

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Matemática, Física y Computación
Departamento de Matemática



MODELO DIDÁCTICO PARA DESARROLLAR LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA EN EL PROCESO DE FORMACIÓN DE MATEMÁTICOS

Tesis presentada en opción por el grado científico de
Doctor en Ciencias Pedagógicas

Autora: Lic. Aida María Torres Alfonso
Tutoras: Dra. Dámasa Martínez Martínez
Dra. Rosina Hing Cortón

Santa Clara
Año 2008

SÍNTESIS

Se exponen en el presente informe de tesis los principales resultados de una investigación que partió de las necesidades sentidas del colectivo de profesores y estudiantes del primer año de la carrera de Licenciatura en Matemática, ante los altos índices de desmotivación, bajas docentes y la necesidad de lograr permanencias conscientes, así como la adecuada preparación profesional en los egresados de este perfil que demanda el país.

Al aplicar técnicas y métodos de la investigación cualitativa a estas situaciones, de manera tal que pudieran revelar las regularidades existentes en el proceso de enseñanza aprendizaje del Análisis Matemático en el primer año, se detectaron las necesidades que justifican el diseño y la propuesta de un modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en los estudiantes desde el inicio del curso, de forma tal que contribuya a su adaptación y familiarización con la carrera. Estas necesidades emergen como resultado de las reflexiones en el procesamiento de la información obtenida.

La modelación con enfoque sistémico del proceso de enseñanza aprendizaje del primer año le permitió a la aspirante proponer acciones para transformar el estado actual del mismo hacia la situación deseada; por lo que el establecimiento de metas de comprensión y el diagnóstico inicial como bases de los procedimientos didácticos y la evaluación continua personalizada, propician que en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática los estudiantes desarrollen la comprensión matemática en función de sus potencialidades y disposición consciente de formarse como matemáticos.

Se presentan además, los resultados de las valoraciones emitidas por un panel de especialistas acerca de la perspectiva de utilizar el modelo didáctico propuesto en el proceso de formación de los matemáticos y las realizadas por estudiantes y profesores de la Licenciatura en Matemática.

INTRODUCCIÓN.....	4
CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL DESARROLLO DE LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL PRIMER AÑO DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA.....	14
1.1 EL PROCESO DE FORMACIÓN DEL MATEMÁTICO EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR EN CUBA. ...	14
1.1.1 PERSPECTIVA SOCIAL DE LA FORMACIÓN DE MATEMÁTICOS.....	15
1.1.2 CARACTERIZACIÓN DEL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL PRIMER AÑO.....	18
1.2 LA CONCEPCIÓN DESARROLLADORA DE LA DIDÁCTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE UNIVERSITARIO.....	21
1.2.1 CATEGORÍAS DE LA DIDÁCTICA INTEGRADORA.....	22
1.2.2 LA ACTIVIDAD Y LA COMUNICACIÓN COMO CATEGORÍAS PSICOLÓGICAS DEL MATERIALISMO DIALÉCTICO.....	25
1.3 DESARROLLO DE LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL PRIMER AÑO UNIVERSITARIO.....	27
1.3.1. LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA DESDE LA PERSPECTIVA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....	31
1.3.2 DESARROLLO DE LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA FUNDAMENTADA EN LA CONCEPCIÓN DE LA DIDÁCTICA INTEGRADORA.....	35
1.4 INVESTIGACIONES PRECEDENTES SOBRE COMPRENSIÓN MATEMÁTICA Y PERFECCIONAMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR.....	39
CAPÍTULO 2. CONCEPCIÓN DIAGNÓSTICA DISEÑADA PARA LA DETERMINACIÓN DE NECESIDADES.....	45
2.1 CARACTERÍSTICAS DEL DIAGNÓSTICO DE NECESIDADES EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE UNIVERSITARIO.....	45
2.1.1 PARÁMETROS DEL DIAGNÓSTICO DE NECESIDADES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA EN LA UCLV.....	47
2.2 RECOPIACIÓN DE LA INFORMACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	52
2.2.1. SELECCIÓN DE LOS INFORMANTES.....	52
2.2.2. RESULTADOS DE LOS MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADAS.....	53
2.3 PRINCIPALES NECESIDADES DETECTADAS.....	80
CAPÍTULO 3. MODELO DIDÁCTICO PARA DESARROLLAR LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL PRIMER AÑO DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA.....	82
3.1 EL MODELO DIDÁCTICO Y SUS PRINCIPIOS.....	82
3.1.1 CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LA MODELACIÓN COMO MÉTODO CIENTÍFICO..	83
3.1.2 PRINCIPIOS QUE DIRECCIONAN EL MODELO.....	84
3.2 COMPONENTES Y FUNCIONABILIDAD DEL MODELO DIDÁCTICO.....	86
3.2.1 COMPONENTES PERSONALIZADOS.....	86
3.2.2 COMPONENTES PERSONALES.....	97
3.3 VALORACIONES ACERCA DEL MODELO DIDÁCTICO PARA DESARROLLAR LA COMPRENSIÓN EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL PRIMER AÑO DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA.	98
3.3.1 APLICACIÓN PARCIAL DEL MODELO DIDÁCTICO PARA DESARROLLAR LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA EN EL PRIMER AÑO DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA.....	99
3.3.2 EMPLEO DE LA TÉCNICA DE EXPERTOS EN LA INVESTIGACIÓN.....	105
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	113
BIBLIOGRAFÍA.....	115

INTRODUCCIÓN

Durante muchos años y con connotaciones diferentes, en el mundo se han identificado dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, entre las que podemos mencionar: la desmotivación hacia el aprendizaje, las altas tasas de mortalidad académica, la apatía, la no comprensión, la deserción escolar y hasta en ocasiones, la creencia de que a un buen profesor de matemática no le aprueban la materia un número significativo de estudiantes. Además, existe a nivel social una tendencia, un tanto generalizada, de considerar la Matemática como algo inalcanzable e incomprensible, limitándose por esto su estudio, muchas veces, a la mecanización y a la memoria, y no a la comprensión de sus conceptos, teorías y sus posibles aplicaciones prácticas. Estas dificultades, entre otras, han generado diferentes investigaciones sobre lo que debería considerarse enseñar o sobre cómo realizar la actividad matemática en la escuela, interrogantes de los que se encarga actualmente la Educación Matemática, la cual se considera como una disciplina en formación que pretende dar cuenta de los procesos que se dan en los centros educacionales, desde y alrededor de la Matemática.

El tema de la comprensión matemática debería interesarnos como profesores, formadores de profesores e investigadores, ya que nuestro objetivo fundamental es que los estudiantes comprendan más y mejor la Matemática y para favorecerlo debemos asumir un concepto de comprensión matemática, que nos permita saber qué actividades deben realizar los estudiantes para comprender; cómo debemos actuar los profesores, los estudiantes y el grupo para propiciar que ellos comprendan y en qué aspectos se debe modificar el currículo práctico, para lograr este objetivo.

En sentido general la comprensión humana es considerada uno de los problemas fundamentales en la investigación de áreas tan consolidadas como la Filosofía, la Epistemología o la Psicología. Durante las últimas décadas la preocupación por su estudio también se ha generalizado en el ámbito de la Educación Matemática, al reconocerse de forma mayoritaria la conveniencia de garantizar entre los alumnos un aprendizaje comprensivo de la Matemática, principalmente porque aporta ventajas de formación intelectual, reduce las dificultades derivadas del carácter jerárquico de la propia disciplina, proporciona experiencias satisfactorias que fomentan actitudes favorables hacia la Matemática, apoya la autonomía en el aprendizaje futuro y propicia el uso flexible del

conocimiento ante nuevos tipos de problemas en contextos diversos (Rico, 1997; NCTM, 2000), entre otras razones.

A este reconocimiento hay que unir, de otro lado, la consideración de la especificidad del conocimiento matemático como factor determinante que condiciona su comprensión, lo cual acredita aún más que la investigación relacionada con el desarrollo de la comprensión de un objeto matemático determinado se contemple en la actualidad como una labor específica a realizar desde la Educación Matemática.

Por otra parte, debemos tener en cuenta las consideraciones de la comunidad internacional, con respecto a las transformaciones necesarias que se exigen en la actualidad en las clases de matemática en cualquier nivel educativo, expresado en la Conferencia Internacional de Expertos sobre la Enseñanza de las Ciencias, la Tecnología y las Matemáticas en pro del Desarrollo Humano, celebrada en Goa, India, del 20 al 23 de febrero de 2001, en su declaración final, entre otras cuestiones se expresa que: *“Se suele considerar que la reforma del plan de estudios es un mecanismo destinado a mejorar la calidad de la educación y en el campo de la Enseñanza de las Ciencias, la Tecnología y las Matemáticas se han realizado muchas transformaciones. Sin embargo, la renovación de los planes de estudios no basta, ya que también se deberá innovar en la manera de impartir la educación mediante la modificación de las prácticas pedagógicas y el perfeccionamiento de los recursos didácticos”*

La Educación Superior Cubana exhibe con orgullo ante el mundo, que trabaja y se manifiestan avances en el perfeccionamiento de la labor educativa, de sus planes de estudio y en la determinación precisa del nivel de conocimientos y habilidades básicas de los estudiantes. Y si bien es cierto que nuestra universidad está desarrollando un modelo pedagógico que centra su atención en el estudiante, sus características personales y sociales, así como las necesidades profesionales que el territorio determina, sin embargo, siguen siendo las asignaturas de ciclo básico, entre las que se encuentra la Matemática, obstáculos que deberán vencer los alumnos en su empeño por lograr éxito en su formación universitaria.

En ocasiones aceptamos como un hecho que los estudiantes de la Educación Superior dominan los contenidos del nivel precedente, cuando podemos constatar por investigaciones realizadas en instituciones de nuestro país que muestran aún, el predominio

en las aulas de este nivel de enseñanza: la secundaria y pre universitaria, de un proceso con carácter esencialmente instructivo, cognoscitivo, en el cual se centran las acciones mayormente en el profesor y no en los estudiantes (Rico y Silvestre, 2003), entre otras cuestiones reflejan que el alumno aprende de forma reproductiva, estando bastante afectado el desarrollo de habilidades y de reflexión crítica y autocrítica en los estudiantes. Por lo que estos, no siempre, se involucran en el proceso y en ocasiones el estudiante transita de un grado a otro con una preparación insuficiente para enfrentarse al nuevo nivel. Estos investigadores reflexionan acerca de que los profesores muchas veces nos cuestionamos porque un estudiante al transitar de un nivel a otro o de un año a otro, no cumple con los requerimientos del conocimiento más elemental que debía tener y en sentido general sucede porque en realidad no “comprende” ese conocimiento, pues lo único que para el alumno tiene sentido es memorizarlo, porque de lo contrario no podría “aprobar” el curso.

En sentido general la universidad cubana de estos tiempos requiere una manera nueva de entender los conceptos de profesor y estudiante, como actores principales del cambio trascendental que junto a la sociedad cubana está forjando, sobre la base de una cultura de compromiso social acorde con los nuevos tiempos. Seamos consecuentes entonces, con el reto que la dirección del M.E.S. nos ha planteado: "*...los profesores, estudiantes y todos los participantes en estas transformaciones, están obligados a despojarse de sus conceptos tradicionales y asumir los nuevos desde una posición abierta al cambio, con iniciativa, creatividad, porque solo de ese modo las transformaciones propuestas podrán materializarse en la actividad práctica. De otro modo, comenzarán las incomprendiones y la tendencia a mantener los mismos métodos y formas organizativas anteriores, con lo cual se frenarían y se limitarían esas transformaciones.*" (Horruitiner, P., 2006, 12)

Otra cuestión que deberá atender de manera priorizada la nueva universidad, según la fuente anteriormente citada, es lo relacionado con la responsabilidad que asume de trabajar para lograr niveles de permanencia y de egreso acorde con los niveles de acceso ya logrados y los que en un futuro se lograrán. Así como la determinación del nivel real con que ingresan los estudiantes y las acciones docentes para resolver ese problema desde el contenido mismo de los planes y programas de estudio, que es el aspecto menos trabajado y por tanto, más actual.

Analícemos entonces la problemática que enfrentamos al formar matemáticos, teniendo en cuenta además, que las especialidades de ciencias básicas constituyen los cimientos de la cultura científica del país vinculadas al desarrollo tecnológico y a la asimilación de tecnología de punta, reconociéndose que la Informática, la Microelectrónica, la Ingeniería Genética, las Ciencias Biológicas y Farmacéuticas y la Bioinformática tienen una gran deuda con esas ciencias básicas; dependiendo esencialmente para su desarrollo de la existencia de profesionales bien preparados en Matemática, Física y Química.

Ha sido objeto de estudio para el claustro de la carrera de Licenciatura en Matemática de la Universidad Central de Las Villas, de manera sistemática el abordaje de las problemáticas siguientes: se mantienen las bajas matrículas, en un alto por ciento los estudiantes expresan abiertamente desmotivación por la carrera e incertidumbre por su papel como matemáticos en la sociedad, según se refiere en Torres y Hing (2003).

Por otra parte se reconoce que la Comisión Nacional de Carrera ha atendido esta problemática, la que con algunos rasgos distintivos, de manera general se presenta también en los otros dos centros donde se estudia la carrera: la Universidad de La Habana y la Universidad de Oriente y por ejemplo con el perfeccionamiento del Plan C se adoptaron decisiones con respecto al sistema evaluativo y se potenció el vínculo de estudiantes y profesores a centros científicos importantes, desde la práctica laboral e investigativa. Se reconoce por parte de los claustros de profesores, que el Plan de estudios D es flexible y abierto; dando la posibilidad de contribuir a la formación del futuro Licenciado en Matemática mediante la disciplina integradora desde el primer año de la carrera.

En la Universidad Central de Las Villas, es en el primer año donde las asignaturas Análisis Matemático y Álgebra provocan la totalidad de las bajas docentes, debido entre otros factores a que el alto contenido teórico de estas asignaturas, rompe con el enfoque algebraico y rutinario de la Matemática que se imparte en la enseñanza precedente, que pone énfasis en las operaciones matemáticas, de una manera más algorítmica.

La experiencia de la docente investigadora durante varios cursos como profesora de Análisis Matemático y Coordinadora de Primer Año le permitió ser partícipe de los análisis semestrales, cortes evaluativos y de evaluación integral de los estudiantes durante varios cursos y aunque se logran personalizar estos análisis, los mismos han estado enfocados a

adoptar medidas académicas y formativas del tipo correctivas y con carácter orientativo, pero en pocas ocasiones han sido análisis predictivos.

La problemática que caracteriza el proceso de formación de matemáticos es un fenómeno complejo y difícil de abordar en su conjunto, por lo que delinearemos solo algunas de las aristas que de alguna manera han repercutido en el diseño de nuestra investigación:

Bajos resultados académicos, la desmotivación por la carrera, la creencia de que no pueden vencer y el poco espíritu de colectivo.

Existen diferencias sustanciales en los estudiantes del grupo de primer año en cuanto a sus preparaciones de la matemática precedente, incluso en aquellos que reconocen que les gusta la Matemática, pero que encuentran muchos obstáculos para lograr el éxito.

Dificultades con la utilización del lenguaje matemático para fundamentar la actividad matemática que desarrollan, tanto de manera interpretativa, es decir, entender el lenguaje matemático que se les presenta, como para exponerlo ante su profesor o en el grupo de estudiantes.

Se detectan dificultades en los estudiantes de años superiores al no poder utilizar, de manera consciente y natural, los objetos matemáticos estudiados en los primeros años, ya que solo aprendieron operaciones, memorizaron teoremas, pero no siempre comprendieron el origen, características y propiedades del objeto matemático que ahora se le presenta representado de otra forma o en condiciones matemáticas diferentes.

Por otra parte, en los estudiantes que promueven, se denota en ocasiones, una insuficiente preparación para asimilar los nuevos contenidos, es decir, no siempre son capaces de transferir los conocimientos precedentes dentro de la carrera.

Por lo que es conveniente desde la práctica docente propiciar que los estudiantes comprendan no sólo, el desarrollo histórico y epistemológico de la Matemática desde el inicio del primer año de la carrera, para que puedan utilizar los conceptos, teoremas y métodos que se les enseñará en las asignaturas de ese año y en las disciplinas que recibirán en años superiores; sino también la importancia social de ser matemático, sus valores y la necesidad que tiene el país de que contribuyan a su desarrollo, insertados en grupos interdisciplinarios.

El análisis anteriormente descrito nos revela la necesidad de que los estudiantes en el primer año de la carrera de Licenciatura en Matemática, comprendan la actividad

matemática que desarrollan teniendo en cuenta el encargo social de este profesional. Por otra parte, se reconoce que no basta con los cambios que se han ejecutado en los Planes de Estudio, se impone trabajar en el desarrollo integral de estos jóvenes, de manera tal que se conciba una enseñanza desarrolladora que tenga en cuenta en el proceso didáctico la transformación de los métodos, el uso efectivo de los medios, las formas de organización y la evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje.

La situación problémica descrita nos coloca ante la necesidad centrada de favorecer el desarrollo de la comprensión matemática en los estudiantes del 1er año de Licenciatura en Matemática y el camino del logro de esta comprensión nos coloca ante la búsqueda de la respuesta al siguiente **problema científico**:

¿Cómo desarrollar la comprensión matemática en los estudiantes del 1er año, como parte del proceso de formación del Licenciado en Matemática?

Para dar respuesta al problema, se tomó como **objeto de la investigación** el proceso de enseñanza aprendizaje en el primer año de la carrera de Licenciatura en Matemática.

Formulándose como **objetivo general** a alcanzar, el siguiente:

Proponer un modelo didáctico que contribuya a desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática.

En correspondencia con el problema científico y teniendo en cuenta el objeto y el objetivo de la investigación, se precisa como **campo de acción**, el desarrollo de la comprensión matemática en los estudiantes del primer año de Licenciatura en Matemática.

Con la formulación del problema científico aparece un término que necesita clarificarse: *comprensión matemática*

Partiendo de que asumimos que

Objeto matemático: Entidades que surgen al realizar sistemas de prácticas correspondientes a un campo de problemas. (Godino y Batanero, 1994)

Comprensión matemática: Significa que el estudiante es capaz de: reconocer de un objeto matemático dado sus características, propiedades y representaciones; relacionarlo con otros objetos matemáticos y usarlo en toda la variedad de situaciones problémicas que sean propuestas por el profesor. Font (2003).

La comprensión matemática es concebida en la tesis como un proceso que se desarrolla a medida que el estudiante transita de un nivel de comprensión a otro, siendo capaz de comunicar la actividad matemática que realiza en diferentes contextos.

Como guía de la investigación se propone las siguientes interrogantes científicas:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la carrera Licenciatura en Matemática?
2. ¿En qué estado se encuentra el desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de formación del matemático en el primer año?
3. ¿Cómo elaborar un modelo didáctico que contribuya al desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura en Matemática?
4. ¿Qué resultados ofrece la valoración de la efectividad y calidad del modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática?

Para alcanzar el objetivo de la investigación y teniendo en cuenta los elementos anteriores, se plantean las siguientes **tareas de la investigación científica**:

1. Determinación de los fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje en el primer año de la carrera Licenciatura en Matemática.
2. Determinación de las principales necesidades relacionadas con el desarrollo de la comprensión matemática en los estudiantes de primer año de Licenciatura en Matemática.
3. Elaboración de un modelo didáctico que contribuya al desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de formación del matemático en el primer año.
4. Realización de una evaluación de la efectividad y calidad del modelo didáctico propuesto a través de una aplicación parcial del mismo y la técnica de expertos.

La metodología de la investigación parte del método dialéctico materialista como metodología general de análisis e interpretación de los procesos de enseñanza aprendizaje y de formación de la personalidad apoyada en el paradigma cualitativo. La investigación diseñada, al pretender describir e interpretar el proceso de enseñanza aprendizaje del primer

año de Licenciatura en Matemática, teniendo en cuenta fundamentalmente la perspectiva de los actores del proceso y mostrando una gran sensibilidad por el contexto, sin pretender que como resultado se realicen generalizaciones, se enmarca dentro del tipo de una Investigación Participativa. Y pretendiendo actualizar la investigación realizada con el paso del tiempo, la misma se realizó en dos etapas, correspondiéndose a un estudio longitudinal, específicamente de tendencia.

Para el desarrollo de las tareas científicas se combinan diferentes métodos y técnicas en la búsqueda y procesamiento de la información, los fundamentales son:

A nivel teórico

Análisis histórico-lógico: Se utilizó para conocer, con mayor profundidad, los antecedentes y las tendencias actuales referidas a la comprensión desde la óptica de la Didáctica de las Matemáticas, en la revisión de la literatura pedagógica y los documentos rectores del Programa de Estudio de Licenciatura en Matemática para la determinación de la esencia y regularidades del proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes de primer año de esta carrera.

Métodos de análisis-síntesis e inducción-deducción: Se utilizó para caracterizar el objeto y campo de acción de la investigación.

Análisis sistémico estructural -funcional: que permite modelar el objeto proceso de enseñanza aprendizaje del primer año mediante la especificación de los componentes que intervienen en el mismo, así como las relaciones entre ellos, determinando por un lado, la estructura, sus componentes y su funcionamiento.

Método de modelación: Fue utilizado en la *caracterización* de la situación deseable del proceso de enseñanza aprendizaje para desarrollar la comprensión *matemática* en los estudiantes del primer año y para dar la solución del problema científico, es decir, modelar el proceso de formación del Licenciado en Matemática de forma que se contribuya al desarrollo de la comprensión matemática en el primer año.

A nivel empírico

Análisis de documentos: Para constatar, desde el punto de vista oficial, las relaciones de continuidad entre los contenidos recibidos en niveles anteriores y los que se requieren en la universidad, se incluye conocer el comportamiento de la permanencia de los estudiantes en el primer año de la carrera en la UCLV, en la última década y la influencia del Análisis

Matemático en las bajas ocurridas en este año de estudio. Además la aspirante actualizó los requerimientos que el Plan de Estudios D establece para la formación de matemáticos, puestos en vigor en el curso escolar 2007 – 2008.

Los sondeos de opinión a profesores con experiencia en la actividad docente e investigativa, *encuestas, entrevistas, observación participante y reuniones grupales*, para profundizar en las relaciones interdisciplinarias y los requisitos necesarios para realizar las valoraciones del trabajo. Se emplean además, criterios derivados de la práctica académica e investigativa de la aspirante y de su perspectiva como observadora directa y participante en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Carrera Licenciatura en Matemática.

La aplicación de los métodos y procedimientos anteriormente mencionados revela cuál es la relación actual entre los objetivos formativos, las necesidades y aspiraciones de los estudiantes que arriban a nuestras aulas universitarias para estudiar Licenciatura en Matemática y los métodos predominantes que en el proceso de enseñanza aprendizaje se realizan hasta este momento, con lo que se obtiene un juicio favorable para la formulación de un modelo didáctico mediante el cual se desarrolle la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática respaldado por una base conceptual en su metodología que le permite su implementación.

Se emplea además, como procedimiento técnico *la triangulación de los datos* obtenidos a través de los diferentes métodos y otras técnicas utilizadas.

A nivel matemático y estadístico

Se utilizó el análisis porcentual y elementos de la estadística descriptiva para mostrar, procesar y analizar los datos obtenidos como resultado de la aplicación de los métodos empíricos.

El criterio de expertos para la valoración de la calidad y la efectividad del modelo.

La **novedad científica** del trabajo consiste en la concepción de la comprensión matemática a desarrollar en estudiantes universitarios y en la modelación, con carácter sistémico, del proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática, utilizando este referente teórico con el objetivo de contribuir a desarrollar en los estudiantes la comprensión matemática, en función de sus potencialidades y disposición consciente de formarse como matemáticos.

El impacto de la propuesta radica en que para la Didáctica de la Educación Superior aún son un reto: el desarrollo de la comprensión matemática, el diseño de procedimientos didácticos, el diagnóstico de la comprensión matemática y la evaluación personalizada.

Como **aporte teórico** de este trabajo se ofrece la fundamentación teórica de:

La concepción del desarrollo de la comprensión matemática en estudiantes universitarios.

Un modelo que contribuye al desarrollo de la comprensión matemática en el proceso enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática y un sistema de principios que lo direccionan en función de lograr ese objetivo.

Constituyen **aportes prácticos** los siguientes:

Orientaciones metodológicas para diagnosticar los niveles de comprensión matemática en los estudiantes que comienzan sus estudios en el primer año de la universidad.

Cuerpo de recomendaciones para profesores con el objetivo de diseñar procedimientos didácticos de manera que complementando los métodos y medios que se utilicen en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática, se favorezca en los estudiantes, el desarrollo de la comprensión matemática.

La temática abordada posee gran importancia y actualidad si se tiene en cuenta que el Ministerio de Educación Superior dirige sus objetivos hacia una enseñanza mucho más personalizada donde es muy importante que los estudiantes sean capaces de vencer los obstáculos y promover con calidad, (MES, 2004).

La tesis consta de tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. Los contenidos de los capítulos, en forma abreviada, son los siguientes:

En el primer capítulo se establece el marco teórico referencial sobre el desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura en Matemática, lo que permite fundamentar el modelo que se propone.

En el segundo capítulo se hace un diagnóstico de necesidades del proceso de enseñanza aprendizaje que permitirán la orientación adecuada para el desarrollo de la comprensión matemática en el contexto del primer año de la carrera de Licenciatura en Matemática.

En el tercer capítulo se propone un modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura en Matemática.

CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL DESARROLLO DE LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL PRIMER AÑO DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

En este capítulo se realiza un análisis teórico de los aspectos fundamentales que sirven de base al trabajo. Valorando la perspectiva social de la formación de matemáticos para el desarrollo de la sociedad cubana actual, así como las características principales del proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la carrera de Licenciatura en Matemática. Se fundamenta teóricamente el desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje universitario, culminando con una valoración de la actualidad de la temática, realizando referencias a investigaciones precedentes sobre: comprensión matemática y el perfeccionamiento de la enseñanza de la matemática en la Educación Superior.

1.1 EL PROCESO DE FORMACIÓN DEL MATEMÁTICO EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR EN CUBA

Transcurridos más de cuarenta años de existencia de la carrera de Matemática, su pertinencia está a criterio de la Comisión Nacional de la Carrera, fuera de toda duda y su impacto social ha quedado demostrado, sobre todo a partir de las evaluaciones externas realizadas primeramente en la Carrera de Matemática en las Universidades de La Habana y de Oriente, que culminaron con el reconocimiento de la Junta de Acreditación Nacional, la cual decidió declararlas en 2005 como carreras de excelencia. Y posteriormente en la Universidad Central de Las Villas se obtuvo similar resultado.

Fue sin lugar a dudas, un desafío en el año 1962 al crear la carrera en la Universidad de La Habana y en la Universidad Central de Las Villas, desarrollar una tradición de investigación matemática y una voluntad de aplicación de las teorías matemáticas a la resolución de los problemas reales del desarrollo científico, económico y social.

En la actualidad, aún con insatisfacciones, podemos aseverar que la tradición existe, y a juicio de la Comisión Nacional de Carrera de lo que se trata ahora, es que cada cual, desde el rol que le corresponda jugar en el proceso de formación de matemáticos, lo realice con la eficacia que se requiere.

1.1.1 PERSPECTIVA SOCIAL DE LA FORMACIÓN DE MATEMÁTICOS

La formación de los matemáticos que necesita la sociedad cubana del siglo XXI, debe estar condicionada por la integración de los conocimientos que hoy son esenciales desarrollar, para el avance tecnológico que requiere nuestra sociedad. Formar a estos estudiantes bajo un espíritu de solidaridad, cooperación, responsabilidad individual y unidad, los preparará para trabajar en equipos multidisciplinarios donde estos valores primarán sobre las necesidades individuales.

Los resultados de la ciencia cubana han venido siendo progresivamente superiores y su impacto en el bienestar de nuestro pueblo, la recuperación económica, la protección del medio ambiente y el desarrollo de nuestra sociedad socialista, ha sido creciente, especialmente en los últimos dos decenios. Al entrar en un nuevo milenio, donde la importancia del conocimiento, la información y las tecnologías es evidente, se hace más palpable aún la necesidad imperiosa de sustentar la estrategia de desarrollo económico y social sostenible de nuestro país en una fuerte base de conocimientos científicos y tecnológicos, y en una actitud permanentemente innovadora, donde se aprovechen al máximo las posibilidades nacionales de generación de conocimientos y tecnologías, a la vez que se utilicen de manera eficiente y creadora los avances científicos y tecnológicos que ocurren en el mundo. Por lo que se hizo necesario establecer una proyección de Ciencia y Tecnología; el Ministerio de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente, dentro del proyecto "La Ciencia y los Científicos en la Batalla de ideas" emite la propuesta de temas priorizados de Investigación Científica y Desarrollo Tecnológico para los próximos años. Y reconoce que (...) *las investigaciones en física, matemática, informática, nuevos materiales, etc. son tan esenciales para todas las ramas, que por ello merecen una atención priorizada y diferenciada* (...). Reconociendo así que el desarrollo tecnológico en el mundo de hoy está cada vez más vinculado a los nuevos descubrimientos de las ciencias básicas así como al desarrollo y consolidación de sus teorías. Entonces, se hace necesario consolidar la comunidad científica matemática, donde la formación de matemáticos tiene un peso

científico futuro, es de vital importancia para el desarrollo del país, debido a que cada día con más énfasis, la ciencia es mas interdisciplinaria: la matemática, las ciencias de la información, la física, la química y la biología hoy se integran y entrelazan para aportar sistemas de conocimientos que son esenciales para el avance las biotecnologías, la industria farmacéutica, la energía, las tecnologías informáticas y las comunicaciones.

Pero debemos analizar objetivamente las condiciones en las cuales enfrenta hoy, este reto la comunidad matemática, analicemos solo algunos aspectos:

- Se encuentra dispersa y cumpliendo diferentes roles en la sociedad.
- La especialidad de Licenciatura en Matemática recibe en sus aulas una escasa matrícula y en un alto por ciento de la misma motivados por la computación y la informática y no por desarrollar la Matemática como ciencia exacta.
- Insuficiente inserción de matemáticos en Grupos de Investigación con resultados de Impacto Social y Tecnológico.

Si lo anterior se le añade que dentro de las Líneas Directrices de esta proyección científica nacional están:

- a) Problemas no lineales, Matemática Discreta, Reconocimiento de patrones, teorías de aproximación, funciones y probabilidades.
- b) Sistemas complejos, redes neuronales y algoritmos genéticos.
- c) Métodos matemáticos de optimización y procesamiento de señales.

Y además se reconoce en esta proyección la necesidad de intensificar la preparación de los recursos humanos calificados en estas áreas.

Todo lo anterior justifica la necesidad de formalizar investigaciones pedagógicas que evalúen las características del proceso de formación de los matemáticos, conjugando el mismo con la motivación por su especialidad y la incorporación de los medios informáticos, de forma tal que como resultado brindemos a la sociedad cubana los profesionales que ella necesita.

Un aspecto importante, a juicio de la aspirante, lo conforma el uso de las tecnologías de la información y la comunicación en la formación matemática de estos estudiantes, el cual reclama la existencia de nuevas estrategias en el proceso didáctico y metodológico tradicionalmente usado en los centros universitarios, potenciando que el saber no tenga

porque recaer solo en el profesor y la función del estudiante no sea la de mero receptor de información.

Ello plantea un cambio en los roles tradicionalmente desempeñados por los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje, que llevan al profesor a desarrollarse en otras dimensiones, como la del diseño de procedimientos didácticos y convertirse en facilitador del proceso de aprendizaje.

Propiciándoles a los estudiantes realizar de manera sistemática tareas cognitivas complejas, logrando de manera gradual que no desdeñen la matemática que reciben y a su vez no absoluticen las bondades de la tecnología.

Desde la concepción en su momento, del Plan “C” de la Licenciatura en Matemática, adquiere una mayor relevancia el objetivo de formación de un profesional de perfil amplio, cuya actividad profesional se caracteriza por la aplicación de los métodos y modelos matemáticos ya conocidos a la resolución de problemas reales surgidos en las diferentes esferas de actuación, la elaboración de nuevos métodos cuando los ya conocidos no sean aplicables, la modelación matemática de situaciones diversas que forman parte del objeto de otras profesiones, la utilización de los algoritmos de cálculo que posibiliten la aplicación de los programas existentes o mediante el diseño de los esquemas de programación de los algoritmos de cálculo elaborados para la utilización práctica de esos modelos y la asesoría a otros profesionales sobre estas materias y su enseñanza en el nivel superior de educación. Todas estas tareas pueden dar lugar al planteamiento de problemas de índole puramente teórica, cuya solución implique nuevos aportes al conocimiento matemático. (Ver anexo 1)

Con la experiencia de estos planes de estudio, incluyendo el Plan “C” perfeccionado, donde las asignaturas opcionales en función de las necesidades de formación del profesional en los diferentes territorios, marcó un tanto la diferencia con los anteriores, se está implementando el Plan de Estudios “D” para la carrera de Licenciatura en Matemática, que tiene una duración de 4 años y su forma de culminación es un examen estatal, aunque dando la posibilidad de concluirla mediante la defensa de un trabajo de diploma a aquellos estudiantes que durante toda la carrera y, particularmente, durante el seminario de investigación del cuarto año, obtengan resultados válidos para ser presentados en calidad de tesis de licenciatura.

1.1.2 CARACTERIZACIÓN DEL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL PRIMER AÑO

La carrera de Licenciatura en Matemática tiene por objetivo fundamental la formación de un profesional de perfil amplio, con un alto nivel de compromiso social y espíritu solidario, técnica y científicamente capacitado para actuar de manera independiente y creadora en la resolución de una serie de problemas comunes que surgen en las más variadas esferas de la práctica social, mediante la aplicación de los métodos y modelos matemáticos. Estos modos de actuación imprimen un carácter especial a la concepción del matemático, quien debe al mismo tiempo estar investido de algunos elementos de especialización que lo hagan potencialmente capaz de adquirir posteriormente la especialidad requerida para la resolución de problemas más complejos.

En el nuevo plan de estudio D de la carrera de Matemática, se ha ratificado la importancia de la disciplina integradora "Práctica Profesional del Matemático" como uno de los ejes principales de la formación del matemático de perfil amplio. La disciplina se extiende a lo largo de los cuatro años de duración de la carrera, y en el primer año se le introduce una asignatura nueva, de carácter propedéutico, que se desarrollará durante las primeras cuatro semanas del curso, que se ha denominado "Introducción a la Matemática", a fin de facilitar a los estudiantes de nuevo ingreso un tránsito menos brusco y en ocasiones traumático a las actividades académicas del primer año de estudios. Para ello se utiliza el tiempo que estaba reservado en el calendario del primer año a la práctica laboral e investigativa con la cual terminaba el curso. La necesidad de una asignatura de ese tipo se ha hecho sentir con más fuerza en los últimos años, no obstante el establecimiento de un sistema de ingreso a la Licenciatura en Matemática basado en requisitos especiales. En el segundo semestre del primer año se mantiene el Seminario de Problemas I, con el objetivo de reforzar en los estudiantes la motivación por la profesión del matemático. (Ver anexo 2)

Analicemos entonces el papel que juega el Análisis Matemático como disciplina, dentro del currículo. En la formación de matemáticos reviste una gran importancia el currículo básico, integrado por disciplinas de formación general, la práctica profesional del matemático y las disciplinas básicas matemáticas. Sin dudas es una peculiaridad dentro de las carreras universitarias, ya que la formación básica del matemático se concibe a través de estas disciplinas que están presentes en todos los años de su carrera.

Una de esas disciplinas básicas matemáticas es el Análisis Matemático que es impartido durante los dos primeros cursos de la especialidad y que en el 1er año de la Licenciatura en Matemática es la asignatura que con más fuerza provoca las bajas docentes, enfatizando sin proponérselo el desinterés de los estudiantes. Por su alto contenido teórico rompe con el enfoque algebraico y rutinario del cálculo que básicamente se imparte en nuestras universidades que tiene un mayor énfasis en las operaciones algebraicas con límites, derivadas e integrales, pero de una manera más algorítmica.

Perspectiva que en la enseñanza precedente ha venido formándose en los estudiantes por lo que este problema didáctico al que nos enfrentamos constituye una ruptura entre la Matemática que conoce el estudiante y la actividad matemática que necesita y debe realizar en y fuera del aula en el primer año de la Licenciatura en Matemática.

El Plan de estudios D reconoce que el Análisis Matemático es una disciplina básica de larga tradición en la formación del matemático, tanto en nuestro país como internacionalmente. Por una parte, sus contenidos son generadores del desarrollo de prácticamente todas las disciplinas matemáticas de la carrera. Así como lo importante que resulta su influencia para desarrollar en el estudiante: las habilidades matemáticas de generalización y abstracción y el razonamiento lógico; lograr que se expresen clara y con precisión las ideas matemáticas y comprender la necesidad del rigor lógico en las demostraciones matemáticas. (Ver anexo 3)

Por otra parte, las herramientas desarrolladas en el Análisis Matemático tienen aplicación directa o indirecta en todas las ramas de la Matemática, de la Ciencia y la Técnica. En los contenidos de esta disciplina se encuentra el germen de teorías matemáticas estudiadas en asignaturas de los años superiores y que son el punto de partida para el desarrollo de investigaciones de actualidad en temas de Teoría de Funciones y Análisis Funcional, Ecuaciones Diferenciales, Control Optimal y Teoría de Probabilidades y Estadística Matemática, por mencionar solo algunas.

Sin embargo, se detectan dificultades en los estudiantes de años superiores al no poder utilizar los objetos matemáticos estudiados en esta asignatura de manera consciente y natural, ya que solo aprendieron operaciones, memorizaron teoremas, pero no siempre comprendieron el origen y desarrollo del objeto matemático que ahora se le presenta representado de otra forma o en condiciones matemáticas diferentes.

Buscando la nivelación necesaria entre la preparación matemática real con el cual arriban los estudiantes de 1er año de nuestra carrera y las necesidades de formación que requieren, la asignatura Análisis Matemático I se ha concebido en este Plan D como una introducción y una motivación a los temas clásicos de esta disciplina. En ella se pretende familiarizar a los estudiantes con los problemas que históricamente determinaron la aparición de los conceptos y algunas de las herramientas usadas para su solución, sin recurrir para ello al formalismo matemático contemporáneo.

Otra cuestión que se presenta en este año es que a los estudiantes les cuesta mucho trabajo en la asignatura Geometría Analítica realizar representaciones geométricas, resolver problemas y dar una interpretación de sus resultados.

Por otra parte, el Álgebra se encarga, en términos generales, de estudiar las situaciones que se derivan de la presencia de una o varias operaciones definidas en un conjunto cuyas propiedades fundamentales son establecidas a partir de una axiomática específica. Es por ello que su estudio le imprime un carácter básicamente formativo, dada su contribución al desarrollo de las formas del pensamiento lógico-deductivo.

Se debe tener en cuenta que las aplicaciones del Álgebra como instrumento cotidiano de trabajo dentro de las más disímiles esferas de la actividad científico-técnica del hombre, tanto en el seno de la propia Matemática como en otras ciencias, permiten considerarla como componente imprescindible en la implementación de soluciones a los problemas que en tales esferas se plantean. Es bien conocido, por ejemplo, el papel que juega la Teoría de Grupos y sus representaciones en el tratamiento de problemas de la Física del Estado Sólido y de la Química, así como el enfoque de múltiples situaciones en el campo de la Computación y la Criptografía a través de problemas relacionados con estructuras algebraicas específicas.

En el caso de Filosofía e Idioma Inglés, como asignaturas, deben estar insertadas en el proceso de formación desempeñando un papel cada vez más interdisciplinario dentro del plan de estudio y por ello, hay que velar porque ambas coadyuven no sólo al desarrollo científico técnico, sino a la formación de una cultura general integral del futuro egresado.

En las Indicaciones Metodológicas para el Plan de Estudios D, se reconoce además la evaluación como un aspecto neurálgico del proceso de enseñanza aprendizaje al cual las facultades del país deberán prestar suma atención. No se trata solamente de reducir el

número de los exámenes tradicionales, porque muchas otras actividades que se diseñen para suplir esa reducción pueden constituir sobrecargas importantes que serán difíciles de vencer por muchos de los estudiantes. Por consiguiente, se impone una cuidadosa planificación de las actividades evaluativas de tipo frecuente y parcial en cada semestre, a fin de garantizar un balance adecuado de todas ellas que ayude a los estudiantes a lograr una planificación productiva de su tiempo de estudio. (Ver anexo 4)

El análisis anteriormente descrito nos revela la necesidad de que los estudiantes en el primer año de la carrera de Matemática comprendan la actividad matemática que desarrollan, teniendo en cuenta el encargo social de este profesional.

Por otra parte, se reconoce que no basta con los cambios que se han ejecutado en los Planes de Estudio, se impone trabajar en el desarrollo integral de estos jóvenes, de manera tal que se conciba una enseñanza desarrolladora que tenga en cuenta en el proceder didáctico la transformación de los métodos, el uso efectivo de los medios, las formas de organización y la evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje.

1.2 LA CONCEPCIÓN DESARROLLADORA DE LA DIDÁCTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE UNIVERSITARIO

La concepción Dialéctico Materialista o Integradora de la Didáctica, la que según (López y cols, 1998), ha sido sistematizada y aplicada en los últimos 40 años a la teoría y la práctica docente en los antiguos países socialistas de Europa del este, a partir de los trabajos de ruso Lev Semionovich Vigotski y en Cuba se enriqueció con lo mejor de las tradiciones pedagógicas nacionales, se asume que *el desarrollo integral de la personalidad de los estudiantes es producto de su actividad y comunicación* en el proceso de enseñanza aprendizaje, en el que actúan como dos contrarios dialécticos lo biológico y lo social.¹

¹ La Concepción Dialéctico Materialista o Integradora se ha ido conformando y sistematizando en los últimos años, a la luz de diferentes investigaciones pedagógicas realizadas, enriquecida con la práctica docente en Cuba, y con lo mejor de las tradiciones pedagógicas nacionales, a partir del pensamiento de Félix Varela y Morales (1788-1853), José de la Luz y Caballero (1800-1862), Enrique José Varona (1849-1933), José Martí Pérez (1853-1895), Carlos de la Torre (1878-1932), Alfredo Aguayo (1866-1948), Ana Echegoyen (1902-), Medardo Vitier (1877-1954), Piedad Maza (1901-1966), entre otros destacados educadores.

Para esta concepción los actos de interacción entre los alumnos no dependen sólo de lo que ocurre en el "interior" de cada uno de ellos, sino de lo que se produce en la propia interrelación entre sujetos.

El proceso de enseñanza aprendizaje, no puede realizarse sólo teniendo en cuenta lo heredado por el alumno, sino también se debe considerar la interacción sociocultural, lo que existe en la sociedad, la socialización, la comunicación. La influencia del grupo -“*de los otros*”-, es uno de los factores determinantes en el desarrollo individual.

Esta posición asume que el hombre llega a elaborar la cultura dentro de un grupo social y no sólo como un ente aislado. En esta elaboración el tipo de enseñanza y aprendizaje puede ocupar un papel determinante, siempre que tenga un efecto *desarrollador* y no inhibitorio sobre el alumno.

Se niega entonces, el enfoque tradicionalista de la didáctica, en el que lo más importante es "el premio o el castigo" (Zubiria, 1996), sino que por el contrario se propone potenciar, desarrollar la actividad independiente en la búsqueda y de nuevos conocimientos, la formación de valores, de sentimientos.

La enseñanza debe ser *desarrolladora*, ir delante y conducir el desarrollo, siendo este el resultado del proceso de *apropiación* (Leontiev, 1975) de la experiencia histórica acumulada por la humanidad. La enseñanza debe trabajar para *estimular la zona de desarrollo próximo* en los estudiantes.

1.2.1 CATEGORÍAS DE LA DIDÁCTICA INTEGRADORA

Los principios de la enseñanza son la base o fundamento que orientan la actividad del profesor universitario y el carácter de la actividad cognoscitiva del alumno. Ellos expresan los aspectos internos, sustanciales, de ambos factores del proceso docente, y determinan la efectividad de la enseñanza. A su vez recogen determinadas leyes objetivas que rigen dicho proceso

El **objetivo** (*¿para qué enseñar y para qué aprender?*) refleja el encargo que la sociedad le plantea a la educación institucionalizada. Representa el elemento orientador de todo el acto didáctico, la modelación del resultado esperado, sin desconocer el proceso para llegar a este (en cada año universitario, en una asignatura, una clase o un grupo de clases).

El **contenido** (*¿qué enseñar y aprender?*) expresa de lo que se debe apropiarse el estudiante, está expresado en conocimientos, habilidades, desarrollo de la actividad creadora, normas de relación con el mundo y valores que responden a un medio socio-histórico concreto.

El contenido cumple funciones instructivas, educativas y desarrolladoras, tal como expresara José Martí: *No hay buena educación sin instrucción, las cualidades morales suben de precio cuando están realizadas por las cualidades inteligentes.*²

Según Zilberstein, J. y cols. (1999) algunas de las habilidades generales que la didáctica actual debe contribuir a desarrollar mediante procedimientos adecuados son:

Habilidades relacionadas con acciones intelectuales: la observación, la descripción, la determinación de las cualidades: generales, particulares y esenciales, la comparación, la clasificación, la definición, la explicación, la ejemplificación, la argumentación, la valoración, la solución de problemas, la modelación, la elaboración de preguntas, el planteamiento de hipótesis, entre otras.

Habilidades relacionadas con el trabajo en el proceso de enseñanza aprendizaje: percepción y comprensión del material objeto de estudio, elaborar fichas bibliográficas y de contenido, resumir información, preparar informes y ponencias, elaborar modelos, elaborar tablas, gráficos y medios didácticos entre otras.

El **método** (*¿cómo enseñar y cómo aprender?*) constituye el sistema de acciones que regula la actividad del profesor y los alumnos, en función del logro de los objetivos.

Teniendo en cuenta las exigencias actuales, se debe vincular la utilización de métodos reproductivos con productivos, procurando siempre que sea posible, el predominio de estos últimos.

En apoyo de los métodos se encuentran en unidad dialéctica los **procedimientos didácticos**, categoría poco sistematizada en la literatura pedagógica, pero que ha sido propuesta por investigadores y pedagogos cubanos al fundamentar desde la teoría y la práctica la Didáctica Integradora.

Los procedimientos didácticos deben constituir un sistema, junto a los métodos de enseñanza, en correspondencia con los objetivos que el educador se proponga. Su

² Martí, J, citado por C. Álvarez, en Fundamentos teóricos de la dirección del proceso de formación del profesional de perfil amplio, página 14.

aplicación debe ser creadora, nunca "esquemática" o aislada del contexto en el cual se desarrolla, deben atender al contenido de enseñanza; es decir, no utilizar los "procedimientos, por desarrollar una habilidad en sí", sino por su necesidad real en el proceso de enseñanza aprendizaje, velando por que siempre se manifieste la unidad entre instrucción y educación.

Considerándose a los procedimientos didácticos como complemento de los métodos de enseñanza, constituyen por tanto "herramientas" que le permiten al docente orientar y dirigir la actividad del alumno en colectividad, de modo tal que la influencia de los "otros", propicie el desarrollo individual, estimulando el pensamiento lógico, el pensamiento teórico y la independencia cognoscitiva, motivándolo a "pensar" en un "clima favorable de aprendizaje".

Existen diferentes procedimientos didácticos que constituyen bases sustanciales del sistema de métodos que utilizan profesores y alumnos, al enseñar y aprender como parte del proceso de enseñanza aprendizaje.

Es imprescindible unificar los esfuerzos de los educadores en torno al uso y creación de aquellos métodos y procedimientos más generales, más productivos, que complementen los diferentes métodos y que de forma coherente integren la acción de las diversas asignaturas que influyen sobre el alumno, en pro de lograr su mayor participación colectiva y consciente, el desarrollo de su pensamiento, de su imaginación, la formación de valores, de su creatividad. Los educadores que se propongan emprender una enseñanza desarrolladora deben utilizar procedimientos en sus clases que atiendan no únicamente a lo externo del proceso (la organización de la clase o la utilización de medios de enseñanza), sino que profundicen en lo interno, es decir, en aquellos procedimientos que promuevan el análisis, la síntesis, la comparación, la abstracción, la generalización, la inducción, la deducción, la demostración, la búsqueda de las causas y de las consecuencias, la búsqueda de la esencia, entre otros elementos importantes, que conduzcan a un pensamiento cualitativamente superior y que permitan a su vez, no sólo el desarrollo cognoscitivo, sino también el de los sentimientos, actitudes, valores, convicciones, que provoquen la formación de la personalidad de los niños, adolescentes y jóvenes, acorde con la realidad de nuestro proceso revolucionario.

Los **medios de enseñanza** (*¿con qué enseñar y aprender?*) están constituidos por objetos naturales o conservados o sus representaciones, instrumentos o equipos que apoyan la actividad de docentes y alumnos en función del cumplimiento del objetivo.

Las **formas de organización** (*¿cómo organizar el enseñar y el aprender?*) constituyen el soporte en el cual se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje, en ellas intervienen todos los implicados: alumno, profesor, escuela, familia y comunidad.

La **evaluación** (*¿en qué medida se cumplen los objetivos?*) es el proceso para comprobar y valorar el cumplimiento de los objetivos propuestos y la dirección didáctica de la enseñanza y el aprendizaje en sus momentos de orientación y ejecución. Se deberán propiciar actividades que estimulen la autoevaluación por los estudiantes, así como las acciones de control y valoración del trabajo de los otros.

Comparte por tanto la aspirante, el planteamiento de Zilberstein y sus colaboradores acerca de que: “... *una definición contemporánea de la Didáctica deberá reconocer su aporte a una teoría científica del enseñar y el aprender, que se apoya en leyes y principios; la unidad entre la instrucción y la educación; la importancia del diagnóstico integral; el papel de la actividad, la comunicación y la socialización en este proceso; su enfoque integral, en la unidad entre lo cognitivo, lo afectivo y lo volitivo en función de preparar al ser humano para la vida y el responder a condiciones socio-históricas concretas.*” (Zilberstein y cols, 1999)

1.2.2 LA ACTIVIDAD Y LA COMUNICACIÓN COMO CATEGORÍAS PSICOLÓGICAS DEL MATERIALISMO DIALÉCTICO

El concepto de actividad ampliamente utilizado en Psicología tiene sus orígenes y caracterizaciones precisas en la teoría materialista dialéctica, lógico-filosófica sobre el desarrollo del hombre.

La actividad humana consciente tendiente a una finalidad, es un proceso tan objetivo como todos los procesos de la naturaleza. Por lo que la esencia de la actividad del hombre puede ser descubierta en el proceso de análisis del contenido de conceptos interrelacionados como: trabajo, organización social, universalidad, libertad, conciencia, planteo de una finalidad, cuyo portador es el sujeto genérico. La actividad es la sustancia de la conciencia humana. (Davidov, 1988, pág. 29).

Carlos Marx introduce el concepto de actividad en la Teoría del Conocimiento, siendo para él la actividad práctica sensitiva mediante la cual las personas entran en contacto práctico con los objetos del mundo circundante, experimentan en sí su resistencia, influyen sobre ellos, subordinándose a sus propiedades objetivas.

El análisis de la actividad constituye el método principal del conocimiento científico, del reflejo psíquico de la conciencia.

Las bases de la teoría psicológica de la actividad fueron elaboradas por investigadores soviéticos, entre los que se destacan: Vigotsky, Rubinstein, y Leontiev, a quien se considera el creador de la más desarrollada teoría general de la actividad. En la cual, el concepto de actividad está ligado ante todo, con el objeto de la actividad el que le confiere determinada dirección, definiéndolo además como el motivo real de la actividad.

Las acciones mediante las cuales se realiza la actividad constituyen sus componentes fundamentales. La acción por tanto, es un proceso subordinado a un objetivo consciente. Y una misma acción puede formar parte de distintas actividades, pasando de una actividad a otra, revelando con ello su propia independencia.

Con respecto a esta dinámica relacional Leontiev presenta una ilustración simplificada y cito:”...digamos que nuestro objetivo, sea llegar a N y que para ello nuestra acción puede tener los más diversos motivos, en ese caso podremos realizar consecuentemente las más diversas actividades. La recíproca, es también cierta: que un mismo motivo puede concretarse en distintos objetivos y, por consiguiente, generar distintas acciones”. (Leontiev, 1981,85)

La actividad es realizada por un conjunto de acciones subordinadas a objetivos parciales, que pueden ser sustraídas del objetivo general, en este caso, lo característico de los grados superiores de desarrollo consiste en que el papel del objetivo general lo realiza un motivo consciente, que se transforma en virtud de su carácter consciente en un motivo – objetivo.

