realizar las mediciones que sean innecesarias. Sin embargo, a veces es necesaria la redundancia de los rasgos para el chequeo de errores.

Una vez que se haya realizado la medición de los rasgos, el diseñador debe definir la estrategia de muestreo y seleccionar una muestra de tamaño apropiado. En un problema de clasificación donde un vector de mediciones x con dimensionalidad r , tiene un vector z de etiquetas de clases asociado, existen dos estrategias de muestreo principales con las que el conjunto de datos de entrenamiento $\{(x_i, z_i), i = 1, \dots, r\}$, puede determinarse. La primera de estas estrategias, denominada muestreo separado o muestreo condicional de clases, se basa en muestrear los vectores de rasgos para cada una de las clases de forma separada por lo que con esta estrategia no se obtiene un estimado de las probabilidades a priori de las clases. Claro, si estas probabilidades fueran conocidas entonces se debe muestrear cada una de las clases en base a estas proporciones. La segunda estrategia de muestreo, denominada muestreo unido o muestreo mixto, se basa en muestrear los rasgos y sus clases correspondientes para todas las clases formando grupos mixtos. Las proporciones de cada grupo dependen de los datos, están dadas por las probabilidades a priori de cada clase.

El tamaño de la muestra depende de un número de factores entre los que pueden citarse: la cantidad de rasgos, el desempeño esperado, la complejidad de la regla de clasificación en términos del número de parámetros a estimar y la probabilidad asintótica del error de clasificación. Es muy difícil obtener resultados teóricos sobre los efectos de las muestras de tamaño finito en el desempeño del clasificador. Sin embargo, si el número de rasgos es grande y el clasificador es complejo, entonces debe realizarse un gran número de mediciones. Es difícil conocer antes de la recolección de datos cuán complejo debe ser el clasificador resultante. Así, se requiere de un gran número de muestras si la separación entre las clases es pequeña o si se desea un estimado de la razón de error confiable. También, si se dispone de poco conocimiento acerca del problema, necesitándose el uso de métodos no paramétricos, entonces se requieren generalmente muchos más datos en comparación con los utilizados para las aproximaciones paramétricas. Algunos artículos sugieren que la razón del tamaño de la muestra al número de rasgos es un factor muy importante en el diseño de un clasificador (Jain & Chandrasekaran, 1982; Kalayeh & Landgrebe, 1983), dando como referencia un valor de 5 a 10 veces más muestras por clases que los rasgos medidos.

Los datos a menudo se particionan en conjuntos de entrenamiento o de diseño y conjuntos de pruebas. El conjunto de entrenamiento debe ser una muestra aleatoria del conjunto total de los datos. Existen dos razones importantes para particionar los datos. La primera está asociada con contar con dos conjuntos independientes: el clasificador se entrena usando el conjunto de entrenamiento y el conjunto de prueba se utiliza para proporcionar un estimado independiente de su desempeño. Esto hace un uso ineficiente de los datos para entrenar el clasificador. La segunda forma en la que los conjuntos de entrenamiento y de prueba se utilizan es en el diseño del clasificador. Esta forma se aplica a clasificadores que difieren en complejidad o a clasificadores de igual complejidad, en términos de arquitectura y número de parámetros, pero con diferentes condiciones iniciales en un procedimiento de optimización no lineal. Estos clasificadores son entrenados usando el conjunto de entrenamiento y se monitorea su desempeño sobre el conjunto de prueba, seleccionándose el clasificador con el que se obtiene el mejor desempeño sobre el conjunto de prueba. Usando el conjunto de prueba de esta manera significa que está siendo usado como parte del proceso de entrenamiento y no puede ser usado para obtener un estimado del error

independiente. Deben entonces emplearse otros métodos de estimación del error. El conjunto de prueba utilizado de la forma anterior es más bien un conjunto de validación, que es utilizado para ajustar los parámetros del clasificador. Se requiere de un conjunto de datos independiente para la evaluación del clasificador.

Independientemente de la forma en que se diseñe un clasificador, en muchas aplicaciones prácticas se desea una buena generalización, es decir un buen desempeño del clasificador sobre nuevos datos que sean representativos de las condiciones de operación verdaderas en las que el clasificador se va a utilizar. Por supuesto, el objetivo debe ser recolectar datos representativos de estas condiciones (este es el conjunto de prueba). Sin embargo, es útil recolectar conjuntos de datos en localizaciones diferentes, o en otras épocas del año, o por un grupo diferente de investigadores y validar los resultados de la clasificación sobre este conjunto de datos.

Otro factor importante en la recolección de los datos es la aleatoriedad. El orden de los datos debe ser aleatorio, no recolectar todos los ejemplos de la clase 1, entonces todos los ejemplos de la clase 2 y así sucesivamente. Esto es particularmente importante si el equipo de medición o las condiciones ambientales varían con el tiempo. La completa aleatoriedad no es posible, pero puede emplearse alguna forma de aleatoriedad restringida.

Los siguientes puntos resumen la estrategia de recolección de los datos (Chatfield, 1985, 1988):

1. Elección de los rasgos. Si se tiene conocimiento a priori entonces debe usarse.
2. Decisión del tamaño de la muestra y las proporciones para cada clase, en el caso de muestreo condicional de clases.
3. Registrar los detalles del procedimiento y del equipo de medición.
4. Medir un conjunto independiente.
5. Aleatorizar un conjunto independiente.

III.3 Examen inicial de los datos

Una que vez que los datos hayan sido recolectados, es importante realizar un análisis de los datos usando las técnicas del análisis multivariado. Existe una amplia variedad de paquetes

de software y es relativamente fácil realizar este tipo de análisis. El examen inicial de los datos es una de las partes más importantes del ciclo del análisis de los datos. Realizar un análisis inicial de los datos (Chatfield, 1985, 1988) o un análisis exploratorio de los datos (Tukey, 1977) constituye la primera fase del análisis y consta de tres partes:

1. Chequear la calidad de los datos.
2. Calcular los estadísticos.
3. Graficar los datos para conocer su estructura.

III.3.1 Chequeo de los datos

Existen varios factores que degradan la calidad de los datos, los principales están asociados a errores, *outliers* y a la pérdida de observaciones. Los errores pueden ocurrir de varias maneras: pueden deberse a un malfuncionamiento del equipo de medición o pueden ser incluso deliberados si un encuestado en un estudio da falsas respuestas. Algunos errores son difíciles de detectar, particularmente si su valor es consistente con el resto de las observaciones, otros como los *outliers* pueden detectarse con una simple prueba de rango. La pérdida de valores puede aparecer de varias formas y es importante conocer cómo y por qué ocurren. Debe tenerse cuidado en la codificación de errores perdidos, no deben tratarse como valores numéricos especiales. Entre los procedimientos para tratar con la pérdida de valores pueden mencionarse:

1. Omitir todos los vectores incompletos. Esta técnica es aceptable en algunas circunstancias, pero no si existen muchas observaciones con valores perdidos.
2. Puede usarse toda la información disponible. La forma en que se haga depende del análisis que se está realizando. En la estimación de los valores medios y de las covarianzas usaríamos solo las observaciones para las que se han medido sus rasgos relevantes. Así, los estimados dependerán de números de muestras diferentes, pero pueden obtenerse resultados pobres y matrices de covarianza no positivas. Pueden usarse otras aproximaciones para estimar los componentes principales cuando faltan datos (Jackson, 1991). En la agrupación podríamos usar una medida de similitud que considere la pérdida de valores. En la estimación de la densidad puede usarse

una suposición de independencia, basándose el estimado de densidad en diferentes números de muestras.

3. Podemos utilizar un sustituto de los valores perdidos y proceder con el análisis.

III.3.2 Cálculo de los estadísticos

Deben calcularse los estadísticos para todo el conjunto de datos y para cada una de las clases. Las medidas de localización y de dispersión más ampliamente utilizadas son la media y la desviación estándar. La media debe calcularse para cada rasgo y mostrarse junto con la desviación estándar y el rango en una tabla, comparando estos valores con los de cada clase. Este análisis debe proporcionar conclusiones importantes para discriminar clases particulares.

III.3.3 Graficar los datos

Los gráficos de los datos son muy útiles para brindar una idea de la naturaleza de los datos multivariados. Son una forma rápida para determinar las agrupaciones en los datos indicando cuales son los rasgos importantes, sugieren las transformaciones apropiadas de los rasgos y permiten la detección de *outliers*. Tanto los histogramas de los rasgos individuales y los gráficos son fáciles de producir. Las clases diferentes pueden graficarse con símbolos diferentes.

Anexo IV Descripción del experimento

En este anexo se presenta una descripción más detallada del experimento desarrollado para la extracción de los rasgos de textura basados en la GLCM. En la figura IV.1 puede verse la secuencia del procedimiento.

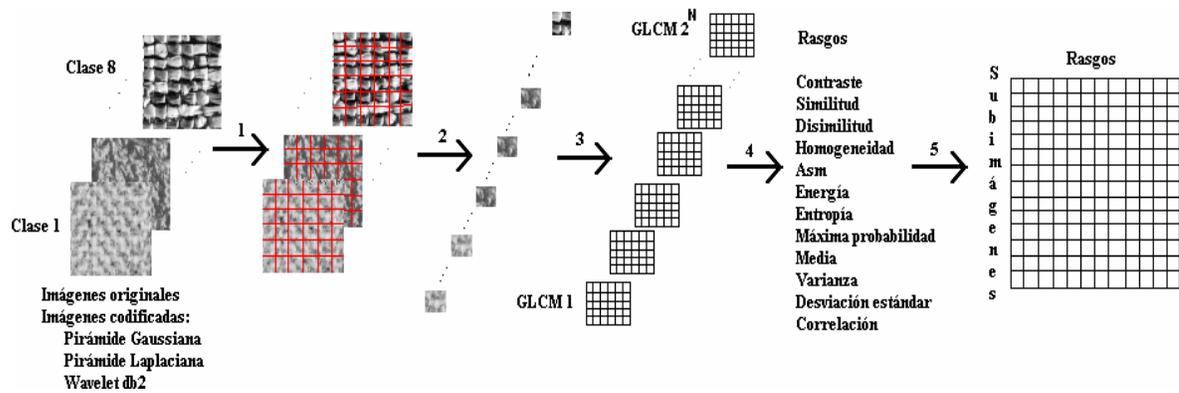


Figura IV.1. Representación del experimento para la extracción de los rasgos de textura basados en la GLCM.

1. Se utilizan 8 clases de textura de Brodatz y las clases correspondientes obtenidas al aplicar los métodos de análisis multiresolución con 2 niveles de descomposición: pirámide Gaussiana, pirámide Laplaciana y descomposición basada en la wavelet Daubechies 2.
2. A partir de las clases de textura originales y de las clases codificadas, se obtienen todas las subimágenes de 32X32 y 64X64 píxeles.
3. A cada una de estas subimágenes se le determina la GLCM, como resultado se obtiene un arreglo de $256 \times 256 \times n \times m$.
4. Se aplican los 12 rasgos basados en la GLCM: contraste, similitud, disimilitud, homogeneidad, asm, energía, entropía, máxima probabilidad, media, varianza, desviación estándar y correlación.
5. Se obtiene una matriz de SubimágenesXRagos. A partir de esta matriz se obtienen los gráficos de los valores de cada uno de los rasgos y de sus combinaciones en función de las subimágenes.

Anexo V Gráficos de los 12 rasgos de textura basados en la GLCM. Imágenes originales

En este anexo se presentan los gráficos de los 12 rasgos de textura basados en la GLCM, obtenidos a partir de las clases de textura originales, para realizar un análisis sobre la

discriminación entre las 8 clases de textura. En el anexo V.1 se muestran los gráficos obtenidos para cada rasgo individual, en el anexo V.2 se muestran los gráficos de las combinaciones de los rasgos individuales con los que se obtuvieron los mejores resultados. En el anexo V.3 se muestran los gráficos obtenidos a partir del tamaño de bloque de 16X16 píxeles. Todos los gráficos se obtuvieron a partir de los valores que siguen la distribución aleatoria definida en el conjunto de entrenamiento, representan 100 valores del rasgo correspondiente para cada una de las clases de textura y están normalizados respecto al máximo de los valores del rasgo de textura correspondiente. Se realiza un análisis por inspección visual basado en los parámetros: separabilidad y variabilidad, y asociado a este término la pertenencia a clases. En la figura V.1 se muestran las 8 clases de textura utilizadas para el análisis.

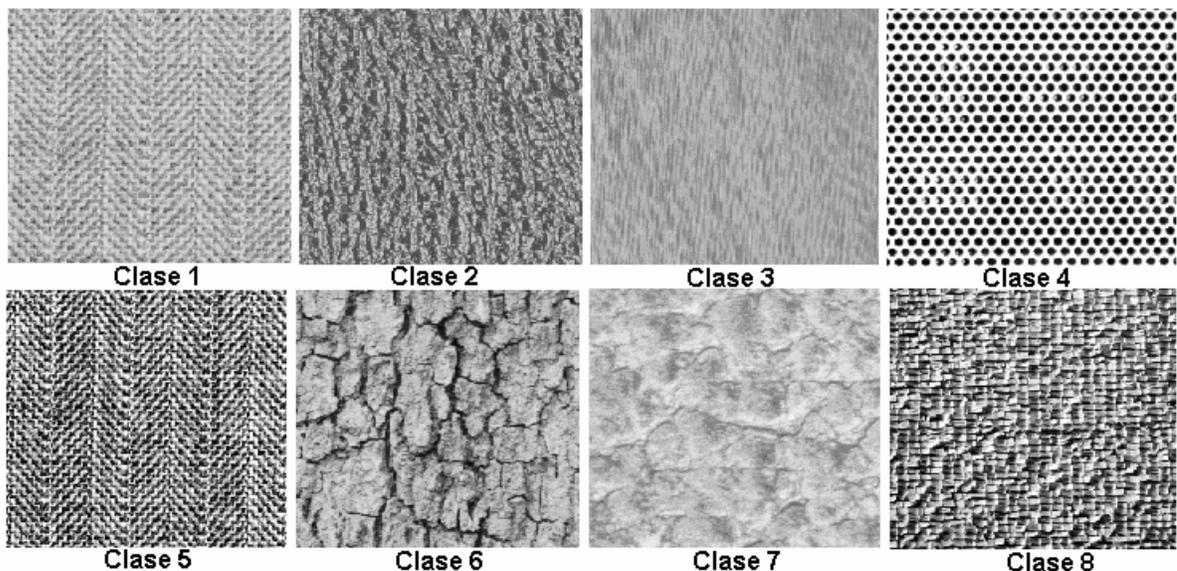


Figura V.1. Clases de textura.

Las 8 imágenes que representan las clases de textura utilizadas como patrones tienen un tamaño de 512X512 píxeles y una resolución de 8 bits por píxel en representación entero sin signo, 256 niveles de gris.

V.1 Rasgos individuales

A continuación se presentan los gráficos de los 12 rasgos de textura individuales para las 800 subimágenes correspondientes a las 8 clases de textura. En cada figura se presentan 2 gráficos representando los valores del rasgo obtenido a partir de subimágenes de: a) 32X32 y b) 64X64 píxeles.

V.1.1 Contraste

En la figura V.1.1.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo contraste.

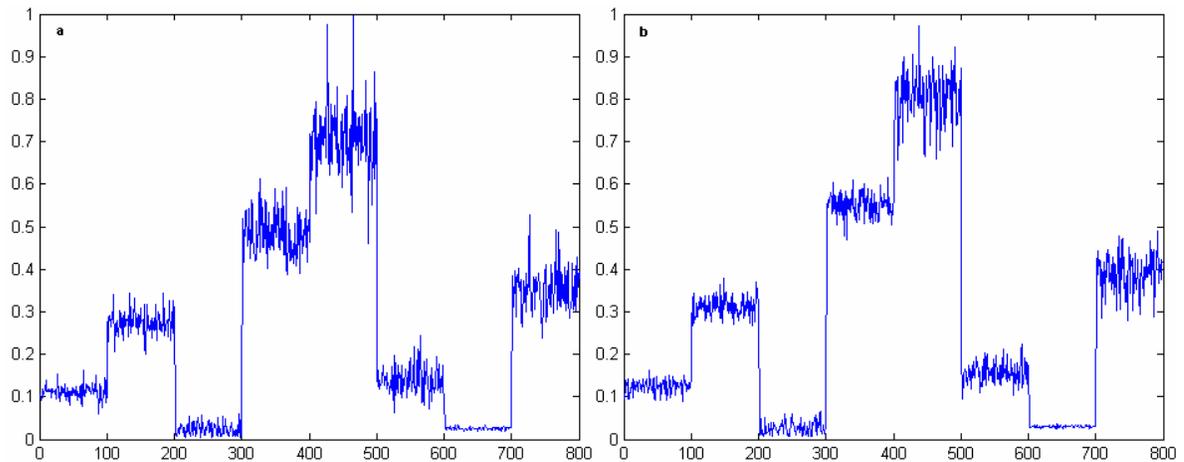


Figura V.1.1.1 a y b. Valores del rasgo contraste para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

En la figura V.1.1.1 a y b puede verse el efecto del tamaño del bloque en la variabilidad de las clases de textura al comparar los gráficos obtenidos con tamaños de bloque de 32X32 y 64X64 píxeles. Note en la figura V.1.1.1 b, que rasgo contraste no separa las clases de textura 3 y 7, y que debido a la poca separabilidad entre las clases de textura 1 y 6, y 2 y 8, la amplitud de la variabilidad en estas clases influye sobre la decisión de pertenencia a clases entre algunos de sus valores.

V.1.2 Similitud

En la figura V.1.2.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo similitud.

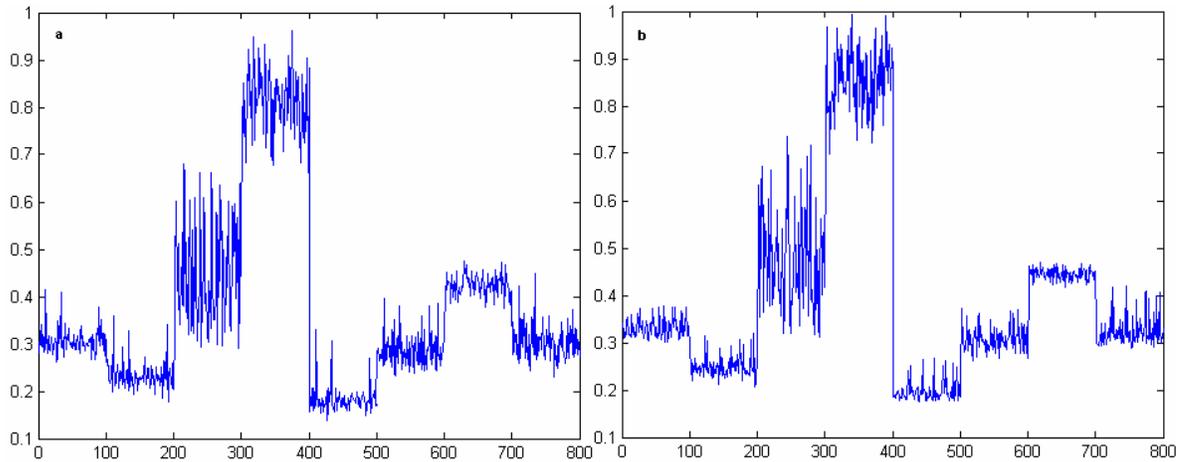


Figura V.1.2.1 a y b. Valores del rasgo similitud para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

Note en las figuras V.1.2.1 a y b que el mejor resultado del rasgo similitud en cuanto a variabilidad se obtiene con un tamaño de bloque 64X64 píxeles. En la figura V.1.2.1 b, puede verse que este rasgo no separa las clases 1, 6 y 8, y que es poco robusto a los valores *outliers*, vea el efecto de la amplitud de la variabilidad de los valores en cada una de las clases, principalmente de la clase 3, lo que influye sobre la decisión de pertenencia a clases de algunos valores.

V.1.3 Disimilitud

En la figura V.1.3.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo disimilitud.

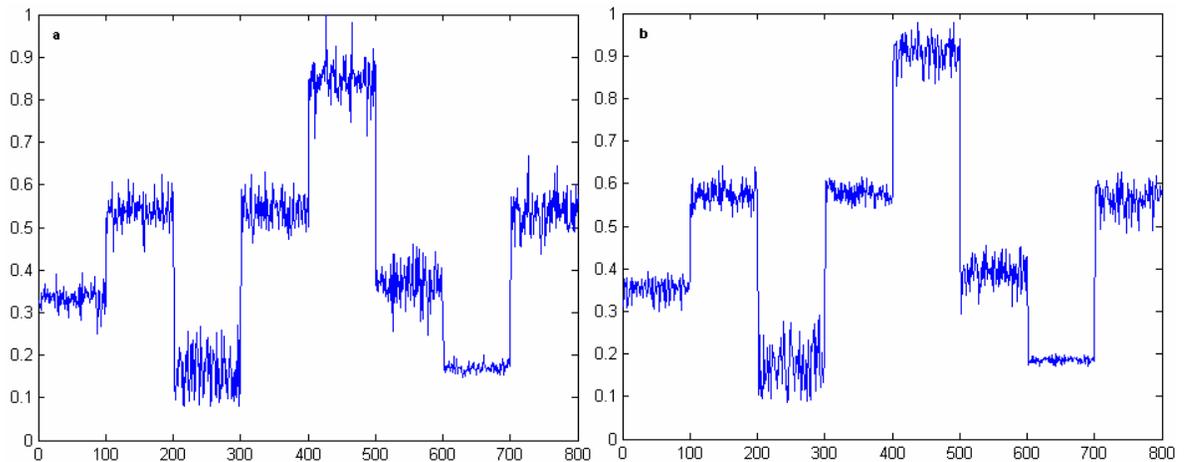


Figura V.1.3.1 a y b. Valores del rasgo disimilitud para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

En la figura V.1.3.1 a y b, puede verse que el mejor resultado en cuanto a variabilidad se obtiene al utilizar un tamaño de bloque de 64X64 píxeles. Note en la figura V.1.3.1 b, que el rasgo disimilitud no separa las clases 1 y 6, 2, 4 y 8, y que la amplitud de la variabilidad de los valores obtenidos para la clase 3 solapan la clase 7.

V.1.4 Homogeneidad

En la figura V.1.4.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo homogeneidad.

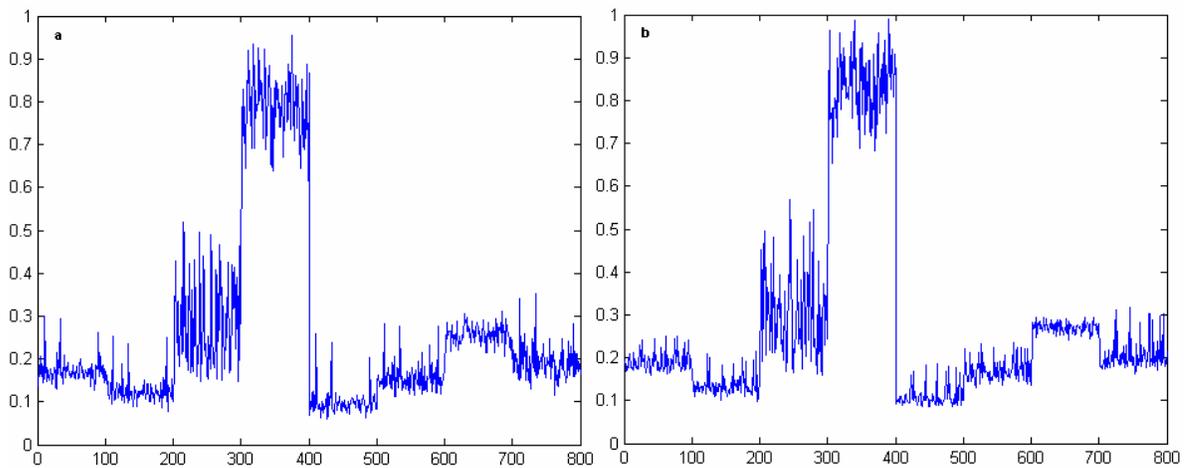


Figura V.1.4.1 a y b. Valores del rasgo homogeneidad para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

En la figura V.1.4.1 a y b, puede notarse que los mejores resultados en cuanto a variabilidad se obtienen al utilizar un tamaño de bloque de 64X64 píxeles. La mala separabilidad entre clases del rasgo homogeneidad y la amplitud de la variabilidad hacen que la decisión de pertenencia a clases incluya casi todas las clases como puede observarse en la figura V.1.4.1 b.

V.1.5 ASM

En la figura V.1.5.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo asm.

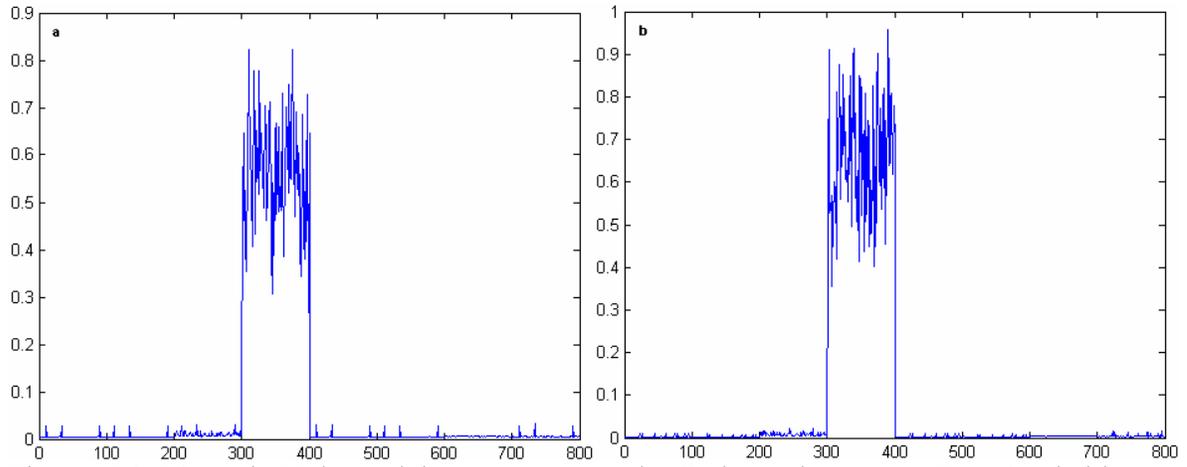


Figura V.1.5.1 a y b. Valores del rasgo asm para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

Note en la figura V.1.5.1 a y b, que el rasgo asm solo logra discernir el patrón de textura de la clase 4 del resto de las clases de textura.

V.1.6 Energía

En la figura V.1.6.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo energía.

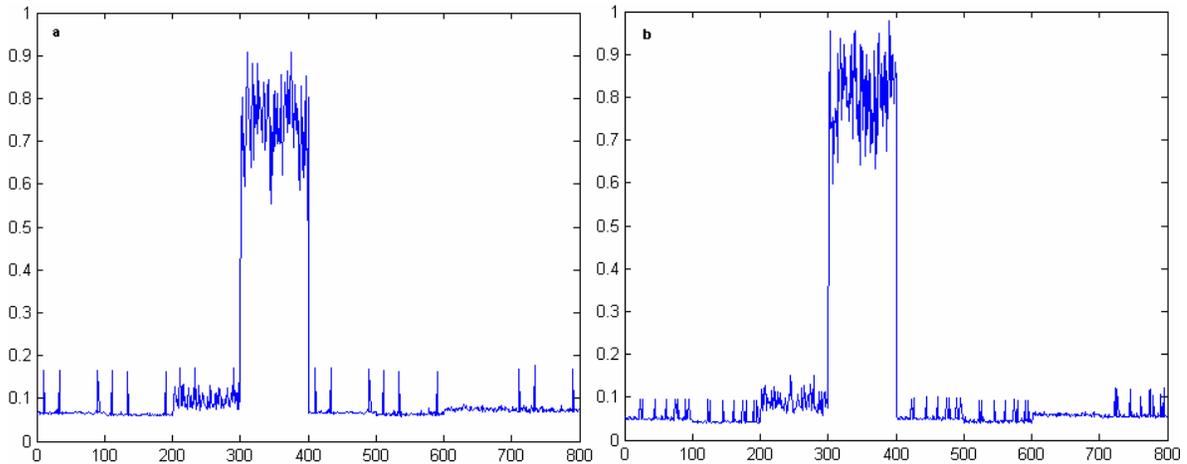


Figura V.1.6.1 a y b. Valores del rasgo energía para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

Note en la figura V.1.6.1 a y b, que a semejanza de lo que ocurre con el rasgo asm, los gráficos de los valores del rasgo energía solo logran separar la clase 4 del resto de las clases

de textura. Los rasgos asm y energía se diferencian solo en un factor de escala, la energía se define como la raíz cuadrada del asm.

V.1.7 Entropía

En la figura V.1.7.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo entropía.

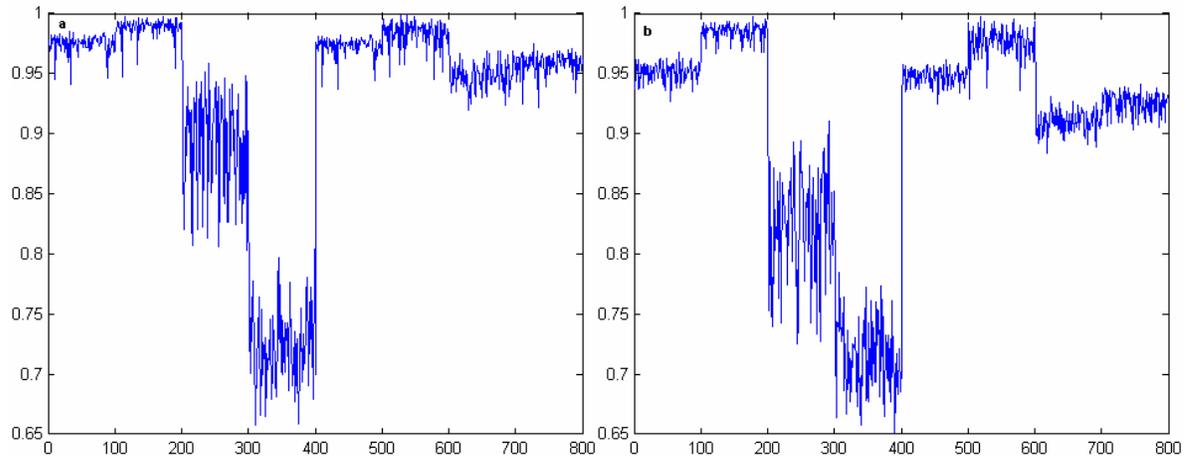


Figura V.1.7.1 a y b. Valores del rasgo entropía para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

Note en la figura V.1.7.1 a y b, que el comportamiento del rasgo entropía en cuanto a la separabilidad y variabilidad es malo. En la figura V.1.7.1 b, puede notarse alguna mejora en la variabilidad al utilizar un tamaño de bloque de 64X64 píxeles. La poca separabilidad propicia que la variabilidad en las clases de textura se convierta en un inconveniente en la decisión de pertenencia a clases.

V.1.8 Máxima probabilidad

En la figura V.1.8.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo máxima probabilidad.

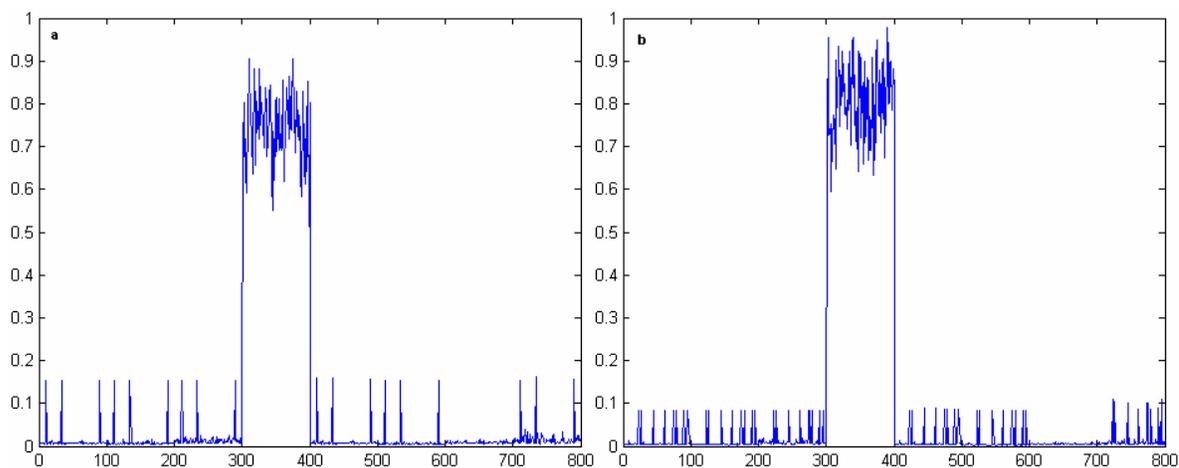


Figura V.1.8.1 a y b. Valores del rasgo máxima probabilidad para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

En la figura V.1.8.1 a y b, puede verse que el rasgo máxima probabilidad solo logra separar la clase de textura 4 del resto de las clases de textura.

V.1.9 Media

En la figura V.1.9.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo media.

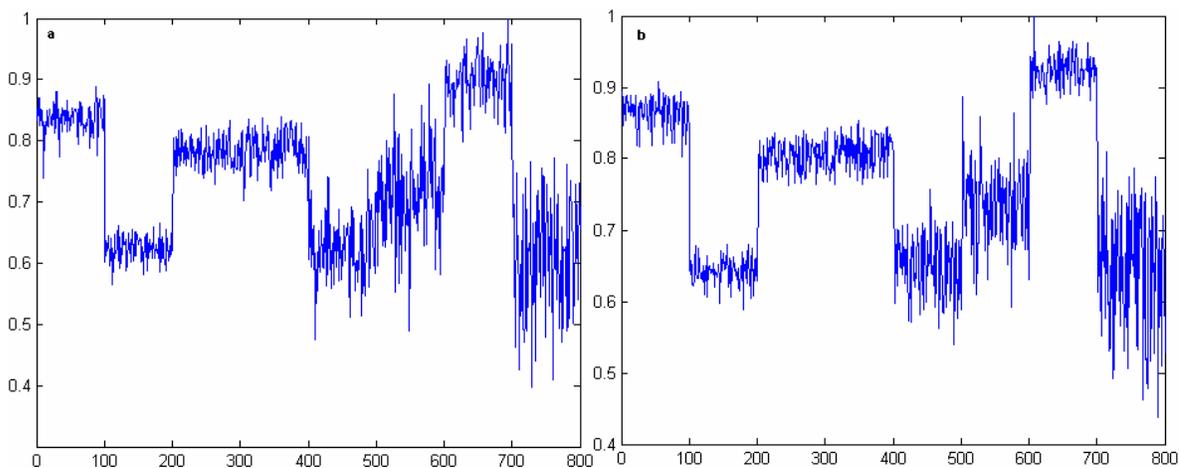


Figura V.1.9.1 a y b. Valores del rasgo media para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

Note en la figura V.1.9.1 a y b, que el comportamiento del rasgo media es malo en cuanto a separabilidad y variabilidad. Este rasgo no separa las clases de textura 2, 5 y 8, 3 y 4, y la

amplitud de la variabilidad en las clases 5, 6 y 8 influye sobre la decisión de pertenencia de los valores entre estas clases.

V.1.10 Varianza

En la figura V.1.10.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo varianza.

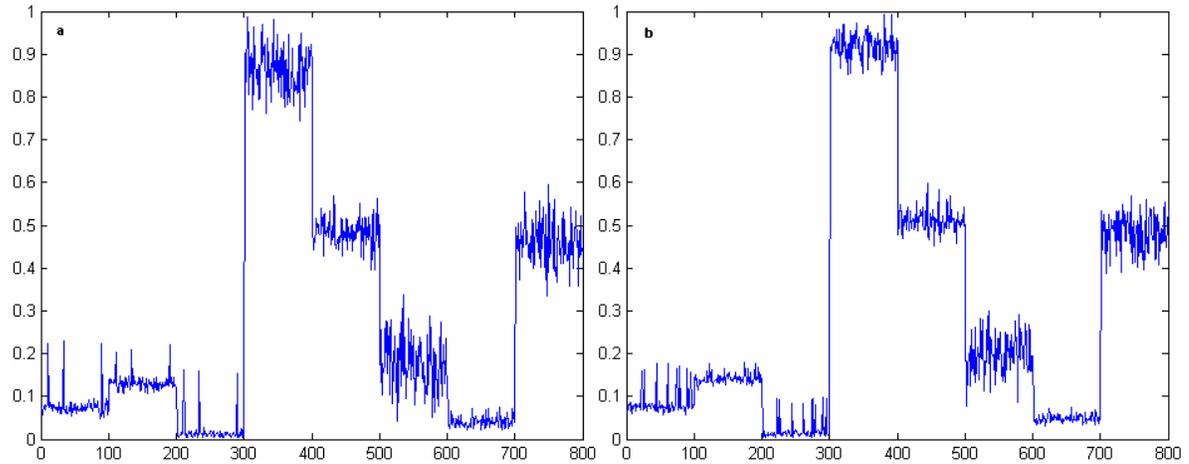


Figura V.1.10.1 a y b. Valores del rasgo varianza para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

En la figura V.1.10.1 a y b, puede verse la mejora en el parámetro variabilidad al utilizar un tamaño de bloque de 64X64 píxeles. En la figura V.1.10.1 b, puede verse que la poca separabilidad entre las clases 1, 2, 3, 6 y 7, y 5 y 8, hacen que la variabilidad sea un inconveniente en la decisión de pertenencia a clases de algunos valores entre estas clases.

V.1.11 Desviación estándar

En la figura V.1.11.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo desviación estándar.

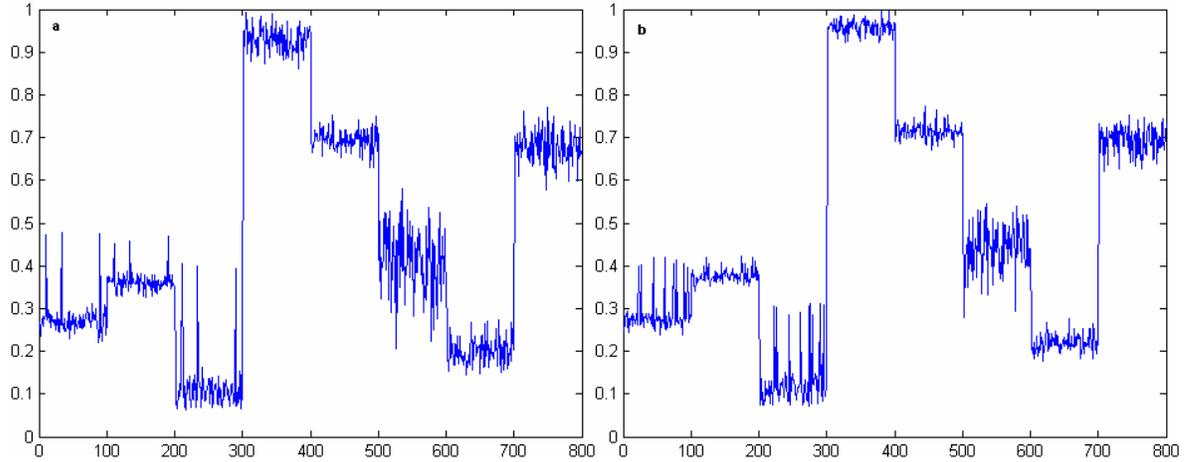


Figura V.1.11.1 a y b. Valores del rasgo desviación estándar para las 8 clases de textura. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

El comportamiento de rasgo desviación estándar es similar al del rasgo varianza, debido a que la desviación estándar se define como la raíz cuadrada de la varianza. Estos rasgos solo difieren en un factor de escala.

V.1.12 Correlación

En la figura V.1.12.1 a y b se muestran los gráficos de los valores del rasgo correlación.

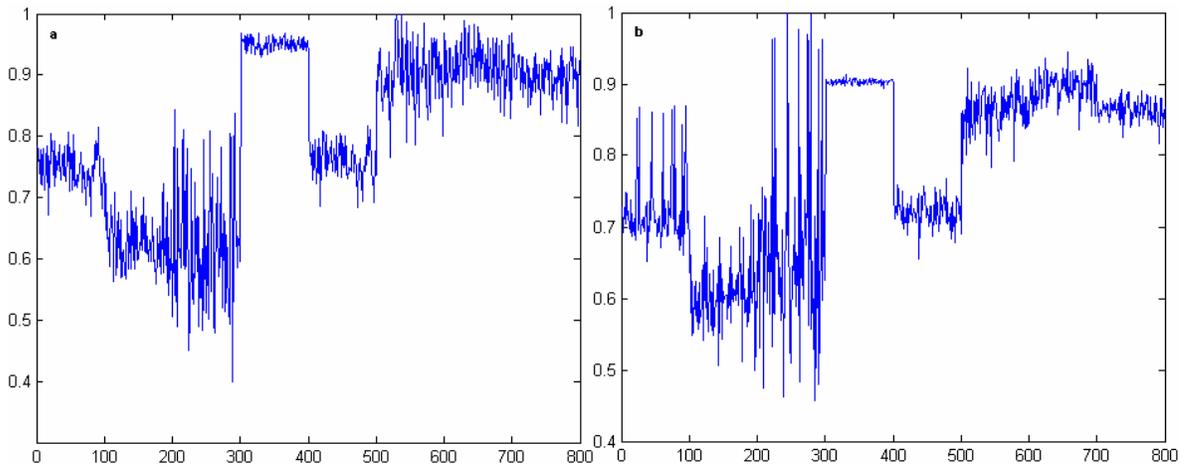


Figura V.1.12.1 a y b. Valores del rasgo correlación para las 8 clases de textura estándares. Tamaño de bloque: a) 32X32, y b) 64X64 píxeles.

En la figura V.1.12.1 a y b, puede verse que el comportamiento del rasgo correlación es malo en cuanto a separabilidad y variabilidad. Este rasgo solo logra identificar la clase 4 del resto de las clases de textura.

V.2 Combinación de los rasgos

A continuación se presentan las combinaciones de los rasgos que mejor comportamiento presentaron en el análisis individual. Con los valores de los rasgos se forman coordenadas espaciales y se determina la distancia de estos puntos al origen. Las dimensiones de estas coordenadas dependen del número de rasgos combinados, p . Como todos los valores están normalizados respecto al máximo valor de cada rasgo, se utilizó además de la distancia de Mahalanobis, la distancia euclidiana para obtener el gráfico de los vectores p -dimensionales respecto a las coordenadas $(0_1, \dots, 0_p)$. En la figura V.2.1 a y b se muestran los gráficos correspondientes a las combinaciones entre los rasgos contraste y desviación estándar, obtenidos a partir de subimágenes de 64X64 píxeles, utilizando la distancia: a) euclidiana, y b) Mahalanobis, como medida de similitud de ambos rasgos.

