Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Telecomunicaciones y Electrónica

TRABAJO DE DIPLOMA

Algoritmos de Sensado Comprimido para la 5G de las Comunicaciones

Autor: Lisandra González Espinosa

Tutor: MSc. Yakdiel Rodríguez-Gallo Guerra

Santa Clara

2016

"Año 58 de la Revolución"

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Telecomunicaciones y Electrónica

TRABAJO DE DIPLOMA

Algoritmos de Sensado Comprimido para la 5G de las Comunicaciones

Autor: Lisandra González Espinosa

E-mail: lgespinosa@uclv.cu

Tutor: MSc. Yakdiel Rodríguez-Gallo Guerra

E-mail: yrodriguez-gallo@uclv.edu.cu

Santa Clara

2015

"Año 58 de la Revolución”

UNIVERSIDAD CENTRAL
"MARTA ABREU" DE LAS VILLAS

Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Telecomunicaciones y Electrónica, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicado sin autorización de la Universidad.

_____

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

_____

Firma del Tutor

_____ _____

Firma del Jefe de Departamento Información Científico-Técnico

Firma del Responsable

PENSAMIENTO

"El estudio de tus errores no te revelará el secreto del éxito, pero el estudio de la abnegación y el esfuerzo sí lo hará".

Bernard Holdane

DEDICATORIA

A mis padres, por todo el amor y el apoyo incondicional que me han brindado a lo largo de toda mi vida.

AGRADECIMIENTOS

A mis padres que han estado junto a mí durante todos mis años de estudio motivándome para lograr este gran sueño que hoy comparto con ellos.

A mi novio por su apoyo y paciencia en estos 5 años y por todo su amor.

A mi tutor que tanto me ha apoyado para lograr la realización de este proyecto.

A mis amigos de estos 5 años con los cuales he compartido momentos inolvidables: Maidelis, Marian, Merlin, Artiom, Odel y Reidel.

Y por último, a todas las personas que de una u otra forma me han apoyado para lograr una satisfactoria culminación en mis estudios.

TAREA TÉCNICA

Para lograr la confección del presente trabajo, dar cumplimiento a los objetivos trazados y alcanzar los resultados esperados, se desarrollan las tareas técnicas siguientes:

- Realización de una revisión bibliográfica de los algoritmos de la teoría del Sensado Comprimido en la banda milimétrica utilizando antenas inteligentes para la 5G de las comunicaciones.
- Descripción de algoritmos para la recuperación de señales en la 5G de las Comunicaciones.
- Simulación en Matlab de un algoritmo para la recuperación de señales.
- Elaboración del informe final del Trabajo de Diploma.

_____ _____

Firma del Autor Firma del Tutor

RESUMEN

El rápido incremento del tráfico de datos ha propiciado una creciente demanda para las tecnologías del mundo actual. El uso de una adecuada distribución del espectro le permitirá a los sistemas inalámbricos de la 5G lograr altas razones de transmisión de datos. En la presente investigación se relacionan los principales conceptos y características de la 5G y su vínculo con la teoría del Sensado Comprimido. También, se identifican algoritmos para la recuperación de señales en la banda milimétrica utilizando antenas inteligentes, lo que proporciona un alto rendimiento. Como resultado de la investigación se compararon artículos relacionados con los algoritmos, obteniéndose algunas de sus ventajas y limitaciones. Finalmente, se realizaron varias simulaciones en Matlab 2015, donde se comprobó la efectividad de esta herramienta para la implementación de algoritmos de la teoría del Sensado Comprimido. Además, se demostró la superioridad de Orthogonal Matching Pursuit (OMP) ante otros algoritmos para su utilización en varias aplicaciones de la 5G.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

El sector de las comunicaciones móviles se caracteriza por un rápido aumento de las demandas de tráfico debido a las exigencias y expectativas de los usuarios y los operadores. En la actualidad, mientras los Operadores de Redes Móviles (MNOs) invierten en implementaciones de redes de Cuarta Generación (4G), la industria móvil está trabajando en la Quinta Generación (5G), las futuras comunicaciones móviles que se prevé aparezcan en el mercado en el 2020. La 5G proporcionará una mejora en el rendimiento en las áreas de mayor capacidad, menor latencia, más movilidad, precisión en la ubicación del terminal, fiabilidad y disponibilidad; además de permitir la conexión de más dispositivos simultáneamente [1].

La 5G será una generación altamente integradora: al vincular cualquier interfaz de aire y espectro, con Long Term Evolution (LTE) y WiFi con el propósito de proveer cobertura de altas razones. Para sustentar esto, el núcleo de la red tendrá que alcanzar altos niveles de flexibilidad e inteligencia. Adicionalmente, la regulación del espectro necesitará ser reconsiderada y mejorada, mientras que los costos y el consumo de energía, decrecerán. La 5G y todas las redes que incluye serán densas y heterogéneas, lo cual introducirá nuevos cambios en el modelado, análisis, diseño y optimización de las mismas [2].