Por otra parte, a las formas de realización y concreción de la acción, Leontiev las denomina operaciones. Refiriendo que en el contexto del análisis psicológico de la actividad, la distinción entre los términos acción y operación es imprescindible. Las acciones se correlacionan con los objetivos y sus génesis está en las relaciones reintercambio de actividades y las operaciones se correlacionan con las condiciones y son el resultado de la transformación de la acción, tecnificando la misma.

La actividad comporta un proceso que se caracteriza por presentar transformaciones en sucesión constante.

Según la ley general del desarrollo enunciada por Vigotsky, el aprendizaje ocurre de modo que cualquier función aparece dos veces, primero a nivel interpsicológico y luego mediante un proceso de internalización, a nivel intrapsicológico. (Hernández, 2000, 5). Tal proceso de internalización tiene lugar solo a través de la *actividad* y la *comunicación*.

Al explicar su origen F. Engels relaciona el trabajo y la necesidad de comunicación: *“el desarrollo del trabajo al multiplicar los casos de ayuda mutua y de actividad conjunta, para cada individuo, tenía que contribuir forzosamente a agrupar aún más los miembros de la sociedad. En resumen, los hombres llegaron a un punto en que tuvieron necesidad de decirse los unos a los otros”* (Engels, 1975, 273)

De esta manera, la actividad y la comunicación como categorías psicológicas constituyen formas de relación humana complementarias e interdependientes.

Resulta esclarecedora la concepción histórica cultural desarrollada por L. S. Vigotsky que plantea el papel de la actividad y la comunicación en la socialización del individuo desde una posición dialéctica materialista, a partir de elaboraciones teóricas novedosas para la psicología en su momento y que han logrado trascender, manteniendo actualidad e influencia en enfoques contemporáneos.

1.3 DESARROLLO DE LA COMPRESIÓN MATEMÁTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL PRIMER AÑO UNIVERSITARIO

La Universidad Cubana no sólo prepara al individuo en el orden teórico y práctico para desempeñarse en determinada profesión, sino que ofrece una formación que abarca de manera integral el desarrollo de la personalidad de los estudiantes.

Actualmente la Educación Superior Cubana se orienta hacia la renovación del proceso de enseñanza aprendizaje pues tradicionalmente ha estado centrado en modelos de enseñanza, en los cuales se atendía a la materia y a la forma de impartirla, cuando en realidad se requiere de una óptica más ocupada por el sujeto que aprende, sus características personales y sociales, así como las necesidades profesionales que el territorio determina, es por todo esto que la flexibilidad del proceso de enseñanza potencia el aprendizaje, la formación de valores y la auto preparación científica.

Si somos consecuente con lo señalado anteriormente, debemos concebir un modelo de enseñanza aprendizaje en las universidades, que garantice un aprendizaje con estas características, donde el empleo de métodos y procedimientos didácticos en el proceso de enseñanza movilicen todos los recursos de que dispone el estudiante para enfrentar su aprendizaje y por otra parte se desarrollen estilos y estrategias de aprendizaje, con lo que se propiciará que la asimilación de los conocimientos sea profunda y tenga un carácter perdurable.

Cuestión que todavía se evidencia como carencia, en algunas especialidades con una fuerte formación básica en Matemática, cuyas asignaturas siguen siendo, los obstáculos más fuertes que deben vencer los alumnos en su empeño por lograr éxito en su carrera. E incluso, cuando el estudiante por su esfuerzo y el de los “otros” es capaz de aprobar la asignatura, en muchos casos el nivel de apropiación, de esos conocimientos con los cuales aprobó el examen, es tan bajo que en el próximo semestre no es capaz de relacionar estos mismos conocimientos con otras propiedades de ese mismo objeto matemático u otros de la propia disciplina, lo que denota que no llegó a comprender la naturaleza y desarrollo del mismo, por lo que su aprendizaje no es sólido para enfrentar los nuevos conocimientos que la carrera le exigirá, con lo cual no solo se pone en peligro la permanencia del estudiante en nuestras aulas, sino también la calidad del profesional que se necesita formar para el desarrollo científico técnico del país.

Niveles de comprensión matemática en estudiantes del primer año universitario.

La comprensión matemática como se ha declarado con anterioridad en la tesis, se concibe como un proceso que se desarrolla a medida que el estudiante transita de un nivel de comprensión a otro, muy vinculados además las posibilidades de comunicar en diferentes contextos esa actividad matemática que realiza.

Cuando un estudiante universitario, *comprende* un objeto matemático (OM) determinado es porque pudo realizar con éxito determinados *tipos de actividad* correspondientes a ese objeto. Los OM más utilizados en un curso de primer año universitario, lo son: conceptos, teoremas, algoritmos, definiciones de un tema determinado de la asignatura.

La comprensión tiene un carácter de potencialidad, ya que un estudiante con un nivel determinado de comprensión, en un momento dado, puede y debe transitar a un nivel superior.

La comprensión matemática en un estudiante de primer año universitario, según el concepto utilizado en la tesis, estará muy vinculado al nivel de asimilación y aprendizaje de ese estudiante.

Determinar el nivel de comprensión de un estudiante no solo requiere de medir un sistema de demostraciones teóricas, ejercicios, de habilidades u operaciones que puede demostrar en un examen tradicional, presupone principalmente de comprobar la calidad del proceso donde se expresa la comprensión, mediante esas habilidades y procedimientos.

Nivel muy bajo

Cuando el estudiante no es capaz de reconocer las características, propiedades y/o representaciones esenciales del OM. Se presentan dificultades con la realización de ejercicios rutinarios que involucran a este OM, así como con utilizar diferentes notaciones y convertir un OM de una representación a otra. Al valorar las diferentes formas de representación de un OM adoptaremos las que plantea Martínez, D. (2001)

Simbólica: Mediante expresiones simbólicas sustentadas por las reglas de la lógica formal.

Analítica: Mediante una expresión algebraica.

Verbal: En este caso, el lenguaje común es el utilizado para representar situaciones del mundo real. Estas pueden ser modeladas en cualquiera de los otros registros.

Figural: Cuando expresamos el objeto, mediante llamados diagramas

Gráfica: Es la representación en el plano cartesiano, incluyendo los convenios implícitos en la lectura de gráficos.

Debe considerarse este nivel también cuando un estudiante tiene dificultades al expresar en lenguaje matemático la actividad matemática que realiza.

Nivel bajo

Cuando el estudiante es capaz de reconocer las características, propiedades y las representaciones esenciales del OM. Sin embargo, al tratar de relacionarlos con otro u otros OM, al estudiante se le dificulta realizar ejercicios, demostraciones u aplicaciones en situaciones propuestas por el profesor. Por lo que es necesario diseñar actividades para que ese estudiante profundice en el origen y desarrollo del OM en cuestión, evitando actividades matemáticas que tengan procedimientos que el estudiante las pueda realizar mediante una rutina.

Al estudiante se le dificulta en ocasiones expresar en lenguaje matemático las diferentes representaciones de ese OM que reconoce, por lo que también deben propiciarse actividades donde el estudiante describa la naturaleza y los objetivos del comportamiento del OM, por ejemplo, la búsqueda o el diseño de medios didácticos que favorezcan la comprensión de ese objeto matemático, actividad que se puede complementar con la búsqueda de información en los propios libros de texto del año acerca de su relación con otros objetos matemáticos.

Nivel medio

Cuando el estudiante es capaz de reconocer las características, propiedades y las representaciones esenciales del OM y establece relaciones del OM con otros. Sin embargo, al tratar de aplicarlo en la resolución de actividades prácticas o teóricas, al estudiante se le dificulta realizar estas actividades.

Por lo que es necesario diseñar actividades con ayudas bien estructuradas de los estudiantes y el colectivo de profesores que desarrollen en los estudiantes las capacidades de reflexión, abstracción, síntesis, la modelación matemática y el pensamiento algorítmico, en función de los obstáculos que ha encontrado ese estudiante en su proceso de aprendizaje.

Se deben estimular los resultados que va alcanzando cada estudiante en su tránsito por este nivel, aún cuando no pueda saltar al otro nivel, por la importancia que tiene para un profesional que se forma en nuestra sociedad, la resolución de problemas teóricos o prácticos de su futura profesión.

Nivel alto

Cuando el estudiante es capaz de reconocer las características, propiedades y las representaciones esenciales del OM; establece relaciones del OM con otros. Pero además, aplica esas las propiedades, características y representaciones del OM en la resolución de actividades prácticas o teóricas, de manera creativa, independiente y con un amplio dominio del lenguaje matemático.

En el tránsito del nivel de comprensión matemática real al potencial cobra un alto valor teórico y metodológico la zona de desarrollo próximo (ZDP), donde es responsabilidad del docente detectar la comprensión matemática que pudiese alcanzar cada estudiante y en función de esta distancia diseñar los procedimientos didácticos que propicien tal desarrollo.

1.3.1. LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA DESDE LA PERSPECTIVA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

"¿No pienses ni una sola vez en la comprensión como 'proceso mental'! -Pues ésa es la manera de hablar que te confunde... En el sentido en el que hay procesos (incluso procesos mentales) característicos de la comprensión, la comprensión no es un proceso mental." (Wittgenstein, 1953: Pág.155)

La comprensión matemática constituye un objeto de investigación de interés creciente en Educación Matemática, sin embargo, su elevada complejidad hace que los avances más recientes aún resulten insuficientes y reclama la necesidad de ir adoptando enfoques más operativos y menos preocupados por el estudio directo de sus aspectos internos.

Debido a la diversidad de enfoques en cuanto a lo que se asume por comprensión matemática, que hemos encontrado en la revisión bibliográfica realizada y sin pretender realizar un análisis completo del tema, entendemos necesario comentar algunos de ellos y suscribirnos a los que tomaremos como base teórica de nuestro modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de formación de matemáticos.

Comprender, según el diccionario de la Lengua Española significa entender, penetrar, concebir, discernir, descifrar.

Como proceso intelectual la comprensión supone captar significados que otros han transmitido mediante sonidos, imágenes, colores y movimientos. (Romeu A, 1999).

Desde una perspectiva vinculada con el desempeño flexible sobre los modelos mentales, se plantea que la comprensión es poder realizar una gama de actividades que requieren pensamiento respecto a un tema; por ejemplo, explicarlo, encontrar evidencia y ejemplos, generalizarlo, aplicarlo, presentar analogías y representarlo de una manera nueva. Para decirlo de otra manera, la comprensión de un tópico es la "capacidad de desempeño flexible" con énfasis en la flexibilidad, o de otro modo es la capacidad de usar el conocimiento de maneras novedosas. (Perkins D, 1999)

Una de las ideas más ampliamente aceptadas en la Educación Matemática es que los estudiantes deberían comprender las matemáticas (Hiebert y Carpenter 1992). En términos similares comienza Sierpinska su libro sobre la comprensión en matemáticas, "¿cómo enseñar de modo que los estudiantes comprendan?, ¿qué es lo que no comprenden

exactamente? ¿qué comprenden y cómo?" (Sierpinska, 1994). El mismo supone un paso importante, al discernir entre acto y proceso de comprensión, y relacionar la "buena" comprensión de un objeto matemático dado: concepto, teoría o problema a la secuencia de actos de superar obstáculos específicos de esta situación didáctica que presentó el objeto.

En la comunidad internacional de investigadores en Educación Matemática, se reconoce el interés mostrado en muchos países por las reformas curriculares promovidas por la enseñanza de las matemáticas con comprensión, así como el reflejado en las actas de congresos y en artículos de revistas en el campo de la psicología y la inteligencia artificial (Pirie y Kieren, 1994).

La importancia de la idea de comprensión para la Didáctica de las Matemáticas se pone de manifiesto en los trabajos de Sierpinska, Pirie y Kieren, Koyama (1993), entre otros.

Según Godino el problema de la comprensión está íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático. Los términos y expresiones matemáticas denotan entidades abstractas cuya naturaleza y origen tenemos que explicitar para poder elaborar una teoría útil y efectiva sobre qué entendemos por comprender tales objetos. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas? ¿Cómo se desarrollan estos componentes? (Godino, 1996)

Como hemos enunciado, varios autores definen el conocimiento matemático como información internamente representada, por ejemplo, según Hiebert y Carpenter la comprensión ocurre cuando las representaciones logran conectarse en redes progresivamente más estructuradas y cohesivas.

Pero equiparar la actividad matemática al procesamiento de información, a juicio de la aspirante es una visión reducida del problema, por lo que, desde nuestro punto de vista las teorías de la comprensión derivadas de esta concepción no modelizarían adecuadamente los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en especial los aspectos sociales y culturales implicados en dichos procesos.

Similar concepción la encontramos en la teoría APOS, donde se considera que para lograr la comprensión de un concepto matemático el individuo ha de producir acciones, procesos, objeto y esquema. (Asiala, 1996 citado por Torres y Martínez 2004: 42).

Podemos observar que en esta teoría, el desarrollo de la comprensión está ligado a la transformación de objetos matemáticos por parte del sujeto, ya que estas acciones se concretan por medio de signos matemáticos. En el marco de la teoría APOS, varios colectivos de investigadores en la actualidad, estudian los constructos Acción, Proceso, Objeto y eSchema, por medio de los cuales tratan de modelar cómo se desarrolla un concepto matemático en la mente del individuo, denominando descomposición genética del concepto al conjunto estructurado de dichos constructos. (Cottrill y cols., 1996) y (Asiala y cols., 1996, 1997)

Con algunos puntos de contacto, pero mucho más dialéctica y sistémica, Pirie y Kieren consideran la comprensión como un proceso de crecimiento interminable, dinámico y estratificado pero no lineal (Pirie y Kieren, 1992), rechazando la noción de la comprensión como una función monótona creciente y la consideran como un proceso dinámico de organización y reorganización. Reconocemos las bondades de este modelo teórico, aunque no coincidimos con los autores en cuanto a relegar a último plano, en el proceso de comprensión el contenido matemático. El modelo está estructurado en ocho estratos: conocimiento primitivo, creación de la imagen, obtención de la imagen, observación de las propiedades, formalización, observación, estructuración e invención. El modelo proporciona *el redoblado* como un mecanismo generativo que corresponde al regreso del estudiante a un estrato interno de la comprensión para discutir, reestructurar o expandir las comprensiones inadecuadas de los estratos más internos. La evaluación de la comprensión en este modelo no se suscribe a los resultados en test, práctica muy recurrida en estos tiempos en investigaciones de la Didáctica de la Matemática, se potencia el valor de los resultados de las entrevistas con los estudiantes.

En el caso de la comprensión de problemas geométricos, encontramos un modelo teórico muy utilizado como referente en diversas propuestas didácticas y tesis de doctorado en Cuba y en el exterior. Y esto está dado porque la problemática que existe con respecto al aprendizaje y enseñanza de la Geometría es una situación que viene observándose desde hace varios años en el ámbito internacional, es así que por los años cincuenta en Holanda,

dos profesores de geometría llamados Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldolf, preocupados porque sus alumnos no entendían lo que se explicaba, deciden realizar una investigación que les permita primero, determinar la forma como se produce la evolución del razonamiento geométrico en los estudiantes y segundo, buscar la manera de ayudar a los alumnos a mejorar la calidad de sus razonamientos.

Los estudiantes pueden resolver problemas concretos con bastante habilidad, pero carecen de ideas cuando deben resolver esos mismos problemas planteados en un contexto algo diferente, abstracto o más formalizado. Otra situación típica de las clases de matemática, es la de los estudiantes que tienen que recurrir a memorizar las demostraciones de los teoremas o las formas de resolver los problemas, pues es la única manera de aprobar los exámenes. Las ideas fundamentales que defiende este modelo parten de que se pueden encontrar varios niveles diferentes de perfección en el razonamiento de los estudiantes, por lo que si una relación matemática no puede ser expresada en el nivel actual de razonamiento de los estudiantes, será necesario esperar a que éstos alcancen un nivel de razonamiento superior. Y reconoce la responsabilidad del profesor en este proceso de comprensión matemática al fundamentar que no se puede enseñar a una persona a razonar de una determinada forma, pero sí se le puede ayudar mediante una enseñanza adecuada de la Matemática.

Ante esta amplia gama de posiciones asumidas y abordadas en investigaciones teóricas por parte de la comunidad de Educación Matemática, nos corresponde clarificar la nuestra, que complementa el referente teórico del modelo didáctico que se propondrá para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura en Matemática:

Comprender un objeto matemático, según Vicent Font consiste en ser capaz de: reconocer sus características, propiedades y representaciones; relacionarlo con otros objetos matemáticos y usarlo en toda la variedad de situaciones problémicas que sean propuestas por el profesor y reconoce además que las bases psicopedagógicas que han inspirado el currículo de los actuales sistemas educativos, en sentido general, entienden la comprensión como un proceso mental que es un punto de vista que responde a una concepción epistemológica divergente, aunque no contrapuesta a la asumida por el autor en este trabajo.

Para la aspirante la comprensión matemática es un proceso que se desarrolla a medida que el estudiante transita de un nivel de comprensión a otro, siendo capaz de desarrollar a su vez, la comunicación de la actividad matemática que realiza en diferentes contextos.

Asumiendo la definición de comprensión matemática de Vicent Font referida anteriormente y por tanto, para la aspirante, el estudiante universitario estará en proceso de comprender un objeto matemático cuando en diversas actividades que le presenta el profesor, el requiere utilizar diferentes notaciones y convertir una representación del objeto matemático en otra de manera natural, cuestión que como proceso, se desarrolla en forma de espiral y el estudiante transita de un nivel a otro en función del nivel de comprensión alcanzado y las posibilidades y potencialidades que reconoce él, su profesor o el grupo para alcanzar un nivel de comprensión matemática superior. (Anexo 5)

Reconociendo la influencia que ejercen las interacciones que se desarrollan en la institución, ya sea entre los alumnos, entre ellos y sus profesores, entre estos últimos y entre cualquiera de estos sujetos y el contexto social en el cual se desarrolla el proceso de aprendizaje. Esta perspectiva enmarca el proceso formativo dentro de una concepción del desarrollo progresivo y gradual.

1.3.2 DESARROLLO DE LA COMPRESIÓN MATEMÁTICA FUNDAMENTADA EN LA CONCEPCIÓN DE LA DIDÁCTICA INTEGRADORA

El concepto mismo de comprensión matemática plantea complejos interrogantes: ¿de qué manera desarrollan la comprensión los alumnos?, ¿cómo valorar hasta qué punto comprenden un tema?, ¿cómo podemos, los docentes, propiciar el desarrollo de la comprensión?, ¿cómo podemos evaluar sus progresos y proporcionarles retroalimentación? ¿cómo están relacionados en el proceso, comprensión y aprendizaje?

La aspirante asume que en un primer año universitario desde el punto de vista de la Concepción Integradora de la Didáctica, debe entenderse la zona de desarrollo próximo como la distancia que media entre el estado de desarrollo actual del estudiante el cual es capaz de realizar la actividad matemática propuesta por el profesor por si solo y el estado de desarrollo potencial que sería el que pudiese alcanzar con ayuda de mediadores del proceso, entiéndanse otros estudiantes, profesores, amigos, la familia, medios didácticos, actividades sociales y académicas.

Consecuentemente además, con la afirmación de Vigotsky: *El único tipo de instrucción adecuada es el que marcha adelante del desarrollo y lo conduce... Sigue siendo necesario determinar el umbral más bajo en que la instrucción puede comenzar, (estado de desarrollo actual) puesto que se requiere un cierto mínimo de madurez de las funciones. Pero debemos considerar también el nivel superior, (estado de desarrollo potencial) la educación debe estar orientada hacia el futuro. (Vigotsky, 1981, 118)*

Teniendo esto en consideración, se convierte el diseño y aplicación de un diagnóstico integral a los estudiantes; el que no solo abarque los conocimientos precedentes, si no también sus motivos, obstáculos para el éxito, preferencias académicas, investigativas, laborales; la base que permitirá diseñar procedimientos didácticos en función de los niveles de desarrollo de la comprensión matemática de un estudiante o de grupos de ellos, de manera tal que se favorezca el desarrollo integral verdadero de su personalidad durante la carrera y sentar las bases en el primer año de su formación profesional.

Juega un papel fundamental en este empeño la categoría evaluación, la cual en el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes en el primer año universitario debe contribuir a que los propios estudiantes sean capaces de autovalorar su desarrollo en el proceso de aprendizaje y aprender a valorar a los demás en colectivo, es decir, socializar la evaluación, lo que le permitirá al docente conformar gradualmente el desarrollo del aprendizaje del estudiante y del grupo en función de los objetivos o metas que generó cada tema o unidad temática.

Por tanto, la comunicación de la actividad matemática realizada es parte esencial del proceso de aprendizaje, en cualquiera de los niveles de comprensión por el cual este transitando el estudiante.

Es importante señalar que al utilizar las tecnologías, estas sólo se convierten en medios facilitadores de la comprensión y la comunicación matemática, pero no son los únicos medios. Se pueden utilizar otros diferentes, que se escogen de acuerdo con las situaciones de comunicación específicas y de acuerdo con las posibilidades que se tengan.

Los procedimientos didácticos constituyen un sistema junto a los métodos de enseñanza, en correspondencia con los objetivos que el docente se ha propuesto para un contenido determinado.

Al asumir en esta tesis, las categorías de la Didáctica Integradora sustentadas en el Modelo Histórico Cultural y resultado del proceso investigativo se determinó en principio, un sistema de procedimientos didácticos que favorecen el desarrollo de la comprensión matemática en un primer año universitario:

a) Valorando niveles de desarrollo de la comprensión matemática.

Diseño de un diagnóstico que evalúe la actividad matemática que desarrolla el estudiante o grupos de ellos por si solo o con ayuda de otros, así como el nivel de comprensión matemática alcanzado en el nivel de enseñanza precedente.

Exigiéndose por tanto un diseño de tareas, ejercicios y problemas que propicien individualmente una cadena de actividades matemáticas de amplia variedad y complejidad creciente. En consecuencia, la evaluación de la comprensión matemática no podrá ser concebida de manera única y por una sola vez de constatación, debe ser concebida, diseñada y considerada por el Colectivo Pedagógico con enfoque sistémico, partiendo de los contenidos precedentes y de los objetivos intermedios que en cuanto a la comprensión matemática este colectivo se ha trazado para ese curso escolar, atendiendo por supuesto a las necesidades sociales y competencias que ese profesional debe alcanzar al terminar su carrera, pero que deben ser trabajadas desde el primer año.

b) ¿Qué matemática conoces, cuál comprendes y cuál necesitas en tu proceso de formación?

Es necesario que cada estudiante identifique la matemática que conoce y cual es la que no ha podido comprender. Ya que él, no logra comprender aunque consiga “definir” el objeto matemático (conocimiento) que estudia o describa con procedimientos el mismo (habilidades)

Los profesores de Matemática del primer año, deben concebir como enseñar a los estudiantes a distinguir entre el conocimiento y la comprensión matemática y su repercusión en la formación que ha emprendido en esta etapa de su vida.

La comprensión matemática supone un proceso formativo centrado en el desarrollo de habilidades reproductivas y productivas que se complementan en el proceso de aprendizaje. Que se desarrolla a medida que el estudiante o grupos de ellos son capaces de expresar con lenguaje matemático y de manera natural lo que han aprendido en el proceso, lo que los prepara para nuevos conocimientos y un aprendizaje solidamente conformado.

En este procedimiento se requiere que el profesor además establezca los nexos imprescindibles de la Matemática que recibe el estudiante en el primer año y su aplicación en asignaturas de años superiores y en su futura práctica profesional.

c) Solucionando problemas fundamentales de la formación profesional del estudiante.

Establecer los temas esenciales dentro de las asignaturas del año que pueden ser abordados de manera interdisciplinar para desarrollar la comprensión matemática.

El Colectivo Pedagógico definirá que temas serán abordados desde dentro de la asignatura y si existe algún tema que pueda y sea propicio abordarse de manera interdisciplinar, así como las formas de presentación, desarrollo y evaluación de esas actividades matemáticas propuestas a los estudiantes

Presentar la solución de problemas fundamentales vinculados al ejercicio de la profesión, diseñando ejercicios integradores o proyectos de curso mediante los cuales se desarrollan en los estudiantes las habilidades de identificar, analizar, representar, modelar, generalizar y/o aplicar objetos matemáticos.

La evaluación de los resultados de estos trabajos les permite a los profesores valorar el proceso comprensivo de cada estudiante y por cual nivel está transitando, así como el sistema de ayudas que deben diseñar en cada caso para desarrollar su comprensión matemática.

d) Propiciando la comprensión matemática a cada estudiante de primer año universitario.

Algunas de las actividades matemáticas que el profesor debe conjugar en la estrategia docente, en función del nivel de comprensión matemática alcanzado por el estudiante o grupos de ellos, serían: la explicación no reproductiva, la ejemplificación, los contra ejemplos, la aplicación práctica de temas, justificación teórica, juicios y razonamiento; demostraciones, análisis y síntesis, la comparación y el contraste, así como la contextualización y la generalización.

Se deben tener en cuenta además las características personales que arrojó el diagnóstico inicial, las preferencias dentro de la matemática o especialidades afines, sus motivaciones profesionales y los obstáculos que no le permiten avanzar en su proceso de aprendizaje del primer año universitario.

Teniendo en cuenta tanto, el nivel de comprensión matemática actual de los estudiantes, como sus potencialidades para proponerles de manera individual las actividades matemáticas a desarrollar.

Los alumnos deben percibir como propios las metas de comprensión matemática que deben alcanzar en cada etapa y en el curso escolar.

Los profesores deben propiciar el desarrollo de estrategias de aprendizaje centradas en el estudio, la observación y la autorregulación de la comprensión matemática. En sentido general deben inducir al estudiante, a autorregular la actividad matemática que realiza.

f) Me evalúo, te evalúo, nos evaluamos.

Los profesores deben diseñar evaluaciones informales y elaborar un registro sistemático de la evolución cualitativa del tránsito por niveles de comprensión matemática de cada estudiante o grupos de ellos, con el fin de concebir las actividades docentes que se requieran para desarrollar la comprensión matemática.

La valoración de la comprensión matemática regulará el proceso de aprendizaje, determinando los ajustes que requiere, no al finalizar el primer año universitario, sino cuando aún se está a tiempo de modificarlo para mejorar su eficacia.

Por esta razón los profesores propiciarán actividades docentes donde se les permita a los estudiante emitir juicio de evaluación de los niveles de comprensión matemática alcanzados por él, de manera honesta, lo que aun no comprende; los niveles alcanzados por sus compañeros de grupo y dialogar con los criterios del profesor.

Este tipo de actividades propician no solo el desarrollo de la comprensión matemática en estudiantes del primer año universitario, sino que fomenta valores importantes como la honestidad, el espíritu de sacrificio y autocrítico, así como la solidaridad.

1.4 INVESTIGACIONES PRECEDENTES SOBRE COMPRENSIÓN MATEMÁTICA Y PERFECCIONAMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Ante el propósito de realizar investigaciones que aborden algunas de las aristas de la problemática científica referente al desarrollo de la comprensión matemática, que por demás, hemos constatado de relevante actualidad e importancia, los investigadores deberán tener en cuenta las teorías científicas que sustentan los pasos que darán durante la resolución del problema científico que se han planteado.

Autores como Kieran (1994), reconocen que los cambios producidos durante los últimos años en la investigación en dicho campo muestran una forma distinta de pensar sobre la comprensión del conocimiento matemático.

Así, a diferencia de épocas pasadas, la reflexión actual se viene desarrollando a un elevado nivel de precisión, en parte como consecuencia de la evolución experimentada por las metodologías de investigación.

Por tratarse de un ámbito de estudio diverso, se suelen adoptar perspectivas diferentes, abordando en ocasiones cuestiones parciales. Como ha quedado evidenciado en apartados anteriores de este trabajo.

Como referencia específica, los trabajos más recientes pueden situarse en alguno de los dos enfoques genéricos de estudio de la comprensión matemática:

(a) Enfoque directo (“principios” de la comprensión). Bajo este enfoque se contempla la comprensión del conocimiento matemático desde una perspectiva amplia y profunda, centrándose el interés en el estudio de aspectos como su naturaleza, funcionamiento, evolución o valoración.

Forman parte de él las diversas teorías y aproximaciones específicas existentes (Hiebert y Carpenter, 1992; Sierpinska, 1994; Pirie y Kieren, 1994; Duffin y Simpson, 1997; Godino, 2000) así como los modelos de comprensión, de categorías y cognitivos.

(b) Enfoque indirecto (“consecuencias” de la comprensión). Bajo este otro enfoque se sitúan los trabajos preocupados por el desarrollo de la comprensión matemática y por la gestión externa de los efectos que produce.

En él se incluyen los estudios curriculares y propuestas que defienden argumentos y aportan sugerencias acerca de cómo enseñar y aprender matemáticas con comprensión (Hiebert y cols, 1997; Fennema y Romberg, 1999; Goñi, 2000).

En términos generales, se afirma en Gallardo 2004, que el panorama actual en la investigación sobre comprensión en Educación Matemática muestra un carácter atomista con un bajo nivel de cohesión entre los estudios del primer enfoque y una limitada articulación entre los estudios desarrollados por uno u otro enfoque.

Asumiendo la situación descrita en los apartados precedentes, resulta oportuno preguntarse en éste por los requisitos que debieran cumplir en la actualidad las investigaciones sobre comprensión matemática para poder ser consideradas de calidad.

De acuerdo con lo subrayado por algunos de los autores que han venido reflexionando sobre esta cuestión en los últimos años (Romberg, 1992; Sierpinska et al., 1993; Coriat, 2001), todo estudio sobre comprensión matemática, al igual que de cualquier otra cuestión de interés para la Educación Matemática, debería manifestar suficientes garantías de validez, racionalidad, originalidad, rigurosidad, reproductibilidad o relevancia, entre otros criterios. Pero además de cumplir con ellos, que caracterizan a la calidad en un sentido clásico, la investigación también habría de garantizar su calidad en el sentido más amplio, sobre todo en lo concerniente a proporcionar conocimiento que permita el avance del área de forma significativa. Para tal fin se promueven investigaciones que incluyan desarrollos teóricos sólidos conectados con estudios empíricos descriptivos siempre considerados de forma provisional. Y tales desarrollos deberían proporcionar aproximaciones indirectas sobre la comprensión matemática con la suficiente potencialidad descriptiva y predictiva para garantizar su utilidad y efectividad en Educación Matemática (Koyama, 1993).

Asimismo, toda aproximación en torno a la comprensión del conocimiento matemático resultante de una investigación de calidad tendría que ser, en lo posible, integradora. Lo que implica que debe ser flexible y compatible, con capacidad para asimilar y adoptar información externa a la producida por ella misma y con disposición a ser modificada y mejorada, debiéndose considerar siempre abierta y provisional. Además deben ser operativas para garantizar un grado de aplicabilidad suficiente con consecuencias directas en el desarrollo de la comprensión. Dicha operatividad demandaría, entre otras cosas, precisión de cara a la aplicación de los procedimientos metodológicos generados.

La aspirante por tanto, asume la posición de que resulta preciso continuar con el empeño de elaborar nuevos enfoques integradores y sobre todo más operativos que los existentes para lograr éxito en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática universitaria con el objetivo de alcanzar rendimientos académicos exitosos, no vinculados a análisis de porcentajes de promoción, sino a permanencias conscientes, motivadas y preparadas para enfrentar la posterior preparación de los estudiantes como futuros profesionales revolucionarios comprometidos con el desarrollo de nuestro país.

Algunos resultados de investigaciones que relacionan los cambios de representación, la visualización y el uso de las tecnologías con la comprensión matemática

Los sistemas de representación han sido abordados por diferentes investigadores, sin embargo, los trabajos de Duval los consideramos de especial relevancia por las reflexiones pertinentes que realiza, donde relaciona los sistemas de representación y la comprensión matemática.

Las aportaciones de Duval, realizadas desde un marco cognitivo, son reconocidas como una relevante aportación al campo científico de la Didáctica de la Matemática. Asume un modelo sociocultural y comunicativo basado en las interacciones sociales. Eso sí, reconoce lo inevitable de que se originen importantes problemas de coordinación entre sistemas. Por lo que desde esta perspectiva, aparecen las causas profundas de los errores, ya que siempre que se cambia de sistema semiótico, el contenido de la representación se modifica, mientras que el objeto permanece igual. (Duval, 1996, 2000).

Esto significa que como los objetos matemáticos pueden ser identificados por cualquiera de sus representaciones, al principio los estudiantes son incapaces de discriminar el contenido de la representación y el objeto representado. Es decir, para ellos en ocasiones los objetos cambian cuando cambia la representación. La pregunta entonces nos aborda inmediatamente: ¿cómo puede un estudiante comprender un objeto matemático a través de los cambios entre sus posibles representaciones?

En (Font, 2000) se plantea: “...*Generalmente los objetos matemáticos se representan mediante notaciones diferentes que ayudan a producir diferentes sentidos. Cada una de las notaciones ayuda a producir sentido, pero no produce todos los sentidos. Por lo tanto, comprender un objeto matemático requiere utilizar diferentes notaciones y desarrollar la capacidad de convertir una representación en otra...*”.

Por otra parte, existen creencias de que la Matemática no es visual, esto influido quizás por la idea de que siendo la Matemática una disciplina deductiva, se piensa que sus argumentos deben estar representados únicamente en términos de sentencias lógicamente concatenadas. Compartimos una aseveración de Miguel de Guzmán, acerca de que la comunidad educativa pudiese aprender aún más a usar la visualización creativamente, como una herramienta para el entendimiento: la visualización matemática es el proceso de formar y

transformar imágenes, con lápiz y papel o con ayuda de la tecnología, y usar tales imágenes efectivamente para descubrir matemática y comprenderla.

Conceptualiza este autor entonces, *la visualización como la capacidad del individuo de poder reconocer en un registro de acciones y representaciones, las reglas con las cuales fueron construidas, y así pues, que de tal forma esta información le permita realizar las conversiones adecuadas a otra representación del mismo objeto matemático.* (de Guzmán, M., 1996 a))

Al respecto Fernando Hitt establece que: *El conocimiento de un concepto es estable en el alumno, si este es capaz de lograr articular sin condición algunas diferentes representaciones del mismo objeto, así como el de recurrir a ellas, las representaciones, en forma espontánea durante la resolución de problemas* (Hitt, F., 1998). Los resultados de sus investigaciones han demostrado que las ideas, conceptos y métodos del Análisis Matemático, presentan una gran riqueza de contenidos visuales, intuitivos, geométricos, que están constantemente presentes tanto en las tareas de presentación y manejo de los teoremas y métodos como en la de resolución de problemas.

En cuanto al uso de las tecnologías en el aprendizaje de la matemática universitaria, el acento en las transformaciones docentes habría que ponerlo, en la comprensión de los procesos matemáticos más que en la ejecución de ciertas rutinas que en la educación matemática actual, ocupan todavía gran parte de la energía de nuestros alumnos, con el consiguiente sentimiento de esterilidad del tiempo que en ello emplean.

Luego, en los procedimientos didácticos que diseñemos en el proceso de enseñanza aprendizaje universitario, será necesario incluir medios, formas de organización docente y evaluaciones que permitan desarrollar la comprensión matemática teniendo en consideración los resultados de estas u otras investigaciones realizadas en el campo de la Educación Matemática.

Algunos resultados de investigaciones realizadas en el ámbito cubano

Importante por tanto resulta tener en consideración los resultados científicos que en esta área se han obtenido por investigadores y docentes en nuestro país y que son antecedentes de este trabajo.

En la Educación Superior en Cuba y vinculadas con la enseñanza de la Matemática, se han desarrollado investigaciones basadas teóricamente en la *Teoría de la actividad*, una de cuyas tesis defiende que “no se puede separar el saber, del saber hacer, porque siempre saber es saber hacer algo, no puede haber un conocimiento sin una habilidad, sin un saber hacer” (Talízina, 1984), la Dra. Herminia Hernández presentó el Sistema Básico de Habilidades Matemáticas como parte del contenido de su Tesis Doctoral (Hernández, 1989). En los últimos años el Grupo "B" de Investigación en Matemática Educativa, bajo la dirección de la Dra. Herminia Hernández, ha estado trabajando en la organización de bloques de contenidos a partir de los llamados nodos cognitivos (Hernández, 1993).

Dos trabajos que concretan estas investigaciones en la búsqueda de eficacia en el aprendizaje de la Matemática Educación Superior cubana son las tesis doctorales de Juan R Delgado (1999) donde relaciona la estructuración sistémica del contenido y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas en la enseñanza de la resolución de problemas, aspecto también abordado por Isabel Alonso (2001) en su tesis doctoral que brinda una propuesta didáctica que fundamenta el papel de la representación en esta temática y que para nuestro trabajo de investigación es de gran valor pues la aplicación de su propuesta la ha validado en la formación de matemáticos en la Universidad de Oriente.

En este sentido, en el Departamento de Matemática de la Facultad de Matemática, Física y Computación de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas con el propósito de perfeccionar el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura en Matemática, se han defendido las siguientes tesis doctorales: *Estrategia didáctica basada en la resolución de problemas para llevar a cabo los procesos de formación, desarrollo y generalización de conceptos matemáticos en la carrera Licenciatura en Matemática*, del Dr. José Enrique Martínez (2005) y *Perfeccionamiento del proceso de enseñanza – aprendizaje de la disciplina Programación y Algoritmos en la carrera de Matemática a través de la aplicación del método de investigación – acción*, del Dr. Gerardo Hernández (2007). Estos resultados investigativos, abordando diferentes aristas del proceso de formación de matemáticos en Cuba, realizan propuestas didácticas para su perfeccionamiento.

CAPÍTULO 2. CONCEPCIÓN DIAGNÓSTICA DISEÑADA PARA LA DETERMINACIÓN DE NECESIDADES

Con el objetivo de constatar el problema que da origen a la investigación y realizar el diagnóstico de necesidades para establecer los rasgos fundamentales del proceso de enseñanza aprendizaje que permitirán la orientación adecuada hacia el desarrollo de la comprensión matemática en el primer año de Licenciatura en Matemática, se utiliza la metodología de investigación cualitativa.

2.1 CARACTERÍSTICAS DEL DIAGNÓSTICO DE NECESIDADES EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE UNIVERSITARIO

El proceso de aprendizaje en la universidad se presenta complejo, diversificado, en el que influyen determinados factores como las características del sujeto que aprende, las situaciones y contextos socio-culturales en que aprende, los tipos de contenidos o aspectos de la realidad de los cuales debe apropiarse y los recursos con que cuenta para ello, el nivel de intencionalidad, conciencia y organización con que tienen lugar estos procesos, entre otros.

Ante esta complejidad, al acometer una investigación del proceso de enseñanza aprendizaje en este nivel de enseñanza, a juicio de la aspirante, es imprescindible en un primer momento el diagnóstico de necesidades. En esta etapa el investigador a partir de las observaciones empíricas, de la percepción que tiene de un determinado problema que ha precisado como el objeto de su investigación, ha de comprobar su existencia, con la utilización de diversos métodos científicos. Para determinar cuáles son realmente las necesidades utilizará diferentes métodos tales como: las observaciones y consultas a expertos, el análisis de documentos y otras fuentes primarias y secundarias de información.

El diagnóstico permite revelar la discrepancia o contradicción entre un comportamiento o situación actual y un comportamiento o situación deseable. Este es el punto de partida para la planificación de la investigación, para prever anticipadamente los objetivos a alcanzar según las condiciones dadas, seleccionar las vías para lograrlos, programar las acciones y tareas correspondientes, asignando recursos técnicos, materiales y humanos.

De este modo se proyectará el tránsito de un comportamiento presente, diagnosticado como insatisfactorio en la exploración, al comportamiento deseado, utilizando un modelo, una estrategia o un sistema de acciones, como corresponda, (Castellanos, 1998, p.3).

La valoración realizada sobre la base de los criterios de Castellanos revela la esencia del diagnóstico como momento esencial del proceso investigativo; es importante entonces precisar el concepto de necesidad, que como categoría filosófica según Rosental y Ludin: “...se desprende de la esencia interna de los fenómenos, designa la ley, el orden y la estructura de los mismos, es lo que ha de ocurrir obligatoriamente en unas condiciones dadas”. (Rosental y Ludin, 1984, 334)

Y aunque encontramos en la literatura varias clasificaciones, por la correspondencia que tienen con respecto a nuestro objeto de investigación y que ya hemos caracterizado en este mismo material, pero en acápites anteriores, nos adscribimos a aquella en la cual clasifican a las necesidades manifiestas o encubiertas, siendo las primeras aquellas que son evidentes, detectadas con facilidad y que sobresalen de inmediato y ya las segundas subyacen de otra u otras, no pudiéndose detectar fácilmente, principalmente son las que afloran con el proceso investigativo.

En el caso de que sea parte del proceso de enseñanza aprendizaje universitario el objeto de estudio de la investigación a realizar, a juicio de la aspirante, por el grado de desarrollo que ha alcanzado la personalidad del que aprende, y con el objetivo de acercarnos más a poder interpretar tanto las necesidades manifiestas como las encubiertas, el diagnóstico, siendo consecuentes con la concepción materialista dialéctica que sustenta desde el punto de vista psicológico y pedagógico nuestro sistema educativo debe concebirse abarcando como mínimo las siguientes dimensiones: desarrollo intelectual alcanzado, la situación del aprendizaje según la carrera que se investiga, las motivaciones y de manera muy intencionada, a nuestro juicio este diagnóstico de necesidades debe incorporar la dimensión socio cultural ya que los sujetos que intervienen en el proceso que está sujeto a investigación, tienen ya mejor definidas sus aspiraciones, que por ejemplo los niños y adolescentes, y se deben conocer además las actitudes ante la vida cotidiana, que incluya el aula, la residencia estudiantil, la familia y la sociedad.

Sobre la base de las concepciones anteriores se puede afirmar que el diagnóstico de las necesidades reales en relación con un determinado objeto de investigación, permite encontrar las regularidades que sirvan de base para crear las condiciones de un proceso de cambio que deberá operarse obligatoriamente, permitiendo de este modo que se transite a lo que se aspira o lo que se quiere lograr como estado deseado en ese objeto de investigación.

2.1.1 PARÁMETROS DEL DIAGNÓSTICO DE NECESIDADES EN LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA EN LA UCLV

Interpretando los elementos teóricos referidos, desde el punto de vista psicopedagógico general, acerca del proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura en Matemática y del análisis de cuáles deben ser las condiciones que determinan que se potencie el desarrollo de la comprensión matemática de forma tal que se contribuya a una formación consciente e integral del Matemático, se obtiene la identificación de la **situación deseable**:

- ✓ Lograr en los estudiantes motivación hacia la Matemática como profesión.
- ✓ Niveles altos de permanencia en el primer año de la carrera.
- ✓ Que los niveles de comprensión matemática por los que transitan, le permitan a los estudiantes seguir incorporando de manera efectiva la matemática en años superiores.
- ✓ Lograr en los estudiantes estrategias de aprendizaje y autocontrol, que les permita a cada uno de ellos trazar su camino formativo.
- ✓ Que los profesores del colectivo del año en el trabajo metodológico de cada una de sus asignaturas, tengan en cuenta el nivel de comprensión matemática de cada estudiante.
- ✓ Transformar el proceso evaluativo de las asignaturas del primer año, de manera tal que cumpliéndose los objetivos propuestos en el Plan de Estudios D, de manera intencionada se procure elevar la autoestima en los estudiantes y el sentimiento de poder vencer en su propósito de ser un profesional exitoso y útil a la sociedad.
- ✓ Desarrollar en los estudiantes las habilidades de abstracción, generalización, análisis y síntesis, el pensamiento lógico, la modelación y el pensamiento algorítmico, como base de la comprensión matemática.

En la UCLV la carrera de Licenciatura en Matemática desde su creación, ha formado a especialistas de prestigio nacional. Sin embargo, estos estudios se vieron interrumpidos por varios cursos académicos. Se reabre la especialidad en el curso 1997-98 y durante los tres primeros cursos los índices de promoción, así como de la calidad del aprendizaje reflejaban una curva descendente en su comportamiento, por lo que el Colectivo de Carrera, decidió realizar una investigación acerca de la motivación, los intereses profesionales y los resultados docentes de los estudiantes de primer año.

Siendo este, un problema educativo susceptible a cambio dentro del ámbito de nuestro centro de estudio; además de ser real, factible, relevante, resoluble y generador de nuevos problemas. Partiendo de que el análisis de la problemática de bajos rendimientos académicos y desmotivación en un primer curso universitario es una temática general dentro de la Investigación Educativa, la aspirante tendrá en cuenta los resultados de este estudio de casos, cuya muestra lo constituyeron estudiantes del primer año de la Licenciatura en Matemática durante tres cursos consecutivos en la Universidad Central de Las Villas, y la incidencia de los resultados de esta investigación como necesidades sentidas a tener en consideración en la propuesta de la aspirante de transformar del proceso de enseñanza aprendizaje desde el primer año de la Licenciatura en Matemática.

La desmotivación por estudiar Matemática como especialidad universitaria, así como los bajos rendimientos académicos en los primeros años de la carrera era la situación problemática a analizar, la que colocó a la aspirante ante la necesidad de emprender un proceso investigativo donde se tuviera en consideración tanto, las necesidades afectivas como las cognitivas de los estudiantes que comienzan sus estudios en la especialidad de Matemática.

Los principales antecedentes de esta primera parte de la investigación fueron los resultados académicos de los primeros años de la Licenciatura en Matemática, luego de reabrirse la misma en el curso académico 1997 – 98, teniendo en cuenta demás las bajas matrículas: 9, 16 y 12 estudiantes respectivamente en cada curso escolar a partir de este inicio y al final de cada curso contábamos con: 3, 8 y 7 en ese orden, significando que apenas se alcanzaba promover el 50 % de la matrícula inicial en esos tres primeros cursos durante el primer año y que además, los que lograban “aprobar” expresaban abiertamente desmotivación por la carrera e incertidumbre por su papel como matemáticos en la sociedad.

Siendo el Análisis Matemático que se imparte en el primer año, una de las asignaturas que provoca mayores índices de bajas docentes en estos cursos que hacemos referencia.

El diagnóstico planteado tiene su origen e inicio de su desarrollo en estudios preliminares realizados por la aspirante desde el año 2000, con alumnos del primer año de la carrera de Matemática en las disciplinas de Análisis Matemático y Práctica Profesional del Matemático, sobre temas relacionados con:

Aplicación de los sistemas de computación en la enseñanza de la matemática. (Torres y Hing, 2000)

La enseñanza a través de la resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento en los estudiantes universitarios. (Hing y Torres, 2002)

Motivación e intereses profesionales en el primer curso universitario: necesidades de cambio en el contrato didáctico. (Torres y Hing, 2003)

Ahora bien, durante el proceso investigativo el diagnóstico de necesidades ha estado dirigido al proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la carrera de Matemática, atendiendo específicamente al papel que puede jugar el desarrollo de la comprensión matemática en este proceso y precisamente la determinación de este objetivo es lo que ha permitido establecer los **parámetros del diagnóstico**, que seguidamente se describen y se fundamentan sobre la base de los referentes teóricos abordados en el Capítulo 1.

El desarrollo de la comprensión matemática en esta etapa inicial universitaria es considerado un proceso complejo que es preciso tener en consideración, ya que en ese desarrollo se pone de manifiesto que los conocimientos matemáticos son interdependientes y presentan una estructura fuertemente jerárquica en sus contenidos que se organizan en función de su naturaleza deductiva y de una lógica. Los aprendizajes matemáticos constituyen una cadena en la que cada conocimiento va enlazado con los anteriores, de acuerdo con un procedimiento lógico. Durante el proceso de enseñanza aprendizaje van apareciendo dificultades que unas veces son consecuencias de aprendizajes anteriores mal asimilados y otras de las exigencias que van surgiendo de los nuevos aprendizajes. Por lo que estableceremos como un primer parámetro de diagnóstico la **relación de continuidad entre la actividad matemática que debe garantizarse en niveles precedentes y la que se requiere en la universidad.**

En relación con las cuestiones referidas al parámetro anterior, es preciso apuntar que no sólo se necesita saber si ha existido continuidad en lo programado o establecido institucionalmente, sino cuál es el nivel real que tienen los estudiantes en cuanto la actividad matemática. Es preciso conocer las cualidades de esos conocimientos, y si los estudiantes son capaces de reconocer las características, propiedades y representaciones de los diferentes objetos que surgen al resolver problemas matemáticos que se relacionan con estos conocimientos, enunciado de otra forma, cuando son capaces de realizar la actividad matemática precedente que se les ha planteado, de manera que el segundo parámetro establecido en el diagnóstico es el **nivel real y potencial de la comprensión matemática de los estudiantes.**

En nuestra concepción materialista dialéctica, el proceso de enseñanza aprendizaje universitario conforma una unidad que tiene como propósito contribuir a la formación integral de la personalidad del estudiante. Al concebirse como la integración de lo instructivo y lo educativo, en el caso de la formación de Matemáticos, como parte del objetivo de desarrollar la comprensión matemática en estos jóvenes incorporados al primer año de la carrera, debe desarrollarse en ellos la voluntad de ser un profesional de esta importante rama del saber, por lo que el tercer parámetro del diagnóstico será las **relaciones entre la motivación por la carrera, la autoestima y la permanencia en el primer año de la carrera.**

Considerando que alumnos y profesores y sus relaciones con el grupo y en el colectivo pedagógico respectivamente, son los componentes personales del proceso de enseñanza aprendizaje es preciso conocer la percepción de unos y otros en relación con el problema.

Interesa conocer la percepción que tienen los profesores con respecto a las necesidades en términos de conocimientos y estrategias metodológicas que deben tomar en consideración para dirigir el proceso de aprendizaje, de manera tal que, mediante procedimientos didácticos se desarrolle la comprensión matemática, permitiéndole al estudiante llegar a la esencia de un objeto matemático, establecer sus propiedades y relaciones, así como aplicarlo en la solución de problemas de la ciencia y la técnica, de forma tal que se contribuya al desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de formación del Matemático.

Partiendo de que desarrollar la comprensión matemática en los estudiantes presenta un carácter individualizado, permitiéndole a cada cual la asimilación de nuevos conocimientos y su aplicación al desarrollo creador facilitado por la propia asimilación de conocimientos, es necesario conocer la percepción que tiene el estudiante acerca del desarrollo alcanzado por él, sus posibilidades, sus hábitos, habilidades; así como las estrategias de aprendizaje que utiliza y las facilidades adquiridas con anterioridad en cuanto a las demostraciones teóricas, las generalizaciones y la solución de problemas como habilidades generales que son premisas en el propio desarrollo de la comprensión matemática.

Como las posibilidades de solución a este problema planteado estarán en la profundización del *cómo* desarrollar la comprensión de los estudiantes del 1er año de Licenciatura en Matemática y en *cómo* ha de concebirse el proceso de enseñanza que propicie este desarrollo, necesitamos saber en qué aspectos se limita el desarrollo de la comprensión matemática en la formación de este profesional, de este modo se determinó como cuarto parámetro la **percepción de los profesores en torno a:**

- Necesidades de conocimientos y/o habilidades pedagógicas y didácticas.
- Necesidad de utilizar métodos de instrucción y de enseñanza innovadores.
- Uso de las tecnologías en el aprendizaje de la Matemática.
- Papel del cambio de representaciones y la visualización en la comprensión matemática.
- Cómo conocer cuál es la preparación real de sus estudiantes al iniciar los estudios.
- Cómo evalúan y valoran el proceso de aprendizaje de los estudiantes.
- Cómo es la preparación de los estudiantes que ingresan en la Licenciatura en Matemática, ¿tienen todos los estudiantes que ingresan similar preparación?
- Nivel de utilización de los conocimientos precedentes en los estudiantes que logran transitar de un año a otro de la carrera

Y como quinto parámetro la **percepción de los estudiantes en torno a:**

- Continuidad entre la Educación Matemática del nivel medio y del universitario.
- Exigencias que le hacen en la universidad acerca del conocimiento de la Matemática.
- Estrategias de aprendizaje que conoce.

- Posibilidades de éxito en sus estudios universitarios.
- Intereses profesionales y motivaciones para formarse como Matemático
- Evaluación que se les aplica en sus estudios universitarios.
- Niveles de ayuda que recibe en relación con las dificultades que presenta para comprender la Matemática.

Al tener definidos los parámetros del diagnóstico, se tiene la dirección que se debe seguir para obtener la información que permite conocer las necesidades que se deben satisfacer para proponer la modelación didáctica que contribuya a desarrollar la comprensión matemática en el proceso de formación del Licenciado en Matemática. Con vistas a caracterizar la situación real que se tiene, se utilizan diferentes métodos de investigación para la obtención y procesamiento de la información, los que se exponen en el epígrafe siguiente.