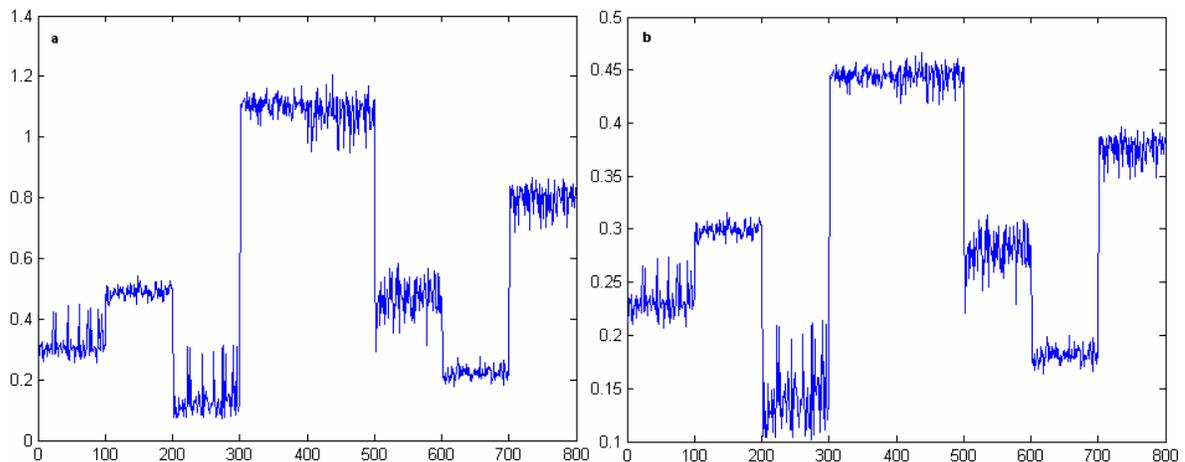


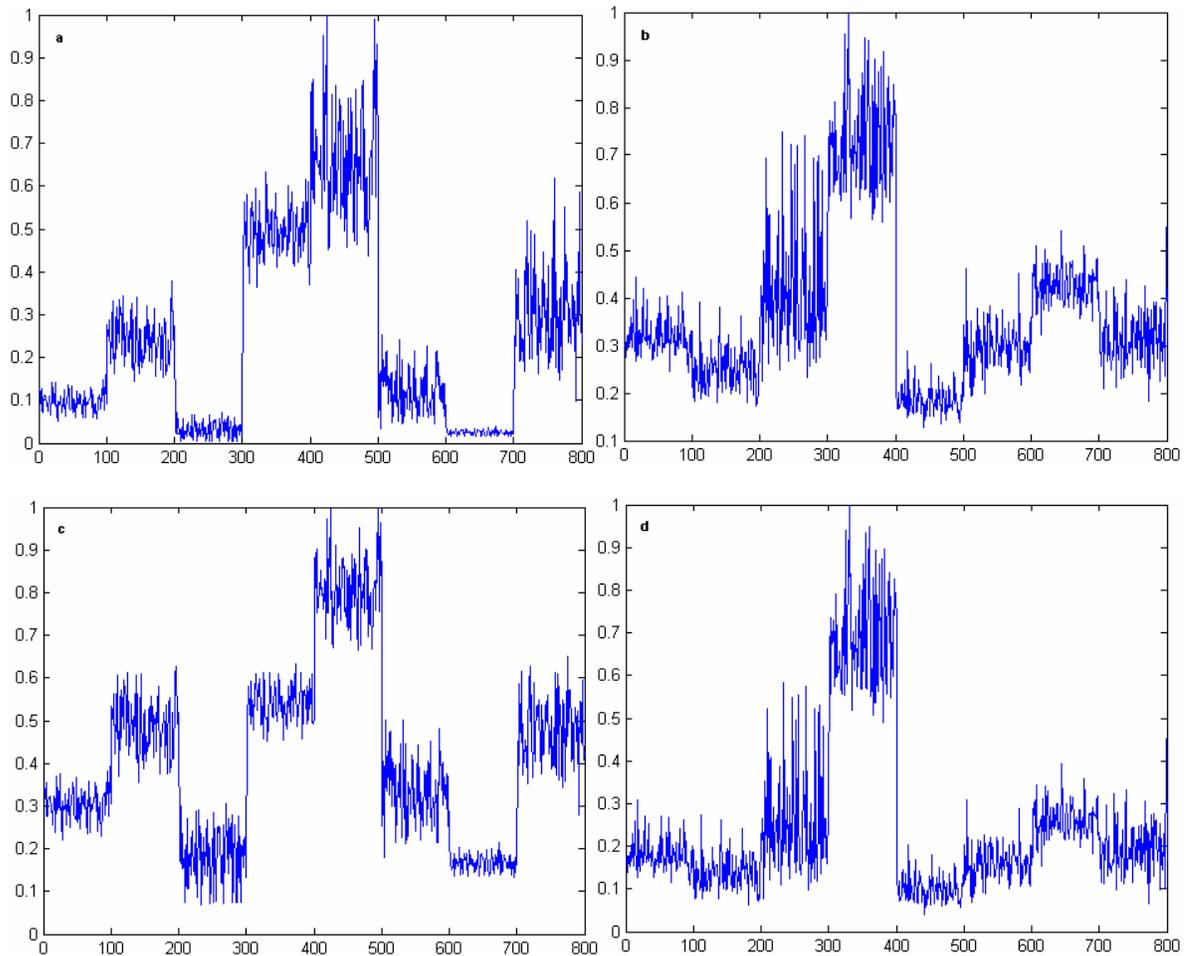
Figura V.2.1 a y b. Valores de las combinaciones de los rasgos contraste y desviación estándar utilizando como distancia entre sus valores: a) la distancia euclidiana y b) la distancia de Mahalanobis.

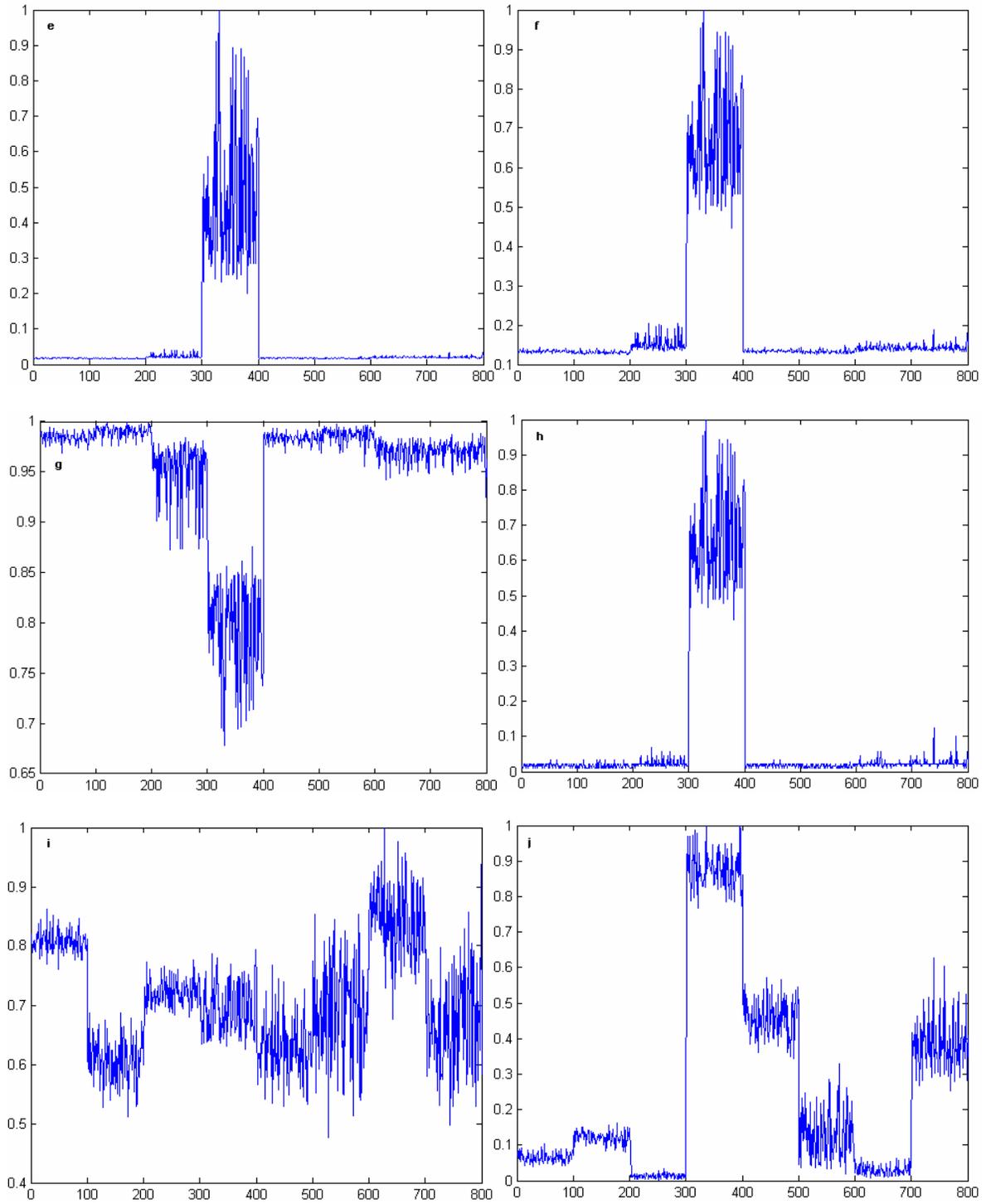
En la figura V.2.1 a y b puede verse que los gráficos obtenidos a partir de la combinación de los rasgos contraste y desviación estándar no separan las clases de textura 2 y 6, y 4 y 5.

como los gráficos están normalizados respecto al valor máximo de cada una de las clases de textura al utilizar ambas distancias no se obtiene diferencias significativas, sin embargo note el efecto de la amplitud en el gráfico de la figura V.2.1 a, debido a que la distancia euclidiana es sensible a la escala de los valores involucrados.

V.3 Gráficos de los valores de los 12 rasgos de textura basados en la GLCM obtenidos con tamaño de bloque de 16X16 píxeles

En este anexo se presentan los gráficos de los 12 rasgos de textura individuales obtenidos para las 8 clases de textura utilizando un tamaño de bloque de 16X16 píxeles. Note el efecto del tamaño del bloque en la variabilidad en las clases de textura.





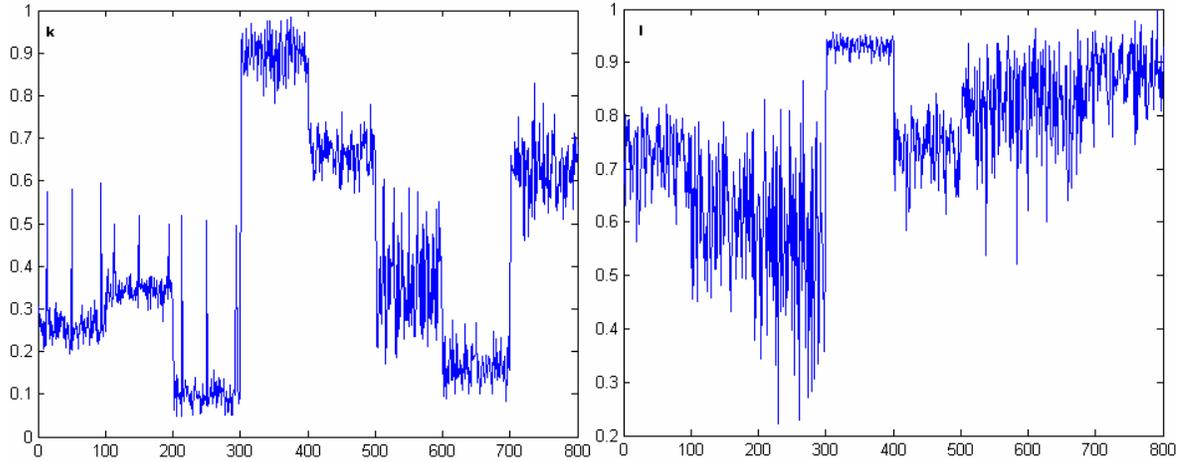


Figura V.3.1 a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l. Valores de los 12 rasgos de textura para las 8 clases de textura estándares: a) contraste, b) similitud, c) disimilitud, d) homogeneidad, e) asm, f) energía, g) entropía, h) máxima probabilidad, i) media, j) varianza, k) desviación estándar, l) correlación. Tamaño de bloque: 16X16 píxeles.

Note el efecto amplificado de la variabilidad en las clases de textura que atenta contra la decisión de pertenencia a clases debido a la influencia de las subimágenes *outliers* en el tamaño de bloque.

Anexo VI Gráficos de los 12 rasgos de textura basados en la GLCM. Análisis multiresolución

En este anexo se presentan los gráficos de los 12 rasgos de textura basados en la GLCM obtenidos a partir de las clases de textura codificadas, para realizar un análisis sobre la discriminación entre las 8 clases de textura seleccionadas. En el anexo VI.1 se muestran los gráficos representando los valores de los rasgos individuales obtenidos a partir de las imágenes de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 2 niveles de descomposición y en el anexo VI.2 la combinación de los rasgos con los que se obtuvieron los mejores resultados en cuanto a separabilidad y variabilidad presentados en el anexo VI.1. En el anexo VI.3 se muestran los gráficos representando los valores de los rasgos individuales obtenidos a partir de las imágenes de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 2 niveles de descomposición y en el anexo VI.4 la combinación de los rasgos con los que se obtuvieron los mejores resultados en cuanto a separabilidad y

variabilidad presentados en el anexo VI.3. En el anexo VI.5 se muestran los gráficos representando los valores de los rasgos obtenidos a partir de las imágenes de textura codificadas con la wavelets del tipo Daubechies 2 con 2 niveles de descomposición. Todos los gráficos se obtuvieron a partir de los valores que siguen la distribución aleatoria definida en el conjunto de entrenamiento, representan 100 valores del rasgo correspondiente para cada una de las clases de textura y están normalizados respecto al máximo de los valores del rasgo de textura correspondiente. Se realiza un análisis por inspección visual basado en los parámetros: separabilidad entre clases y variabilidad en las clases, y asociado a este término la pertenencia a clases.

VI.1 Codificación basada en la pirámide Gaussiana

A continuación se presentan los gráficos de los 12 rasgos de textura individuales, obtenidos para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 y 2 niveles de descomposición. En cada figura se presentan 4 gráficos, 2 representando los valores del rasgo obtenidos a partir de subimágenes de 16X16 y 32X32 píxeles y 2 representando los valores del rasgo obtenidos a partir de subimágenes de 8X8 y 16X16 píxeles, correspondientes a cada nivel de descomposición. Cada nivel de descomposición reduce el tamaño de las imágenes a la mitad. El análisis en este anexo se realiza mediante la inspección visual de los resultados gráficos obtenidos basado en los parámetros: separabilidad entre clases y variabilidad en las clases, al aplicar los rasgos propuestos a las imágenes codificadas con una pirámide Gaussiana con tamaños de bloque proporcionales a los tamaños utilizados en las imágenes sin codificar. Por ejemplo, para 1 nivel de descomposición el tamaño de la imagen se reduce a 256X256 píxeles, los tamaños de bloque utilizados son de 16X16 y 32X32 píxeles correspondientes a los tamaños 32X32 y 64X64 píxeles utilizados en las imágenes originales de 512X512 píxeles. En la figura VI.1.1 y VI.1.2 se muestran las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 y 2 niveles de descomposición respectivamente.

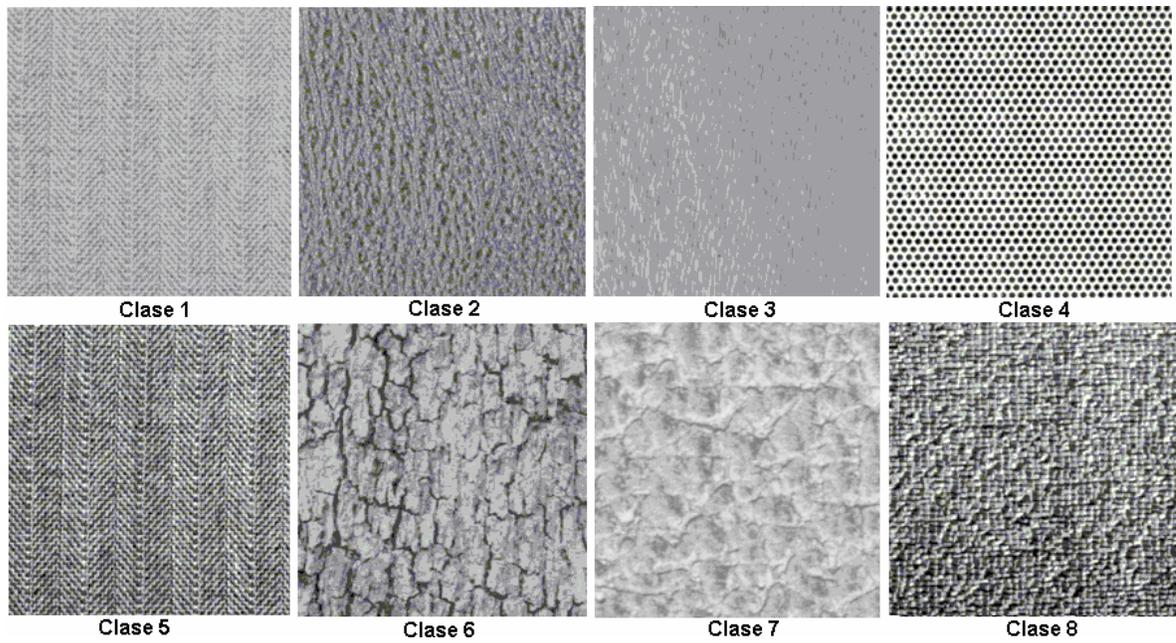


Figura VI.1.1. Clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición. Tamaño de cada clase de textura 256X256 píxeles.

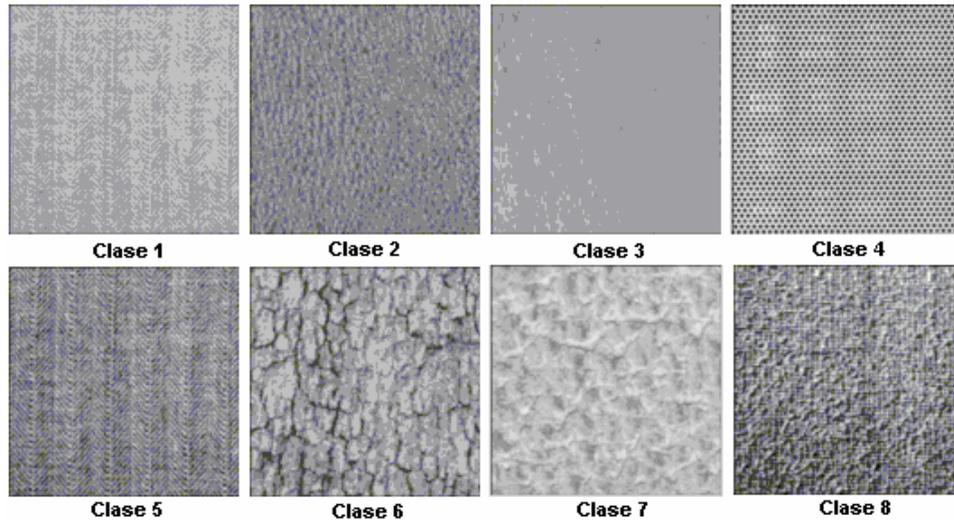


Figura VI.1.1. Clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 2 niveles de descomposición. Tamaño de cada clase de textura 128X128 píxeles.

VII.1 Contraste

En la figura VI.1.1.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo contraste para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

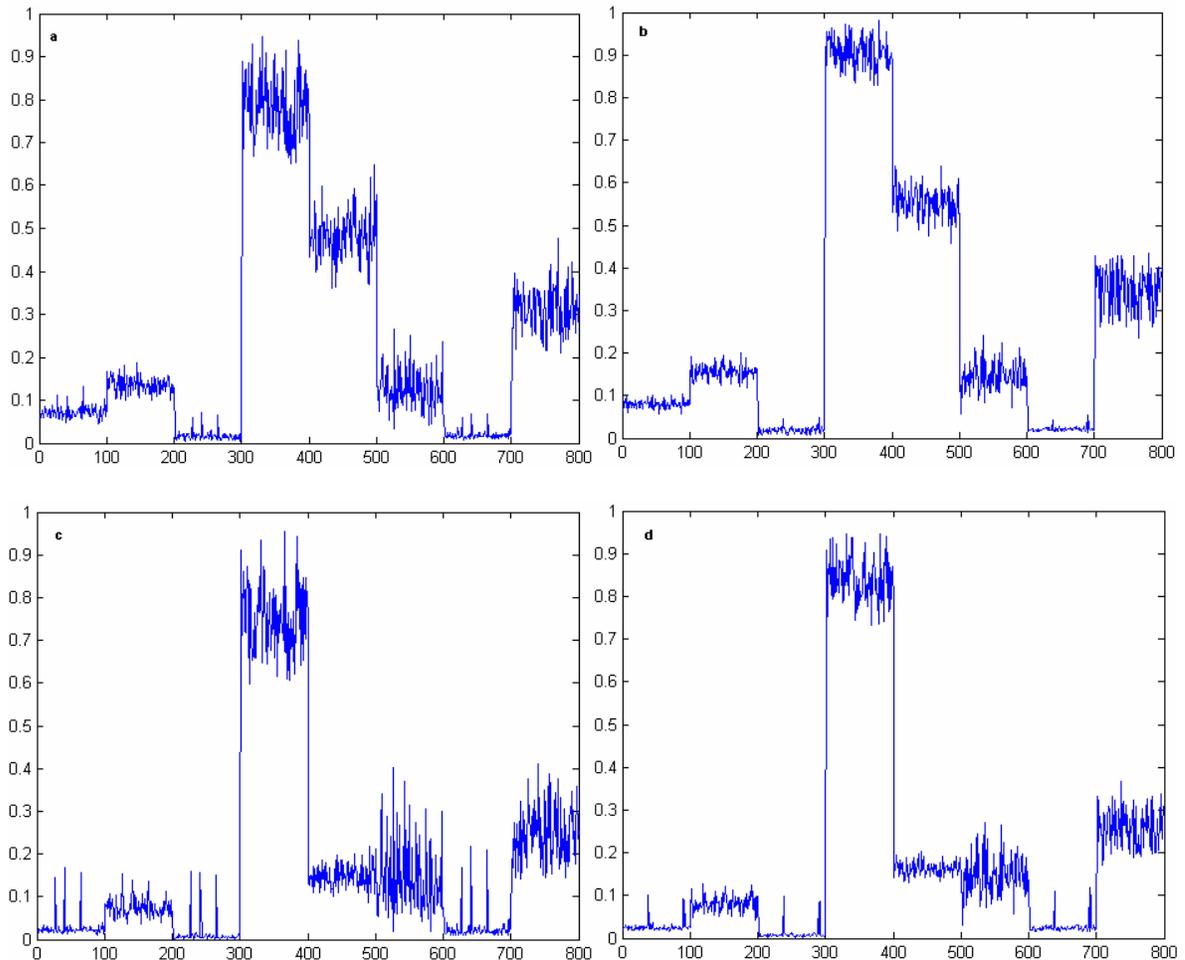


Figura VI.1.1.1 a, b, c y d. Valores del rasgo contraste para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.1.1.1 a, b, c y d, puede verse que los mejores resultados del rasgo contraste en cuanto a separabilidad y variabilidad se obtienen a partir de las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición y utilizando un

tamaño de bloque de 32X32 píxeles VI.1.1.1 b. El rasgo contraste no separa las clases de textura 2 y 6, y 3 y 7.

VI.1.2 Similitud

En la figura VI.1.2.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo similitud para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición.

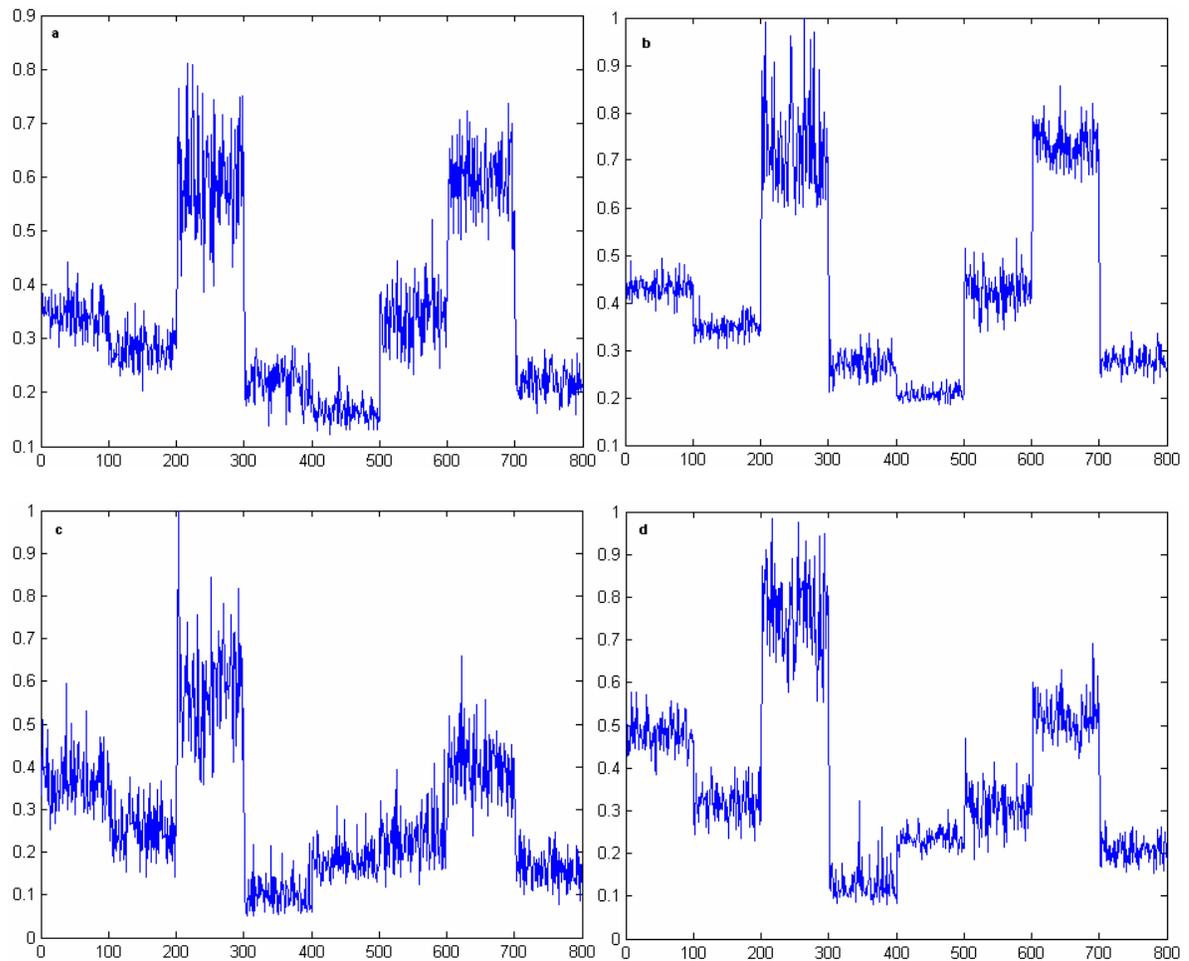


Figura VI.1.2.1 a, b, c y d. Valores del rasgo similitud para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

El gráfico de la figura VI.1.2.1 b, que representa los valores que se obtienen al aplicar el rasgo similitud a las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición y utilizando un tamaño de bloque de 32X32 píxeles, es el que mejor comportamiento presenta comparado con el resto de los gráficos de esta figura en cuanto a separabilidad y variabilidad. El rasgo similitud no separa las clases 1 y 6, 3 y 7, y 4 y 8, las clases 3 y 7 debido al efecto de la amplitud de la variabilidad de los valores en la clase 3.

VI.1.3 Disimilitud

En la figura VI.1.3.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo disimilitud para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

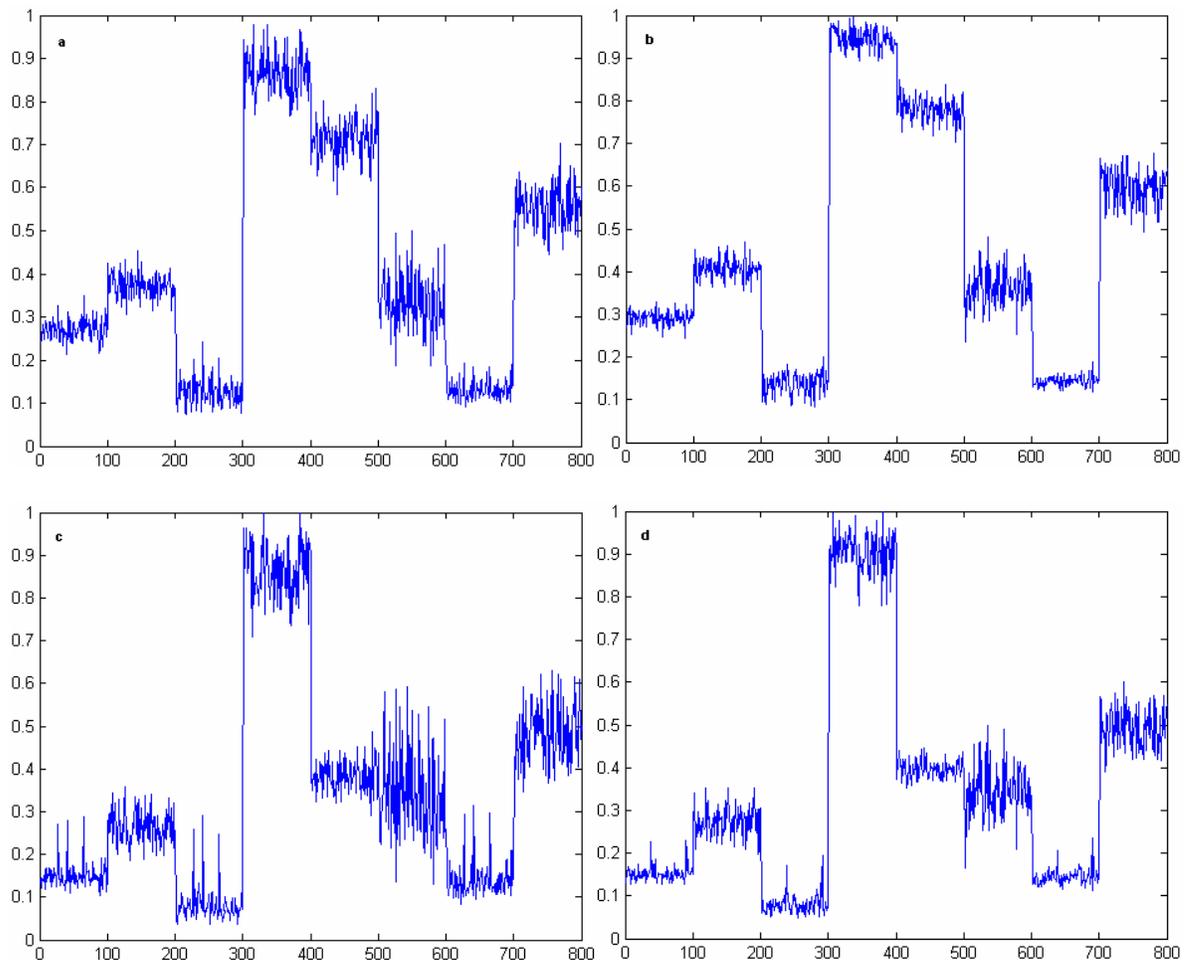
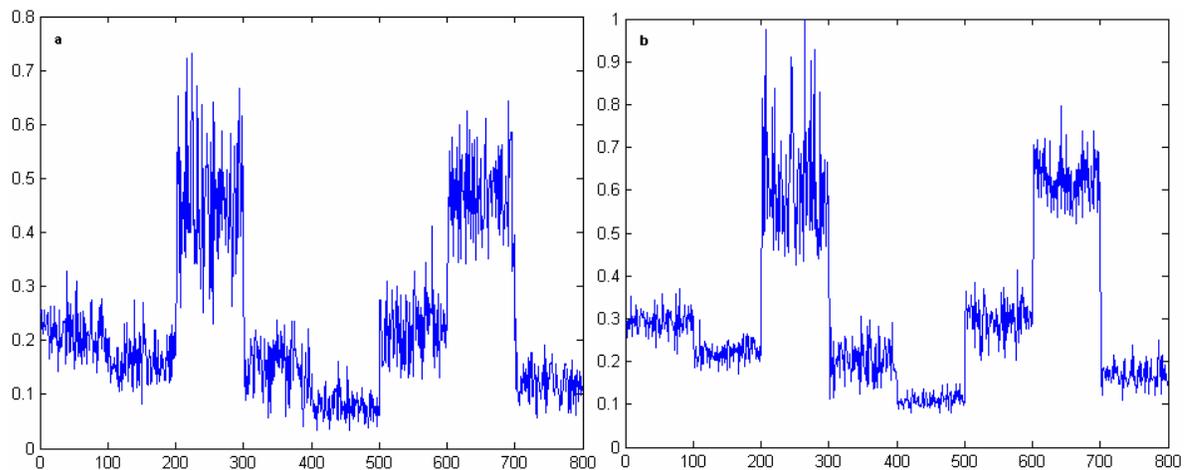


Figura VI.1.3.1 a, b, c y d. Valores del rasgo disimilitud para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

Como puede verse en la figura VI.1.3.1 a, b, c y d los mejores resultados en cuanto a separabilidad y variabilidad del rasgo disimilitud se obtienen al aplicarlo sobre las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición y con un tamaño de bloque de 32X32 píxeles, figura VI.1.3.1 b. Este rasgo no separa las clases 3 y 7, y la amplitud de la variabilidad de la clase 6 atenta contra la decisión de pertenencia a clases entre esta y las clases 2 y 1.

VI.1.4 Homogeneidad

En la figura VI.1.4.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo homogeneidad para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.



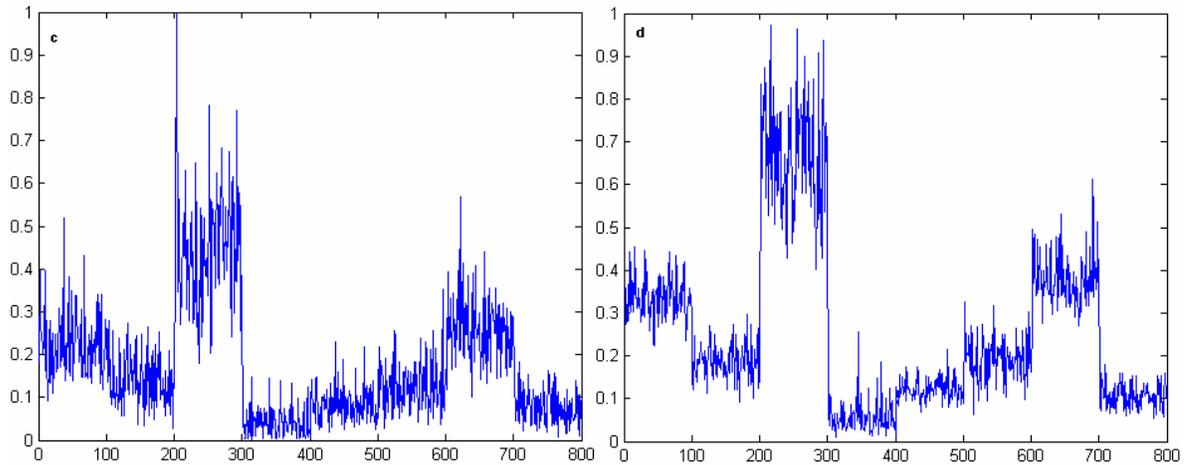


Figura VI.1.4.1 a, b, c y d. Valores del rasgo homogeneidad para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.1.4.1 a, b, c y d puede verse que los mejores resultados en cuanto a separabilidad y variabilidad se obtienen al aplicar el rasgo homogeneidad a las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición. En la figura VI.1.4.1 b, puede verse que el rasgo homogeneidad no separa las clases de textura 1 y 6, 2 y 4, 3 y 7, y que debido a la poca separabilidad entre la mayoría de las clases la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia de algunos valores entre las clases.

VI.1.5 Asm

En la figura VI.1.5.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo asm para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

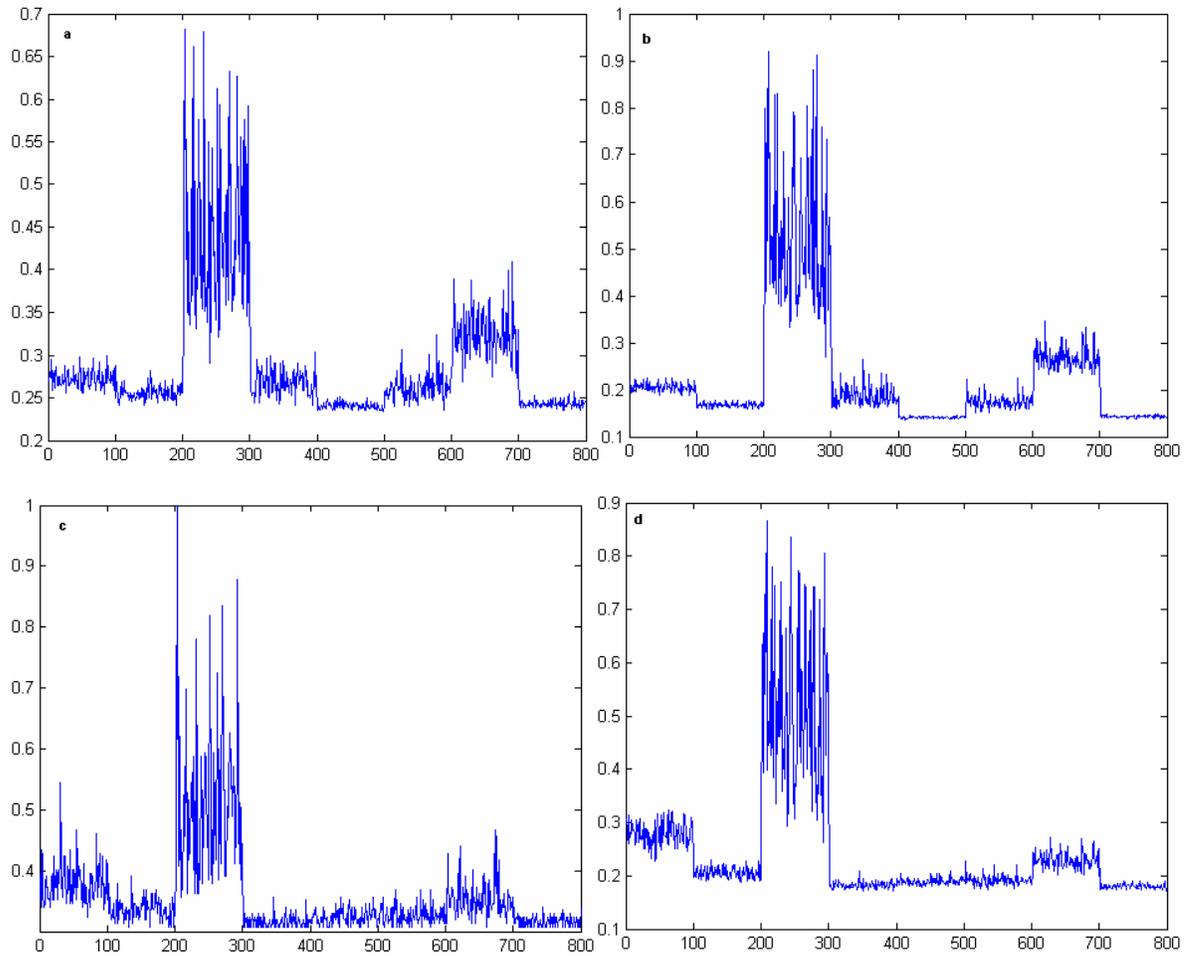


Figura VI.1.5.1 a, b, c y d. Valores del rasgo asm para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

Note en la figura VI.1.5.1 a, b, c y d, que el mejor comportamiento del rasgo asm en cuanto a separabilidad y variabilidad se obtiene a partir de las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición y utilizando una tamaño de bloque de 32X32 píxeles. En la figura VI.1.5.1 b, puede verse que el rasgo no separa las clases de textura 1 y 4, y 2 y 6, y debido a que la separabilidad entre clases no es buena el efecto de la variabilidad en las clases 4 y 6 influye en la decisión de pertenencia entre las clases.

VI.1.6 Energía

En la figura VI.1.6.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo energía para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

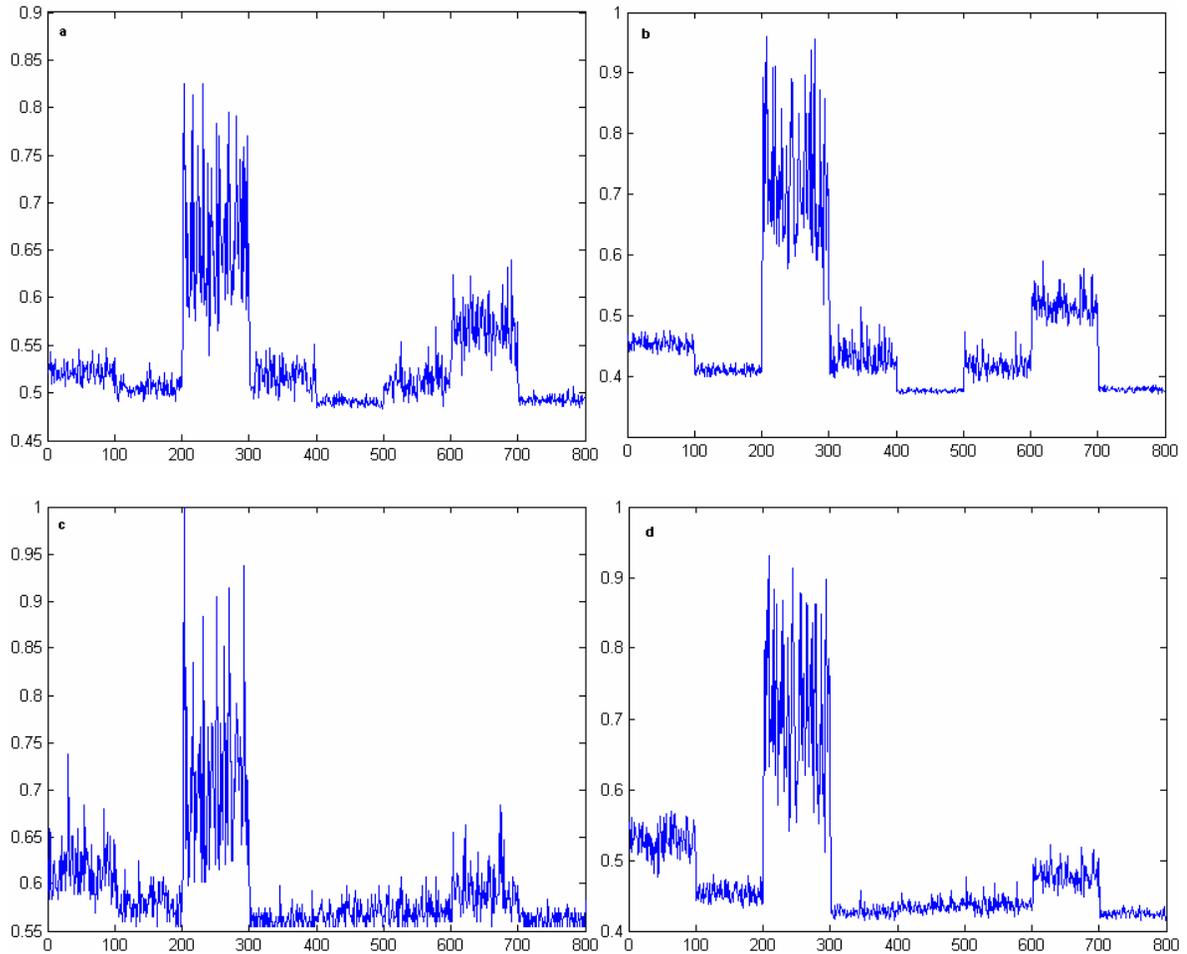


Figura VI.1.6.1 a, b, c y d. Valores del rasgo energía para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.1.6.1 a, b, c y d, puede verse que los mejores resultados en cuanto a separabilidad y variabilidad se obtienen al aplicar el rasgo energía a las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición, figura VI.1.6.1 b. En esta figura puede verse que este rasgo no separa las clases de textura 1 y 4, y 2 y 6, y debido

a que la separabilidad entre clases no es buena el efecto de la variabilidad en las clases 4 y 6 influye en la decisión de pertenencia entre las clases. Los rasgos asm y energía se diferencian solo en un factor de escala, la energía se define como la raíz cuadrada del asm.