Todas las versiones previas de las redes celulares operan por debajo de la banda de 3GHz. Debido al uso que tiene el espectro de 700MHz a 2.6GHz, no existe espacio para acomodar las tecnologías inalámbricas futuras; por consiguiente la 5G se ubica fuera de esta banda, de los 30 a los 300GHz o también conocida como banda milimétrica. Los sistemas que operan en la mmWave, pueden hacer uso de técnicas de procesamiento espacial, como Multiple-Input, Multiple-Output (MIMO). Una de las limitaciones de esta banda es que las ondas de radio no pueden recorrer largas distancias, lo que implica que las estaciones base (BS) y los

nodos móviles tendrán un rango pequeño de transmisión, por lo que el uso de las antenas direccionales se convierte en una necesidad [3].

Un sistema de antenas inteligentes se refiere a un arreglo de antenas direccionales, con un algoritmo de procesamiento de señal sofisticado usado para ajustar o adaptar su propio patrón de radiación, enfatizando en las señales de interés y minimizando el nivel de la señal interferente. Estos sistemas proporcionan diversidad espacial, reducción de la interferencia, multiplexación espacial, entre otras facilidades, lo que conlleva a la utilización de técnicas de estimación del canal, como MIMO; de ahí la importancia del empleo de esta tecnología para mejorar la calidad de la señal, incrementar el alcance e introducir nuevos servicios [4], [5].

En los sistemas inalámbricos de la 5G existirá gran dispersión de las señales transmitidas, lo cual trae como consecuencia dificultades en su recuperación, de ahí que se propone utilizar para este objetivo algoritmos de la teoría del Sensado Comprimido (SC).

El principio de la teoría del SC establece que una señal discreta con una representación dispersa en ciertas direcciones, puede ser recuperada a partir de un pequeño número de proyecciones lineales de dicha señal, de manera que es posible decir que en el SC el número de muestras es inferior a las requeridas por el teorema de Shannon- Nyquist. Además, es una técnica que permite comprimir y muestrear una imagen simultáneamente. Una ventaja de esta teoría es que las muestras necesarias para el procesamiento pueden ser recolectadas sin asumir información previa de la señal original. Actualmente, SC está siendo probado en áreas como Biología, Geología y las Telecomunicaciones [6], [7].

La teoría del Sensado Comprimido para la 5G de las comunicaciones es un tema que en Cuba se encuentra en proceso de estudio, debido a que la mayoría de las investigaciones sobre ella están dando sus primeros pasos en el mundo. Esta investigación tendrá gran relevancia para la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas (UCLV) y por ende para la Facultad de Ingeniería Eléctrica, ya que se expondrán las principales características, algoritmos e importancia de este novedoso tema, lo que servirá para incentivar a otras personas a investigarlo.

Teniendo en cuenta las razones expuestas anteriormente se plantea el siguiente **problema científico**: ¿Qué hacer para implementar un algoritmo de Sensado Comprimido para la 5G

de las Comunicaciones utilizando herramientas de simulación?

Esta investigación tiene como **objeto de estudio** la 5G de las Comunicaciones y el **campo de estudio** lo constituye la implementación de un algoritmo de Sensado Comprimido para la 5G.

Para dar cumplimiento al problema de investigación, se propone el siguiente **objetivo general**: Proponer un algoritmo de Sensado Comprimido para su utilización en la 5G de las Comunicaciones.

Para resolver el problema de investigación y dar cumplimiento al objetivo general, se plantean los siguientes **objetivos específicos:**

1. Caracterizar la 5G de las comunicaciones, determinando sus principales particularidades.
2. Identificar las principales características de la teoría del Sensado Comprimido.
3. Describir algoritmos de Sensado Comprimido para su implementación en herramientas de simulación.
4. Comparar algoritmos de Sensado Comprimido, determinando las ventajas y desventajas que ellos poseen para su implementación en la 5G.
5. Implementar un algoritmo de la teoría del Sensado Comprimido en la herramienta de simulación Matlab 2015 para su utilización en la 5G.

A partir de cada objetivo específico se crean **interrogantes científicas**, a las cuales se les dan respuestas en el desarrollo de la investigación:

- ¿Cuáles son las características de la 5G de las comunicaciones?
- ¿Qué características de la teoría del Sensado Comprimido permiten su utilización en la 5G?
- ¿Cuáles son las principales características de los algoritmos de Sensado Comprimido?
- ¿Qué retos existen en los algoritmos de Sensado Comprimido para su implementación en la 5G?
- ¿Cómo implementar en la herramienta de simulación Matlab 2015 un algoritmo del Sensado Comprimido para la 5G de las comunicaciones?