2.2 RECOPIACIÓN DE LA INFORMACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para desarrollar la investigación se aplican métodos, tales como: la revisión de documentos (Modelo del Profesional, programas de las disciplinas, Planes de Estudio, libros de texto, documentos normativos del Ministerio de Educación), entrevistas a estudiantes de la UCLV, profesores y Jefes de la Carrera en las Universidades donde se estudia la Licenciatura en Matemática: Universidad de La Habana, Universidad de Oriente y Universidad Central de Las Villas y la observación participante. Las muestras empleadas fueron seleccionadas intencionalmente e integradas por docentes, estudiantes y la recopilación de información se concibió en dos momentos para inferir resultados teniendo en cuenta los cambios realizados en la concepción del ingreso y el Plan de Estudios en esta última década.

Se utiliza el análisis de contenido como técnica de investigación con dos finalidades: la descripción de la realidad y la interpretación desde la realización de inferencias fundamentadas en constructos teóricos válidos.

2.2.1. SELECCIÓN DE LOS INFORMANTES

El diagnóstico se realizó en dos momentos, el primero durante tres cursos consecutivos a partir del 2000 - 2001 donde la aspirante impartió el Análisis Matemático y realizó las funciones de Coordinadora de 1er año y Jefa de la Disciplina Práctica Profesional del Matemático y en correspondencia con el objetivo del trabajo a realizar se seleccionaron en

ese momento los informantes, en total los 10, 16 y 17 estudiantes que resultaron matrícula inicial en esos cursos respectivamente del primer año de la carrera Licenciatura en Matemática y 16 profesores del departamento de Matemática de la Universidad Central de Las Villas.

Por las características de esta carrera, que solo se estudia en tres de las Universidades del país y para constatar si algunas de las características y necesidades detectadas en el proceso de enseñanza aprendizaje estaban presentes y en que medida influían en los cambios que se estaban sucediendo en la transformación del Plan de Estudios que se preparaba, se entrevistaron a 3 profesores con basta experiencia en la formación de Matemáticos que en esos momentos se desempeñaban como Jefes de carrera en cada una de estas Universidades.

La muestra de estudiantes constituye el 100% de la matrícula y la muestra de profesores fue escogida intencionalmente, tomando como principio para la selección escoger el número de profesores que garanticen la idea de la valoración colectiva y como criterios de selección se tomó:

En el caso de los profesores, que estén vinculados al Colectivo de Carrera mediante alguna asignatura del Plan de Estudios del Matemático y para los del Colectivo de 1er año, que impartieran una asignatura al menos en uno de los dos semestres y el profesor guía, aun cuando no pertenezca al claustro de ese año. Se seleccionaron del departamento de Matemática de la UCLV los 16 que impartían alguna asignatura a los estudiantes en el proceso de formación del Matemático, así como a los 3 Jefes de carrera en las Universidades del país donde se estudia la Licenciatura en Matemática.

En el caso de los estudiantes se seleccionaron 33 para un 100% del total; 6 procedentes de IPVCE, 21 de IPUEC, 1 de escuelas de deportes y 5 repitentes que habían causado bajas en alguno de los cursos anteriores.

2.2.2. RESULTADOS DE LOS MÉTODOS Y TÉCNICAS APLICADAS

2.2.2.1 La revisión de documentos

Este es uno de los métodos que utiliza la investigación cualitativa. Para su realización se confeccionó una guía con el fin de orientar la revisión a efectuar, véase anexo 6. Para desarrollar los aspectos 1 y 2 de la guía se revisaron documentos normativos del MINED, obteniéndose información referida a las principales transformaciones que se han

desarrollado y las exigencias que están institucionalizadas para el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en la Educación Media Superior, las que se exponen a continuación:

Transformaciones de la enseñanza media y media superior.

Para desarrollar los aspectos 1 y 2 de la guía, se analizaron documentos normativos del MINED, programas de las asignaturas de Matemática, libros de texto de la enseñanza media superior y de Metodología de la Enseñanza de la Matemática para determinar las principales características de la enseñanza de esta asignatura en la Educación Pre – Universitaria.

A mediados de la década del 90, y debido al reconocimiento de la necesidad de priorizar la Enseñanza Media, dentro del Ministerio de Educación en Cuba (MINED), se comienzan a realizar algunas transformaciones según se establece en la Resolución Ministerial 60/96, ya desde el curso escolar 1996–1997 (Ministerio de Educación, 1996), basadas principalmente en la dirección de la enseñanza, la organización escolar, priorizando los componentes educativos de la escuela, sus organizaciones estudiantiles, el papel del profesor guía y la comunidad donde está enclavada la escuela. No obstante, estas consideraciones no fueron suficientes y como resultado de diversas investigaciones en el curso escolar 1998-1999 se concretaron las precisiones para el Proceso Docente Educativo (Triana, 2001), teniendo como principal novedad su estructura y concepción de:

- *Objetivos formativos*: están formulados para la enseñanza y en cada año; reflejan las aspiraciones de formación integral del adolescente.
- *Ejes transversales*: son los contenidos principales para lograr los objetivos formativos, definiéndose además las asignaturas responsables de cada uno de ellos.
- *Programas directores*: se precisan como una prioridad en cada grado, y con características diferentes, la enseñanza de la Historia, el Español y la Matemática.

Aunque después del 1959 la Educación en Cuba ha tenido siempre objetivos de formación integral de los individuos, esta propuesta enriquece la integración de las diferentes áreas del conocimiento y el sistema de saberes.

Las transformaciones se agrupan en dos dimensiones fundamentales: el enfoque metodológico general de la asignatura y los métodos y procedimientos para la dirección del proceso docente educativo (Ministerio de Educación, 2000).

En el enfoque metodológico general, se tiene:

- La presentación y tratamiento de los nuevos contenidos a partir del planteamiento y solución de problemas prácticos de carácter político-ideológico, económico-laboral y científico-ambiental, y no sólo desde la propia lógica de la asignatura.
- El tratamiento de los contenidos logra la sistematización de éstos dentro de cada unidad y a lo largo del nivel y la integración de las diferentes áreas matemáticas, como el sistema de recursos que sirve a los estudiantes para resolver los problemas prácticos, y no como objetos matemáticos independientes entre sí.
- La incorporación de habilidades matemáticas que amplíen los procedimientos lógicos para el planteamiento y solución de los problemas prácticos, específicamente en el procesamiento de la información, la estimación y el esbozo de figuras y modelos geométricos sencillos.

En los métodos y procedimientos para la dirección, se tiene:

- La necesidad de asegurar la *comprensión del significado* de los contenidos por todos los estudiantes antes de proceder a la ejercitación para su fijación, y no sobredimensionar el trabajo con ejercicios como vía metodológica para el tratamiento de los contenidos.
- El empleo predominante del método de elaboración conjunta, mediante el procedimiento de *preguntas heurísticas*, que muevan el pensamiento de los estudiantes, que despierten su interés por la solución de los problemas prácticos y les enseñen a razonar lógicamente.
- La planificación, orientación y control del trabajo independiente extra-clase de los estudiantes como una forma organizativa más del proceso docente-educativo.
- La planificación de la evaluación en correspondencia con los objetivos de los grados y unidades, y como proceso continuo que promueva la discusión de alternativas y procedimientos para la solución de las tareas docentes, con el empleo de la crítica y la autocrítica como método habitual para la evaluación de los compañeros y la propia auto-evaluación.

El *currículum* se proyecta desde una concepción integral para la formación del adolescente, asumiendo que la educación ha de preparar al individuo en la vida, para la vida y de por vida.

En el caso de la Enseñanza Media Superior, a partir del curso 2002-03 se comenzaron a insertar algunas transformaciones en este nivel de enseñanza, buscando correspondencia con los realizados en el nivel anterior durante los años precedentes. Y estas transformaciones también se direccionaron hacia el logro de:

- ✓ Que los mejores profesores sean los seleccionados para impartir la docencia y lograr que siempre que sea factible, realicen el ciclo con sus alumnos.
- ✓ Los estudiantes de prácticas docentes de los ISP ubicados en los grupos deben estar acompañados por un profesor tutor.
- ✓ Los grupos docentes cuentan con no más de treinta estudiantes.
- ✓ Cuando los profesores imparten dos asignaturas de la misma área o departamento, excepto Educación Física e Inglés; se reduce la incidencia sobre los estudiantes de 12 a 7 profesores, los cuales atienden como máximo de 2 a 3 grupos.

Cada grupo cuenta con un profesor guía, que solo debe trabajar la docencia en su grupo y tiene entre otras funciones coordinar las acciones instructivas y educativas que realizan los demás docentes en la dirección de desarrollar actividades de carácter formativo atendiendo a las necesidades diagnosticadas, dirigidas a la preparación política, formación de valores, sentimientos, técnicas de estudios y reforzar elementos psicológicos.

Estableciendo un estilo pedagógico coherente en la atención al grupo y propiciando un sistema de comunicación y formas de relación entre alumnos, familiares, docentes, directivos y personal de apoyo.

Características y propósitos de la enseñanza de la Matemática en la Enseñanza Media Superior y la Técnico Profesional.

En los Programas de Onceno grado y Segundo año de la Educación Técnica y Profesional (2006), que es uno de los documentos que hasta el curso actual son los normativos del MINED y que a juicio de la aspirante recoge la esencia de lo que se norma en el resto de los consultados de nivel precedente a la Universidad, se declara que la enseñanza aprendizaje de la Matemática se encuentra en un proceso de renovación de sus enfoques, que persigue que los estudiantes adquieran una concepción científica del mundo, una cultura integral, competencias y actitudes necesarias para ser hombres y mujeres plenos, útiles a nuestra sociedad, sensibles y responsables ante problemas sociales, científicos y tecnológicos y ambientales a escala social, nacional, regional y mundial.

Nos referiremos a continuación, por la relación que guardan con nuestra investigación, algunos aspectos que aparecen en estos programas, donde plantean que en esta enseñanza los cambios deben dirigirse a:

- ✓ Potenciar el desarrollo de los alumnos hacia niveles superiores de desempeño, a través de realización de tareas, cada vez más complejas, incluso de carácter interdisciplinario y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y la creatividad.
- ✓ Resolución de nuevas clases de problemas.
- ✓ Propiciar la reflexión, la **comprensión** conceptual junto con la búsqueda de significados, el análisis de que métodos son adecuados y la búsqueda de los mejores, dando posibilidades a los estudiantes de que elaboren y expliquen sus propios conocimientos.
- ✓ Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental.
- ✓ Realizar el **diagnóstico** sistemático de conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental, evaluando potencialidades y causas de las dificultades.
- ✓ Uso de las **tecnologías** con el objetivo de obtener información y reducir el trabajo de cálculo.
- ✓ **Evaluación** como proceso continuo con uso de la crítica y la autocrítica como método habitual para la evaluación.

En los documentos normativos de esta enseñanza además se constataron las exigencias que en materia de comprensión matemática están declaradas deben ser alcanzadas por los estudiantes en los ejes temáticos y por la pertinencia que esta información tiene para la aspirante, para poder establecer las necesidades de este proceso investigativo, es que hacemos referencia a algunas de ellas:

Ecuaciones con radicales:

- ✓ Comprender la importancia de la comprobación de las ecuaciones con radicales, cuando se realizan operaciones que no son equivalentes.

Funciones:

- ✓ Comprender las propiedades: monotonía, paridad, inyectividad, sobreyectividad, y biyectividad de las funciones lineales, cuadráticas y de proporcionalidad inversa, así como de las funciones de ecuación $y = |x|$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$.
- ✓ Ser capaces de representar gráficamente esas funciones y poder transferir de una representación a otra de esas funciones; aplicando estas transferencias a situaciones sencillas de la práctica diaria y de otras ciencias.

Ecuaciones y funciones trigonométricas:

- ✓ Describir e interpretar situaciones de la realidad utilizando el recurso de las funciones trigonométricas $y = \text{sen } x$, $y = \text{tan } x$, $y = \text{cos } x$, $y = \text{cot } x$.

Ecuaciones y funciones exponenciales y logarítmicas:

- ✓ Transferir de una representación a otra de las funciones exponenciales y logarítmicas, es decir, de sus propiedades a su representación analítica, gráfica o descriptiva.
- ✓ Aplicarlas a situaciones de la realidad utilizando el recurso estas funciones

Geometría analítica de la recta en el plano:

- ✓ Resolver ejercicios de aplicación que requieran hallar ecuaciones de rectas, analizando la información que brindan sus interceptos para estos problemas de la vida diaria o de otras ciencias.

Curvas de segundo grado:

- ✓ Conocer ejemplos de aplicaciones de las secciones cónicas a situaciones de la vida práctica.
- ✓ Identificar las ecuaciones de las secciones cónicas y determinar a partir de ella sus elementos y representación gráfica y viceversa.

Geometría del espacio:

- ✓ Desarrollar visión espacial.
- ✓ Comprender y recordar los conceptos y las relaciones perpendicular, oblicua y proyección. Aplicarlos a problemas de la vida diaria o de otras ciencias.
- ✓ Comprender y aplicar los conceptos de poliedros regulares, distancia entre planos y entre rectas a problemas reales.

Números complejos:

- ✓ Comprender la necesidad de introducir los números complejos.
- ✓ Comprender la definición de número complejo y aplicar la misma.
- ✓ Representar geoméricamente los números complejos y ser capaz de convertir de una forma de representación a otra.

Combinatoria y probabilidades:

- ✓ Comprender los principios de la teoría combinatoria.
- ✓ Comprender el principio de inducción completa. Reconocer las diferencias entre inducción y deducción.
- ✓ Comprender la definición clásica de probabilidad y calcular la probabilidad de problemas sencillos.

Por supuesto que en los documentos rectores del MINED a los que nos hemos referido anteriormente, se encuentran todas las exigencias de cada año, sólo hemos referenciado las que de una manera u otra nos reflejan su relación con la conceptualización que la aspirante ha asumido de comprender un objeto matemático, es decir, las relaciones que un estudiante puede realizar de sus definiciones, conceptos, teoremas y definiciones y otros elementos que emergen de la actividad matemática, así como poder transferir de una representación a otra y aplicar estos objetos en la resolución de problemas reales.

Por otra parte y en resumen, se reconocen en estos documentos las habilidades fundamentales que los estudiantes deben desarrollar además del cálculo rutinario, la evaluación y simplificación de diferentes expresiones, descomponer en factores, resolver ecuaciones, fundamentar relaciones geométricas, demostrar teoremas sencillos y modelar problemas extra matemáticos.

Comportamiento de la permanencia en la carrera de Licenciatura en Matemática de la Universidad Central de Las Villas.

Para responder a este aspecto de la guía la aspirante revisó en el primer momento de este diagnóstico, es decir durante los cursos escolares 2000-2001, 2001-2002, 2002-2003 los expedientes de los estudiantes al arribar a la Universidad y ambos momentos de este diagnóstico de necesidades los Registros de Calificaciones de cada curso escolar de la Facultad de Matemática, Física y Computación.

Durante los cursos escolares además de las cuestiones constadas desde que se reabre la especialidad de desmotivación y poca preferencia por la carrera, se le une otra característica entre algunos de los estudiantes que optaban por estudiar Licenciatura en Matemática y es la preferencia por la Computación en detrimento de la Matemática, por lo que en ocasiones utilizaban esta carrera como trampolín para luego estudiar principalmente Ciencias de la Computación. (Anexo 7)

Por otra parte los estudiantes en un alto porcentaje comienzan sus estudios sin tener una vocación definida y optaron por la Matemática en los últimos lugares de su escala de solicitud y en ocasiones se las han otorgado en reoferta, (Anexo 7) estando reflejados en sus expedientes estudiantiles vínculos con talleres literarios o círculos de interés de botánica, medicina o simplemente haber alcanzado resultados en asignaturas de Matemática, Física y Química con calificaciones que rozan el aprobado en la enseñanza precedente, lo que este elemento es un factor que se debe tener en cuenta para poner cualquier propuesta didáctica que pretenda lograr éxito en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año, ya que otra cuestión que se observa en estos cursos escolares que siempre comienza un estudiante que es repitente del curso anterior y en dos de esos cursos el estudiante con estas características no pudo vencer en ese segundo intento tampoco.

La aspirante pudo constatar al revisar los registros de calificaciones de la Facultad de Matemática, Física y Computación de la Universidad Central de Las Villas, que en esta década, del total de las bajas docentes en el primer año de Licenciatura en Matemática, el 58% de ellas son de estudiantes que renuncian a seguir en la carrera, antes de “chocar” con los exámenes y de las que son consideradas oficialmente bajas docentes el 87% están relacionadas con el Análisis Matemático, es decir, al menos, esa asignatura no pudo ser aprobada por el estudiante para culminar el primer año.

Por otra parte, que el 36% de los estudiantes que ingresan a la carrera en nuestra universidad, causen baja en el primer año es una problemática que nos pone a reflexionar como pedagogos y responsables de la formación de los matemáticos que el país requiere para su desarrollo social y económico. (Anexo 8).

Concepción del desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del Licenciado en Matemática.

Para dar respuesta los aspectos 4, 5 y 6 de la guía fueron revisados, analizados y resumidos por la aspirante los siguientes documentos: Programas de Estudio, Documentos de la Comisión Nacional de la Carrera y el expediente de Preparación del Plan de Estudios D elaborado por esta comisión.

El plan de estudio “D” de la Licenciatura en Matemática consta de un currículo básico, que está formado por:

- ✓ Las disciplinas de formación general (Marxismo Leninismo, Preparación para la Defensa, Educación Física e Idioma Inglés)
- ✓ Y las disciplinas matemáticas básicas (Programación y Algoritmos, Análisis Matemático, Álgebra, Geometría y Topología, Matemática Numérica, Probabilidades y Estadística, Optimización, Ecuaciones Diferenciales, Teoría de Funciones de Variable Compleja, Medida e Integración y Análisis Funcional, Historia y Metodología de la Matemática).

Una breve caracterización de estas disciplinas puede consultarse en el anexo 9.

El plan de estudio D se complementa con un currículo propio en cada universidad donde se cursa la carrera, que está formado por asignaturas propias, que pueden ser obligatorias para todos los estudiantes del centro de educación superior correspondiente, u optativas y asignaturas electivas, que eligen libremente los estudiantes, entre las que se ofertan en la misma o en otras facultades del centro, en dependencia de sus motivaciones e intereses personales.

En el caso de la Licenciatura en Matemática el currículo propio está formado por una única disciplina integradora:

- ✓ La disciplina de la Práctica Profesional del Matemático. Su programa lo elabora centralmente por la CNC, pero tiene una estructura flexible por cuanto traza solamente los objetivos generales a cumplir en las distintas actividades de la disciplina; por consiguiente, la estrategia de su aplicación y los contenidos específicos de cada una de las asignaturas que integran la disciplina quedan enteramente en manos de la dirección de cada facultad y de sus profesores.

Lo cual fundamenta que la concepción del matemático de perfil amplio se profundizó aún más en la elaboración del plan D, de manera que se avanzó más en la definición del carácter esencial de los conocimientos y habilidades básicas del profesional en todas las disciplinas. En la estructura del plan esas disciplinas quedaron conformando el currículo básico y por tanto, obligatorio para todas las facultades del país donde se cursa la carrera de Matemática. Los fondos de tiempo de algunas de las disciplinas se redujeron, teniendo en cuenta la definición de los conocimientos, habilidades y actitudes que se consideran esenciales al matemático de perfil amplio.

La estructura general de la carrera de Matemática se organiza verticalmente en las dieciséis disciplinas definidas en el plan de estudio, una de las cuales, la Práctica Profesional del Matemático tiene entre sus objetivos fundamentales establecer las conexiones interdisciplinarias entre las restantes, mediante un conjunto de actividades académicas, laborales e investigativas en cada año de la carrera, componiendo un sistema único integral para la formación del profesional.

Otra cuestión que resulta constada como una necesidad de tratamiento didáctico resulta que en este Plan D, puesto en práctica en este curso escolar 2007/2008, cada facultad y la nuestra es una de ellas por supuesto, es la que tiene a su cargo la responsabilidad de la flexibilidad interna del programa de cada una de las disciplinas matemáticas básicas y la definición de la estrategia a seguir en la puesta en práctica de la disciplina de la Práctica Profesional del Matemático, de manera que todo el tiempo disponible para la determinación del currículo propio se ha asignado precisamente a dicha disciplina.

Otra cuestión que marca la diferencia con respecto los anteriores es que, en la estructura del plan de estudio D se observan distintos niveles:

- ✓ Un primer nivel de adaptación y familiarización con los objetivos de la profesión, que se inicia con la “Introducción a la Matemática”, se continúa con las asignaturas de las restantes disciplinas y culmina con el Seminario de Problemas I del primer año.
- ✓ Un segundo nivel de conocimiento de los campos de acción y de familiarización con las esferas de actuación del profesional, que se desarrolla durante el segundo año, con momentos culminantes en el Seminario de Problemas II y la Práctica Laboral e Investigativa I.

- ✓ Un tercer nivel de conocimiento de una esfera de actuación determinada, que se desarrolla durante el tercero y el cuarto años de la carrera, que se concreta durante el Seminario de Problemas III y la Práctica Laboral e Investigativa II del tercer año, y se complementa mediante las asignaturas optativas de tercero y cuarto años y el Seminario de Investigación y las asignaturas electivas de cuarto año.

Por otra parte, en los documentos del Plan de Estudios D se reconoce además que la evaluación del aprendizaje de los estudiantes es un aspecto neurálgico del proceso docente educativo al cual las facultades deberán prestar suma atención. No se trata solamente de reducir el número de los exámenes tradicionales, que en esta propuesta de plan de estudio se ha logrado fijar en 20 para toda la carrera, se impone una cuidadosa planificación de las actividades evaluativas de tipo frecuente y parcial en cada semestre, a fin de garantizar un balance adecuado de todas ellas que ayude a los estudiantes a lograr una planificación productiva de su tiempo de estudio.

En resumen, como el proceso de enseñanza aprendizaje de primer año, tiene como meta principal la adaptación y familiarización con los objetivos de la profesión, a criterio de la aspirante y teniendo en cuenta estos últimos, ya explicados en este informe de investigación en acápites anteriores, se necesita de una propuesta didáctica que responda de manera integrada a esta meta, teniendo en cuenta las características y niveles de los que parten al inicio de curso los estudiantes y aquellos que van alcanzando los estudiantes de manera individual en cuanto a percepción, desarrollo del pensamiento, memoria, y abstracción durante todo el curso. Valorando de manera sistemática las potencialidades reales de desarrollo individual de manera cualitativa principalmente, de manera tal que pueda evolucionar de manera eficaz este primer nivel de preparación del futuro Matemático mediante la dirección científica del colectivo pedagógico de ese año.

Relación del Análisis Matemático con el resto de las disciplinas del Plan de Estudios.

Es ampliamente reconocido que el Análisis Matemático es una disciplina básica de larga tradición en la formación del matemático, tanto en nuestro país como internacionalmente. Por una parte, sus contenidos son indispensables para el desarrollo de prácticamente todas las disciplinas matemáticas de la carrera. No menos importante resulta su influencia para desarrollar en el estudiante las capacidades de generalización y abstracción, el

razonamiento lógico, la ayuda que brinda a lograr expresar clara y precisamente las ideas y a la comprensión de la necesidad del rigor lógico en las demostraciones matemáticas.

Por otra parte, las herramientas desarrolladas en el Análisis Matemático tienen aplicación directa o indirecta en todas las ramas de la Matemática, de la Ciencia y la Técnica. En los contenidos de esta disciplina se encuentra el germen de teorías matemáticas estudiadas en asignaturas de los años superiores y que son el punto de partida para el desarrollo de investigaciones de actualidad en temas de Teoría de Funciones y Análisis Funcional, Ecuaciones Diferenciales, Control Optimal y Teoría de Probabilidades y Estadística Matemática, por mencionar solo algunas.

El Programa de la disciplina Análisis Matemático reconoce además las interrelaciones, con casi todas las disciplinas del plan de estudio, y sugiere en su documento oficial, que se puede consultar en el anexo 10, que es imprescindible que ello esté presente en todo su desarrollo, utilizando conceptos y métodos ya impartidos y realizando *ejercicios o comentarios sobre la aplicación que encontraran en otras disciplinas*. Y se ejemplifica esta actuación, solo a modo de sugerencia que:

- Al estudiar las propiedades de las funciones continuas, integrables o derivables *comentar* el hecho de que estas clases de funciones constituyen espacios vectoriales.
- *Vincular* el estudio de espacio métrico y normado con las asignaturas de Topología y Álgebra III.
- En el estudio de la teoría de la diferenciación de funciones de varias variables y su aplicación al análisis de los extremos relativos, *apoyarse* de forma efectiva en la teoría de las aplicaciones lineales y formas cuadráticas desarrolladas en la disciplina de Álgebra.
- Es de particular importancia en todo el desarrollo de la disciplina señalar las posibilidades de *generalización* que tienen las teorías estudiadas estableciendo el vínculo con las de la disciplina de Medida, Integración y Análisis Funcional y Teoría de Funciones de Variable Compleja.

La asignatura Análisis Matemático I se ha concebido en este Plan D como una introducción y una motivación a los temas clásicos de esta disciplina.

En ella se pretende familiarizar a los estudiantes con los problemas que históricamente determinaron la aparición de los conceptos y algunas de las herramientas usadas para su solución, sin recurrir para ello al formalismo matemático contemporáneo.

Se utilizará una forma de enseñanza heurística, similar a la manera de investigación de estos temas en los siglos XVII y XVIII, comentando, cuando sea pertinente, las contradicciones a las cuales puede dar lugar este enfoque y cómo ellas han sido superadas en las teorías contemporáneas. Con tal metodología se pretende que el alumno *comprenda* la necesidad de la justificación lógica y formal que ha alcanzado la presentación del Análisis Matemático en la época actual. Por esta razón no se realiza un estudio previo de los conjuntos numéricos ni de los conceptos límite y continuidad, todos ellos surgidos con posterioridad, en el siglo XIX. La formalización de estos conceptos y la demostración rigurosa de los teoremas se realizarán gradualmente en las asignaturas II, III y IV.

Una característica importante del texto en preparación de esta asignatura (Valdés y Sánchez, 2006) lo constituye a criterio de la aspirante, que se parte de un primer capítulo con el estudio de funciones elementales, siguiendo el principio euleriano de comenzar el estudio del Cálculo Diferencial e Integral por su *objeto de estudio fundamental*: las funciones analíticas. Y la introducción al Cálculo Diferencial e Integral se parte del planteamiento y solución de *problemas generadores*, que ponen al estudiante en situaciones concretas que estuvo al menos, un matemático en los orígenes de la teoría. Existe un tratamiento diferenciado en este libro a la resolución de problemas históricos y la aplicación de estas teorías. Cuestión que en eventos Nacionales e Internacionales de Matemática Educativa o Didáctica de las Matemáticas es solo una pretensión, pues aunque existe mucha teoría en esta disciplina en desarrollo donde se reconoce el papel de la Historia de la Matemática y la necesidad de tener en cuenta la epistemología de sus objetos de estudio, los textos que se utilizan aún son declarados con enfoque tradicionalista y son insuficientes los resultados que se obtienen en importantes investigaciones y publicaciones fruto de proyectos investigativos que están muy distantes de poderse aplicar.

A criterio de la aspirante, una cuestión que reconoce al analizar y revisar este texto elaborado por profesores de la Universidad de La Habana es que se debe atender la preparación didáctica real que tienen los profesores del Análisis Matemático y el resto del colectivo de 1er año para lograr un uso efectivo del mismo.

Análisis de resultados

Teniendo en cuenta que en el nivel Medio Superior las metas de aprendizaje que se declaran institucionalmente, aún son aspiraciones, a criterio de la aspirante, se necesita una transformación del proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática, fundamentada por el desarrollo teórico que han alcanzado en nuestro país las ciencias pedagógicas.

Una permanencia comprometida por parte de los estudiantes en el primer año de Licenciatura en Matemática está estrechamente relacionada con la necesaria motivación por la misma, con los intereses profesionales y las posibilidades de éxito en el Análisis Matemático.

El proceso de formación de los futuros Matemáticos se concibe en el Plan de Estudios D como un tránsito por niveles de preparación, por lo que se necesita que la práctica de los docentes de esta carrera conciba los niveles de comprensión matemática por los que va transitando cada estudiante, más que en cada asignatura de manera vertical, en el año de estudio.

El colectivo de 1er año requiere de una preparación didáctica que les permita diseñar procedimientos didácticos que desarrollen la comprensión matemática, de manera tal que le permita al alumno "llegar a la esencia", establecer nexos y relaciones y aplicar el contenido a la práctica social, de modo tal que solucione problemáticas no sólo del ámbito docente, sino de la sociedad en general.

El proceso de evaluación del aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática requiere de una reformulación en función de que se parta de los niveles reales de aprendizaje de cada estudiante, que permita valorar la evolución del desarrollo de cada cual en función de sus potencialidades. Para lo cual el Colectivo Pedagógico y los profesores deben tener en consideración los niveles de comprensión matemática por los que transita cada estudiante y del grupo.

2.2.2.2 La observación participante

Es la principal técnica de recogida de datos en la metodología cualitativa. Supone la interacción social entre el investigador y grupos sociales. Su objetivo es recoger datos, de modo sistemático, a través de un contacto directo en contextos y situaciones específicas (Álvarez, I., 2001).

Una de las características que la identifican es que no se tienen delimitadas y planteadas las cuestiones que se van a responder. Su carácter flexible y abierto permite al investigador partir de algunas interrogantes generales tener una base para la recogida de datos. En la observación participante se pueden delimitar las etapas siguientes: selección de los escenarios, la recogida de datos y tratamiento de los protocolos recogidos.

Por las características de la temática tratada, se escogen como **escenarios** para la observación que se describe, reuniones del colectivo de carrera, del Colectivo Pedagógico de 1er año y las clases prácticas de Análisis Matemático.

Para la etapa de la recogida de datos es necesario precisar qué información obtener y cómo sugieren Goetz y Lecompte, citados por Álvarez, I. (2001), debiéndose realizar preguntas generadoras de observaciones pertinentes. (Goetz y Lecompte, 1988, 128-129) Por lo tanto, se planifican, en este caso, las siguientes:

Preguntas generadoras para la observación participante:

1. ¿Quiénes participan y cuáles son su identidad y características relevantes?
2. ¿Cómo se evalúa y valora la actividad matemática de los estudiantes?
3. ¿Cuál es la preparación real de los estudiantes al iniciar sus estudios universitarios? ¿Tienen dificultades con la comprensión matemática?
4. ¿Es suficiente en la formación de matemáticos el desarrollo de habilidades generales matemáticas?
5. ¿Se trabajan las potencialidades de cada estudiante?
6. ¿Cómo se relaciona en el proceso de formación del primer año la motivación, la comprensión matemática y las posibilidades de éxito?

La observación se realiza por nuestra parte jugando el rol de observador participante. Se observa, en cada caso, desde la óptica del observador que toma las notas requeridas de acuerdo con lo planificado; pero que interviene como un miembro más del grupo en cuestión, permitiendo, en los momentos necesarios, dirigir los análisis en función de obtener la información requerida.

Se decidió observar 4 de los colectivos de Carrera desarrollados en este periodo inicial investigativo, dos correspondientes a análisis del Cumplimiento del Plan Metodológico, en los cursos 2000-2001 y 2001-2002, para recoger información acerca de las percepciones de los profesores en cuanto a la preparación de los estudiantes en los diferentes años de la

carrera, del criterio que poseen acerca del nivel de asimilación de los conocimientos que debían demostrar del año precedente, de los hábitos de estudio, de las habilidades que demuestran y de las temáticas que relacionadas con el Análisis Matemáticos los estudiantes en años superiores no comprenden.

Otro colectivo observado fue el desarrollado en el curso 2001- 2002 cuya temática principal fue: Acerca de la Evaluación en el proceso de formación del Matemático, donde se recogieron criterios de los profesores del colectivo acerca de la experiencia puesta en práctica por la aspirante en dos cursos en el primer año de la carrera donde la evaluación se concibió de manera personalizada durante todo el curso, incluyendo la evaluación final y actividades interdisciplinarias.

Se observó por último en este primer momento de la investigación, el colectivo de la carrera que analizó, en el curso escolar 2002-2003, las características del ingreso y los intereses profesionales y motivaciones para formarse como Matemático, principalmente los criterios de los profesores en cuanto a las cuestiones que desde su experiencia como docentes no deben faltar en un diseño del proceso de enseñanza aprendizaje que pretenda contribuir a elevar la motivación por la carrera teniendo en cuenta las aspiraciones profesionales de los estudiantes y las necesidades en su formación científica.

Por último se observó un Colectivo de Carrera del curso 2007-2008, para actualizar los resultados constatados en cursos anteriores y conocer las percepciones de los profesores en cuanto a la necesidad de transformar el proceso de enseñanza aprendizaje ante las características actuales de los estudiantes que entran a la carrera y la puesta en práctica del Plan de Estudios D.

Se observaron de manera sistemática todos los Colectivos de Año de los tres cursos que conforman el primer momento de la investigación de la aspirante, y en ellos a los profesores y estudiantes que participaban, con el objetivo de conocer las perspectivas de unos y otros en cuanto a la evolución de la comprensión matemática durante cada curso, el sistema evaluativo, el vinculo de las asignaturas en el año y actividades de formación de valores, aptitudes y motivaciones por la carrera.

Se observó además un Colectivo Pedagógico de 1er año del curso 2007-2008, con el objetivo de intercambiar con ellos la pertinencia, necesidad e importancia de realizar en los estudiantes un diagnóstico de la comprensión incorporado al diagnóstico integral concebido

por el Colectivo de Carrera con el objetivo de propiciar estrategias de aprendizaje y permanencia responsable en el primer año y en la carrera en general.

Para conocer el comportamiento de los alumnos seleccionados se observaron clases prácticas, denominando de esta manera a toda actividad docente que se diseñara durante estos tres cursos fuera de las Conferencias; la cantidad reducida de estudiantes nos permitió controlar y registrar el comportamiento de la totalidad de los estudiantes, principalmente centrada esta observación en el proceso que desarrollaba cada cual hacia el aprendizaje, realizando énfasis en el desarrollo de habilidades, el proceso de asimilación y la comprensión de la actividad matemática que desarrollaban en cada momento y el desarrollo de las potencialidades de cada estudiante (Ver Anexo 11).

En el tratamiento de la información recogida a través de las notas de campo, se reflexiona sobre los aspectos observados y se llega a las consideraciones que se exponen por cada tipo de escenario escogido, como conclusión de las ideas fundamentales expuestas en las actividades observadas.

A colectivos de Carrera

- ✓ Participan como promedio el 73% de sus integrantes, concentrándose las ausencias en varias ocasiones en los jefes de disciplinas de prestación de servicio, pero teniendo una activa participación de los jefes de disciplinas básicas matemáticas y de los Coordinadores de Año.
- ✓ Plantean que persisten las dificultades en cuanto a poder utilizar la Matemática recibida en años anteriores; no sólo en el primer año, donde se mantienen y refuerzan en estos momentos la situación de los estudiantes acceden a la carrera con muy mala base, es decir, con un alto nivel de conocimientos no adquiridos de la enseñanza precedente.
- ✓ Valoran que los alumnos, presentan dificultades en el proceso de aprendizaje y también con relación a las estrategias que para lograrlo utilizan, les cuesta trabajo estudiar por los libros de texto. En correspondencia, en ocasiones solo se logra de los estudiantes esfuerzos para aprobar y que esto les permita cambiar de carrera en segundo año, no por comprender las posibilidades que le brindará su formación como matemáticos.
- ✓ Los estudiantes presentan diferentes niveles de desarrollo de habilidades, de asimilación de conocimientos, de posibilidades de transferir de una representación a otro cualquier

objeto matemático puesto en juego en la actividad matemática que genera una asignatura cualquiera del Plan de Estudios.

- ✓ Las fuentes de ingreso son diversas, por lo tanto los niveles de preparación también, en los últimos cursos con las características de un ingreso por Exámenes de Aptitud, que los exime de tener que realizar exámenes de Ingreso de Matemática y la entrada además de estudiantes provenientes de la Enseñanza Politécnica.
- ✓ Le dan un alto valor a evaluaciones interdisciplinarias en el año, principalmente en el primer año y en la actualidad que el Plan D, donde hay reducción en número de exámenes finales, pero reconocen que su concepción, así como la evaluación personalizada requiere de un tratamiento didáctico del proceso de enseñar y aprender desde el colectivo de año, no dejarlo a la iniciativa de los docentes y a pesar de no ser de fácil aplicación, si observaron y reconocen las ventajas que en cuanto a motivación, autoestima y auto preparación puede lograr en los estudiantes.
- ✓ Valoran la necesidad de transformar el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año para lograr permanencia con calidad, utilizando las posibilidades que permite el Plan de Estudios D en cuanto a la flexibilidad y utilizar la asignatura Introducción a la Matemática de manera que permita a profesores y estudiantes establecer las habilidades adquiridas y los niveles de comprensión por los que transita cada estudiante, sus potencialidades y modelar le enseñanza de ese año en función de favorecer el logro de la meta fundamental que es la adaptación y familiarización con los objetivos de la profesión.

A colectivos de año

- ✓ Participan los profesores de todas las asignaturas del año, el profesor guía y el jefe de brigada de la FEU. Asisten a las actividades observadas el 75% de los previstos.
- ✓ Valoran una discontinuidad entre la preparación de los estudiantes en la enseñanza precedente y la universidad en un alto % de estudiantes, resultándoles difícil en la actividad matemática que desarrollan, reconocer las principales características, propiedades y representaciones de las entidades matemáticas que debían haber aprendido en ese nivel de enseñanza y esto varía de acuerdo con la procedencia de los estudiantes, los de mayores dificultades son los que proceden de la enseñanza tecnológica.

- ✓ Valoran que los estudiantes no motivados empiezan a tener calificaciones insatisfactorias y con esto empiezan a sentir que no pueden con la carrera, se concibió desde entonces teniendo en cuenta las sugerencias de profesores y estudiantes del colectivo, el Proyecto Educativo como un instrumento efectivo de trabajo, donde se vinculan los objetivos motivacionales, de formación académica e investigativa, a través de actividades docentes, deportivas, culturales, recreativas y patrióticas, que promueven el rescate de valores tales como la honestidad, solidaridad, humanismo y la unidad.
- ✓ Los alumnos plantean un temor por la forma y los resultados de las evaluaciones y la posibilidad de poder terminar el año, por parte de muchos de ellos.
- ✓ Se analiza que el desarrollo de habilidades y capacidades matemáticas está muy afectado la mayoría de los estudiantes: en su gran mayoría no utilizan los libros de texto en su estudio independiente, por lo que se sugirió concebir un sistema evaluativo donde las evaluaciones durante todo el curso favorecieran las autovaloraciones de los estudiantes, en otras se relacionaran dos o más asignaturas del año y en otras los estudiantes pudieran realizar exámenes consultando la bibliografía que ellos prefirieran.
- ✓ Los estudiantes tienen dificultades, en la asignatura de Programación y Algoritmos y en Algebra, pero reconocen estudiantes y profesores del colectivo que cuando los temas del Análisis Matemático son abordados de manera no formal, sino en relación con el propio desarrollo de la Matemática eso favorece la comprensión del resto de las asignaturas y la motivación pues el estudiante reconoce el desarrollo histórico del Análisis Matemático y sus aplicaciones actuales.

Al comportamiento de los estudiantes

En las actividades prácticas se pudo constatar que los estudiantes:

- ✓ Comienzan la carrera con diferentes niveles de asimilación, preparación y aprendizaje matemático.
- ✓ No saben utilizar los libros de texto para buscar fundamentación teórica o resolución ante una problemática dada.
- ✓ El desarrollo de habilidades matemáticas generales está afectado en la mayoría de los estudiantes.
- ✓ No son capaces de utilizar las diferentes representaciones de un mismo objeto matemático para resolver problemas o desarrollar actividades teóricas.

- ✓ Estudiantes sin condiciones óptimas de aptitudes y con una deficiente preparación precedente, pero con disposición de graduarse, necesitaron de actividades adecuadas que favorecieron un desarrollo gradual, que contemplaba niveles de ayuda de profesor a estudiante y de estudiante a estudiante y del grupo al estudiante, para vencer el primer año de la carrera.
- ✓ Tienen preferencias por la computación en detrimento de la Matemática.
- ✓ No tienen claridad de la utilidad que para el desarrollo de la sociedad cubana tiene formar un Matemático.

Análisis de resultados

1. El proceso evaluativo necesita de un cambio conceptual que permita la permanencia exitosa de los estudiantes en el primer año y en toda la carrera.
2. Se necesita entrenar a los estudiantes en la consulta bibliográfica desde las actividades presenciales, incluyendo las clases prácticas, para establecer sistemas evaluativos que permitan el uso de los libros de texto, lo que redundará en resultados favorables en la preparación y la autoestima de los estudiantes.
3. Estudiantes sin condiciones óptimas de aptitudes y con una deficiente preparación precedente, pero con disposición de graduarse, necesitaron de actividades adecuadas que favorecieron un desarrollo gradual, que no fue un proceso rápido ni de un solo profesor del colectivo, pero que aplicado de manera diferente en cada estudiante se lograron resultados tangibles, con el grupo que inició su carrera el curso escolar 2002-2003 y graduados el curso anterior.
4. La preparación de los estudiantes se mantiene como un grave problema que necesita de acciones que transformen esa realidad, que se ha mantenido aún cuando las condiciones de ingreso y contenidos del plan de estudios ha variado.
5. No basta sólo trabajar la motivación por la carrera, cuestión que es importante, se necesita integrar este objetivo al proceso de enseñanza aprendizaje, que es el que debe tener como objetivo fundamental la formación integral de ese joven y desde la instrucción desarrollar el amor y reconocimiento por el valor de la carrera.
6. Los estudiantes que preparamos como futuros matemáticos necesitan no sólo desarrollar habilidades matemáticas, deben además comprender la esencia y desarrollo potencial de los objetos matemáticos que estudian en ese año.

2.2.2.3 Sobre las entrevistas

La entrevista es uno de los modos más efectivos de recoger datos en las investigaciones con un diseño no experimental, como el nuestro. Usamos la semiestructurada, que se caracteriza porque el entrevistador tiene ciertas preguntas o tópicos, pero permite a los entrevistados plantear problemas y preguntas a medida que discurre el encuentro (J. McKernan, 1996, 150), se realiza basada en una conversación informal, donde las cuestiones a tratar se abordan de una manera natural en el curso de conversaciones espontáneas, teniendo en consideración que son especialmente útiles las preguntas “abiertas”, en el sentido que no sean de “elección fija”.

Las entrevistas tienen como **objetivo** profundizar en:

La percepción que tienen profesores que forman Matemáticos en las Universidad Central de Las Villas, la Universidad de La Habana y la Universidad de Oriente en relación con:

- Cómo es la preparación de los estudiantes que ingresan en la Licenciatura en Matemática, ¿tienen todos los estudiantes que ingresan similar preparación?
- Cómo evalúan y valoran el proceso de aprendizaje de los estudiantes.
- Necesidad de conocer cuál es la preparación real de sus estudiantes al iniciar los estudios para concebir el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año.
- Uso de las tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año.

La percepción que tienen los estudiantes de primer año en relación con:

- Continuidad entre la Educación Matemática del nivel medio y del universitario.
- Estrategias de aprendizaje que conoce y que ha adquirido en la enseñanza precedente, así como habilidades matemáticas desarrolladas.
- Intereses profesionales y motivaciones para formarse como Matemático

Sobre la base de estos objetivos se elabora una guía de tópicos a considerar en las entrevistas, tanto para los estudiantes como para los profesores, que aparecen en los anexos 12 y 13 respectivamente.

La entrevista fue una de las técnicas de recogida de información que más le aportó a la aspirante en este paso del proceso investigativo, siendo utilizada de diferentes maneras en ambos momentos del mismo, en el primer momento se realizaron entrevistas grupales a estudiantes y entrevistas individuales a los Jefes de Carrera de las tres universidades donde se estudia Licenciatura en Matemática, cuya guía aparece en el anexo 14.

En el segundo momento se concibe un sistema para la actualización del diagnóstico de necesidades, iniciado con una entrevista a estudiantes que cursan el primer año del de la Universidad Central de Las Villas en el curso escolar 2007-2008, dirigida por la aspirante donde personalmente hizo la introducción de la importancia de la información que los estudiantes ofrecerían para el desarrollo de la investigación en curso; complementándose esta información inicial con entrevistas individuales, instrumentos que aparecen en los anexos 15, 16 y 17, así como a profesores de las tres universidades que forman matemáticos, también de manera individual.

A estudiantes

Los resultados de las entrevistas que caracterizan el primer momento es que existe una relación positiva entre la vocación por la carrera y los resultados alcanzados en el primer año, los resultados de este aspecto constatados por la aspirante en el primer momento de la investigación pueden analizarse en el anexo 18.

Se constató también que a criterio de los estudiantes, se materializó una influencia real del papel del colectivo de estudiantes y profesores en el alcance de resultados académicos deseados en el primer año, pues cuando, a pesar de los problemas de “mala base” que traían los estudiantes, se logró la unidad del grupo y el colectivo de profesores trabajando por la formación integral de los mismos, que incluye el trabajo con valores, la motivación y reconocimiento de la carrera, entre otros, los resultados fueron mejores que en los cursos anteriores donde estas influencias han faltado, y ha primado entonces el desinterés por parte de la mayoría de los estudiantes y los altos % de bajas desde el mismo primer semestre.

Con el transcurso del tiempo y ya con otras características en el ingreso a la carrera y un nuevo Plan de Estudios D, la aspirante constató que se mantienen o se acentúan algunas de las necesidades detectadas en el primer momento, entre las cuales entiende indispensable señalar:

Las principales diferencias que los estudiantes encuentran entre la preparación recibida en la enseñanza precedente y la superior en cuanto a continuidad en el proceso de aprendizaje. Esta situación se presenta ya que los profesores desde el comienzo del curso, al desarrollar las actividades docentes, parten de conceptos, definiciones, teoremas o temas que debían ser de dominio de ellos y en realidad esta situación dista mucho de la realidad, por lo que

no pueden dar seguimiento a la materia que reciben y se encuentran muy limitados para enfrentar por si solos las actividades de seminarios y clases prácticas.

De manera regular en los estudiantes de primer año se constatan diferencias en cuanto a preparación, asimilación y comprensión matemática que se pone en juego en cada actividad docente, acentuada esta diferencia porque en los últimos cursos se incorporan estudiantes provenientes de la enseñanza politécnica, extranjeros y de escuelas deportivas.

Por otra parte, los estudiantes que provienen del pre universitario reconocen que en esta enseñanza se les entrena para cumplimentar los objetivos que deben vencer en los exámenes de ingreso y son desarrolladas con menos frecuencia y en algunos casos de manera casi nula, las actividades que propician que ellos demuestren que han comprendido e interpretado las ideas matemáticas que se presentan de forma oral, escrita o gráfica. Así como falta entrenamiento para aplicar diferentes estrategias en la resolución de problemas.

En el segundo momento de esta búsqueda de información, la aspirante combina los resultados de la encuesta y de las otras dos entrevistas que realizara a 10 estudiantes que cursan el primer año de Licenciatura en Matemática en el curso 2007-2008, arribando a las siguientes valoraciones:

- ✓ Se muestran dudas en cuanto a las posibilidades de éxito en 4 de estos estudiantes, que son los que además quisieran estar estudiando Turismo, Ciencias de la Computación, Informática o Veterinaria respectivamente pues no les gusta la Matemática.
- ✓ El resto de los estudiantes encuestados reconocen que les gusta la Matemática, tienen compromiso social al graduarse, de superación de postgrado e incluso de pertenecer al claustro de profesores de la facultad o pertenecer a un grupo de investigación, pero que requieren de orientación.
- ✓ Sin embargo al terminar la primera entrevista realizada en este segundo momento (ver anexo 16) ningún estudiante había resuelto ninguno de los problemas planteados y solo tres estudiantes reconocieron el principio de inducción y las funciones como herramientas para resolver dos de los problemas planteados. Luego del intercambio con la aspirante reconocieron que eran cuestiones que podían enfrentar y resolver, se les orientó y de manera informal cada uno de ellos y en función de sus intereses y posibilidades nos mostraron algunas de estos problemas resueltos.

- ✓ El instrumento utilizado para registrar de cada estudiante la información recopilada en la entrevista individual y que se utilizó para realizar las valoraciones y encontrar la regularidades en la actualización del diagnóstico de necesidades (ver anexo 19) brinda además, a todo el colectivo de profesores de primer año, la información del nivel real de de cada estudiante acerca de algunas de las exigencias de comprensión que debían poseer los estudiantes de la enseñanza precedente, no solo lo que conoce, sino lo que le gustaría o puede realizar y en este caso estamos valorando sus potencialidades de éxito para utilizar esos objetos matemáticos en resolver problemas de la vida cotidiana o de la ciencia.
- ✓ La entrevista correspondiente al cuestionario referido al anexo 17 tiene como objetivo diagnosticar el nivel creativo con el que arriban estos jóvenes a la Licenciatura en Matemática, y conforma la triada de entrevistas que la aspirante concibió en el segundo momento de la investigación, para realizar el diagnóstico inicial en la carrera, como resultado del proceso investigativo realizado en el primer momento.

A profesores

Al realizar estas entrevistas en ambos momentos se seleccionaron profesores provenientes de las tres universidades donde se estudia Licenciatura en Matemática, se consideró que la información a obtener por ellos presenta diferentes características, por lo que se aplicó a los tres profesores que tienen la responsabilidad como Jefes de Carrera la entrevista cuya guía aparece en el anexo 14 y a los profesores de la carrera, la guía que aparece en el anexo 13. En relación con los que son **Jefes de Carrera** se obtienen las valoraciones que explicamos a continuación:

Relevante para nuestra investigación fue lo referido con respecto a la utilización de los centros de investigación del Polo Científico de La Habana en la ubicación de los estudiantes de la carrera desde el segundo año en su práctica laboral, lo que a este centro le ha retribuido en una mayor motivación en los estudiantes por la carrera.

En estos centros, la Universidad de La Habana y Oriente se alcanzaron niveles altos de ingreso, nunca alcanzados por nuestra universidad, siempre que durante estos últimos diez cursos escolares los propios profesores de estos centros reconocen un arduo y diversificado por parte del colectivo en los preuniversitarios e IPVCE de los territorios que tributan al ingreso de la carrera.

Refieren además que se necesita de una mejor utilización de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el proceso de aprendizaje en todos los años de la carrera.

En todos los casos se reconoce al Análisis Matemático como una de las asignaturas que más peso tiene en las bajas docentes en el primer año, por lo que el proceso de enseñanza de esta asignatura requerirá un tratamiento diferenciado desde ese primer año por el papel que juega en la formación del Matemático.

En relación con los que pertenecen al claustro de la carrera de Licenciatura en Matemática se obtienen las valoraciones que explicamos a continuación.

Al referirse a la necesidad de partir de un diagnóstico de cada estudiante, como punto de partida del proceso de enseñanza, los encuestados reconocen que en las tres universidades se parte de aplicar instrumentos que valoran tanto la parte cognitiva, como la afectiva de los estudiantes de primer año, aplicando primeramente un examen para determinar el nivel de conocimientos precedentes. Utilizándose estos resultados para valoraciones en los colectivos de carrera en la concepción del proceso de enseñanza y el diseño de actividades que motiven a los estudiantes por la Matemática.

En el caso de los profesores de la Universidad de Oriente nos expusieron su experiencia de utilización en el primer año del libro *“Ayuda para resolver problemas matemáticos”*, el cual constituye una base orientadora certera para el perfeccionamiento de las habilidades de resolución de problemas y en particular para la formación de representaciones al resolver problemas. Esta experiencia fue utilizada por la aspirante en la preparación de los estudiantes del curso escolar 2001-2002, en cuanto a estas habilidades y requerimientos de preparación para los matemáticos en formación.

En cuanto a los indicadores que en el desarrollo de la actividad matemática universitaria demostrarían que los estudiantes que han comprendido un objeto matemático, referenciamos los que fueron establecidos al menos por dos de los profesores encuestados de las tres universidades, en cuestión.

A saber significan como muy importantes:

- ✓ Analizar situaciones para determinar propiedades y estructuras comunes a un objeto matemático.
- ✓ Ser capaces de formular problemas.