VI.1.7 Entropía

En la figura VI.1.7.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo entropía para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

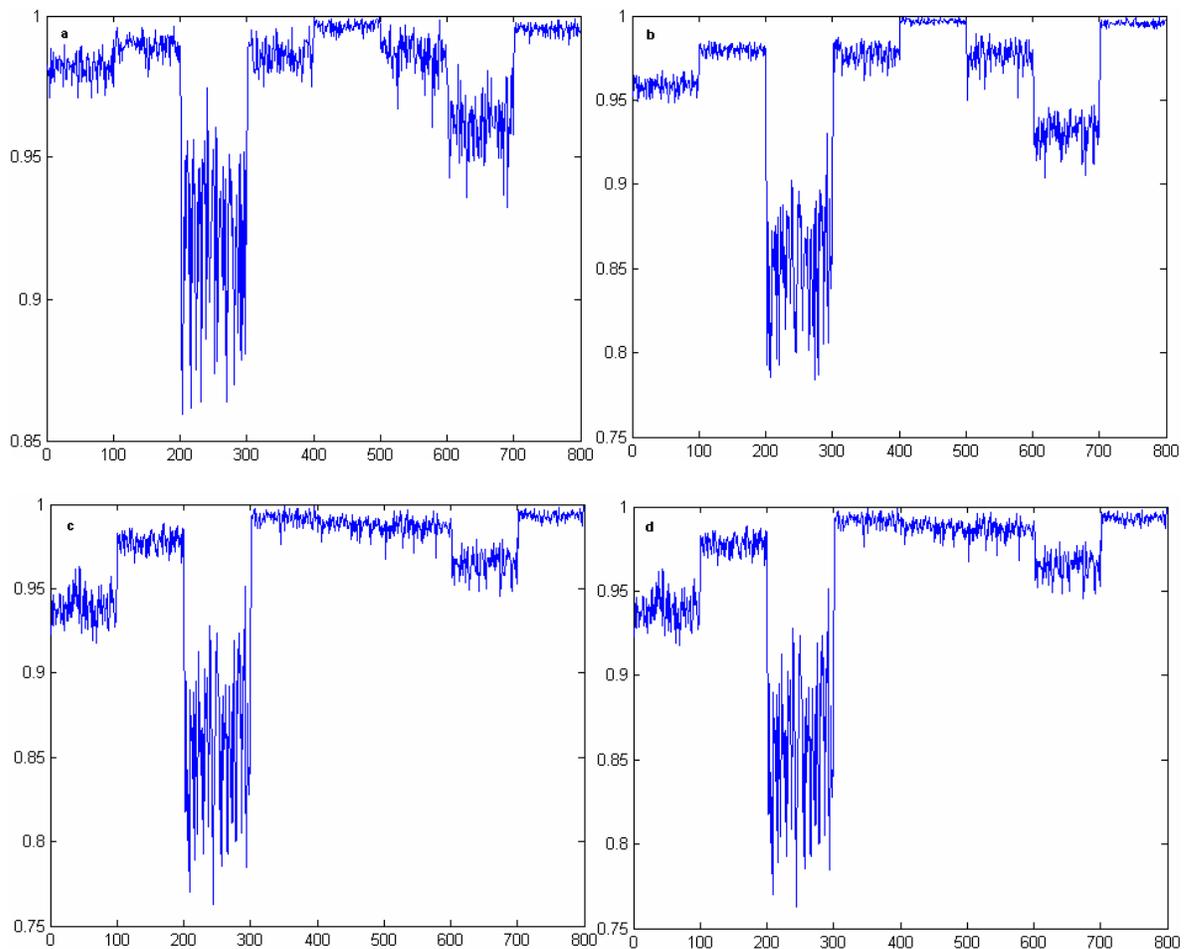


Figura VI.1.7.1 a, b, c y d. Valores del rasgo entropía para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

Note en la figura VI.1.7.1 a, b, c y d, que el comportamiento del rasgo entropía en cuanto a la separabilidad entre las clases de textura es malo, la separabilidad entre cada una de las clases es poca por lo que la variabilidad en las clases de textura sobre el resto de las clases se convierte en un inconveniente importante. El mejor comportamiento se obtiene al aplicar este rasgo a las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición y un tamaño de bloque de 32X32 píxeles, figura VI.1.7.1 b.

VI.1.8 Máxima probabilidad

En la figura VI.1.8.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo máxima probabilidad para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

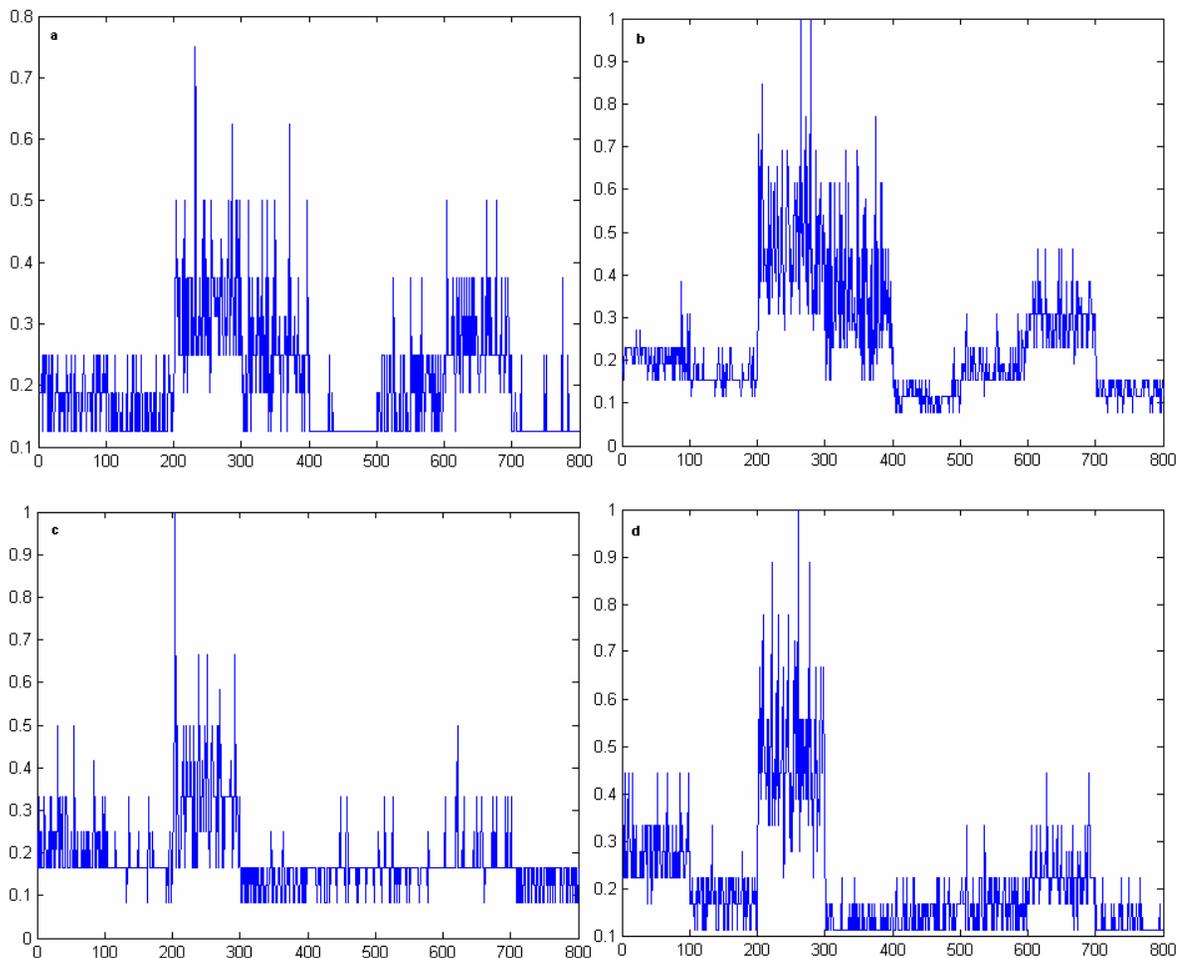


Figura VI.1.8.1 a, b, c y d. Valores del rasgo máxima probabilidad para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.1.8.1 a, b, c y d, puede verse que el comportamiento del rasgo máxima probabilidad en cuanto a separabilidad entre las clases de textura y variabilidad en las clases de textura es malo.

VI.1.9 Media

En la figura VI.1.9.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo media para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

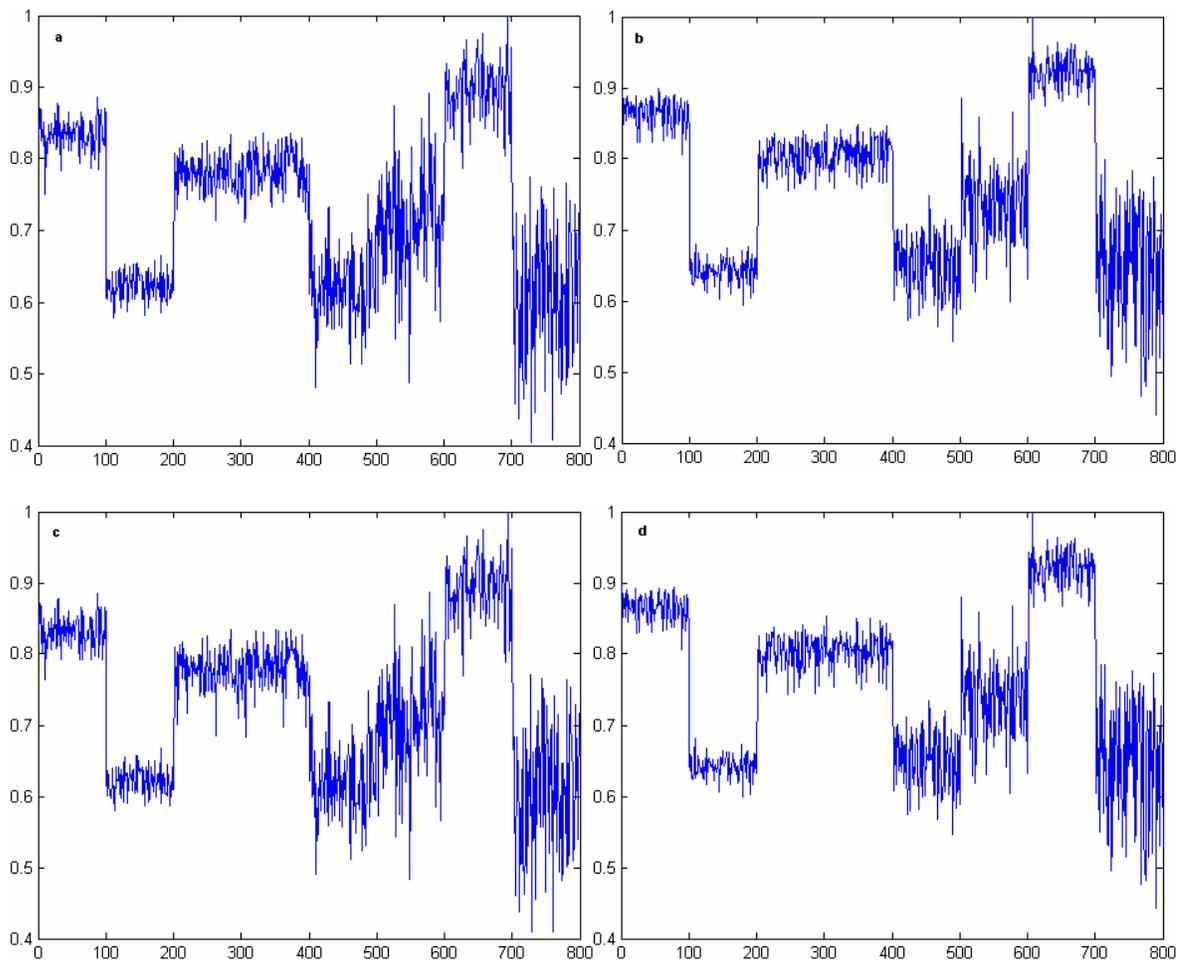


Figura VI.1.9.1 a, b, c y d. Valores del rasgo media para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

Note en la figura VI.1.9.1 a, b, c y d, que el comportamiento del rasgo media es malo en cuanto a separabilidad entre clases y que la amplitud de la variabilidad en las clases de textura es considerable.

VI.1.10 Varianza

En la figura VI.1.10.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo varianza para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

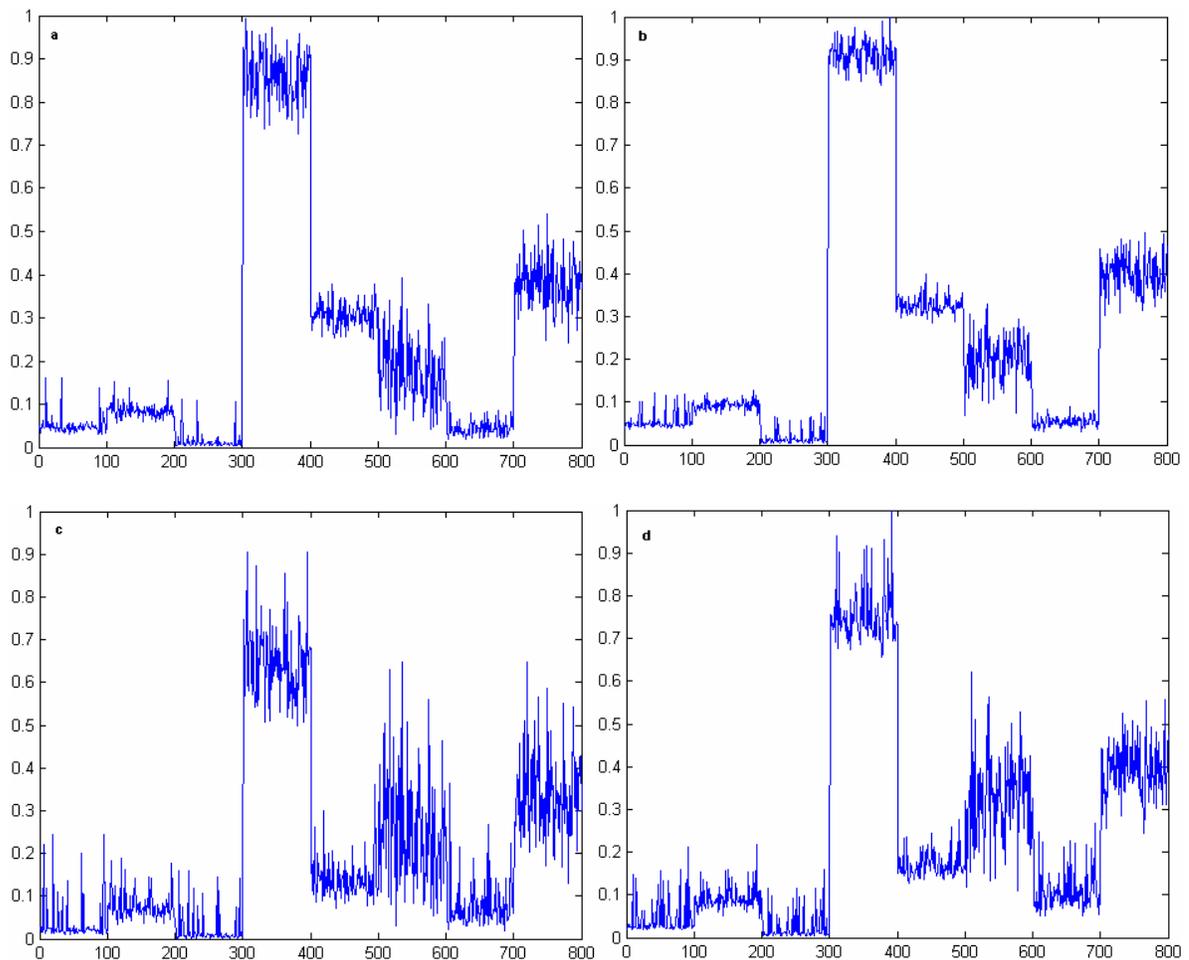
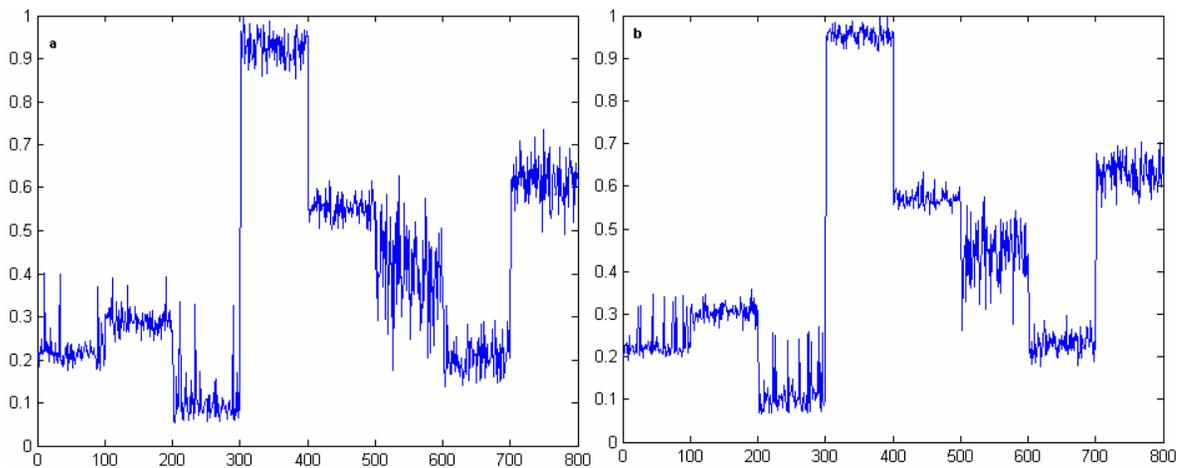


Figura VI.1.10.1 a, b, c y d. Valores del rasgo varianza para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.1.10.1 a, b, c y d, puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo varianza que el mejor resultado, en cuanto a separabilidad y variabilidad, se obtiene al utilizar las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición y un tamaño de bloque de 32X32 píxeles, figura VI.1.10.1 b. La amplitud de la separabilidad entre las clases 1, 2, 3, y 7 hace que la variabilidad en estas clases atente contra la pertenencia a clases de algunos valores.

VI.1.11 Desviación estándar

En la figura VI.1.11.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo desviación estándar para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.



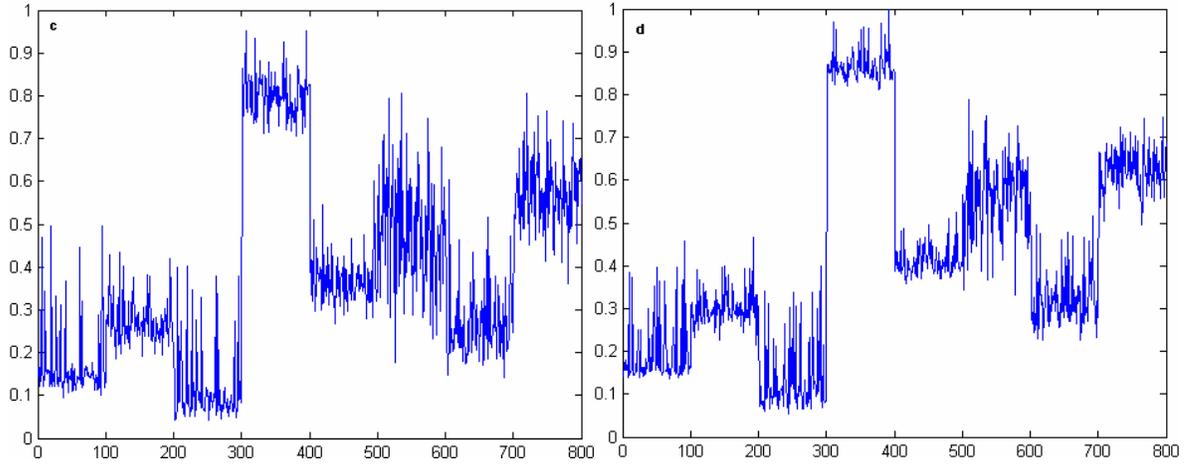
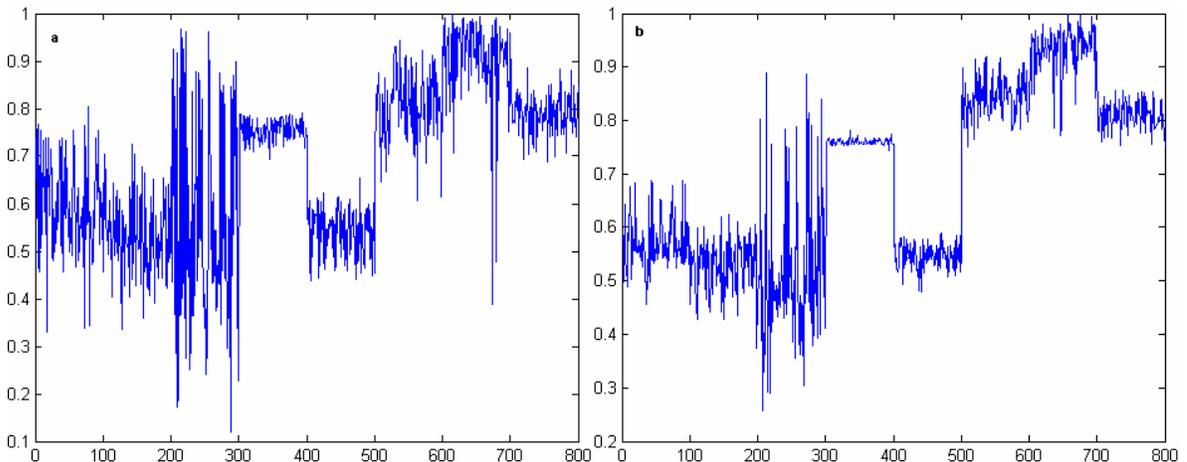


Figura VI.1.11.1 a, b, c y d. Valores del rasgo desviación estándar para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

El comportamiento del rasgo desviación estándar es similar al del rasgo varianza debido a que la desviación estándar se define como la raíz cuadrada de la varianza. Estos rasgos solo difieren en un factor de escala.

VI.1.12 Correlación

En la figura VI.1.12.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo correlación para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.



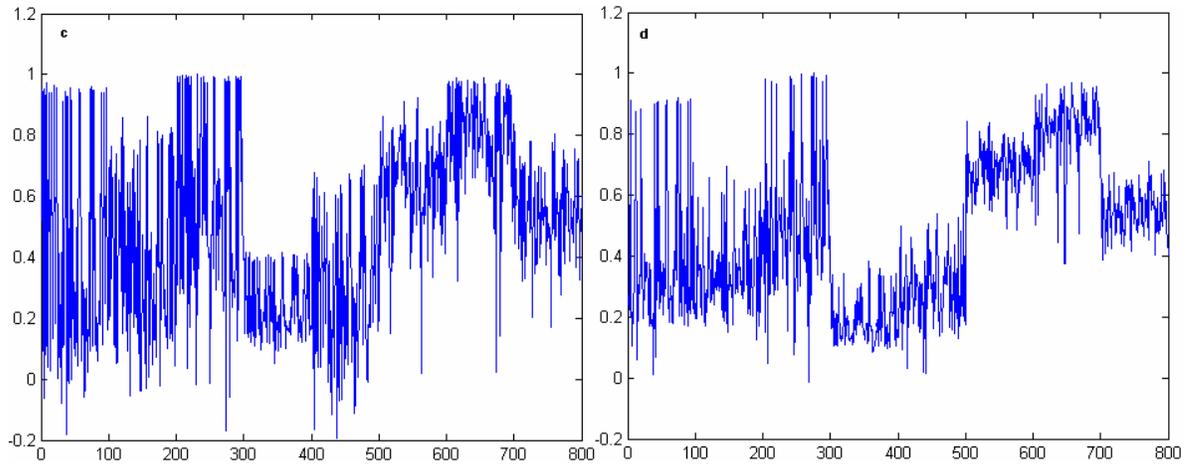


Figura VI.1.12.1 a, b, c y d. Valores del rasgo correlación para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.1.12.1 a, b, c y d puede verse que el comportamiento del rasgo correlación es malo en cuanto a separabilidad entre clases y que la amplitud de la variabilidad en las clases de textura debido al efecto de los *outliers* es considerable.

VI.2 Combinación de rasgos basados en la pirámide Gaussiana

A continuación se presentan las combinaciones de los rasgos que mejor comportamiento presentaron en el análisis individual. Con los valores de los rasgos se forman coordenadas espaciales y se determina la distancia de estos puntos al origen. Las dimensiones de estas coordenadas dependen del número de rasgos combinados, p . Se utilizó la distancia de Mahalanobis para obtener el gráfico de los vectores p -dimensionales respecto a las coordenadas $(0_1, \dots, 0_p)$. En la figura VI.2.1 se muestra el gráfico correspondiente a las combinaciones entre los rasgos contraste y disimilitud, obtenidos a partir de las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición y con un tamaño de bloque de 32X32 píxeles.

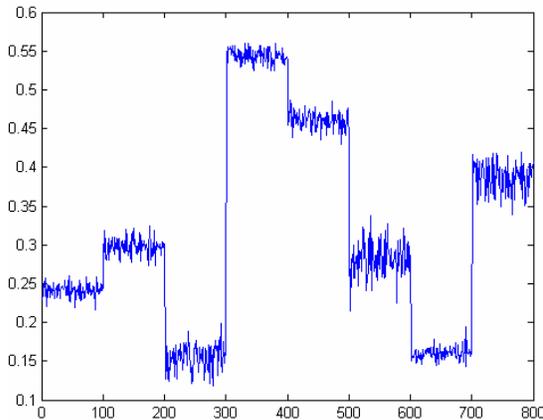


Figura VI.2.1. Valores de la combinación de los rasgos contraste-disimilitud para las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición. Tamaño de bloque utilizado, 32X32 píxeles.

En la figura VI.2.1 se muestra el gráfico que resulta al combinar los rasgos contraste y disimilitud para las clases de textura codificadas con la pirámide Gaussiana con 1 nivel de descomposición. Nótese que esta combinación no separa las clases de textura 2 y 6, y 3 y 7.

VI.3 Codificación basada en la pirámide Laplaciana

A continuación se presentan los gráficos de los 12 rasgos de textura individuales, obtenidos para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 y 2 niveles de descomposición. En cada figura se presentan 4 gráficos, 2 representando los valores del rasgo obtenidos a partir de subimágenes de 16X16 y 32X32 píxeles y 2 representando los valores del rasgo obtenidos a partir de subimágenes de 8X8 y 16X16 píxeles, correspondientes a cada nivel de descomposición. Cada nivel de descomposición representa la diferencia entre niveles consecutivos de la pirámide Gaussiana y reduce el tamaño de las imágenes a la mitad. El análisis en este anexo se realiza mediante la inspección visual de los resultados gráficos obtenidos basado en los parámetros: separabilidad entre clases y variabilidad en las clases, al aplicar los rasgos propuestos a las imágenes codificadas con la pirámide Laplaciana con tamaños de bloque proporcionales a los tamaños utilizados en las imágenes sin codificar. Por ejemplo para 1 nivel de descomposición el tamaño de la imagen se reduce a 256X256 píxeles, los tamaños de bloque utilizados son de 16X16 y 32X32 píxeles correspondientes a los tamaños 32X32 y 64X64 píxeles utilizados en las imágenes sin descomposición de 512X512 píxeles. En la figura VI.3.1 y VI.3.2 se muestran las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 y 2 niveles de descomposición respectivamente.

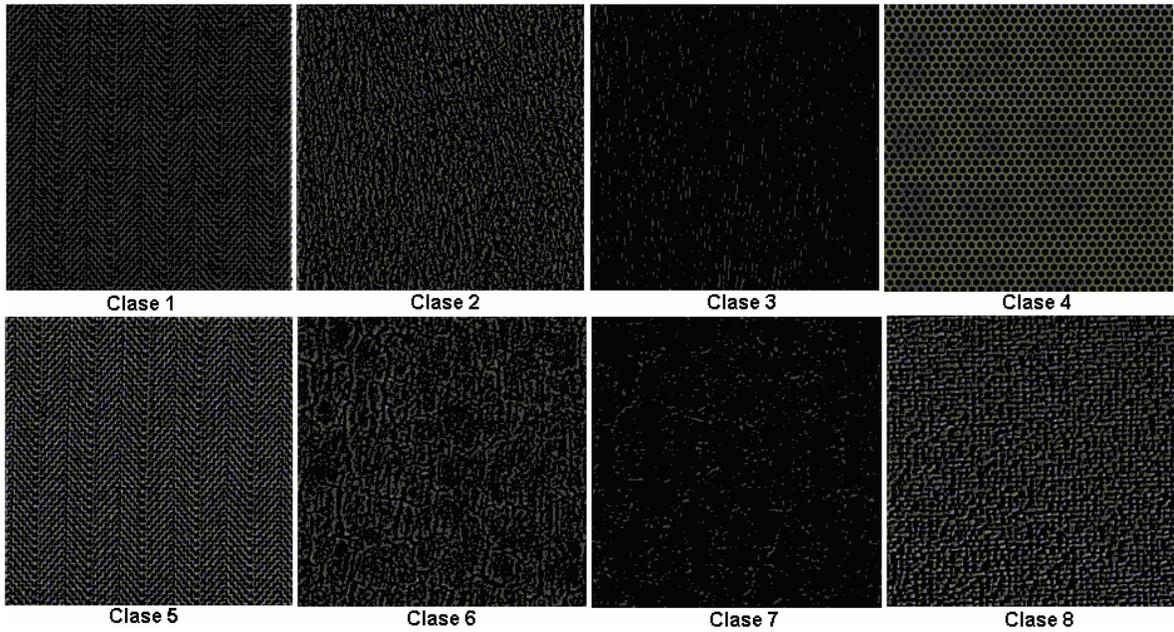


Figura VI.3.1. Clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición.

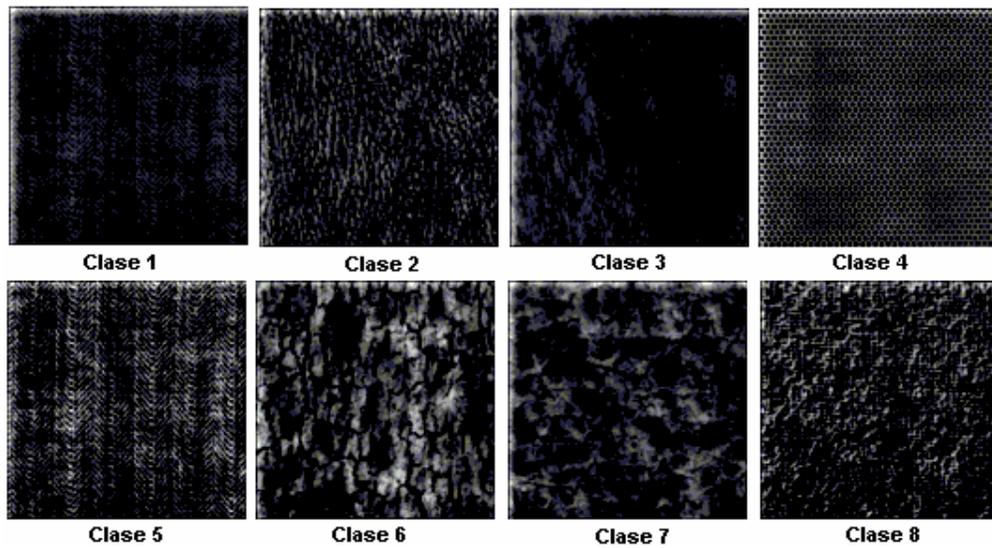


Figura VI.3.2. Clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 2 niveles de descomposición.

VI.3.1 Contraste

En la figura VI.3.1.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo contraste para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

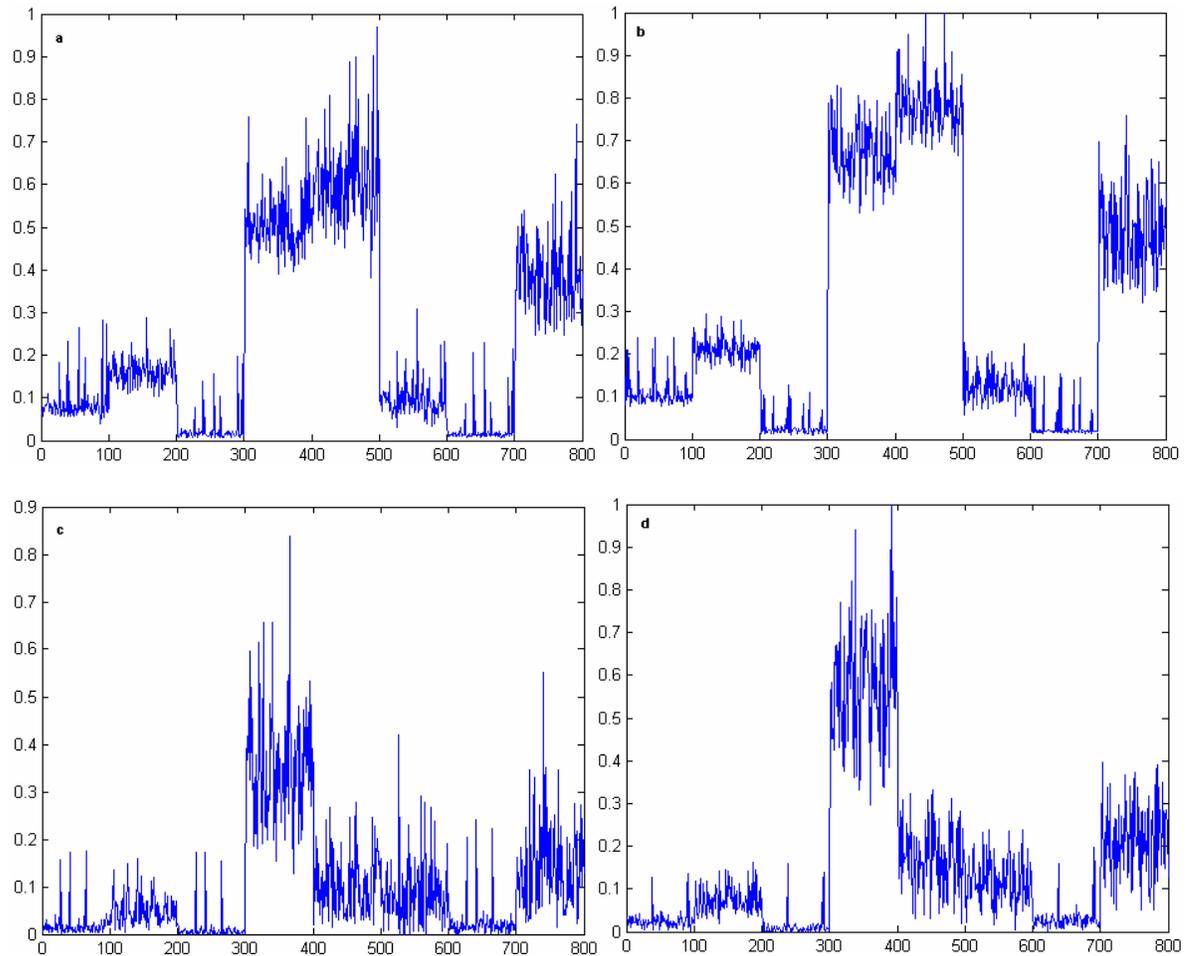


Figura VI.3.1.1 a, b, c y d. Valores del rasgo contraste para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.3.1.1 a, b, c y d, puede verse que los mejores resultados del rasgo contraste en cuanto a separabilidad y variabilidad se obtienen a partir de las clases de textura

codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición y utilizando un tamaño de bloque de 32X32 píxeles, figura VII.3.1.1 b. El rasgo contraste no separa las clases de textura 1 y 6, y 3 y 7. La poca separabilidad entre las clases 1, 2, 3, 6 y 7, y 4, 5 y 8 y la amplitud de la variabilidad influyen sobre la decisión de pertenencia entre estas clases.

VI.3.2 Similitud

En la figura VI.3.2.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo similitud para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

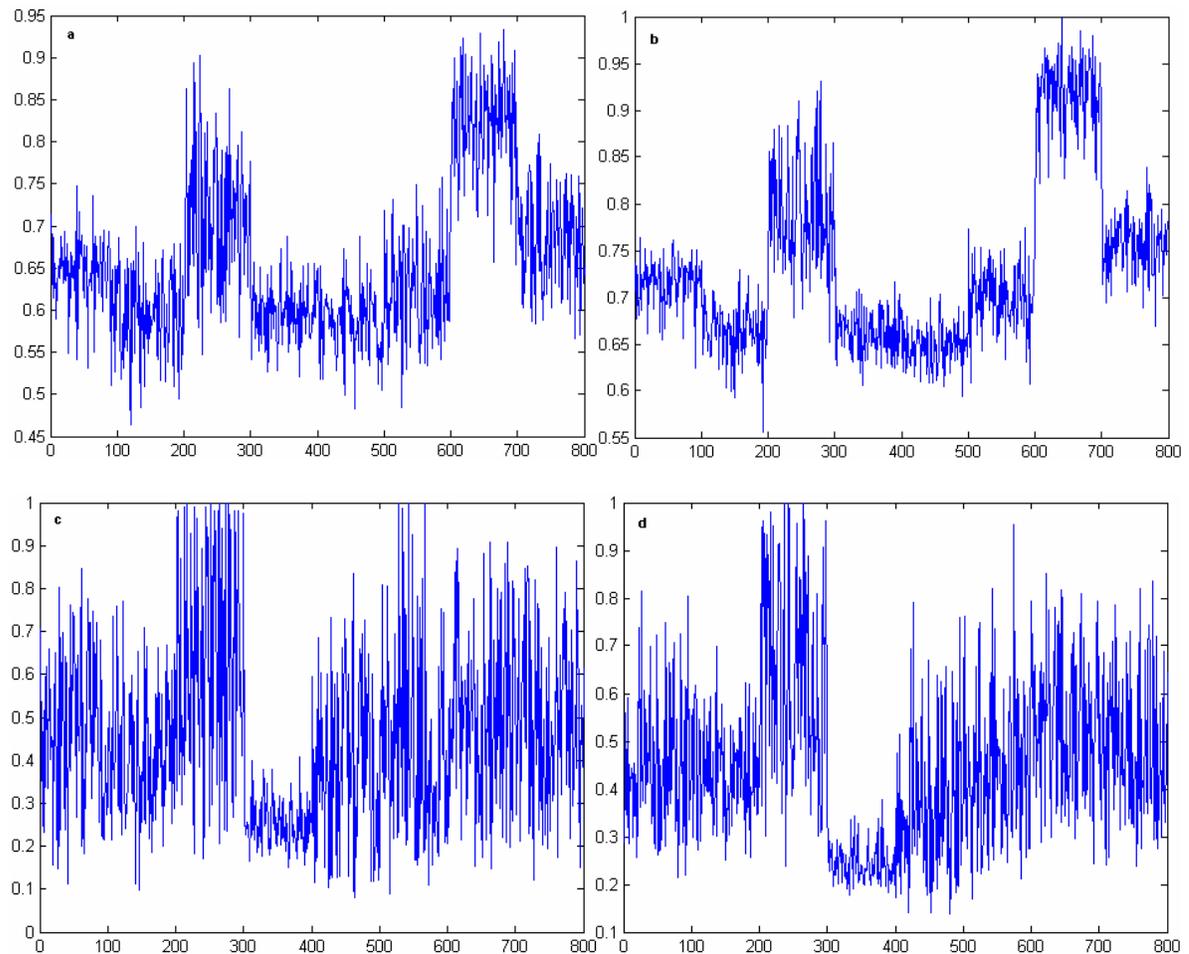
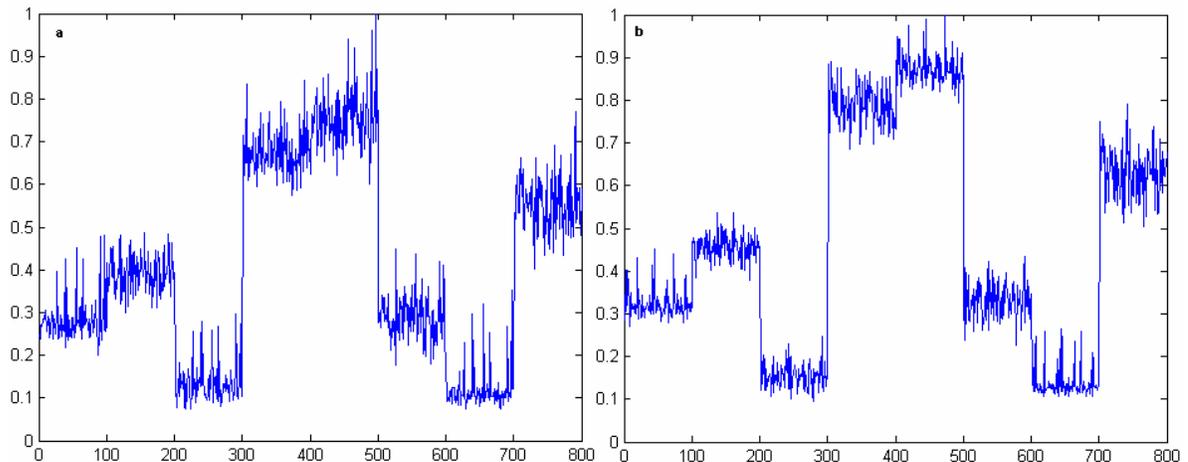


Figura VI.3.2.1 a, b, c y d. Valores del rasgo similitud para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

El gráfico de la figura VI.3.2.1 b, que representa los valores que se obtienen al aplicar el rasgo similitud a las clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición y utilizando un tamaño de bloque de 32X32 píxeles, es el que mejor comportamiento presenta comparado con el resto de los gráficos de esta figura en cuanto a separabilidad y variabilidad. La poca separabilidad y el efecto de la amplitud de la variabilidad de los valores entre las clase de textura atenta contra la decisión de pertenencia a clases.

VI.3.3 Disimilitud

En la figura VI.3.3.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo disimilitud para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.



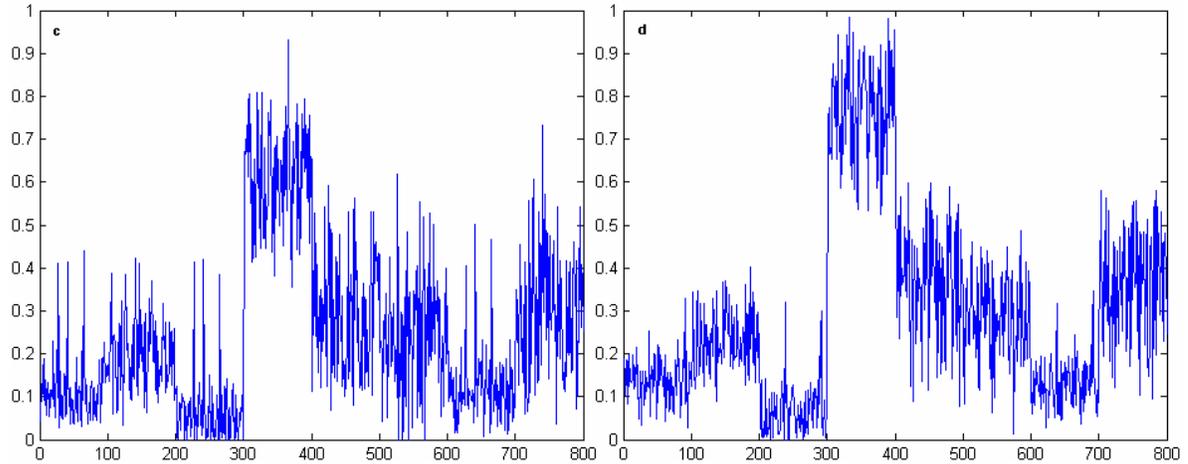


Figura VI.3.3.1 a, b, c y d. Valores del rasgo disimilitud para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

Como puede verse en la figura VI.3.3.1 a, b, c y d, los mejores resultados en cuanto a separabilidad y variabilidad del rasgo disimilitud se obtienen al aplicarlo sobre las clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición y con un tamaño de bloque de 32X32 píxeles, figura VI.3.3.1 b. Este rasgo no separa las clases 1 y 6, y 3 y 7. Y debido a la poca separabilidad y a la amplitud de la variabilidad también se presentan problemas de decisión de pertenencia a clases entre las clases 4 y 5.