Con esta investigación se pretende contribuir al desarrollo del estudio sobre la teoría del Sensado Comprimido para los sistemas inalámbricos de la 5G de las comunicaciones. Además, servirá como un material de apoyo que podrá ser utilizado tanto por estudiantes como investigadores, los primeros para enriquecer su conocimiento general y los segundos podrán emplearla como punto de partida en sus proyectos.

Para cumplir los objetivos establecidos, el informe de la investigación se estructuró en: introducción, desarrollo (tres capítulos), conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos.

En el capítulo 1 se realiza una breve descripción de la 5G de las comunicaciones, atendiendo a sus principales características e importancia. También, se describen las particularidades de la banda milimétrica y los principios de funcionamiento de las antenas inteligentes. Finalmente, se exponen las características básicas de la teoría del Sensado Comprimido.

En el capítulo 2 se exponen las características principales de los algoritmos de la teoría del SC para la recuperación de señales en la 5G. Además, se realiza una comparación entre los algoritmos, mostrando sus ventajas y desventajas. Por último, se resaltan las principales características del asistente matemático Matlab 2015.

En el capítulo 3 se realizaron algunas simulaciones en Matlab 2015 empleando el algoritmo Orthogonal Matching Pursuit (OMP) para la recuperación tanto de señales como de imágenes, utilizando la transformada de Fourier y la de Wavelet.

CAPÍTULO 1. PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS DE LA 5G Y DE LA TEORÍA DEL SENSADO COMPRIMIDO

En los últimos años, el aumento del tráfico de datos y las exigentes demandas de los usuarios han propiciado un creciente desarrollo en las comunicaciones móviles; lo que ha conllevado a que el estudio de la 5G se convierta en un novedoso tema de investigación. La recuperación de las señales en la 5G ha propiciado que la utilización de algoritmos se convierta en un elemento imprescindible para asegurar su eficiencia y confiabilidad.

En el presente capítulo se exponen las principales características de la 5G de las comunicaciones. También, se describe la banda de ondas milimétricas y se puntualizan los principios de funcionamiento de las antenas inteligentes. Finalmente, se identifican algoritmos para su futura implementación en la 5G, desarrollados en la teoría del Sensado Comprimido.

1.1 Particularidades de la Quinta Generación de las Comunicaciones Móviles

Las redes inalámbricas de la 5G comenzarán a aparecer en el mercado entre 2020 y 2030, con el fin de sostener el crecimiento continuo del negocio de la telefonía móvil y apoyar a la industria a la hora de ofrecer una mejor respuesta a los desafíos que se plantean [1].

La 5G permitirá conectarse a varias redes de cualquier generación al mismo tiempo o conmutar entre dos de ellas. Brindará alta resolución para los usuarios de teléfonos celulares, un ancho de banda bidireccional y una elevada calidad de servicio basada en la política de evitar errores. La velocidad de conexión será de 25Mbps y la transmisión de datos estará próxima al gigabit. Estas características harán de la 5G una tecnología inminente con mayor fiabilidad y eficiencia que sus predecesoras [8].

Los sistemas 5G, debido a su evolución, serán capaces de soportar aplicaciones inalámbricas de la Wireless World Wide Web (wwww) permitiendo una red altamente flexible; además será compatible con la Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM), Multi-carrier Code Division Multiple Access (MC-CDMA), Ultra Wide-Band (UWB) y el Internet Protocol version 6 (IPv6) [9].

Para la 5G, las antenas inteligentes y una modulación flexible permitirán optimizar el ad-hoc de las redes inalámbricas. Las tecnologías más importantes dentro de esta generación son las Redes Inalámbricas de Área Local (802.11), las Redes Inalámbricas de Área Metropolitana (802.16), la Ad-hoc Wireless Personal Area Network (WPAN) y redes inalámbricas para las comunicaciones digitales [10].

Debido a la creciente congestión en las bandas bajas del espectro (hasta 3GHz) la próxima generación de sistemas celulares hará uso de frecuencias más altas, lo que le facilitará soportar elevadas razones de datos, hasta Gigabits por segundo (Gbps). Este rango de frecuencias es usualmente llamado banda milimétrica (mmWave) y aunque provee disímiles beneficios no permite que las ondas de radio puedan viajar largas distancias [11].

1.1.1 Características principales de la banda milimétrica

El uso de LTE y LTE-A conlleva a utilizar celdas más pequeñas y de mayor capacidad, por lo que para la 5G es posible utilizar partes del espectro, que aunque no ofrezcan tan buenas condiciones de propagación si tengan disponible un mayor ancho de banda. Estas condiciones son las que ofrece el segmento de microondas superior que se encuentra menos congestionado [12].