- ✓ Aplicar diferentes estrategias en la resolución de problemas e interpretar los resultados obtenidos.
- ✓ Comprender e interpretar las ideas matemáticas que se presentan de forma oral, escrita o gráfica.
- ✓ Usar la notación y el vocabulario matemático para estructurar y representar ideas, describir situaciones y modelos.
- ✓ Flexibilidad y confianza en la exploración de ideas matemáticas para resolver problemas, comunicar ideas y razonar.
- ✓ Predisposición a perseverar en la búsqueda de soluciones o conclusiones.
- ✓ Interés, curiosidad y creatividad en los trabajos matemáticos.
- ✓ Apreciación de las aplicaciones de las matemáticas en otras áreas y en experiencias de la vida cotidiana.

En cuanto al uso de las tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje se utiliza en los primeros años en la formación básica, en las actividades complementarias de las asignaturas que así lo programan, pero se necesita de una articulación desde el primer año de manera horizontal que permita que los estudiantes aprendan a programar para el desarrollo de la Matemática, y se logren resultados docentes favorables en la asignatura Programación y Algoritmos.

Análisis de resultados

De acuerdo con los datos obtenidos en las entrevistas y el empleo del análisis de contenido se realizan diversos análisis para llegar a las regularidades.

En el caso de las entrevistas realizadas tanto a profesores como estudiantes en este curso escolar 2007-2008, se pudo constatar por parte de la aspirante que las características del ingreso a la carrera no son las mismas que una década atrás por la diversidad de fuentes de ingreso y también porque en ocasiones los propios estudiantes reconocen que evadiendo los exámenes de ingreso llegaron a esta carrera.

Existe un reconocimiento de que motivación por estudiar Matemática es un asunto que debe trabajarse desde cada facultad hacia la enseñanza precedente, con una mayor influencia en la orientación vocacional de esos estudiantes; constatándose que en las universidades y cursos donde esta arista del problema se ha intencionado los resultados fueron satisfactorios.

Por lo que se hace necesario desde los primeros años, vincular a nuestros estudiantes y profesores con los resultados científicos más relevantes que se realicen en la Universidad y donde la Matemática haya tenido un aporte fundamental, así como con experiencias de científicos e investigadores del territorio e incluso del país que apliquen sus resultados en aportes sociales.

Trabajar la permanencia consciente en el primer año de la carrera es una temática que se mantiene en con el transcurso del tiempo y como lograr este propósito depende en gran medida del proceso de enseñanza aprendizaje, se esbozarán a continuación

Las **regularidades** encontradas en las entrevistas realizadas a profesores y estudiantes:

1. Los estudiantes inician la carrera sin conocer la importancia social de formarse como Matemáticos.
2. Los estudiantes presentan problemas con el uso de los conocimientos y habilidades que son exigencias de la enseñanza precedente.
3. Se reconoce por parte de los profesores la necesidad de trabajar la preparación real de los estudiantes, pero lo consideran como un desafío, aún, en grupos pequeños como los de Licenciatura en Matemática.
4. Predominio de la evaluación sumativa por sobre las otras formas de evaluación.
5. Los estudiantes presentan problemas con los cambios de representación de los objetos matemáticos y cada cual requiere de un nivel determinado de ayuda del profesor y los estudiantes del grupo.
6. La aplicación teórica y práctica en seminarios y trabajos extraclase constituyen para la mayoría de los estudiantes en el primer año de Licenciatura en Matemática, retos que no logran alcanzar con solidez.
7. Los estudiantes necesitan apropiarse de estrategias de aprendizaje y autocontrol.
8. Dificultades en la preparación de estudiantes y profesores para utilizar desde el primer año los sistemas de programación matemática tales como MATLAB, MATHEMATICA o MAPLE, y por tanto para su aplicación en el proceso de enseñanza aprendizaje.

2.3 PRINCIPALES NECESIDADES DETECTADAS

Como resultado de la aplicación de la técnica de triangulación se encontraron puntos coincidentes al aplicar los tres métodos seleccionados y de aquí se derivaron las principales necesidades, que se exponen a continuación:

1. Que los estudiantes comprendan la importancia que ha tenido el desarrollo de la Matemática para la humanidad y particularmente para la sociedad cubana actual, con el objetivo de que se favorezca la motivación por la carrera.
2. Incorporar al diagnóstico con dimensiones cognitivas y afectivas que se concibe actualmente en el primer año de la Licenciatura en Matemática, la valoración gradual del proceso de comprensión matemática que demuestran los estudiantes.
3. Concebir el diagnóstico como un instrumento de uso sistemático, partiendo de las potencialidades de cada estudiante y contextualizándolo a las condiciones particulares del perfil del futuro egresado
4. Entrenar el uso de los textos y la información obtenida de la red desde las actividades docentes de manera sistemática.
5. Que se emplee un sistema de evaluación que atienda a la evaluación formativa e incluso personalizada, por sobre las demás formas presentes en el *curriculum* para que contribuya a que los estudiantes estudien para comprender y aprender y no solo para aprobar.
6. Preparación metodológica y didáctica de los profesores de la carrera para asumir como objetivo fundamental el desarrollo de la comprensión matemática
7. Desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática, mediante procedimientos didácticos, permitiéndole al estudiante llegar a la esencia de un objeto matemático, establecer sus propiedades y relaciones, así como aplicarlo en la solución de problemas de la ciencia y la técnica, que permita al estudiante aplicar el contenido matemático a la práctica social, de modo tal que se trabaje por lograr la adaptación y familiarización con los objetivos de la profesión.

Las necesidades detectadas, que emergen como resultado del proceso de reflexión en el procesamiento de la información obtenida, justifican el diseño y aplicación de un modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de formación del Licenciado en Matemática, principalmente en el primer año, partiendo de los desniveles de aprendizaje, de razonamiento, de desarrollo del pensamiento abstracto y en general el déficit que presentan los estudiantes que optan por esta carrera en cuanto a que, en sentido general se les dificulta la comunicación de la actividad matemática que realizan, es decir, es necesario concebir desde el Colectivo Pedagógico del primer año procedimientos didácticos que propicien en los estudiantes que no solo reconozcan las características y propiedades de los objetos matemáticos, que desde las diferentes asignaturas del año se les presentan, sino que sean capaces de relacionarlos con otros objetos matemáticos y además puedan aplicar estos conocimientos a la solución de problemas, ya sean teóricos o prácticos.

Esta información es resultado de la aplicación de técnicas y métodos de la investigación cualitativa a situaciones seleccionadas, de forma que pudieran revelar las regularidades existentes en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la carrera de Licenciatura en Matemática al abordar la posibilidad de desarrollar la comprensión matemática en ese contexto educativo.

CAPÍTULO 3. MODELO DIDÁCTICO PARA DESARROLLAR LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL PRIMER AÑO DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

La propuesta del modelo didáctico que se describe en este capítulo comienza con las consideraciones generales sobre la modelación como método científico que lo sustentan y los principios didácticos que lo rigen. La descripción del modelo se realiza mediante el análisis de las categorías de la didáctica que lo caracterizan y las relaciones dialécticas que se establecen entre ellas. Culminando con las valoraciones emitidas por los profesores y estudiantes en una aplicación parcial del modelo y las realizadas mediante consultas de expertos en el segundo momento de la investigación.

3.1 EL MODELO DIDÁCTICO Y SUS PRINCIPIOS

Al proponer un modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática, la aspirante consideró no tener conocimiento de alguno de consistencia tal, que sirva para alcanzar todo tipo de objetivos y que se adecue a todo tipo de situaciones. Pero considera posible, con la delimitación de la funcionabilidad de sus componentes, permitir una visión aproximada del problema, orientando algunas estrategias para la verificación de las relaciones que se establecen entre los mismos.

El modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura en Matemática, proporciona un soporte teórico y metodológico al diseño de procedimientos didácticos, basados en un diagnóstico integral de la comprensión matemática, en correspondencia con los principios didácticos y los objetivos formativos de la universidad cubana actual.

Analizada desde el contexto de la presente investigación, la modelación supone la sustitución de la realidad determinada en el diagnóstico de necesidades del capítulo anterior por el modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de formación del matemático, que en el transcurso de este capítulo se explica, en tanto la concepción teórica tiene en consideración el modelo didáctico, así como su estructura y funcionabilidad, teniendo en cuenta la confiabilidad de los criterios expresados por los expertos por su experiencia en la formación de matemáticos.

3.1.1 CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LA MODELACIÓN COMO MÉTODO CIENTÍFICO

De este modo, a la concepción del proceso de enseñanza aprendizaje en el primer año de los futuros profesionales matemáticos, donde en cada curso escolar se presentan grupos muy deprimidos de matrícula inicial, y muchos de los estudiantes que ingresan no siempre están motivados, ni conscientes del papel del matemático en la sociedad cubana actual, se superpone una construcción sistémica estructurada a partir del modelo de formación de la universidad, el cual implica un mayor énfasis en la participación activa de profesores y estudiantes en el proceso de aprendizaje, atendiendo al desarrollo de las potencialidades de cada estudiante ya que la comprensión matemática de cada uno de ellos debe considerarse como un proceso que se desarrolla en espiral y que por naturaleza, es único, nunca nulo y con posibilidades reales de desarrollo. Teniendo además, en cuenta en la concepción del mismo, la responsabilidad que asumen en estos momentos las instituciones universitarias cubanas de propiciar posibilidades de éxito a los que ingresan a nuestras aulas.

En el ámbito de la pedagogía actual el término modelo ha sido sumamente polémico, sobre todo en lo que a conceptualizaciones e interpretaciones se refiere; en tanto se convierte en una tendencia de la investigación pedagógica debido a la necesidad de conocer la esencia de objetos y fenómenos educativos de diversa índole en un mundo cada vez más complejo y desigual, con demandas profesionales cuantiosas y diversas. Y al ofrecer la posibilidad de estructurar propuestas para guiar y optimizar el perfeccionamiento constante y la efectividad práctica de la teoría pedagógica desde transformaciones notables en la realidad educativa. A decir de Carlos Álvarez, “su esencia o aporte teórico, en el caso de las investigaciones pedagógicas, reside en la modelación del campo de acción investigado, determinando la estructura de sus elementos, componentes y sus relaciones, y en consecuencia las leyes y regularidades inherentes al mismo.”

En la concepción que se presenta, ha sido valorado lo relacionado en torno a las características de un modelo eficaz; a saber: *su flexibilidad y dinamismo, así como un carácter sistémico y formativo que se expresa en la apertura para que sus componentes interactúen, con capacidad de respuesta ante lo imprevisto y redireccionamiento en función de la calidad*, (Gallardo, T., 2004,24).

3.1.2 PRINCIPIOS QUE DIRECCIONAN EL MODELO

Los principios que sustentan el modelo se consideran viables en el desarrollo de la comprensión matemática en el primer año de la Licenciatura en Matemática a través del uso del diagnóstico continuo y de procedimientos didácticos, en los cuales confluyen armónicamente los intereses cognitivos, las técnicas grupales, el uso de las tecnologías, la interdisciplinariedad y el hecho de tener en cuenta las necesidades individuales de los alumnos y las sociales, en función de cumplir los objetivos formativos que se propone el Colectivo Pedagógico de primer año al culminar el mismo.

El modelo proporciona un soporte teórico y metodológico al diseño de procedimientos didácticos, que posibilita, teniendo en cuenta la estructuración del contenido de las diferentes asignaturas del año en el Plan de Estudios D, en correspondencia con los principios didácticos y los objetivos formativos del modelo pedagógico de la universidad cubana del siglo XXI, se cumpla con el objetivo central del proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de esta carrera: *que los estudiantes alcancen un primer nivel en cuanto a adaptación y familiarización con los objetivos de la profesión.*

Los principios en los que se sustenta el modelo didáctico para el desarrollo de la comprensión matemática en el primer año de la Licenciatura en Matemática son los siguientes:

1. De la diagnosticidad y evaluación continua e individualizada de la comprensión matemática.

El profesor debe considerar que la comprensión de cada alumno es un proceso continuo que por naturaleza es único, debiendo validar continuamente el nivel del desarrollo comprensivo por el que cada cual va transitando cada estudiante, de acuerdo a la actividad matemática que va realizando en diferentes contextos.

La evaluación de la comprensión matemática, bajo este enfoque resulta un proceso centrado en el estudiante que se caracteriza por ser interpretativo, particular, evolutivo y relativo en el tiempo y en el contexto educativo, además de responder a los valores estéticos y socioculturales del medio; es decir, un proceso que se adapta a las condiciones diferenciadas cultural e históricamente, y que al estar condicionado socialmente, presupone de la disposición y posibilidades de estudiantes y profesores para su evaluación.

2. Del carácter desarrollador de la comprensión matemática.

La comprensión matemática es una cualidad que debe desarrollarse en cada estudiante y lo importante no es discriminar a aquellos que comprenden menos, sino reconocer y favorecer que estudiantes con posibilidades y niveles de comprensión diferentes realicen con éxito la actividad matemática que se les propone. Por tanto, el colectivo de profesores asume la responsabilidad de desarrollar las potencialidades de comprender la Matemática, de cada uno de los estudiantes que arriban al primer año de la Licenciatura en Matemática.

3. De la coordinación entre desarrollo de la comprensión matemática y el proceso de formación del Licenciado en Matemática

El proceso de formación de un matemático requiere desde el primer año de un sistema de actividades docentes donde el estudiante donde no solo aprenda y comprenda la matemática que realiza, sino también la importancia que para su profesión tiene esa preparación. Ya que para este profesional en formación, el aprender a trabajar en equipo resolviendo problemas disímiles, es una premisa para la efectividad de su trabajo futuro; por lo que se debe potenciar en cada estudiante diferentes maneras y formas de comunicar la actividad matemática que realiza, principalmente ante diferentes especialistas, que a este nivel pueden ser considerados, los profesores del colectivo del año.

4. Comprensión matemática como premisa y resultado del proceso de aprendizaje.

La comprensión matemática que cada estudiante vaya alcanzando estará determinada por el diapasón de las nuevas posibilidades de asimilar los nuevos conocimientos matemáticos y a su vez, de la aplicación de estos nuevos conocimientos de forma creadora. Por tanto, como la comprensión matemática a un nivel dado abre nuevas posibilidades para el desarrollo de la comprensión matemática a un nivel superior, la consideramos premisa y resultado indirecto del proceso de aprendizaje universitario.

Los principios que dirección nuestro modelo al ser didácticos responden a las características siguientes: *carácter general*, pues se aplican a todas las asignaturas del año; son *esenciales*, pues determinan el contenido, los métodos y las formas de organización. Su incumplimiento no permite el desarrollo de la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje, por tanto, su observancia tiene un carácter *obligatorio*. Constituyen un *sistema*, en consecuencia, el cumplimiento de uno supone el del resto y el incumplimiento de alguno afecta el logro del objetivo propuesto, que es desarrollar la comprensión matemática en los estudiantes del primer año de la carrera.

3.2 COMPONENTES Y FUNCIONABILIDAD DEL MODELO DIDÁCTICO.

El Modelo Didáctico para desarrollar la comprensión en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática reconoce como sus componentes personales al grupo, a cada estudiante, al profesor y al Colectivo Pedagógico. Estos componentes de conjunto con los personalizados: objetivo, contenido, los procedimientos didácticos en sistema con los métodos y medios, y la evaluación, determinan la estructura y funcionalidad del proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura en Matemática.

3.2.1 COMPONENTES PERSONALIZADOS

Objetivo

El modelo didáctico tiene como *objetivo*: el *desarrollo de la comprensión matemática* en los estudiantes de 1er año de Licenciatura en Matemática, lo que tributa a uno de los propósitos más esenciales que tiene la Educación Superior en Cuba en este siglo XXI y es el de lograr no solo permanencia, sino calidad, pertenencia y compromiso social en nuestros graduados, como parte del sistema de valores que debe acompañar a todo profesional cubano de estos tiempos.

Es imprescindible no obstante, que tanto los alumnos como los profesores asuman conscientemente este objetivo para poder lograr una participación activa en la formación integral de los mismos, es decir, no solo se pretende que los estudiantes aprendan “matemática”, que es importante, sino también que comprendan la importancia: de la materia y de ellos como futuros profesionales para el desarrollo científico técnico del país.

Pero para llegar a este objetivo es imprescindible trazarse objetivos parciales y teniendo en cuenta las necesidades detectadas por la aspirante y referidas en el capítulo 2, el colectivo pedagógico debe trazar *metas de comprensión* que no serán otra cuestión que los objetos matemáticos, procedimientos y habilidades que se pretende deban ser comprendidos por los estudiantes del primer año. Estas metas no son los objetivos instructivos ni educativos, estos deben tenerse en cuenta para declarar las mismas.

Debiéndose formular, en términos cualitativos del proceso de aprendizaje de los estudiantes y describiendo la actividad matemática que no debe dejar de manifestar los estudiantes mediante la comunicación de la actividad matemática que realicen, ya sea en una etapa determinada, en una asignatura, en varias o en todas.

Y proponemos, aunque no pretenden ser las únicas que pudiera en un momento determinado y tomando en consideración otras necesidades y condiciones establecer el Colectivo Pedagógico, las siguientes *metas de comprensión matemática*:

- ✓ Representar e identificar un objeto matemático en diferentes representaciones y pasar de una representación simbólica a otra usando operaciones y transformaciones conocidas, utilizar representaciones gráficas o algorítmicas si esto es posible.
- ✓ Reconocer y aplicar el objeto matemático en diferentes situaciones utilizando en cada caso la caracterización más adecuada.
- ✓ Generar nuevos objetos matemáticos mediante las operaciones de: negación, restricción y generalización sobre objetos conocidos.
- ✓ Demostrar cómo varían, se debilitan o fortalecen las propiedades del concepto original en los conceptos derivados de él.
- ✓ A partir de las definiciones y caracterizaciones de un objeto matemático saber utilizarlos para representar situaciones del mundo real, transformando un problema práctico de éste en el planteamiento de un problema matemático.
- ✓ Diseñar un método de solución de un problema matemático utilizando las propiedades de los objetos matemáticos utilizados en la descripción del problema.
- ✓ Algoritmizar o diseñar un algoritmo para la solución del problema matemático a partir de la descripción del método.
- ✓ Resolver problemas de diferentes desempeños cognitivos, donde los modelos de solución correspondan a la geometría, el álgebra, la aritmética y la trigonometría de los niveles precedentes.
- ✓ Capacidad de autoevaluación y de deducción lógica.

Sin embargo, a criterio de la aspirante, al perseguir el objetivo de desarrollar la comprensión matemática en los estudiantes de primer año de Licenciatura en Matemática, no basta con el establecimiento de estos objetivos intermedios o metas de comprensión, se hace necesario conocer el nivel comprensivo real con el cual arriban los estudiantes a esta carrera, partiendo de la concepción de los niveles de comprensión matemática asumida en la tesis.

Por lo que establece como imprescindible diseñar un diagnóstico de la comprensión matemática, de cada estudiante de primer año de Licenciatura en Matemática, que debe ser concebido con un enfoque integral y que posibilite la descripción de la zona de desarrollo próximo de cada estudiante, cuestión que en nuestro caso, es decir, en esta especialidad es más factible de realizar por la reducida matrícula que se ha mantenido en primer año, desde que se reabrió la carrera en el curso escolar 1997-1998.

La relación entre indicadores y parámetros de dicho diagnóstico puede tener mayor o menor extensión, en función de la experiencia del colectivo que diagnostica, en función de las características del alumno, del centro, del contexto, etc., pero lo que sí se debe tener presente es que un diagnóstico del desarrollo de la personalidad, en función de favorecer la comprensión debe atender a los aspectos siguientes:

- ✓ Comportamiento de la capacidad observacional como antecedente del proceso de razonamiento: sensaciones, percepciones y representaciones.
- ✓ Comportamiento de la actividad racional que de manera esencial abarca el análisis, la síntesis y la generalización.
- ✓ Comportamiento estratégico de la actividad racional para pensar de manera crítica.
- ✓ Comportamiento de las asociaciones internas, las cuales condicionan la comprensión profunda y no sólo la comprensión formal o reproductiva que se produce sobre la base de asociaciones externas.
- ✓ Habilidades para la solución de problemas prácticos.
- ✓ Comportamiento de las estrategias cognitivas y metacognitivas.
- ✓ Comportamiento en el proceso de adquisición, manejo y procesamiento de la información científico técnica.

Se propone entonces valorar más el proceso y sus cualidades, que las propias operaciones que la actividad matemática le impondrá realizar a los estudiantes del primer año de Licenciatura en Matemática, ya que si pretendemos el desarrollo de la comprensión matemática, el Colectivo Pedagógico de ese año debe evitar el proceder tradicional de conformarnos como docentes con la adquisición, por parte de los estudiantes, de conocimientos elementales, los que tienden a olvidarse, no comprenderse y en consecuencia no pueden utilizarse activamente en otras asignaturas del propio año y con mucha más dificultad, en años superiores.

Orientaciones metodológicas para desarrollar el diagnóstico inicial de la comprensión matemática en estudiantes de primer año de Licenciatura en Matemática.

Debe concebirse por el *colectivo de año*, teniendo en cuenta, tanto la dimensión afectiva como la cognitiva y realizarse en diferentes tipos de actividades con los estudiantes, donde se diagnostique el nivel de comprensión inicial de cada uno, sus potencialidades, preferencias, inquietudes científicas y laborales; lo que conjuntamente con las *metas de comprensión* preestablecidas por el colectivo sentará las bases para la planificación y ejecución de los *procedimientos didácticos* que se concebirán en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año con el objetivo de desarrollar la comprensión matemática.

En la dimensión cognitiva

Apunta a la obtención de información sobre cuáles son las características, limitaciones y posibilidades del alumno en cuanto a la actividad matemática que son capaces de realizar, es por tanto, obtener información sobre sus hábitos relacionados con el saber pensar, saber razonar, saber relacionar o explicar las características y representaciones diferentes de los objetos matemáticos, así como saber relacionarlos y aplicarlos.

Se trata en definitiva de obtener información que ayude a predecir y luego trazar acciones, en función del desarrollo de la comprensión matemática en los estudiantes de primer año de Licenciatura en Matemática.

1. Diagnosticar sobre el desarrollo de habilidades matemáticas, que sean consideradas la base de la comprensión matemática: el análisis y síntesis, el pensamiento lógico, la abstracción, el razonamiento, la modelación y el pensamiento algorítmico.
2. Diagnosticar las posibilidades que presentan los alumnos de transferir de una representación a otra los objetos matemáticos que están incluidos en las metas de comprensión determinadas por el colectivo, lo que implica atender a lo siguiente:
 - Se pide a los estudiantes que busquen ejemplos, aplicaciones y contraejemplos, de algunos de los temas u objetos matemáticos, acerca de los cuales ya se ha diagnosticado el nivel de comprensión matemática por el que transita.
 - Realizar actividades donde se propicie que los estudiantes que expongan la actividad matemática desarrollada con expresiones personales, o sea, que elaboren respuestas con representaciones creadas por él, desarrollando las ideas principales, ante el profesor y en otras ocasiones en el *grupo* estudiantil.

3. Diagnosticar en cada estudiante el nivel de desarrollo de la comprensión matemática por el que transita, lo que le permitirá al Colectivo Pedagógico, diseñar tareas docentes y la actividad matemática que debe realizar cada estudiante, como parte de los procedimientos didácticos que serán concebidos en el año para favorecer el desarrollo de comprensión matemática en los estudiantes del primer año de Licenciatura en Matemática.
 - Comenzar con pruebas de evaluación en la cual se empleen ejercicios similares a las que se emplearon para acceder a la universidad o que se encuentran en los libros de texto de la enseñanza precedente.

Para consultar un ejemplo de este tipo de evaluación diagnóstica Ver anexo 19, que fue aplicada a los estudiantes del primer año de Licenciatura en Matemática en el curso escolar 2007-2008

- Continuar el diagnóstico empleando diferentes métodos entre los cuales puede estar la entrevista con los estudiantes, luego de proponerle en diferentes momentos algunos test, cada uno de los cuales tenga el objetivo de valorar un nivel de desarrollo de la comprensión matemática determinado. Un ejemplo de la concepción de estas actividades se pueden analizar en los anexos 14, 15, 16 que como ha referenciado la aspirante fueron aplicadas a los estudiantes del primer año de Licenciatura en Matemática en el curso escolar 2007-2008.
4. Diagnosticará las potencialidades reales de cada estudiante de comparar, analizar, argumentar, abstraerse, sintetizar información e interpretar diferentes representaciones de un objeto matemático dado, mediante lo cual el colectivo establecerá el sistema de ayudas a cada estudiante para guiar su tránsito por su zona de desarrollo próximo que lo conducirá del nivel de comprensión matemática real al potencial.

En la dimensión socioafectiva

Al realizar el diagnóstico inicial en las aulas universitarias, nos concentramos más en el aspecto cognitivo, sin embargo, los objetivos afectivos, los de realización personal e incluso los que afectan a la calidad de las relaciones humanas en ocasiones son menos tomados en cuenta; sin embargo la dimensión socioafectiva tiene extraordinaria importancia para la efectividad que procura la universidad en su práctica educativa.

Para desarrollar la comprensión matemática en estudiantes de primer año de Licenciatura en Matemática, resulta imprescindible también diagnosticar en cada uno de ellos sus aspiraciones profesionales, motivaciones, estabilidad emocional, sus temores hacia la Matemática, sus creencias acerca de esta profesión, pues si solo se tiene en consideración el aspecto cognitivo de la Matemática, no estaríamos contribuyendo a la formación de un profesional que siempre tendrá, como modo de actuación principal, el trabajo en equipo.

Por lo que diseñamos realizar un *diagnóstico inicial* de la comprensión matemática con objetivos socioafectivos.

1. Diagnosticar, del proyecto personal de cada estudiante, el grado de interés por la carrera que estudia en la universidad y su valoración de las posibilidades que tiene de éxito:

- Detectar alumnos con tendencia a ver las cosas de manera negativa y a pensar que les va a ser difícil prepararse como matemáticos en la universidad.
- Conocer los intereses personales de cada estudiante en cuanto a su futuro profesional, cómo imaginan sus realizaciones al graduarse.

2. Diagnosticar los niveles de sociabilidad para evitar falta de unidad y promover un ambiente de ayuda y colaboración en el grupo de primer año de Licenciatura en Matemática:

- Detectar a los alumnos con tendencia al aislamiento y a la no comunicación.
- Conocer las causas, que a juicio de los estudiantes, favorecieron u obstaculizaron su rendimiento escolar matemático en la enseñanza precedente.
- Sus valoraciones acerca de sus relaciones con el grupo y profesores en ese nivel.
- Detectar a los alumnos con inadecuados hábitos de estudio, actitudes negativas y de no disfrute ante el desarrollo de la actividad matemática.

Los aspectos citados tanto dentro de la dimensión cognitiva como socioafectiva representan indicadores de los aspectos cualitativos del diagnóstico inicial de los niveles de comprensión matemática, son además los que con mayor exactitud pueden servir de criterios comparativos de cambio, es decir, de donde deben partir los juicios para lograr la *evaluación* que estamos proponiendo en el modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura en Matemática

Contenido

El modelo propuesto reconoce la flexibilidad del currículo para esta especialidad, así como la pertinencia de los contenidos que en el Plan de Estudios se reflejan en este primer año, por lo que entiende que no es necesario que su propuesta incida en esta importante categoría del proceso de enseñanza aprendizaje.

Procedimientos didácticos

Los procedimientos didácticos serán las relaciones establecidas entre un estudiante o el grupo y el profesor o el colectivo de profesores, considerando el entorno donde se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje, en el cual se incluyen los medios, de manera que complementen los *métodos* que se utilizan, con el objetivo de favorecer en los estudiantes el desarrollo de la comprensión matemática.

Valorando niveles de desarrollo de la comprensión matemática.

Los resultados del diagnóstico inicial de la comprensión matemática de cada *estudiante*, deben ser valorados con el estudiante por un *profesor* del colectivo, teniendo en cuenta afinidad, tutoría u otro acercamiento afectivo o cognitivo, con el objetivo de buscar compromiso real en el estudiante de encauzar el desarrollo de su comprensión matemática.

Estos resultados, de conjunto con las Metas de Comprensión que se han declarado por el Colectivo Pedagógico de primer año, permitirán a este componente fundamental de nuestro modelo didáctico establecer la trayectoria de aprendizaje de cada estudiante y las influencias de cada asignatura en el proceso de desarrollo de su nivel de comprensión matemática actual.

Diseñar en cada asignatura del primer año, las actividades que potenciarán en los estudiantes las autovaloraciones del desarrollo de la comprensión matemática, así como las valoraciones de los otros compañeros del *grupo*.

En función de las motivaciones por la carrera y potencialidades individuales de cada estudiante los profesores del año propiciarán que se establezcan niveles de ayuda naturales, respetando además la afinidad afectiva y el contexto social donde se desarrollan.



¿Qué matemática conoces, cuál comprendes y cuál necesitas en tu proceso de formación?

Cada *profesor* en su asignatura determinará, que significa que el *estudiante* conozca los objetos matemáticos que la integran y de acuerdo a los requerimientos de ella en su disciplina, que es necesario que los estudiantes comprendan. Este resultado se socializará en el *grupo* de manera que los estudiantes aprendan a distinguir la matemática que conocen y la que comprenden en su proceso de aprendizaje.

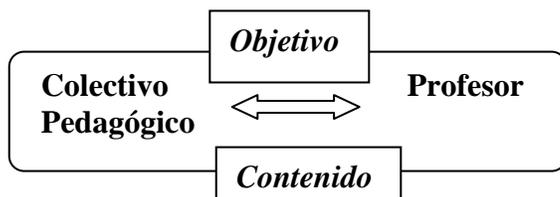
Los profesores de Análisis Matemático, Álgebra, Geometría Analítica y Programación y Algoritmos en sus asignaturas establecerán los objetos matemáticos que determinarán el desarrollo de la comprensión matemática de sus estudiantes en el curso, entiéndanse teoremas, definiciones, conceptos, procedimientos, algoritmos. Ya sea por la relación que establece hacia lo interno de su disciplina o por su carácter básico en la formación del Matemático.



Solucionando problemas fundamentales en la formación del Matemático.

En el *colectivo de año* cada profesor presentará los temas fundamentales de la asignatura, se determinarán las temáticas comunes, las afines, las complementarias y se propondrán las evaluaciones conjuntas mediante ejercicios integradores, proyectos inter disciplinares, seminarios conjuntos, y laboratorios, las que además de contribuir a la motivación por hacer la actividad matemática significativa para los estudiantes, propiciará la reducción numérica de evaluaciones en el año y como el resultado de estos trabajos se puede exponer en colectivo, se propicia la valoración colectiva del desarrollo de la comprensión matemática que han alcanzado los estudiantes al realizar la actividad matemática propuesta por sus profesores.

La experiencia de la aspirante como coordinadora de año le permitió desarrollar estas experiencias metodológicas en varios cursos y con la integración de: Álgebra – Análisis Matemático (Lógica), Filosofía- Análisis Matemático- Álgebra- Geometría (Historia de las Matemáticas), Seminario de Problemas- Análisis Matemático- Álgebra, Análisis Matemático-Inglés – Programación y Algoritmos.



Propiciando la comprensión matemática a cada estudiante de primer año.

Teniendo en consideración los niveles de comprensión matemática alcanzados por los *estudiantes* y el *grupo* en general, en cada asignatura se adecuarán actividades docentes, extracurriculares y científicas en las cuales cada estudiante realizará la actividad matemática que su desarrollo le permite, preparándolo de esta manera para empeños superiores en su proceso de aprendizaje.

De esta manera se estará también conformando la *evaluación* personalizada de manera continua, porque no se trata de adecuar el contenido matemático en las formas de enseñanza tradicionales, sino de en función del *objetivo* propuesto, que es desarrollar la comprensión matemática en los estudiantes de primer año de Licenciatura en Matemática, emplear *métodos* efectivos para que cada estudiante comprenda la actividad matemática que realiza de acuerdo al contenido previsto.

Teniendo en consideración los resultados del diagnóstico inicial, principalmente los que describen los hábitos de estudio, las principales habilidades matemáticas que tienen desarrolladas o las que tienen posibilidades de desarrollar, así como el contenido que debe estudiarse en un momento determinado del curso y en función de las condiciones sociales que se estén desarrollando:

Cada profesor del primer año se convierte en un mediador del proceso de enseñanza aprendizaje, donde es más importante *como aprende* el estudiante que cursa el primer año de la Licenciatura en Matemática, que *vencer el contenido* que conforma mi asignatura.

El *colectivo pedagógico* deberá elegir los *métodos* adecuados para desarrollar en los estudiantes la comprensión matemática, desarrollando en ellos su autoestima y la autovaloración continua del nivel de su aprendizaje, así como fortalecer los deseos de éxito y de que con esfuerzo si podrán lograr sus metas.

Cada *profesor* desarrollará en el *grupo* estrategias de razonamiento y la resolución de problemas, así como actividades donde los propios estudiantes reflexionen sobre su proceso de aprendizaje. Con lo que afianza la responsabilidad ante el estudio como un valor a alcanzar en los estudiantes del primer año de la Licenciatura en Matemática, cuando de manera respetuosa y pública quienes evalúan a cada estudiante son los propios estudiantes de conjunto con el profesor.



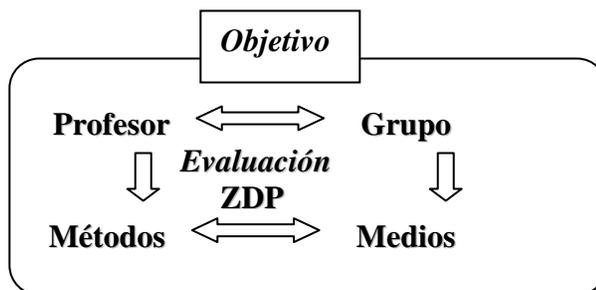
Me evalúo, te evalúo, nos evaluamos.

La categoría *evaluación* sufre transformaciones esenciales en relación con modelos referenciados por la aspirante, pues no analiza la evaluación como resultado, sino como todo un proceso donde el profesor observa y analiza la actividad matemática realizada por los estudiantes para comprobar, constatar, comparar y determinar los niveles de comprensión que cada uno va alcanzando. Y el estudiante también tiene la oportunidad de autovalorarse y de valorar a sus compañeros.

Los *profesores* de cada asignatura del año, al realizar actividades teóricas y de aplicación en las requerirán de la interacción de cada *estudiante* con el profesor y con el resto de los alumnos, destacándose en ese contexto las ideas y soluciones que resultaron más eficientes, más generalizadoras, más teóricas, lo que fomentará la autoestima y el espíritu de colaboración entre los estudiantes.

Propiciar el uso de la tecnología para visualizar objetos matemáticos, con el fin de ejemplificar, dar contraejemplos, demostrar y calcular problemas no rutinarios planteados a equipos de estudiantes conformados en el grupo.

Y como resultado de esta actividad matemática desarrollada por los estudiantes, la evaluación se realiza mediante materiales didácticos de un *contenido* determinado, que al ser concebidos por los propios estudiantes, según sus propios criterios favorece la comprensión matemática del mismo para los estudiantes universitarios de otras carreras, lo que refuerza valores de solidaridad, entrega, cooperación y el colectivismo.



El *profesor*, en su rol de facilitador del proceso comprensivo de los estudiantes deberá: Propiciar ambientes de aprendizaje que promuevan las habilidades básicas a desarrollar en cada estudiante con el objetivo de que transite de un nivel de comprensión a otro en su proceso de aprendizaje del primer año.

Propiciar la participación activa de todos los estudiantes, para lo cual debe implicar en el interés por su comprensión a cada uno de sus estudiantes en función de sus intereses, necesidades y posibilidades, haciéndolos partícipes de sus propias metas de comprensión y las del colectivo.

Realizar valoraciones de manera sistemática de los niveles de comprensión por lo que está transitando cada estudiante, para ello se auxiliará de intercambios individuales y colectivos complementarios dentro y fuera del aula.

Combinar la evaluación sumativa, que se centra en los resultados de exámenes escritos, con aquella que de manera continua obtiene de las valoraciones que realiza el estudiante de sus desempeños de comprensión.

Para valorar el nivel comprensivo de los estudiantes, diseñar un sistema de evaluación sistemática en la cual ellos participen de manera activa, de forma individual y colectiva.

Diseñar el examen final en función del nivel alcanzado por cada estudiante, las metas de comprensión y los objetivos de la asignatura, pero negociar desde el inicio del curso con los estudiantes que el mismo tendrá un carácter personalizado, en correspondencia con las evaluaciones sistemáticas, lo que refuerza el sentido de responsabilidad del estudiante con su aprendizaje, lo motiva y lo enseña a autoevaluarse constantemente.

3.2.2 COMPONENTES PERSONALES

Los componentes personales son aquellos que en su condición de persona interactúan entre sí, en nuestro modelo reconocemos los siguientes:

Colectivo Pedagógico.

Es el que ejerce la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje, permitiendo que los otros componentes personales, se impliquen en él de manera activa, participativa, vivencial y reflexiva, logrando que los profesores acometan su rol de facilitador y los estudiantes el protagonismo como sujeto de su propio proceso de comprensión matemática, para lo cual el colectivo se verá precisado a hacer una caracterización integral de sus alumnos, diagnosticando los niveles de comprensión matemática de cada estudiante y del grupo, así como valorar el contexto de actuación, en función de dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje con un enfoque personalizado.

Profesor

En el modelo didáctico propuesto, el profesor tiene el encargo social de establecer la *mediación* indispensable entre la cultura matemática y los estudiantes, con vistas a desarrollar la comprensión matemática y su personalidad integral en correspondencia con las necesidades sociales y el modelo de profesional revolucionario que requiere el país.

El profesor, tiene como función fundamental garantizar las condiciones y las tareas necesarias y suficientes para propiciar el tránsito gradual del desarrollo comprensivo de cada estudiante desde niveles inferiores hacia niveles superiores, o sea, el trabajo con la zona de desarrollo próximo (ZDP).

Estudiante

El modelo didáctico propuesto se centra en torno al joven que ha decidido aprender Matemática. En función de potenciar el desarrollo de su comprensión matemática se organiza la actividad individual, así como la interactividad y la comunicación con el profesor y con el grupo.

Cada estudiante es tratado en el modelo como una personalidad total, que se integra en la dinámica del proceso aportando sus conocimientos y experiencias previas, sus intereses y motivaciones, así como las cualidades y rasgos peculiares configurados a lo largo de su historia individual anterior en determinados ambientes socioculturales y educativos.

Grupo

Es de destacar el papel del *grupo* en la formación de la actividad valorativa de los estudiantes del primer año de la Licenciatura en Matemática, contribuyendo a su formación como futuros profesionales que trabajarán en equipo y resolverán los problemas que “otros” les planteen. Es por eso, que a juicio de la aspirante es allí donde estos estudiantes aprenden a convivir y a ser Matemáticos.

Se utiliza este espacio grupal como un componente del proceso que debe ser tenido en cuenta en su diseño y ejecución, como una herramienta para la atención a la diversidad. Este principio pedagógico se tuvo en cuenta para la concepción del *Modelo didáctico para desarrollar la comprensión en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura en Matemática*.

Caracterizándose el mismo, por la concepción del *objetivo, los procedimientos didácticos y la evaluación continua personalizada*, componentes que concebidos en sistema con los contenidos, métodos y medios constituyen la esencia del proceso de enseñanza del primer año y son personalizados por el *Colectivo pedagógico* del año y los demás componentes personales.

La dinámica entre los componentes del proceso de enseñanza aprendizaje descrita en este apartado permite desarrollar un proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador, que favorece la comprensión matemática en el proceso de formación del Matemático. Anexo 21

3.3 VALORACIONES ACERCA DEL MODELO DIDÁCTICO PARA DESARROLLAR LA COMPRENSIÓN EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL PRIMER AÑO DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

La valoración de la efectividad del resultado de una investigación pedagógica tienen como uno de sus problemas esenciales la búsqueda de vías para su evaluación ya que se valorarán potencialidades de este resultado pues su valor real solo se alcanzará en el proceso de aplicación de esos resultados en la práctica pedagógica.

En correspondencia con el proceso investigativo descrito por la aspirante, esta importante etapa también contó con dos momentos principales que se corresponden con los descritos en el capítulo 2 de la tesis.

En la primera etapa, la importancia de estar aplicando algunos componentes del Modelo Didáctico le permitió a la aspirante, tener en cuenta principalmente las valoraciones de estudiantes y profesores del primer año de la Licenciatura en Matemática, las que serán reflejadas en esta memoria escrita correspondientes las mismas a la aplicación parcial del modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática, en el curso escolar 2002-2003.

En la segunda etapa, la valoración de expertos con conocimientos teóricos y prácticos sobre el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática, en la formación de matemáticos, le permitió a la aspirante ponderar las apreciaciones cualitativas que realizaron y formular la propuesta final del *Modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática*.

3.3.1 APLICACIÓN PARCIAL DEL MODELO DIDÁCTICO PARA DESARROLLAR LA COMPRENSIÓN MATEMÁTICA EN EL PRIMER AÑO DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICA

Durante el curso escolar 2002-2003 se realizó una aplicación parcial del modelo en función de las características del grupo de estudiantes matriculados ese año, que la aspirante ya ha descrito en el capítulo anterior, cuestión factible de realizar por ser la Coordinadora del Año y la profesora de Análisis Matemático del grupo, responsable de dirigir el trabajo metodológico de los profesores y de la práctica de familiarización de los estudiantes, aspecto que fue reconocido como el mejor a nivel de facultad en el curso anterior.

Como el objetivo planteado era desarrollar la comprensión matemática en los estudiantes de primer año, las acciones principales se modelaron por el colectivo pedagógico y los profesores.

Colectivo Pedagógico

Primeramente se analizaron los resultados del *diagnóstico integral* realizado al grupo y se personalizaron las carencias, habilidades, posibilidades y potencialidades de cada estudiante, prestándosele una atención diferenciada al aspecto socioafectivo y al interés y conocimiento que cada uno de ellos tenía por la carrera que comenzaba a estudiar. En este curso no se aplicó un diagnóstico de la comprensión matemática, no estaba concebido aún.

En función de trabajar por alcanzar el objetivo propuesto, el colectivo pedagógico estableció objetivos parciales que en nuestro caso son *las metas de comprensión*, las que de conjunto con el diagnóstico inicial sirvieron de base para diseñar los principales *procedimientos didácticos* y las diferentes formas de *evaluación* que se desarrollarían en el curso.

Por supuesto que se tuvo en cuenta tanto por el colectivo como por los profesores el Plan de Estudios vigente en ese momento, que era el Plan C.

También se clarificó en el colectivo pedagógico el rol de formador de Matemáticos, que cada profesor debía jugar en el proceso de enseñanza aprendizaje y se socializaron resultados investigativos en el campo de la Didáctica de la Matemática, principalmente los que se relacionan con la comprensión matemática

Profesor

Cada profesor atendió en su práctica docente más al proceso de desarrollo y aplicación de los objetos matemáticos que se ponen en juego en su asignatura, tanto desde el punto de vista histórico, como de los estudiantes del grupo, lo que permitió humanizar más la Matemática que se enseña, motivar a los estudiantes, incentivar sus métodos de estudio, provocar sus inquietudes investigativas, darle valor a las asignaturas que se les imparte, etc. Para desarrollar la comprensión de un objeto matemático en los estudiantes del primer año de Licenciatura en Matemática, tiene un peso fundamental las asignaturas de Álgebra, Geometría y Análisis Matemático; por lo que en el proceso investigativo y por varios cursos académicos la aspirante tuvo en consideración esta significación, y presenta el tratamiento del objeto matemático: Integral definida dentro del modelo propuesto.

➤ *Profesor de Análisis Matemático*

Determinó que es necesario que los estudiantes comprendan la génesis y sus variadas formas intermedias, concepciones y perspectivas que crearon obstáculos con respecto a la evolución del concepto, visto desde la perspectiva de la teoría actual, así como los problemas que permitieron un desarrollo posterior.

Para que el estudiante comprenda en este curso y en años superiores, las posibilidades de generalización, debe haber desarrollado habilidades en aplicar el conocimiento de las temáticas precedentes: funciones, sucesiones, límites, convergencia, el infinito, derivada y

diferencial de una función. A través de toda la carrera se va generalizando el concepto de Integral y se van multiplicando sus aplicaciones:

En la propia disciplina Análisis Matemático en los temas: Integrales curvilíneas, Integrales dobles, Integrales de Superficie, Integrales Triples, Serie e Integral de Fourier. En Teoría de la Medida donde se introducen los conceptos de Integral de Lebesgue, Integral de Stieltjes, Integral de Riemann- Stieltjes. Estos conceptos de Integral y sus técnicas de cálculo se utilizan para resolver problemas de las asignaturas: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Ecuaciones Diferenciales Parciales, Ecuaciones Integrales, Mecánica Teórica, Teoría de Control y Cálculo Variacional. Se utiliza para definir nuevos conceptos en: Teoría de Probabilidades, Estadística, Procesos Estocásticos. Se utiliza para definir métricas, normas y producto escalar en espacios L^p . En general para definir funcionales y operadores lineales en espacios de dimensión infinita. Se utiliza para una nueva extensión de la clase de funciones conocidas por los estudiantes, con la introducción del concepto de distribuciones o funciones generalizadas. Se utiliza para introducir nuevas variantes de Transformaciones Integrales.

Diversos problemas físicos, sociales, de transmisión de señales, probabilísticos, agropecuarios, entre otros, pueden ser modelados utilizando integrales.

Luego de este sencillo análisis y sin pretender que sean las únicas cuestiones que nos fundamentan la importancia de que los estudiantes de primer año comprendan la integral, es que encontramos conveniente propiciar desde la enseñanza, que los estudiantes se impliquen en la comprensión en su desarrollo histórico y epistemológico desde el inicio del primer año de la carrera, para que puedan utilizar los conceptos, teoremas y métodos que se les enseñará en el Análisis Matemático, dentro de la propia disciplina, en aquellas asignaturas que reciben en ese propio curso y en las disciplinas que recibirán en años superiores.

- *Metas de comprensión definidos por el colectivo de año que involucran a la integral como objeto matemático.*

Entender el desarrollo histórico de los conceptos de convergencia, límite, continuidad de una función, derivada e integral así como las necesidades prácticas que motivaron las sucesivas generalizaciones.

Modelar en la computadora procesos o experimentos numéricos sobre la base de contenidos estudiados en las disciplinas del año.

Elaboración de demostraciones de aquellas proposiciones que se apoyen en los resultados y métodos estudiados en las disciplinas del año.

Identificar y diferenciar de manera teórica y práctica, las estructuras algebraicas fundamentales, de modo que comprendan su carácter unificador de situaciones particulares de índole diversa.

Solucionar problemas geométricos con el empleo de sistemas de coordenadas de todo tipo en el plano y en el espacio, transitando de representaciones analíticas a las visualizadas con y sin ayuda tecnológica y en cualquier sentido.

➤ *Actividad matemática que deben realizar los estudiantes para determinar los niveles de comprensión de la integral por los que están transitando.*

- a) Habilidades para razonar y analizar informaciones matemáticas relacionadas con la integral
- b) Conocimiento de conceptos, teoremas, proposiciones y procedimientos relacionados con la integral.
- c) Capacidad para usar el lenguaje matemático en la comunicación de ideas, comprendiendo e interpretando las expresiones matemáticas relacionadas con la integral que se presentan de forma oral, escrita o gráfica.
- d) Posibilidades de aplicar los conocimientos matemáticos a la resolución de problemas que se modelan utilizando la Integral.
- e) Apreciación de las aplicaciones de la integral en otras áreas de la ciencia y en experiencias de la vida cotidiana.
- f) Interés, curiosidad y creatividad en los trabajos que fueron resultado del desarrollo histórico de la integral.

Procedimientos didácticos desarrollados durante ese curso escolar en el primer año de la Licenciatura en Matemática.

P1. El grupo, cada profesor del año y con cada estudiante, se fue valorando el desarrollo progresivo de la comprensión matemática en diferentes momentos del curso, en función del estado inicial que nos proporcionó el diagnóstico realizado y las metas de comprensión que se propusieron de manera colectiva e individual.

P2. Se trabajó desde el colectivo de año que trabajar por desarrollar en los estudiantes la comprensión matemática como parte de su formación como Licenciados en Matemática, implica ir más allá del libro de texto, de las notas de clase, de resolver ejercicios o de repetir una demostración de un teorema de memoria; por ello diseñar una enseñanza para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año, exige un tiempo mayor de tratamiento de los problemas generadores y las metas de comprensión que el Colectivo Pedagógico se propuso al inicio del curso.

Sin embargo, de manera dialéctica, en ocasiones y con algunos estudiantes, constatamos que cuando se proponen actividades matemáticas con mayores niveles de rigurosidad para que los alumnos los logren, surgen las verdaderas metas de comprensión matemática durante el curso.

P3. A partir de los temas que en el Análisis Matemático I, están declarados como problemas generadores: funciones, derivada e integral se establecieron las relaciones horizontales que tienen esos objetos matemáticos con las asignaturas del año para diseñar actividades docentes que desarrollen la comprensión de cada uno de ellos.

Cada uno de estos núcleos temáticos o problemas generadores (como se les denomina ahora en el Plan de estudios D) se trabajaron desde el propio surgimiento del concepto y con el apoyo de la Historia de las Matemáticas, y se involucraron los profesores de Álgebra, Geometría y Seminarios de Problemas I.

También se desarrollaron seminarios, laboratorios, trabajos extractases, que contribuyeron a bajar el número de evaluaciones en el curso, desarrollar la capacidad de comunicar la matemática que desarrollaban los estudiantes ante estas tareas y aprendieron de la importancia del trabajo en equipo, de la solidaridad, valor importante en la formación de este profesional.

P4. Una de las cuestiones que más afectan el rendimiento académico de los estudiantes que optan por esta carrera es que no tienen buenos hábitos de estudio, por lo que en este curso se desarrolló en la primera semana de familiarización un Taller sobre la Matemática y su valor social. Donde la aspirante en el primer encuentro le propuso al grupo resolver diferentes problemas prácticos que serían discutidos al final de la semana, el segundo y tercer encuentro fueron visitas dirigidas a centros de investigación de la UCLV e históricos de Santa Clara y el cuarto encuentro, precedente del final fue un debate sobre sus

estrategias de aprendizajes, como estaban preparados o no para enfrentar esta carrera. Varios de los juicios emitidos por los estudiantes en este taller acerca de los procedimientos que en sus criterios, les favorecerían un proceso comprensivo de la Matemática se ven reflejados en la propuesta didáctica que se ha descrito en este informe.

Los resultados de este taller fueron socializados en el colectivo pedagógico y cada profesor, en función de las necesidades y posibilidades de los estudiantes diseñó su enseñanza en función de desarrollar en sus estudiantes estrategias de aprendizaje, que favorecieran la comprensión que los estudiantes tenían de la matemática y por la Matemática.

P5. Se desarrollaron actividades con el uso de las tecnologías, donde los estudiantes realizaban búsqueda de información, y la constataban en equipo o individualmente.

Se evitó el uso de Internet y de los softwares de manera rutinaria, sino para desarrollar habilidades de análisis, reflexión, y que los estudiantes pudieran asumir posiciones críticas ante los recursos que han utilizado.

La elaboración por parte de los estudiantes de materiales didácticos con el uso de las tecnologías, que demuestren para una meta de comprensión determinada, el nivel real de la comprensión matemática que han alcanzado, tiene funciones de motivación e influye en su formación integral como futuros Matemáticos. No se les dice: utiliza, se les plantea: analiza el medio y transfórmalo en función de tu propio aprendizaje, tus necesidades y para otros estudiantes universitarios que como tú, necesitan comprender mejor el objeto matemático que analizas.

Se les plantearon trabajos investigativos con materiales que están en Internet utilizando la Historia de las Matemáticas y el desarrollo de los principales conceptos que se declararon como metas de comprensión en ese curso.

Evaluación continua y personalizada

Se desarrollaron evaluaciones integradoras durante el curso que propiciaron el vínculo con la Historia de la Matemática, el Algebra y el Seminario de Problemas. (Ver anexo 22)

Los estudiantes fueron protagonistas de su propia evaluación, se sintieron responsables con el desarrollo de la comprensión matemática que iban alcanzando.

La evaluación final del Análisis Matemático de ese curso se correspondió con los niveles de comprensión matemática alcanzados por los estudiantes, en función de los objetos matemáticos que la profesora de la asignatura estableció en el Colectivo Pedagógico como esenciales a ser comprendidos por los estudiantes en el primer año y por consiguiente, los temas a evaluar en esta evaluación final fueron analizados de manera colectiva entre la profesora y los estudiantes, logrando autovaloraciones de los niveles de comprensión matemática que cada uno de ellos había alcanzado en ese curso.

Valoraciones realizadas por los estudiantes y profesores del Colectivo Pedagógico durante el curso y del Colectivo de Carrera al culminar sus estudios este grupo estudiantil.