VI.3.4 Homogeneidad

En la figura VI.3.4.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo homogeneidad para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

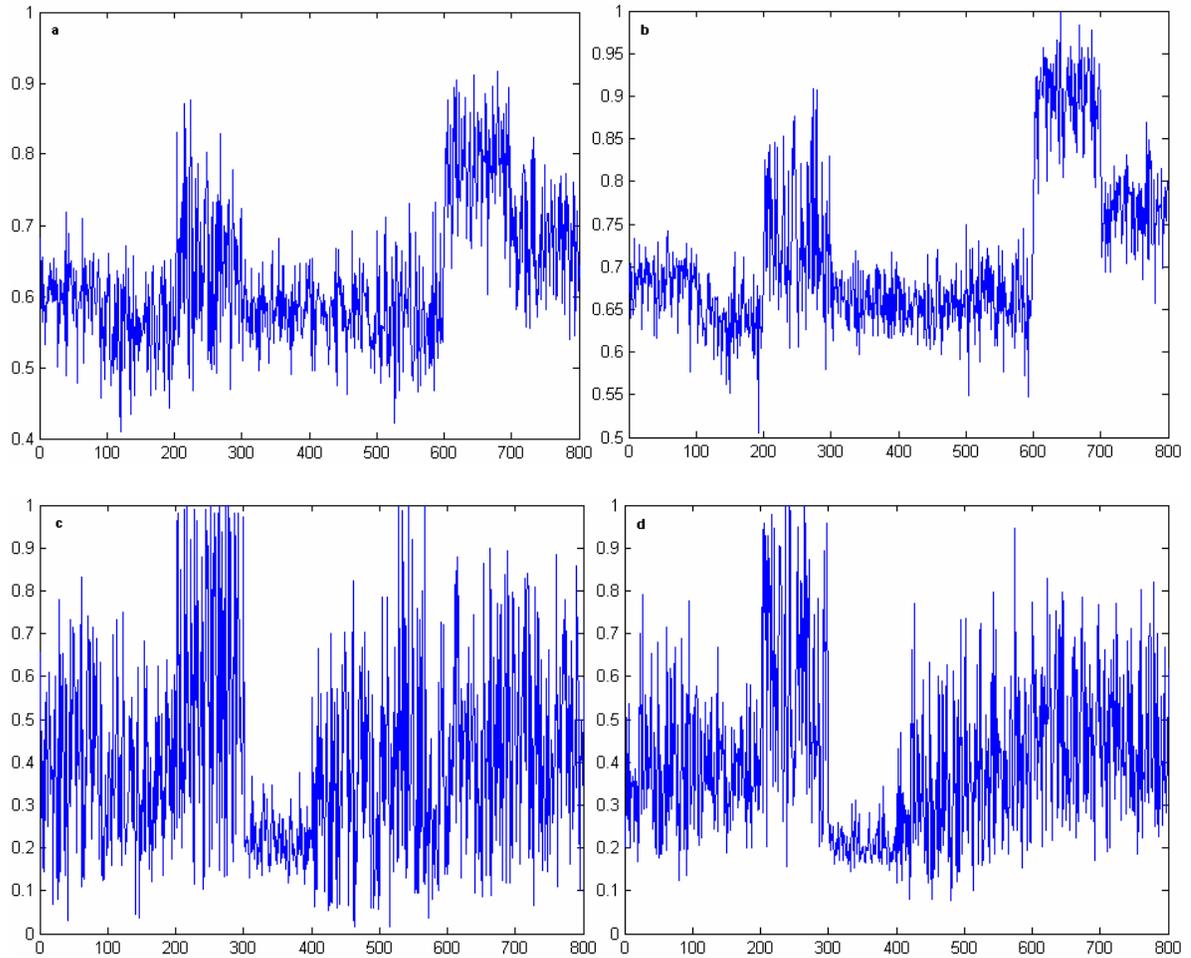


Figura VI.3.4.1 a, b, c y d. Valores del rasgo homogeneidad para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.3.4.1 b, que es la que mejor forma de onda presenta, puede verse que comportamiento del rasgo homogeneidad es malo en cuanto a separabilidad y variabilidad, pudiendo discernirse solo la clase de textura 7.

VI.3.5 Asm

En la figura VI.3.5.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo asm para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

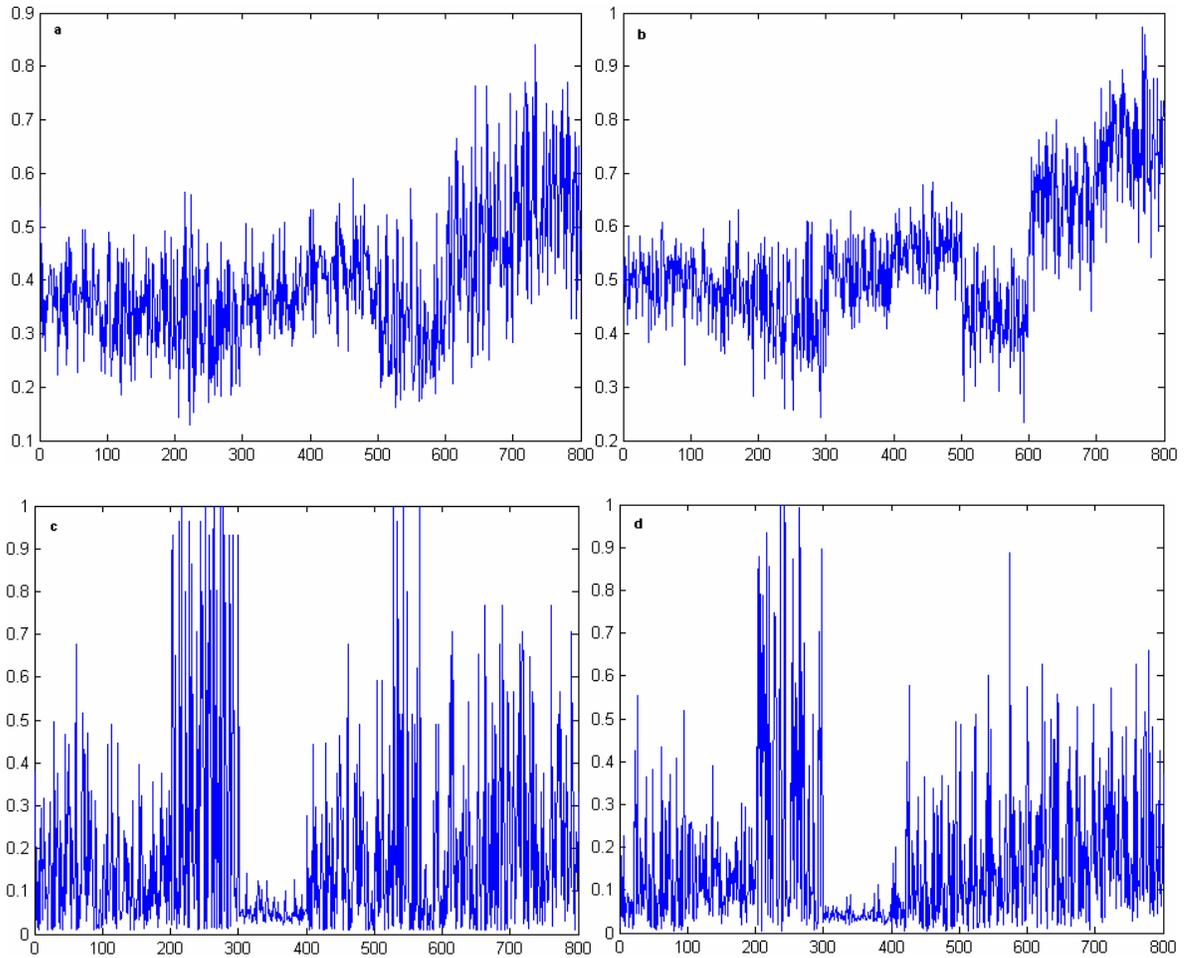


Figura VI.3.5.1 a, b, c y d. Valores del rasgo asm para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

Note en la figura VI.3.5.1 a, b, c y d que el comportamiento del rasgo asm en cuanto a separabilidad y variabilidades malo, y debido a que la separabilidad entre clases no es buena el efecto de la variabilidad en las clases influye en la decisión de pertenencia a clases.

VI.3.6 Energía

En la figura VI.3.6.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo energía para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

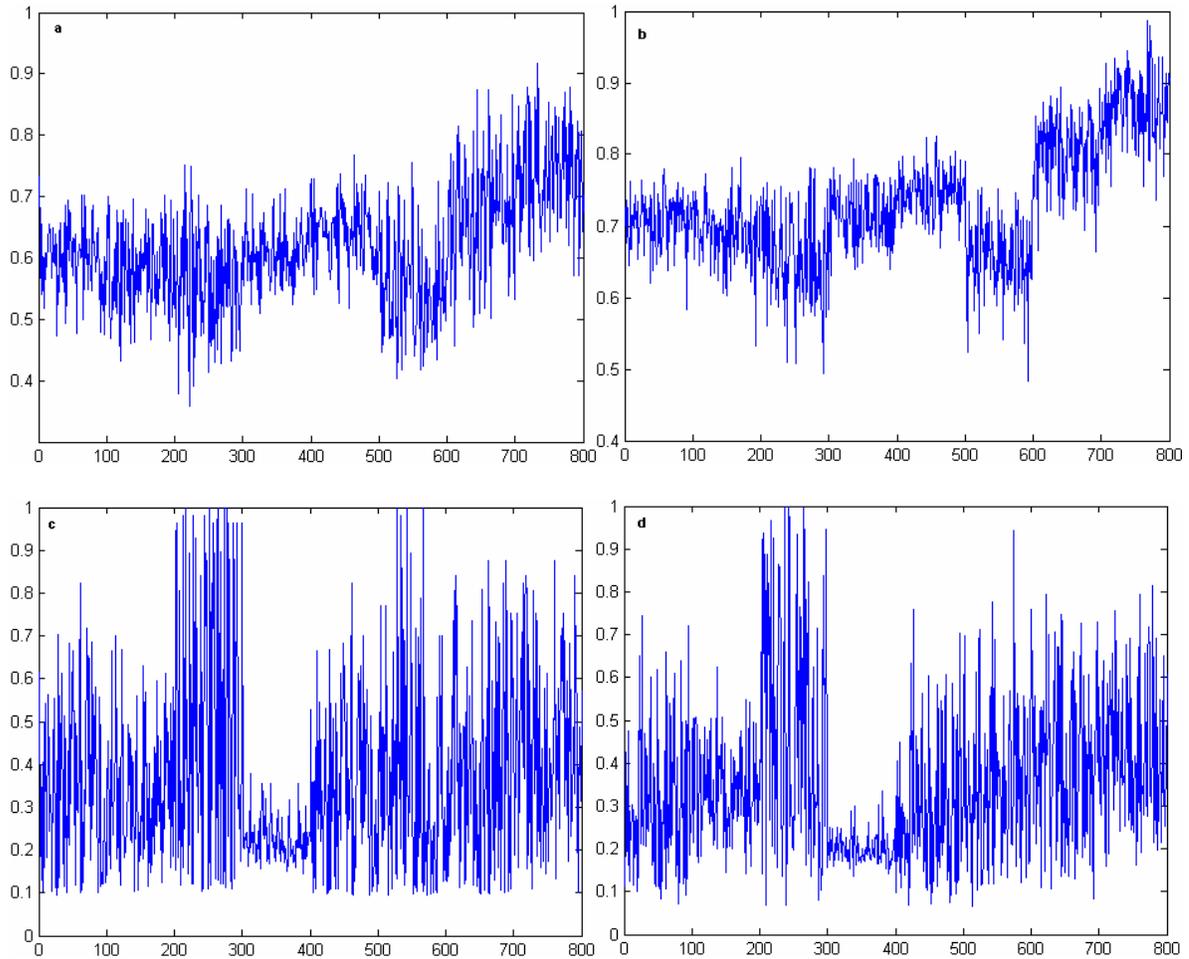


Figura VI.3.6.1 a, b, c y d. Valores del rasgo energía para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.3.6.1 a, b, c y d, puede verse que el comportamiento en cuanto a separabilidad y variabilidad que se obtiene al aplicar el rasgo energía a las clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana es malo. El comportamiento es similar al obtenido al utilizar el rasgo asm debido a que los mismos se diferencian solo en un factor de escala, la energía se define como la raíz cuadrada del asm.

VI.3.7 Entropía

En la figura VI.3.7.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo entropía para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 niveles (c y d) niveles de descomposición.

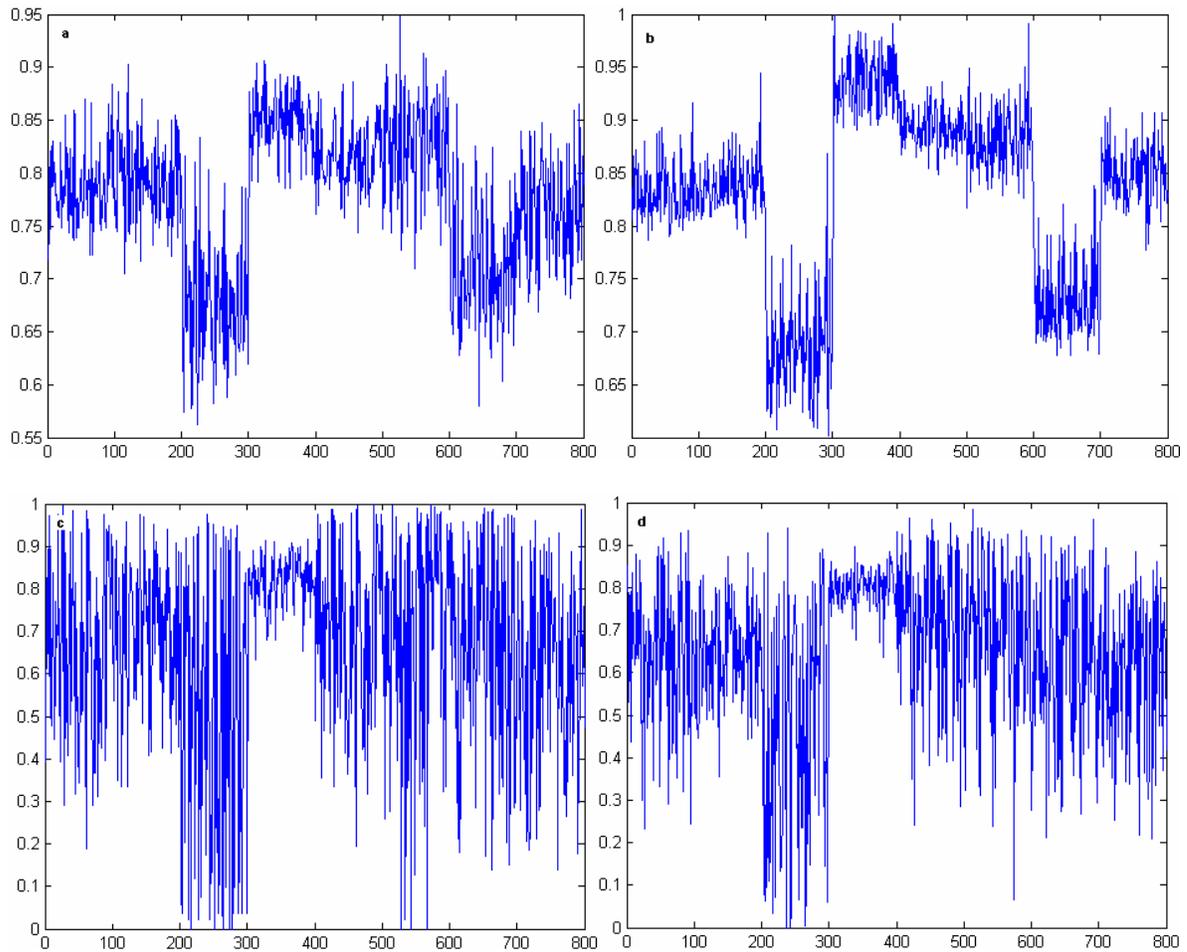


Figura VI.3.7.1 a, b, c y d. Valores del rasgo entropía para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

Note en la figura VI.3.7.1 a, b, c y d que el comportamiento del rasgo entropía en cuanto a separabilidad entre las clases de textura es malo, por lo que la variabilidad en las clases de textura sobre el resto de las clases se convierte en un inconveniente importante que influye en la decisión de pertenencia a clases.

VI.3.8 Máxima probabilidad

En la figura VI.3.8.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo máxima probabilidad para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición.

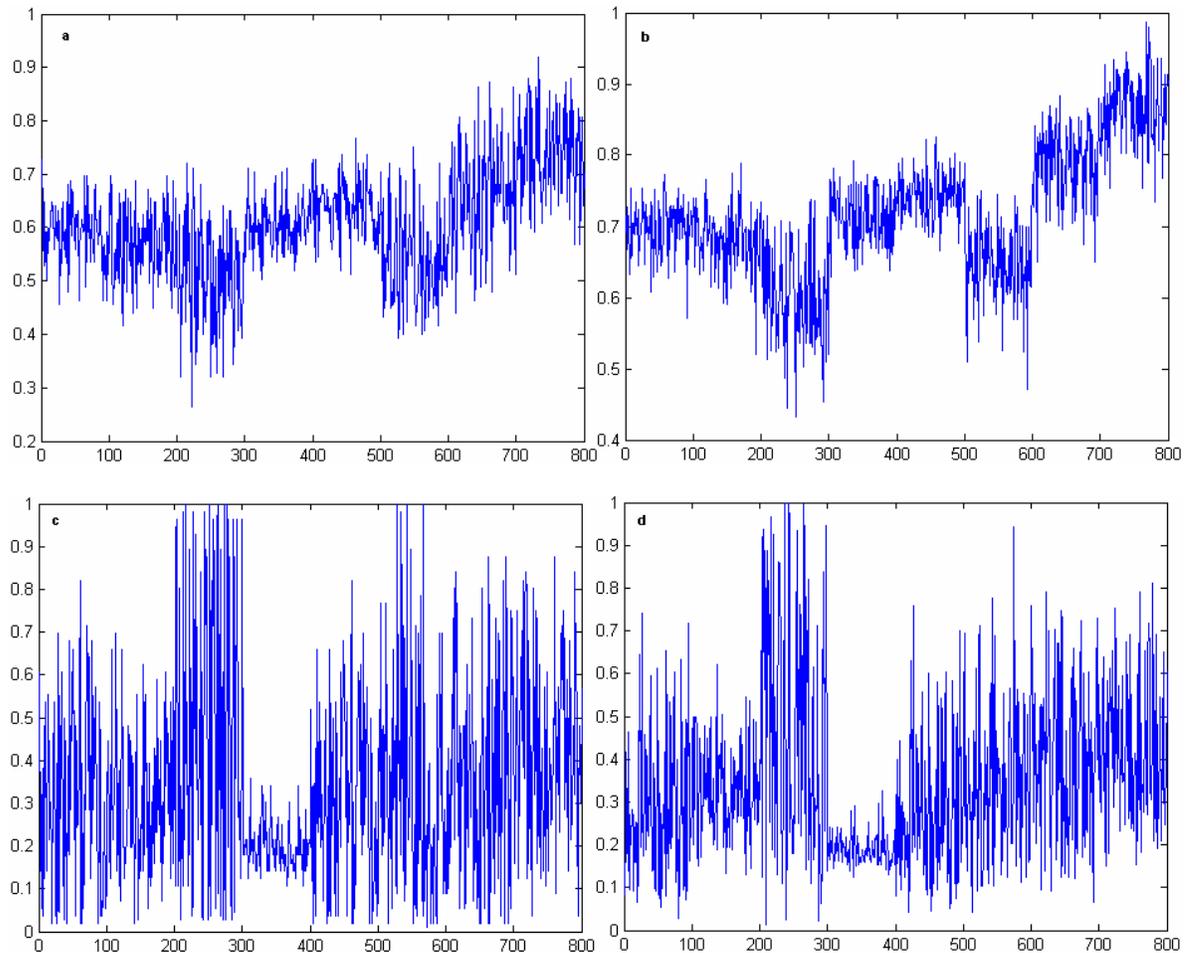


Figura VI.3.8.1 a, b, c y d. Valores del rasgo máxima probabilidad para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.3.8.1 a, b, c y d puede verse que el comportamiento del rasgo máxima probabilidad en cuanto a separabilidad entre las clases de textura y variabilidad en las clases de textura es malo.

VI.3.9 Media

En la figura VI.3.9.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo media para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

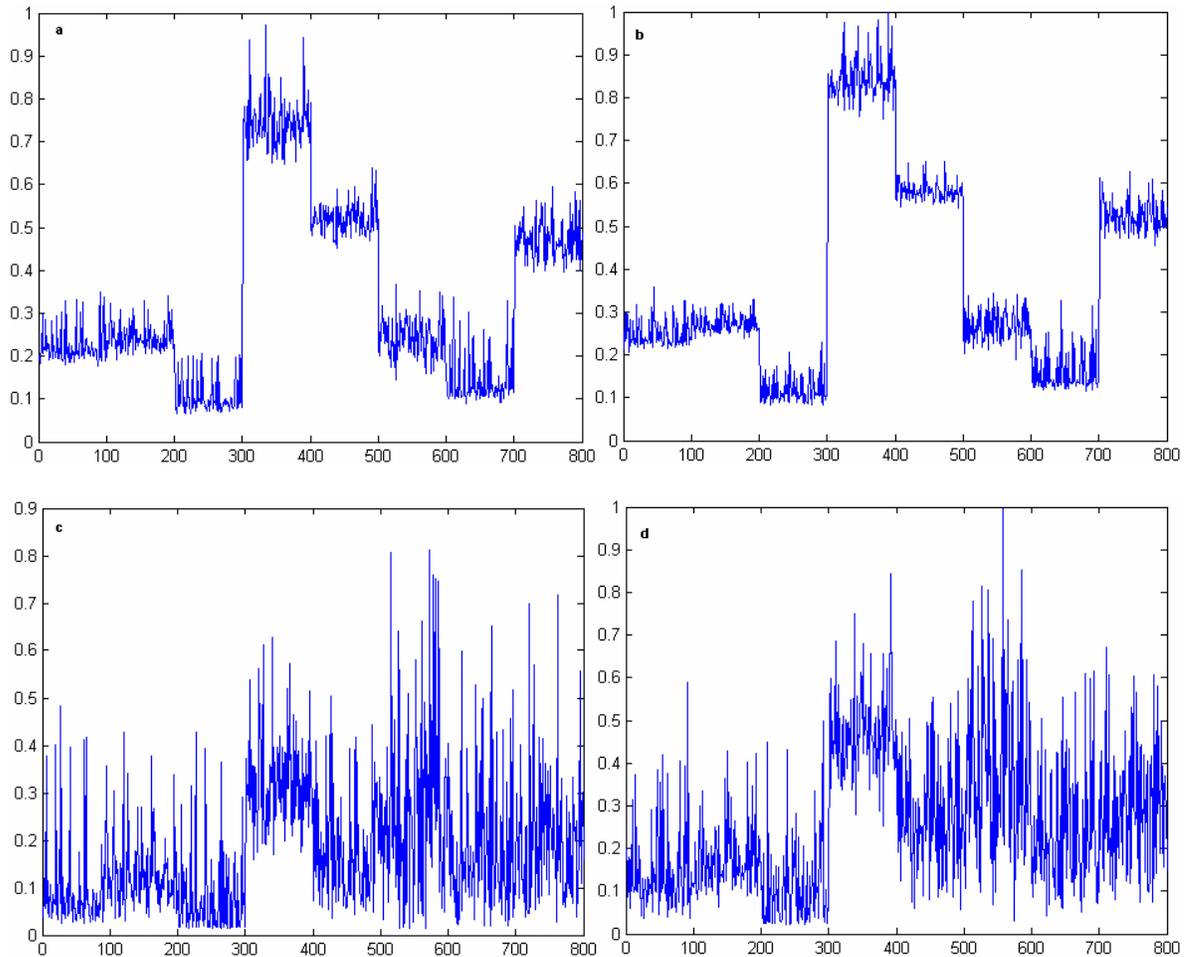


Figura VI.3.9.1 a, b, c y d. Valores del rasgo media para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

Note en la figura VI.3.9.1 a, b, c y d que el mejor comportamiento del rasgo media, en cuanto a separabilidad y variabilidad, se obtiene al aplicar este rasgo a las clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición y un tamaño de

bloque de 32X32 píxeles, figura VI.3.7.1 b. Este rasgo no separa las clases de textura 1, 2 y 6, y 3 y 7.

VI.3.10 Varianza

En la figura VI.3.10.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo varianza para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

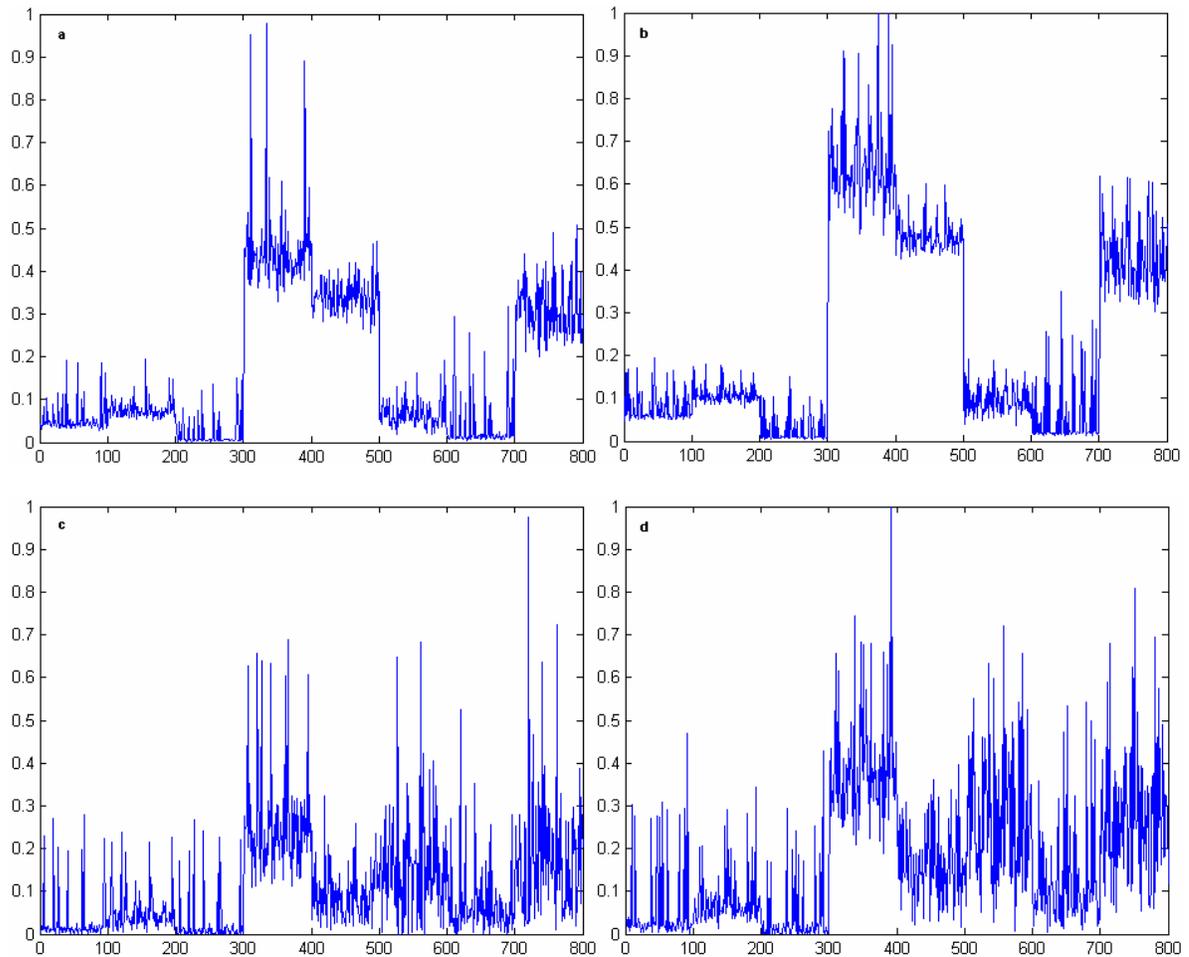


Figura VI.3.10.1 a, b, c y d. Valores del rasgo varianza para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.3.10.1 a, b, c y d puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo varianza que el mejor resultado, en cuanto a separabilidad y variabilidad, se obtiene al utilizar las clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición y un tamaño de bloque de 32X32 píxeles, figura VI.3.10.1 b. La amplitud de la separabilidad entre las clases 1, 2, 3, 6 y 7 hace que la variabilidad en estas clases atente contra la pertenencia a clases de algunos valores.

VI.3.11 Desviación estándar

En la figura VI.3.11.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo desviación estándar para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

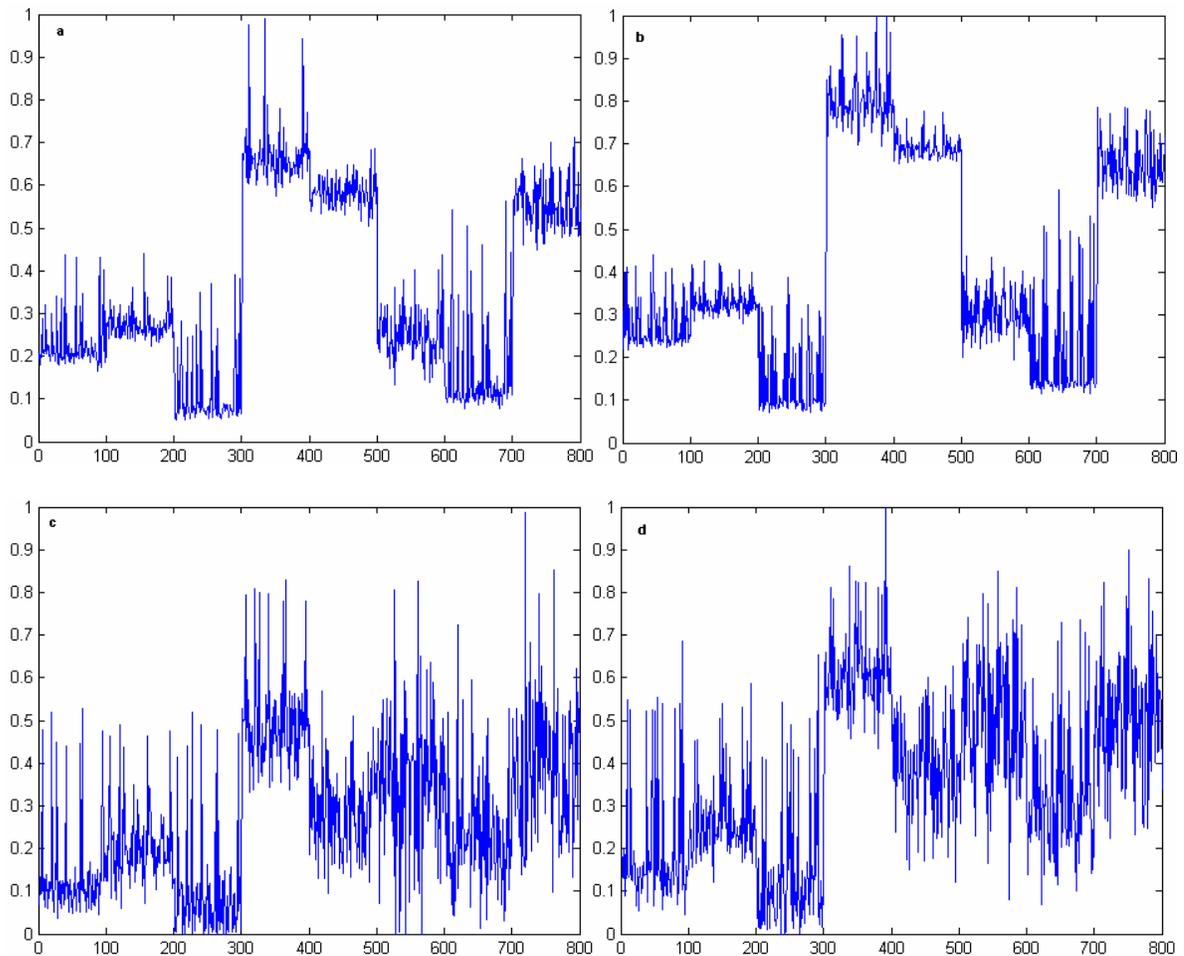


Figura VI.3.11.1 a, b, c y d. Valores del rasgo desviación estándar para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

El comportamiento del rasgo desviación estándar es similar al del rasgo varianza debido a que la desviación estándar se define como la raíz cuadrada de la varianza. Estos rasgos solo difieren en un factor de escala.

VI.3.12 Correlación

En la figura VI.3.12.1 a, b, c y d, se muestran los gráficos de los valores del rasgo correlación para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 (a y b) y 2 (c y d) niveles de descomposición.

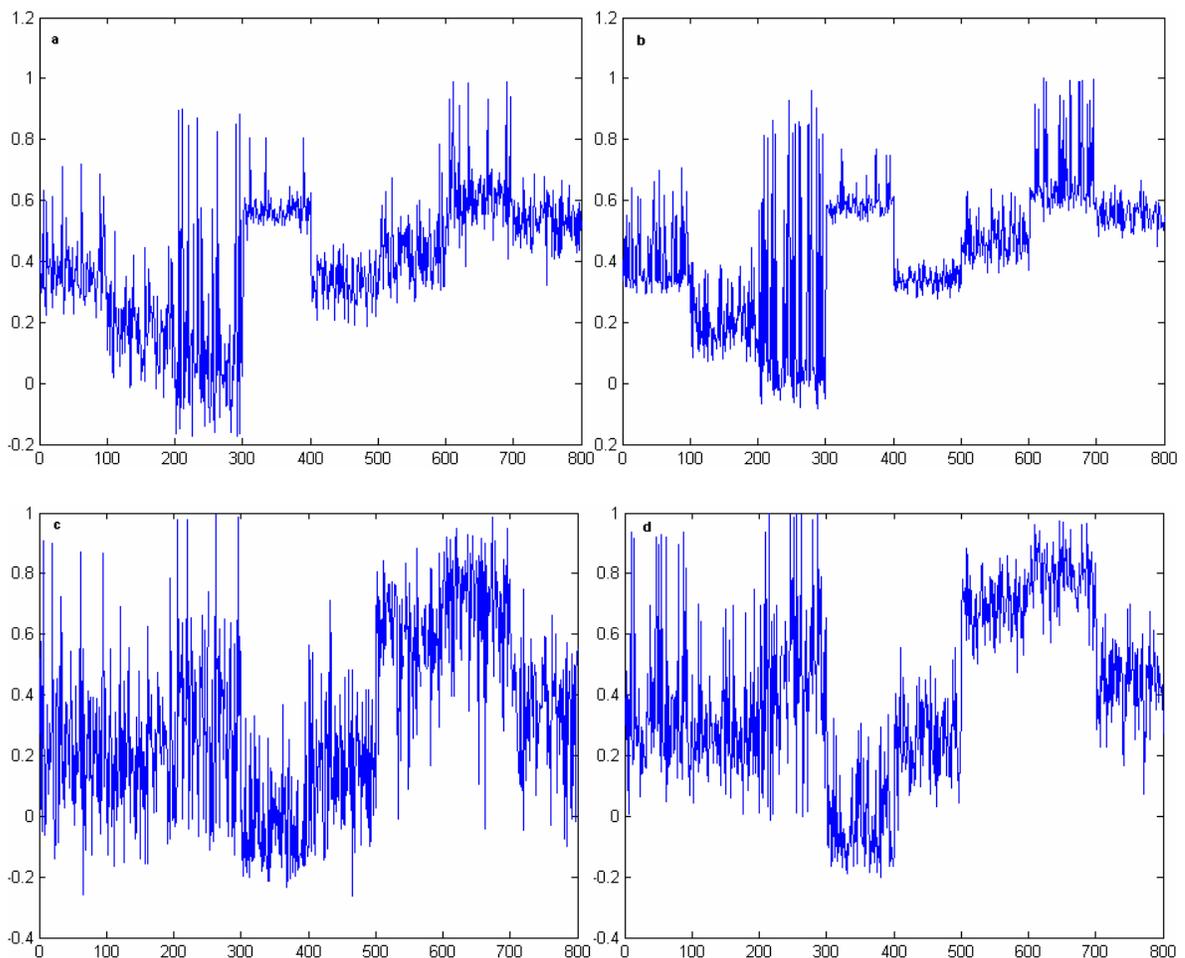


Figura VI.3.12.1 a, b, c y d. Valores del rasgo correlación para las 8 clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel (a y b) y 2 niveles (c y d) de descomposición. Tamaño de bloque: a) 16X16, b) 32X32, c) 8X8, d) 16X16 píxeles.

En la figura VI.3.12.1 b, que es rasgo que mejor forma de onda presenta, puede verse que la poca separabilidad entre las clases de textura y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia a clases. No se separan las clases 1 y 5, y 4 y 7.

VI.4 Combinación de los rasgos basados en la pirámide Laplaciana

A continuación se presentan las combinaciones de los rasgos que mejor comportamiento presentaron en el análisis individual. Con los valores de los rasgos se forman coordenadas espaciales y se determina la distancia de estos puntos al origen. Las dimensiones de estas coordenadas dependen del número de rasgos combinados, p . Se utilizó la distancia de Mahalanobis para obtener el gráfico de los vectores p -dimensionales respecto a las coordenadas $(0_1, \dots, 0_p)$. En la figura VI.4.1 se muestra el gráfico correspondiente a las combinaciones entre los rasgos contraste y disimilitud, obtenidos a partir de las clases de textura codificadas con la pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición y con un tamaño de bloque de 32X32 píxeles.

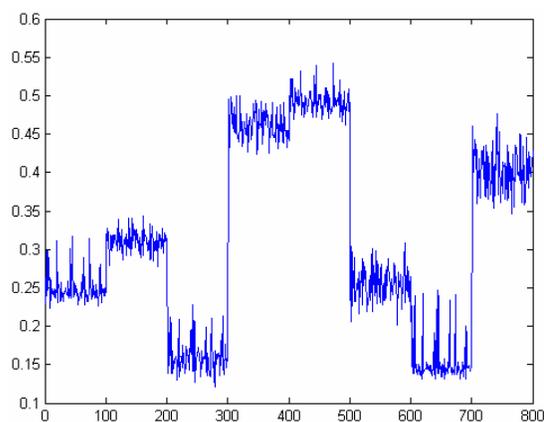


Figura VI.4.1. Valores de la combinación de los rasgos contraste-disimilitud para las clases de textura codificadas con una pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición. Tamaño de bloque utilizado, 32X32 píxeles.

En la figura VI.4.1 se muestra el gráfico que resulta al combinar los rasgos contraste y disimilitud para las clases de textura codificadas con una pirámide Laplaciana con 1 nivel de descomposición. Nótese que no separa las clases de textura 1 y 6, y 3 y 7.

VI.5 Descomposición basada en la wavelet Daubechies 2

A continuación se presentan los gráficos de los 12 rasgos de textura individuales obtenidos para las 8 clases de textura codificadas con una wavelet Daubechies 2 con 1 y 2 niveles de descomposición. Se presentan los gráficos representando los valores de los rasgos obtenidos a partir de subimágenes de 32X32 y 16X16 píxeles para 1 y 2 niveles de descomposición respectivamente y para cada una de las subbandas: coeficientes de aproximación, de detalle horizontal, vertical y diagonal. Se realiza un análisis por inspección visual de los resultados gráficos obtenidos basado en los parámetros: separabilidad entre clases y variabilidad en las clases, al aplicar los rasgos propuestos a las imágenes de las subbandas obtenidas a partir de la wavelet db2 con 1 y 2 niveles de descomposición.

VI.5.1 Clases de textura de los coeficientes de aproximación

En este anexo se muestran los gráficos de los valores de los 12 rasgos de textura propuestos obtenidos a partir de las clases de textura de los coeficientes de aproximación con 1 y 2 niveles de descomposición. Los tamaños de bloque utilizados son de 32X32 y 16X16 píxeles para los niveles de descomposición 1 y 2 respectivamente. En la figura VII.5.1.1 y VI.5.1.2 se muestran las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación correspondientes a los niveles de descomposición 1 y 2.

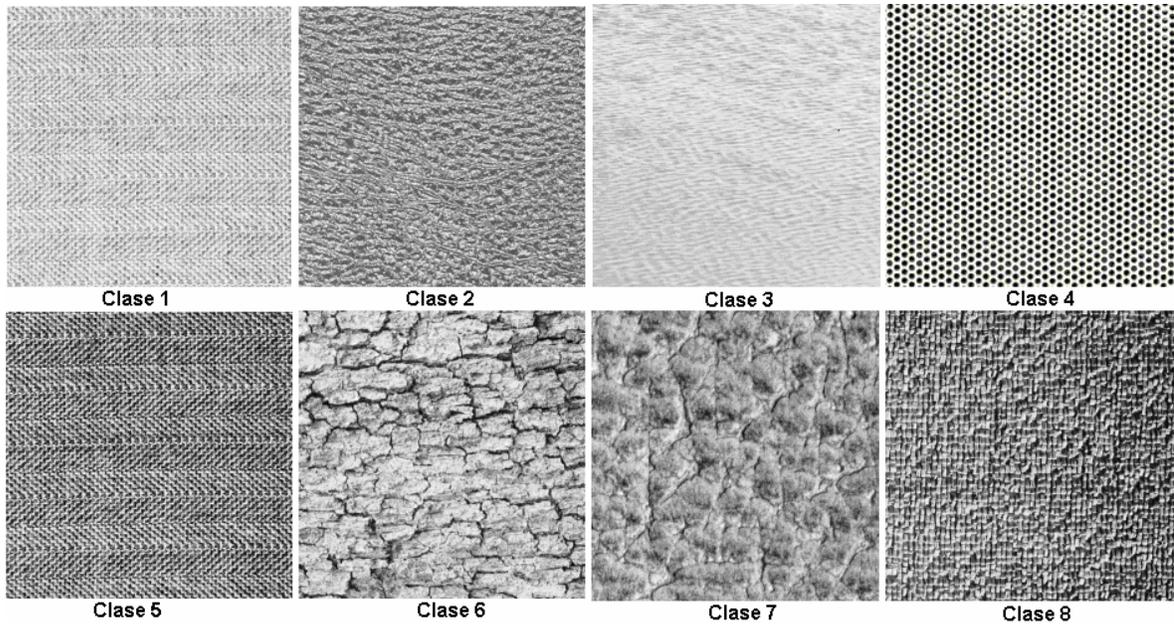


Figura VI.5.1.1. Imágenes de los coeficientes de aproximación obtenidas de descomponer las 8 clases de textura con una transformada wavelet db2 usando 1 nivel de descomposición.