La mmWave o Frecuencia Extremadamente Alta (EHF) comúnmente se refiere al rango de frecuencias de 30-300GHz. Las ondas de radio que operan en el rango de Frecuencia Súper Alta (SHF) y en EHF comparten características de propagación similares, con longitudes de onda que se extienden desde 10 hasta 100mm [13].

Hay varias motivaciones para utilizar las frecuencias de mmWave en redes de la 5G: primero, existe una inmensa cantidad de espectro disponible, incluyendo el Local Multipoint Distribution Service (LDMS) en 28-30GHz, la banda libre de licencia en 60GHz y la banda E en 71-76GHz, 81-86GHz y 92-96GHz, mientras que el espectro por debajo de los 3GHz está muy congestionado y escaso; segundo, debido a la alta atenuación en el espacio libre la

misma frecuencia puede ser reutilizada en distancias cortas; tercero, el tamaño físico de las antenas en las frecuencias mmWave es tan pequeño que se vuelve práctico construir arreglos de antenas direccionales que se pueden integrar en chips o en placas de circuito impreso; cuarto, la privacidad y seguridad aumentan debido al rango limitado de transmisión y a las amplitudes relativamente estrechas del haz que pueden ser logradas [14].

Aunque la mmWave ha ganado gran interés para sistemas de la 5G, hay muchas inquietudes acerca de las características de transmisión en frecuencias tan altas, como la atenuación, debido a la propagación en el espacio libre, los gases atmosféricos y la lluvia. Con el incremento de la frecuencia de la portadora, la pérdida de penetración de las señales aumenta y las señales difractadas pueden llegar a ser muy débiles, por tal motivo se le atribuye gran importancia a la línea de vista (LOS) [14].

En las comunicaciones de la mmWave los múltiples caminos en el canal de propagación generan interferencia multitrayecto, la cual si es combinada con la atenuación de la señal hace que las diferencias en las longitudes del trayecto sean evidentes debido a reflexiones en la superficie, la dispersión de los objetos y las propagaciones heterogéneas [15]. Las pérdidas de trayecto en los sistemas exteriores que utilizan frecuencias de la mmWave son un problema crítico, especialmente si se compara con las de un sistema inalámbrico que utiliza frecuencias por debajo de 3GHz. Los sistemas en interiores requieren enlaces más largos y una ganancia mucho mayor [16].

La utilización de arreglos de antenas en la mmWave permite implementar la formación del haz en el transmisor y el receptor, con el objetivo de proporcionar una ganancia que compense las pérdidas del trayecto dependientes de la frecuencia, superando la potencia de ruido adicional y reduciendo la interferencia fuera de las celdas [17].

1.2 Principios de funcionamiento de las antenas inteligentes

La capacidad no es la única limitación inherente a los sistemas móviles celulares, también se pueden destacar: el desvanecimiento por multitrayecto, que degrada las prestaciones del canal de comunicaciones y la interferencia cocanal, que empeora la relación portadora a interferencia de la señal recibida, lo que afecta directamente el buen funcionamiento del sistema. Estas limitaciones tienen su origen en el hecho de que en los sistemas celulares

actuales los canales de tráfico se transmiten a través de antenas omnidireccionales o sectoriales. Por este motivo, se está emitiendo señal a usuarios no deseados y a su vez se reciben señales de diversas fuentes [18].

Los sistemas de antenas inteligentes (SASs) y la codificación son dos técnicas que se utilizan para la lucha contra el desvanecimiento. Una antena inteligente es aquella que, en vez de disponer de un diagrama de radiación fijo, es capaz de generar o seleccionar haces muy directivos enfocados hacia el usuario deseado, e incluso adaptarse a las condiciones radioeléctricas en cada momento. Con estas características se minimiza el impacto de ruido, la interferencia y otros elementos que degradan la calidad de la señal [4], [18].

La energía proveniente del sistema de antenas es combinada con el objetivo de optimizar la potencia requerida para establecer el nivel deseado de cobertura; además de permitir la ganancia de procesamiento necesaria para el enlace descendente. La información compuesta del conjunto se usa para minimizar el desvanecimiento y otros efectos indeseables de la propagación multitrayecto [19].

Las características de propagación del canal en los sistemas de antenas inteligentes convencionales están basadas en los llamados canales vectoriales, por lo que el número de canales de radiofrecuencia (RF) al igual que los amplificadores de bajo ruido y mezcladores tiene que ser igual al número de elementos de la antena, que a menudo genera un gran gasto de hardware [20].

Los sistemas de antenas inteligentes son usualmente clasificados en categorías como: Haz conmutado, Haz de seguimiento y Haz adaptativo.