Los estudiantes expresan una mayor motivación por el estudio de la Matemática y disposición investigativa hacia ella.

A pesar de que los estudiantes no comenzaron muy motivados por la carrera se lograron índices muy superiores a años anteriores en cuanto a resultados docentes, participación en eventos científicos, exámenes de mejora de notas, así como en actividades extra docentes.

Los profesores valoran de positivo los resultados alcanzados con este grupo de estudiantes, en aspectos tan importantes como estrategias de aprendizaje adquiridos y actitud ante el estudio.

Este grupo de estudiante reflejó en años superiores una mejor preparación para comprender los objetos matemáticos que se relacionaban con los aprendidos en el primer año.

La calidad de la formación integral de estos estudiantes se ha valorado por el Colectivo de Carrera de muy satisfactoria, todos pudieron ser ubicados en Centros de Educación Superior, uno de estos estudiantes culminó su Maestría casi al mismo tiempo que sus estudios de pregrado y dos de los estudiantes de este grupo fueron seleccionados entre los graduados más integrales del curso 2006 – 2007 a nivel universitario.

3.3.2 EMPLEO DE LA TÉCNICA DE EXPERTOS EN LA INVESTIGACIÓN

El método de trabajo con expertos ha sido utilizado en esta investigación, a partir del criterio del Dr. Ramírez Urizarri, quien plantea que: *“se entiende por experto, tanto al individuo en si, como a un grupo de personas u organizaciones capaces de ofrecer valoraciones conclusivas de un problema y hacer recomendaciones respecto a sus momentos fundamentales con un máximo de competencia”*. (Ramírez, L. A, 1999,3)

El autor citado refiere que la calidad se asocia a un producto cuyo resultado científico garantice la solución de la problemática investigada. La efectividad depende del desarrollo del proceso, con el rigor científico del trabajo investigativo, su planificación y con la idoneidad metodológica e instrumental utilizada para desarrollarlo y alcanzar los resultados que pueden ser aplicados en la práctica educativa. Ambas categorías están íntimamente relacionadas y constituyen elementos claves para la valoración del modelo didáctico propuesto.

El empleo del método del criterio de expertos en el trabajo investigativo se auxilia de otros como el método Delphi, el cual se basa en utilizar en la solución de problemas los juicios de un grupo de personas (expertos) con conocimientos teóricos y prácticos sobre la temática analizada, a través de un sistema de medición que permite ponderar aquellas apreciaciones cualitativas que se hayan realizado por estos expertos.

En (Linstone & Turoff, 1975) se define la técnica Delphi como un método de estructuración de un proceso de comunicación grupal que es efectivo a la hora de permitir a un grupo de individuos, como un todo, tratar un problema complejo. En la familia de los métodos de pronóstico, se clasifica dentro de los métodos cualitativos.

Así, el empleo del método Delphi ha permitido valorar:

Validez de los principios que direccionan el proceso de enseñanza aprendizaje en el primer año de la Licenciatura en Matemática.

La funcionabilidad de un modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de formación del matemático.

Rasgos que caracterizan la comprensión en estudiantes de primer año de Licenciatura en Matemática.

De manera resumida, los pasos que se llevaron a cabo para garantizar la calidad de los resultados y para aplicar y analizar esta técnica fueron los siguientes:

Fase 1: Formulación del problema

Esta fase constituyó una etapa fundamental en la realización de la técnica. En un método de expertos, la importancia de definir con precisión el campo de investigación es considerable debido a que es preciso estar muy seguros de que los expertos seleccionados y consultados poseen toda la misma noción de este campo.

La elaboración de los cuestionarios se llevó a cabo según ciertas reglas: preguntas precisas, cuantificables, independientes y que, además, permitieran realizar análisis cualitativos.

Fase 2: Elección de expertos

El método escogido para evaluar la confiabilidad de los consultados, es el que se basa en la autovaloración que hacen los propios especialistas sobre sus competencias (Campistrout & Rizo, 1998). Esta etapa fue muy importante debido a que la calidad de los expertos influyó decisivamente en la exactitud y fiabilidad de los resultados y en ello intervino la calificación técnica, los conocimientos específicos sobre el objeto a evaluar y la posibilidad de decisión, entre otros (ver cuestionario inicial para la determinación de la competencia de los expertos en el anexo 23)

Fase 3: Elaboración y lanzamiento de los cuestionarios.

Los cuestionarios se elaboraron de manera que facilitaran, en la medida en que una investigación de estas características lo permita, la respuesta por parte de los consultados, preferentemente cuantificable y ponderable.

Fase 4: Desarrollo práctico y exploración de resultados

El cuestionario inicial fue enviado a cierto número de expertos, acompañado por una nota de presentación que precisaba las finalidades de la investigación.

Para evaluar la calidad y efectividad del modelo didáctico diseñado, la aspirante utilizó la metodología de comparación por pares del criterio de expertos.

3.3.2.1 Acerca de la validez de los principios que direccionan el proceso de enseñanza aprendizaje en el primer año de la Licenciatura en Matemática

El primer momento de aplicación de la técnica de trabajo con expertos en esta investigación, fue el referido a la necesidad de concretar las regularidades del proceso de enseñanza aprendizaje del primer año que permitieron a la aspirante, además del estudio realizado a este objeto presentado en el epígrafe 1.1.2, determinar los principios del modelo didáctico que se propone.

Los pasos que se tuvieron en cuenta fueron los siguientes:

Fase 1: Formulación del problema.

Los principios enunciados en este propio capítulo, epígrafe 3.1.2, fueron objeto de un tratamiento por los expertos.

El problema consistió en determinar, sobre la base del criterio de expertos, las regularidades que pudieran considerarse como principios que direccionen un proceso de enseñanza aprendizaje donde se desarrolle en los estudiantes la comprensión matemática.

Fase 2: Elección de expertos.

Seleccionar expertos con conocimientos sobre este tema resultó una tarea muy concreta pues los expertos en la formación de matemáticos se concentran en las tres universidades donde se estudia la carrera. Algunas experiencias que aparecen en (Astigarraga, 2002) consideran que si bien parece necesario un mínimo de siete expertos, no es aconsejable recurrir a más de 30, pues la mejora en la previsión es muy pequeña y normalmente el incremento en el costo y el trabajo de investigación no compensa la mejora. Se consideraron finalmente un total de 12 expertos a partir de la determinación del grado de competencia, lo que aparece reflejado en la Tabla del anexo 23.

Entre las características fundamentales del grupo de especialistas seleccionados se destacan:

- Once de los expertos tienen el grado científico de Doctor: cuatro en Ciencias Matemáticas, seis en Ciencias Pedagógicas y uno en Ciencias Técnicas. Un experto es Máster en Ciencias de la Educación.
- El promedio de años de experiencia en la Educación Superior es de 26.
- El promedio de años de experiencia en la formación de matemáticos es de 19.
- Cuatro de los expertos aparecen referenciados en la bibliografía como autores de trabajos de investigación relativos al aprendizaje de la Matemática.
- Los once doctores se desempeñan actualmente como profesores de la carrera en una de las tres universidades del país, donde ella se estudia.
- Seis de los doctores investigan actualmente en la temática de formación de matemáticos.
- Se incluyen en el grupo de expertos, profesores e investigadores de diversos centros de educación del país: Universidad de Oriente, Universidad Central de Las Villas, Universidad de la Habana y una asesora del MINED especialista en el tema de desarrollo de la comprensión en los procesos de aprendizaje.

En relación con la cantidad de expertos se puede señalar que un número pequeño crea una hipertrofia, o sea, exagera el papel de cada uno de ellos, por otra parte, un número grande hace difícil el logro de concordancia de opiniones. Si el número de expertos es 10, el margen de error es de 10 % y como hemos trabajado con 12 expertos, tenemos por tanto un nivel de confiabilidad del 90%, que aunque pudiese analizarse es bajo, la aspirante prefirió realizar las valoraciones con los criterios de estos especialistas cuyas características se han reflejado anteriormente, los cuales los considera competentes además por el grado de concordancia de sus evaluaciones con respecto a la evaluación promedio del grupo de expertos, como podrá observarse en los resultados de los diferentes aspectos puestos a su consideración.

Fase 3: Elaboración y lanzamiento del cuestionario.

Algunas regularidades iniciales, obtenidas de la experiencia y la práctica pedagógica de la aspirante, sirvieron como marco de referencia para comenzar el trabajo con los expertos.

Según se señala en el anexo 24 (pregunta 1), el cuestionario puso a prueba esas regularidades en cuanto a su nivel de importancia e incluyó la posibilidad de adición de nuevas regularidades por parte de los expertos (ver pregunta 2 del mismo anexo), que enriquecieran el trabajo investigativo.

Fase 4: Desarrollo práctico y exploración de los resultados.

Según el registro de las respuestas ofrecidas (ver anexo 26) la mayoría de los expertos asignaron las dos primeras categorías muy importante y bastante importante a los seis aspectos que se consultaron como regularidades del proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la carrera de Matemática, es significativo para la aspirante que en el caso de los aspectos que relacionan la valoración y validación de la comprensión matemática de cada estudiante: P2 y P3, así como la necesidad de que el colectivo de profesores debe tener en cuenta lo afectivo y lo cognitivo para diseñar su estrategia formativa: P5, el 100% de los expertos los evaluó en esas categorías.

El procesamiento de esta información (ver anexo 27), permitió a la aspirante establecer los principios del modelo didáctico que están fundamentados en el acápite 3.1.2

Los puntos de corte sirven para determinar la categoría o grado de adecuación de cada regularidad del proceso de enseñanza aprendizaje según la opinión de los expertos consultados. Con ellos se opera del modo siguiente:

<i>Muy importante</i>	<i>Bastante importante</i>	<i>Importante</i>	<i>Poco importante</i>
0,367	2,363	1,393	-----

De acuerdo con la escala anterior, las regularidades del proceso de enseñanza aprendizaje que lo direccionan y que a criterio de la aspirante intervienen en los principios del modelo didáctico que propone tienen todas la categoría de muy importante.

De la consulta de expertos se obtuvieron algunas regularidades que la aspirante tuvo en consideración para la conformación final de los principios que direccionan el Modelo Didáctico propuesto, y como los mismos son parte del aporte teórico de este trabajo, los reflejamos a continuación:

Concebir la comprensión matemática como premisa y resultado del proceso de enseñanza aprendizaje en el primer año de Licenciatura en Matemática (4 expertos).

Determinar la zona de desarrollo real de la comprensión matemática de cada estudiante antes de implementar el modelo (3 expertos)

Propiciar el amor y el interés por la Matemática como profesión (3 expertos).

Participación activa del estudiante en su evaluación continua (4 expertos)

3.3.2.2 Acerca de la funcionabilidad de un modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de Licenciatura en Matemática.

La factibilidad del modelo propuesto también fue puesta a consideración de los expertos, principalmente aquellas cuestiones referidas a sus componentes fundamentales y su funcionamiento.

Los pasos que se tuvieron en cuenta se describen de forma similar al apartado anterior:

Fase 1: Formulación del problema.

Determinar, sobre la base del criterio de expertos, los componentes fundamentales y funcionabilidad del modelo didáctico propuesto.

Fase 2: Elección de expertos.

En este punto ya los expertos se encuentran seleccionados a partir de las consideraciones que aparecen en el epígrafe 3.3.2.1 de este trabajo.

Fase 3: Elaboración y lanzamiento del cuestionario.

Algunos elementos del modelo, obtenidos de la experiencia y la práctica pedagógica en aplicaciones parciales durante varios cursos escolares, sirvieron como marco de referencia para comenzar el trabajo con los expertos.

Según se señala en el anexo 24 (pregunta 3), el cuestionario puso a prueba los componentes del modelo didáctico y su funcionabilidad en cuanto a su nivel de utilidad y necesidad e incluyó la posibilidad de adición de nuevos elementos por parte de los expertos (ver inciso k) de la propia pregunta 3 del mismo anexo), que enriquecieron el trabajo investigativo.

Fase 4: Desarrollo práctico y exploración de los resultados.

Según el registro de las respuestas ofrecidas (ver anexo 28) la mayoría de los expertos asignaron las tres primeras categorías imprescindible, muy útil y útil a los diez aspectos que se consultaron como componentes y/o relaciones del proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la carrera de Matemática, es significativo para la aspirante la valoración de imprescindible del 100% de los expertos, acerca del aspecto relacionado con la concepción de comprensión matemática, el E5: Concebir que cada estudiante, en su trayectoria de desarrollo de la comprensión matemática debe ser capaz de explicar, demostrar, dar ejemplos, establecer analogías, generalizar y llegar a realizar investigaciones acerca de un tópico determinado. Ya que aunque varios expertos dieron otros rasgos que caracterizan la comprensión, (ver anexo 25), hubo consenso absoluto de la concepción de comprensión matemática asumida por la aspirante en el trabajo.

El procesamiento de esta información (ver anexo 29), permitió a la aspirante establecer los principales componentes y funcionabilidad del modelo didáctico que están fundamentados en el acápite 3.2.

Los puntos de corte sirven para determinar la categoría o grado de implicación de cada componente y/o relaciones que se establecen entre ellos en el proceso de enseñanza aprendizaje de primer año de Licenciatura en Matemática, que pretenda desarrollar la comprensión matemática, según la opinión de los expertos consultados. Con ellos se opera del modo siguiente:

Imprescindible	Muy útil	Útil	Quizás aporte algo
0,176	1,35	1,74	1,047

De acuerdo con la escala anterior, los componentes y la funcionabilidad del modelo didáctico que propone la aspirante se acercan todos a la categoría de imprescindible.

De la consulta de expertos también se debe tener en cuenta que el aspecto más cuestionado de todos los que se pusieron en juicio de los expertos, lo fue el propiciar actividades de reflexión matemática con el uso de las tecnologías, aspecto que demuestra que hay mucho que profundizar aún e investigar en cuanto a la efectividad de la tecnología en el proceso de desarrollar la comprensión matemática, mucho por hacer desde el punto de vista didáctico, es una consideración que la aspirante no quiere dejar de señalar por considerarlo que es una temática que abre nuevas posibilidades de investigación en la Educación Matemática en sentido general y en la formación de matemáticos reviste características distintivas.

Resulta también de gran interés para esta investigación que el aspecto valorado por los expertos en cuanto al papel del Colectivo Pedagógico en función de determinar los temas fundamentales, las metas de comprensión y los OM que serán objeto de desarrollo de la comprensión matemática en el primer año de la Licenciatura en Matemática fue declarado categóricamente como imprescindible.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La investigación realizada abordó el problema científico centrado en desarrollar la comprensión matemática en los estudiantes del 1er año, como parte del proceso de formación del Licenciado en Matemática

Del proceso investigativo desarrollado se derivaron las conclusiones siguientes:

1. En el proceso enseñanza aprendizaje universitario, la comprensión matemática puede ser desarrollada en los estudiantes del primer año, con el empleo de métodos y procedimientos didácticos que teniendo en cuenta: los resultados del diagnóstico inicial y las metas de comprensión matemática establecidas en el Colectivo Pedagógico, permitan valorar los niveles de comprensión matemática por los que transita cada estudiante o grupos de ellos.
2. Un diagnóstico inicial de la comprensión matemática, en estudiantes del primer año universitario, debe concebirse en dos dimensiones: la cognitiva y la socioafectiva y posibilitará la determinación de las potencialidades de comprensión matemática de cada estudiante, para que el colectivo pedagógico diseñe los procedimientos didácticos que le propicien transitar desde el nivel de comprensión matemática real al potencial.
3. Las regularidades que se consideran como principios que direccionan el proceso de enseñanza aprendizaje, de primer año de Licenciatura en Matemática donde se desarrolle la comprensión matemática en los estudiantes son los siguientes: diagnosticidad y evaluación continua e individualizada de la comprensión matemática; el carácter desarrollador de la comprensión matemática; la comprensión matemática como premisa y resultado del proceso de aprendizaje; y el de la coordinación entre la comprensión matemática y el proceso de formación de Matemáticos.
4. El modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje de primer año de Licenciatura en Matemática se distingue por concebir al *Colectivo Pedagógico* como componente que guía y forma a los sujetos que intervienen en el mismo, al grupo como escenario fundamental donde se desarrolla la comunicación de la actividad matemática que se realiza y a los procedimientos didácticos y la evaluación continua personalizada como herramientas que complementando el resto de los componentes del proceso viabilizan las acciones a realizar según el objetivo propuesto.

RECOMENDACIONES

- Aplicar el diagnóstico de comprensión en los estudiantes del primer año de la Licenciatura en Matemática en el Curso Introductorio
- Aplicar el Modelo Didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de enseñanza aprendizaje del primer año de la Licenciatura Matemática.
- Diseñar y ejecutar un sistema de capacitación didáctica a los profesores del colectivo de año que les prepare para la aplicación del modelo.
- Proponer temas de investigación para los docentes del Grupo de Enseñanza de la facultad de Matemática, Física y Computación, donde el objetivo fundamental sea investigar procesos que favorecen la comprensión matemática en diferentes carreras universitarias, atendiendo que el modelo propuesto no puede aplicarse en contextos diferentes al analizado.

BIBLIOGRAFÍA

Abraham, M.L. (1994). *Cómo pensar la relación con el conocimiento y sus implicaciones en la formación docente*, Colección de Educación, México.

Abreu, E. (1990). *Diagnóstico de las desviaciones en el desarrollo psíquico*, Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Acosta R y Valdés L. (2005). Enseñanza centrada en el alumno. Recuperado el 11 de mayo del 2007 en <http://sedll.org/doc-es/publicaciones/glosas/n9/acosta.html>

Afonso, R.M. (2003). Problemas de convergencia en un contexto de software educativo, *Revista Números*, 56, 3-40.

Alemán de Sánchez, A. (1999). La enseñanza de la Matemática asistida por computadoras. Recuperado diciembre del 2004 en <http://www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>

Alcina, J. (1994). *Aprender a investigar. Métodos de trabajo para la redacción de tesis doctorales*, Madrid, España: Editorial Compañía Literaria.

Alonso, I. (2001) *Propuesta didáctica para el perfeccionamiento de la representación en la solución de problemas matemáticos*. Tesis presentada en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Santiago de Cuba.

Álvarez Cruz, C. (1998). *Diagnóstico y zona de desarrollo próximo. Alternativa en la validación de una metódica del cuarto excluido*. Tesis presentada en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Pinar del Río

Álvarez de Zayas, C. M (1988). *Fundamentos teóricos de la dirección del proceso de formación del profesional de perfil amplio*, La Habana, Cuba: Editorial M.E.S.

_____ (1989). *Fundamentos teóricos y metodológicos de la Dirección del proceso docente educativo en la Educación Superior Cubana*, La Habana, Cuba: Editorial M.E.S.

_____ (1998): *Pedagogía como ciencia o Epistemología de la educación*, Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Félix Varela, La Habana

_____ . (1999): *La escuela en la vida*, Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

_____ (2001): *El diseño curricular*, Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Álvarez de Zayas, R. M. (1997) *Hacia un currículo integral y contextualizado*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Academia. Colección ALSI

- Álvarez, S (1993). *Integración de áreas e interdisciplinariedad*. Buenos Aires, Argentina: Ediciones Juntos. Argentina.
- Álvarez, I. (2001). *Investigación Cualitativa: Diseños Humanísticos e Interpretativos*. Material de Estudio, Departamento de Psicología. Universidad Central de Las Villas. Cuba.
- Andónegui Z, M. (2005). El conocimiento Matemático. Introducción al desarrollo del pensamiento matemático. En Pérez, E y Bethencourt, M. (Eds) *Serie Matemáticas, conocimiento matemático*. Bogotá Colombia: Ediciones Federación Internacional Fe y Alegría.
- Anido, A.F. (1998). *El trabajo con los conceptos durante la comprensión lectora en Secundaria Básica. Estrategias de aprendizaje*. Tesis presentada en opción al Título Académico de Máster en Investigación Educativa, Holguín. Material digitalizado.
- Apostol, T. (1975). *Calculus*. Volumen 1. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Apple Learning Interchange. (2000). *ACOT. Educación*, Recuperado el 7 de enero del 2003, de <http://www.apple.com/es/education/acot/acotresearch.html>
- Area, M. (2000). *¿Qué aporta Internet al cambio pedagógico en la Educación Superior?* Actas del III Congreso Internacional de Comunicación, Tecnología y Educación. Universidad de Oviedo, España, 128-135.
- Artigue M (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas, epistemologías cognitivas y didácticas, en Artigue. M.; Douady, R.; Moreno L.; Gómez P. (Eds) *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. México: Editorial Iberoamericana, 97-140.
- _____ (1998). Enseñanza y aprendizaje del análisis elemental: ¿Qué se puede aprender de las investigaciones didácticas y de los cambios curriculares??. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática educativa*, nº1.
- Artimieva, T.I. (1983). Fundamentación social del desarrollo de capacidades. En: *Problemas teóricos de la psicología de la personalidad*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, Cuba.
- Asiala y col. (1996). A Framework for research and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education, en Jim Kaput, Alan H. Schoenfeld, Ed. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education. II*, Conference Board of the Mathematical Sciences (CBMS), Issues in Mathematics Education, Volume 6, 1-32.

- Asiala, M. y col. (1997). The Development of Students' Graphical Understanding of the Derivate, *Journal of Mathematical Behavior*, 16 (4), 399-431.
- Ausubel. (1968). *Educational Psychology: A cognitive View*, New York, United States: Editorial Holt, Rinechart and Winston.
- Balacheff, N. (1990). Future perspectives for research in the psychology of mathematics education. En: P. Nesher & J. Kilpatrick (Eds), *Mathematics and cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Balacheff and Kaput, J.J. (1996): "*Computer based learning environments in Mathematics*. In A.J. Bishop et Al. (Eds) Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic.
- Barraza, A. *Constructivismo social: un paradigma en formación*. Artículo extraído el 4 de mayo del 2007 de www.psicologiacientifica.com/bv/imprimir-222-constructivismo-social-un-paradigma-en-formacion.html
- Bishop, A. Et als. (Eds.) (1996). *International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer
- _____ (1989). A review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1, 2), 7-16.
- Borrás, I. (1997). *Aprendizaje con la Internet: una aproximación crítica*. Artículo extraído en el 2003 de <http://www.ice.urv.es/modulos/modulos/chats/revista.html>
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 4, n. 2, 165-198.
- _____ (1986). *Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques'*, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 33-115.
- _____ (1994). *Problemas y resultados en Didácticas de las Matemáticas*. ICMI 94
- _____ (1997). "*Theory of didactical situations in mathematic*". Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic.
- Bruner, J. (1990). *Acts of meaning*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Bunge (1985). *Epistemología*. Barcelona, España: Editorial Ariel.
- Cabrera, H.G. (2006). *Estrategia de enseñanza*. Artículo extraído el 23 de noviembre del 2006 de <http://www.monografias.com/trabajos14/estrat-ensenanza/estrat-ensenanza.shtml>
- Calderón, R. (1996). *La enseñanza del Cálculo Integral. Una alternativa basada en el enfoque histórico-cultural y de la actividad*. Tesis Doctoral. Ciudad de la Habana, Cuba.

- Calistro Q, O. (1998). *Propuesta de un sistema de acciones didácticas para problematizar la enseñanza de la matemática en el décimo grado del preuniversitario*. Tesis presentada en opción al Título Académico de Máster en Investigación Educativa, Camagüey.
- Camacho, M. y González, S. (2001), Una aproximación geométrica al cálculo de primitivas utilizando la TI-92, *Revista Números*, 45, 61-68.
- Campistrus, P. L. y Rizo, C. (1998). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Castellán, M. (1997). La Teoría de las múltiples inteligencias para el desarrollo de habilidades del pensamiento, México, *Revista Didáctica*, No 29, 11-14
- Castellano, S. D y col. (2002). *Aprender y enseñar en la escuela: una concepción desarrolladora*. Editorial pueblo y Educación. Ciudad de La Habana. 2002.
- Castorina J, A. *Piaget y Vigotsky en la perspectiva de las relaciones entre comprensión y explicación*, Universidad de Buenos Aires, CONICET, Argentina, artículo extraído en mayo del 2007 de:
www.fahce.unlp.edu.ar/departamentos/psicologia/catedras/genetica/castorinacampinas.htm
- Campistrus, L.y Cabrera, C.(1998). *Indicadores e investigación educativa*. La Habana, ICCP, (Material digitalizado).
- Castellanos, B. (1998). *La planificación de la investigación educativa. Material de apoyo al curso de Investigación Educativa*. Centro de Estudios Educativos. ISPEJV, La Habana.
- Clark, J.M. y col. (1997), Constructing a Schema: The Case of the Chain Rule, *Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 345-364.
- Concepción, M.R. (1989). *El sistema de tareas como medio para la formación y desarrollo de los conceptos relacionados con las disoluciones en la Enseñanza General Media*, Tesis presentada en opción al Grado Científico de Candidato a Doctor en Ciencias Pedagógicas, Holguín
- Colectivo de Autores. (1995). *Psicología para educadores*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, Cuba.
- Cook, R. (1986). *Hacia una superación del enfrentamiento entre los métodos cualitativos y los cuantitativos*. En Cook, T.D. y Reichardt, CH.S, (Eds). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid, España: Editorial Morata.

- Coxford. (1978) Research directions in geometry, en Lesh, R, y Mierkiewicz, D, (Eds). *Recent research concerning the development of spatial and geometric concepts*,. 323-332. Columbus: ERIC
- Chevallard, Y. y Johsua, M.A. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique: la notion de distance. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 3, n. 1, 159-239.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- _____ (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportés par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématique*, 12 (1), 73-112.
- Chevallard, Y. Bosh, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona, España: Editorial Horsori.
- Coll, C. (1997). *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. Ciudad México, México: Editorial Paidós.
- Cook, R. (1986). *Hacia una superación del enfrentamiento entre los métodos cualitativos y los cuantitativos*. En Cook, T.D. y Reichardt, (Eds). *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Madrid, España: Editorial Morata.
- Contreras, A. (2000), *La enseñanza del Análisis Matemático en el Bachillerato y primer curso de Universidad. Una perspectiva desde la teoría de los obstáculos epistemológicos y los actos de comprensión*, IV Simposio de la SEIEM, Huelva, España: Ediciones Universidad de Huelva.
- Contreras, A. y cols. (2001). *La enseñanza-aprendizaje de los conceptos elementales del Análisis Matemático*, Proyecto de Investigación, Ministerio de Educación y Cultura (CIDE).
- Contreras A y Font, V.(2002). *¿Se aprende por medio de los cambios entre los sistemas de representación semiótica?* Recuperado el 3 de julio del 2003 en www.ugr.es/~jgodino/siidm/castellon_2002/contreras_vicen.doc
- Contreras, A. y Ordoñez L. (2006) *Complejidad ontosemiótica de un texto sobre la introducción a la integral definida*, Revista Relime Vol. 9, Num. 1, 65 – 84.
- Contreras, A. y Ortega, M. (2003), *El objeto tecnológico MATHEMATICA en la enseñanza del Análisis, ¿es sólo un amplificador cognitivo?*, XIX Congreso del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas (SIIDM), Córdoba, España.

- Coriat, M. (2001). *Los problemas de un director de Tesis. Anexos*. Ponencia presentada en el Departamento de Didáctica de la Matemática, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Málaga.
- Cornu, B. (1991). Limits. En Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, pp. 153- 166. Dordrecht: Kluwer.
- Cottrill, J y Dubinsky (1996). Understanding the Limit Concept: Beginning with a Coordinated Process Scheme, Ed; Nichlos, D; Schwingendorf, K, *The Journal of Mathematical Behavior*, 15 (2), 167-192.
- Coxford (1978). Research directions in geometry, en Lesh, R, y Mierkiewicz, D. *Recent research concerning the development of spatial and geometric concepts.,.* 323-332. Columbus: ERIC
- Davidov, V. (1981). *Tipos de generalización en la enseñanza*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Moscú, URSS: Editorial Progreso.
- Delgado, J. R. (1997). *Las habilidades generales matemáticas y la estructuración del conocimiento matemático*. Actas del RELME-11. México.
- Delgado, J. R. (1999). *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas*. Tesis presentada en opción al Grado Científico de Candidato a Doctor en Ciencias Pedagógicas, La Habana.
- Delors, J. (2000). *La Educación encierra un tesoro. Informe a la UNESCO de la comisión internacional sobre Educación para el siglo XXI*. Paris, Francia: Ediciones UNESCO, 1996.
- Dubinsky, E. (1991). Reflective Abstracción in Advanced Mathematical Thinking, en D. Tall (Ed.): *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht. Kluwer A. P, 95-123.
- (1996). Aplicación de la perspectiva piagetana a la educación matemática universitaria. *Revista Educación Matemática*, 8 (3), 25-41.
- Duffin, J. y Simpson, A. (1997). "Towards a new theory of understanding". En: E. Pehkonen (Ed.) *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp.166-173. Lahti, Finland.

Duval, R. (1996), Quel cognitif retenir en Didactique des Mathematiques?, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 16, n° 3, 349-382.

_____ (1997). Investigaciones en Matemática Educativa II. Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

_____ (2000), Basic Issues for Research in Mathematics Education (Plenary Address), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (tome I), Editors: Taddao Nakahara an Masataka Koyama, Hiroshima University (Japan), pp. 55-69.

Engels, F. (1975). *El papel del trabajo en la transformación del mono en hombre*. Obras Escogidas. Moscú, URSS: Editorial Progreso.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London, England: The Falmer Press.

_____ (1994). *Mathematics, Education and Psychology. An international perspective*, Londres: The Farmer Press.

Fennema y T. A. Romberg, (Eds.) (1999). *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Fey, J.T. (1980). Mathematics education research on curriculum and instruction. En: R.J. Shumway (Ed.), *Research in mathematics education*. Reston, VA: N.C.T.M.

Fiallo R, J. (1997). La interdisciplinariedad, reto para la calidad del currículo. En: Desafío escolar. *Revista Iberoamericana de Pedagogía*. Mayo-julio. Año 1. Vol. 1, 42-43. La Habana, Cuba.

Figaredo, F. (1994). Fidel y la Necesidad de la Ciencia. Ensayo extraído de *Problemas Sociales de la Ciencia y la Tecnología*. Ciudad de la Habana, Cuba: Editorial Felix Varela.

Fischbein. (1990). Introduction. En Nesher, P. Y Kilpatrick, J. *Mathematics and Cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, pp. 1-13. Cambridge: University Press.

Font V. (2000) *Algunos puntos de vista sobre las representaciones en Didácticas de las Matemáticas*, Recuperado el 15 de junio del 2004 en www.ugr.es/seiem/Documentos/Font-Representaciones.PDF

_____ (2003) *Processos mentals versus competencia*. Spain, 3-6 December 2003, 66-68.

- Font V, N Inglada (2003). *Significados institucionales y personales de la Derivada. Conflictos semióticos relacionados con La notación incremental*. Recuperado el 12 de enero del 2005 en www.ugr.es/~jgodino/siidm/cordoba_2003/ingladafont.pdf
- Fox, D (1981). *El proceso de investigación en educación*. EUNSA: Pamplona, España.
- Freudenthal (1982). Fiabilité, validité et pertinence - critères de la recherche sur l'enseignement de la mathématique. *Educational Studies in Mathematics*, 13, 395-408.
- _____ (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- Fuentes, H., Álvarez, I. (1998) *Dinámica del proceso docente educativo de la educación superior*. Editorial Universidad de Oriente, Cuba
- Gallardo, J. (2004). *Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. El caso del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales*. Tesis Doctoral. Málaga: Universidad de Málaga, España.
- Gallardo, J. y González, M. (2006). Fronteras en la investigación sobre comprensión en educación matemática, En Revista digital *Números*, recuperada en <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/66/>
- Gallardo, L.T. (2004). *La educación en valores morales en el contexto empresarial a partir del vínculo universidad-empresa: Hacia un modelo de superación a directivos*. Tesis doctoral. Centro de Estudios de Educación, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, Santa Clara.
- Gascón (1998). Evaluación de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina. Científica. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 18(1), 7-31.
- _____ (1999). *Epistemología de las matemáticas y de la educación matemática. Posición de la didáctica fundamental*. Recuperado el 30 de enero del 2002 en www.ugr.es/~jgodino/siidm/escorial/ponencia4.htm
- _____ (2001). *El problema de la Educación Matemática y la doble ruptura de la Didáctica de las Matemáticas*. VOLUMEN 5.3. LA GACETA DE LA RSME
- Genovard y Gotzens (1990). *Psicología de la instrucción*. Madrid, España: Editorial Santillana.
- Gimeno S. J. (1986). *Teoría de la enseñanza y desarrollo del currículo*. Madrid, España: Editorial Anaya.

_____ (1989) *La enseñanza: su teoría y su práctica*. Madrid, España: Ediciones Akal, S. A., 3ra Edición.

Godino, J. D. (1991) Hacia una Teoría de la Didáctica de la Matemática. En A. Gutiérrez (Ed.), *Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática*, 105-148. Madrid, España: Ediciones Síntesis. Artículo recuperado en septiembre 2003 de www.ugr.es/local/jgodino/Teoria_Metodos/haciateo.htm

_____ (1996). Significado y comprensión de los objetos matemáticos. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference*, Vol 2, 417-424. Valencia, España.

_____ (1999). *Reflexión sobre la dimensión epistemológica de la Didáctica Fundamental y valoración de la calidad y relevancia de sus aportaciones*. Artículo recuperado en diciembre 2001 en <http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/escorial/ponencia3.html>

_____ (2002). *Confrontación de herramientas teóricas para el análisis cognitivo en didáctica de las matemáticas*. Artículo recuperado en diciembre 2001 en www.ugr.es/~jgodino/siidm/boletin14.htm

_____ (2003). Un enfoque semiótico de la cognición matemática, *Recherches en Didactiques en Mathematiques*, 22 (22), 237-284.

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.

_____ (1998): “El análisis del significado de los objetos matemáticos como área prioritaria de investigación en educación matemática”. En Sierpinska y J. Kilpatrick (Eds). *Mathematics education as a research domain*. Dordrecht: Kluwer, A.P.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada, España. Recuperado el 14 de diciembre del 2004, de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>.

Godino, J. D. y Llinares, S. (2000) El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Revista Educación Matemática*, 12(1), 70-92.

- Goñi, J. M^a (2000): La enseñanza de las matemáticas, aspectos sociológicos y pedagógicos. En J. M^a Goñi (Coord.) *El currículum de matemáticas en los inicios del siglo XXI*, pp. 23-57. Barcelona: Grao.
- Guin, D. y Trouche, L. (2002). *Calculatrices symboliques: Transformer un outil en un instrument du travail mathématique: un problème didactique*, Grenoble: La Pensée Sauvage, Éditions.
- Gutiérrez, A. (1991). *Área de conocimiento Didáctica de la Matemática*. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- _____ (1994). La investigación en didáctica de las matemáticas. En A Gutiérrez (Ed.) *Área de conocimiento. Didáctica de la Matemática*, 149 –194. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- _____ (1997). Fronteras en el uso de las calculadoras gráficas, *Revista Números*, 32, 54-66.
- Gutiérrez A y A. Maz (2001). Cimentando un proyecto de investigación: La revisión de literatura. En Gómez, P. y Rico, L. (Eds). *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*, 149-164. Granada, España: Editorial Universidad de Granada.
- Guzmán, de M (1996a). *El papel de la visualización*. Recuperado el 12 de enero del 2005, de <http://www.sectormatematica.cl/articulos.htm>
- _____ (1996b). *El papel del matemático en la Educación Matemática*. Actas del Octavo Congreso Internacional de Educación Matemática ICME-8, *Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES", Sevilla*. Recuperado el 22 de septiembre del 2002 [Http://usuarios.bitmailer.com/mdeguzman/guzmanpa/papeldelmatematico.htm](http://usuarios.bitmailer.com/mdeguzman/guzmanpa/papeldelmatematico.htm)
- _____ (1996 c) *Enseñanza de las matemáticas. Tendencias e Innovaciones*. Biblioteca digital OEI. Recuperado en enero del 2006 en [www.campus - oei.org/oeivirt/edumat/html](http://www.campus-oei.org/oeivirt/edumat/html)
- Henríquez, B y cols. (1997). Acercándose a la matemática. *Revista Estudios pedagógicos*, 23, 41 – 49, extraído el 12 de mayo del 2007 de <http://www.scielo.cl/scielo.php>
- Hernández, A. (1990). Algunas características de los procedimientos lógicos del pensamiento de los estudiantes de nivel superior, *Revista Cubana de Educación*, No 12, 91-10, Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

- Hernández, G. (2000). Paradigmas en psicología de la educación. Barcelona, España: Editorial Paidós.
- Hernández, H. (1989). *El perfeccionamiento en la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior Cubana*. Tesis Doctoral. Habana, Cuba.
- _____ (1993.a). Estructurando el conocimiento matemático. Quito, Ecuador: Editorial EPN.
- _____ (1993.b). Sistema Básico de Habilidades Matemáticas. *Didáctica de la Matemática*. Quito, Ecuador: Editorial EPN.
- _____ (1993.c) La Huella de la Matemática en el pensamiento. *Didáctica de la Matemática*. Quito, Ecuador: Editorial EPN.
- Hing C, R. (1999) *Conferencias de Educación Matemática*. Universidad EAFIT, Medellín, Colombia. 1999. Material impreso de la autora.
- Hing C, R y Torres (2002) La enseñanza a través de la resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento en los estudiantes universitarios. *CD Memorias de la 3ra Convención Internacional de Educación Superior, La Habana Cuba, ISBN 959-16-0138-7*.
- Hiebert, J. y Carpenter, Th. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In: D. W. Grouws (Ed.), *Handbook of research in teaching and learning of mathematics*, 65-97. New York, United States: Editorial Macmillan.
- Hiebert, J., and cols (1997): *Making Sense: teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, N. H.: Heinemann.
- Hitt, F.(1998) Visualización matemática, nuevas representaciones, nuevas tecnologías y currículo. *Revista de Educación Matemática*. Vol. 10. 1998, 23-45.
- Horrutiner S, P. (2006) *La Universidad Cubana: Modelo de formación*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Félix Varela
- Kendal, M, Stacey, K. y Pierce, R. (2002). l'influence des environnements de calcul formal sur les modes de travail des enseignants, en D. Guin y L. Trouche (Eds.), *Calculatrices symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail mathématique: un problème didactique*, (117-146).
- Kieran, C. (1994). Doing and seeing things differently: a 25-year retrospective of mathematics education research on learning. *Journal for Research in Mathematics Education* 25, 6, pp. 583-607.

- Kilpatrick (1981). The Reasonable Ineffectiveness of Research in Mathematics Education, For a Learning of Mathematics, 2.2, pp 22-29.
- Kilpatrick, J. (1987). What constructivism might be in mathematics education. Proc. 11th Conference PME. Montreal, p. 3-23.
- Kilpatrick, J. (1993). Beyond face value: Assessing research in Mathematics Education. En Nissen, G.; Blomhoj, M. (Eds.). *Criteria for scientific quality and relevance in the Didactics of Mathematics*, pp. 13-33. Roskilde University: Dinamarca.
- Kilpatrick, J; Rico, L. y Sierra, M. (1994) *Educación Matemática e investigación*. Editorial Síntesis, Madrid.
- Koyama, M. (1993). Building a two axes process model of understanding mathematics. *Hiroshima Journal of Mathematics Education* 1: 63-73
- Labarrere, A. (1996): Pensamiento. Análisis y autorregulación de la actividad cognoscitiva de los estudiantes. Editorial Pueblo y Educación, Cuba.
- Laborde, C. (1989). Audacity and reason: French research in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, Vol. 9, n. 3, 31-36.
- Lara, L.M.(1995). *Sistema de tareas didácticas para la dirección del trabajo independiente en la metodología de la Enseñanza de la Física*. Resumen de la Tesis presentada en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, La Habana
- Leontiev, A, (1975). *El hombre y la cultura*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, Cuba.
- _____(1981). *Actividad, conciencia, personalidad*. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.
- Lesh, R. and Harel, G. (2003) Problem solving, Modeling and Local Conceptual Development. *Mathematical Thinking and Learning*, 5 (2-3), 157-190.
- Llorens Fuster, José Luis (1993). *Aplicaciones de DERIVE. Análisis matemático I (Cálculo)*. Valencia: Universidad Politécnica.
- López y cols, (1998). *Marco conceptual para la elaboración de una Teoría Pedagógica*. Grupo de Pedagogía, ICCP, La Habana, Cuba.
- Lugo, M T (1998). *Enseñar a Pensar en la Escuela*. Curso Para Supervisores y Directores de Instituciones Educativas. Impresión. Ministerio de Cultura y Educación. Buenos Aires, Argentina: Editorial CERET. ISBN: 950 – 00 – 0200 - 0

- Luria, A.R. (1991). La investigación de los procesos del pensamiento. En *Las funciones corticales superiores del hombre*, 557- 583, Ciudad de la Habana, Cuba: Editorial Científico- Técnica.
- McKernan, J. (1999). *Investigación-acción y curriculum*. Ediciones Morata, S. L. Madrid
- Majmutov, M.I. (1983). *La enseñanza problémica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, Cuba.
- Mariño Sánchez, M. (1999). *Sistema de tareas pedagógicas profesionales para la asignatura Educación de la Personalidad en el ISP de Holguín*, Tesis presentada en opción al título académico de Máster en Ciencias de la Educación, Holguín
- Marques P.G. (1998) *Usos educativos de Internet ¿hacia un nuevo paradigma de la enseñanza?*. Recuperado el 12 de enero del 2005 en <http://dewey.uab.es/pmarques/usosred2.htm>
- Martin W. (2000). *Lastings effects of the integrated use of graphing technologies in Precalculus Mathematics*. CBMS Issues in Mathematics Educación, Vol.8.
- Martínez, D. (2001). *Estrategia para el logro de la significatividad didáctica en la formación del concepto de función en la Matemática para Licenciatura en Economía*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. UCLV. Santa Clara. Villa Clara.
- Maz A, Torres A y Boigues F. (2002). Desarrollando proyectos de investigación en didáctica de las matemáticas en Iberoamérica: uso de Internet. En *Actas de la Decimosexta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa RELME 16, La Habana, Cuba, 2002*.
- Ministerio de Educación. (2000). *Precisiones para la dirección del proceso docente-educativo*. La Habana: Servicio de publicaciones del MINED.
- Ministerio de Educación. (2006). *Programas de Onceno grado y Segundo año de la Educación Técnica y Profesional*. La Habana, Servicio de publicaciones del MINED. Cuba.
- NCTM de Estados Unidos. (1989). *Estándares curriculares* . Versión al español realizada por la Sociedad Andaluza de Profesores de Matemática. Sevilla. España.
- Núñez J. (1994). La Ciencia y sus leyes de desarrollo. En *Problemas Sociales de la Ciencia y la Tecnología*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Felix Varela.

- Ortega, R.A, Torres, A.(2001). *Desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en la especialidad de Agronomía. Una experiencia interdisciplinaria*. Revista Ciencias Matemáticas. Volumen Nro 2 . Habana. Cuba
- Ortiz, A. L. (2006) *Hacia una escuela del desarrollo integral*. Artículo extraído el 23 de noviembre del 2006 de <http://www.monografias.com/trabajos26/modelos-pedagogicos/modelos-pedagogicos.shtml#modelo>
- Orton, A. (1983). Student's understanding of integrations. *Educational Studies in Mathematics*, 14 (1) , 1 -18.
- _____ (1990). *Learning mathematics. Issues, theory and classroom practica*. London: Cassel. Traducción castellana: *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid, España: Ediciones Morata.
- Perera, C. F. (2000). *La formación interdisciplinar de los profesores de ciencia: Un ejemplo en el proceso de enseñanza -aprendizaje de la Física*. Tesis en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Ciudad de La Habana.
- Perkins, D. (1995). *La escuela inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. Barcelona, España: Ediciones Gedisa.
- _____ (1999): ¿Qué es la comprensión? In: WISKE. M.S. (Ed.) *La Enseñanza para la Comprensión- Vinculación entre la investigación y la práctica*, 215-256. Barcelona, España: Editorial Paidós.
- Pequeño Larousse (1968). *Diccionario de la Lengua Española*. Ciudad de La Habana, Cuba: Ediciones Revolución, Instituto del Libro.
- Pidkasisti, P.I. (1986): *La actividad cognoscitiva independiente de los alumnos en la enseñanza*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Pirie, S. y Kieren, T. (1992): Creating constructivist environments and constructing creative mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 23, pp.505 - 528.
- _____ (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterize it and how can we represent it?. *Educational Studies in Mathematics*, 26 (3): 165-190.
- Queralt, T. (2000). Las matemáticas con tecnología entran, *Revista Números*, 14, 23-36.
- Ramirez, L. A. (1999) Algunas consideraciones acerca del método de evaluación utilizando el criterio de expertos. Conferencia Dictada. Bogotá, Colombia, Julio 6 de 1999.

- Rico, L y Sierra, M. (2000). Didáctica de la Matemática e Investigación. En J. Carrillo y L. Contreras (Eds). *Matemática española en los albores del siglo XXI*, 77-131. Huelva, España: Editorial Hergue.
- Rico, L (2001). Análisis conceptual e Investigación en Didáctica de la Matemática. En Gómez, P. y Rico, L. (Eds). *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*, 179-193. Granada, España: Editorial Universidad de Granada.
- Ruiz F, Enrique C, Juan G (2000). *Internet como herramienta y objeto para la investigación en didáctica de la matemática*. Cuarto Simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática. Huelva, España: Servicio de publicaciones de la Universidad de Huelva.
- Rico, P y Silvestre, M. (2003) Proceso de enseñanza aprendizaje, En *Compendio de Pedagogía*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Román, M. y Díez, E. (1996). *Currículum y Enseñanza. Una didáctica centrada en procesos*. Madrid, España; Editorial E.O.S.
- Romberg, T. y Carpenter, T. P. (1986). Research on teaching and learning mathematics: two disciplines of scientific inquiry. En M.C. Wittock (Ed.) *Handbook of research on teaching*. London: Macmillan.
- Romberg, T. A. (1992). Perspectives on Scholarship and Research Methods. En: D. A. Grouws (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 49-64. MacMillan Publishing Company, New York.
- Romeu E, A (1999). *Modelo de comprensión de las ideas principales en que se fundamenta el programa de comprensión lectora*. Tesis presentada en opción al Título Académico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, ISPEJV, La Habana, Cuba.
- Rodríguez D, R. (2001). *Sistema de tareas docentes diagnóstico- formativas de la generalización del pensamiento en la asignatura Gramática Inglesa del Instituto Superior Pedagógico de Holguín*, Tesis presentada en opción al Título Académico de Máster en Teoría y Práctica de la Enseñanza del Inglés Contemporáneo, Camagüey
- (2005). *El diagnóstico formación del pensamiento mediante tareas en la Educación Superior: Una alternativa didáctica de doble funcionalidad*. Material digitalizado.

- Ruiz I., M. (2000). *El enfoque integral del currículo para la formación de profesionales competentes*. Instituto Politécnico Nacional, México: Publicaciones Tresguerras.
- _____ (2003). *¿Qué es un currículo flexible?* México: Ediciones Euterpe.
- _____ (2004). *Arcadia: La competencia pedagógica didáctica para aprender con sencillez y significatividad*. México: Ediciones Norma.
- Rubinstein, S.L (1986) El problema de las capacidades y las cuestiones relativas a la teoría psicológica. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, Cuba.
- Rubalcaba F. H. (2002). *Los principios didácticos en la enseñanza*. Recuperado el 26 de diciembre del 2005 en: <http://www.uag.mx/63/a21-02.htm>
- Salinas, J. (1997). Nuevos ambientes de aprendizaje para una sociedad de la información. *Revista Pensamiento Educativo*, 20, 81-104
- Salinas, J. (1999). ¿Qué se entiende por una institución de educación superior flexible? En Cabero, J. (Ed.). *Las Nuevas tecnologías para la mejora educativa*, 451-466. Sevilla, España: Editorial Kronos.
- Sanchez, C. (1982). *Análisis Matemático (Tomo I)*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- Schoenfeld, A. (1985). Ideas y tendencias en la resolución de problemas, En *La enseñanza de la Matemática a debate*. Madrid, España: M.E.C.
- _____ (1987). Cognitive science and mathematics education: an overview. En A. H. Schoenfel (Ed.), *Cognitive science and mathematics education*. London: LEA, 1-32.
- Sierpinska, A. (1991). Some remarks on understanding in mathematics, Versión revisada del trabajo presentado al *Canadian Mathematics Education Study Group*, Vancouver.
- _____ (1993). *Criteria for Scientific generality and relevance in the Didactics of Mathematics*. En Nissen and Bomhoj (Eds), 35-74. Roskilde University, IMFLER, Denmark.
- _____ (1994). *Understanding in mathematics*. London: The Falmer Press
- Sierpinska y Lerman (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En: A. J. Bishop et al. (eds.). *International Handbook of Mathematics Education*, 827-876. Dordrecht, HL: Kluwer
- Silvestre, M. (1999). *Aprendizaje educación y desarrollo*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

- Silvestre, M y cols. (1993). *Una concepción didáctica y técnicas que estimulan el desarrollo intelectual*. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, Cuba.
- Silvestre, M y Rico, P. (1997). *El proceso de enseñanza aprendizaje*, Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, Cuba.
- Silvestre, M y Zilberstein, J. (2000). *Aprendizaje y enseñanza desarrolladora*. Ciudad de México, México: Editorial CEIDE.
- Socas (1999). *Didáctica de las Matemáticas. La innovación y la investigación*. Recuperado el 15 de septiembre del 2003 en:
www.docentes.uacj.mx/flopez/Cursos/Didactica/lainnovacionylainvestigacion.htm
- Spivak, M (1970). *Cálculo Infinitesimal*. Madrid, España: Editorial Reverté, S.A.
- Talízina, N. (1984). *Conferencias de la Educación Superior*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.
- _____ (1992). *La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares*. México: Editorial: Ángeles Editores S.A.,
- Tall, D. (1991). *Intuition and Rigour: The role of visualization in the Calculus*.
- Torres, A (2003). Internet y la Investigación en Educación Matemática. En *IV Jornadas de Innovación Docente*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- Torres, A y R. Hing (2002). La enseñanza a través de la resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento en los estudiantes universitarios. *CD Memorias de la 3ra Convención Internacional de Educación Superior, febrero del 2002, La Habana, Cuba*.
- _____ (2003). Motivación e intereses profesionales en el primer curso universitario: necesidades de cambio en el contrato didáctico. *CD Memorias de la II Conferencia Internacional Problemas Pedagógicos de la Educación Superior, UCLV, Cuba, Julio 2003*.
- Torres A y Martínez D. (2003) Uso de Internet en la formación de matemáticos: una perspectiva integradora. *CD Memorias de la II Conferencia Internacional Problemas Pedagógicos de la Educación Superior, UCLV, Cuba, Julio 2003*.
- Torres A, Martínez D. (2004). *Enfoques y Metodologías de la Investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Santa Clara, Villa Clara, Cuba: Ediciones UCLV, Cuba.
- Triana, J. (2001). *El proceso de transformación de la Secundaria Básica Cubana*. Documento inédito. Universidad Central de las Villas. Santa Clara. Cuba.

- Trouche, L. (2002). Une approche instrumentale de l'apprentissage des mathématiques dans des environnements de calculatrice symbolique, en Guin y Trouche (Coords.), *Calculatrices symboliques: Transformer un outil en un instrument du travail mathématique: un problème didactique*, Grenoble: La Pensée Sauvage, Éditions, (187-213).
- Turégano P. (1993). *De la noción de área a su definición*. Santander, España: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.
- _____ (1998), Del área a la integral. Un estudio en el contexto educativo, *Enseñanza de las Ciencias*, 16 (2), 233-249.
- UNESCO (1998). Declaración mundial sobre la Educación Superior en el siglo XXI: Visión y acción. *Conferencia Mundial de Educación Superior*. Material extraído de http://www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm#declaracion
- _____ (2001) *Conferencia Internacional de Expertos sobre la Enseñanza de las Ciencias, la Tecnología y las Matemáticas en pro del Desarrollo Humano*, Goa, India, 20-23 de febrero de 2001, Material recuperado en www.unesdoc.unesco.org/
- Valdés, C. y Sánchez, C. (2006) *Introducción al Análisis Matemático. Apuntes para un libro de texto del Plan de Estudios D de la Licenciatura en Matemática*, Universidad de La Habana, material digitalizado.
- Valiente B (2000). *Didáctica de las Matemáticas: El libro de los recursos*. Madrid, España: Editorial La Muralla.
- Vazco C.E. (1998). Visión de conjunto de la pedagogía de las Matemáticas como disciplina en formación. En *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, Volumen VII, No 1, Mayo 1998. Revista oficial del Convenio Escuela Regional de Matemáticas, Colombia.
- Vergnaud, G. (1988). Why is psychology essential? Under which conditions?. En: H.G.Steiner y A. Vermandel (Eds), *Foundations and Methodology of the discipline Mathematics Education*. Proceeding 2nd TME- Conference. Bielefeld - Antwerp.
- Vergnaud, G. (1990a). Epistemology and psychology of mathematics education. En: P.Nesher & J. Kilpatrick (Eds), *Mathematics and cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- _____ (1990b). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 10, n. 2,3, 133-170.
- Vygotsky, L. S (1934) *Pensamiento y lenguaje*. La Pléyade, Buenos Aires.