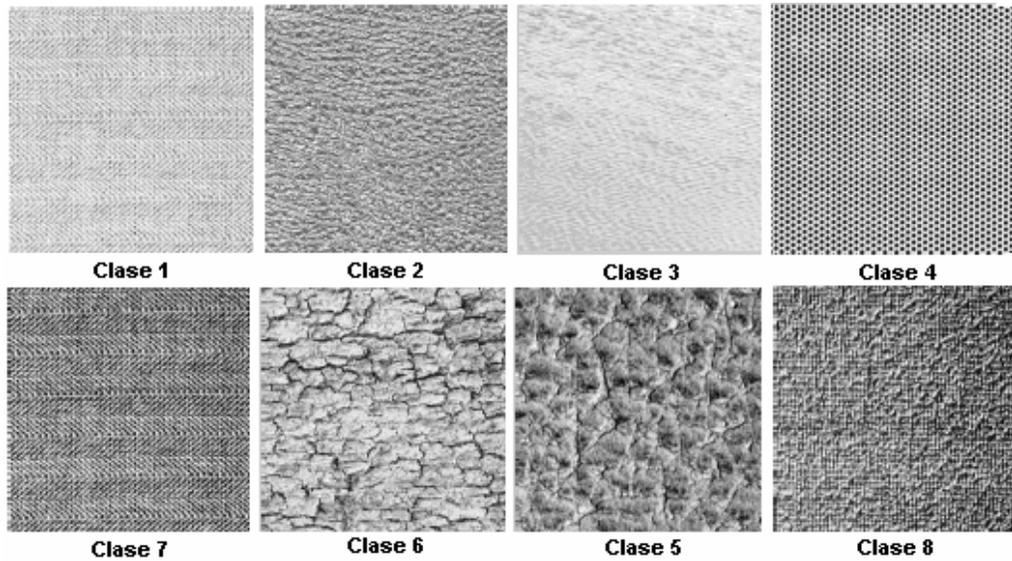


Figura VI.5.1.2. Imágenes de los coeficientes de aproximación obtenidas de descomponer las 8 clases de textura con una transformada wavelet db2 con 2 niveles de descomposición.

VI.5.1.1 Contraste

En la figura VI.5.1.1.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo contraste para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

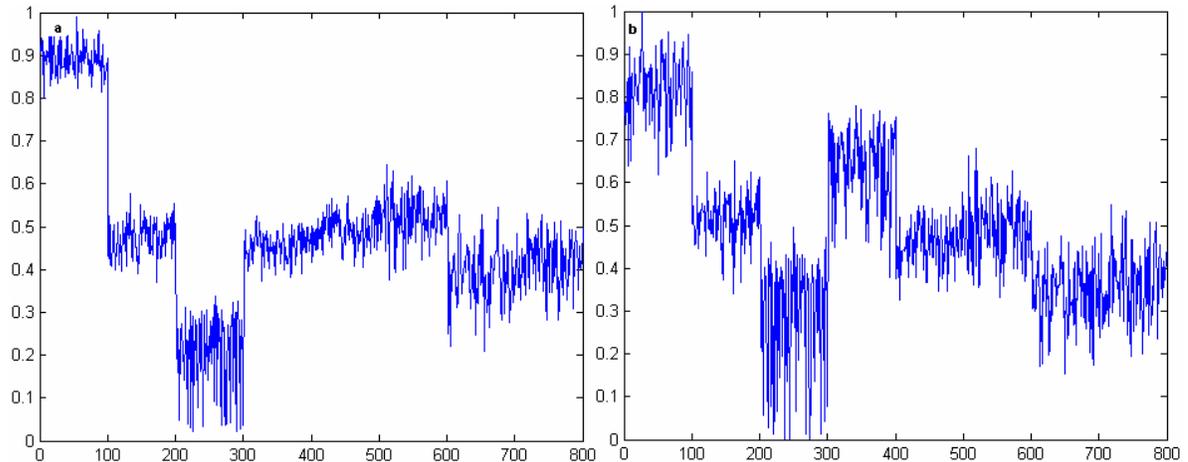


Figura VI.5.1.1.1 a y b. Valores del rasgo contraste para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.1.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo contraste que el comportamiento en cuanto a separabilidad y variabilidad al utilizar las clases de textura codificadas con la wavelet db2 es malo. En la figura VI.5.1.1.1 a, que representa los valores obtenidos para un 1 nivel de descomposición se obtienen mejores resultados en cuanto a variabilidad, sin embargo la poca separabilidad entre las clases 2, 4, 5, 6, 7 y 8 y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia a clases.

VI.5.1.2 Similitud

En la figura VI.5.1.2.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo similitud para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición,

tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

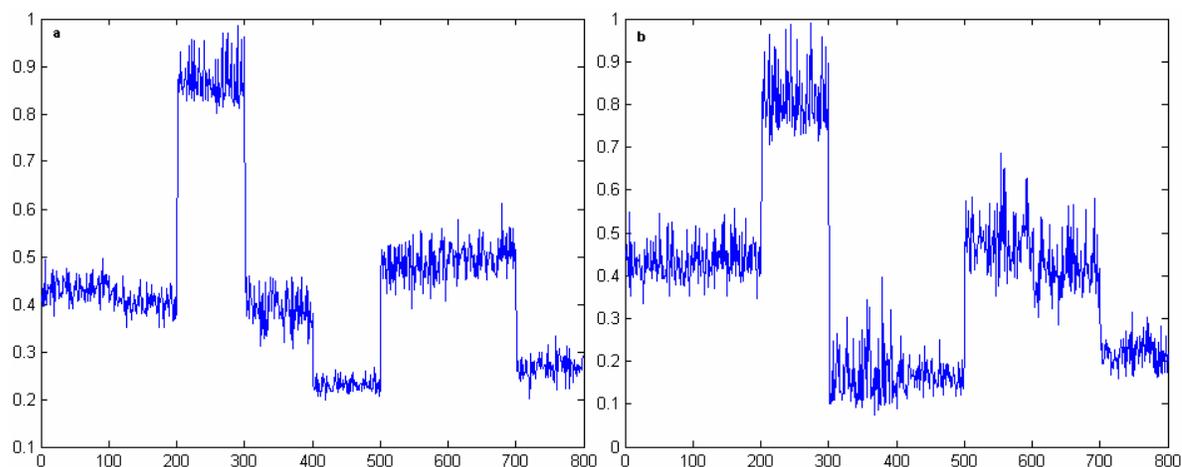


Figura VI.5.1.2.1 a y b. Valores del rasgo similitud para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.2.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo similitud que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.1.2.1 a. Este rasgo no separa las clases de textura 1, 2, y 4, y 6 y 7.

VI.5.1.3 Disimilitud

En la figura VI.5.1.3.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo disimilitud para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

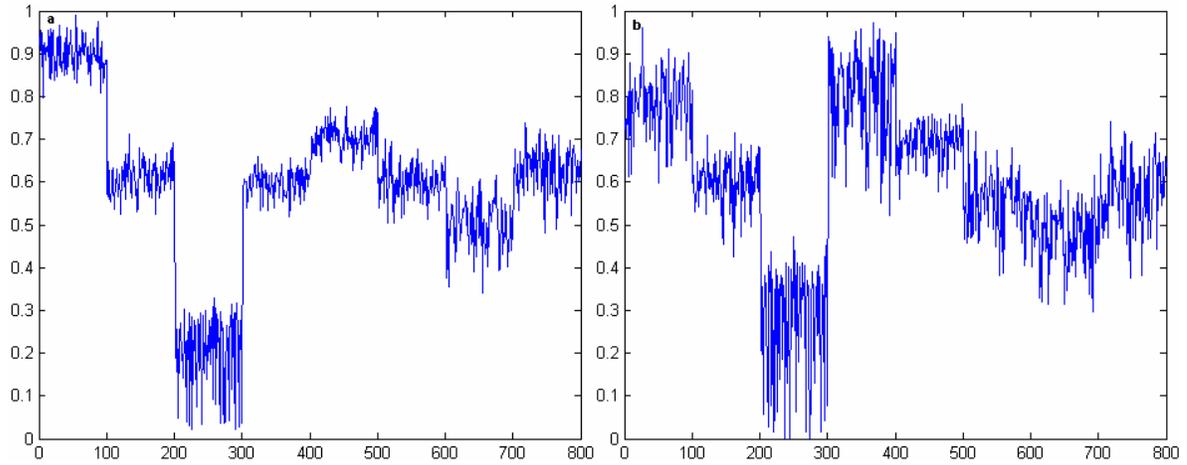


Figura VI.5.1.3.1 a y b. Valores del rasgo disimilitud para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.3.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo disimilitud que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.1.3.1 a. La separabilidad del rasgo es mala por lo que la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia a clases.

VI.5.1.4 Homogeneidad

En la figura VI.5.1.4.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo homogeneidad para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

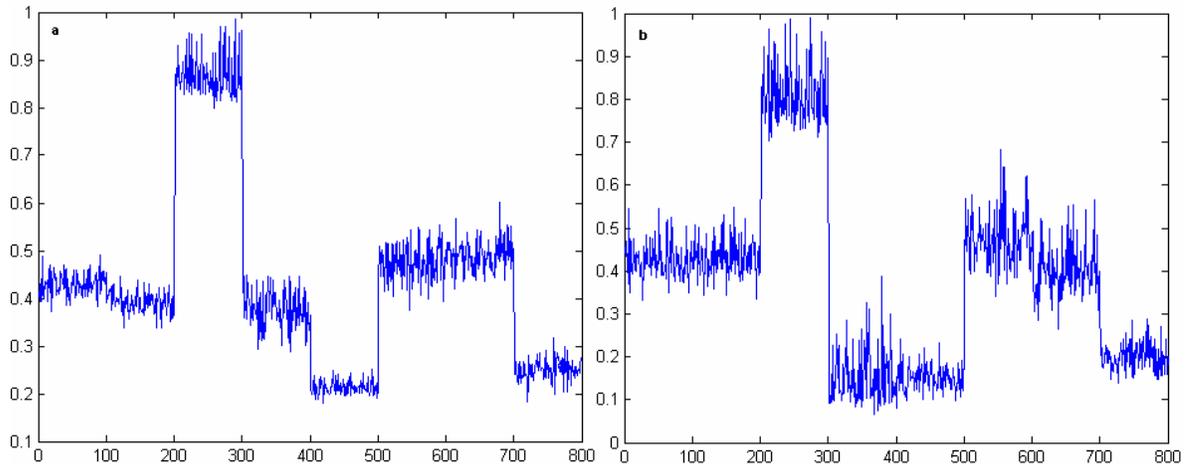


Figura VI.5.1.4.1 a y b. Valores del rasgo homogeneidad para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.4.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo homogeneidad que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.1.4.1 a. Este rasgo no separa las clases de textura 1, 2 y 4, 6 y 7.

VI.5.1.5 Asm

En la figura VI.5.1.5.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo asm para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

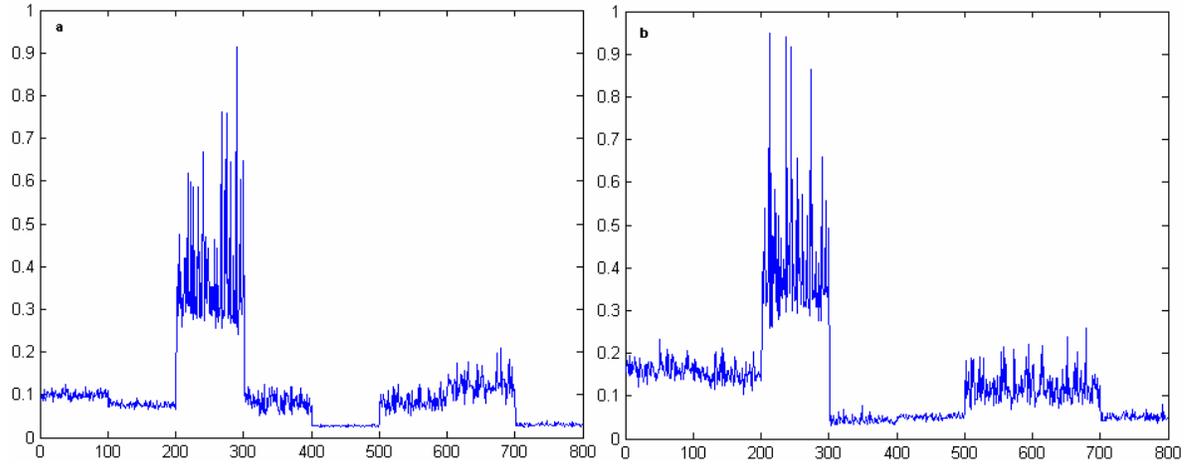


Figura VI.5.1.5.1 a y b. Valores del rasgo asm para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.5.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo asm que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición, figura VI.5.1.5.1 a. La separabilidad de este rasgo es mala por lo que la influencia de la amplitud de la variabilidad en la decisión de pertenencia a clases es mayor.

VI.5.1.6 Energía

En la figura VI.5.1.6.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo energía para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

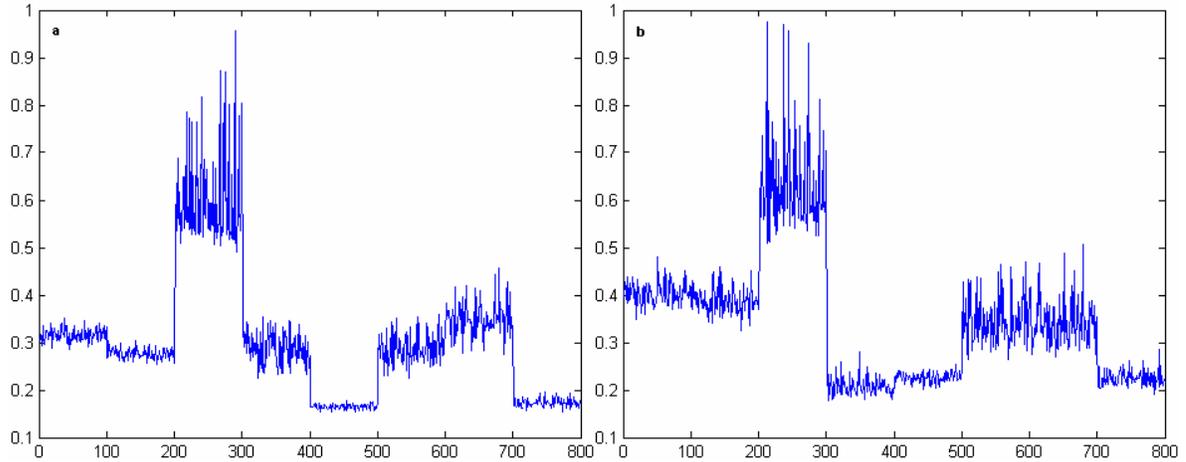


Figura VI.5.1.6.1 a y b. Valores del rasgo energía para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.6.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo energía que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición, figura VI.5.1.6.1 a. El comportamiento de este rasgo es similar al de asm debido a que estos rasgos solo se diferencian en un factor de escala.

VI.5.1.7 Entropía

En la figura VI.5.1.7.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo entropía para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

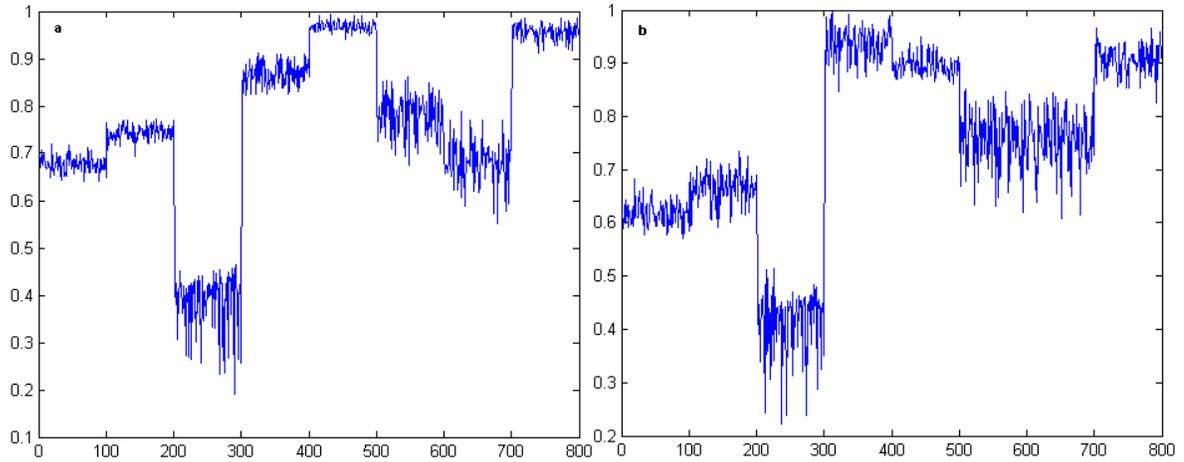


Figura VI.5.1.7.1 a y b. Valores del rasgo entropía para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.7.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo entropía que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.1.7.1 a. Este rasgo no separa las clases 5 y 8 y la amplitud de la variabilidad de las clases 6 y 7 atentan contra la decisión de pertenencia a clases entre estas y las clases 1 y 2.

VI.5.1.8 Máxima Probabilidad

En la figura VI.5.1.8.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo máxima probabilidad para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

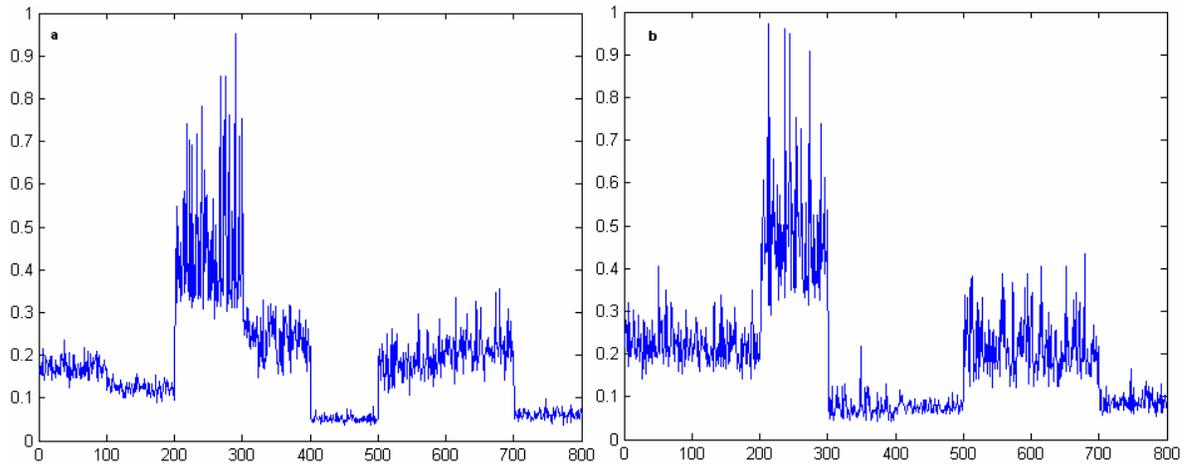


Figura VI.5.1.8.1 a y b. Valores del rasgo máxima probabilidad para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.8.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo máxima probabilidad que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.1.8.1 a. La poca separabilidad de este rasgo y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia a clases.

VI.5.1.9 Media

En la figura VI.5.1.9.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo media para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

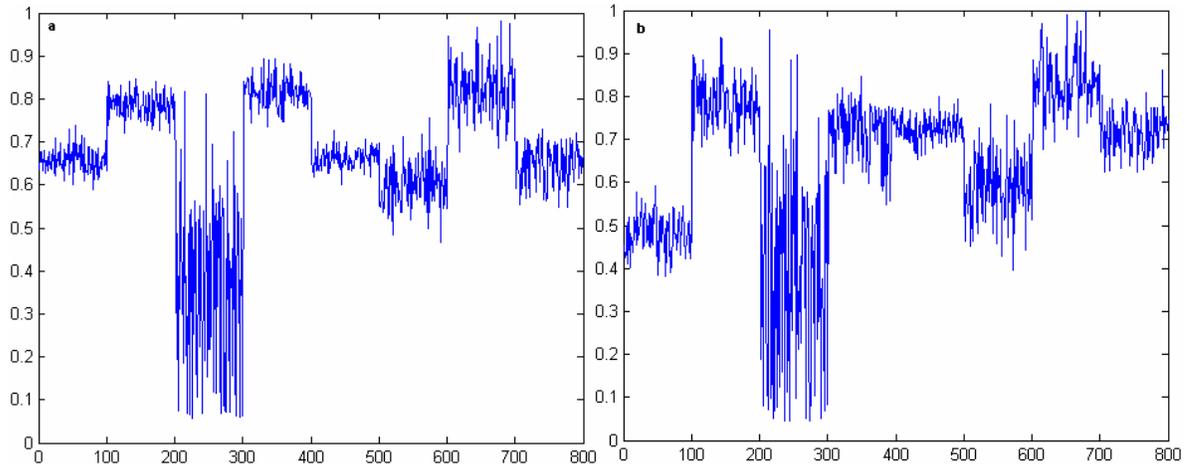


Figura VI.5.1.9.1 a y b. Valores del rasgo media para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.9.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo media que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.1.9.1 a. La separabilidad de este rasgo es mala por lo que la influencia de la amplitud de la variabilidad en la decisión de pertenencia a clases es mayor.

VI.5.1.10 Varianza

En la figura VI.5.1.10.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo varianza para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

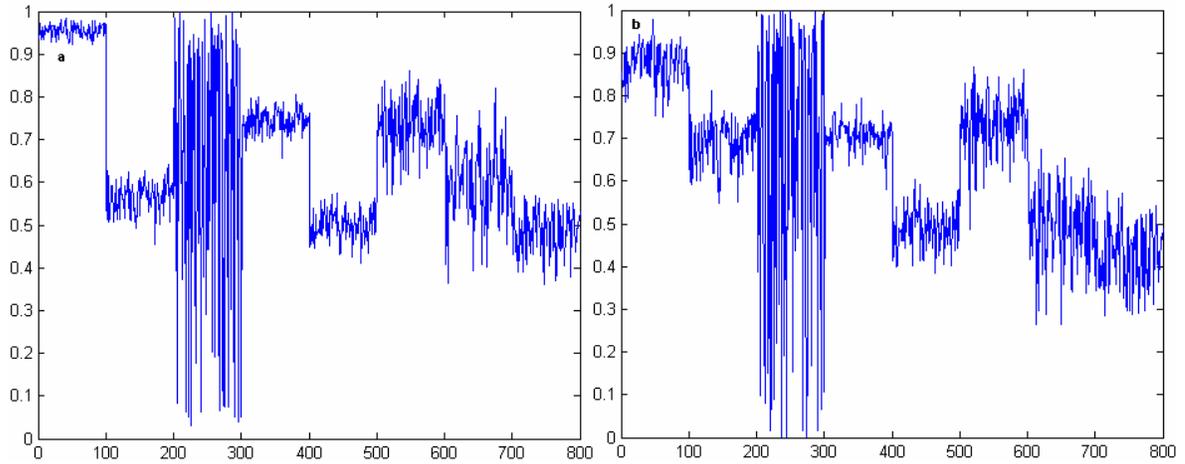


Figura VI.5.1.10.1 a y b. Valores del rasgo varianza para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.10.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo varianza que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.1.10.1 a. La separabilidad de este rasgo es mala por lo que la influencia de la amplitud de la variabilidad en la decisión de pertenencia a clases es mayor.

VI.5.1.11 Desviación estándar

En la figura VI.5.1.11.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo desviación estándar para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

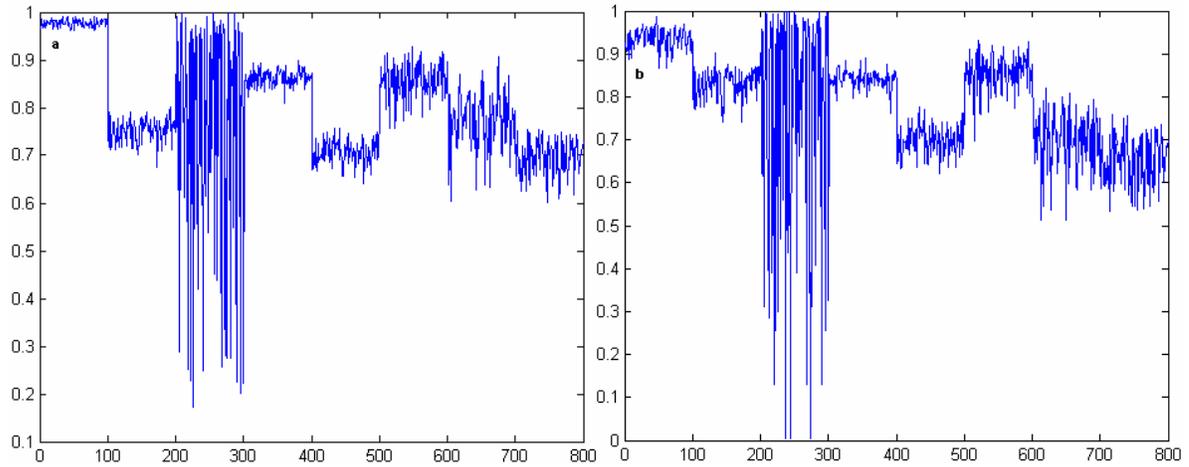


Figura VI.5.1.11.1 a y b. Valores del rasgo desviación estándar para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.11.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo desviación estándar que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.1.11.1 a. El comportamiento de este rasgo es similar al de la varianza debido a que estos rasgos solo difieren en un factor de escala.

VI.5.1.12 Correlación

En la figura VI.5.1.12.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo correlación para las 8 clases de textura de los coeficientes de aproximación: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

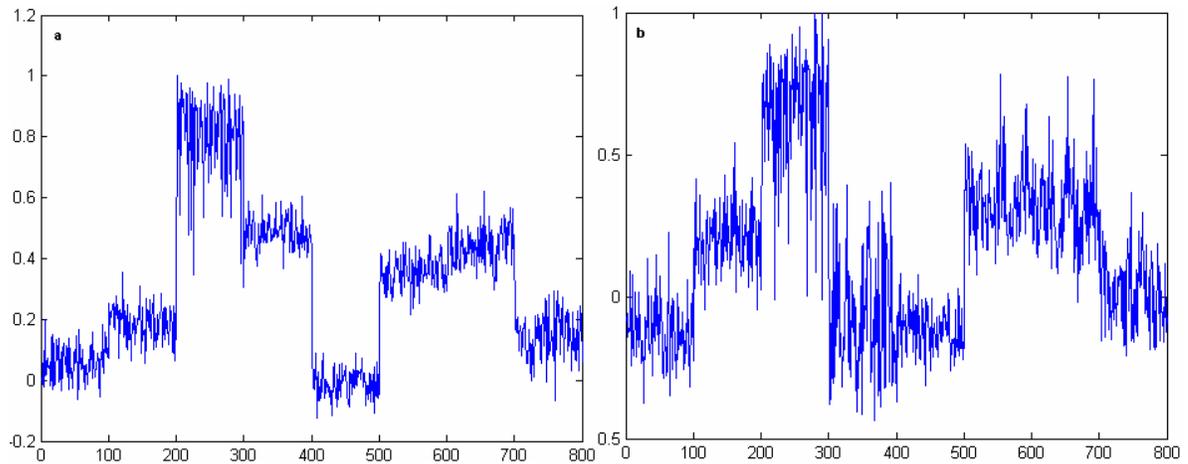


Figura VI.5.1.12.1 a y b. Valores del rasgo correlación para los coeficientes de aproximación de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.1.12.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo correlación que el mejor comportamiento en cuanto a variabilidad se obtiene con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.1.12.1 a. La poca separabilidad entre las clases de textura y la amplitud de la variabilidad atentan contra la decisión de pertenencia a clases.

VI.5.2 Clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal

En este anexo se muestran los gráficos de los valores de los 12 rasgos de textura propuestos obtenidos a partir de las clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal con 1 y 2 niveles de descomposición. Los tamaños de bloque utilizados son de 32X32 y 16X16 píxeles para los niveles de descomposición 1 y 2 respectivamente. En la figura VII.5.2.1 y VI.5.2.2 se muestran las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal correspondientes a los niveles de descomposición 1 y 2.

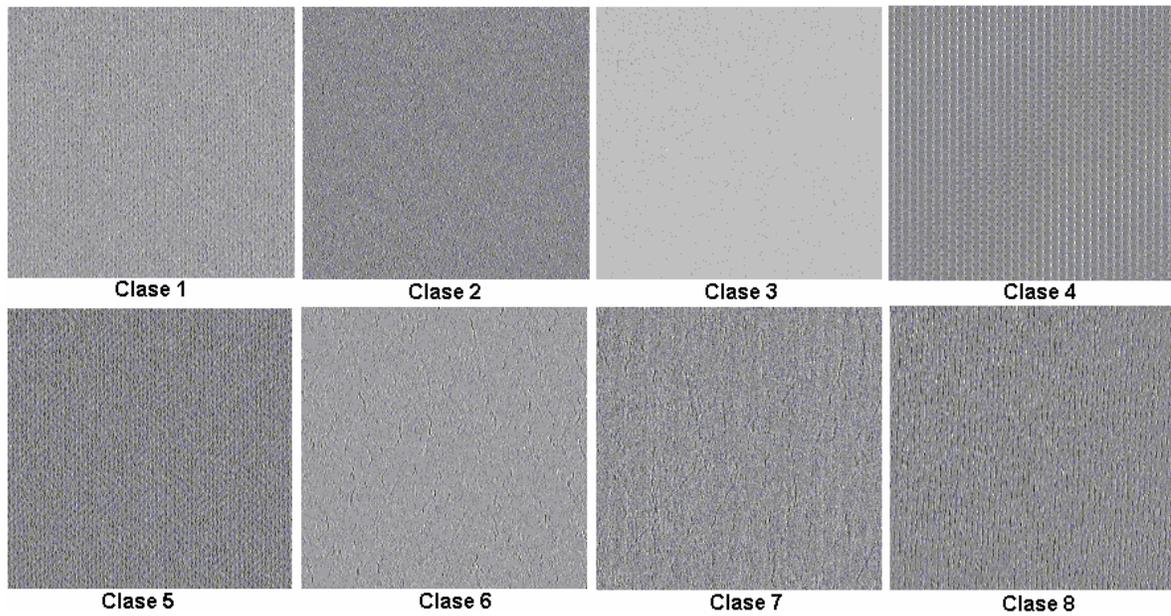


Figura VI.5.2.1. Imágenes de los coeficientes de detalle horizontal obtenidas de descomponer las 8 clases de textura con la transformada wavelet db2 usando 1 nivel de descomposición.

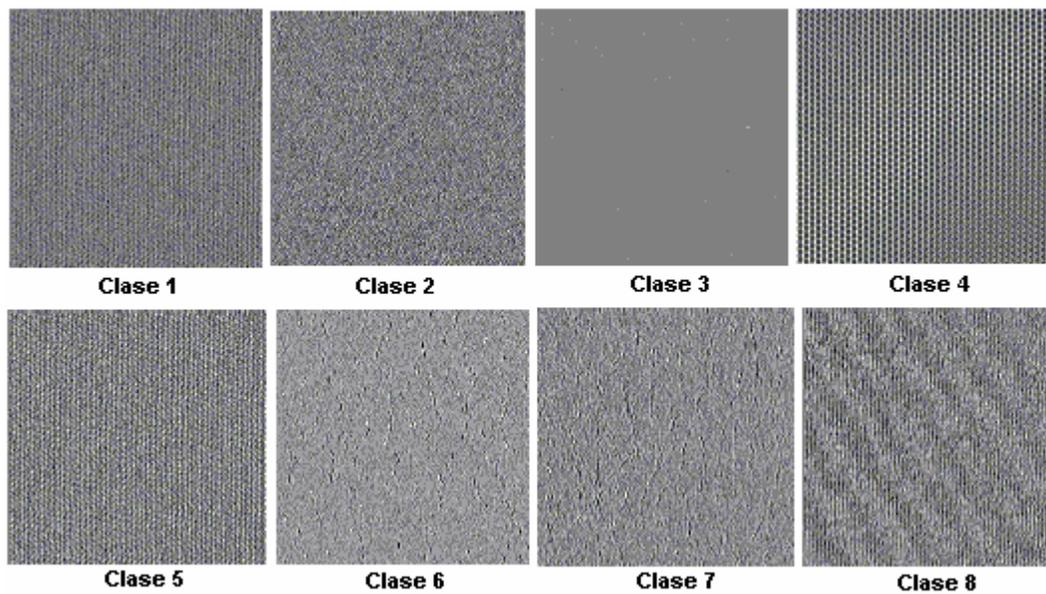


Figura VI.5.2.2. Imágenes de los coeficientes de detalle horizontal obtenidas de descomponer las 8 clases de textura con la transformada wavelet db2 con 2 niveles de descomposición.

VI.5.2.1 Contraste

En la figura VI.5.2.1.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo contraste para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

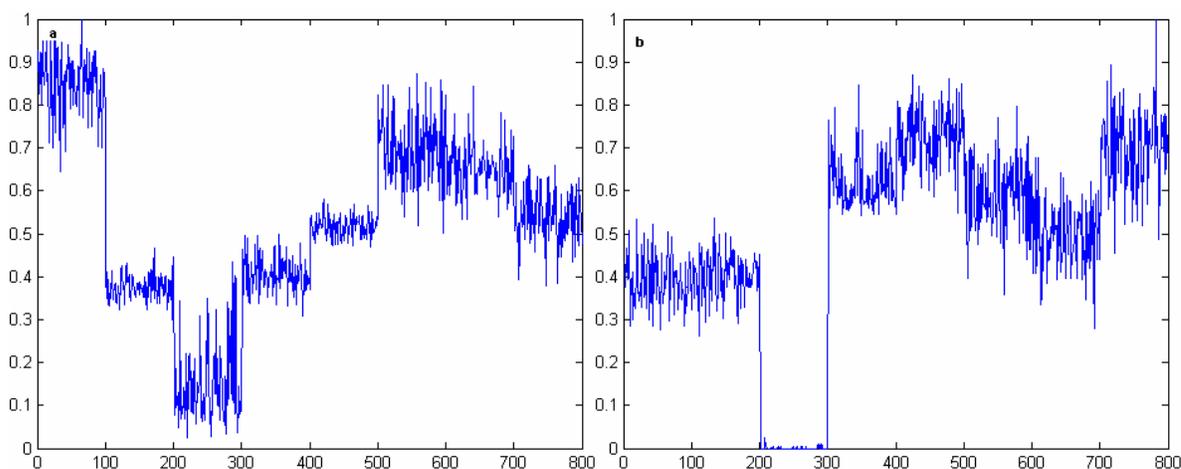


Figura VI.5.2.1.1 a y b. Valores del rasgo contraste para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.1.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo contraste que el comportamiento en cuanto a separabilidad y variabilidad es malo. Con 1 nivel de descomposición se obtiene mejor forma de onda.

VI.5.2.2 Similitud

En la figura VI.5.2.2.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo similitud para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

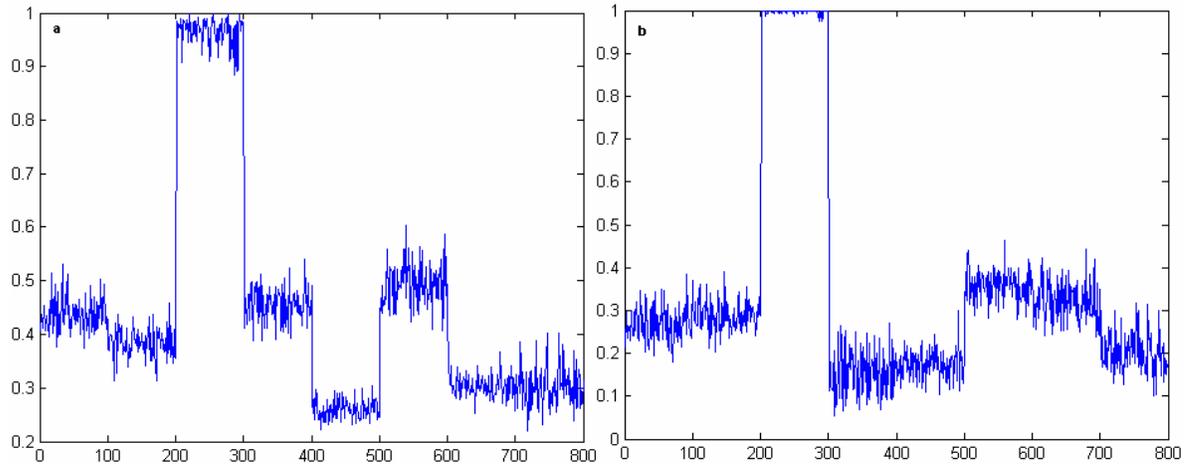


Figura VI.5.2.2.1 a y b. Valores del rasgo similitud para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.2.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo similitud que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad y variabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle horizontal con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.2.2.1 a. Puede notarse que no puede discernirse entre las clases 1 y 4, y 5, 7 y 8.

VI.5.2.3 Disimilitud

En la figura VI.5.2.3.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo disimilitud para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

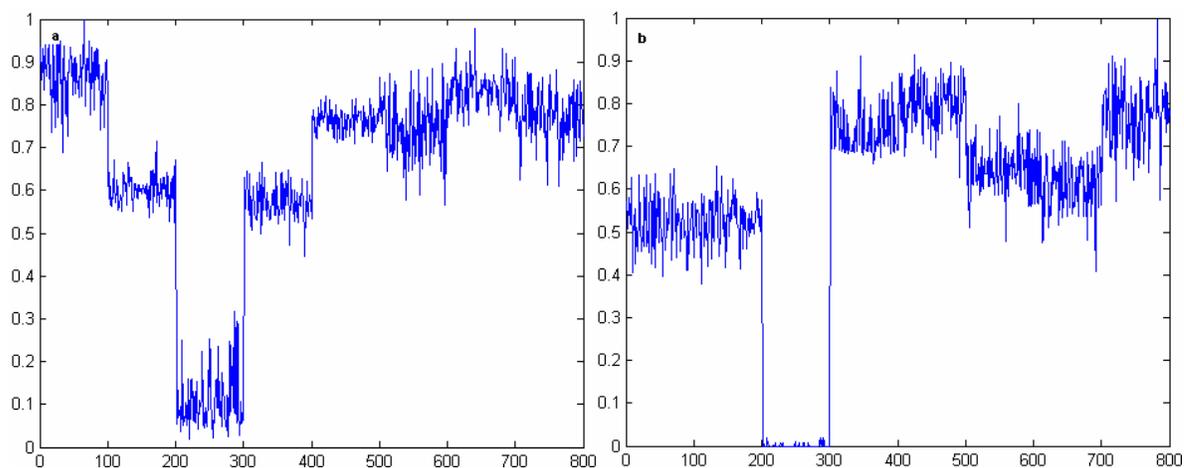


Figura VI.5.2.3.1 a y b. Valores del rasgo disimilitud para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.3.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo disimilitud que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad y variabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle horizontal con 1 nivel de descomposición, figura VI.5.2.3.1 a. Puede notarse que la poca separabilidad y la amplitud de la variabilidad atentan contra la decisión de pertenencia entre casi todas las clases.

VI.5.2.4 Homogeneidad

En la figura VI.5.2.4.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo homogeneidad para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

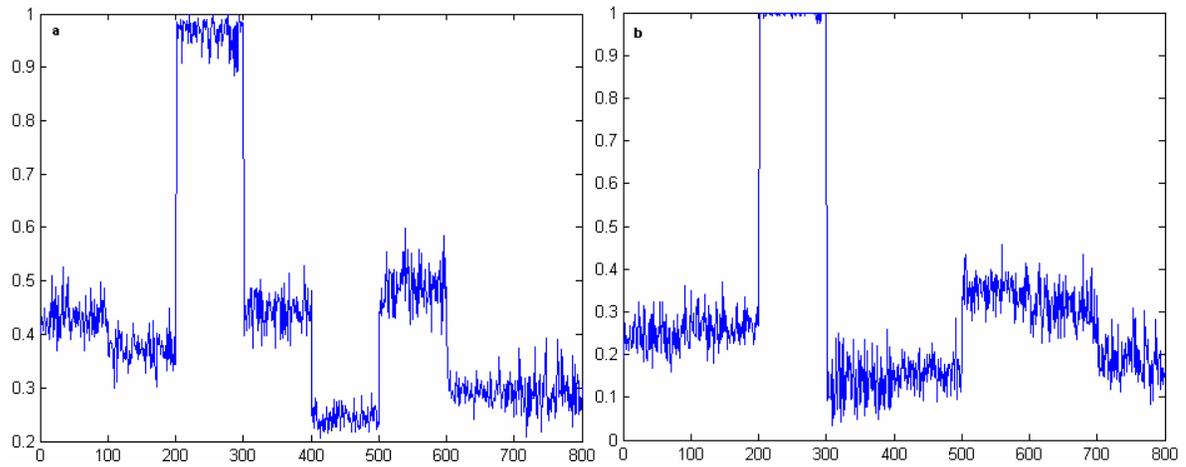


Figura VI.5.2.4.1 a y b. Valores del rasgo homogeneidad para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.4.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo homogeneidad que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad y variabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle horizontal con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.2.4.1 a. No se separan las clases 1 y 4, y 7 y 8 y debido a la poca separabilidad entre las clases 1, 2, 4 y 6, y 5, 7 y 8 y a la amplitud de la variabilidad la decisión de pertenencia a clases se dificulta.

VI.5.2.5 Asm

En la figura VI.5.2.5.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo asm para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

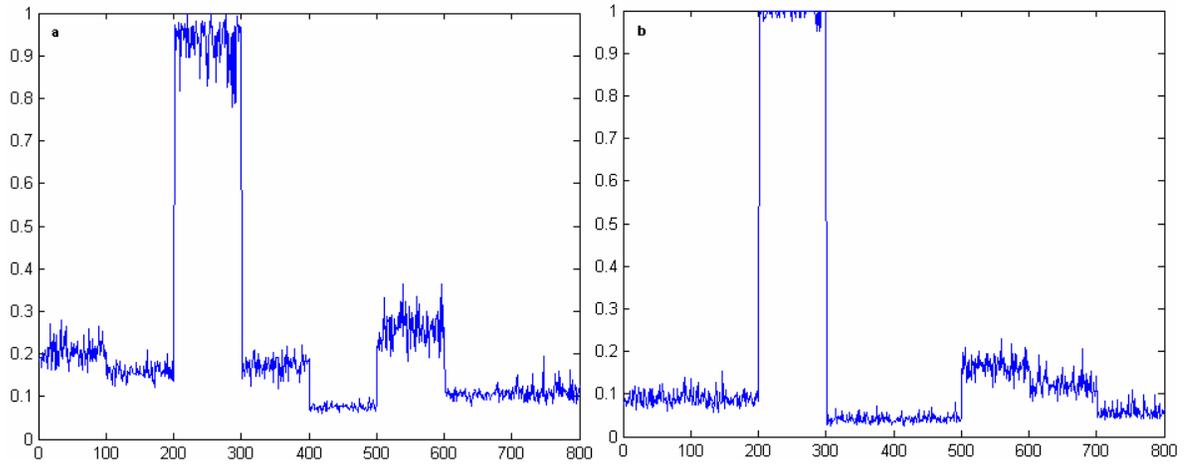


Figura VI.5.2.5.1 a y b. Valores del rasgo asm para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.5.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo asm que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle horizontal con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.2.5.1 a. No se separan las clases 2 y 4, y 7 y 8 y debido a la poca separabilidad entre las clases 1, 2, 4 y 6, y 5, 7 y 8 y a la amplitud de la variabilidad la decisión de pertenencia a clases se dificulta.