En los sistemas de haces conmutados se cubre la zona deseada (celda) generando varios haces fijos, cada uno de ellos con un sector angular diferente. El procesador del sistema se encarga de seleccionar el haz que con mayor nivel de potencia, mayor SNR o mayor relación portadora/interferencia (C/I), llegue a cada usuario en particular [21].

En los sistemas con haces de seguimiento existe un conjunto de elementos radiantes precedidos por un dispositivo que permite variar la amplitud y la fase de la señal que transita por ellos, de forma que todos los elementos reciben la misma señal pero con amplitudes y fases distintas. La distancia entre dos elementos consecutivos es una fracción de la longitud de onda. El valor de la separación entre elementos radiantes y la diferencia de amplitud y

fase con que se alimentan, determinan el diagrama de radiación del conjunto. En esta técnica es necesario utilizar algún algoritmo de detección de la dirección de llegada, de modo que pueda reorientarse dinámicamente el haz para apuntar hacia el usuario deseado [22].

En los sistemas de haz adaptativo la salida de cada elemento del arreglo se pondera con un factor de peso cuyo valor se asigna dinámicamente, de modo que se conforma el diagrama de radiación para maximizar el nivel de potencia, la SNR, o algún otro parámetro de la señal. El patrón de radiación resultante, presenta un lóbulo principal en la dirección del usuario deseado, lóbulos secundarios en las direcciones de las componentes multitrayecto y mínimos en las direcciones de las fuentes de interferencia [22]–[24].

En sistemas inalámbricos actuales, el conjunto de antenas inteligentes puede ser instalado en la BS y en el terminal móvil permitiendo la comunicación dúplex entre los dos puntos. Estos conjuntos pueden ser divididos en dos partes: una analógica, integrada por los arreglos de antenas, módulos de RF (amplificadores, filtros, mezcladores, osciladores), demoduladores en cuadratura de fase (I-Q), convertidores análogo-digital (A/D), etcétera; y una digital que comprende los algoritmos de procesamiento de las señales del conjunto [5].

1.2.1 Características de las antenas MIMO

Un factor limitante para lograr las altas razones de datos deseadas en la 5G es la interferencia, que surge debido a la incrementada reutilización temporal y espectral de los recursos. Como consecuencia, las técnicas recientes que explotan el dominio espacial contribuyen significativamente a una mejor operación de las redes. Entre ellas, las configuraciones de antenas MIMO y Beamforming (BF) que permiten el incremento de la flexibilidad en la mitigación de la interferencia. El equipamiento de los transmisores y receptores con las técnicas MIMO proporcionan un aumento de la diversidad y las ganancias de multiplexación [25].

MIMO es una combinación de Single-Input Multiple-Output (SIMO) y Multiple-Input-Single-Output (MISO). El canal MIMO es construido con arreglos de múltiples elementos en cada extremo del enlace inalámbrico. El número de antenas, el espaciamiento entre ellas, las características del canal (línea de vista, LOS o sin línea de vista, NLOS) y la elección de métodos combinados de códigos y señales son factores importantes para su desempeño (figura 1.1) [26].

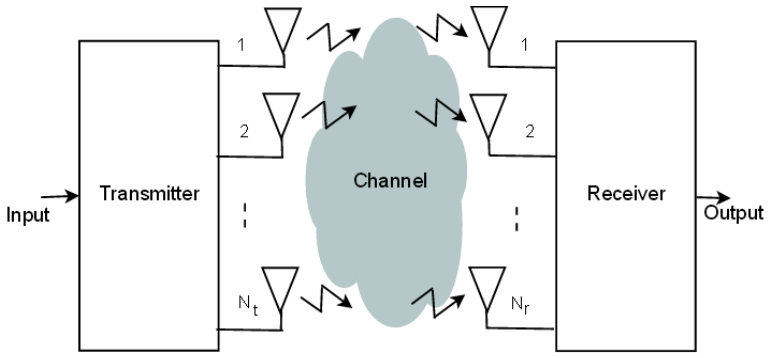


Figura 1.1 Modelo de un sistema MIMO [27]

Las utilidades ofrecidas por las topologías MIMO condujeron a su inclusión en diversos estándares inalámbricos, entre ellos, IEEE 802.11n, 802.16e, 3GPP LTE, y LTE avanzado. Las técnicas de comunicaciones existentes para canales MIMO dependen básicamente del grado de conocimiento de la información del estado del canal (CSI) en el transmisor y/o receptor. Los sistemas MIMO explotan la abundante dispersión observada en los ambientes urbanos que ofrecen trayectorias de propagación independientes para las señales emitidas. En estos sistemas se puede cargar cada antena con una señal portadora que contenga información diferente, aumentando así la ganancia de multiplexación o cargar la misma señal en todas las antenas, mejorando la ganancia de diversidad [25].