_____ (1981) *Pensamiento y lenguaje*. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Pueblo y Educación.

Villari, A. y O. De Carvalho. (1995). Conflictos cognitivos, experimentos cualitativos y actividades didácticas. *Enseñanza de la Ciencias*, Vol. 13, No 3, 279-294

Wilhelmi, M. R.; Godino, J.D. y Font, V. (en prensa). Bases empiriques de modèles théoriques en didactique des mathématiques: réflexions sur la théorie de situations didactiques et le point de vue ontologique et sémiotique. Actas del *Colloque International Didactiques : quelles references epistemologiques ?*, Bordeaux, France.

Wittgenstein, L. (1953). *Philosophical investigations*. Oxford: Basil Blackwell.

Zardoya, R. (2000). *Acerca del método de exposición de la teoría del pensamiento*, Versión corregida de la conferencia introductoria del curso Teoría del pensamiento en la Maestría de Ciencias de la Educación Superior, Universidad Estatal de Goiás, Brasil.

Zilberstein, J. (1996). *Procedimientos didácticos que propician un aprendizaje desarrollador en la asignatura Ciencias Naturales*. Tesis presentada en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Ciudad de La Habana

----- (1998). ¿Conoce usted qué tendencias actuales existen en el aprendizaje escolar? ¿A cuál se adscribe su quehacer didáctico diario?, En Desafío Escolar, *Revista Iberoamericana de Pedagogía*, año 2, 3-6.

Zilberstein, J. y cols. (1999). *Didáctica integradora de las ciencias vs didáctica tradicional. Experiencia cubana*. Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño. Ciudad de La Habana, Cuba: Editorial Cátedra UNESCO en Ciencias de la Educación.

Anexo 1
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
CARRERA DE MATEMÁTICA
PLAN DE ESTUDIO “D”
MODELO DEL PROFESIONAL

La carrera de Matemática tiene por objetivo fundamental la formación de un profesional de perfil amplio, con un alto nivel de compromiso social y espíritu solidario, técnica y científicamente capacitado para actuar de manera independiente y creadora en la resolución de una serie de problemas comunes que surgen en las más variadas esferas de la práctica social, mediante la aplicación de los métodos y modelos matemáticos.

MODO DE ACTUACIÓN PROFESIONAL.

La actividad profesional del matemático de perfil amplio se puede caracterizar por las siguientes **HABILIDADES PROFESIONALES**:

Participar en la construcción de modelos matemáticos para la resolución de problemas reales, en colaboración con especialistas de otras profesiones;

Participar en la elección de los métodos matemáticos adecuados a la investigación de los modelos construidos;

Participar en el desarrollo de la investigación de los modelos construidos y los cálculos aproximados necesarios, auxiliándose para ello de los sistemas de programación matemática de uso profesional;

Analizar los resultados obtenidos y participar en la discusión colectiva conducente a la interpretación real de los mismos.

Asesorar a otros profesionales en la aplicación de modelos y métodos matemáticos de su conocimiento;

Impartir cursos de matemática en el nivel superior de educación, habiendo recibido previamente la preparación pedagógica necesaria.

El cumplimiento de estas actividades puede dar lugar a la formulación de problemas teóricos de la ciencia matemática, cuya resolución implique un enriquecimiento de la misma.

CAMPOS DE ACCIÓN DEL PROFESIONAL.

Siendo el objeto de trabajo de este profesional los modelos y métodos matemáticos; objetos de naturaleza abstracta con cuya ayuda se hace posible actuar transformadoramente sobre la realidad objetiva que pretenden modelar, podemos identificar los **CAMPOS DE ACCIÓN** de esta carrera con las distintas ramas de la ciencia matemática que forman parte de sus disciplinas académicas.

ESFERAS DE ACTUACIÓN PROFESIONAL.

Más difícil resulta delimitar las esferas de actuación de este profesional, ya que la naturaleza misma de la ciencia matemática hace posible su aplicación para la resolución de problemas que surgen prácticamente en todas las esferas de la producción material y espiritual de la sociedad. Al mismo tiempo, las formas de aplicación de la matemática en cada una de esas esferas tiene su especificidad, de donde resulta que los matemáticos que trabajan en las aplicaciones de la matemática a una esfera determinada de la realidad, ya

por ese hecho adquieren una relativa especialización, hacen uso más frecuente de unos métodos matemáticos que de otros y se ven obligados también a asimilar el lenguaje inherente a la problemática de que se trate.

Estas circunstancias imprimen un carácter especial a la concepción del matemático de perfil amplio, que se debe entender como un profesional apto para resolver una serie de problemas comunes a varias esferas de actuación, pero al mismo tiempo investido de algunos elementos de especialización que lo hagan potencialmente capaz de adquirir posteriormente la especialidad requerida para la resolución de problemas más complejos.

OBJETIVOS GENERALES DE LA CARRERA DE MATEMÁTICA:

OBJETIVOS EDUCATIVOS:

1. Estar identificado con los intereses de la nación cubana y ser un fiel continuador de las tradiciones patrióticas y revolucionarias de nuestro pueblo. Actuar consecuentemente en función de los intereses de la sociedad, por encima de los intereses y preferencias individuales.
2. Defender la patria con la convicción de que ello constituye el más grande honor y el deber supremo de cada cubano, apoyándose en sus motivaciones y convicciones patrióticas e internacionalistas.
3. Establecer correctamente la relación entre el saber matemático y la realidad objetiva; en particular, el carácter reflejo de los modelos matemáticos con respecto a los fenómenos reales que ellos representan.
4. Aplicar sus conocimientos y habilidades profesionales al desarrollo de la nación cubana, coadyuvando a la racionalidad económica y contribuyendo con su actuación profesional al cumplimiento exitoso de los planes de desarrollo sostenible de nuestro país, garantizando la relación adecuada entre la corrección de los modelos y métodos matemáticos utilizados y los criterios de economía de tiempo y recursos materiales y humanos necesarios para la instrumentación de dichos modelos y la obtención de los resultados esperados.
5. Actuar con honradez, modestia, honestidad intelectual, valentía en la defensa de los ideales revolucionarios y de los resultados científicos y técnicos de su trabajo profesional. Ser veraz en la aplicación de los conocimientos matemáticos y en la modelación de fenómenos reales, guiándose siempre por el criterio de la comprobación práctica de sus resultados.
6. Percibir la elegancia y la armonía implícitas en las teorías y métodos matemáticos, y esforzarse por descubrirlas y exponerlas en la expresión oral y escrita de sus modelos y en la interpretación de sus resultados.
7. Adquirir el hábito de elevar constantemente su nivel político-ideológico, su cultura integral y su preparación matemática, tanto de forma autodidacta, como mediante las formas institucionalizadas de educación permanente.
8. Poseer un desarrollo físico que contribuya a un buen estado de salud física y mental, así como el hábito de la práctica sistemática de ejercicios físicos y deportes, que favorezcan su rendimiento intelectual máximo.

OBJETIVOS INSTRUCTIVOS:

1. Construir modelos matemáticos que describan idealmente distintos aspectos del comportamiento de los procesos reales, en condiciones de una serie de suposiciones de idealización o simplificación, establecidas conjuntamente con especialistas de otras profesiones, sobre la base de los datos experimentales obtenidos y de acuerdo con las leyes naturales que rigen los fenómenos estudiados.
2. Aplicar los resultados fundamentales de la teoría de las probabilidades y la estadística, los métodos de optimización y la matemática discreta, la teoría de las ecuaciones diferenciales, la teoría de las ecuaciones integrales, la teoría de funciones y el análisis funcional y el álgebra, para la deducción de conclusiones cuantitativas y cualitativas sobre los fenómenos físicos, mecánicos, químicos, biológicos, socioeconómicos o de otra naturaleza, susceptibles de ser estudiados con la ayuda de dichas teorías.
3. Aplicar los métodos de cálculo aproximado (numéricos o funcionales, según convenga a la situación en estudio), que permitan hacer uso en la práctica de los principios fundamentales de las teorías matemáticas que forman parte de las disciplinas de la carrera.
4. Programar en un lenguaje de programación y orientado a objetos; tener nociones sobre el trabajo en redes y hacer uso de los paquetes de programación matemática que contribuyan a obtener soluciones simbólicas, gráficas y numéricas de los problemas sometidos a estudio, así como simulación de los mismos mediante modelos computacionales.
5. Luego de recibir la preparación pedagógica necesaria, impartir docencia de cursos básicos de las disciplinas matemáticas que se cursan en las diferentes carreras de la educación superior.
6. Consultar y procesar información científico-técnica en el campo de la matemática o en las disciplinas científicas relacionadas con los problemas reales sometidos a análisis, tanto en español como en inglés, en forma independiente. Utilizar eficientemente las facilidades de INTERNET y otros medios para la comunicación y el acceso a la información.
7. Bajo la orientación científica y metodológica de profesionales de mayor experiencia, generalizar los conocimientos y habilidades adquiridos durante la educación pregraduada, mediante la resolución de problemas matemáticos cuyo grado de complejidad se corresponda con el nivel de la preparación alcanzada en la carrera.
8. Ser capaz de exponer en forma oral y escrita, con claridad y precisión, los resultados, conclusiones y recomendaciones de sus investigaciones y trabajos de desarrollo, mediante la elaboración de informes técnicos, reportes de investigaciones, ponencias, artículos científicos y monografías. Con este propósito, utilizar paquetes profesionales de programas de computación de uso general, fundamentalmente procesadores de textos, hoja electrónica y procesadores gráficos.

Anexo 2

Distribución del fondo de tiempo, tipo de evaluación de cada asignatura en el primer año de la carrera Licenciatura en Matemática

ASIGNATURA	SEMESTRE	FONDO DE TIEMPO	CONTROL FINAL	CARÁCTER DISCIPLINA
Introducción a la Matemática	1	104 horas	Trabajo de curso	Integradora
Análisis M. I	1	80 horas	Examen final	Básica
Álgebra I	1	96 horas	Examen final	Básica
Programación y Algoritmos I	1	128 horas	Examen final	Básica
Análisis M. II	2	128 horas	Examen final	Básica
Álgebra II	2	96 horas	Examen final	Básica
Geometría Analítica	2	80 horas	Examen final	Básica
Seminario de Problemas. I	2	32 horas	Trabajo de curso	Integradora
Inglés I y II	1 y 2	64 horas (c/u)	Sin examen final	Formación General

Anexo 3

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
CARRERA DE MATEMÁTICA
PLAN DE ESTUDIO "D"**

PROGRAMA DE LA DISCIPLINA: ANÁLISIS MATEMÁTICO

I. DATOS PREMILINARES Y FUNDAMENTACIÓN DE LA DISCIPLINA

ASIGNATURA	AÑO	FONDO DE TIEMPO	CONTROL FINAL	CARÁCTER
Análisis Mat. I	1	80 horas	Examen final	Básica
Análisis Mat. II	1	128 horas	Examen final	Básica
Análisis Mat. III	2	128 horas	Examen final	Básica
Análisis Mat. IV	2	128 horas	Examen final	Básica
Temas Clásicos del Análisis Matemático		64 horas	Trabajo de curso	Optativa (UH)

La introducción del Análisis Matemático en los cursos ordinarios de los Centros de Educación Superior se convirtió en algo común a comienzos del siglo XIX.

En Cuba no es hasta la segunda mitad del siglo XIX, que al reorganizarse la enseñanza universitaria, crearse la Facultad de Ciencias y tomar posesión del cargo de Presidente de la Facultad el sabio cubano Felipe Poey, que se comienza bajo su influencia a impartir un curso de un año de "Cálculo Diferencial e Integral".

Ya en el siglo XX es de destacar la meritoria labor del Dr. Pablo Miquel y Merino en la impartición de esta disciplina y en la elaboración del libro "Cálculo Diferencial e Integral" el cual fue utilizado como texto básico durante más de 20 años, no solo en Cuba sino también en otros países de América Latina.

Con la reforma Universitaria de 1962 se comienza la formación de especialistas matemáticos a través de la Licenciatura en Matemática, donde se imparten de forma sistemática cursos de Análisis Matemático en los dos primeros años de la especialidad.

Los contenidos fundamentales de estos cursos, que son similares a los estudiados en la mayoría de las universidades del mundo, se mantienen en la actualidad. Sin embargo se han realizado y se realizan reajustes significativos en relación con la forma de su impartición. De esta manera pretendemos que los métodos de enseñanza del Análisis Matemático evolucionen en concordancia con el desarrollo de la Educación Superior. A partir del año 1982 comienzan a aparecer textos de autores cubanos que se mantienen actualmente como

literatura básica de la disciplina. La experiencia, de más de 20 años, en el uso de estos textos nos ha permitido apreciar adecuadamente sus fortalezas y debilidades y, por tanto, es oportuno revisarlos y adecuarlos.

Es ampliamente reconocido que el Análisis Matemático es una disciplina básica de larga tradición en la formación del matemático, tanto en nuestro país como internacionalmente. Por una parte, sus contenidos son indispensables para el desarrollo de prácticamente todas las disciplinas matemáticas de la carrera. No menos importante resulta su influencia para desarrollar en el estudiante las capacidades de generalización y abstracción, el razonamiento lógico, la ayuda que brinda a lograr expresar clara y precisamente las ideas y a la comprensión de la necesidad del rigor lógico en las demostraciones matemáticas.

Por otra parte, las herramientas desarrolladas en el Análisis Matemático tienen aplicación directa o indirecta en todas las ramas de la Matemática, de la Ciencia y la Técnica. En los contenidos de esta disciplina se encuentra el germen de teorías matemáticas estudiadas en asignaturas de los años superiores y que son el punto de partida para el desarrollo de investigaciones de actualidad en temas de Teoría de Funciones y Análisis Funcional, Ecuaciones Diferenciales, Control Optimal y Teoría de Probabilidades y Estadística Matemática, por mencionar solo algunas.

II. OBJETIVOS GENERALES (EDUCATIVOS E INSTRUCTIVOS) DE LA DISCIPLINA

1. Conocer el surgimiento y desarrollo histórico de los conceptos límite, derivada e integral así como las necesidades internas y externas a la matemática que motivaron las sucesivas generalizaciones.
2. Enunciar e interpretar los conceptos topológicos básicos en \mathbb{R}^n y aplicarlos en el análisis de funciones definidas sobre conjuntos de \mathbb{R}^n .
3. Definir e interpretar los conceptos límite y continuidad de funciones definidas entre subconjuntos de \mathbb{R}^n . Además, saber calcular límites y determinar la continuidad de funciones reales de una y varias variables.
4. Definir e interpretar los conceptos básicos del cálculo diferencial para funciones entre subconjuntos de \mathbb{R}^n . Además, aplicar estos conceptos a la investigación del comportamiento de funciones expresadas en diversas formas analíticas.
5. Definir, interpretar, calcular y aplicar el concepto de integral de Riemann de funciones definidas en \mathbb{R}^n .
6. Definir y analizar el concepto límite uniforme y aplicarla al análisis de funciones representadas por series funcionales o integrales que dependen de un parámetro.
7. Definir, analizar y aplicar algunos conceptos básicos del análisis armónico clásico e interpretar su realización en los sistemas trigonométrico y exponencial.
8. Utilizar algunos de los programas existentes (MATLAB, MAPLE, MATHEMATICA) para el cálculo de límites, derivadas integrales, etc., como herramienta de trabajo en la disciplina.

9. Reproducir demostraciones de proposiciones matemáticas estudiadas y elaborar demostraciones muy simples de proposiciones que se apoyen en los resultados y métodos estudiados en la disciplina.
10. Conocer las interrelaciones del Análisis Matemático con las diferentes disciplinas del plan de estudio. En particular, algunas aplicaciones sencillas a la resolución de problemas geométricos, de mecánica, de optimización, etc.

III. CONTENIDOS BÁSICOS DE LA DISCIPLINA

▪ CONOCIMIENTOS ESENCIALES A ADQUIRIR

Origen de las funciones elementales básicas, sus propiedades fundamentales y relaciones entre ellas.

Problemas relacionados con la búsqueda de tangentes. Introducción heurística de las derivadas y los diferenciales. Propiedades de las derivadas y diferenciales.

Introducción heurística de la serie de Taylor. Análisis geométrico de las curvas y problemas de extremos.

Introducción heurística al problema inverso de la tangente. Determinación de áreas y de otras magnitudes geométricas y físicas. Cálculo de primitivas. Integración de algunas funciones en términos de las funciones elementales. Cálculo aproximado de integrales.

El conjunto de los números reales. Conjuntos numéricos. Representación decimal. Acotación.

Sucesiones y series numéricas. Sucesiones convergentes y sus propiedades. Sucesiones monótonas. Punto de acumulación. Teoremas de Bolzano-Weierstrass y de Bolzano-Cauchy. Convergencia de una serie numérica. Condiciones necesarias y condiciones suficientes. Convergencia absoluta y condicional.

Diferentes formas de definir límite y continuidad de una función. Propiedades de los límites y de las funciones continuas en un punto. Uso de equivalentes. Propiedades de las funciones continuas en un intervalo: Alcance de los valores intermedios, acotación y continuidad uniforme.

Definiciones de derivada y diferencial de funciones. Justificación de las propiedades de las funciones derivables. Teoremas básicos del cálculo diferencial: Teorema de Rolle, de Lagrange, fórmula y serie de Taylor. Estudio del crecimiento y la convexidad de las funciones.

Definición de integral según Riemann de una función definida sobre un intervalo acotado. Condiciones necesarias y suficientes de integrabilidad. Integrabilidad de una función continua y de las funciones monótonas. Propiedades de las funciones integrables. Teorema fundamental del cálculo y su aplicación a las fórmulas de integración por partes y cambio de variable.

El espacio normado IR^n . Conjuntos abiertos y cerrados. Límite y continuidad de funciones definidas entre subconjuntos de IR^n . Compacidad y conexidad en IR^n . Propiedades de las funciones continuas sobre conjuntos conexos y compactos de IR^n .

Diferenciabilidad de una función entre subconjuntos de \mathbb{R}^n . Derivadas parciales y según una dirección de funciones de varias variables. Condición suficiente de diferenciabilidad. Propiedades de las funciones diferenciables. Fórmula de Taylor. Extremos absolutos, relativos y condicionados de funciones de varias variables.

Teorema sobre la determinación local de una función implícita dada mediante una o varias ecuaciones funcionales. Teorema sobre la inversa de una función entre subconjuntos de \mathbb{R}^n .

Integral de una función acotada sobre un subconjunto de \mathbb{R}^n con frontera de contenido cero. Propiedades. Condiciones necesarias y suficiente de integrabilidad. Reducción a integrales iteradas. Cambio de variables. Curvas en \mathbb{R}^n . Longitud de arco. Integrales curvilíneas. Teorema de Green. Aplicaciones de la integral curvilínea. Condiciones para la independencia de la trayectoria.

Sistematización del estudio de las series numéricas. Convergencia puntual y uniforme de sucesiones y series de funciones. Condiciones suficientes para la convergencia uniforme de series. Propiedades de una función representada por una serie. Series de potencias. Propiedades de las funciones representadas por series de potencias. \mathbb{R}^n como espacio normado completo. Equicontinuidad y principio de compacidad de familias de funciones continuas.

Serie de Fourier de una función de cuadrado integrable. Condiciones suficientes de convergencia de la serie de Fourier. Sumación de las series de Fourier. Sistemas ortogonales de funciones. Sistema trigonométrico y exponencial. Convergencia en media cuadrada, desigualdad de Bessel e identidad de Parseval. Integración y derivación término a término de una serie trigonométrica de Fourier. Análisis de la velocidad de convergencia.

Funciones representadas por integrales paramétricas. Límite uniforme de una función que depende de un parámetro. Definición de integral impropia. Propiedades y condiciones suficientes de convergencia. Convergencia uniforme de integrales impropias que dependen de un parámetro. Propiedades de las funciones representadas mediante integrales propias o impropias. Aplicación al estudio de algunas funciones especiales. Funciones Gamma y Beta. Integral de Fourier. Propiedades básicas de la transformación de Fourier y algunas de sus aplicaciones.

▪ **HABILIDADES PRINCIPALES A DOMINAR**

Aplicación de las definiciones y propiedades de las funciones elementales básicas para obtener nuevas propiedades de ellas.

Cálculo de derivadas y diferenciales de funciones elementales. Aplicación de las derivadas para el análisis del comportamiento de una función de variable real. Uso del polinomio de Taylor de una función. Resolución de problemas sencillos de optimización.

Cálculo de primitivas y la integral definida de funciones mediante el uso de los métodos de integración por partes y cambio de variables. Cálculo de algunas magnitudes geométricas y físicas mediante la integración.

Determinación del supremo, ínfimo y puntos de acumulación de conjuntos de números reales. Análisis de la convergencia de sucesiones y series numéricas sencillas.

Cálculo de límites y análisis de la continuidad de funciones elementales. Aplicación de las propiedades de las funciones continuas en la demostración de algunas propiedades sencillas.

Resolución de problemas que conducen a la aplicación de las propiedades básicas de las funciones diferenciables de una variable.

Determinación de la integrabilidad (Riemann) de funciones. Resolución de problemas que conducen a la integral de Riemann.

Determinación de conjuntos abiertos y cerrados, puntos acumulación e interiores de subconjuntos de \mathbb{R}^n . Cálculo de límites y determinación de la continuidad de funciones de varias variables. Utilización de las propiedades de las funciones continuas en la demostración de algunas propiedades sencillas.

Cálculo del diferencial de una función de varias variables en un punto. Cálculo de derivadas de funciones compuestas de varias variables. Determinación del polinomio de Taylor y algunas aplicaciones de éste. Cálculo de derivadas y diferenciales de funciones dadas implícitamente. Cálculo de las derivadas de inversas de funciones. Determinación de extremos absolutos, relativos y condicionados.

Determinación de la integrabilidad de una función sobre un subconjunto de \mathbb{R}^n . Cálculo de integrales múltiples en los casos mediante integrales iteradas o el uso de cambio de coordenadas. Cálculo de área de figuras planas y de volúmenes de sólidos, así como de algunas magnitudes físicas. Cálculo de integrales de curvilíneas y de algunas magnitudes físicas relacionadas. Uso del Teorema de Green y análisis de la independencia de la trayectoria para una integral curvilínea.

Análisis de la convergencia de series e integrales impropias. Análisis de la convergencia uniforme de sucesiones y series de funciones. Determinación de la posibilidad de derivar a integrar término a término. Uso de estas propiedades en la solución de problemas sencillos. Determinación del radio de convergencia de una serie de potencias. Desarrollo en serie de potencias de una función. Aplicación de los desarrollos en serie.

Obtención del desarrollo de Fourier de una función periódica respecto al sistema trigonométrico. Análisis de la convergencia (puntual, uniforme y en la media) de los desarrollos a la función. Uso de la derivación e integración término a término de una serie de Fourier. Aplicaciones sencillas de la igualdad de Parseval.

Determinación de la convergencia uniforme de integrales impropias paramétricas. Análisis de las propiedades de funciones representadas por integrales paramétricas propias e impropias. Aplicación al cálculo de integrales y al estudio de algunas funciones especiales. Cálculo y algunas aplicaciones sencillas de la integral y transformada de Fourier.

- **VALORES FUNDAMENTALES DE LA CARRERA A LOS QUE TRIBUTA**
1. Contribuir a que los alumnos puedan establecer correctamente la relación dialéctica entre un modelo matemático y los fenómenos reales que este representa, a través de la explicación del surgimiento histórico de los conceptos básicos de la disciplina y su vinculación con la práctica social.
 2. Contribuir a crear la habilidad de aplicar los conocimientos adquiridos en la disciplina a problemas de otras disciplinas matemáticas u otras ciencias.
 3. Saber analizar con objetividad la solución dada de un problema, siendo capaz de valorarla críticamente y estudiar sus posibilidades de generalización.
 4. Contribuir a desarrollar la capacidad de percibir la elegancia y la armonía implícitas de las teorías y métodos matemáticos, poniendo de relieve la interrelación de la disciplina Análisis Matemático con otras disciplinas del plan de estudio.
 5. Comprender la importancia y ventajas de la utilización de la computación en contenidos de la disciplina.

IV. INDICACIONES METODOLÓGICAS GENERALES PARA SU ORGANIZACIÓN

Teniendo en cuenta que la disciplina Análisis Matemático es de carácter básico y que comienza a impartirse en el 1er. año de estudio, consideramos conveniente hacer las observaciones siguientes:

La asignatura Análisis Matemático I se ha concebido en este Plan D como una introducción y una motivación a los temas clásicos de esta disciplina. En ella se pretende familiarizar a los estudiantes con los problemas que históricamente determinaron la aparición de los conceptos y algunas de las herramientas usadas para su solución, sin recurrir para ello al formalismo matemático contemporáneo. Se utilizará una forma de enseñanza heurística, similar a la manera de investigación de estos temas en los siglos XVII y XVIII, comentando, cuando sea pertinente, las contradicciones a las cuales puede dar lugar este enfoque y cómo ellas han sido superadas en las teorías contemporáneas. Con tal metodología se pretende que el alumno comprenda la necesidad de la justificación lógica y formal que ha alcanzado la presentación del análisis matemático en la época actual. Por esta razón no se realiza un estudio previo de los conjuntos numéricos ni de los conceptos límite y continuidad, todos ellos surgidos con posterioridad, en el siglo XIX. La formalización de estos conceptos y la demostración rigurosa de los teoremas se realizarán gradualmente en las asignaturas II, III y IV.

Las conferencias deben concebirse de modo tal que no sólo introduzcan los nuevos conceptos y métodos, sino que la ejemplificación sea suficiente como para permitir a los estudiantes, de forma independiente, la resolución de ejercicios que no tengan un alto grado de complejidad y estén vinculados al tema de la conferencia. Para esto debe el profesor apoyarse en el texto correspondiente, dejando para estudio independiente algunas cuestiones de índole teórica factibles de ser asimiladas de forma independiente por un estudiante medio.

Para una mayor efectividad de la clase práctica el estudiante debe no sólo tener con suficiente anticipación los ejercicios a discutir en dicha clase, sino que debe haberse familiarizado con el asunto que tratan, aunque no haya llegado a la solución correcta. De esta forma, ciertos tipos de ejercicios que fijan un algoritmo (como por ejemplo, los de derivación según las reglas), pueden ser desarrollados por los alumnos independientemente y no ocupar tiempo en la clase práctica. En ésta deben desarrollarse principalmente aquellos ejercicios que requieran de la elaboración parcial o total del algoritmo de solución (aunque este sea muy sencillo y corto) o que contribuyan a profundizar en los conceptos básicos.

La introducción de nuevos conceptos debe ser motivada por los problemas que muestran la necesidad de esta introducción (en particular son útiles las aplicaciones o interpretaciones físicas y geométricas).

La disciplina Análisis Matemático tiene interrelaciones, con casi todas las disciplinas del plan de estudio, por lo que es imprescindible que ello esté presente en todo su desarrollo, utilizando conceptos y métodos ya impartidos y realizando ejercicios o comentarios sobre la aplicación que encontraran en otras disciplinas.

A modo de sugerencia y como ejemplificación de lo dicho anteriormente podemos, señalar:

- Al estudiar las propiedades de las funciones continuas, integrables o derivables comentar el hecho de que estas clases de funciones constituyen espacios vectoriales.
- Vincular el estudio de como espacio métrico y normado con las asignaturas de Topología y Álgebra III.
- En el estudio de la teoría de la diferenciación de funciones de varias variables y su aplicación al análisis de los extremos relativos, apoyarse de forma efectiva en la teoría de las aplicaciones lineales y formas cuadráticas desarrolladas en la disciplina de Álgebra.
- En el estudio de las integrales de línea realizar las interpretaciones físicas, estableciendo así un vínculo con la disciplina de Mecánica.
- Es de particular importancia en todo el desarrollo de la disciplina señalar las posibilidades de generalización que tienen las teorías estudiadas estableciendo el vínculo con las de la disciplina de Medida, Integración y Análisis Funcional y Teoría de Funciones de Variable Compleja.

Así mismo, debe hacerse referencia de forma sistemática a los métodos aproximados de solución de problemas vinculados con la disciplina y, cuando sea posible, elaborar el algoritmo e incluso llevar a cabo los cálculos con algunos de los programas utilitarios como MAPLE, MATHEMATICA, MATLAB, etc.

Cada Centro de Educación Superior determinara la distribución del fondo de tiempo en conferencias y clases prácticas, aunque se recomienda en los tres primeros semestres enfatizar en la práctica y en el último semestre en el trabajo independiente. Se aconseja también introducir algunos seminarios.

Cuando sea posible es aconsejable el empleo de diferentes medios auxiliares de enseñanza, incluyendo en ello las computadoras personales.

V. PLAN BIBLIOGRÁFICO DE LA DISCIPLINA

Se prevé la confección de Textos Básicos por los Profesores Concepción Valdés Castro y Carlos Sánchez Fernández. Mientras son elaborados los nuevos textos se pueden utilizar los textos básicos usados en el Plan "C" perfeccionado:

1. Análisis Matemático I, Carlos Sánchez Fernández, Editorial Pueblo y Educación, 1982, 336 páginas. (Texto Básico)
2. Análisis Matemático II, Concepción Valdés Castro, Editorial Pueblo y Educación, 1983, 450 páginas. (Texto Básico)
3. Análisis de Funciones de Varias Variables Reales, Concepción Valdés Castro 2006 (Texto básico)
4. Análisis Matemático V, José L. Fernández Muñiz y Graciela de la Torre Molné, Editorial Pueblo y Educación, 1984, 262 páginas. (Texto básico)
5. Análisis Matemático III, José L. Fernández Muñiz y Graciela de la Torre Molné, Editorial Pueblo y Educación, 1982, 310 páginas. (Texto complementario)
6. Análisis Matemático IV, José L. Fernández Muñiz y Graciela de la Torre Molné, Editorial Pueblo y Educación, 1984, 354 páginas. (Texto complementario)

Anexo 4
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
CARRERA DE MATEMÁTICA
PLAN DE ESTUDIO “D”

INDICACIONES METODOLÓGICAS Y DE ORGANIZACIÓN

El plan de estudios “C” de la carrera de Matemática fue el primer modelo teórico, especialmente diseñado para orientar la formación del matemático de perfil amplio. En la versión perfeccionada de dicho plan, se profundizó en la concepción del perfil amplio del profesional, enfatizando en la presencia de los elementos de una relativa especialización, mediante una mayor flexibilidad en la estructura del currículo. En consecuencia, en el plan “C” perfeccionado se incrementó el fondo de tiempo de las actividades de carácter optativo, de manera que el estudiante tuviera una mayor participación en la elaboración de su currículo. Aparecieron así en la estructura del plan las asignaturas optativas y los cursos especializados optativos, al mismo tiempo que la carga docente posibilitaba la elección por el estudiante de otras asignaturas que llamábamos “facultativas”, pero que no tenían necesariamente que desarrollarse en la misma facultad. Al hacer esto, se partía del criterio de que “formación amplia” no significa “enciclopedismo”, pero sí la posesión de una sólida base, conformada por lo **esencialmente necesario** para que el egresado pueda orientarse rápidamente en su ubicación real, en contacto directo con los problemas profesionales concretos. Por consiguiente, son esos conocimientos y habilidades esencialmente básicos para el profesional los que deben ofrecerse con carácter obligatorio, mientras que otros conocimientos y habilidades pueden darse con carácter optativo, dando la posibilidad al estudiante de elegirlos libremente.

Esta breve referencia a la historia de nuestros planes de estudio más recientes nos ilustra cuán cerca estaban esos planes, particularmente el “C” perfeccionado, de las exigencias metodológicas que ahora se plantean por la Dirección de Formación de Profesionales del MES. En consecuencia, la concepción del matemático de perfil amplio se profundizó aún más en la elaboración del plan “D”, de manera que se avanzó más en la definición del carácter esencial de los conocimientos y habilidades básicos del profesional en todas las disciplinas. En la estructura del plan esas disciplinas quedaron conformando el **currículo básico** (y por tanto, obligatorio) para todas las facultades del país donde se cursa la carrera de Matemática.

Los fondos de tiempo de algunas de las disciplinas se redujeron, teniendo en cuenta la definición de los conocimientos, habilidades y actitudes que se consideran esenciales al matemático de perfil amplio. Las competencias más específicas de cada una de ellas formarán parte de las asignaturas optativas de cada disciplina, gracias a lo cual se crean posibilidades para una mayor flexibilidad de los centros de educación superior en la determinación del currículo propio y mayor libertad a los estudiantes en la elección de las actividades lectivas de su preferencia.

Otra característica fundamental de la concepción de la carrera en el plan de estudio “D” es que por primera vez se plantea la reducción de los estudios de la licenciatura a cuatro años, dejando para la educación postgraduada el completamiento de la formación del especialista. Esto es en sí una **concepción nueva**, que apunta hacia la reducción de los plazos de vencimiento de las etapas de formación del especialista, ya que en las condiciones actuales un egresado pocas veces logra vencer en dos años los estudios de la maestría. Pensamos que los centros laborales donde sean ubicados los egresados verán con complacencia la posibilidad de que en un plazo más breve, los graduados que les sean asignados completen su formación en el análisis y la resolución de los problemas de investigación que les sean más urgentes y necesarios. Esto posibilitará, además, la participación más activa de los especialistas que trabajan en esos centros afines a la profesión, en la formación de los profesionales matemáticos en calidad de tutores y profesores de cursos de la maestría. Al mismo tiempo, los profesores de la facultad se verán más compulsados a trabajar en la resolución de problemas de interés para dichas entidades, de manera que la colaboración entre los profesores de la universidad y los especialistas de los centros será cada vez más estrecha.

La estructura general de la carrera de Matemática se organiza verticalmente en las dieciséis disciplinas definidas en el plan de estudio, una de las cuales (Práctica Profesional del Matemático) tiene entre sus objetivos fundamentales establecer las conexiones interdisciplinarias entre las restantes, mediante un conjunto de actividades académicas, laborales e investigativas en cada año de la carrera, componiendo un sistema único integral para la formación del profesional.

Aparte de la flexibilidad interna del programa de cada una de las disciplinas matemáticas básicas, cada facultad tendrá a su cargo la definición de la estrategia a seguir en la puesta en práctica de la disciplina de la Práctica Profesional del Matemático, de manera que todo el tiempo disponible para la determinación del currículo propio se ha asignado precisamente a dicha disciplina. La Comisión Nacional de la Carrera recomienda que, exceptuando el tiempo destinado a los seminarios de problemas, el seminario de investigación, la preparación básica en la didáctica de la educación superior, las prácticas laborales e investigativas y la preparación del examen estatal o de la defensa del trabajo de diploma, el tiempo complementario se dedique a las asignaturas optativas y electivas. Se considera que esto garantizará en la práctica el mayor grado de flexibilidad en la ejecución del plan, tanto desde el punto de vista de los profesores como de los estudiantes.

En tal sentido, se recuerda que las **asignaturas electivas** son aquellas mediante las cuales los estudiantes podrán enriquecer su formación ética y humanística, su cultura ambiental y económica, su conocimiento de la historia del país, el aprendizaje de otras ciencias particulares, la apreciación de las diferentes manifestaciones artísticas, la adquisición de otras lenguas, etcétera. No se trata, necesariamente, de que haya que diseñar asignaturas nuevas, ya que asignaturas similares se imparten normalmente en otras facultades del centro. De lo que se trata es de propiciar que los estudiantes puedan cursar algunas de ellas y tomar en cuenta su desempeño en esas actividades. Por supuesto, el estudiante podrá seleccionar en calidad de electiva alguna de las asignaturas optativas ofertadas por la facultad, pero lo más recomendable es que las elija en un contexto diferente, a fin de garantizar un carácter más integral a su formación.

La flexibilidad interna de los programas de las disciplinas, que permite adecuaciones de cada una de sus asignaturas dentro del contexto de un año académico, posibilita su organización en varias formas (trimestral, semestral o anual). Esto da la posibilidad de organizar diversos gráficos del proceso docente, cuya determinación queda en manos de cada centro. En un anexo se incluye un esquema posible del gráfico del proceso docente para una organización de tipo semestral. La distribución posible de las asignaturas por semestres y años correspondiente a este tipo de organización se expone a continuación:

DISTRIBUCIÓN DE LAS DISCIPLINAS Y SUS ASIGNATURAS POR AÑOS

<i>PRIMER AÑO</i>	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>TOTAL</i>
Introducción a la Matemática	104	0	104
Idioma Inglés I – II	64	64	128
Educación Física I – II	48	48	96
Programación y Algoritmos	64	64	128
Análisis Matemático I-II	80	128	208
Álgebra I-II	96	96	192
Geometría Analítica	80	0	80
Seminario de Problemas I	0	32	32
CANTIDAD DE HORAS DE CLASE:	536	432	968

SEGUNDO AÑO	I	II	TOTAL
Filosofía y Sociedad	64	0	64
Idioma Inglés III-IV	64	64	128
Educación Física III – IV	48	48	96
Análisis Matemático III-IV	128	128	256
Álgebra III-IV	96	96	192
Optimización Matemática I	64	0	64
Teoría de las Probabilidades	0	80	192
Seminario de Problemas II	0	32	32
CANTIDAD DE HORAS DE CLASE:	464	448	912
Práctica Laboral e Investigativa II			80
TOTAL			992
TERCER AÑO	I	II	TOTAL
Economía Política del Capitalismo	40	0	40
Economía Política del Socialismo	0	30	30
Topología	64	0	64
Defensa Nacional	0	48	48
Defensa Civil	0	32	32
Matemática Numérica	64	32	96
Optimización Matemática II	0	64	64
Inferencia Estadística	96	0	96
Funciones de Variable Compleja	80	0	80
Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	96	0	96
Didáctica de la Educación Superior	0	32	32
Seminario de Problemas III	0	32	32
Asignatura Optativa I-II	0	128	128
CANTIDAD DE HORAS DE CLASE:	440	398	838
Práctica Laboral e Investigativa II			80
TOTAL			918
CUARTO AÑO	I	II	TOTAL
Teoría Sociopolítica	32	0	32
Problemas Sociales de la Ciencia y la Tecnología	0	32	32
Medida e Integración	64	0	64
Análisis Funcional	0	64	64
Geometría Diferencial	0	80	80
Historia de la Matemática	64	0	64
Asignatura Optativa III-IV	128	0	128
Asignatura Optativa V-VI	0	128	128
Asignatura Electiva I-II	64	64	128
Seminario de Investigación	16	16	32
CANTIDAD DE HORAS DE CLASE:	368	384	752
Preparación del Examen Estatal o Defensa del Trabajo de Diploma			80
TOTAL			832

El plan de estudio establece el tiempo mínimo que el estudiante está obligado a dedicar a las asignaturas optativas y electivas. Desde luego, cada alumno está en libertad de cursar un número mayor de tales asignaturas, lo que está en dependencia de sus posibilidades individuales para afrontar una carga docente mayor. Al ofertar las asignaturas optativas, se tendrá en cuenta el diagrama lógico estructural de todas las disciplinas, a fin de garantizar el cumplimiento de las relaciones de precedencia entre unas asignaturas y otras. Siempre que se respete el régimen de precedencias y la coincidencia entre el número de horas, las asignaturas optativas podrán cursarse en cualquiera de los semestres (independientemente del año que esté cursando el estudiante).

Por otra parte, las facultades deberán garantizar el cumplimiento de lo establecido en el plan de estudio, acerca del número mínimo de asignaturas optativas que deben ofrecer en cada período académico. Como se recordará, en cada semestre se debe ofertar por lo menos un número de asignaturas optativas y electivas igual al doble del número mínimo de tales asignaturas que está obligado a cursar el estudiante.

La carga docente semanal va disminuyendo, en general, del primero al cuarto año, como corresponde a las normas orientadas por la Dirección de Formación de Profesionales, aunque no siempre se alcanzan los índices establecidos (que en nuestro caso tendrían que ser 26 horas semanales de primero a tercer año y 20 horas semanales en el cuarto año). Al respecto, conviene tener en cuenta que se ha logrado reducir la duración de la carrera a cuatro años, preservando el objetivo de formar un profesional de perfil amplio, y que muchas de las actividades que se consignan tenían modalidad semipresencial ya en el plan de estudio “C” perfeccionado, y lo seguirán teniendo en el plan de estudio “D” (en tal caso se encuentran las asignaturas “Seminario de Problemas I-II-III” y “Seminario de Investigación”). Si a esto se añade que en primero y segundo años las asignaturas de la disciplina de Idioma Inglés tendrán en la modalidad presencial solamente el 50% del total de horas asignado a cada una de ellas, y que muchas de las asignaturas optativas también tendrán formas de organización semipresenciales, se comprenderá que la carga docente semanal que tendrán los estudiantes reducirá el tiempo dedicado a las clases tradicionales, y favorecerá la dedicación a las actividades de trabajo independiente, que es en última instancia el objetivo que persigue el establecimiento de esas normas cuantitativas.

DISTRIBUCIÓN DE CLASES POR SEMESTRES

AÑOS	SEMESTRES	ASIGNAT. BÁSICAS Y OBLIGATORIAS	ASIGNAT. OPTATIVAS	ASIGNAT. ELECTIVAS	CARGA OBLIGAT. SEMANAL
I	1	536	0	0	27
	2	432	0	0	27
II	3	464	0	0	29
	4	448	0	0	28
III	5	440	0	0	27
	6	270	128	0	24
IV	7	200	128	64	24.5
	8	168	128	64	22.5
	TOTALES	2958	384	128	3470

RESUMEN DE LAS ASIGNACIONES DE TIEMPOS POR AÑOS Y POR TIPOS DE DISCIPLINAS:

AÑO	DISCIPLINAS DE FORMACIÓN GENERAL	DISCIPLINAS BÁSICAS MATEMÁTICAS	PRÁCTICA PROFESIONAL DEL MATEMÁTICO	TOTAL DE HORAS
1°	224	608	136	968
2°	288	592	112	992
3°	70	576	272	918
4°	144	192	496	832
T	726	1968	1016	3710

RESUMEN DE LAS ASIGNACIONES DE TIEMPOS POR AÑOS Y POR TIPOS DE ACTIVIDADES:

AÑO	PP.	I	II	PRÁCTICA LABORAL	EXAM. EST. O TRAB. DIPL.	TOTAL HORAS
1	120	416	432	0	0	968
2	0	464	448	80	0	992
3	0	440	398	80	0	918
4	0	392	360	0	80	832
TOTAL	120	1704	1646	160	80	3710

El currículo básico está formado por las disciplinas de formación general (Marxismo Leninismo, Preparación para la Defensa, Educación Física e Idioma Inglés) y las disciplinas matemáticas básicas (Programación y Algoritmos, Análisis Matemático, Álgebra, Geometría y Topología, Matemática Numérica, Optimización, Ecuaciones Diferenciales, Teoría de Funciones de Variable Compleja, Medida e Integración y Análisis Funcional e Historia y Metodología de la Matemática). El tiempo total asignado a unas y otras disciplinas ($726 + 1968 = 2694$ horas) representa aproximadamente el 73% del tiempo total de la licenciatura (3710 horas). El tiempo restante (1016 horas) corresponde a la disciplina de la Práctica Profesional del Matemático. En esta disciplina se han incluido los tiempos para las asignaturas propias (obligatorias y optativas) de cada facultad, además de la “Introducción a la Matemática”, la “Didáctica de la Educación Superior”, los “Seminarios de Problemas”, las “Prácticas Laborales e Investigativas”, el “Seminario de Investigación” y el tiempo de preparación para el examen estatal o la defensa del trabajo de diploma, que

son las formas de culminación de la carrera. De esta manera las direcciones de las facultades tienen a su disposición casi un 27% del tiempo total para la organización de su currículo propio. Ello justifica la necesidad de una estrategia para la más correcta planificación de las actividades de esta disciplina, ya que en buena medida el logro de los objetivos de cada año y de los objetivos generales de la carrera depende de una organización óptima de la disciplina integradora.

Al hacerlo, se tendrá en cuenta que en la estructura del plan de estudio se observan distintos niveles o etapas:

- Una primera etapa de adaptación y familiarización con los objetivos de la profesión, que se inicia con la “Introducción a la Matemática”, se continúa con las asignaturas de las restantes disciplinas y culmina con el Seminario de Problemas I del primer año.
- Una segunda etapa de conocimiento de los campos de acción y de familiarización con las esferas de actuación del profesional, que se desarrolla durante el segundo año, con momentos culminantes en el Seminario de Problemas II y la Práctica Laboral e Investigativa I.
- Una tercera etapa de conocimiento de una esfera de actuación determinada, que se desarrolla durante el tercero y el cuarto años de la carrera, que se concreta durante el Seminario de Problemas III y la Práctica Laboral e Investigativa II del tercer año, y se complementa mediante las asignaturas optativas de tercero y cuarto años y el Seminario de Investigación y las asignaturas electivas de cuarto año.

En cada centro de educación superior se tienen diferentes experiencias acerca de la puesta en práctica de la disciplina integradora.

En la Universidad de Oriente se prefiere orientar la elección de los estudiantes a través de distintos perfiles, que corresponden a las líneas de investigación que mayor desarrollo han alcanzado en la región oriental:

- Modelación matemática mediante Ecuaciones Diferenciales y Métodos Numéricos;
- Álgebra Computacional;
- Estadística y Probabilidades;
- Didáctica de la Educación Superior;
- Teoría de Funciones de Variable Compleja.

A cada una de estos perfiles corresponden varias asignaturas optativas y todos tienen algunas asignaturas comunes que deberán ser elegidas por todos los estudiantes, independientemente de la línea que sea de su preferencia.

Otro tanto ocurre en la Universidad Central de Las Villas, donde se han definido las siguientes líneas de desarrollo para la elección de las asignaturas optativas:

- Métodos Numéricos;
- Física- Matemática;
- Biomatemática.

Al igual que en el caso de la Universidad de Oriente, las asignaturas optativas se adscriben a estas líneas y los estudiantes deben cursar las que correspondan a la línea seleccionada.

En la Universidad de La Habana se prefiere optar por la mayor flexibilidad y libertad (tanto para los estudiantes como para los departamentos docentes encargados de su desarrollo) en cuanto a la elección de las asignaturas optativas y electivas, aunque la orientación de los tutores estará siempre presente en el momento de la elección. La Universidad de La

Habana, en su calidad de centro rector, está en posibilidad de ofrecer asignaturas optativas prácticamente en todas las disciplinas matemáticas básicas de la carrera.

En tablas anexas se relacionan las asignaturas optativas que, desde ya, están en condiciones de ofrecer cada una de las universidades donde se cursa la carrera. Por supuesto, en cada curso académico podrá variarse el repertorio de asignaturas optativas, en correspondencia con el desarrollo científico de la institución y del territorio donde ella se encuentra, que puede plantear demandas de profesionales con una formación específica, para lo cual se podrá utilizar precisamente el fondo de tiempo de la disciplina integradora para sus distintas actividades docentes, laborales e investigativas.

El objetivo fundamental de la asignatura “Introducción a la Matemática” es servir de puente de acceso (o, más bien, rampa de ascenso) a la educación superior y a un estilo de pensamiento y de trabajo didáctico que forzosamente resulta nuevo para los estudiantes de nuevo ingreso a la carrera de Matemática. La evaluación de dicha asignatura se basará, fundamentalmente, en las actividades de control frecuente y parcial que se programarán durante su desarrollo, pero culminará en la elaboración de un trabajo de curso en el cual los alumnos expondrán sus impresiones acerca de cualquiera de los temas desarrollados por los profesores más experimentados de la facultad, en las conferencias que se organizarán con el objetivo de fortalecer la motivación por la profesión. Estas conferencias se programarán durante todo el semestre y los trabajos de curso deberán ser entregados antes de concluir las actividades lectivas del segundo semestre. La aprobación de la asignatura, naturalmente, es un requisito necesario para pasar al segundo año.

Se recomienda dedicar el “Seminario de Problemas I” al aprendizaje de los principios fundamentales de la Estadística Descriptiva, para lo cual se elaborará un material interactivo que facilitará a los profesores y estudiantes la conducción y desarrollo de la actividad.

En el segundo año se aprovechará para introducir en el “Seminario de Problemas II” algunos de los problemas clásicos de la Matemática; no obstante, cada centro de educación puede disponer otras actividades a desarrollar. En cualquier caso, se recomienda programarlas de tal modo que sirvan de preámbulo a la realización de la “Práctica Laboral e Investigativa I”, durante la cual se intentará familiarizar a los estudiantes con las actividades que realizarán después de graduados en los centros laborales afines y unidades docentes adscritas a la facultad. Muchos de los especialistas que laboran en esos centros podrían actuar como orientadores de las actividades propuestas, y las facilidades con que cuentan esas instituciones se aprovecharán para el desarrollo de las mismas. Por ejemplo, cursos sobre el uso de LATEX, MATLAB o MAPLE, pueden ser desarrollados con el apoyo de esos especialistas, en vínculo directo con problemas de investigación o desarrollo que ellos estén realizando.

Para la realización de las actividades de la disciplina de la “Práctica Profesional de la Matemática” durante toda la carrera (y muy especialmente al finalizar el segundo año), es recomendable asignar a cada estudiante un tutor en el departamento docente de su elección, el cual orientará sus actividades laborales e investigativas y lo ayudará en la selección de las asignaturas optativas y electivas, cuyo número mínimo fija el plan de estudio para cada año de estudio.

En el caso de que el estudiante sea ubicado, para la realización de las prácticas laborales, en una institución no universitaria, es recomendable que tenga dos tutores: uno en dicha institución y otro en el departamento docente.

Antes de la terminación del tercer año de estudios (por ejemplo, durante el desarrollo de la Práctica Laboral e Investigativa II), se divulgarán las propuestas de trabajos de investigación que dirigirán los profesores en el curso siguiente, para que los estudiantes puedan escoger los que más les interesen para desarrollar en el marco del Seminario de Investigación del cuarto año. Los especialistas de las unidades docentes y entidades afines a la carrera podrán hacer sus propuestas de tareas de investigación-desarrollo, más aún, sería muy bueno que tales propuestas vinieran de los mismos centros de posible ubicación de los egresados. En los casos en que los graduados asignados a dichos fueran autorizados a cursar la maestría, los temas de investigación que sirvan de base a las tesis correspondientes deberían responder a problemas de investigación de interés para dichas instituciones.

El estudiante participará, preferiblemente, en el seminario especializado que mayor relación tenga con las tareas de investigación asignada por el tutor para el desarrollo del Seminario de Investigación. Si el tribunal evaluador del trabajo de curso presentado por el estudiante en el control final del Seminario de Investigación, lo recomienda para su presentación en calidad de trabajo de diploma, entonces el estudiante trabajará en la redacción definitiva y la preparación para su defensa durante las últimas cuatro semanas del cuarto año. Durante el mismo período, los restantes estudiantes se prepararán para el Examen Estatal de la carrera.

Para la orientación de la preparación de los estudiantes para el Examen Estatal se elaborará un programa sobre los conocimientos, habilidades y actitudes fundamentales, cuya adquisición de forma integral deberá demostrar el estudiante en el momento de su realización. El objetivo del Examen Estatal es comprobar que los estudiantes se han apropiado de las competencias genéricas y específicas de la profesión y son capaces de integrarlas, independientemente de las disciplinas a través de las cuales fueron enseñadas.

Ambas actividades, los Exámenes Estatales y las Defensas de los Trabajos de Diplomas, se desarrollarán durante la última semana del curso. Con dichas actividades concluye el proceso de formación del profesional.

A continuación haremos una serie de consideraciones sobre las estrategias educativas y curriculares específicas y acerca de su integración en el plan único de formación del matemático de perfil amplio.