VI.5.2.6 Energía

En la figura VI.5.2.6.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo energía para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

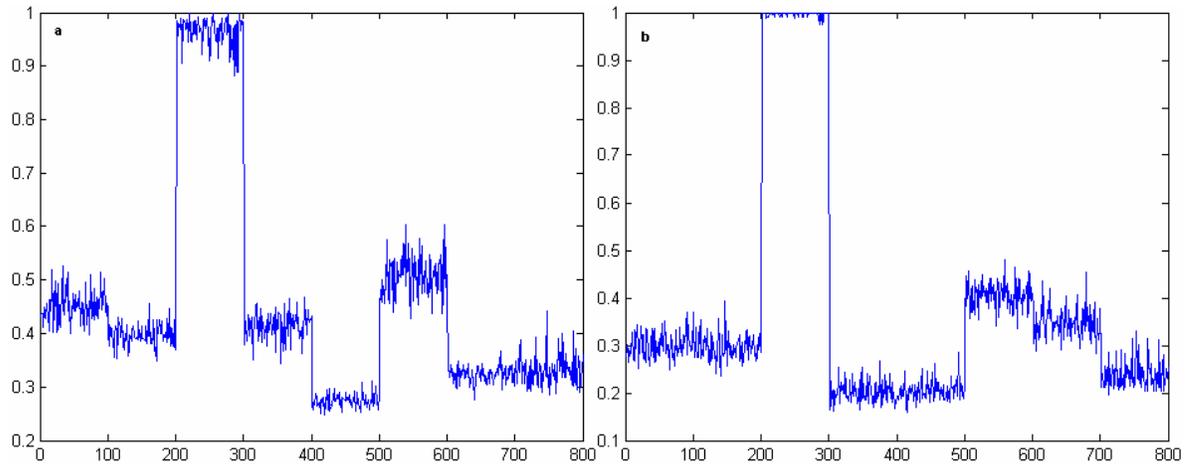


Figura VI.5.2.6.1 a y b. Valores del rasgo energía para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.6.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo energía que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle horizontal con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.2.6.1 a. El comportamiento de este rasgo es similar al del asm debido a que estos rasgos solo se diferencian en un factor de escala.

VI.5.2.7 Entropía

En la figura VI.5.2.7.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo entropía para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

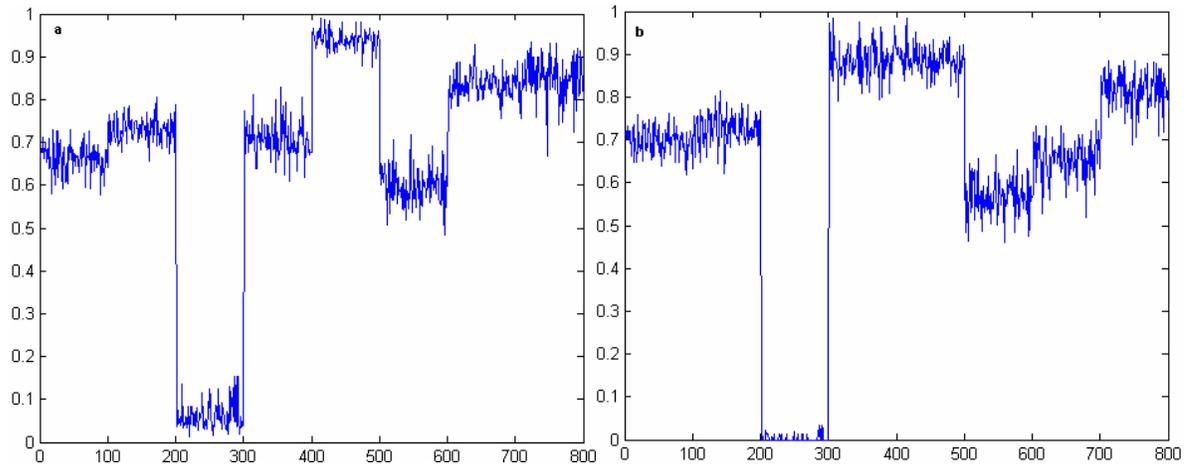


Figura VI.5.2.7.1 a y b. Valores del rasgo entropía para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.7.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo entropía que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle horizontal con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.2.7.1 a. No se separa la clases 7 y 8, y en menor medida las clases 2 y 4.

VI.5.2.8 Máxima probabilidad

En la figura VI.5.2.8.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo máxima probabilidad para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

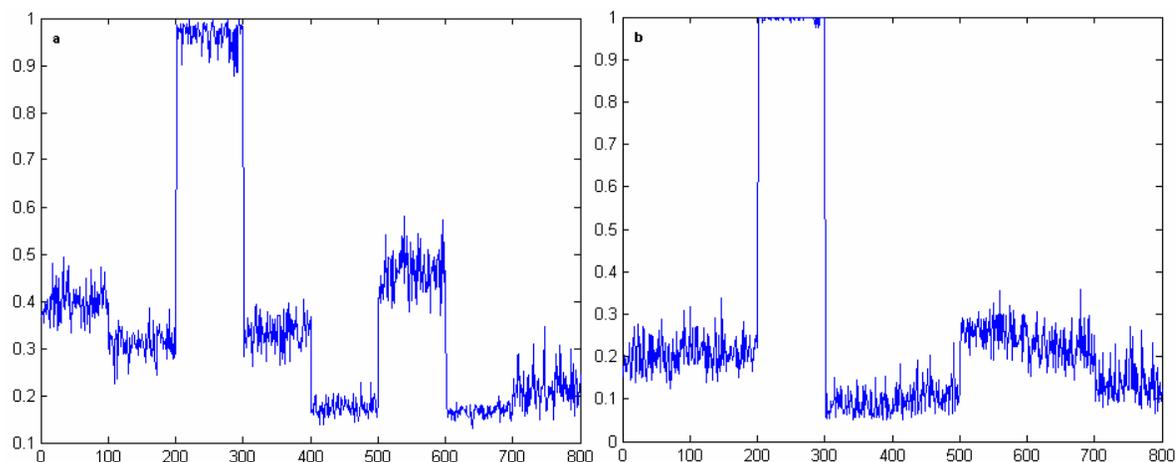


Figura VI.5.2.8.1 a y b. Valores del rasgo máxima probabilidad para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.8.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo máxima probabilidad que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle horizontal con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.2.8.1 a. No se separan la clases 5 y 7, y en menor medida las clases 2 y 4.

VI.5.2.9 Media

En la figura VI.5.2.9.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo media para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

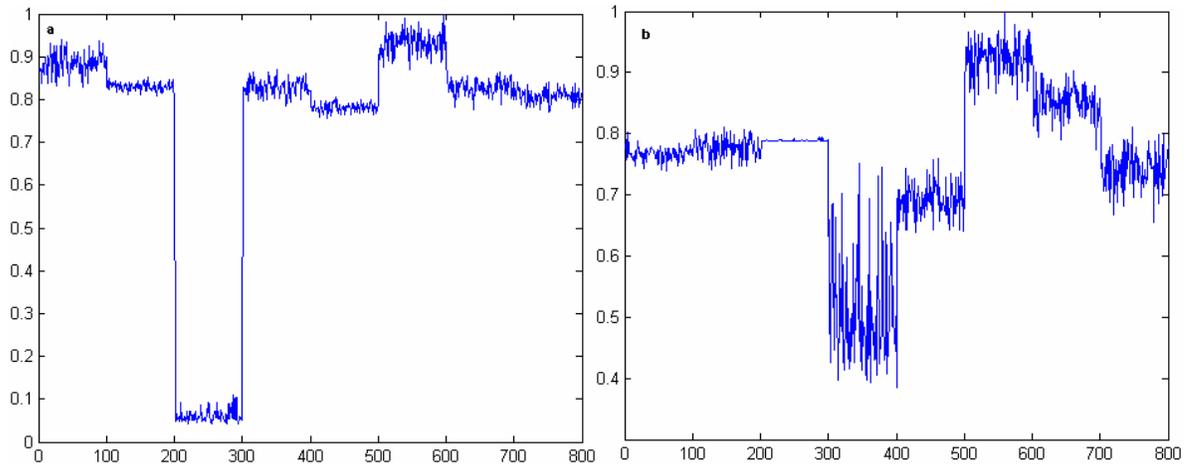


Figura VI.5.2.9.1 a y b. Valores del rasgo media para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.9.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo media que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle horizontal con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.2.9.1 a. No se separan las clases 2, 4 y 7, y la poca separabilidad entre las clases 1, 2, 3, 4, 5, 7 y 8 y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia entre estas clases.

VI.5.2.10 Varianza

En la figura VI.5.2.10.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo varianza para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

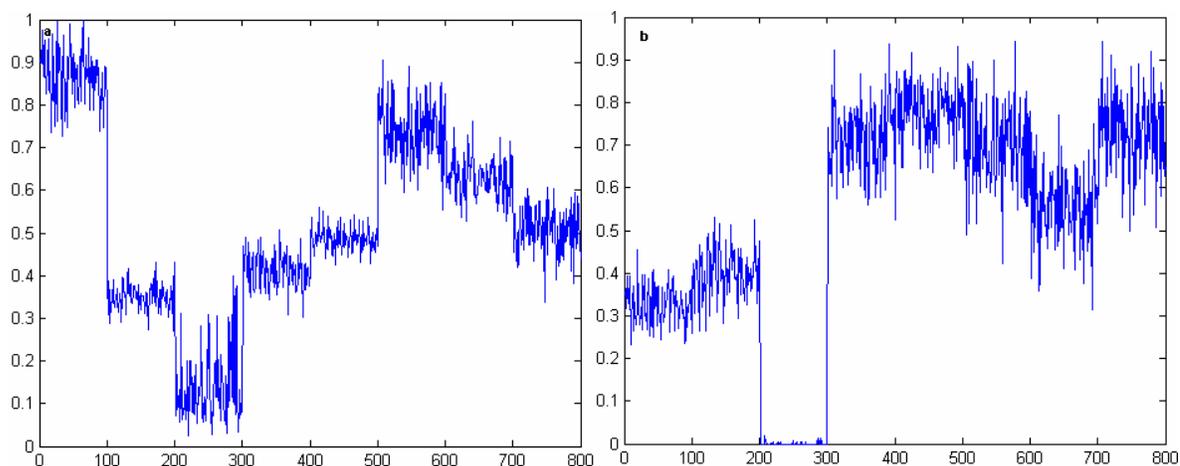


Figura VI.5.2.10.1 a y b. Valores del rasgo varianza para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.10.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo media que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle horizontal con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.2.10.1 a. No se separan las clases 5 y 8, y la poca separabilidad entre las clases y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia entre las clases.

VI.5.2.11 Desviación estándar

En la figura VI.5.2.11.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo desviación estándar para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

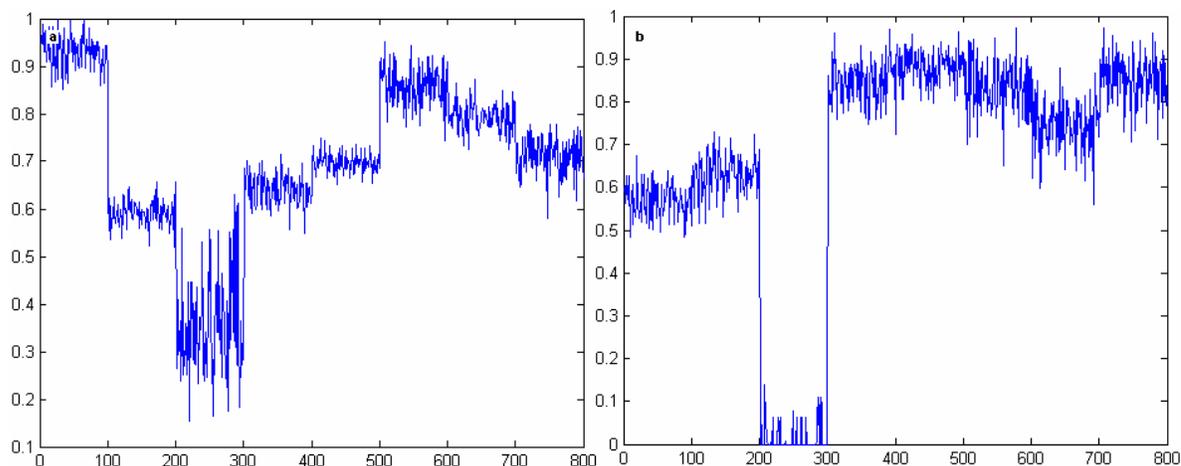


Figura VI.5.2.11.1 a y b. Valores del rasgo desviación estándar para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.11.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo desviación estándar que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle horizontal con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.2.11.1 a. No se separan las clases 5 y 8, y la poca separabilidad entre las clases y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia entre las clases. El comportamiento de este rasgo es similar al de la varianza debido a que solo se diferencian en un factor de escala.

VI.5.1.2.12 Correlación

En la figura VI.5.2.12.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo correlación para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

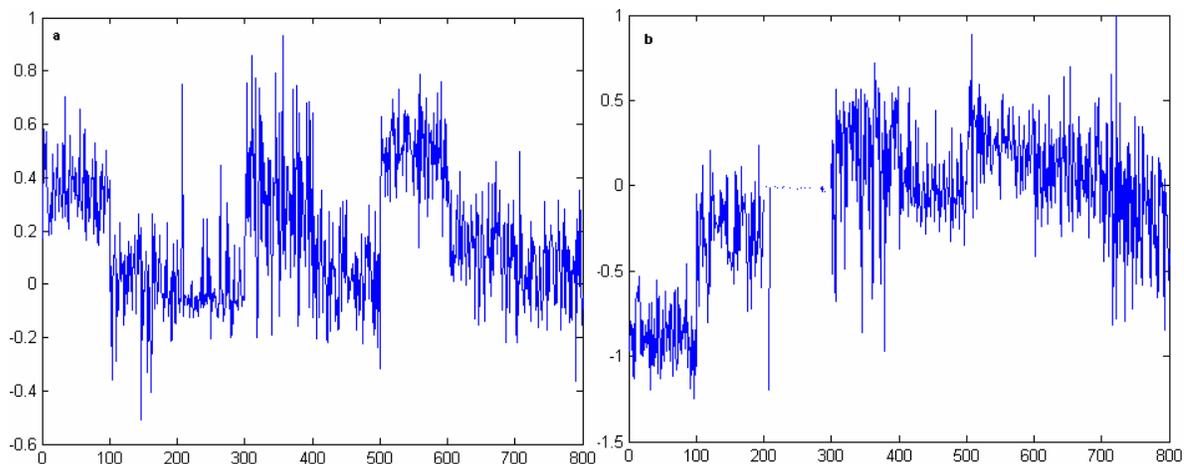


Figura VI.5.2.12.1 a y b. Valores del rasgo correlación para los coeficientes de detalle horizontal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.2.12.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo correlación que el comportamiento en cuanto a separabilidad y variabilidad es malo.

VI.5.3 Clases de textura de los coeficientes de detalle vertical

En este anexo se muestran los gráficos de los valores de los 12 rasgos de textura propuestos obtenidos a partir de las clases de textura de los coeficientes de detalle vertical con 1 y 2 niveles de descomposición. Los tamaños de bloque utilizados son de 32X32 y 16X16 píxeles para los niveles de descomposición 1 y 2 respectivamente. En la figura VII.5.3.1 y VI.5.3.2 se muestran las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical correspondientes a los niveles de descomposición 1 y 2.

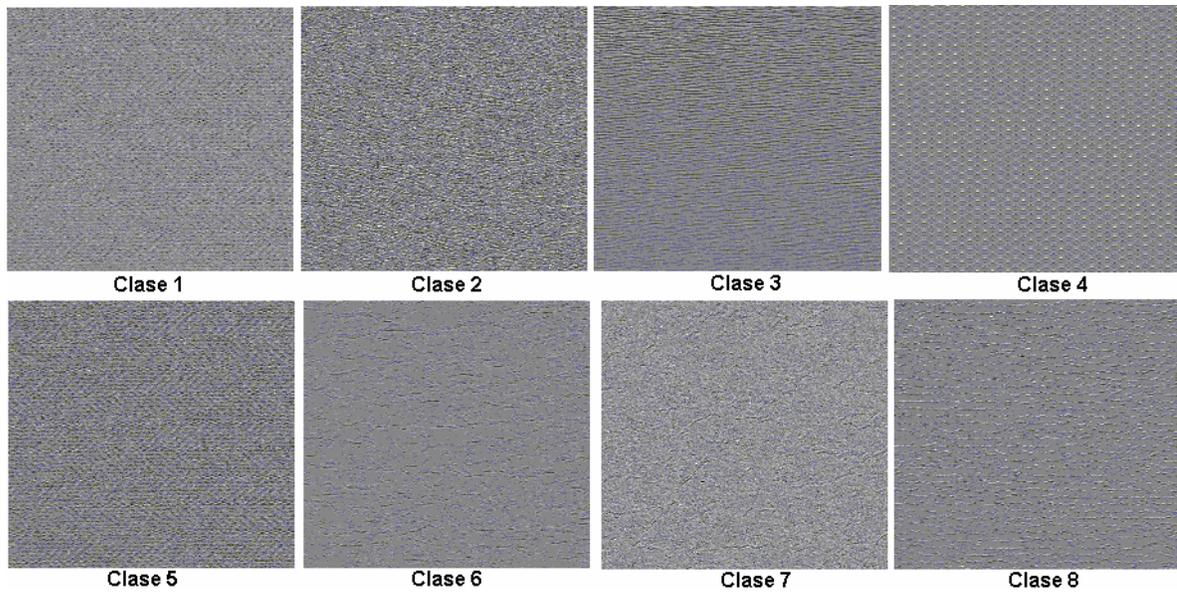


Figura VI.5.3.1. Imágenes de los coeficientes de detalle vertical obtenidas de descomponer las 8 clases de textura con la transformada wavelet db2 usando 1 nivel de descomposición.

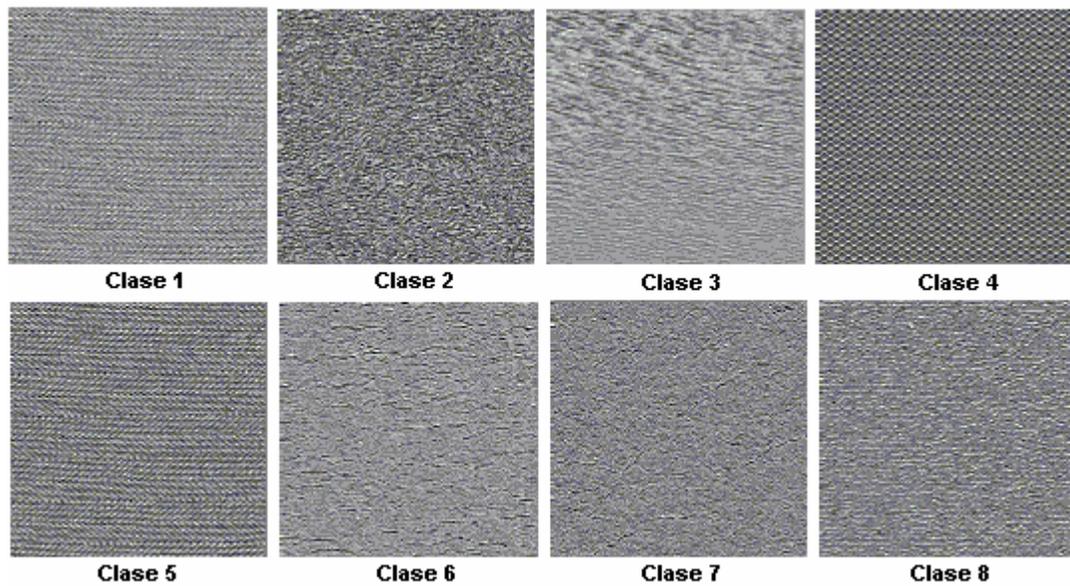


Figura VI.5.3.2. Imágenes de los coeficientes de detalle vertical obtenidas de descomponer las 8 clases de textura con la transformada wavelet db2 con 2 niveles de descomposición.

VI.5.3.1 Contraste

En la figura VI.5.3.1.1 a y b a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo contraste para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

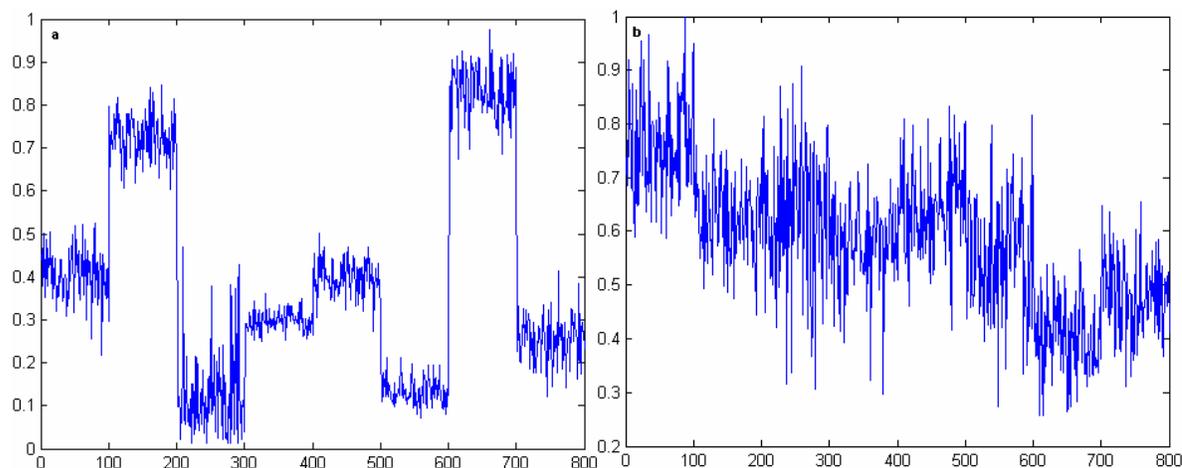


Figura VI.5.3.1.1 a y b. Valores del rasgo contraste para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.1.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo contraste que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.1.1 a. No se separan las clases 1 y 5, y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia entre las clases.

VI.5.3.2 Similitud

En la figura VI.5.3.2.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo similitud para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición,

tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

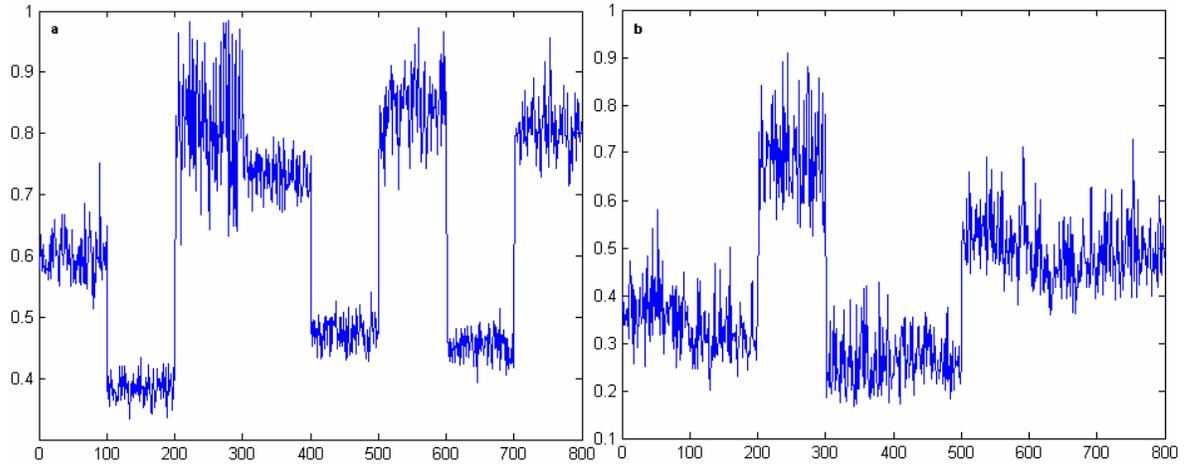


Figura VI.5.3.2.1 a y b. Valores del rasgo similitud para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.2.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo similitud que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.2.1 a. La poca separabilidad entre las clases 3, 4, 6 y 8 y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia entre estas clases.

VI.5.3.3 Disimilitud

En la figura VI.5.3.3.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo disimilitud para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

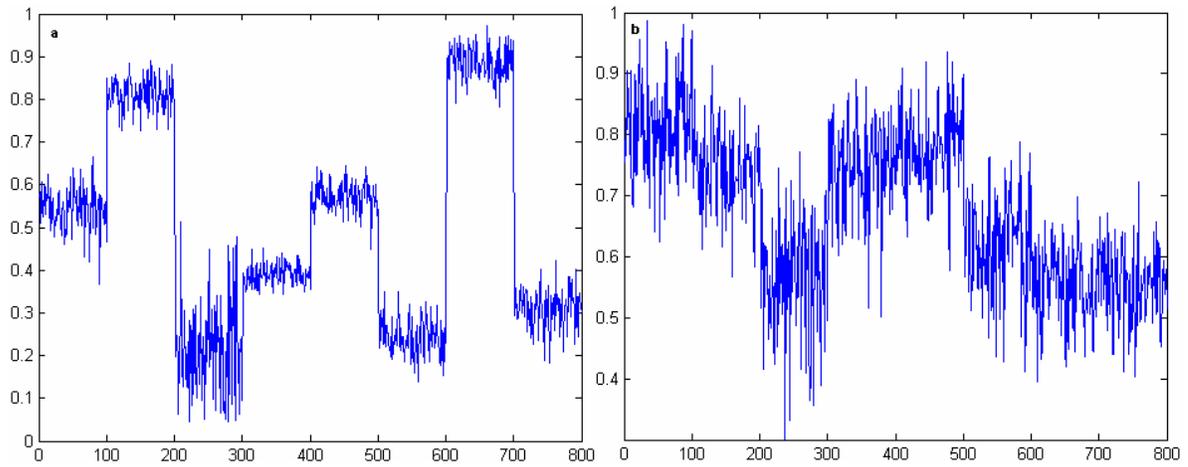


Figura VI.5.3.3.1 a y b. Valores del rasgo disimilitud para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.3.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo disimilitud que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.3.1 a. No se separan las clases 1 y 5, y la poca separabilidad entre las clases 4, 6 y 8 y la amplitud de la variabilidad de la clase 3 atentan contra la decisión de pertenencia entre estas clases.

VI.5.3.4 Homogeneidad

En la figura VI.5.3.4.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo homogeneidad para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

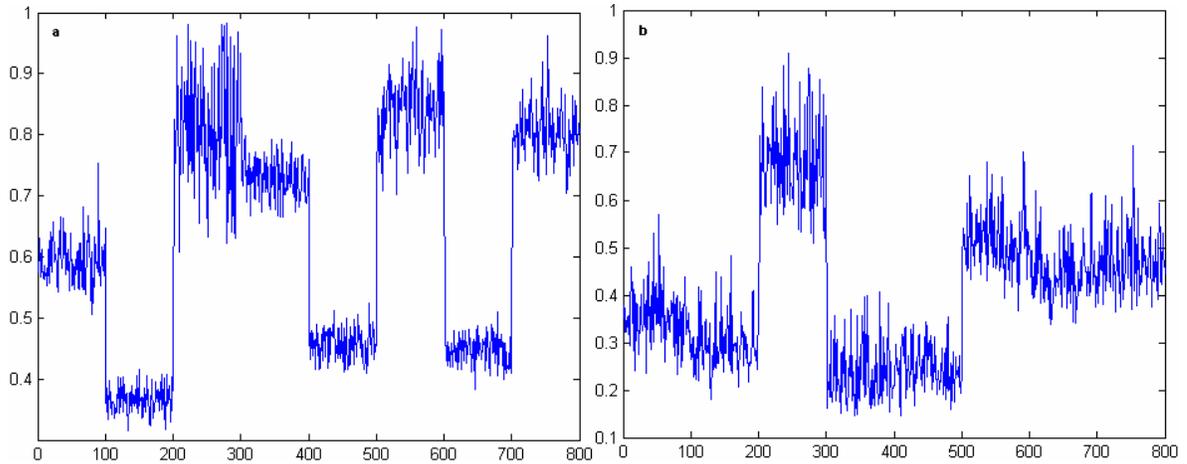


Figura VI.5.3.4.1 a y b. Valores del rasgo homogeneidad para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.4.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo homogeneidad que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.4.1 a. No se separan las clases 3, 6 y 8, y 5 y 7, y la amplitud de la variabilidad de la clase 3 atenta contra la decisión de pertenencia entre esta y la clase 4.

VI.5.3.5 Asm

En la figura VI.5.3.5.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo asm para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

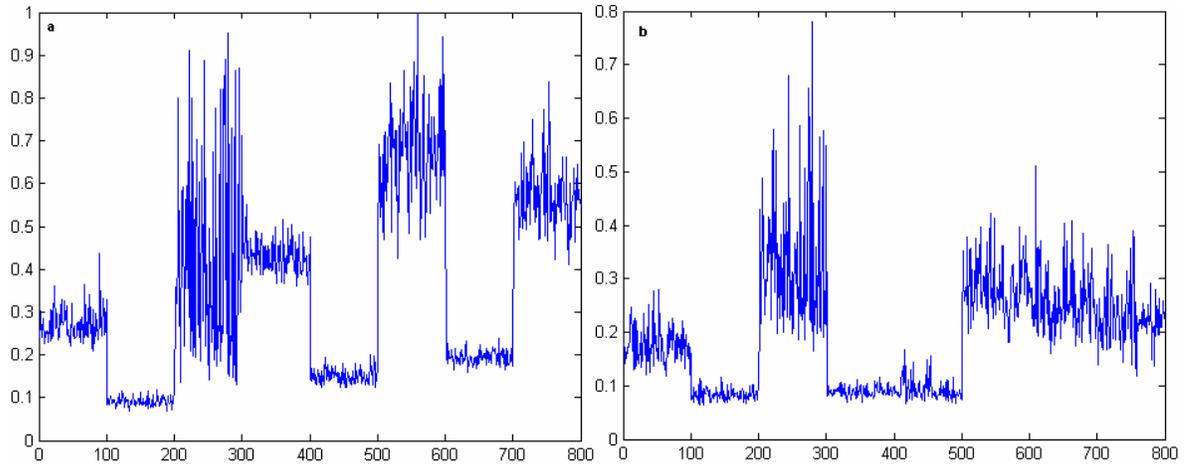


Figura VI.5.3.5.1 a y b. Valores del rasgo asm para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.5.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo asm que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.5.1 a. La amplitud de la variabilidad de la clase 3 atenta contra la decisión de pertenencia entre esta y la clases 1, 4, 6 y 8.

VI.5.3.6 Energía

En la figura VI.5.3.6.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo energía para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

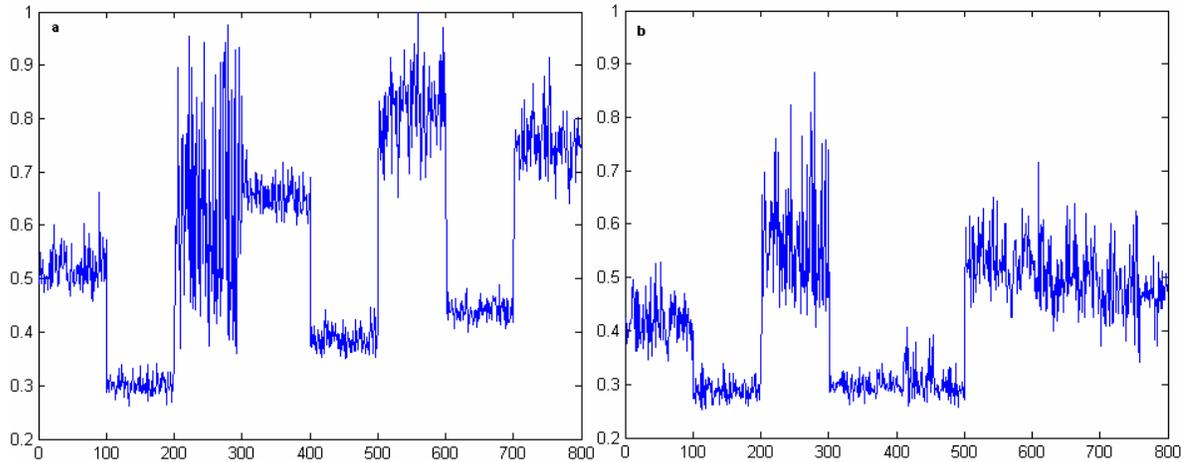


Figura VI.5.3.6.1 a y b. Valores del rasgo energía para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.6.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo energía que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.6.1 a. La amplitud de la variabilidad de la clase 3 atenta contra la decisión de pertenencia entre esta y la clases 1, 4, 6 y 8. El comportamiento de este rasgo es similar al de asm debido a los mismos solo difieren en un factor de escala.

VI.5.3.7 Entropía

En la figura VI.5.3.7.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo entropía para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

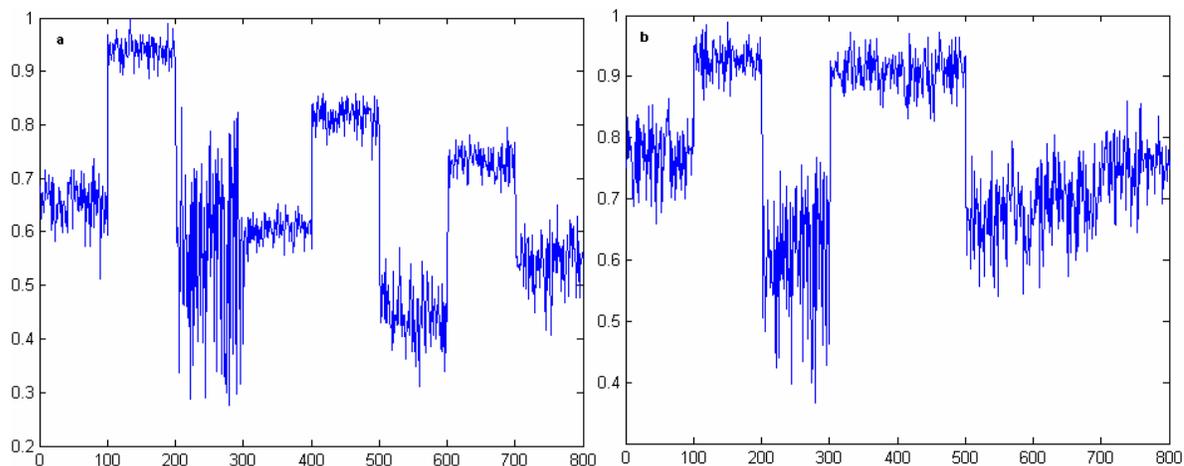


Figura VI.5.3.7.1 a y b. Valores del rasgo entropía para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.7.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo entropía que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.7.1 a. La amplitud de la variabilidad de la clase 3 atenta contra la decisión de pertenencia entre esta y la clases 1, 4, 6 y 8.

VI.5.3.8 Máxima probabilidad

En la figura VI.5.3.8.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo máxima probabilidad para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

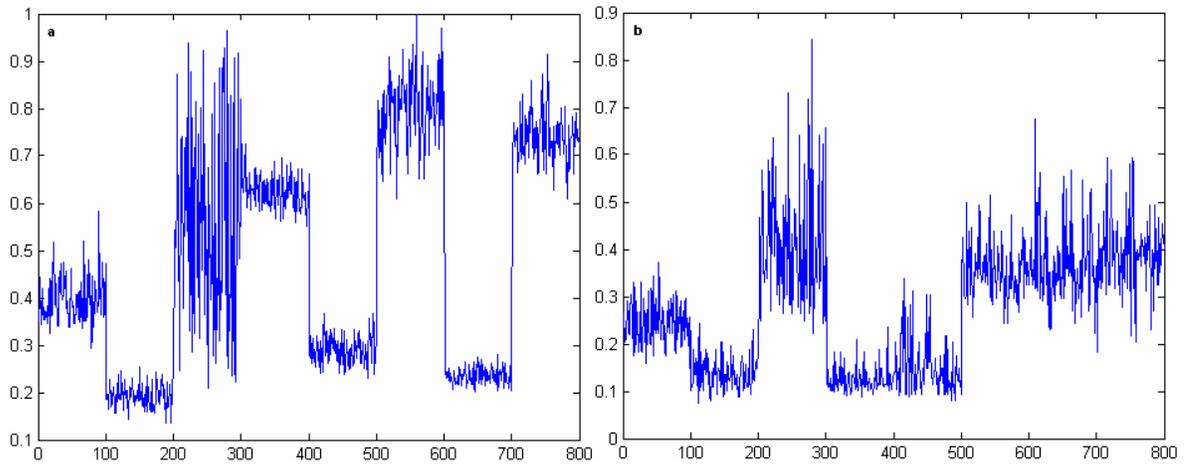


Figura VI.5.3.8.1 a y b. Valores del rasgo máxima probabilidad para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.8.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo máxima probabilidad que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.8.1 a. La amplitud de la variabilidad de la clase 3 atenta contra la decisión de pertenencia entre esta y la clases 1, 4, 6 y 8.

VI.5.3.9 Media

En la figura VI.5.3.9.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo media para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

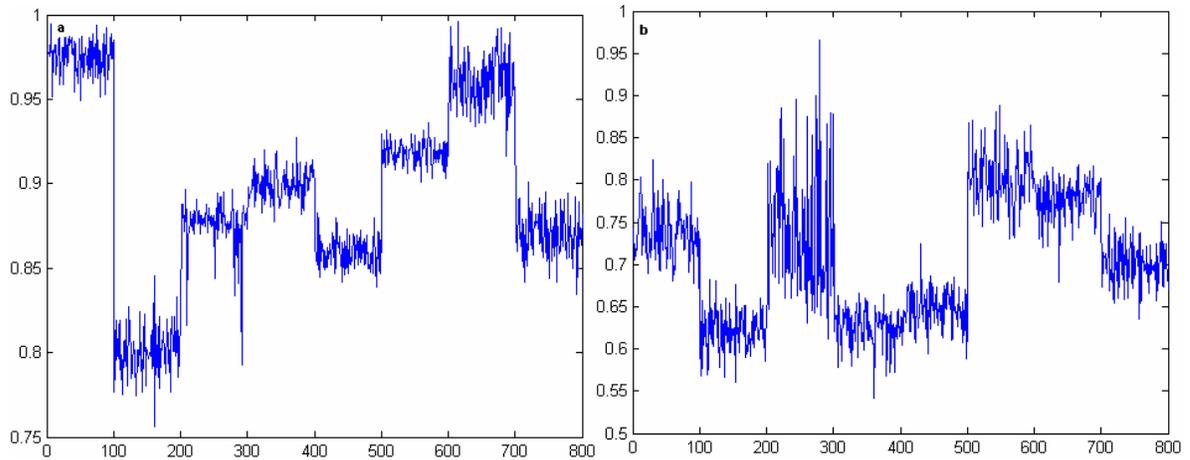


Figura VI.5.3.9.1 a y b. Valores del rasgo media para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.9.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo media que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.9.1 a. No se separan las clases 3 y 8, y 5 y 8, y la amplitud de la variabilidad de las clases atenta contra la decisión de pertenencia entre estas.

VI.5.3.10 Varianza

En la figura VI.5.3.10.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo varianza para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

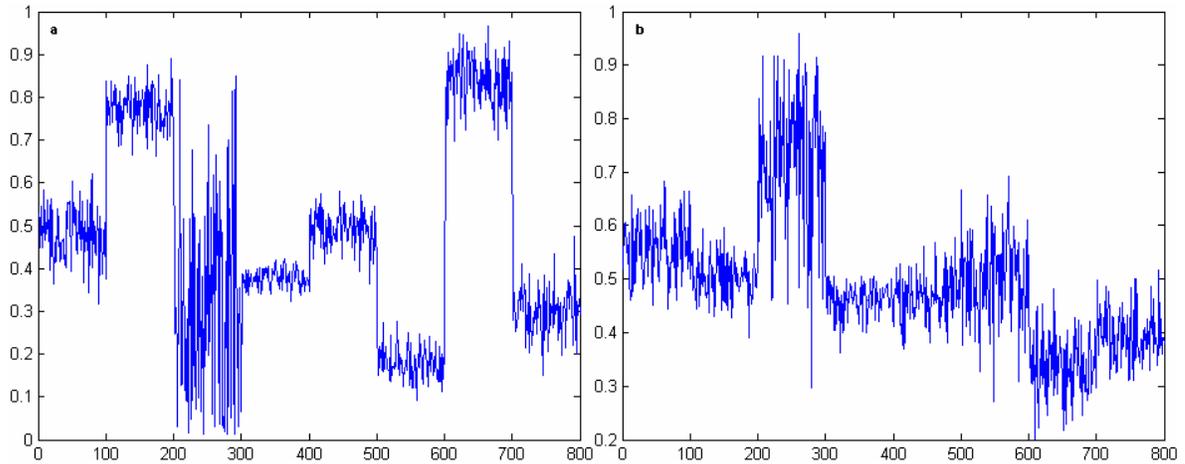


Figura VI.5.3.10.1 a y b. Valores del rasgo varianza para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.10.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo varianza que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.10.1 a. No se separan las clases 1 y 5, y la amplitud de la variabilidad de la clase 3 atenta contra la decisión de pertenencia entre esta y las clases 1, 4, 5, 6 y 8.

VI.5.3.11 Desviación estándar

En la figura VI.5.3.11.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo desviación estándar para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

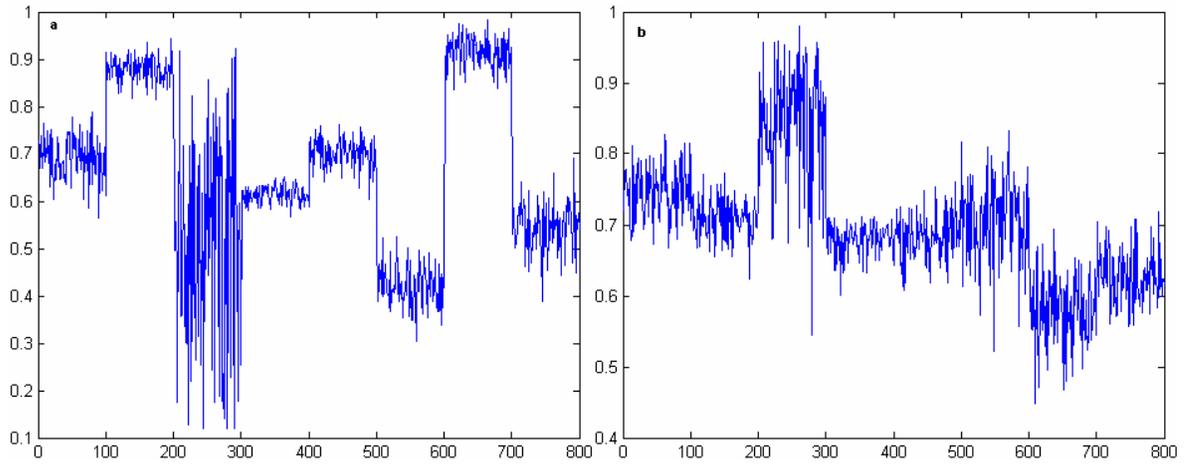


Figura VI.5.3.11.1 a y b. Valores del rasgo desviación estándar para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.11.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo desviación estándar que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.11.1 a. No se separan las clases 1 y 5, y la amplitud de la variabilidad de la clase 3 atenta contra la decisión de pertenencia entre esta y las clases 1, 4, 5, 6 y 8. El comportamiento de este rasgo es similar al de la varianza, estos solo difieren en un factor de escala.