MIMO es una técnica que aumenta el desempeño y disminuye el consumo de energía de las redes inalámbricas, a partir del uso de la multiplexación espacial y la diversidad espacial. La multiplexación espacial se basa en la transmisión de diferentes flujos de datos o distinta información a través de varios caminos de propagación, incrementando de esta manera la capacidad del canal y la tasa de transmisión de la información, pero sin aportar ningún aumento en la calidad o relación señal a ruido de la señal (SNR). La diversidad espacial se basa en la transmisión de la misma información a través múltiples antenas de forma simultánea, de manera que las señales recorran diferentes caminos de propagación y se obtenga una mejora a nivel de recepción, aumentando la robustez del sistema y contribuyendo con un aumento tanto en la calidad de la señal como en la capacidad del canal [28].

Algunos ejemplos de técnicas MIMO son: simple usuario (SU-MIMO), multiusuario (MU-MIMO) y retransmisión cooperativa. Estas permiten configuraciones de enlace flexibles

incluyendo la punto-multipunto y la multipunto-punto. La 5G de las comunicaciones considera MU-MIMO como una de sus tecnologías núcleo [29]. Los sistemas MU-MIMO permiten que múltiples equipos de usuario (UEs) transmitan a la estación base (BS), la cual recibe señales simultáneas separadas en la misma ranura de espacio y frecuencia. Una BS con MU-MIMO puede ser utilizada en dos configuraciones: co-localizado o distribuido. En el primer escenario hay solo una estación base que atiende a muchos UEs, en cambio en el panorama distribuido muchas BSs, situadas en lugares diferentes y cada una conectada a una Unidad Central de Procesamiento (CPU) para compartir información, pueden colaborar y servir a varios UEs [27].

En sistemas de la 4G, los modos simple usuario (SU-MIMO) y multiusuario (MU-MIMO) son típicamente controlados basándose en las estimaciones de las respuestas del canal en las antenas individuales. En un sistema MIMO que utiliza frecuencias de la mm-Wave y opera en RF, la obtención de la información del canal en los elementos individuales de la antena resulta difícil dada la necesidad para la conformación de haces de RF de incrementar el pobre cálculo del enlace. Una solución adoptada por IEEE 802.11ad fue utilizar haces estrechos conmutados formados en RF, tanto en el transmisor como en el receptor, y lo mejor de este par de haces sería escogido para la transmisión de datos [30].

1.2.2 Características de las antenas MIMO Masivo

MIMO masivo (Massive MIMO) o también conocido como sistema de antenas a gran escala es un área activa para los sistemas inalámbricos de la 5G, debido a su potencial para lograr un alto rendimiento y obtener todos los beneficios del MIMO convencional pero a una mayor escala [31].

En los sistemas MIMO Masivo la BS tiene un gran número de antenas lo que contribuye a disminuir la interferencia entre usuarios, por lo que la razón de datos aumenta y las técnicas de procesamiento de señales de baja complejidad pueden ser utilizadas [32]. Para explotar un gran conjunto de antenas en sistemas MIMO masivo, las amplitudes y las fases de los símbolos transmitidos se modifican tradicionalmente en banda base [33]. El problema principal de los sistemas que operan en la mmWave es su sensibilidad a las obstrucciones, por lo que usar MIMO Masivo les permite aumentar su capacidad y eficiencia espectral. Los conjuntos MIMO Masivo pueden alterar los haces transmisores y receptores bajo cambios

medioambientales sin la demanda de reajustes físicos y pueden comunicarse con varias estaciones porque sus haces son guiables [34].

Con MIMO Masivo, los Grados de Libertad (DOF) pueden ser aumentados y la potencia transmitida reducida. A diferencia de los sistemas MIMO convencionales, MIMO Masivo utiliza amplificadores más económicos y de baja potencia (mili watts). Además, es potente contra los desvanecimientos y robusto ante el fracaso de una o varias antenas, proporcionando mayor ganancia de multiplexación y una mejorada eficiencia de radiación. MIMO Masivo puede utilizar un patrón de radiación con un haz estrecho o con una ganancia directiva alta [31], [35].

Por otra parte, el desempeño de los sistemas MIMO Masivo depende excesivamente de las propiedades de la antena y del ambiente de propagación. Utilizando dúplex por división de tiempo (TDD) su desempeño estaría limitado por la interferencia proveniente del reúso de pilotos en los bordes de las celdas. El número de secuencias ortogonales es restringido por el tiempo de coherencia, el cual depende de la movilidad de los terminales. Una estimación deficiente del canal puede degradar el desempeño del sistema debido a la contaminación piloto [36], [37]. La información del estado del canal en la BS juega un papel importante en la transmisión en los sistemas MIMO masivo, y en los sistemas prácticos es típicamente obtenido con asistencia de la inserción periódica de señales piloto. En la transmisión TDD, la CSI puede ser obtenida en el enlace ascendente a partir del aprovechamiento de la reciprocidad del canal [38].