1. EL INGRESO A LA CARRERA Y LA PERMANENCIA DE LOS ESTUDIANTES.

Desde hace ya varios cursos se viene aplicando un sistema de ingreso a la carrera con requisitos especiales, que ha dado algunos resultados pero aún cabe esperar que sean mejores. Por consiguiente, habrá que seguir investigando sobre el tema para lograr un perfeccionamiento del sistema que contribuya a garantizar una mayor calidad en el ingreso, una mayor permanencia en la carrera y una mejor eficiencia en sus resultados. Mucho tiene que ver en ello la labor de orientación profesional que realizan las tres facultades en sus respectivos territorios, persiguiendo fortalecer la motivación de los estudiantes de la enseñanza media por la profesión del matemático. Abrigamos la esperanza de que la nueva concepción del plan de estudio sea un factor que incline a un mayor número de buenos estudiantes hacia la profesión del matemático.

El plan de estudio "D" ha tenido en cuenta, en su concepción, las dificultades que (aún a pesar de la selección de requisitos especiales que venimos realizando en los últimos años) siguen presentando muchos de los estudiantes que ingresan a la carrera. Por ello se ha

creado la asignatura de **“Introducción a la Matemática”** para servir de puerta de acceso a los estudios de la licenciatura, durante la cual se trabajará para solidificar, fundamentalmente, los aspectos relacionados con el uso de los procedimientos lógicos, a partir de ejemplos que forman parte del contenido usual de la matemática elemental (por lo que no resultarán nuevos para el estudiante), pero sí enfocados desde el punto de vista de la matemática superior. Al mismo tiempo se les instruirá acerca de las características flexibles del plan de estudio de la carrera, para que los estudiantes se habitúen a la idea de que ellos **tienen una gran responsabilidad en la determinación de muchas de las actividades que forman parte de su currículo, y en la elección de su contenido.** Creemos que dar esta responsabilidad a los estudiantes desde el primer contacto con la carrera, constituye un factor decisivo en el reforzamiento de una motivación interna por la matemática, que está en la base de su sentido de pertenencia a la carrera, a la facultad y a la universidad donde transcurra su proceso de formación y que puede contribuir en gran medida a garantizar su permanencia en el centro hasta la culminación exitosa de los estudios. La asignatura se complementará con un sistema de conferencias que desarrollarán los profesores más destacados de la facultad, las cuales revelarán las distintas aristas del trabajo profesional del matemático y en definitiva mostrarán el mundo diverso y fascinante que conforman las ciencias matemáticas y sus aplicaciones. La evaluación de esta asignatura culminará en el segundo semestre, mediante la presentación de un trabajo de curso basado en la conferencia que más les haya interesado de las que escucharon en el primer semestre. De esta manera, aún cuando los resultados alcanzados por los estudiantes al concluir el período propedéutico de cuatro semanas durante el cual se desarrolla la “Introducción a la Matemática” no expresen una superación satisfactoria de las debilidades e insuficiencias reveladas en el diagnóstico realizado al inicio de la carrera, se permitirá continuar en el sistema a todos los estudiantes ya que en las actividades que se realizarán posteriormente cabe esperar una franca recuperación.

Los resultados del diagnóstico inicial serán un indicador importante para el trabajo docente educativo de todas las asignaturas que se desarrollarán posteriormente, que deberá organizarse teniendo en cuenta esas condiciones de partida. Dicho diagnóstico está encaminado, no tanto a verificar si los aspirantes al ingreso tienen tales o cuales conocimientos de la matemática elemental, sino a evaluar la capacidad que tienen para utilizarlos haciendo uso de los procedimientos lógicos fundamentales.

Por ello cabe suponer que el trabajo docente educativo, hecho a partir del diagnóstico, en cada una de las asignaturas, garantice la asimilación progresiva de dichos procedimientos y de los nuevos conocimientos y habilidades que ellas se proponen enseñar. La idea que debe prevalecer es que manteniendo a los estudiantes en el sistema, partiendo de la base de su disposición para trabajar activamente en el proceso de su aprendizaje, cabe esperar un incremento de su permanencia que sea la garantía de un aumento de la eficiencia y de la eficacia de los resultados, tanto al finalizar el primer año como al concluir la carrera.

2. LA EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE DE LOS ESTUDIANTES.

Este es un aspecto neurálgico del proceso docente educativo al cual las facultades deberán prestar suma atención. No se trata solamente de reducir el número de los exámenes tradicionales (que en esta propuesta de plan de estudio se ha logrado fijar en 20 para toda la carrera), porque muchas otras actividades que se diseñen para suplir esa reducción pueden constituir sobrecargas importantes que serán difíciles de vencer por muchos de los estudiantes. Por consiguiente, se impone una cuidadosa planificación de las actividades

evaluativas de tipo frecuente y parcial en cada semestre, a fin de garantizar un balance adecuado de todas ellas que ayude a los estudiantes a lograr una planificación productiva de su tiempo de estudio. Esto debe tenerse en cuenta, sobre todo, cuando se planifiquen trabajos que los estudiantes deberán entregar como requisito para la evaluación final de asignaturas que no tienen examen final.

Los trabajos de curso que se indican en el plan de estudio son los que por su importancia se evaluarán ante tribunales especialmente designados. Dos de las disciplinas matemáticas básicas (Matemática Numérica e Historia y Metodología de la Matemática) tienen tales formas de control final. Los restantes ocho trabajos de curso que tienen esa característica son los de las asignaturas obligatorias de la disciplina “Práctica Profesional del Matemático”, a saber: Introducción a la Matemática, Seminarios de Problemas I-II-III, Pedagogía de la Educación Superior, Seminario de Investigación, Práctica Laboral e Investigativa I-II. En realidad, la mayoría de estos trabajos de curso son en realidad simples “informes” sobre el trabajo desarrollado, en los cuales los estudiantes resumirán los resultados alcanzados en el seminario, la práctica laboral o la investigación, según el caso, y por consiguiente podrán irlos conformando a lo largo del período establecido para la actividad. Particular relevancia tiene el trabajo de curso del “Seminario de Investigación” del cuarto año, ya que el tribunal examinador puede recomendar su preparación como trabajo de diploma durante las cuatro semanas finales del curso, en cuyo caso la defensa de dicho diploma será la culminación de estudios (en lugar del examen estatal).

En muchas otras asignaturas habrá “trabajos de curso”, por ejemplo, en todas las optativas se recomienda proponerlos como base para la evaluación final. Pero en tales casos no necesariamente se organizará un tribunal calificador, simplemente el profesor encargado velará por la adecuación de la tarea asignada a los objetivos de la asignatura y el colectivo del año garantizará una programación balanceada de todos estos trabajos, ya que normalmente pueden coincidir varios en un mismo período lectivo. Muchas de las asignaturas optativas pueden desarrollarse en un tiempo menor de las 64 horas que se les han asignado a todas ellas, precisamente previendo que los estudiantes requerirán ese tiempo para la realización de los trabajos asignados.

3. FORMACIÓN HUMANÍSTICA Y ÉTICA

Aunque los objetivos de formación ética y humanística no se asumen de manera particular por una disciplina específica, de una u otra manera están presentes en todas las disciplinas. En este sentido, el trabajo abnegado, responsable y científicamente fundamentado del profesor de cada asignatura es el mejor modelo de comportamiento para el futuro profesional. De manera que los proyectos integrales de trabajo educativo tendrán como premisa fundamental el cumplimiento de ese propósito. No obstante, determinadas disciplinas tienen un peso específico más importante en la contribución a la formación humanística y ética del matemático de perfil amplio (Preparación para la Defensa, Marxismo Leninismo, Historia y Metodología de la Matemática y Práctica Profesional del Matemático), lo que no excluye que estos objetivos puedan ser recogidos en el contenido de determinadas asignaturas optativas que se ofrezcan a los estudiantes en el cuarto año de la carrera.

En cualquier caso, será recomendable promover la participación de todos los estudiantes en actividades extracurriculares que contribuyan a su formación integral humanística y ética. Con el mismo objetivo se promoverá su asistencia a asignaturas electivas sobre aspectos

tales como Historia de Cuba, Historia de la Ciencia y la Tecnología, Panorama del Arte Cubano y Universal, Apreciación Musical, Historia del Cine y otros similares.

4. LA FORMACIÓN PEDAGÓGICA.

Uno de los objetivos del perfil profesional del matemático de perfil amplio consiste en impartir cursos de matemática en el nivel superior de educación, para lo cual se plantea que el egresado debe adquirir la formación pedagógica necesaria. El curso de Pedagogía de la Educación Superior que se incluye en la disciplina integradora tiene el objetivo de aportar los elementos básicos indispensables para esa formación. Sin embargo, está claro que esa formación necesita ser complementada, no solo durante el proceso de desarrollo de la carrera sino también posteriormente, como parte del período de adiestramiento del egresado o bien como parte de sus estudios de maestría. Durante la carrera pueden organizarse asignaturas optativas con este propósito, por ejemplo, Didáctica de la Matemática, Diseño Curricular, Resolución de Problemas Matemáticos y otras similares, lo que está en dependencia del nivel de desarrollo alcanzado por los grupos de Educación Matemática que actualmente ya existen en las tres universidades donde se estudia la carrera en el país. El Movimiento de Alumnos Ayudantes sigue siendo una magnífica escuela de formación de profesores del nivel superior y en tal sentido las actividades que realizan sus integrantes son una práctica pedagógica insustituible, que contribuirá (como hasta ahora) a fortalecer los aspectos de esta formación pedagógica que recibirán en sus aspectos teóricos fundamentales a través de la asignatura diseñada con ese fin.

5. PREPARACIÓN PARA LA DEFENSA.

Esta disciplina tiene una enorme importancia para la formación de los valores del patriotismo, el humanismo y el internacionalismo; contribuye de manera destacada a la formación de una conciencia de la identidad nacional y de una ética humanística. Por consiguiente, se procurará una organización de sus actividades que garantice el máximo aprovechamiento de los estudiantes, basado en el logro de una motivación interna hacia la disciplina.

También es importante que en las restantes disciplinas, al desarrollar los aspectos de posible aplicación en las tareas de preparación para la defensa, se incluyan ejemplos que ilustren dicha aplicación. Prácticamente todas las disciplinas que tienen que ver directamente con las aplicaciones de la matemática, brindan elementos que son útiles también en las tareas de preparación para la defensa.

Durante el desarrollo de las asignaturas de esta disciplina será conveniente promover la investigación de los estudiantes alrededor de las siguientes interrogantes:

¿De qué manera puede el matemático profesional hacer frente a una situación dada en la defensa?

¿Qué modelos matemáticos pueden ser más aconsejables para aplicar en el caso dado?

A esa altura del desarrollo de la carrera, ellos deben estar ya en condiciones de ilustrar cuáles pueden ser los diversos enfoques de determinadas situaciones problemáticas que se les plantearán. La complejidad de estas situaciones puede aconsejar un tratamiento multidisciplinario, incluyendo el uso de la computación. Por consiguiente, el análisis de situaciones similares puede ser el objeto de estudio de seminarios de esta asignatura y la base para la elaboración de trabajos de curso, en los cuales podría basarse el control final de la asignatura.

No se excluye que algunos estudiantes participen en la resolución de problemas reales relacionados con la Defensa Nacional o la Defensa Civil, y que esos problemas constituyan la base de su práctica laboral o de su trabajo de investigación. De la misma manera, la preparación de cuadros especializados en las tareas de la defensa puede empezar mediante el planteamiento de esos trabajos durante la carrera y puede continuarse en el desarrollo de la maestría, en vínculo con los órganos del país que tienen a su cargo esas actividades.

En tal sentido, es importante desarrollar un trabajo educativo con los estudiantes para motivarlos a participar en las tareas de investigación científica y de desarrollo que se les planteen relacionadas con la resolución de problemas reales planteados por los órganos de la defensa, muchos de los cuales necesitan de un enfoque multidisciplinario y una modelación matemática para su resolución óptima. De esta manera la carrera contribuye a la formación del personal altamente capacitado que requiere el continuo perfeccionamiento y fortalecimiento de la capacidad defensiva del país.

6. MARXISMO LENINISMO

La disciplina se ha integrado en la carrera de manera que se aproveche al máximo su contenido: en segundo año los aspectos filosóficos fundamentales; en tercer año, las bases de la formación económica; y en cuarto año, lo relativo a la teoría sociopolítica y los problemas sociales de la ciencia y la tecnología.

Como ya se explicó anteriormente, en el seminario de problemas de segundo año se propondrá a los estudiantes determinadas investigaciones referativas sobre los problemas clásicos de la Matemática, lo que es una buena oportunidad para poner en práctica el aparato conceptual del marxismo leninismo y contribuir de ese modo a consolidar una concepción científica del mundo. También será conveniente promover la colaboración entre los profesores de marxismo leninismo y los profesores de las restantes disciplinas, particularmente “Historia y metodología de la matemática”, para la realización coordinada de esta actividad.

No se excluye la posibilidad de organizar asignaturas electivas sobre aspectos avanzados de la teoría del marxismo leninismo (Ética, Estética, Problemas filosóficos de la matemática, Lógica y teoría del conocimiento, etc.)

7. LA FORMACIÓN COMPUTACIONAL DE LOS MATEMÁTICOS PROFESIONALES.

Para el matemático de perfil amplio que pretendemos formar, es indispensable el dominio de las técnicas de computación, ya que la aplicación de las matemáticas es inconcebible sin ellas. De la formación de esas habilidades se hacen cargo varias disciplinas del plan de estudio. Los aspectos generales básicos de la computación son objeto de estudio de la disciplina de Programación y Algoritmos, mientras que las disciplinas restantes se encargarán de formar las habilidades para la utilización eficiente de los sistemas de programación matemática. Esta formación se complementará con las habilidades que se adquirirán a través de las actividades desarrolladas en la disciplina principal integradora (Práctica Profesional del Matemático), en la cual, además de la resolución de problemas, se lograrán los objetivos de carácter más general, relacionados con el uso de procesadores de textos y gráficos, el acceso a INTERNET, el uso del correo electrónico, el dominio del programa LATEX. De esta manera, se logrará aprovechar el equipamiento instalado en las

unidades docentes y otras entidades laborales, que con frecuencia suelen ser más avanzado que el de las universidades.

Al igual que en otras disciplinas de la carrera, se ha previsto una serie de asignaturas optativas en la disciplina de Programación y Algoritmos, lo cual responde a las motivaciones e intereses de muchos estudiantes que desean profundizar en el conocimiento de la Ciencia de la Computación.

Para el logro de estos objetivos de la formación de los matemáticos se parte de la base del cumplimiento de la estrategia trazada por la educación superior en materia de computación y nuevas tecnologías para el tratamiento de la información, sin lo cual no sería posible acometer este plan. Y es bueno reconocer que aquí no se trata solamente de un problema de equipamiento. Sistemas de programación matemática tales como MATLAB, MATHEMATICA o MAPLE, son recursos de trabajo usuales hoy día en la mayoría de las universidades, que debemos explotar cada día más. Por consiguiente, el hecho de que las disciplinas que no lo hacían, se estén planteando su aplicación en el nuevo plan, significa un desafío para las generaciones actuales de profesores, muchos de los cuales tendrán que prepararse especialmente para la introducción de esas técnicas en sus clases.

La preparación de los profesores para la elaboración de plataformas docentes interactivas, la redacción de documentos en LATEX y otras facilidades que brinda la computación, es absolutamente necesaria para afrontar las dificultades con la actualización de la bibliografía, ya que la colocación de los materiales docentes en la red permitirá ofrecer a los estudiantes la información científica más reciente de la manera menos costosa y más inmediata. En consecuencia, las direcciones de las facultades propiciarán las vías para que todo el personal docente de la carrera adquiera el dominio de esas técnicas en el menor plazo de tiempo posible.

7. EL DOMINIO DEL IDIOMA INGLÉS Y DE OTRAS LENGUAS.

La mayor flexibilidad del currículo se aprovechará también como una vía para perfeccionar los conocimientos de los estudiantes en el dominio del idioma inglés, por lo que sería conveniente organizar asignaturas optativas dentro de la disciplina de Idioma Inglés, para ofrecerlas a los estudiantes que aprueben los exámenes de suficiencia que se convocan al inicio de cada curso académico.

En realidad, el matemático contemporáneo necesita, como regla, ser capaz de leer literatura científica en varios idiomas, por lo que también sería conveniente motivar a los estudiantes para que elijan cursos de otras lenguas entre las asignaturas electivas del cuarto año. La experiencia indica que muchos estudiantes de la carrera han decidido tomar cursos de francés, alemán y otras lenguas, pero el hecho de que el plan de estudio “D” tenga un fondo de tiempo para incluir esas materias en su currículo, es una garantía para que el objetivo de formar esas competencias se cumpla en la mayoría de los estudiantes.

9. LA FORMACIÓN ECONÓMICA.

Los objetivos de la formación económica, aparte de los principios teóricos fundamentales que son objeto de estudio en las asignaturas de Economía Política del Capitalismo y Economía Política del Socialismo, están recogidos, fundamentalmente, en la disciplina de la Práctica Profesional del Matemático. Principalmente, en las prácticas laborales e investigativas de segundo y tercer años se deberá propiciar el vínculo directo del estudiante con alguna entidad laboral representativa del ejercicio de la profesión, en la cual no solamente se acumularán los resultados investigativos que podrán servir de base al trabajo

de curso del “Seminario de Investigación”, sino también se obtendrá información acerca del desarrollo económico del país (en particular, los aspectos de la esfera de actuación correspondiente a la entidad laboral donde los estudiantes realicen las prácticas laborales). A lo anterior se suma que en varias disciplinas de la carrera se desarrollan modelos matemáticos que tienen gran importancia para la economía, principalmente los modelos de optimización y estadísticos, por lo que no se excluye la posibilidad de organizar asignaturas optativas que profundicen en los aspectos de la modelación matemática en la economía.

10. DIMENSIÓN AMBIENTAL

Al matemático de perfil amplio también le es necesaria una cultura para la preservación del medio ambiente y el cuidado de la naturaleza, ya que su participación puede ser requerida en los grupos multidisciplinarios que se proponen la elaboración de modelos matemáticos que sirvan de base a las acciones encaminadas a preservar el medio ambiente y la naturaleza. Diversas disciplinas de la carrera proveen al futuro profesional del aparato matemático necesario para intervenir en tales proyectos, principalmente las disciplinas de Programación y Algoritmos, Matemática Numérica, Probabilidades y Estadística, Optimización y Ecuaciones Diferenciales. Se trata de fenómenos que requieren de una modelación compleja, en la cual convergen herramientas de varias de estas disciplinas simultáneamente. Como ejemplos de tales situaciones podemos citar los proyectos de descontaminación de bahías, preservación de playas, conservación del equilibrio ecológico en reservas naturales y regiones estratégicas de desarrollo económico, pronósticos de huracanes, pronósticos de epidemias, procesos de fermentación en la industria médica y farmacéutica, cinética química y producción de polímeros, y muchos otros.

En conclusión, será conveniente promover la participación de los estudiantes en asignaturas electivas que se refieran a estos fenómenos de la realidad, que son objeto de estudio de otras ciencias particulares (Física, Química, Biología, etc.). Con ello estaremos propiciando la formación de competencias para la comprensión del lenguaje propio de otros profesionales, lo cual es indispensable para el desarrollo de trabajos en equipos multidisciplinarios y la asesoría a otros profesionales.

11. LA FORMACIÓN EN TÉCNICAS DE DIRECCIÓN

No se incluye explícitamente ninguna asignatura sobre este aspecto, pero en la planificación de las actividades políticas, culturales, deportivas y recreativas intervienen decisivamente las organizaciones estudiantiles, en lo que constituye una magnífica escuela para la formación de competencias para la dirección de grupos y colectivos. De manera que en los planes integrales de trabajo educativo se velará por la participación más amplia de los todos los estudiantes en algunas de estas actividades.

En el mismo género de tareas se insertan las actividades propiciadas por la Batalla de Ideas, que convoca a todo el pueblo, pero muy especialmente a la juventud (en particular, los estudiantes universitarios). La participación de los estudiantes en estas tareas contribuyen a la formación de valores de solidaridad, compromiso ciudadano, responsabilidad social, identidad nacional y otros que están en la base de la preparación del matemático de perfil amplio.

CONSIDERACIONES FINALES

Para concluir, conviene reiterar que la puesta en práctica del plan de estudio “D” de la carrera de Matemática requiere de una concepción radicalmente distinta de la organización del proceso docente educativo en cada período académico y de una actitud siempre renovadora de los métodos de enseñanza. Estos últimos deberán basarse más fuertemente en la participación activa e independiente del estudiante en todas las actividades laborales, académicas e investigativas que se organicen, por lo que el trabajo de los profesores durante el desarrollo de cada una de dichas actividades será preponderantemente orientador.

Con esta óptica, la distribución del tiempo de cada asignatura por las distintas formas organizativas de la enseñanza dará mayor énfasis a las actividades que requieran mayor participación del estudiante. Siempre que las condiciones lo permitan, se ensayarán nuevas formas de enseñanza, más apropiadas para garantizar el logro de los objetivos del proceso. En particular, al incrementarse el número de las disciplinas que harán uso de programas profesionales de computación, se incrementará también el número de actividades de clases en contacto directo con las computadoras personales, por lo cual será necesario planificar más eficientemente los horarios para su utilización.

Será necesario continuar desarrollando investigaciones acerca del contenido de la enseñanza, a fin de seguir perfeccionando, en el sentido de su generalización, el sistema de conocimientos y el sistema de habilidades de cada disciplina. También será necesario proseguir los estudios que ya se han iniciado, acerca de las relaciones entre las asignaturas de un mismo año, correspondientes a distintas disciplinas. Los resultados de estas investigaciones deberán contribuir cada vez más a enseñar lo esencial, sobre cuya base se ha de construir y generalizar; enseñar a aprender, enseñar a actuar y a crear.

Esto se relaciona también con los estudios acerca de los valores que cada disciplina contribuye a desarrollar en los estudiantes, y que en definitiva aportan a la concepción ética del profesional matemático de perfil amplio.

Otro aspecto importante que debe someterse a estudio es el de la evaluación del aprendizaje, a fin de que la organización del sistema de actividades de control de cada asignatura y de cada período académico tenga una base más científica. Al haberse reducido el número de las asignaturas que tienen el examen final como forma de control final, debe velarse por la adecuada planificación y balance de todas las actividades de control frecuente y parcial, así como la adecuación de los trabajos de curso a los objetivos que deben evaluar.

Como se ha explicado anteriormente, muchas de las actividades previstas en el plan de estudio “D” de Matemática tienen por objetivo la formación de competencias para el trabajo en equipos multidisciplinarios, con herramientas provenientes de diversas disciplinas matemáticas. Esto requiere desarrollar una actitud completamente distinta en los profesores encargados de dirigir tales actividades, que muchas veces deberán ser más bien profesores “colectivos” que individuales; en otras palabras, la participación de profesores de diversas disciplinas y especializaciones será necesaria en tales colectivos.

Así, a la concepción tradicional del profesor y del investigador individual, se suma la concepción de un profesor colectivo multidisciplinario, que se debe entender como el equipo integrado por los profesores de las distintas disciplinas de la carrera y los especialistas destacados de los centros representativos de la profesión que participan en esas actividades

El trabajo en equipos multidisciplinarios se realizará, fundamentalmente, en el contexto de la disciplina integradora “Práctica Profesional del Matemático”. La enorme relevancia de esta disciplina en el sistema de formación del profesional hace que la dirección institucional deba concederle la máxima atención a la organización, planificación y control de todas sus asignaturas (incluyendo las optativas y electivas). Dado que en ellas podrán participar especialistas de otros centros laborales, la coordinación con esas entidades es indispensable para garantizar el cumplimiento de los objetivos generales educativos e instructivos del modelo del profesional.

La Comisión Nacional de la Carrera de Matemática abriga la esperanza de que esta nueva versión del plan de estudio de la carrera sea una fuente de inspiración inagotable para el trabajo creador de todos los profesores encargados de dirigir el proceso docente educativo para la formación de los matemáticos que desarrollarán su actividad profesional en el contexto de la Sociedad del Conocimiento.

ASIGNATURAS OPTATIVAS EN LA UNIVERSIDAD DE LA HABANA

ASIGNATURA	DISCIPLINA
Complementos de Programación y Algoritmos	Programación y Algoritmos
Edición de Textos Matemáticos	Programación y Algoritmos
Visualización Científica	Programación y Algoritmos
Geometría Computacional	Programación y Algoritmos
Teoría de Bases de Datos	Programación y Algoritmos
Temas clásicos del Análisis Matemático	Análisis Matemático
Complementos de Teoría de Anillos	Álgebra
Álgebra Multilineal	Álgebra
Teoría de Galois	Álgebra
Complementos de Teoría de Grupos	Álgebra
Complementos de Teoría de Anillos	Álgebra
El problema de valores propios de las matrices	Matemática Numérica
Resolución numérica de los problemas de contorno de las ecuaciones en derivadas parciales	Matemática Numérica
Modelo Lineal	Probabilidades y Estadística
Análisis Exploratorio de Datos	Probabilidades y Estadística
Procesos Estocásticos	Probabilidades y Estadística
Inferencia Libre de Distribución	Probabilidades y Estadística
Diseño de Experimentos	Probabilidades y Estadística
Tópicos de Probabilidad	Probabilidades y Estadística
Estadística Bayesiana	Probabilidades y Estadística
Series de Tiempo	Probabilidades y Estadística
Métodos Numéricos de la Optimización.	Optimización
Cálculo Variacional y Control Optimal	Optimización
Ecuaciones en Derivadas Parciales	Ecuaciones Diferenciales
Sistemas Dinámicos	Ecuaciones Diferenciales
Funciones generalizadas y sus aplicaciones a las ecuaciones diferenciales	Ecuaciones Diferenciales
Mecánica Clásica	Ecuaciones Diferenciales
Mecánica del Medio Continuo	Ecuaciones Diferenciales
Modelación Matemática en las Biociencias	Ecuaciones Diferenciales
Metodología de la Matemática	Historia y Metodología de la Matemática

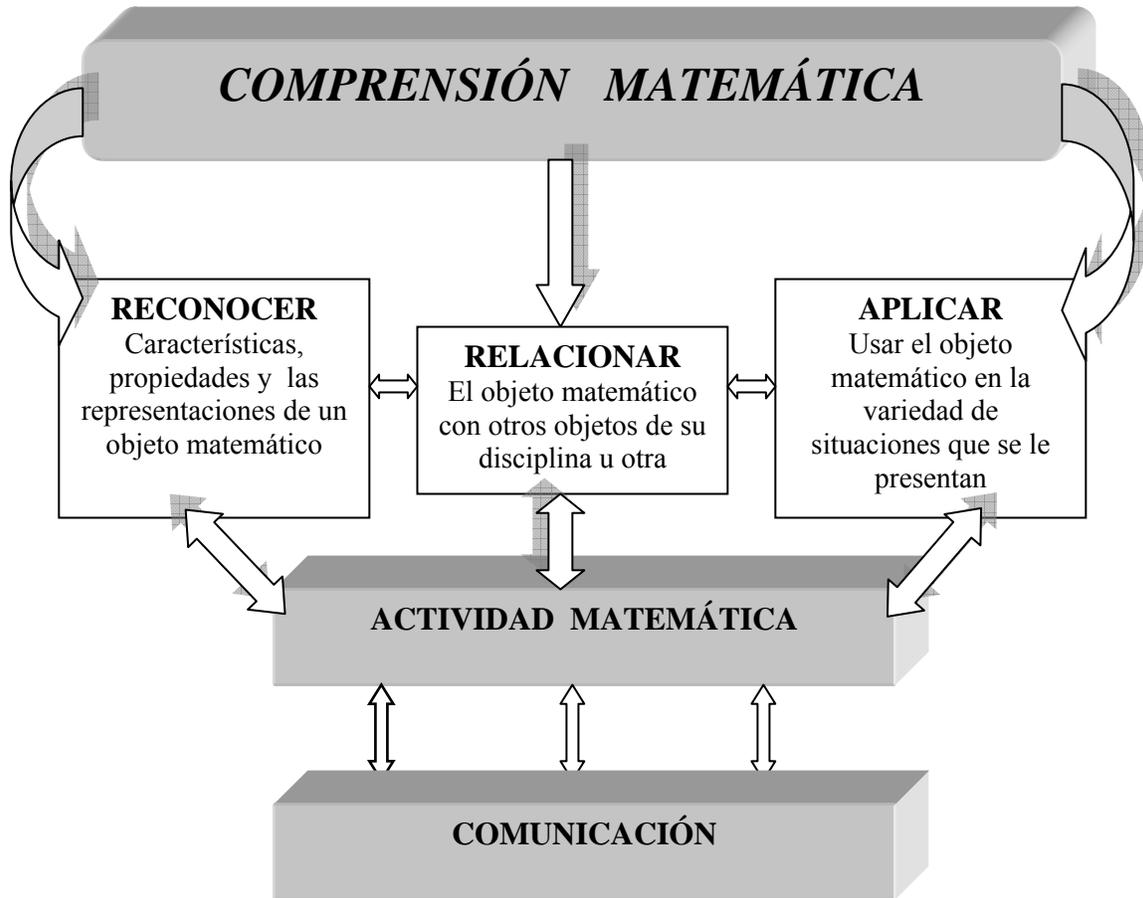
ASIGNATURAS OPTATIVAS EN LA UNIVERSIDAD CENTRAL DE LAS VILLAS

ASIGNATURA	DISCIPLINA
Estructuras algebraicas asociadas al genoma	Álgebra
Teoría General de métodos de aproximación	Matemática Numérica
Métodos con malla y métodos sin malla	Matemática Numérica
Procesos estocásticos	Probabilidades y Estadística
Análisis bayesiano.	Probabilidades y Estadística
Modelación matemática de ecosistemas	Ecuaciones Diferenciales
Sistemas dinámicos	Ecuaciones Diferenciales
Astrofísica	Ecuaciones Diferenciales

ASIGNATURAS OPTATIVAS EN LA UNIVERSIDAD DE ORIENTE

ASIGNATURA	DISCIPLINA
Sistemas de cálculo simbólico.	Programación y Algoritmos
Complementos de Informática	Programación y Algoritmos
Álgebra Computacional.	Álgebra
Teoría de Códigos y Criptografía	Álgebra
Problemas modelados por sistemas polinómicos.	Álgebra
Aplicaciones del Álgebra Computacional.	Álgebra
Métodos Numéricos Avanzados	Matemática Numérica
Métodos Numéricos de la Resolución de Ec.Func	Matemática Numérica
Método de Elementos Finitos.	Matemática Numérica
Muestreo y métodos no paramétricos.	Probabilidades y Estadística
Diseño de Experimentos	Probabilidades y Estadística
Programas Estadísticos	Probabilidades y Estadística
Temáticas de Estadística Multivariada	Probabilidades y Estadística
Ecuaciones en Derivadas Parciales.	Ecuaciones Diferenciales
Teoría Analítica de las Ecuaciones Diferenciales	Ecuaciones Diferenciales
Teoría Cualitativa de Ecuaciones Diferenciales.	Ecuaciones Diferenciales
Problemas de contorno de las funciones analíticas.	Variable Compleja (VC)
Análisis hipercomplejo y sus aplicaciones.	Teoría de Funciones de VC
Teoría del Problema Inverso	Medida e integración y Análisis Funcional
Metodología de la Investigación Científica.	Historia y Metodología de la Matemática
Diseño Curricular.	Historia y Metodología de la Matemática. (H y MM)
Dinámica del proceso de formación.	H y MM
Formación Integral.	H y MM

Anexo 5



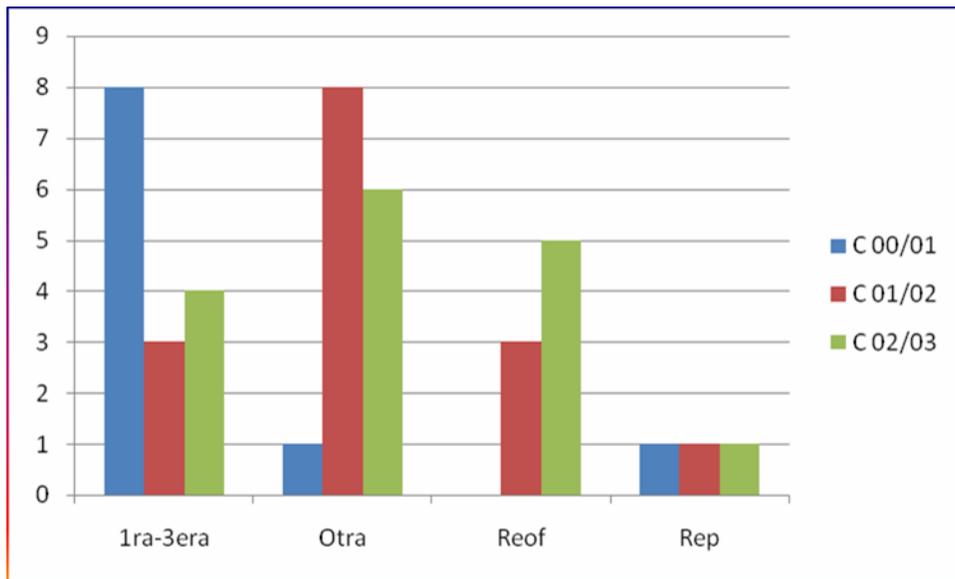
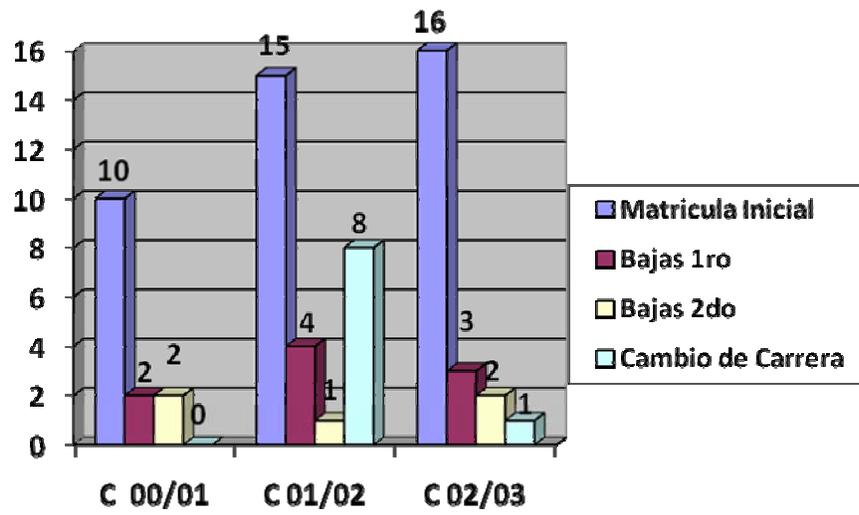
Anexo 6

GUÍA DE REVISIÓN DE DOCUMENTOS

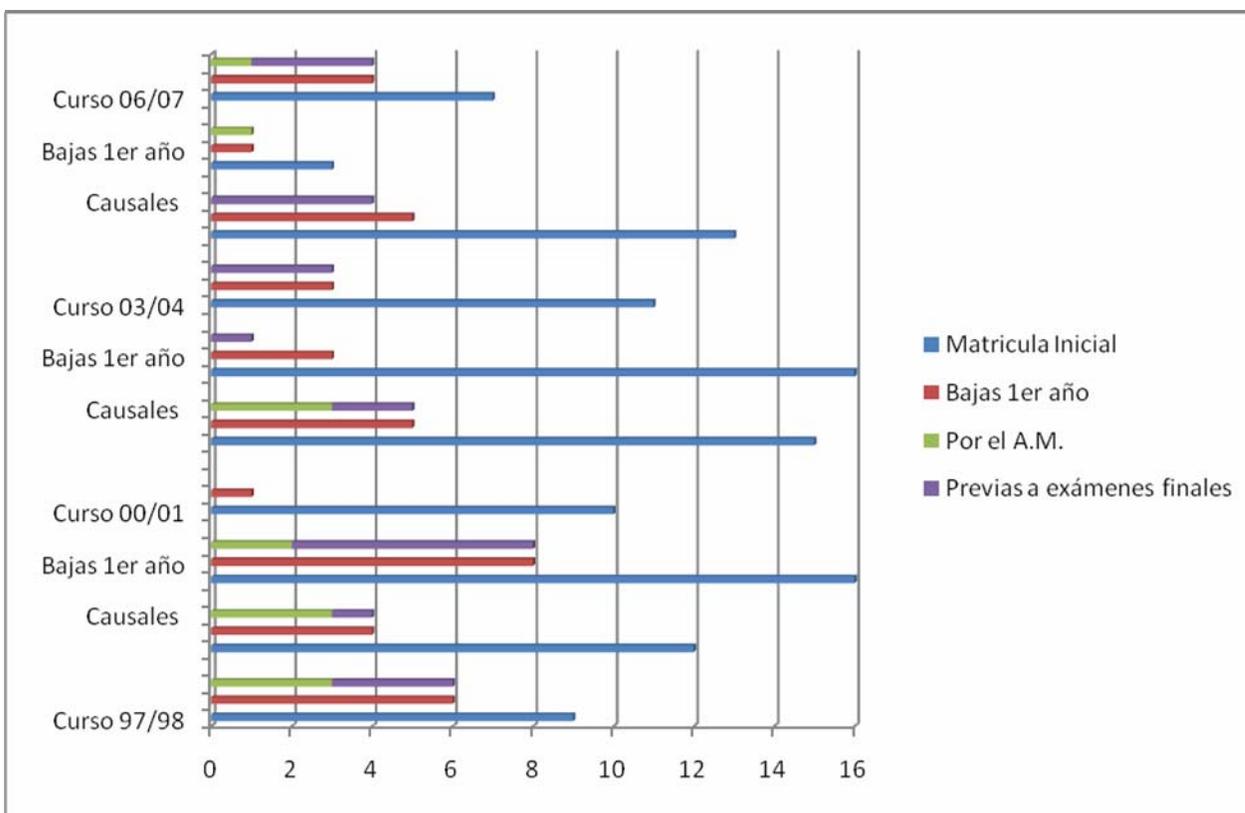
1. Transformaciones que han tenido lugar en la enseñanza media y media superior.
2. Características y principales propósitos de la enseñanza de la Matemática en la Enseñanza Media Superior y la Técnico Profesional.
3. Características del comportamiento de la permanencia en la carrera de Licenciatura en Matemática.
4. Concepción de la formación básica en el proceso de formación del Licenciado en Matemáticas en Cuba.
5. Relación del Análisis Matemático con el resto de las disciplinas del plan de estudios D, de la Licenciatura en Matemática.
6. Concepciones los Programas de las asignaturas del primer año del Licenciado en Matemática acerca del desarrollo de habilidades, hábitos, conocimientos y comprensión matemática.

Anexo 7

Permanencia en los dos primeros años

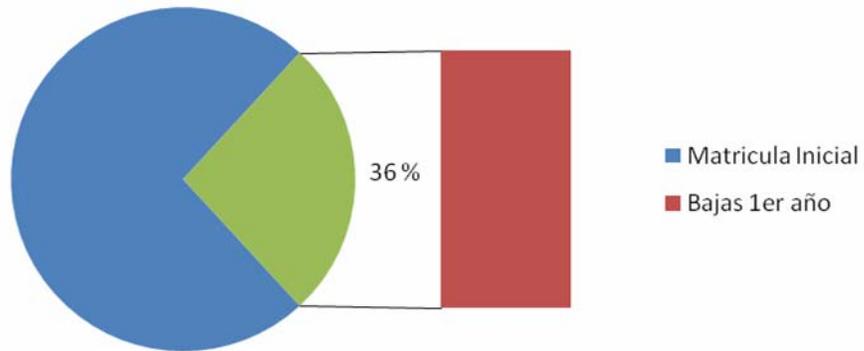


Anexo 8
ACTUALIZACIÓN DEL INGRESO Y LA PERMANENCIA EN 1ER AÑO DE LA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DESDE LA REAPERTURA DE LA CARRERA EN EL
CURSO 1997-1998 HASTA EL CURSO 2006-2007.

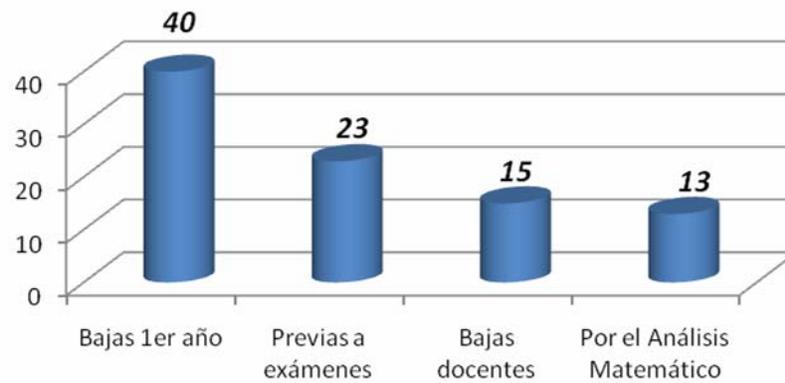


	Matricula Inicial	Bajas 1er año	Por el A.M.	Previas a exámenes
Curso 97/98	9	6	3	3
Curso 98/99	12	4	3	1
Curso 99/00	16	8	2	6
Curso 00/01	10	1		
Curso 01/02	15	5	3	2
Curso 02/03	16	3		1
Curso 03/04	11	3		3
Curso 04/05	13	5		4
Curso 05/06	3	1	1	
Curso 06/07	7	4	1	3
Totales	112	40	13	23

Total de Bajas en el 1er Año Licenciatura en Matemática



Algunas características del comportamiento de las bajas en el 1er año de Licenciatura en Matemática



Anexo 9

MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR CARRERA DE MATEMÁTICA PLAN DE ESTUDIO “D”

BREVE CARACTERIZACIÓN DE LAS DISCIPLINAS BÁSICAS

- **PROGRAMACIÓN Y ALGORITMOS:**

Es una disciplina básica; cuyos objetivos fundamentales son el desarrollo de las habilidades en la construcción de algoritmos; en el uso de los equipos de cómputo, sistemas operativos, elementos de bases de datos y en un lenguaje de programación visual y orientado a objetos.

- **ANÁLISIS MATEMÁTICO:**

Disciplina de carácter básico donde se desarrollan los elementos fundamentales del análisis matemático y el cálculo diferencial e integral de funciones de una y varias variables reales.

- **ÁLGEBRA:**

Disciplina de carácter básico; cuyos contenidos fundamentales son los elementos de álgebra superior, álgebra lineal y las estructuras algebraicas fundamentales que son objeto de estudio del álgebra abstracta.

- **GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA:**

Disciplina de carácter básico y específico, en la que se abordarán los temas fundamentales de la geometría analítica, la topología y la geometría diferencial.

- **MATEMÁTICA NUMÉRICA:**

Disciplina básica-específica y de ejercicio de la profesión, cuyos contenidos fundamentales son los métodos numéricos para la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales y no lineales, aproximación de funciones y funcionales y la resolución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales.

- **PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA:**

Disciplina de ejercicio de la profesión cuyos contenidos fundamentales son la teoría de las probabilidades, la inferencia estadística, los modelos lineales y algunos aspectos del análisis multivariado y los procesos estocásticos.

- **OPTIMIZACIÓN:**

Disciplina de ejercicio de la profesión, cuyos contenidos fundamentales son los métodos de optimización, en particular la programación lineal, la programación no lineal, la programación discreta y la teoría de grafos.

- **ECUACIONES DIFERENCIALES:**

Disciplina de carácter básico específico y de ejercicio de la profesión, cuya primera parte se dedica a la teoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias, y la segunda a las ecuaciones en derivadas parciales.

- **TEORÍA DE FUNCIONES DE VARIABLE COMPLEJA:**

Disciplina de carácter básico que contiene los elementos fundamentales del análisis matemático de las funciones complejas de una variable compleja.

- **MEDIDA E INTEGRACIÓN Y ANÁLISIS FUNCIONAL:**

Disciplina de carácter básico específico y de ejercicio de la profesión, cuyos contenidos fundamentales son los métodos y resultados fundamentales de la teoría de la medida y la integración, el análisis funcional y la teoría de los operadores.

- **HISTORIA Y METODOLOGÍA DE LA MATEMÁTICA:**

Disciplina de carácter básico, que ofrece una visión panorámica del desarrollo histórico de la matemática y de sus problemas filosóficos fundamentales.

- **PRÁCTICA PROFESIONAL DEL MATEMÁTICO:**

Disciplina de carácter integrador, en la cual se intenta modelar el conjunto de tareas profesionales que deberá afrontar el egresado en su vida laboral, mediante el enfrentamiento de problemas reales cuya resolución puede depender del uso combinado de modelos y métodos que se estudian en otras disciplinas de la carrera.

Anexo 10

MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR CARRERA DE MATEMÁTICA PLAN DE ESTUDIO "D"

PROGRAMA DE LA DISCIPLINA: ANÁLISIS MATEMÁTICO

I. DATOS PREMILINARES Y FUNDAMENTACIÓN DE LA DISCIPLINA

ASIGNATURA	AÑO	FONDO DE TIEMPO	CONTROL FINAL	CARÁCTER
Análisis Mat. I	1	80 horas	Examen final	Básica
Análisis Mat. II	1	128 horas	Examen final	Básica
Análisis Mat. III	2	128 horas	Examen final	Básica
Análisis Mat. IV	2	128 horas	Examen final	Básica
Temas Clásicos del Análisis Matemático		64 horas	Trabajo de curso	Optativa (UH)

La introducción del Análisis Matemático en los cursos ordinarios de los Centros de Educación Superior se convirtió en algo común a comienzos del siglo XIX.

En Cuba no es hasta la segunda mitad del siglo XIX, que al reorganizarse la enseñanza universitaria, crearse la Facultad de Ciencias y tomar posesión del cargo de Presidente de la Facultad el sabio cubano Felipe Poey, que se comienza bajo su influencia a impartir un curso de un año de "Cálculo Diferencial e Integral".

Ya en el siglo XX es de destacar la meritoria labor del Dr. Pablo Miquel y Merino en la impartición de esta disciplina y en la elaboración del libro "Cálculo Diferencial e Integral" el cual fue utilizado como texto básico durante más de 20 años, no solo en Cuba sino también en otros países de América Latina.

Con la reforma Universitaria de 1962 se comienza la formación de especialistas matemáticos a través de la Licenciatura en Matemática, donde se imparten de forma sistemática cursos de Análisis Matemático en los dos primeros años de la especialidad.

Los contenidos fundamentales de estos cursos, que son similares a los estudiados en la mayoría de las universidades del mundo, se mantienen en la actualidad. Sin embargo se han realizado y se realizan reajustes significativos en relación con la forma de su impartición. De esta manera pretendemos que los métodos de enseñanza del Análisis Matemático evolucionen en concordancia con el desarrollo de la Educación Superior. A partir del año 1982 comienzan a aparecer textos de autores cubanos que se mantienen actualmente como literatura básica de la disciplina. La experiencia, de más de 20 años, en el uso de estos

textos nos ha permitido apreciar adecuadamente sus fortalezas y debilidades y, por tanto, es oportuno revisarlos y adecuarlos.

Es ampliamente reconocido que el Análisis Matemático es una disciplina básica de larga tradición en la formación del matemático, tanto en nuestro país como internacionalmente. Por una parte, sus contenidos son indispensables para el desarrollo de prácticamente todas las disciplinas matemáticas de la carrera. No menos importante resulta su influencia para desarrollar en el estudiante las capacidades de generalización y abstracción, el razonamiento lógico, la ayuda que brinda a lograr expresar clara y precisamente las ideas y a la comprensión de la necesidad del rigor lógico en las demostraciones matemáticas.

Por otra parte, las herramientas desarrolladas en el Análisis Matemático tienen aplicación directa o indirecta en todas las ramas de la Matemática, de la Ciencia y la Técnica. En los contenidos de esta disciplina se encuentra el germen de teorías matemáticas estudiadas en asignaturas de los años superiores y que son el punto de partida para el desarrollo de investigaciones de actualidad en temas de Teoría de Funciones y Análisis Funcional, Ecuaciones Diferenciales, Control Optimal y Teoría de Probabilidades y Estadística Matemática, por mencionar solo algunas.

II. OBJETIVOS GENERALES (EDUCATIVOS E INSTRUCTIVOS) DE LA DISCIPLINA

11. Conocer el surgimiento y desarrollo histórico de los conceptos límite, derivada e integral así como las necesidades internas y externas a la matemática que motivaron las sucesivas generalizaciones.
12. Enunciar e interpretar los conceptos topológicos básicos en \mathbb{R}^n y aplicarlos en el análisis de funciones definidas sobre conjuntos de \mathbb{R}^n .
13. Definir e interpretar los conceptos límite y continuidad de funciones definidas entre subconjuntos de \mathbb{R}^n . Además, saber calcular límites y determinar la continuidad de funciones reales de una y varias variables.
14. Definir e interpretar los conceptos básicos del cálculo diferencial para funciones entre subconjuntos de \mathbb{R}^n . Además, aplicar estos conceptos a la investigación del comportamiento de funciones expresadas en diversas formas analíticas.
15. Definir, interpretar, calcular y aplicar el concepto de integral de Riemann de funciones definidas en \mathbb{R}^n .
16. Definir y analizar el concepto límite uniforme y aplicarla al análisis de funciones representadas por series funcionales o integrales que dependen de un parámetro.
17. Definir, analizar y aplicar algunos conceptos básicos del análisis armónico clásico e interpretar su realización en los sistemas trigonométrico y exponencial.
18. Utilizar algunos de los programas existentes (MATLAB, MAPLE, MATHEMATICA) para el cálculo de límites, derivadas integrales, etc., como herramienta de trabajo en la disciplina.

19. Reproducir demostraciones de proposiciones matemáticas estudiadas y elaborar demostraciones muy simples de proposiciones que se apoyen en los resultados y métodos estudiados en la disciplina.
20. Conocer las interrelaciones del Análisis Matemático con las diferentes disciplinas del plan de estudio. En particular, algunas aplicaciones sencillas a la resolución de problemas geométricos, de mecánica, de optimización, etc.

III. CONTENIDOS BÁSICOS DE LA DISCIPLINA

▪ CONOCIMIENTOS ESENCIALES A ADQUIRIR

Origen de las funciones elementales básicas, sus propiedades fundamentales y relaciones entre ellas.

Problemas relacionados con la búsqueda de tangentes. Introducción heurística de las derivadas y los diferenciales. Propiedades de las derivadas y diferenciales.

Introducción heurística de la serie de Taylor. Análisis geométrico de las curvas y problemas de extremos.

Introducción heurística al problema inverso de la tangente. Determinación de áreas y de otras magnitudes geométricas y físicas. Cálculo de primitivas. Integración de algunas funciones en términos de las funciones elementales. Cálculo aproximado de integrales.

El conjunto de los números reales. Conjuntos numéricos. Representación decimal. Acotación.

Sucesiones y series numéricas. Sucesiones convergentes y sus propiedades. Sucesiones monótonas. Punto de acumulación. Teoremas de Bolzano-Weierstrass y de Bolzano-Cauchy. Convergencia de una serie numérica. Condiciones necesarias y condiciones suficientes. Convergencia absoluta y condicional.

Diferentes formas de definir límite y continuidad de una función. Propiedades de los límites y de las funciones continuas en un punto. Uso de equivalentes. Propiedades de las funciones continuas en un intervalo: Alcance de los valores intermedios, acotación y continuidad uniforme.

Definiciones de derivada y diferencial de funciones. Justificación de las propiedades de las funciones derivables. Teoremas básicos del cálculo diferencial: Teorema de Rolle, de Lagrange, fórmula y serie de Taylor. Estudio del crecimiento y la convexidad de las funciones.

Definición de integral según Riemann de una función definida sobre un intervalo acotado. Condiciones necesarias y suficientes de integrabilidad. Integrabilidad de una función continua y de las funciones monótonas. Propiedades de las funciones integrables. Teorema fundamental del cálculo y su aplicación a las fórmulas de integración por partes y cambio de variable.

El espacio normado IR^n . Conjuntos abiertos y cerrados. Límite y continuidad de funciones definidas entre subconjuntos de IR^n . Compacidad y conexidad en IR^n . Propiedades de las funciones continuas sobre conjuntos conexos y compactos de IR^n .

Diferenciabilidad de una función entre subconjuntos de IR^n . Derivadas parciales y según una dirección de funciones de varias variables. Condición suficiente de

diferenciabilidad. Propiedades de las funciones diferenciables. Fórmula de Taylor. Extremos absolutos, relativos y condicionados de funciones de varias variables.

Teorema sobre la determinación local de una función implícita dada mediante una o varias ecuaciones funcionales. Teorema sobre la inversa de una función entre subconjuntos de \mathbb{R}^n .

Integral de una función acotada sobre un subconjunto de \mathbb{R}^n con frontera de contenido cero. Propiedades. Condiciones necesarias y suficiente de integrabilidad. Reducción a integrales iteradas. Cambio de variables. Curvas en \mathbb{R}^n . Longitud de arco. Integrales curvilíneas. Teorema de Green. Aplicaciones de la integral curvilínea. Condiciones para la independencia de la trayectoria.