VI.5.3.12 Correlación

En la figura VI.5.3.12.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo correlación para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle vertical: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

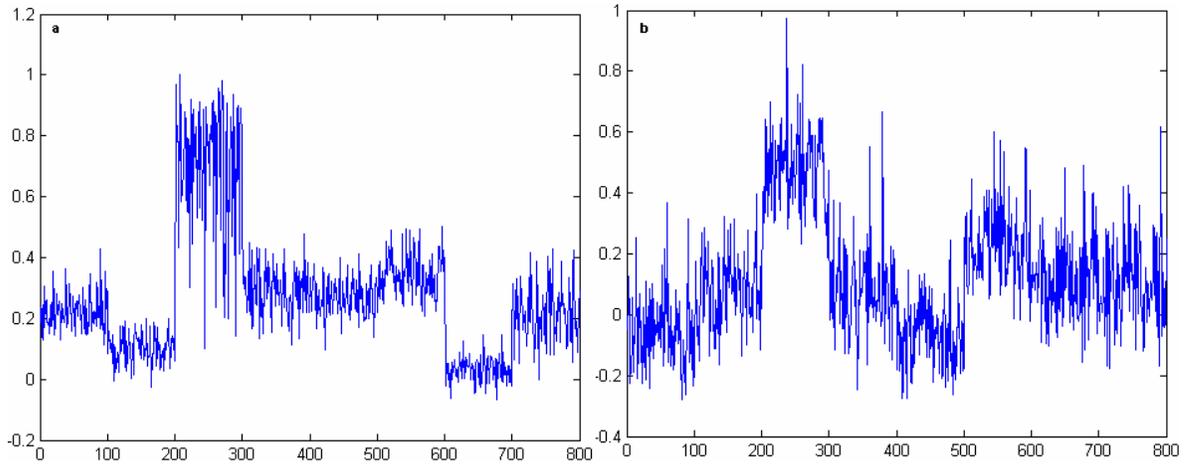


Figura VI.5.3.12.1 a y b. Valores del rasgo correlación para los coeficientes de detalle vertical de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.3.11.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo correlación que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.3.11.1 a. No se separan las clases 1 y 8, 4, 5 y 6, y la poca separabilidad y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia entre las clases.

VI.5.4 Clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal

En este anexo se muestran los gráficos de los valores de los 12 rasgos de textura propuestos obtenidos a partir de las clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal con 1 y 2 niveles de descomposición. Los tamaños de bloque utilizados son de 32X32 y 16X16 píxeles para los niveles de descomposición 1 y 2 respectivamente. En la figura VI.5.4.1 y VI.5.4.2 se muestran las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal correspondientes a los niveles de descomposición 1 y 2.

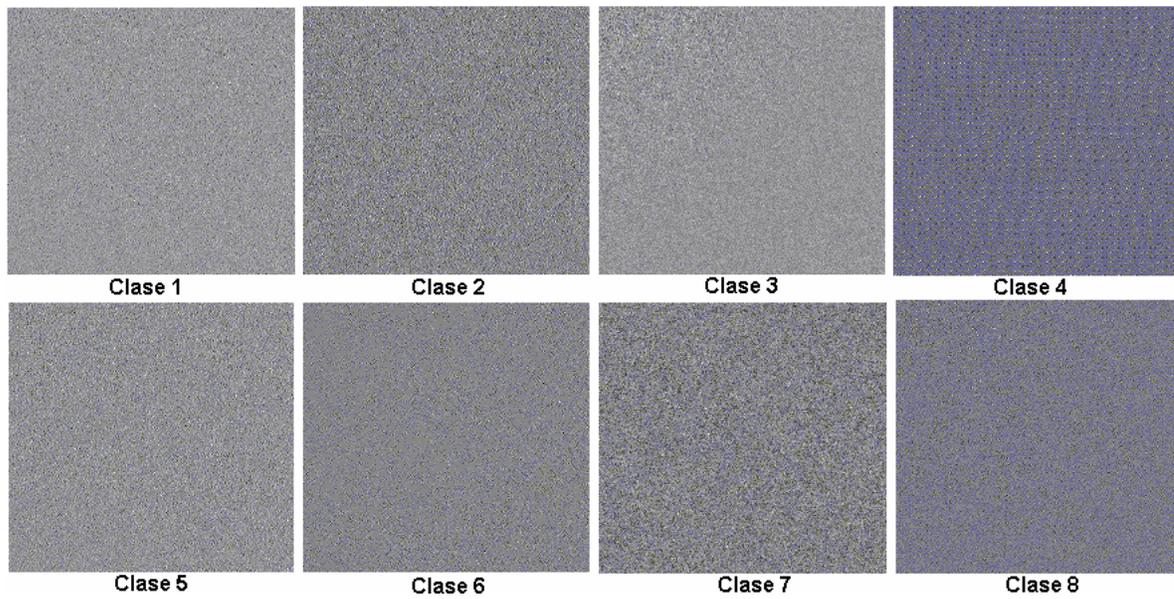


Figura VI.5.4.1. Imágenes de los coeficientes de detalle diagonal obtenidas de descomponer las 8 clases de textura con la transformada wavelet db2 usando 1 nivel de descomposición.

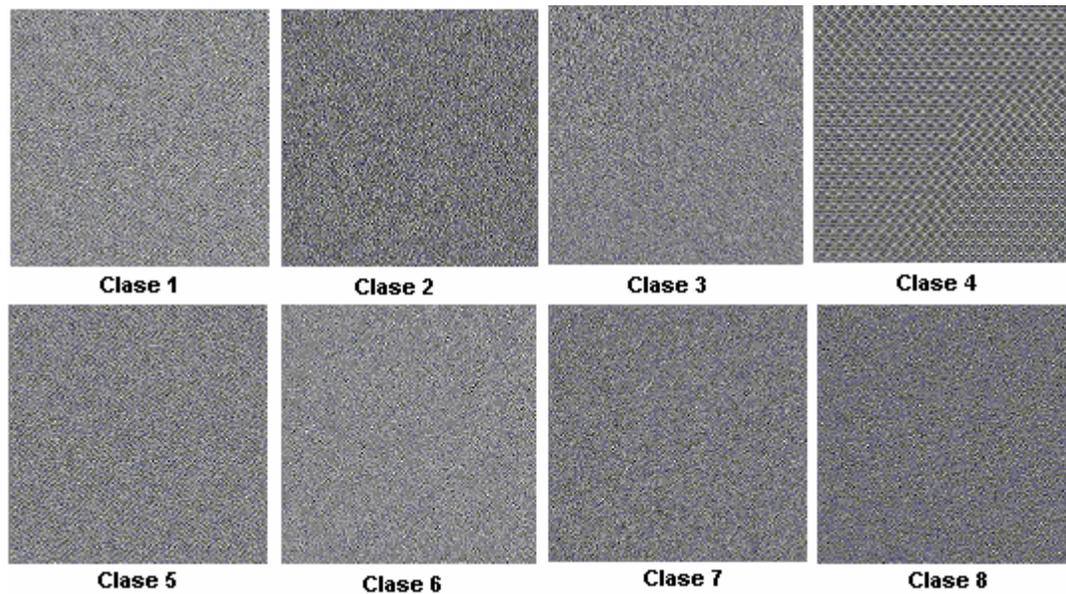


Figura VI.5.4.2. Imágenes de los coeficientes de detalle vertical obtenidas de descomponer las 8 clases de textura con la transformada wavelet db2 con 2 niveles de descomposición.

VI.5.4.1 Contraste

En la figura VI.5.4.1.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo contraste para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

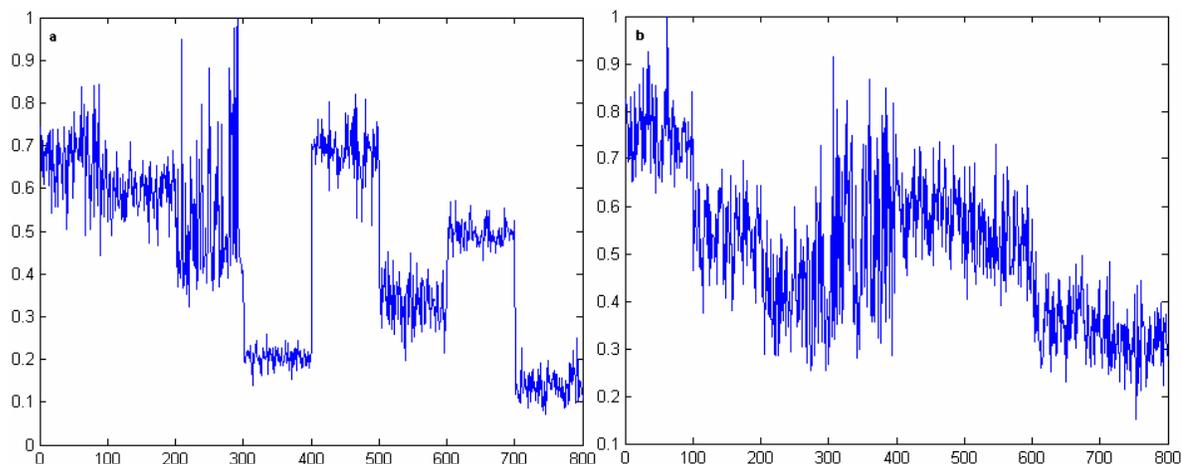


Figura VI.5.4.1.1 a y b. Valores del rasgo contraste para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.1.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo contraste que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.1.1 a. No se separan las clases 1, 2, 3, 5 y 6.

VI.5.4.2 Similitud

En la figura VI.5.4.2.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo similitud para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

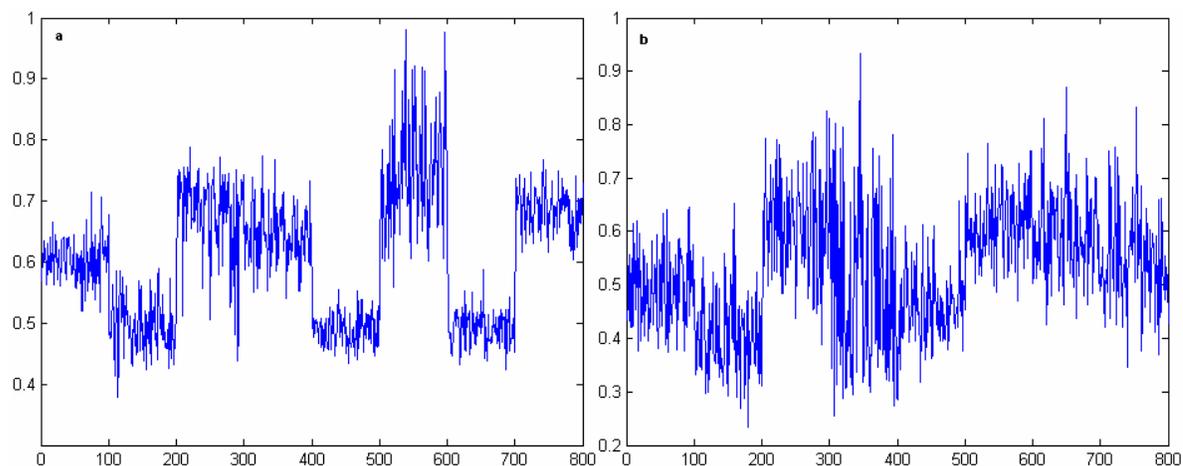


Figura VI.5.4.2.1 a y b. Valores del rasgo similitud para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.2.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo similitud que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.2.1 a. No se separan las clases 2, 5 y 7, 3, 4 y 8, y la amplitud de la variabilidad de las clases atenta contra la decisión de pertenencia entre estas.

VI.5.4.3 Disimilitud

En la figura VI.5.4.3.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo disimilitud para las de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

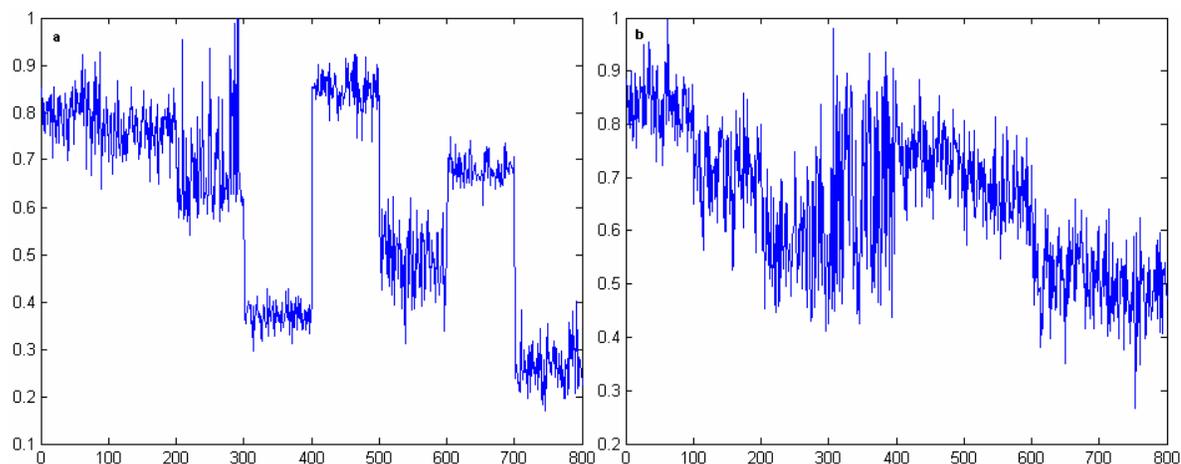


Figura VI.5.4.3.1 a y b. Valores del rasgo disimilitud para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.3.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo disimilitud que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.3.1 a. Debido a la poca separabilidad y a la variabilidad en las clases 1, 2, 3, 5 y 6 la decisión de pertenencias a clases se dificulta.

VI.5.4.4 Homogeneidad

En la figura VI.5.4.4.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo homogeneidad para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

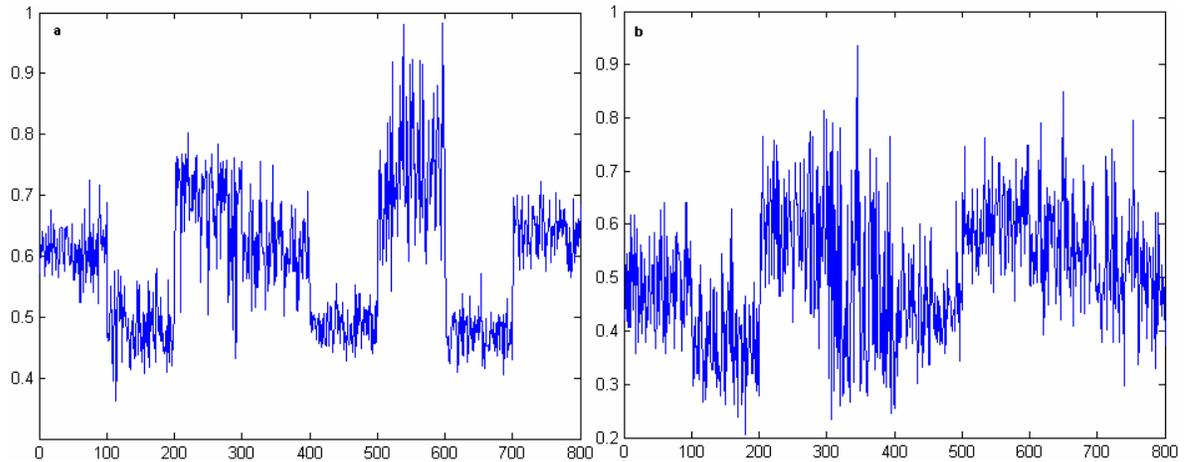


Figura VI.5.4.4.1 a y b. Valores del rasgo homogeneidad para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.4.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo homogeneidad que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.4.1 a. No se separan las clases 2, 5 y 7, 3, 4 y 8, y la amplitud de la variabilidad de las clases atenta contra la decisión de pertenencia entre estas.

VI.5.4.5 Asm

En la figura VI.5.4.5.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo asm para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

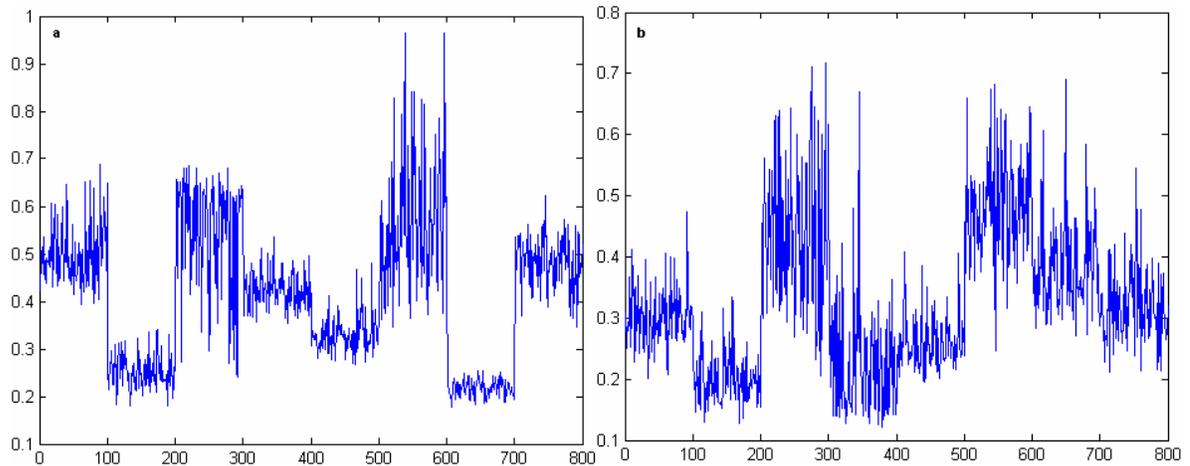


Figura VI.5.4.5.1 a y b. Valores del rasgo asm para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.5.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo asm que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.5.1 a. La poca separabilidad entre las clases de textura y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia entre casi todas las clases.

VI.5.4.6 Energía

En la figura VI.5.4.6.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo energía para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

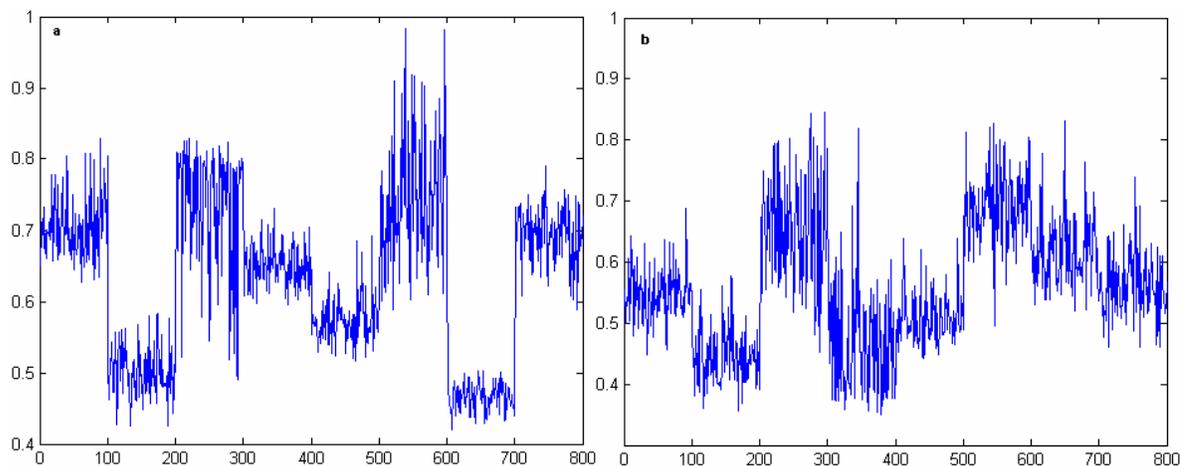


Figura VI.5.4.6.1 a y b. Valores del rasgo energía para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.6.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo energía que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.6.1 a. La poca separabilidad entre las clases de textura y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia entre casi todas las clases. El comportamiento de este rasgo es equivalente al del asm debido a estos rasgos solo difieren en un factor de escala.

VI.5.4.7 Entropía

En la figura VI.5.4.7.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo entropía para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

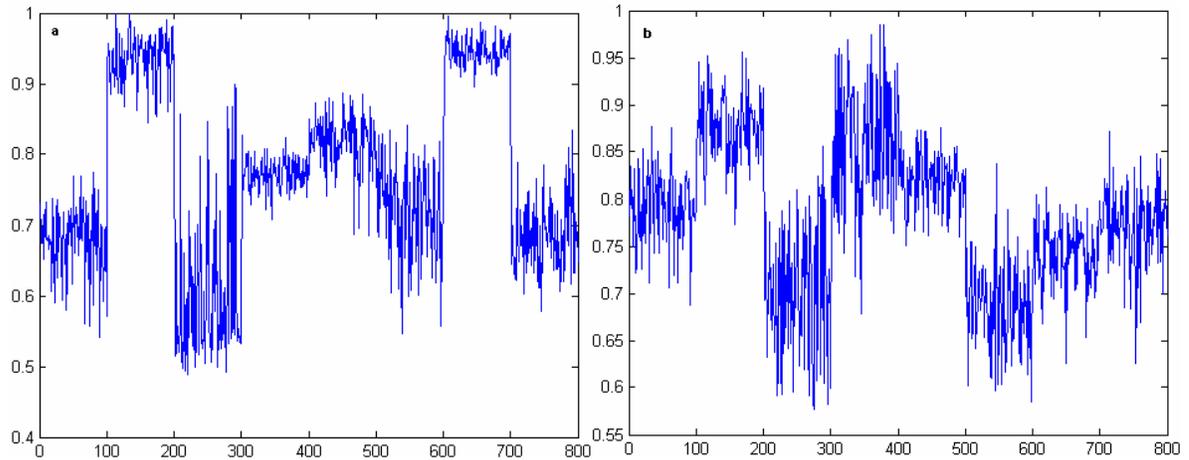


Figura VI.5.4.7.1 a y b. Valores del rasgo entropía para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.7.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo entropía que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.7.1 a. No se separan las clases 2 y 7, y la poca separabilidad entre las clases 1, 4, 5, 6 y 8 y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia entre estas clases.

VI.5.4.8 Máxima probabilidad

En la figura VI.5.4.8.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo máxima probabilidad para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

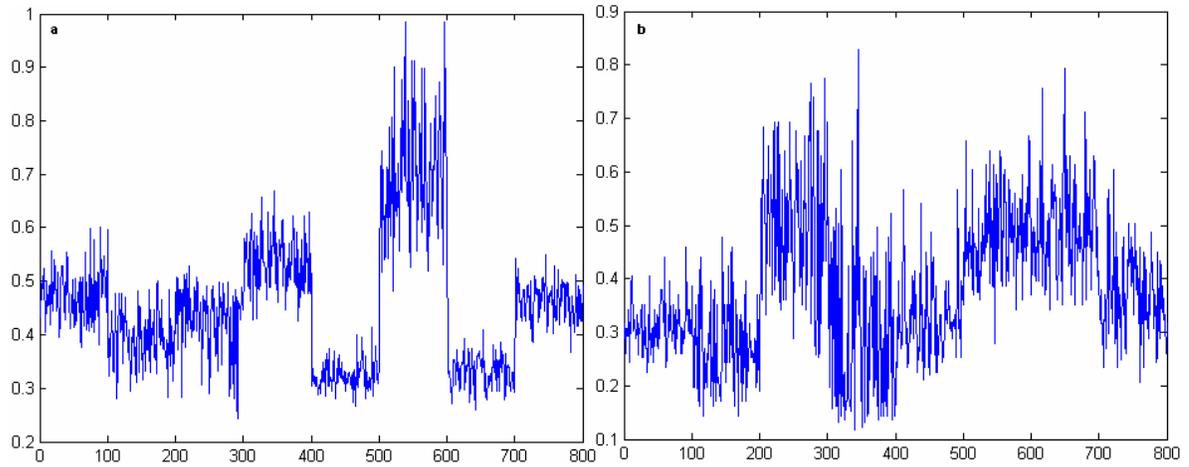


Figura VI.5.4.8.1 a y b. Valores del rasgo máxima probabilidad para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.8.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo máxima probabilidad que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.8.1 a. La poca separabilidad y la amplitud de la variabilidad atenta contra la decisión de pertenencia entre las clases.

VI.5.4.9 Media

En la figura VI.5.4.9.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo media para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

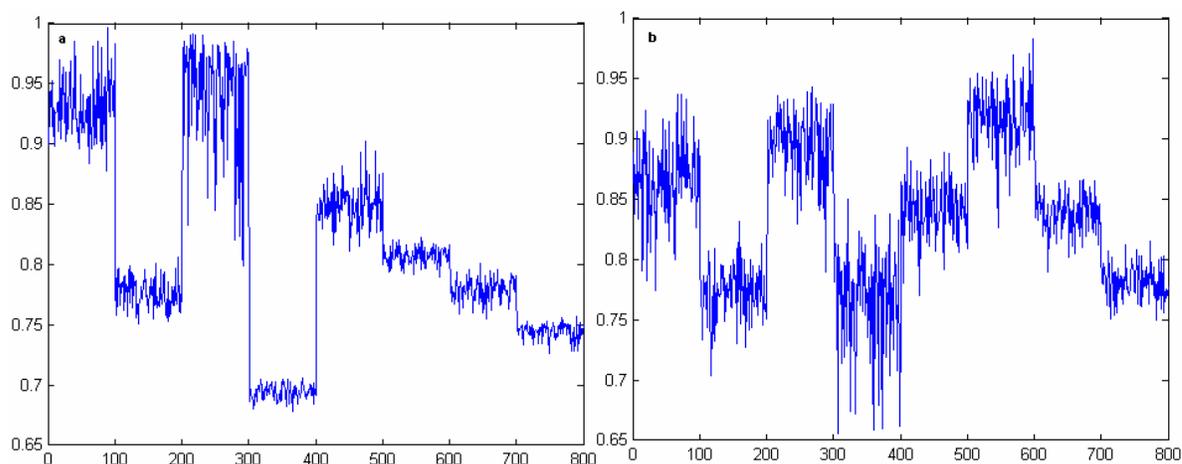


Figura VI.5.4.9.1 a y b. Valores del rasgo media para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.9.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo media que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.9.1 a. No se separan las clases 1 y 3, y 2 y 7.

VI.5.4.10 Varianza

En la figura VI.5.4.10.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo varianza para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

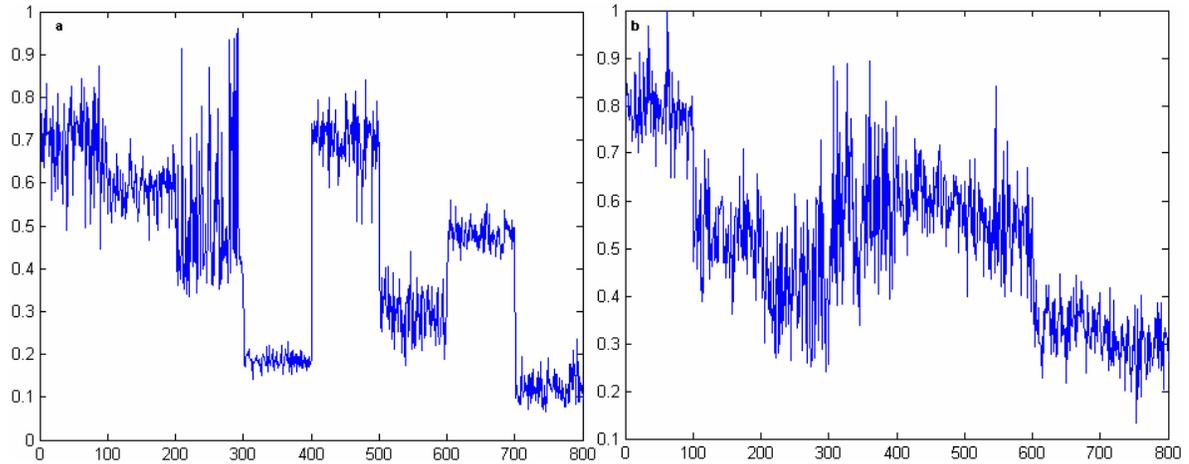


Figura VI.5.4.10.1 a y b. Valores del rasgo varianza para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.10.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo varianza que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.10.1 a. No se separan las clases 1 y 5, 3 y 7, y la amplitud de la variabilidad de las clases 1, 2 y 3 atentan contra la decisión de pertenencia entre estas clases y las clases 5 y 7.

VI.5.4.11 Desviación estándar

En la figura VI.5.4.11.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo desviación estándar para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

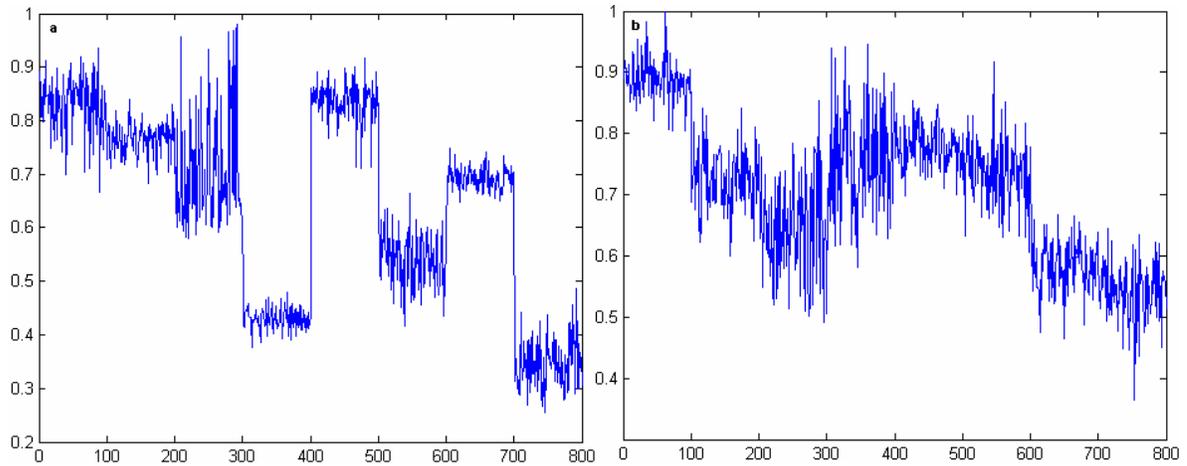


Figura VI.5.4.11.1 a y b. Valores del rasgo desviación estándar para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.11.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo desviación estándar que el mejor comportamiento en cuanto a separabilidad se obtiene a partir de las imágenes de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición de la wavelet db2, figura VI.5.4.11.1 a. No se separan las clases 1 y 5, 3 y 7, y la amplitud de la variabilidad de las clases 1, 2 y 3 atentan contra la decisión de pertenencia entre estas clases y las clases 5 y 7. El comportamiento de este rasgo es equivalente al de la varianza debido a que solo se diferencian en un factor de escala.

VI.5.4.12 Correlación

En la figura VI.5.4.12.1 a y b, se muestran los gráficos de los valores del rasgo correlación para las 8 clases de textura de los coeficientes de detalle diagonal: a) 1 nivel de descomposición, tamaño de bloque 32X32 píxeles y b) 2 niveles de descomposición, tamaño de bloque 16X16 píxeles.

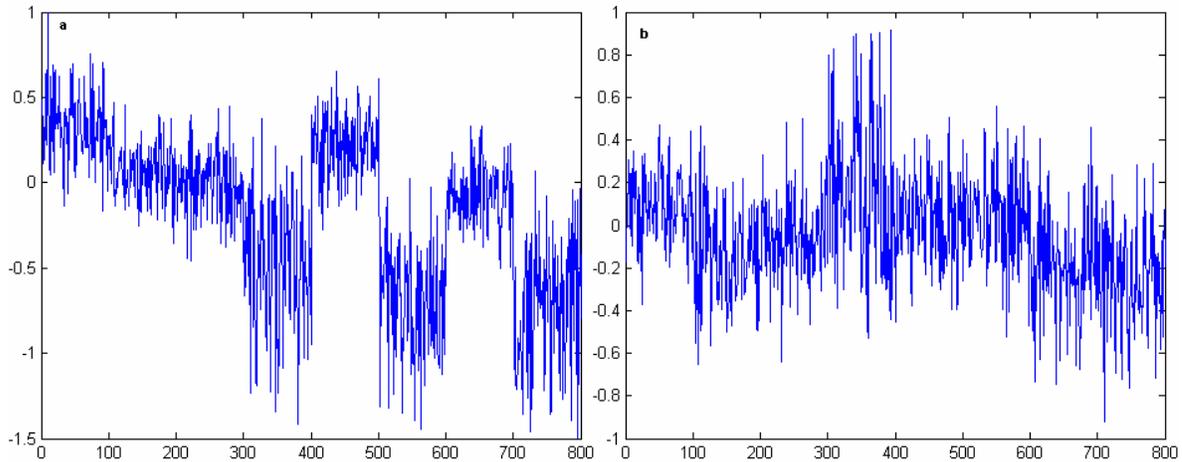


Figura VI.5.4.12.1 a y b. Valores del rasgo correlación para los coeficientes de detalle diagonal de cada una de las clases de textura codificadas mediante la wavelet db2 con niveles de descomposición y tamaño de bloque: a) 1 nivel y 32X32 píxeles, y b) 2 niveles y 16X16 píxeles.

En la figura VI.5.4.12.1 a y b puede verse de los gráficos obtenidos a partir de los valores del rasgo correlación que el comportamiento en cuanto a separabilidad y variabilidad es malo. La poca separabilidad y la amplitud de la variabilidad atentan contra la decisión de pertenencia a clases.

VI.6 Combinación de los rasgos basados en la descomposición mediante la wavelet Daubechies 2

A continuación se presentan las combinaciones de los rasgos que mejor comportamiento presentaron en el análisis individual. Con los valores de los rasgos se forman coordenadas espaciales y se determina la distancia de estos puntos al origen. Las dimensiones de estas coordenadas dependen del número de rasgos combinados, p . Se utilizó la distancia de Mahalanobis para obtener el gráfico de los vectores p -dimensionales respecto a las coordenadas $(0_1, \dots, 0_p)$. En la figura VI.6.1 se muestra el gráfico correspondiente a las combinaciones entre los rasgos desviación estándar, obtenido a partir de las clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal y contraste, obtenido a partir de las clases de textura de los coeficientes de detalle vertical, ambos con 1 nivel de descomposición y con un tamaño de bloque de 32X32 píxeles.

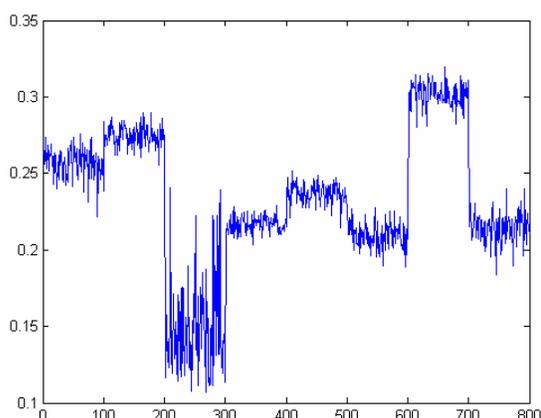


Figura VI.6.1. Valores de la combinación de los rasgos desviación estándar-contraste para las clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal y vertical respectivamente, con 1 nivel de descomposición. Tamaño de bloque utilizado, 32X32 píxeles.

En la figura VI.6.1 se muestra el gráfico que resulta al combinar los rasgos desviación estándar de las clases de textura de los coeficientes de detalle horizontal y contraste de las clases de textura de los coeficientes de detalle vertical con 1 nivel de descomposición. Nótese que no separa las clases de textura 4, 6 y 8.

Anexo VII Combinación de los rasgos de mejor desempeño

En este anexo se presentan los gráficos de las combinaciones de los rasgos que se seleccionaron en los anexos V y VI teniendo en cuenta su desempeño en cuanto a separabilidad y variabilidad. Los rasgos seleccionados son: 1) disimilitud, codificación con pirámide Gaussiana, 2) contraste, codificación con pirámide Gaussiana, y 3) desviación estándar, imágenes originales. Se excluyen las combinaciones que implican un mismo tipo de codificación debido a que ya se analizaron en el anexo VI. En la figura VII.1 a, b y c se muestran las combinaciones de los rasgos: a) 1 y 3, b) 2 y 3, y c) 1, 2, 3 correspondientes al conjunto de entrenamiento 1, y en la figura VII.2 a, b y c se muestran las combinaciones de los rasgos: a) 1 y 3, b) 2 y 3, y c) 1, 2, 3 correspondientes al conjunto de entrenamiento 2, como la distancia de Mahalanobis de las coordenadas formadas por sus valores respecto al origen y la representación correspondiente de estas coordenadas en un espacio p -dimensional, siendo p el número de rasgos implicados.

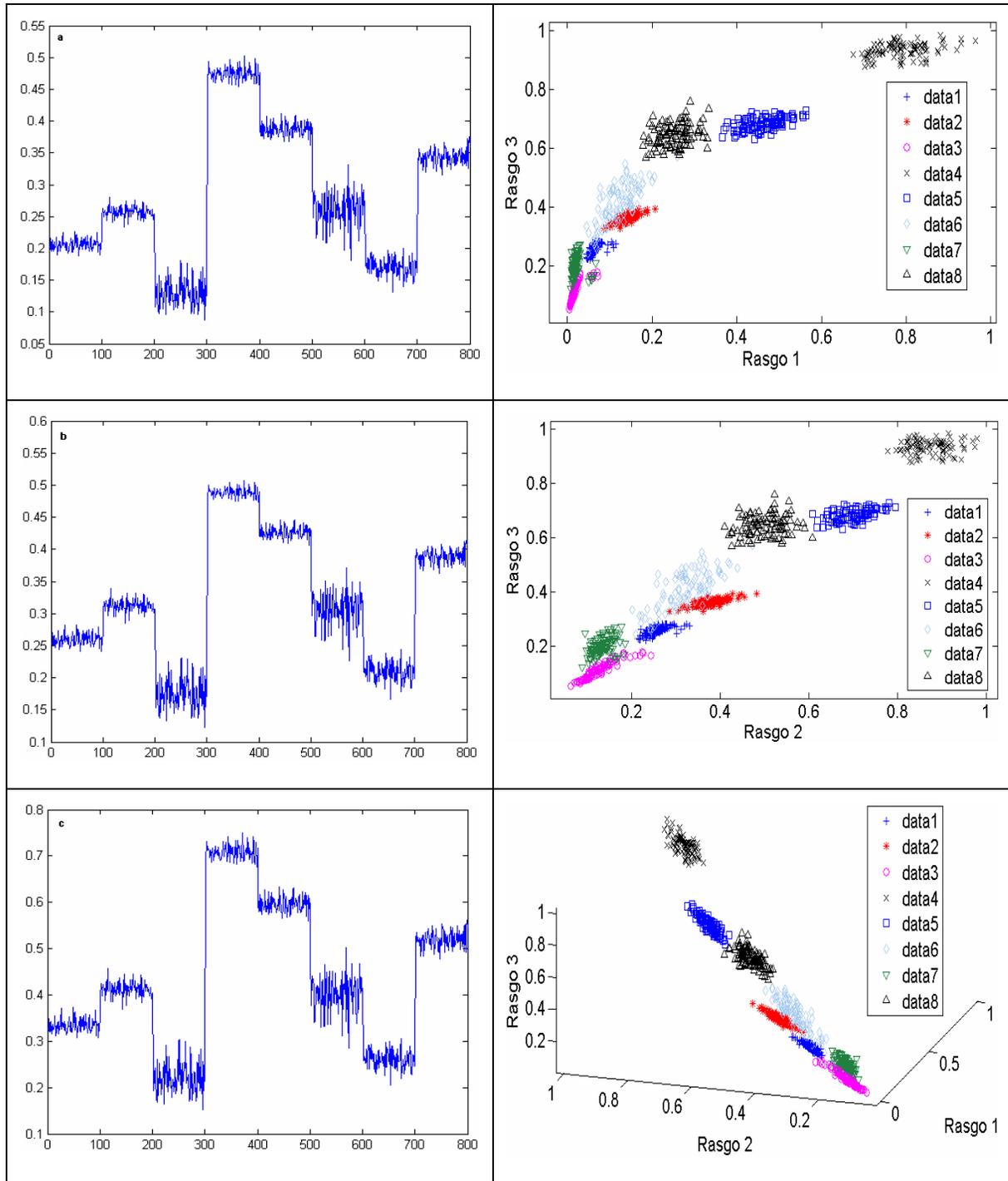
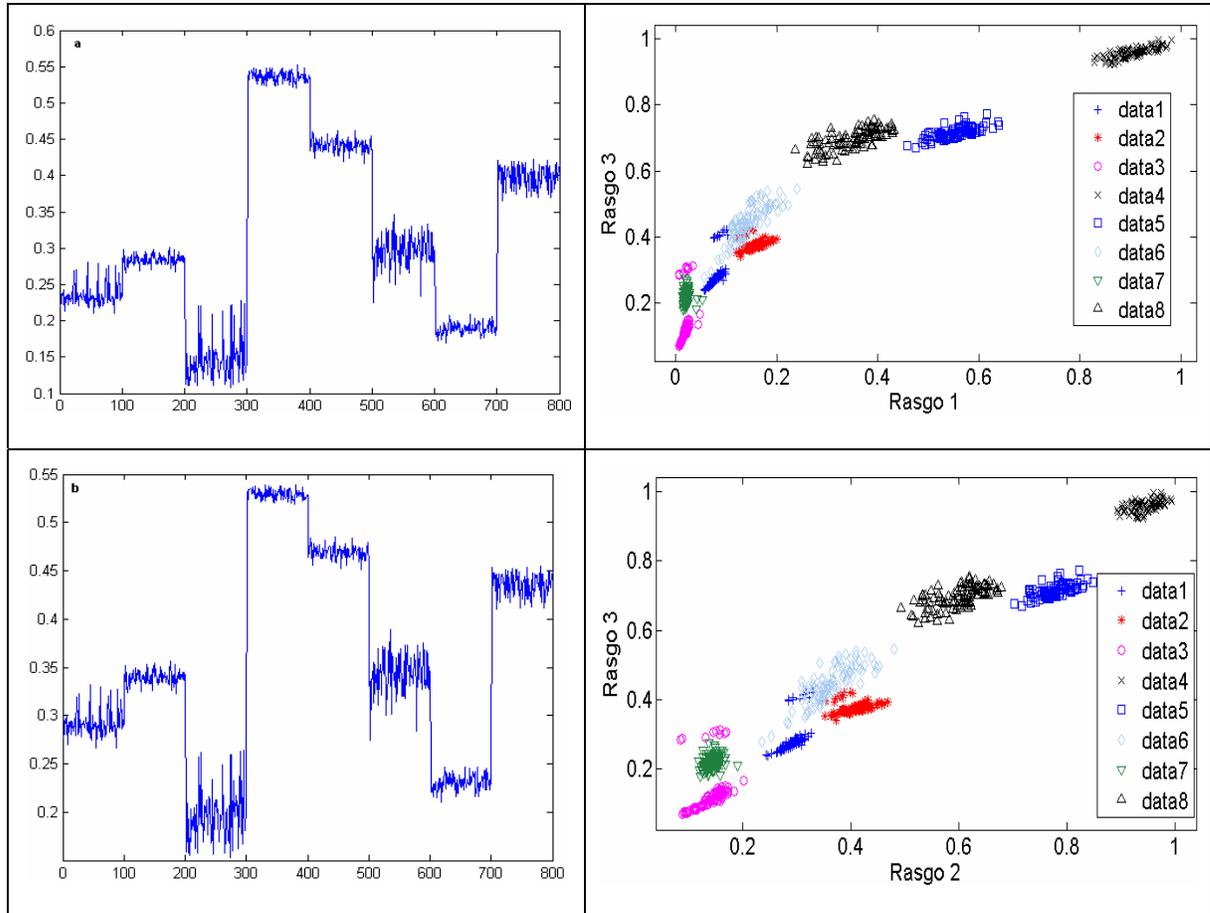


Figura VII.1 a, b y c. Gráficos de las combinaciones de los rasgos 1, 2 y 3: a) 1 y 3, b) 2 y 3, y c) 1, 2 y 3 correspondientes al conjunto de entrenamiento 1.