En los sistemas MIMO Masivo multiusuario los esquemas de procesamiento lineal simples, como cero-forzado (ZF) y error cuadrático medio mínimo (MMSE), son utilizados para alcanzar el rendimiento óptimo logrado por la codificación en las comunicaciones de enlace descendente [33].

1.3 Características fundamentales de la teoría del Sensado Comprimido

El teorema de muestreo de Shannon/Nyquist señala que no perder información en la reconstrucción de una señal a partir de sus muestras, es posible si la señal está limitada en banda y la tasa de muestreo es superior al doble de su ancho de banda. En muchas aplicaciones, incluyendo la imagen digital y la cámara de video, la razón de Nyquist puede

ser tan alta que se obtengan demasiadas muestras y sea necesario comprimir para transmitirlas o almacenarlas. En otras aplicaciones, como los sistemas de procesamiento de imágenes (los escáneres médicos, radares) y los convertidores análogo-digital de alta velocidad, aumentar la razón de muestreo más allá de su estado actual es muy costoso [39].

Una teoría alternativa al teorema de Nyquist fue propuesta por David L. Donoho y Emamnuel J. Candès, llamada "Sensado Comprimido". Donoho fue el primero que propuso el concepto del SC; donde sugiere que si hay una señal dispersa la original puede ser reconstruida a partir de un número de muestras menor que las propuestas por el teorema de muestreo de Shannon/ Nyquist. Candès, desde la perspectiva matemática, demuestra la racionalidad de la teoría, es decir, la señal puede ser reconstruida utilizando una pequeña porción de los coeficientes de la transformada de Fourier [40].

La principal motivación en el SC es que muchas señales del mundo real pueden aproximarse adecuadamente a partir de señales dispersas, es decir, que pueden aproximarse por una combinación lineal de términos de una base vectorial en la cual solo se tienen algunos términos significativos. El SC contribuirá al mejoramiento significativo de la forma en que actualmente se realiza el procesamiento de señales, reduciendo los costos computacionales y con ello optimizando la utilización de recursos tales como la energía [41].

En el proceso de compresión utilizando el SC son combinados tres pasos: la adquisición de datos, la codificación y el muestreo, con el objetivo de obtener directamente los datos muestreados durante una medición. Esto reduce los requerimientos en la adquisición de datos y la carga computacional para codificar la señal [42].

Para obtener una representación comprimida se calculan los coeficientes en la base seleccionada (Fourier o una base Wavelet), manteniendo y almacenando solo los más grandes, mientras que el resto de ellos se hacen cero cuando se recupera la señal comprimida. El SC predice que es posible recuperar la señal original a partir de mediciones sub-muestreadas de la misma, mediante métodos computacionalmente eficientes, por ejemplo la optimización convexa [43], [44].

La teoría del SC puede utilizarse para estimar la dispersión espacial del canal de propagación e identificar el ángulo de salida (AoD). Este método requiere solo una fracción de los libros de código para proveer una estimación precisa del AoD [45]. El SC incluye tres componentes

básicos: la representación dispersa, las mediciones de codificación y el algoritmo de reconstrucción. Como un requisito indispensable, la teoría de representación dispersa es la técnica más sobresaliente usada para vencer las dificultades presentes en el sistema [40].

El SC ha sido exitosamente aplicado en varios campos de procesamiento de señales, específicamente en las imágenes, donde la tecnología ha alcanzado cierto nivel de madurez. En las comunicaciones el rango de las aplicaciones es bastante limitado, con excepción de la estimación del canal. Un ejemplo de esto es la estimación dispersa del canal en UWB, motivada por la habilidad para decidir arribos individuales o grupos de arribos en canales multitrayecto [46].

Existen varias técnicas computacionales para resolver problemas de aproximación dispersa: los algoritmos Greedy que obtienen iterativamente una solución dispersa por medio de la identificación sucesiva de uno o más componentes que producen la mejor aproximación [47]; la relajación Convexa, técnica que reemplaza el problema combinatorio por un problema de optimización convexa, resolviendo este con algoritmos que explotan la estructura del problema [48]; los métodos Bayesianos donde se asume una distribución a priori que favorece la dispersión para los coeficientes desconocidos, se desarrolla un estimador de máximo que incorpora la observación e identifica una región de masa posterior significativa, o promedia sobre los modelos más probables [49]; la optimización no convexa convierte el problema en no convexo y trata de identificar un punto estacionario [50], la Fuerza Bruta es una técnica que realiza una búsqueda sobre todo el conjunto de posibles soportes, utilizando métodos de plano cortante para reducir el número de posibilidades [51].