Sistematización del estudio de las series numéricas. Convergencia puntual y uniforme de sucesiones y series de funciones. Condiciones suficientes para la convergencia uniforme de series. Propiedades de una función representada por una serie. Series de potencias. Propiedades de las funciones representadas por series de potencias. \mathbb{R}^n como espacio normado completo. Equicontinuidad y principio de compacidad de familias de funciones continuas.

Serie de Fourier de una función de cuadrado integrable. Condiciones suficientes de convergencia de la serie de Fourier. Sumación de las series de Fourier. Sistemas ortogonales de funciones. Sistema trigonométrico y exponencial. Convergencia en media cuadrada, desigualdad de Bessel e identidad de Parseval. Integración y derivación término a término de una serie trigonométrica de Fourier. Análisis de la velocidad de convergencia.

Funciones representadas por integrales paramétricas. Límite uniforme de una función que depende de un parámetro. Definición de integral impropia. Propiedades y condiciones suficientes de convergencia. Convergencia uniforme de integrales impropias que dependen de un parámetro. Propiedades de las funciones representadas mediante integrales propias o impropias. Aplicación al estudio de algunas funciones especiales. Funciones Gamma y Beta. Integral de Fourier. Propiedades básicas de la transformación de Fourier y algunas de sus aplicaciones.

▪ **HABILIDADES PRINCIPALES A DOMINAR**

Aplicación de las definiciones y propiedades de las funciones elementales básicas para obtener nuevas propiedades de ellas.

Cálculo de derivadas y diferenciales de funciones elementales. Aplicación de las derivadas para el análisis del comportamiento de una función de variable real. Uso del polinomio de Taylor de una función. Resolución de problemas sencillos de optimización.

Cálculo de primitivas y la integral definida de funciones mediante el uso de los métodos de integración por partes y cambio de variables. Cálculo de algunas magnitudes geométricas y físicas mediante la integración.

Determinación del supremo, ínfimo y puntos de acumulación de conjuntos de números reales. Análisis de la convergencia de sucesiones y series numéricas sencillas.

Cálculo de límites y análisis de la continuidad de funciones elementales. Aplicación de las propiedades de las funciones continuas en la demostración de algunas propiedades sencillas.

Resolución de problemas que conducen a la aplicación de las propiedades básicas de las funciones diferenciables de una variable.

Determinación de la integrabilidad (Riemann) de funciones. Resolución de problemas que conducen a la integral de Riemann.

Determinación de conjuntos abiertos y cerrados, puntos acumulación e interiores de subconjuntos de \mathbb{R}^n . Cálculo de límites y determinación de la continuidad de funciones de varias variables. Utilización de las propiedades de las funciones continuas en la demostración de algunas propiedades sencillas.

Cálculo del diferencial de una función de varias variables en un punto. Cálculo de derivadas de funciones compuestas de varias variables. Determinación del polinomio de Taylor y algunas aplicaciones de éste. Cálculo de derivadas y diferenciales de funciones dadas implícitamente. Cálculo de las derivadas de inversas de funciones. Determinación de extremos absolutos, relativos y condicionados.

Determinación de la integrabilidad de una función sobre un subconjunto de \mathbb{R}^n . Cálculo de integrales múltiples en los casos mediante integrales iteradas o el uso de cambio de coordenadas. Cálculo de área de figuras planas y de volúmenes de sólidos, así como de algunas magnitudes físicas. Cálculo de integrales de curvilíneas y de algunas magnitudes físicas relacionadas. Uso del Teorema de Green y análisis de la independencia de la trayectoria para una integral curvilínea.

Análisis de la convergencia de series e integrales impropias. Análisis de la convergencia uniforme de sucesiones y series de funciones. Determinación de la posibilidad de derivar a integrar término a término. Uso de estas propiedades en la solución de problemas sencillos. Determinación del radio de convergencia de una serie de potencias. Desarrollo en serie de potencias de una función. Aplicación de los desarrollos en serie.

Obtención del desarrollo de Fourier de una función periódica respecto al sistema trigonométrico. Análisis de la convergencia (puntual, uniforme y en la media) de los desarrollos a la función. Uso de la derivación e integración término a término de una serie de Fourier. Aplicaciones sencillas de la igualdad de Parseval.

Determinación de la convergencia uniforme de integrales impropias paramétricas. Análisis de las propiedades de funciones representadas por integrales paramétricas propias e impropias. Aplicación al cálculo de integrales y al estudio de algunas funciones especiales. Cálculo y algunas aplicaciones sencillas de la integral y transformada de Fourier.

▪ VALORES FUNDAMENTALES DE LA CARRERA A LOS QUE TRIBUTA

6. Contribuir a que los alumnos puedan establecer correctamente la relación dialéctica entre un modelo matemático y los fenómenos reales que este representa, a través de la explicación del surgimiento histórico de los conceptos básicos de la disciplina y su vinculación con la práctica social.
7. Contribuir a crear la habilidad de aplicar los conocimientos adquiridos en la disciplina a problemas de otras disciplinas matemáticas u otras ciencias.
8. Saber analizar con objetividad la solución dada de un problema, siendo capaz de valorarla críticamente y estudiar sus posibilidades de generalización.
9. Contribuir a desarrollar la capacidad de percibir la elegancia y la armonía implícitas de las teorías y métodos matemáticos, poniendo de relieve la interrelación de la disciplina Análisis Matemático con otras disciplinas del plan de estudio.
10. Comprender la importancia y ventajas de la utilización de la computación en contenidos de la disciplina.

IV. INDICACIONES METODOLÓGICAS GENERALES PARA SU ORGANIZACIÓN

Teniendo en cuenta que la disciplina Análisis Matemático es de carácter básico y que comienza a impartirse en el 1er. año de estudio, consideramos conveniente hacer las observaciones siguientes:

La asignatura Análisis Matemático I se ha concebido en este Plan D como una introducción y una motivación a los temas clásicos de esta disciplina. En ella se pretende familiarizar a los estudiantes con los problemas que históricamente determinaron la aparición de los conceptos y algunas de las herramientas usadas para su solución, sin recurrir para ello al formalismo matemático contemporáneo. Se utilizará una forma de enseñanza heurística, similar a la manera de investigación de estos temas en los siglos XVII y XVIII, comentando, cuando sea pertinente, las contradicciones a las cuales puede dar lugar este enfoque y cómo ellas han sido superadas en las teorías contemporáneas. Con tal metodología se pretende que el alumno comprenda la necesidad de la justificación lógica y formal que ha alcanzado la presentación del análisis matemático en la época actual. Por esta razón no se realiza un estudio previo de los conjuntos numéricos ni de los conceptos límite y continuidad, todos ellos surgidos con posterioridad, en el siglo XIX. La formalización de estos conceptos y la demostración rigurosa de los teoremas se realizarán gradualmente en las asignaturas II, III y IV.

Las conferencias deben concebirse de modo tal que no sólo introduzcan los nuevos conceptos y métodos, sino que la ejemplificación sea suficiente como para permitir a los estudiantes, de forma independiente, la resolución de ejercicios que no tengan un alto grado de complejidad y estén vinculados al tema de la conferencia. Para esto debe el profesor apoyarse en el texto correspondiente, dejando para estudio independiente algunas cuestiones de índole teórica factibles de ser asimiladas de forma independiente por un estudiante medio.

Para una mayor efectividad de la clase práctica el estudiante debe no sólo tener con suficiente anticipación los ejercicios a discutir en dicha clase, sino que debe haberse

familiarizado con el asunto que tratan, aunque no haya llegado a la solución correcta. De esta forma, ciertos tipos de ejercicios que fijan un algoritmo (como por ejemplo, los de derivación según las reglas), pueden ser desarrollados por los alumnos independientemente y no ocupar tiempo en la clase práctica. En ésta deben desarrollarse principalmente aquellos ejercicios que requieran de la elaboración parcial o total del algoritmo de solución (aunque este sea muy sencillo y corto) o que contribuyan a profundizar en los conceptos básicos.

La introducción de nuevos conceptos debe ser motivada por los problemas que muestran la necesidad de esta introducción (en particular son útiles las aplicaciones o interpretaciones físicas y geométricas).

La disciplina Análisis Matemático tiene interrelaciones, con casi todas las disciplinas del plan de estudio, por lo que es imprescindible que ello esté presente en todo su desarrollo, utilizando conceptos y métodos ya impartidos y realizando ejercicios o comentarios sobre la aplicación que encontraran en otras disciplinas.

A modo de sugerencia y como ejemplificación de lo dicho anteriormente podemos, señalar:

- Al estudiar las propiedades de las funciones continuas, integrables o derivables comentar el hecho de que estas clases de funciones constituyen espacios vectoriales.
- Vincular el estudio de como espacio métrico y normado con las asignaturas de Topología y Álgebra III.
- En el estudio de la teoría de la diferenciación de funciones de varias variables y su aplicación al análisis de los extremos relativos, apoyarse de forma efectiva en la teoría de las aplicaciones lineales y formas cuadráticas desarrolladas en la disciplina de Álgebra.
- En el estudio de las integrales de línea realizar las interpretaciones físicas, estableciendo así un vínculo con la disciplina de Mecánica.
- Es de particular importancia en todo el desarrollo de la disciplina señalar las posibilidades de generalización que tienen las teorías estudiadas estableciendo el vínculo con las de la disciplina de Medida, Integración y Análisis Funcional y Teoría de Funciones de Variable Compleja.

Así mismo, debe hacerse referencia de forma sistemática a los métodos aproximados de solución de problemas vinculados con la disciplina y, cuando sea posible, elaborar el algoritmo e incluso llevar a cabo los cálculos con algunos de los programas utilitarios como MAPLE, MATHEMATICA, MATLAB, etc.

Cada Centro de Educación Superior determinara la distribución del fondo de tiempo en conferencias y clases prácticas, aunque se recomienda en los tres primeros semestres enfatizar en la práctica y en el último semestre en el trabajo independiente. Se aconseja también introducir algunos seminarios.

Cuando sea posible es aconsejable el empleo de diferentes medios auxiliares de enseñanza, incluyendo en ello las computadoras personales.

V. PLAN BIBLIOGRÁFICO DE LA DISCIPLINA

Se prevé la confección de Textos Básicos por los Profesores Concepción Valdés Castro y Carlos Sánchez Fernández. Mientras son elaborados los nuevos textos se pueden utilizar los textos básicos usados en el Plan "C" perfeccionado:

7. Análisis Matemático I, Carlos Sánchez Fernández, Editorial Pueblo y Educación, 1982, 336 páginas. (Texto Básico)
8. Análisis Matemático II, Concepción Valdés Castro, Editorial Pueblo y Educación, 1983, 450 páginas. (Texto Básico)
9. Análisis de Funciones de Varias Variables Reales, Concepción Valdés Castro 2006 (Texto básico)
10. Análisis Matemático V, José L. Fernández Muñiz y Graciela de la Torre Molné, Editorial Pueblo y Educación, 1984, 262 páginas. (Texto básico)
11. Análisis Matemático III, José L. Fernández Muñiz y Graciela de la Torre Molné, Editorial Pueblo y Educación, 1982, 310 páginas. (Texto complementario)
12. Análisis Matemático IV, José L. Fernández Muñiz y Graciela de la Torre Molné, Editorial Pueblo y Educación, 1984, 354 páginas. (Texto complementario)

Anexo 11

Plantilla de una guía de observación de clases prácticas de Análisis Matemático.

Guía para la clase práctica número _____

Tema de la clase: _____

Objetos matemáticos que se relacionan en la clase práctica:

Metas de comprensión a las que tributa la clase práctica:

Acciones docentes:

1. Determinar los objetos matemáticos: OM_1 , OM_2 , OM_3 que en esa clase práctica serán objeto de valoración en cuanto al desarrollo de la comprensión matemática por el que transita cada estudiante del grupo de 1er año.
2. De cada uno de los objetos matemáticos (OM) que se valorará por la actividad matemática que los estudiantes realicen en el aula, debe previamente:
 - a) Establecer sus propiedades, características y representaciones.
 - b) Nexos con OM ya estudiados en anteriores actividades docentes.
 - c) Aplicaciones teóricas y/o prácticas de cada uno de ellos.
 - d) Principales términos matemáticos que se deben utilizar relacionados con él.

Registro de observación

Objeto matemático	Niveles de comprensión matemática			
	<i>Nivel muy bajo</i>	<i>Nivel Bajo</i>	<i>Nivel medio</i>	<i>Nivel alto</i>
OM₁				
OM₂				
OM₃				
Caracterización del tránsito por el nivel de comprensión matemática				
OM₁				
OM₂				
OM₃				

3. El docente debe traer preparadas las actividades matemáticas que en el estudio independiente debe realizar cada estudiante en función de favorecer el tránsito de un nivel de comprensión matemático real al potencial, teniendo en consideración las características específicas del OM en cuestión.

Anexo 12

SOBRE LAS ENTREVISTAS

ENTREVISTA INDIVIDUAL SEMIESTRUCTURADA A ESTUDIANTES

Aspectos a considerar:

1. Diferencias encontradas entre la enseñanza preuniversitaria y técnico profesional y la universidad en cuanto a los métodos de enseñanza.
2. Valoración de las motivaciones y orientaciones que recibieron para optar por la carrera.
3. Valoración de la importancia social que le conceden a su futuro profesional.
4. Análisis de las habilidades que han desarrollado en la enseñanza precedente, así como dificultades que se le presentan en el primer año de la carrera.
5. Percepción que tienen sobre las posibilidades que le brindan niveles de ayuda, que puedan ser proporcionados por sus profesores en el desarrollo de la actividad matemática.

Anexo 13

SOBRE LAS ENTREVISTAS

ENTREVISTA INDIVIDUAL SEMIESTRUCTURADA PROFESORES DE LA CARRERA

Aspectos a considerar:

1. Necesidad de conocer cuál es la preparación real de sus estudiantes al iniciar los estudios para concebir el diseño didáctico del primer año.
2. Valorar los principales indicadores que en el desarrollo de la actividad matemática universitaria demostrarían que los estudiantes que han comprendido un objeto matemático.
3. Uso de las tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

Anexo 14

SOBRE LAS ENTREVISTAS

ENTREVISTA INDIVIDUAL SEMIESTRUCTURADA A LOS PROFESORES

JEFES DE CARRERA

Aspectos a considerar:

1. Características del ingreso y la permanencia en su Universidad.
2. Relación entre las bajas docentes del primer año y los resultados alcanzados por los estudiantes en el Análisis Matemático.
3. El tratamiento a la motivación en la formación del matemático.

Anexo 15

Entrevista a estudiantes de 1er año de Licenciatura en Matemáticas

...”La Matemática como fuente importante de desarrollo social y económico de nuestra sociedad.....”

La anterior idea, ¿Qué reflexión te merece?

Ingresé en la Licenciatura en Matemática porque:

Opté por esta carrera en _____ opción.

¿Qué te gustará estudiar en realidad en el caso de que la especialidad de Matemática no fuera tu preferida?

¿Por qué no la estudias actualmente?

¿Conocías con anterioridad a tu ingreso a la universidad a algún matemático? ¿Qué opinión te mereció?

¿Cómo te imaginas tu vida profesional como matemático?

¿Piensas que tendrás éxito en esta carrera?

Si lo entiendes útil a la investigación de la cual ya eres partícipe refleja en este test tu nombre, procedencia, principales virtudes, defectos, o simplemente lo que estudia tu hermano (a)

Gracias por tu colaboración!!!!

Anexo 16

Estimados estudiantes del 1er año de Licenciatura en Matemática, a continuación se le plantearán diversos problemas matemáticos y les solicitamos que en cada uno de ellos mediten acerca de las cuestiones siguientes:

- ¿Lo sabe resolver? ¿Lo aprendió en el preuniversitario o en un entrenamiento diferente?*
- ¿Que herramientas matemáticas conoces para resolverlos?*
- ¿Nunca se ha enfrentado a resolver un problema de este tipo?*
- Pudiera decir al menos un problema de la vida cotidiana que se asemeje al planteado y que usted entienda que tenga una solución similar.*
- ¿Le interesaría resolver el problema planteado? ¿Por qué?*

Problema #1. ¿Cualquier número entero de pesos, mayor que 7 puede pagarse en billetes de 3 y 5 pesos sin necesidad de cambio?

Problema #2 De una ciudad A hasta la ciudad B conducen 6 vías y de esta última ciudad B a cuatro pueblos P_i , $i=1-4$; existe una variedad de vías que se comporta de la siguiente forma $V_i = 2i-1$. ¿Cuántos caminos que pasen por B conducen desde A hasta cada pueblo P_i ?

Problema #3 En una circunferencia están situados 20 puntos. Considerando estos puntos como vértices. ¿Cuántos triángulos inscritos en la circunferencia pueden trazarse?

Problema #4 En un lote de 12000 bombillos se conoce que a lo sumo 100 de ellos son defectuosos. Si se escogen 50 bombillos del lote al mismo tiempo, calcula la probabilidad de que:

- Los 50 sean defectuosos.
- Los 50 sean buenos.
- 25 sean defectuosos y 25 sean buenos.
- Al menos 25 sean buenos.

Problema #5 Si consideramos la relación existente entre T: tiempo de duración (años) de una vuelta alrededor del sol de un planeta dado y D: cociente de la distancia del planeta al sol entre la distancia de la tierra al sol.

	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Saturno	Uranio	Neptuno
T	0,241	0,615	1,00	1,88	29,5	84	165
D	0,387	0,723	1,00	1,52	9,54	19,2	30,1

- ¿Puede considerarse una función? Fundamente su respuesta
- ¿Es capaz de representar gráficamente los datos?
- ¿Puede hacerlo analíticamente?

Si lo entiendes útil a la investigación de la cual ya eres partícipe, puedes hacer referencia al profesor de Matemática que más influyó en ti y en que enseñanza fue.

*Gracias por tu colaboración!!!!
Lic. Aida María Torres Alfonso*

Anexo 17

Desarrollemos la creatividad

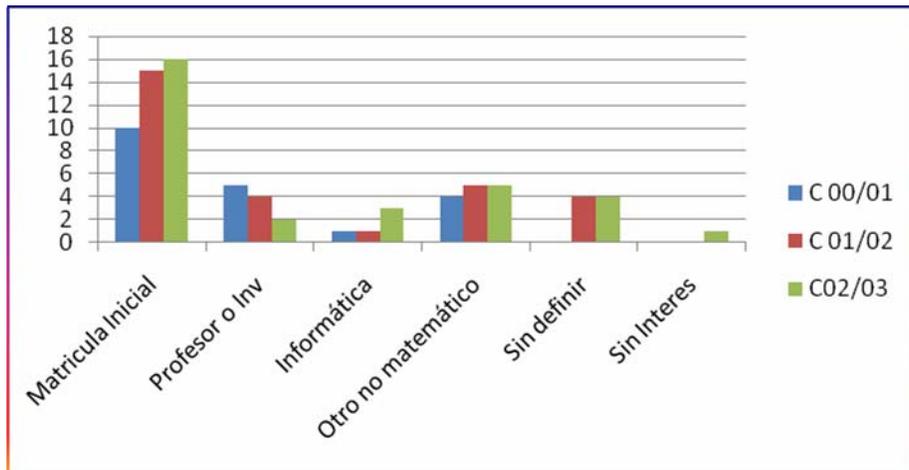
Estimados estudiantes del 1er año de Licenciatura en Matemática, a continuación se le plantearán diversas problemáticas y les solicitamos que en cada uno de ellas partiendo de sus propios conocimientos del tema y apoyándose en investigaciones con los profesores y estudiantes de años superiores, así como consultado materiales en la biblioteca de la facultad se prepare para una actividad de reflexión de la actividad matemática en estudiantes de primer año que se desarrollará en un próximo encuentro de esta investigadora y ustedes.

Gracias por tu colaboración.

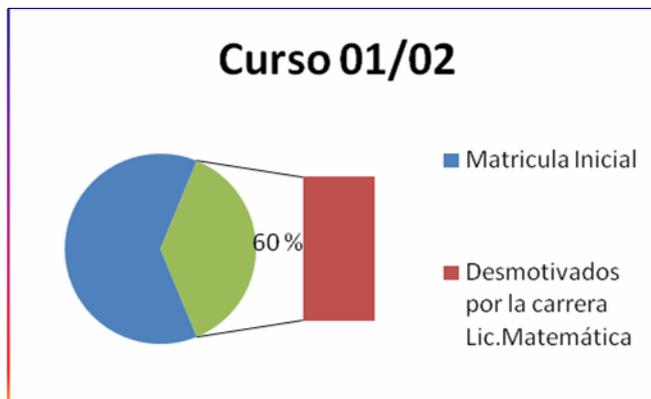
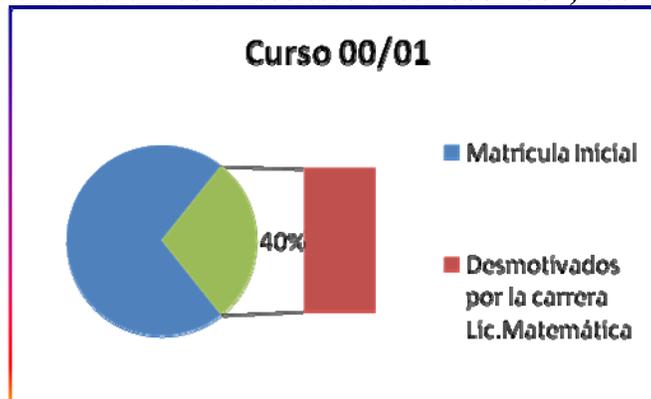
1. Redactar y resolver de ser posible una aplicación práctica que sea modelada mediante una de las cónicas estudiadas por ustedes en la enseñanza precedente:
 - a) Parábola: Trayectoria de un proyectil; Cable de suspensión de un puente.
 - b) Elipse: Orbita de un planeta (el sol en un foco); Engranajes de máquinas herramientas.
 - c) Hipérbola: Lentes telescópicas; Trayectorias de cometas; Propiedades y formas físicas.
 - d) Circunferencia: Industria de procesos; Capacidad; Volumen
2. Partiendo del Teorema de Pitágoras que conoces desde la enseñanza precedente, ¿Podrías Demostrar utilizando diferentes representaciones que *En los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiende el ángulo recto es igual a los cuadrados de los lados que comprenden el ángulo recto?*
3. ¿Qué conocimientos matemáticos le proporcionarían al genio de las artes Leonardo de Vinci la concebir magistralmente uno de sus más famosos dibujos, reconocido como “El hombre de Vitubrio”

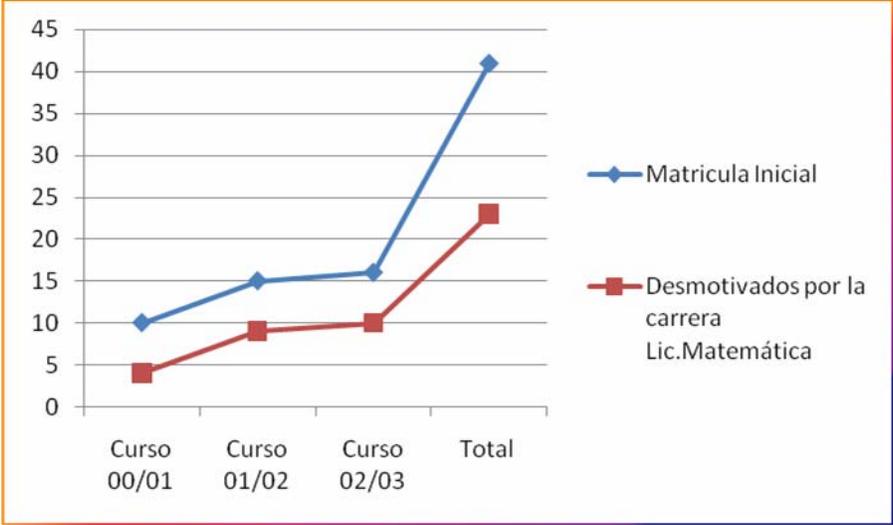
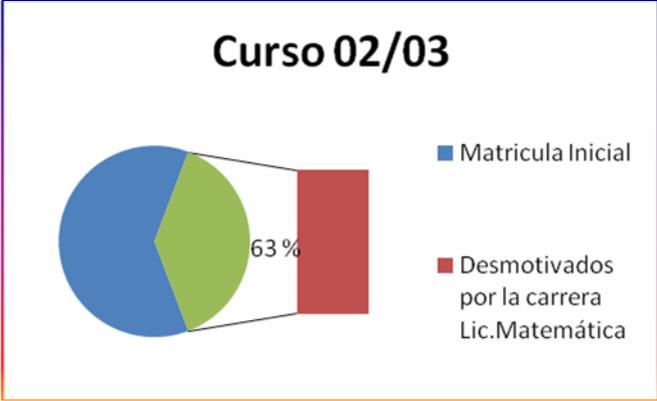
Anexo 18

Motivaciones profesionales al iniciar la carrera de Licenciatura en Matemática:



Desmotivación por la profesión de Matemático en los estudiantes que ingresan a la Licenciatura en Matemática en los cursos escolares 2000-2001, 2001-2002 y 2002-2003.





Anexo 19

Registro de la información recopilada como parte de las entrevistas realizadas a los estudiantes del 1er año.

Objetivo: Valorar los niveles de comprensión de la Matemática precedente

<i>Temas de la enseñanza precedente</i>	<i>Objetos matemáticos , sus características, propiedades y representaciones</i>	<i>Relación con otros temas y objetos matemáticos estudiados en la enseñanza precedente</i>	<i>Relación de la Matemática con la vida cotidiana y si alguien lo ha puesto a pensar en este aspecto</i>	<i>Motivación por resolverlo</i>	<i>Posibilidades de hacerlo</i>
<i>Principio de inducción</i>					
<i>Principio de multiplicación</i>					
<i>Variaciones y combinaciones</i>					
<i>Probabilidades</i>					
<i>Funciones</i>					

Anexo 20

PRUEBA DIAGNÓSTICO MATEMÁTICA. Curso 2007-2008.

Nombre y apellidos: _____

Preuniversitario / Politécnico de Proc.: _____, Provincia:

Índice académico en Pre: _____. Nota **P.I** de Matemática: _____ Opción en que
obtuvo la carrera: _____

Dirección particular: _____

1. Simplifique para los valores admisibles de las variables:

a. $\frac{y-1}{1-y^{-1}}$ b. $\frac{\log x^2}{\log \frac{1}{x}}$ c. $\frac{4(A-B)-8B}{6B-2A}$

2. Si $(10^{12} + 25)^2 - (10^{12} - 25)^2 = 10^n$, ¿cuál es el valor de n?

3. Si $f(x) = \frac{x^2 - 1}{(x - 2)^2}$, ¿cuál es el valor numérico de $f(-\frac{1}{4})$?

4. Determine la solución de la ecuación

a. $x^2 - 2x - 2 = 0$

b. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} = x - 2$

5. Represente gráficamente las funciones:

a. $y = -x + 2$

b. $y = x^2 - 3$

En las preguntas siguientes, seleccione el inciso correcto.

6. Al dividir el polinomio $p(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 2$ por el polinomio $q(x) = x^2 - 1$, el cociente es:

a. $x^2 - x - 2$ b. $x^2 - x + 2$ c. $x^2 + x - 1$ d. $x^2 + x - 2$

7. La ecuación de la recta r que pasa por los puntos (1, 3) y (3, 5) es:

a. $y = x^2 + 1$ b. $y = x + 2$ c. $x - y + 2 = 0$ d. ninguna de las anteriores

8. La intersección entre la parábola $y = x^2$ y la recta $x = 3$, es el punto:

a. (2, 2) b. (3, 9) c. (3, 2) d. ninguno de los anteriores

9. El próximo número de la sucesión, $2, \frac{5}{2}, \frac{8}{3}, \frac{11}{4}, \dots$ es

- a. $\frac{14}{7}$ b. $\frac{4}{\text{sen } 30^\circ}$ c. $\frac{14}{5}$ d. otro número

10. ¿Cuántos números enteros multiplicados por si mismos son iguales a la mitad del número?

- a. uno b. ninguno c. tres d. varios.

11.1 ¿Cuál (es)?

11. Conocemos que: $\alpha = \frac{\pi}{6}$, $\beta = 135^\circ$, $\gamma = \frac{4\pi}{3}$, $\text{sen } 33^\circ = 0.544$ y $\cos 71^\circ = 0.325$. Entonces:

a. $\text{sen } \alpha + \cos^2 \beta \approx \begin{cases} \frac{3}{4} \\ 1 \\ 3,33 \\ \text{Ninguna.} \end{cases}$ b. $\text{sen } \gamma = \begin{cases} -\text{sen } \frac{\pi}{3} \\ \cos 240^\circ \\ -1,234 \\ \text{Ninguna.} \end{cases}$

c. $\text{sen } 57^\circ = \begin{cases} 0.5 \\ \cos 33^\circ \\ \text{sen } 123^\circ \\ \text{Ninguna.} \end{cases}$

12. En el intervalo $\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{3\pi}{2}$ ($x \in \mathfrak{R}$), la ecuación $\text{sen } 2x - \cos x = 0$ tiene como conjunto solución:

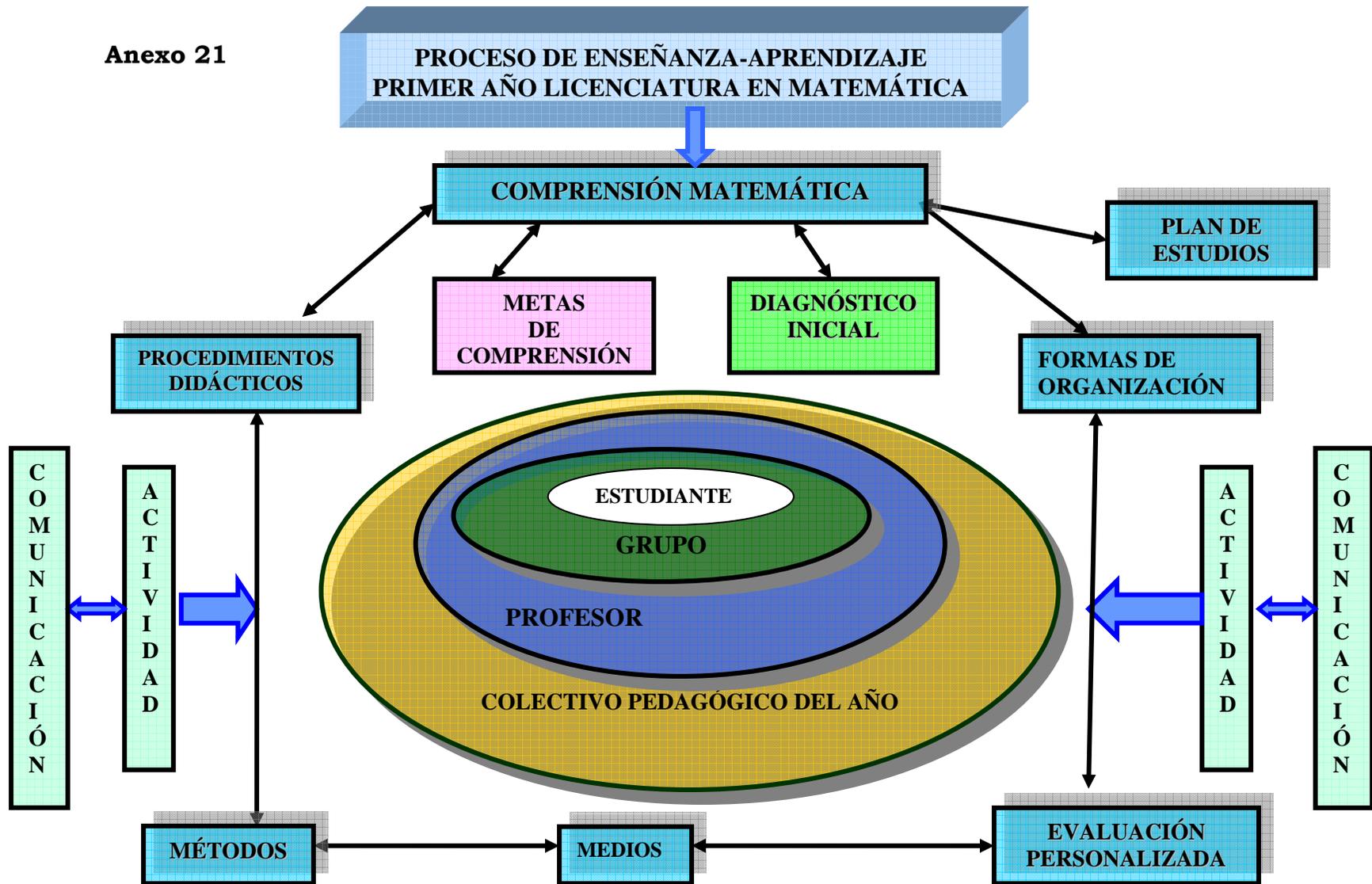
a. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} \right\}$ b. $S = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} \right\}$ c. $S = \left\{ \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} \right\}$ d. $S = \left\{ \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} \right\}$ e. Ninguna de las anteriores.

13. Si un lado de un triángulo mide $\frac{1}{3}$ del perímetro, el otro lado un $\frac{1}{5}$ del perímetro y el tercer lado mide 7 metros. El perímetro del triángulo es:

- a. $p = 107$ m b. $p = 25$ m c. $p = 15$

14. Los ingresos "y" de cierta compañía farmacéutica están dados por la ecuación $y = 1.2 + 0.3x$, donde x representa las ventas (en miles de millones). Se sabe que para $x = 0$ le corresponde el año 1998.

Anexo 21



Anexo 22

Evaluación: El desarrollo de las Matemáticas y sus principales artífices.

Asignaturas: Análisis Matemático, Álgebra y Seminario de Problemas I.

Objetivos:

- ✓ Que los estudiantes se familiaricen con la vida de eminentes personalidades que contribuyeron al desarrollo de las Matemáticas y la Sociedad.
- ✓ Valorar los problemas matemáticos que dieron origen a sus teorías y/o aportes científicos.
- ✓ Vincular estos resultados con los temas estudiados hasta el momento en la carrera.

Tareas a desarrollar:

1. Revisión bibliográfica en libros de Análisis Matemático, Álgebra e Historia de las Matemáticas que relacionen los aportes del matemático.
2. Búsqueda en Internet de aspectos interesantes que relacionen al autor y sus aportes:
 - ✓ *Historia de las Matemáticas a través de la Imagen.*
<http://platea.pntic.mec.es/~aperez4/html/presentacion.html>
 - ✓ *Las Matemáticas a través del tiempo*
<http://ar.geocities.com/matematicamente/historia0.htm>
 - ✓ *Encontraras enlaces interesantes:*
<http://nti.educa.rcanaria.es/ntint/matematicas/>
 - ✓ *Indice de biografías*
<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/BiogIndex.html>
 - ✓ *Página de Miguel de Guzmán con algunas biografías*
<http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/pagjor/cuadro.htm>
3. Resumir los siguientes datos:
Nombre, nacionalidad, época
Principales aportes realizados al desarrollo de las Matemáticas.
Datos Biográficos. Algunos datos interesantes: anécdotas y otros.
4. Conceptos, teoremas, resultados y problemas que relacionen la personalidad investigada y los estudios realizados en la carrera.
5. Relacionar la bibliografía consultada y las páginas Web en las que se puede encontrar información al respecto.
6. Presentar un informe que recoja el trabajo investigativo, realizado en un editor de texto y acompañado por una presentación en Power Point.
7. Valorar en el colectivo los resultados del trabajo y la importancia que le concede en su formación. Mediante una exposición de 15 minutos en el grupo y en presencia de los profesores de las tres asignaturas

Estudiante	Matemático	Estudiante	Matemático
Bolívar	E. Galois	Madga	K.T. Weierstrass
Kenier	Pablo Miquel	Jorge	B. Taylor
Yorday	Agustin Cauchy	Guillermo	Carl F. Gauss
Ricardo	B. Riemann	Yunier	Arquímedes
Hugo	R. Descartes	Yaima	Leibniz
Jorge Luis	Isaac Newton	Yoaly	G. L'Hopital

Anexo 23

Cuestionario inicial para la determinación de los expertos.

Compañero profesor:

Como parte de la validación de la investigación: “**Modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de formación de matemáticos**”, estamos seleccionando un panel de especialistas que hayan contribuido de manera diversa pero sistemática en la formación de matemáticos en nuestro país. Teniendo presente su alta profesionalidad y maestría en el ejercicio de la docencia y en el trabajo investigativo, consideramos que su ayuda nos sería de gran utilidad. Por tal motivo, le pedimos que una vez que revise el material que se adjunta y que explica los propósitos de la investigación, responda al cuestionario siguiente:

Datos generales:

Centro y Dpto. al que pertenece: _____

Categoría Docente: Asistente: ____ PA: ____ PT: ____

Grado Científico: Dr: ____ MSc: ____

Años de trabajo en la Educación Superior: ____ años.

Años de experiencia en la formación de matemáticos: ____ años.

¿Trabaja actualmente en la formación de matemáticos? Sí: ____ No: ____

¿En caso afirmativo, es el jefe de alguna disciplina? Sí: ____ No: ____

1- Marque con una cruz (x), en una escala creciente de 1 a 10, el valor que se corresponde con el grado de conocimiento e información que tiene sobre esta temática de investigación.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2- Realice una autovaloración, según la tabla siguiente, de sus niveles de argumentación o fundamentación sobre el tema objeto de investigación.

Fuentes de argumentación	Alto	Medio	Bajo
Análisis teóricos realizados por usted			
Experiencia alcanzada			
Trabajo de autores nacionales			
Trabajo de autores extranjeros			
Su propio conocimiento del estado del problema			
Su intuición			

Muchas gracias por su colaboración,

Lic. Aida María Torres Alfonso

Dra. Dámasa Martínez Martínez

Dra. Rosina Hing Cortón

Coeficiente de competencia de cada experto

Experto	Kc	Ka	K		F1	F2	F3	F4	F5	F6
1	1	0.99	0.995	Competencia Alta	0.2	0.5	0.04	0.05	0.1	0.1
2	0.9	0.955	0.9275	Competencia Alta	0.2	0.5	0.05	0.025	0.1	0.08
3	0.7	0.83	0.765	Competencia Media	0.1	0.5	0.03	0.025	0.1	0.08
4	0.8	0.94	0.87	Competencia Alta	0.16	0.5	0.04	0.04	0.1	0.1
5	0.7	0.89	0.795	Competencia Media	0.16	0.5	0.03	0.025	0.1	0.08
6	0.9	0.98	0.94	Competencia Alta	0.2	0.5	0.04	0.04	0.1	0.1
7	0.9	0.965	0.9325	Competencia Alta	0.2	0.5	0.03	0.04	0.1	0.1
8	0.9	0.915	0.9075	Competencia Alta	0.16	0.5	0.05	0.025	0.1	0.08
9	0.7	0.91	0.805	Competencia Alta	0.16	0.5	0.03	0.025	0.1	0.1
10	0.8	0.905	0.8525	Competencia Alta	0.16	0.5	0.04	0.025	0.1	0.08
11	0.9	0.925	0.9125	Competencia Alta	0.16	0.5	0.04	0.025	0.1	0.1
12	1	1	1	Competencia Alta	0.2	0.5	0.05	0.05	0.1	0.1

CANTIDAD DE EXPERTOS CON COMPETENCIA

ALTA

10

CANTIDAD DE EXPERTOS CON COMPETENCIA

MEDIA

2

Kc: Conocimiento

Ka: Autovaloración

0.8 <= K <= 1 Grado de competencia **ALTO**

0.6 <= K <= 0.8 Grado de competencia **MEDIO**

K < 0.6 Grado de competencia **BAJO**

Anexo 24

Cuestionario a los expertos.

Compañero profesor:

Esta es la primera ronda en la valoración de la investigación: **“Modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en la formación de matemáticos”**. Usted recibe este cuestionario pues ha sido seleccionado como *Experto* por su grado de competencia. Por tal motivo, le pedimos sus consideraciones al responder el cuestionario siguiente:

1. En el proceso de formación de matemáticos en Cuba, se observan algunas regularidades que pudieran considerarse como principios que direccionen un proceso de enseñanza aprendizaje que favorezca el desarrollo de la comprensión matemática en los estudiantes. De la lista que a continuación se presenta, marque con una X de manera gradual, su nivel de importancia según su criterio:

a) propiciar ambientes de aprendizaje que ofrezcan a los estudiantes la oportunidad de desarrollar actitudes que los lleven a desarrollar su pensamiento matemático y un aprendizaje efectivo

muy importante _____ poco importante

b) valorar la comprensión matemática de cada alumno como un proceso continuo que por naturaleza es único

muy importante _____ poco importante

c) validar continuamente el nivel de comprensión matemática por el que va transitando cada estudiante

muy importante _____ poco importante

d) considerar el conocimiento matemático como la base del proceso que conduce al aprendizaje, durante el cual se toma este conocimiento y se usa en nuevos problemas

muy importante _____ poco importante

e) el colectivo de profesores tiene en cuenta las motivaciones, limitaciones y aspiraciones de cada estudiante al diseñar su estrategia educativa

muy importante _____ poco importante

f) la evaluación debe entenderse como retroalimentación para el alumno, desarrollando autoevaluaciones de manera individual y ante el colectivo

muy importante _____ poco importante

2. ¿Observa otras regularidades?. Especifíquelas y califíquelas de acuerdo a su importancia:

a) _____

muy importante _____ poco importante

b) _____

muy importante _____ poco importante

c) _____

muy importante _____ poco importante

3. Un Modelo didáctico para desarrollar la comprensión matemática en el proceso de formación de matemáticos, será factible si en el mismo se concibe una estructura que garantice su funcionalidad. Valore las proposiciones que se relacionan, con el objetivo de determinar componentes para la funcionalidad del modelo, utilizando la simbología siguiente:

- 5- Imprescindible para lograr la funcionalidad del modelo.
- 4- Muy útil para lograr la funcionalidad del modelo.
- 3- Útil para lograr la funcionalidad del modelo.
- 2- Quizás podría servir para lograr la funcionalidad del modelo.
- 1- No aporta nada a la funcionalidad del modelo.

- a) Diagnosticar los niveles de comprensión en los estudiantes que arriban al primer año, mediante un diseño de tareas, ejercicios y problemas que propicien la realización de una variada actividad matemática, teniendo en cuenta los conocimientos precedentes : _____
- b) La evaluación diagnóstica inicial debe ir accediendo al diagnóstico progresivo o evaluación continua, lo que implica determinar las características de los alumnos y los cambios que experimentan en su comprensión matemática: _____
- c) El colectivo pedagógico determinará los temas, cuestiones, conceptos e ideas que proporcionan profundización, significación, conexiones y variedad de perspectivas en un grado suficiente como para considerarlos esenciales en el proceso de desarrollo hacia niveles de comprensión matemática avanzadas por parte del alumno: _____
- d) El colectivo pedagógico determinará las metas de comprensión que deben alcanzarse de manera gradual en ese curso escolar, teniendo en cuenta el estado inicial, así como las necesidades sociales y competencias que ese profesional debe alcanzar al terminar su carrera: _____
- e) Concebir que cada estudiante, en su trayectoria de desarrollo de la comprensión matemática debe ser capaz de explicar, demostrar, dar ejemplos, establecer analogías, generalizar y aplicar la teoría a un objeto matemático determinado: _____
- f) El diseño de actividades docentes y evaluativas que incorporen el uso de las nuevas tecnologías en función del análisis y la abstracción de conceptos matemáticos: _____
- g) Hacer uso de modalidades de evaluación integradoras que contemplan valores y aprendizajes de niveles de comprensión matemática superiores: _____
- h) Generar espacios efectivos para que los diferentes componentes del proceso puedan influir en el marco valórico que lo orienta y en las decisiones que se adoptan al interior del sistema: _____
- i) Diseñar un sistema de auto evaluación y de autorregulación, como garantía de compromiso individual con el proceso de comprensión matemática y los resultados que el estudiante va obteniendo: _____
- j) Determinar los niveles de comprensión que va alcanzando cada estudiante, mediante la valoración colectiva por parte de los profesores del primer año, en función de la actividad matemática realizada por los alumnos: _____
- k) Otras características: _____

4. ¿Cuáles son los rasgos fundamentales que le permitirían a usted caracterizar comprensión matemática en estudiantes del primer año universitario?

- 1. _____
- 2. _____
- 3. _____

Muchas gracias por su colaboración,
 Lic. Aida María Torres Alfonso
 Dra. Dámasa Martínez Martínez
 Dra. Rosina Hing Cortón

Anexo 25

Otros rasgos que permiten caracterizar la comprensión en estudiantes del primer año universitario en el criterio emitido por los expertos:

1. Rapidez de pensamiento.
2. Preguntas coherentes e interesantes por parte de los estudiantes.
3. Agilidad para realizar trayectorias iguales ante similares situaciones.
4. Capacidad de resolver la misma actividad o situación por diferentes vías.
5. Facilidades para resolver problemas no algorítmicos.
6. Posibilidad de establecer contraejemplos y conjeturas.
7. Usar conceptos matemáticos aprendidos, con independencia de la disciplina en la que se está trabajando.

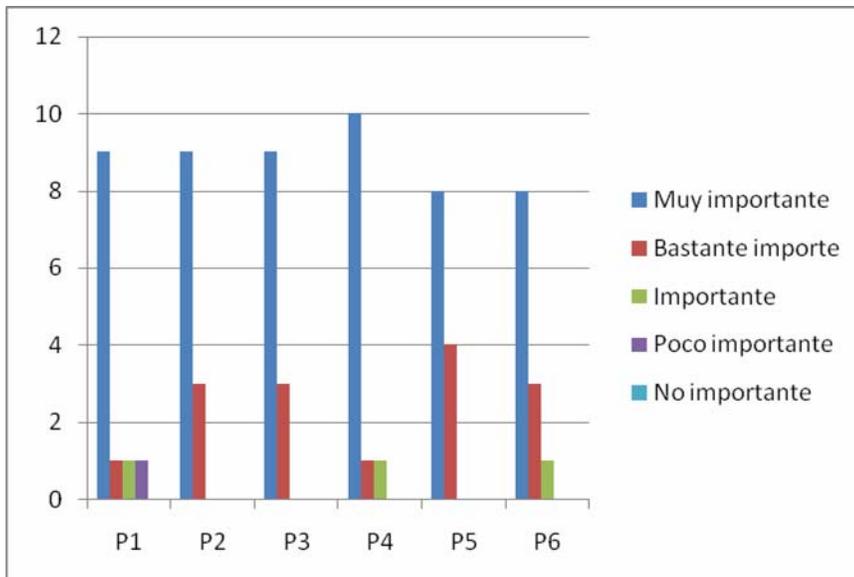
Anexo 26

Determinando el consenso de los Expertos

Regularidades del proceso de enseñanza aprendizaje para desarrollar la comprensión matemática

Total de expertos	12
Cantidad de pasos	6
Número de categorías	5

Regularidades	Muy importante	Bastante importante	Importante	Poco importante	No import	TOTAL
P1	9	1	1	1		12
P2	9	3				12
P3	9	3				12
P4	10	1	1			12
P5	8	4				12
P6	8	3	1			12



Anexo 27

Regularidades del P	Muy importante	Bastante	Importante	Suma	PROMEDIOS	N - P
EA						
P1	0.67	0.95	1.38	3	1	0.098333333
P2	0.67	3.49		4.16	1.38666667	0.288333333
P3	0.67	3.49		4.16	1.38666667	0.288333333
P4	0.95	1.38	3.49	5.82	1.94	0.841666667
P5	0.43	3.49		3.92	1.30666667	0.208333333
P6	0.43	1.38	3.49	5.3	1.76666667	0.668333333
Puntos de corte	0.636666667	2.36333	1.39333	26.36		

N 1.098333333

(N-P) Es el valor promedio que otorgan los **EXPERTOS** consultados a cada regularidad del proceso de enseñanza aprendizaje puesta su consideración

Los puntos de corte sirven para determinar la categoría o grado de adecuación de cada Regularidad según la opinión de los expertos consultados en ellas, se operan del modo siguiente:

Muy importante: 0,6367

Bastante importante: 2,363

Importante: 1,393

Si ahora comparamos la diferencia (N-P) para cada Principio del Modelo con los puntos de este, tendremos:

(N-P) = -1,56 para P1 está próximo a muy importante.

(N-P) = 0,77 para P2 es muy importante.

(N-P) = 0,77 para P3 es muy importante.

(N-P) = -0,52 para P4 también está próximo a muy importante.

(N-P) = 0,83 para P5 es muy importante.

(N-P) = -0,39 para P6 también está próximo a muy importante.

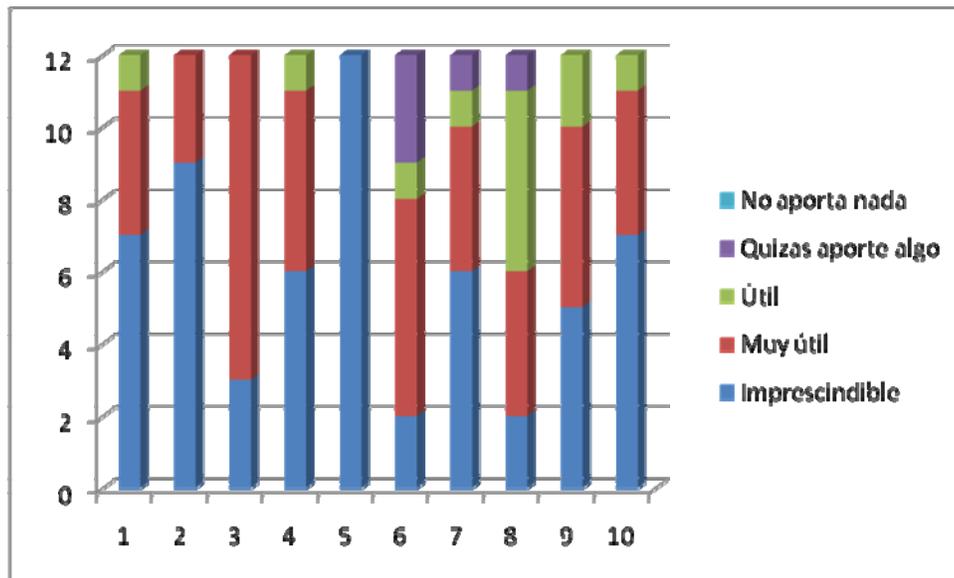
Anexo 28

Determinando el consenso de los Expertos

Estructura y funcionabilidad del Modelo Didáctico que se propone

Total de expertos	12
Cantidad de aspectos	10
Número de categorías	5

Elementos del MD	Imprescindible	Muy útil	Útil	Quizas aporte algo	No aporta nada	TOTAL
P1	7	4	1			12
P2	9	3				12
P3	3	9				12
P4	6	5	1			12
P5	12					12
P6	2	6	1	3		12
P7	6	4	1	1		12
P8	2	4	5	1		12
P9	5	5	2			12
P10	7	4	1			12



Anexo 29

Elementos del MD	Imprescindible	Muy útil	Útil	Quizás aporte algo	SUMA	PROMEDIOS	N - P
E1	0.21	1.38	3.49		5.08	1.27	-0.4076
E2	0.68	3.49			4.17	1.0425	-0.1801
E3	-0.68	3.49			2.81	0.7025	0.1599
E4	0	1.38	3.49		4.87	1.2175	-0.3551
E5	3.49				3.49	0.8725	-0.0101
E6	-0.97	0.43	0.68	3.49	3.63	0.9075	-0.0451
E7	0	0.97	1.38	3.49	5.84	1.46	-0.5976
E8	-0.97	0	1.38	3.49	3.9	0.975	-0.1126
E9	-0.21	0.97	3.49		4.25	1.0625	-0.2001
E10	0.21	1.38	3.49		5.08	1.27	-0.4076
Puntos de corte	0.176	1.349	1.74	1.047	43.12		
				N	0.8624		

(N-P) Es el valor promedio que otorgan los **EXPERTOS** consultados a cada componente o relación establecida en el Modelo Didáctico propuesto
 Los puntos de corte sirven para determinar el grado de adecuación de cada componente o relación entre componentes del Modelo según la opinión de los expertos consultados, se operan del modo siguiente:

Imprescindible: **0.176**
 Muy útil: **1,35**
 Util: **1,74**
 Quizas aporte algo: **1,047**

Si ahora comparamos la diferencia (N-P) para cada componente y/o relaciones del Modelo con los puntos de este, tendremos: Todos los elementos están muy cercanos a ser imprescindibles y que para el componente 3, que no es otra cuestión que el papel de facilitador del Colectivo Pedagógico, es categóricamente imprescindible