Como puede verse en la figura VII.1 a, b y c, la diferencia entre los gráficos es pequeña, y similar a la obtenida al combinar los rasgos contraste y disimilitud codificados con la pirámide Gaussiana, figura VI.2.1. No es posible discernir entre cuál de las combinaciones es la mejor a partir de la inspección visual, pero nótese que la inclusión de la tercera coordenada agrupa más los datos.



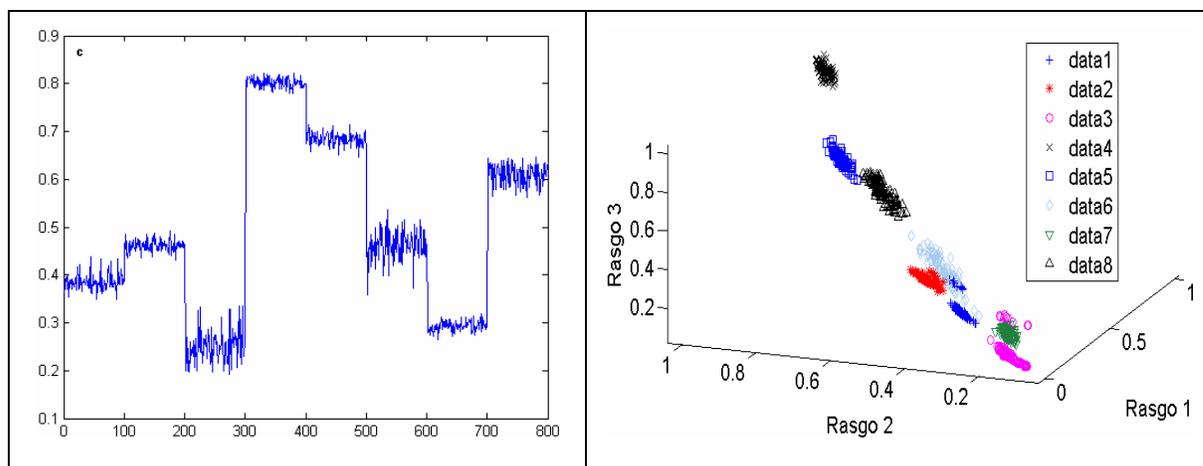
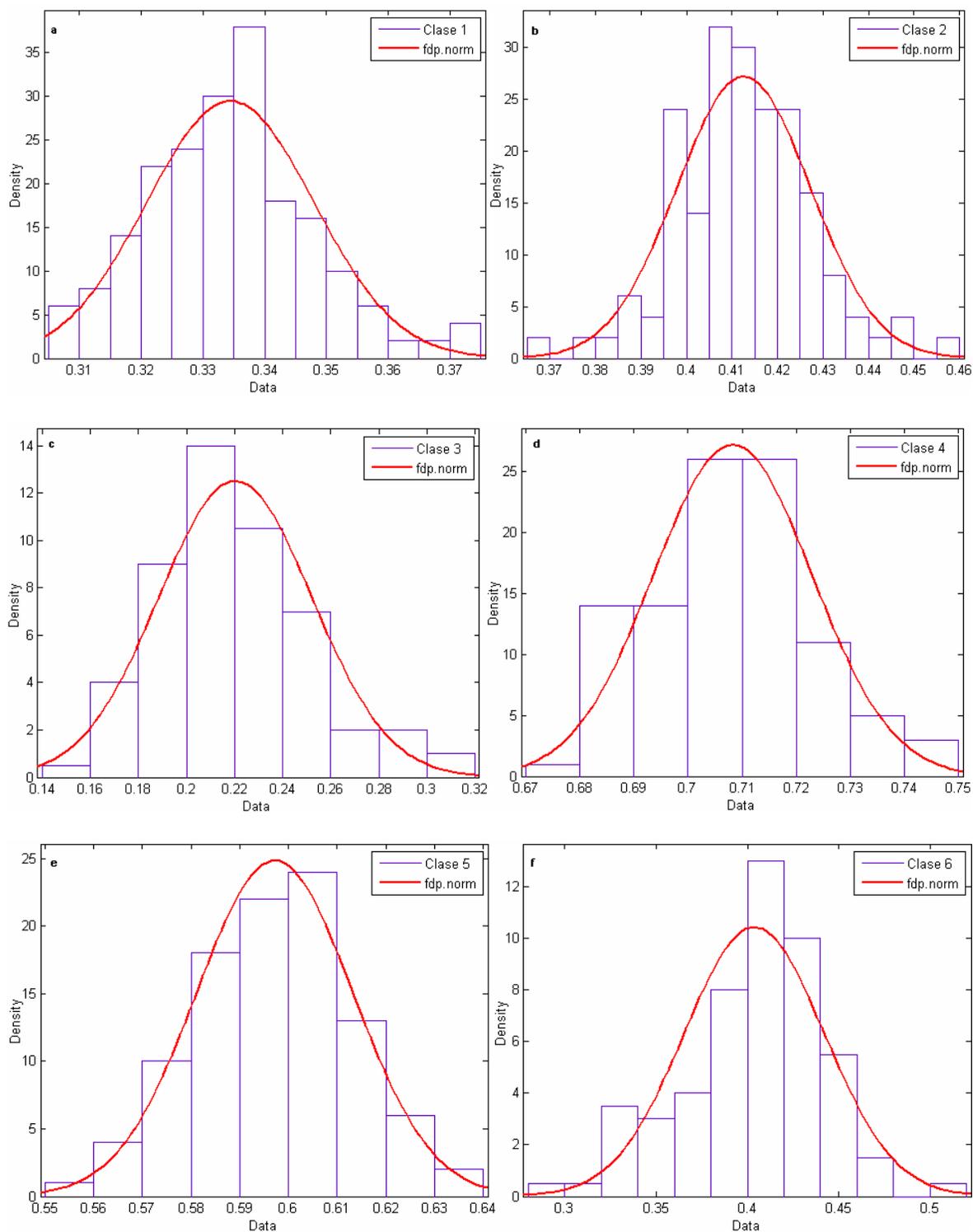


Figura VII.2 a, b y c. Gráficos de las combinaciones de los rasgos 1, 2 y 3: a) 1 y 3, b) 2 y 3, y c) 1, 2 y 3 correspondientes al conjunto de entrenamiento 2.

Al igual que ocurre con la figura VII.1 es difícil discernir entre cuál de las combinaciones es la mejor a partir de la inspección visual, pero nótese que la inclusión de la tercera coordenada agrupa más los datos.

Anexo VIII Gráficos de los histogramas de los datos de cada clase para los conjuntos de entrenamiento 1 y 2

En este anexo se muestran los histogramas de los datos de los conjuntos formados por las distancias de Mahalanobis al origen de los conjuntos de entrenamiento 1, figura VIII.1 a,..., h, y 2, figura VIII.2 a,..., h, y la distribución normal que mejor los representa. Se tomó este vector como representativo de cada un de los 3 rasgos independientes que forman los conjuntos de entrenamiento 1 y 2.



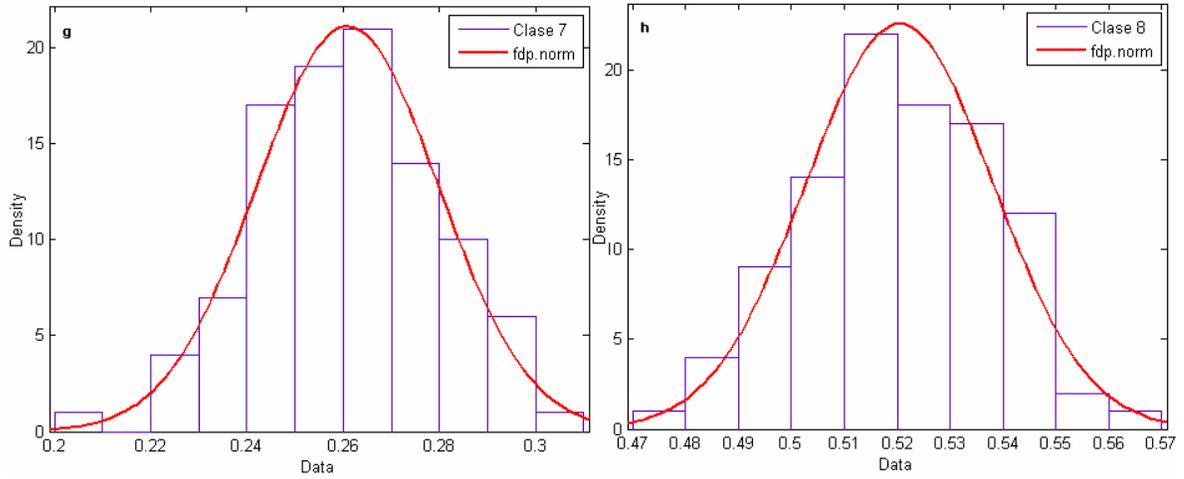
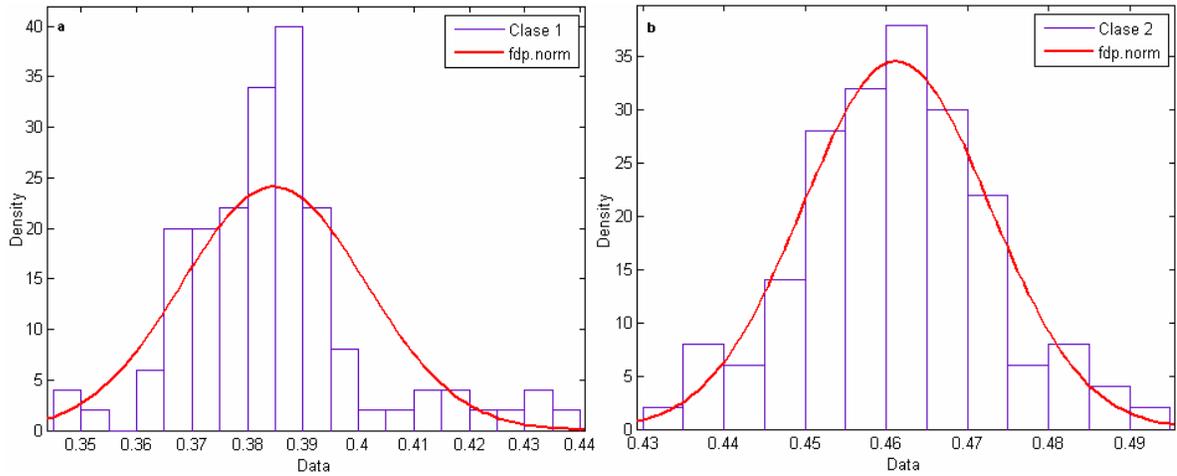


Figura VIII.1 a, b, c, d, e, f, g, y h. Histogramas de los valores de las distancias de Mahalanobis al origen del conjunto de entrenamiento 1 y la distribución normal que mejor modela estos datos.



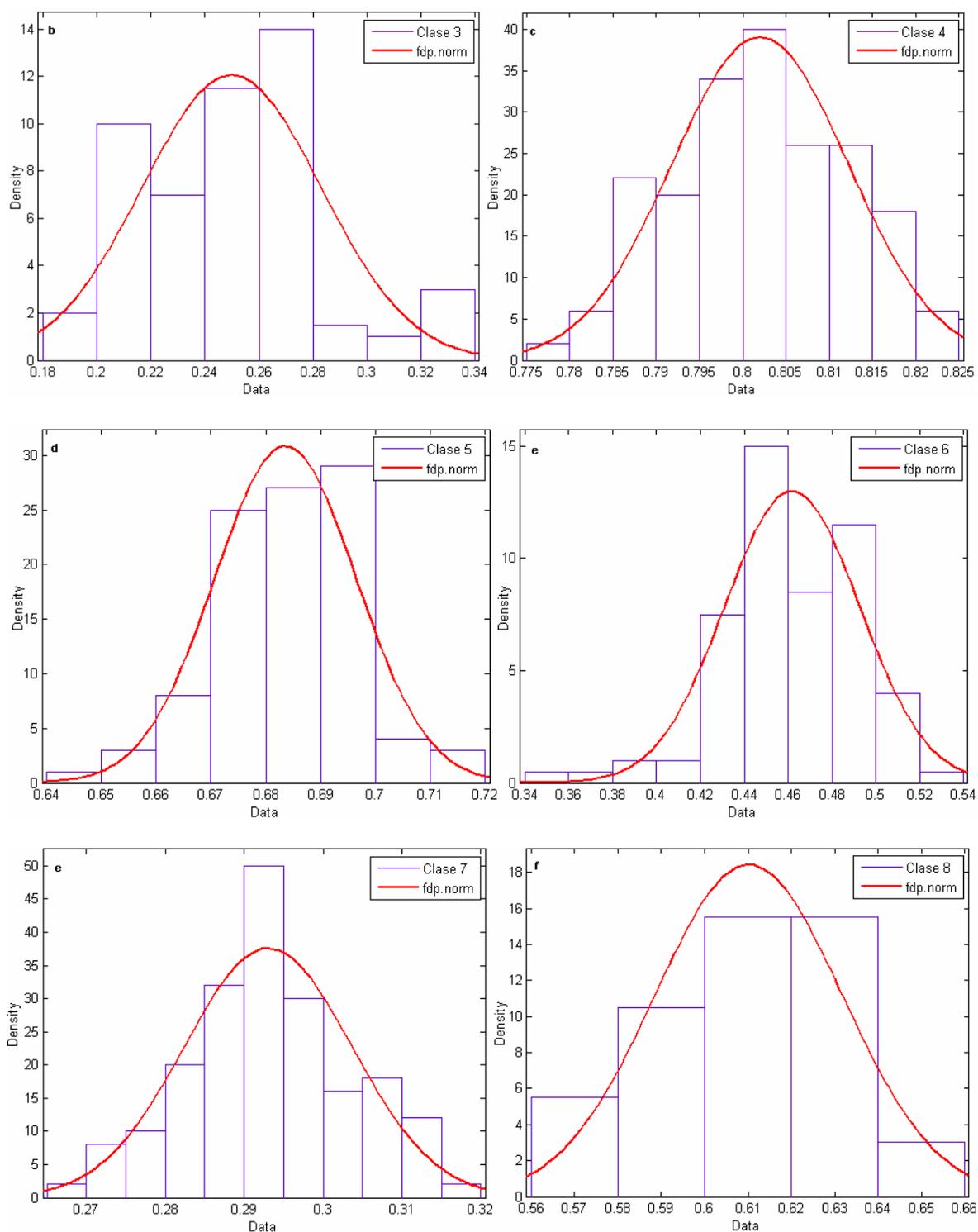
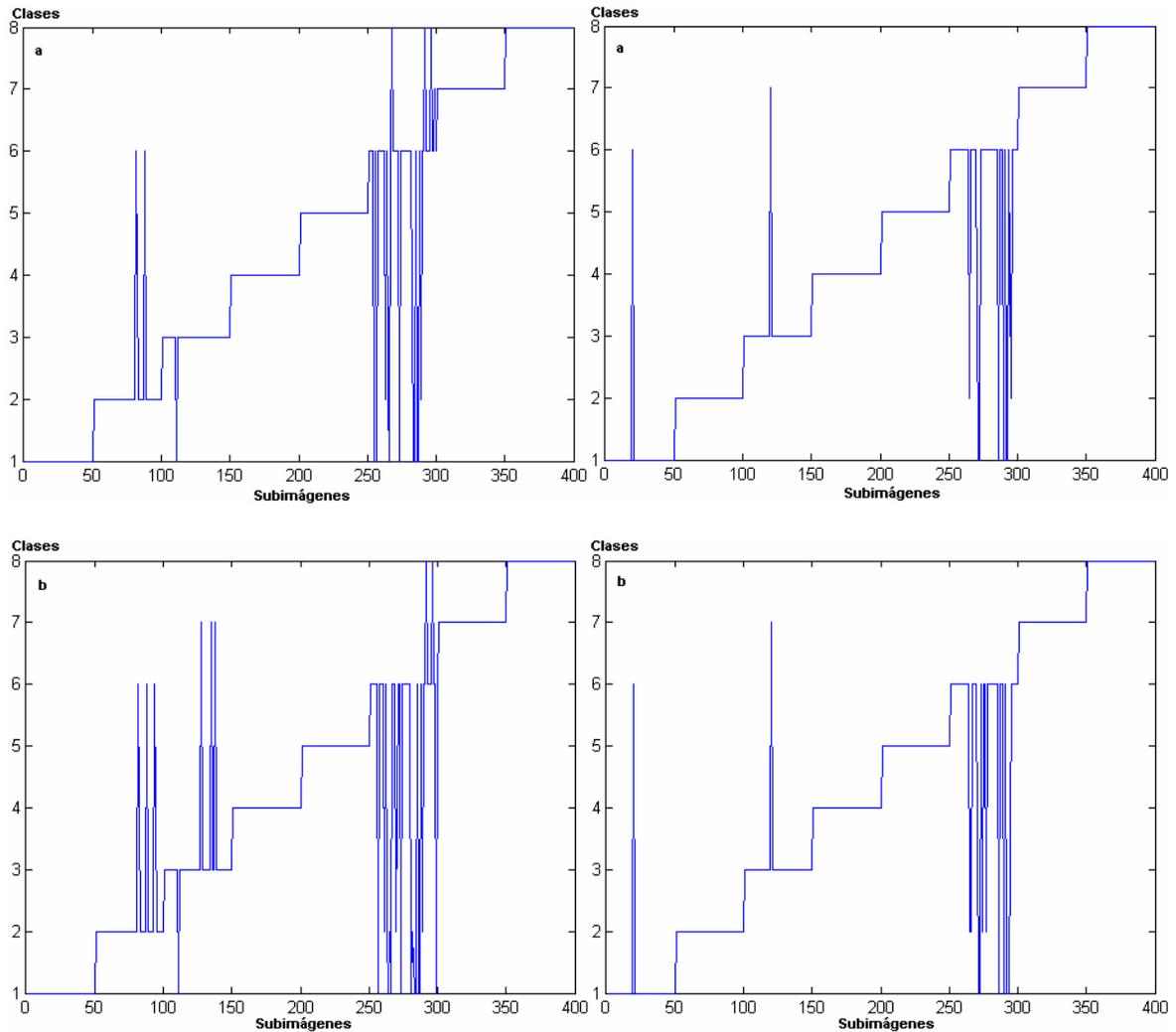


Figura VIII.2 a, b, c, d, e, f, g, y h. Histogramas de los valores de las distancias de Mahalanobis al origen del conjunto de entrenamiento 2 y la distribución normal que mejor modela estos datos.

Anexo IX Gráficos de las clases obtenidos al utilizar el método del análisis discriminante

En la figura IX.1 pueden verse los gráficos de las subimágenes y sus clases correspondientes obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2 utilizando el método del análisis discriminante con diferentes tipos de funciones discriminantes: lineal, diagonal lineal, cuadrático, diagonal cuadrático, mahalanobis, basado en el criterio de máxima verosimilitud y usando como conjuntos de referencia los conjuntos de entrenamiento 1 y 2 respectivamente. Los clasificadores desarrollados se basan en la función *classify* del Paquete de Estadística del Matlab.



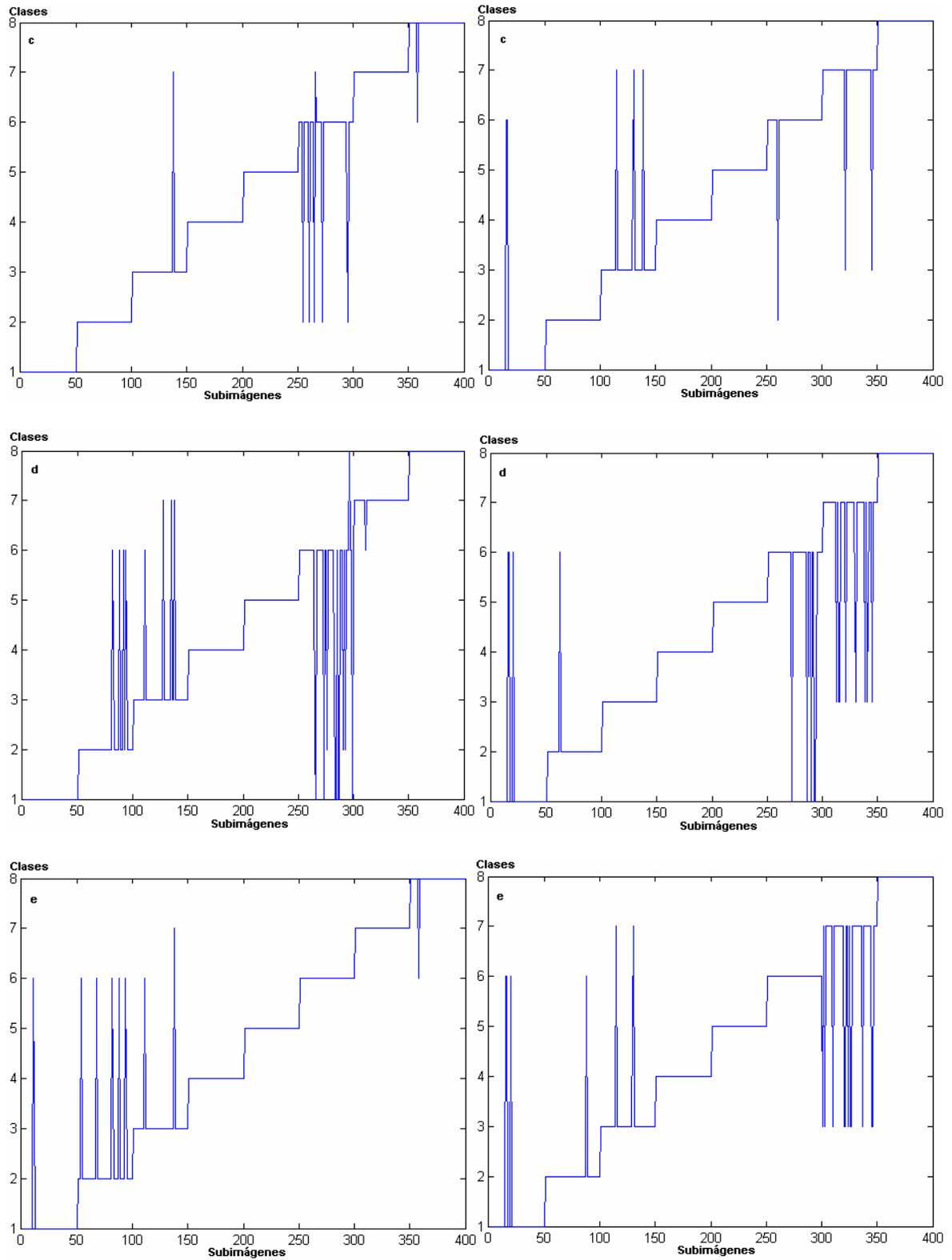
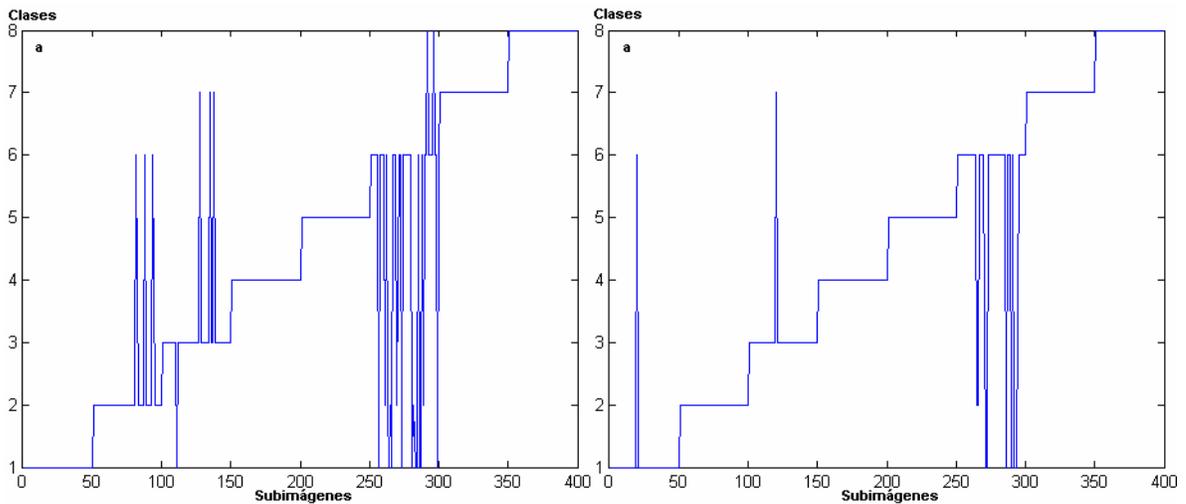
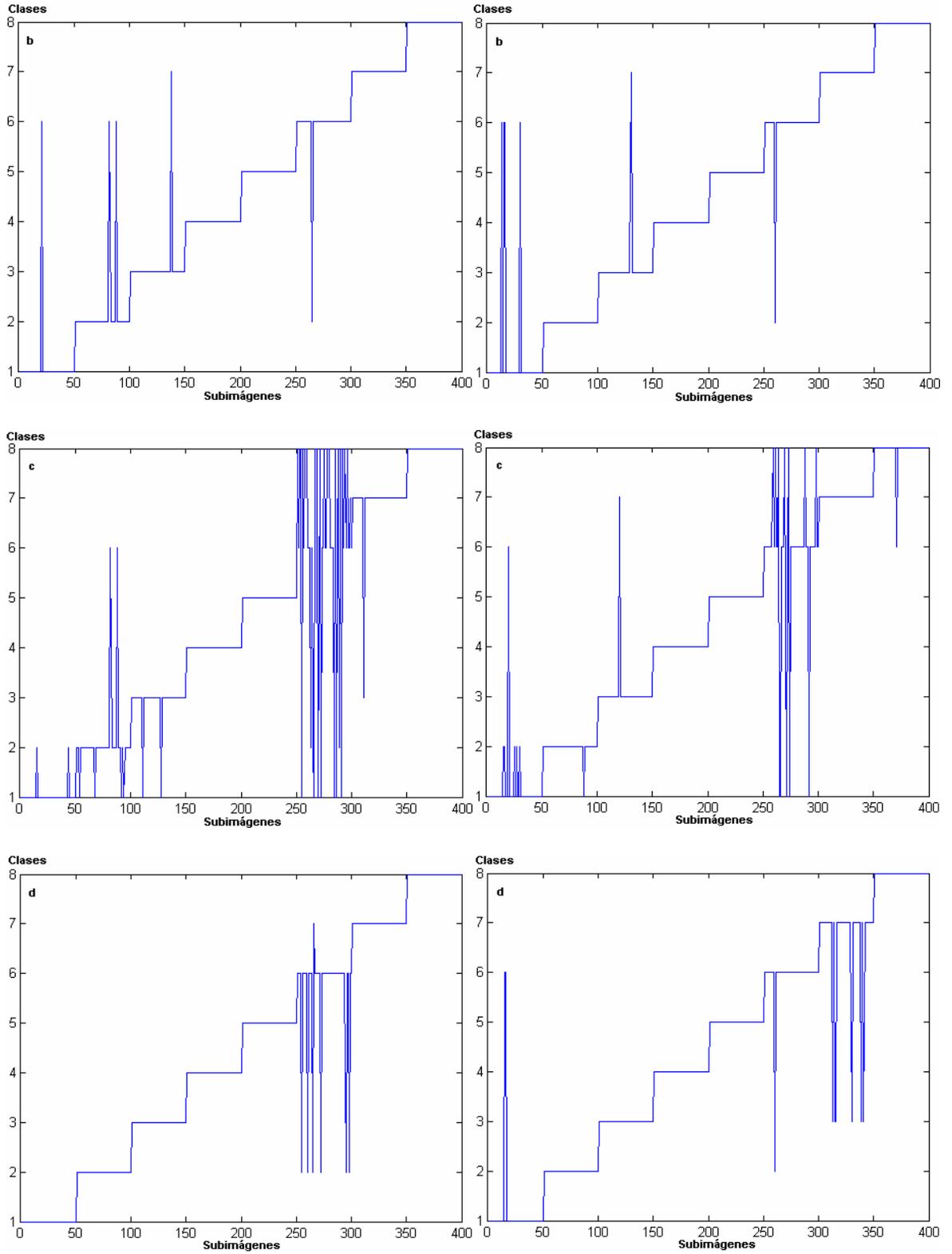


Figura IX.1 a, b, c, d, y e. Gráficos de las subimágenes de clases de textura y su clase correspondiente, obtenidas al clasificar los valores de los conjunto de validación 1,

izquierda, y 2, derecha, utilizando el método de clasificación por discriminante basado en el criterio de máxima verosimilitud, y como referencia los conjuntos de entrenamiento 1 y 2 respectivamente. Funciones discriminantes: a) lineal, b) diagonal lineal, c) cuadrática, d) diagonal cuadrática, y e) Malahanobis.

En la figura IX.1 a, b, c, d, y e, puede verse que los mejores resultados se obtienen a partir de los conjuntos de entrenamiento y validación 2. El clasificador con el que mejor resultados se obtiene es el clasificador cuadrático, figura IX.1 c. En la figura IX.2 pueden verse las graficas de las subimágenes y sus clases correspondientes obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2 usando los clasificadores del Paquete de Reconocimiento de Patrones, Duin et al. (2007): *nbayesc*, *mogc*, *fisherc*, *quadrc*, *loglc*, *nmc*, *nmsc*.





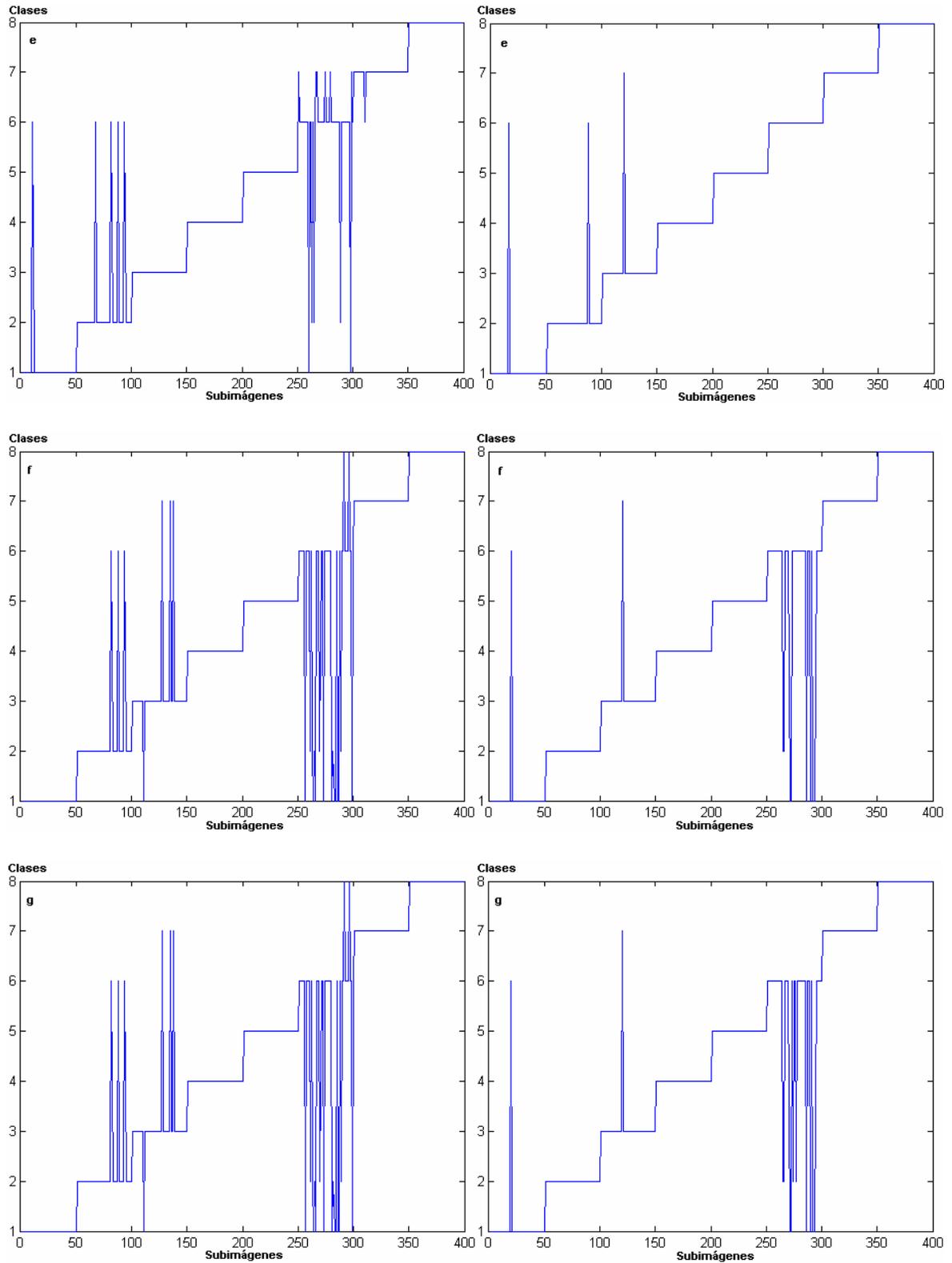


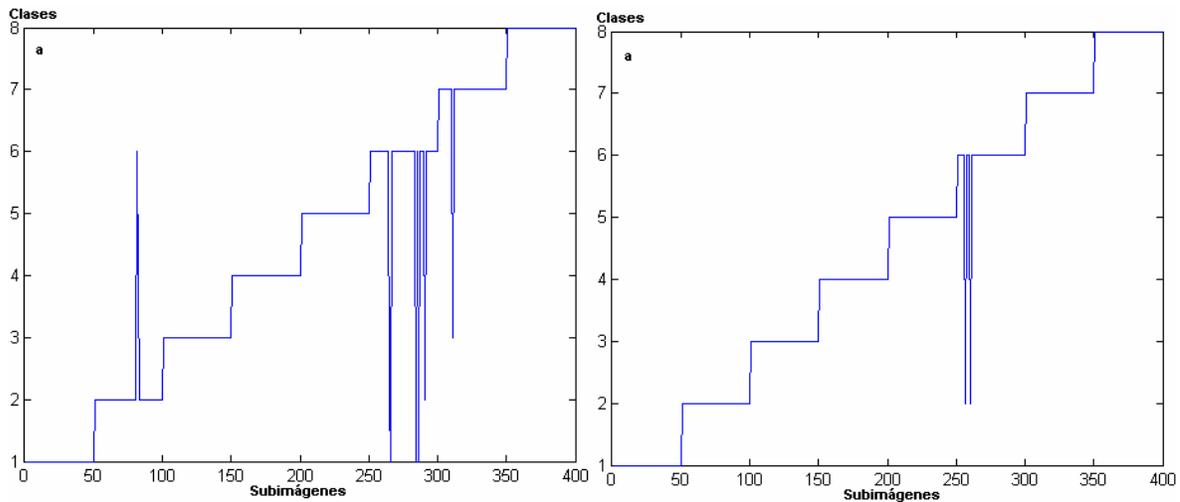
Figura IX.2 a, b, c, d, e, f, g, h, i, j y k. Gráficos de las subimágenes de clases de textura y su clase correspondiente, obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación

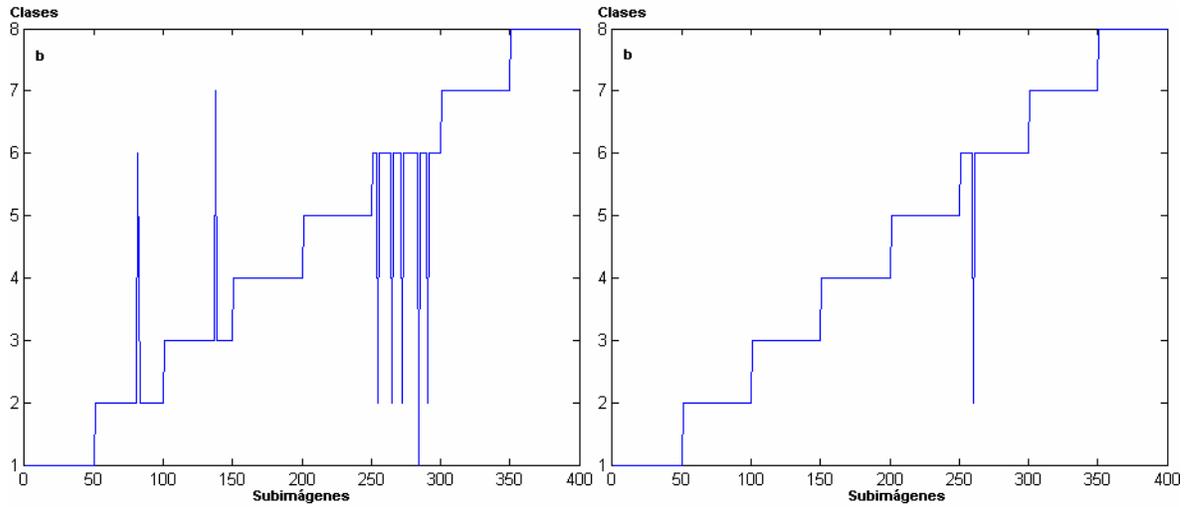
1, izquierda, y 2, derecha, utilizando los clasificadores: a) *nbayesc*, b) *mogc*, c) *fisherc*, d) *quadrc*, e) *loglc*, f) *nmc*, g) *nmsc*. Como referencia se utilizaron los conjuntos de entrenamiento 1 y 2 respectivamente.

En la figura IX.2 a, b, c, d, e, f, g, h, i, j y k, puede verse que los mejores resultados se obtienen a partir de los conjuntos de entrenamiento y validación 2, correspondientes a los tamaños de bloque máximo. El clasificador con el que mejor resultado se obtiene es el *logl*, figura IX.2 e, utilizando los conjuntos de entrenamiento y validación 2, sin embargo el clasificador *mogc*, figura IX.2 b, comete dos errores de clasificación más que *logl*, pero es muy estable en sus resultados independientemente del conjunto seleccionado.

Anexo X Gráficos de las clases obtenidos al utilizar el método de estimación de la densidad de Parzen

En la figura X a y b, pueden verse las graficas de las subimágenes y sus clases correspondientes obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2 con el método de estimación de la densidad basado en la ventana de Parzen utilizando como referencia los conjuntos de entrenamiento 1 y 2 respectivamente.





En la figura X a y b, se muestra el gráfico que representa las subimágenes y sus clases correspondientes, obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1, izquierda, y 2, derecha, utilizando los clasificadores basados en la estimación de la densidad, a) *parzenc*, y b) *parzencd*. Como referencia se utilizaron los conjuntos de entrenamiento 1 y 2 respectivamente.

Puede verse en la figura X a y b, que los mejores resultados se obtienen al utilizar los conjuntos de entrenamiento y validación 2. El clasificador con que mejor resultado se obtiene es el *parzencd*, figura X b, derecha.

Anexo XI Gráficos de las clases obtenidos al utilizar el método de los k vecinos más cercanos

En la figura XI.1 pueden verse los gráficos de las subimágenes y sus clases correspondientes obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1 y 2 con el método de los k vecinos más cercanos utilizando como referencia los conjuntos de entrenamiento 1 y 2 respectivamente. Para ambos casos se evalúan las distancias: euclidiana, cityblock y coseno.

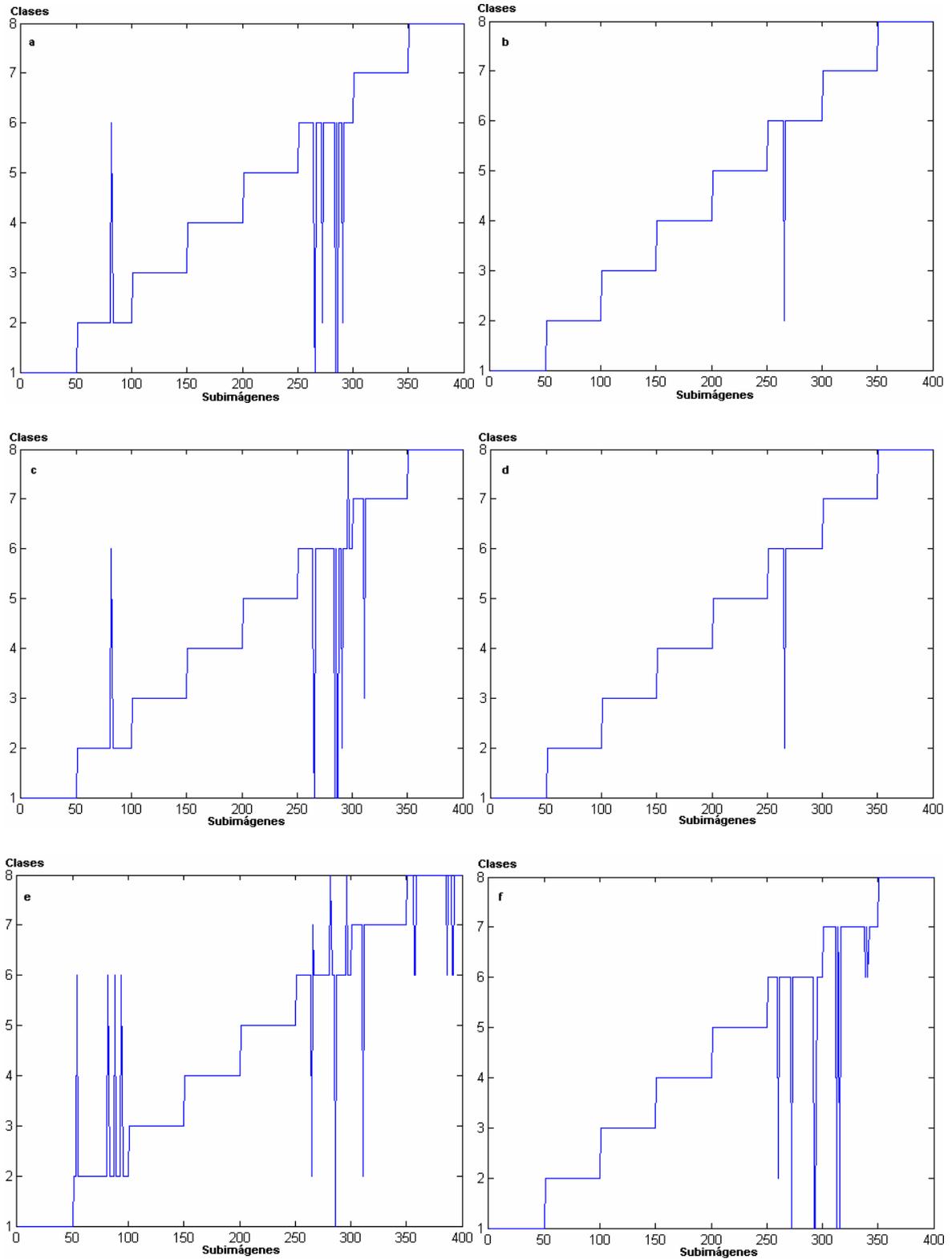


Figura XI.1. Gráficos de las subimágenes de clases de textura y su clase correspondiente, obtenidas al clasificar los valores de los conjuntos de validación 1, izquierda, y 2, derecha,

utilizando el método de clasificación de los k vecinos más cercanos, con distancia entre los centroides: a) euclidiana, 4 vecinos, b) euclidiana, 7 vecinos, c) cityblock, 5 vecinos, d) cityblock, 7 vecinos, e) coseno, 3 vecinos, y f) coseno, 1 vecino. Como referencia se utilizaron los conjuntos de entrenamiento 1 y 2.

En la figura XI.1 a, b, c, d, e y f, puede verse que los mejores resultados se obtienen al utilizar los conjuntos de entrenamiento y validación 2. El mejor resultado se obtiene al utilizar la distancia euclidiana, figuras XI.1 a y b.