Los algoritmos Greedy y los de Relajación Convexa presentan como ventaja ser computacionalmente prácticos y conducir a soluciones correctas bajo condiciones bien definidas. Los métodos Bayesianos se basan en principios sólidos, pero en la actualidad no ofrecen garantías bien definidas de solución; en cuanto a los métodos de Fuerza Bruta son algorítmicamente correctos pero solo son eficientes en problemas de pequeña escala [52]–[57].

1.3.1 Aplicaciones de los algoritmos de la teoría del SC

Las técnicas de representación dispersa han sido exitosamente implementadas en numerosas aplicaciones, especialmente en los campos de visión computarizada, procesamiento de

imágenes, reconocimiento de configuraciones y aprendizaje automático. Más específicamente, la representación dispersa también ha sido utilizada en aplicaciones extensas del mundo real, como la súper resolución, la restauración, la evaluación de calidad, la segmentación, el procesamiento de señales, la búsqueda de objetos, la recuperación de imágenes, la bioinformática, la biometría y otros sistemas de inteligencia artificial. Además, el aprendizaje del diccionario es uno de los ejemplos típicos más representativos para alcanzar la representación dispersa de una señal [40].

La historia del diccionario modelado puede ubicarse alrededor de los años 1960 como la Transformada Rápida de Fourier (STFT). Un diccionario que puede llevar a la representación dispersa de una señal es usualmente alcanzado explotando un conjunto pre especificado de funciones de transformación, es decir, métodos de dominio de transformada o métodos de aprendizaje de diccionarios. La diferencia entre ellos es que los métodos de transformada de dominio usualmente utilizan un grupo de funciones fijas de transformación para representar las muestras de imagen, mientras que en los métodos de aprendizaje de diccionarios se aplican representaciones dispersas en un diccionario con información redundante. Los métodos de aprendizaje de diccionarios utilizando representación dispersa tienen las capacidades potenciales de funcionar mejor que los diccionarios predeterminados basados en funciones de transformación. El propósito de aprendizaje de diccionarios está motivado por la representación dispersa y tiene el propósito de aprender un diccionario efectivo para aproximarse o simular en gran medida datos específicos [40].

El uso del SC en los sistemas compresivos de procesamiento de imágenes y en las cámaras contribuye a reducir el número de mediciones, la potencia consumida, la complejidad computacional y el espacio de almacenamiento sin sacrificar la resolución espacial. Con la Single Pixel Camera (SPC) el sistema de imágenes se ha transformado drásticamente, debido a que esta cámara toma un número de medidas que es menor que la densidad actual de píxel requerido por las cámaras convencionales. Está basada en un único detector de fotón que es capaz de adaptar la imagen a longitudes de onda que fueran imposibles con un dispositivo convencional de carga acoplada (figura 1.2)[41].

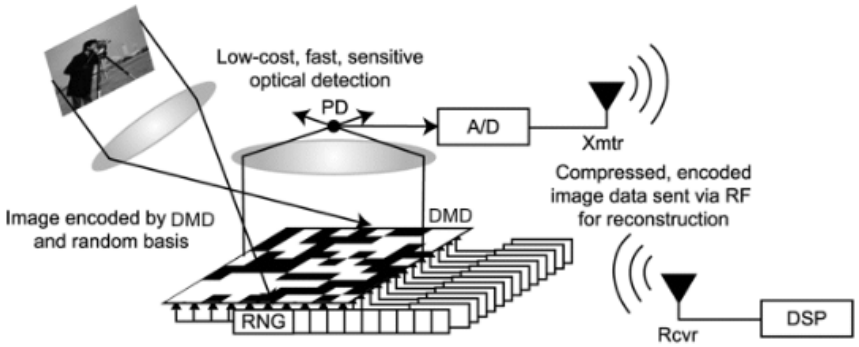


Figura 1.2 Esquema de la Cámara de Píxel Único [41]

El SC es utilizado para la formación de imágenes en la Medicina, en particular, en la Imagen por Resonancia Magnética (MRI). La imágenes MR, como las angiografías, tienen propiedades dispersivas en dominios como los de Fourier o bases Wavelet. Generalmente, MRI es un proceso costoso y que consume mucho tiempo debido a su proceso de recolección de datos que es dependiente de las restricciones físicas y fisiológicas. Sin embargo, la introducción de técnicas basadas en el SC ha mejorado la calidad de las imágenes a través de la reducción del número de medidas recolectadas y utilizando su diversidad implícita [58].

En el dominio de las comunicaciones, el SC es utilizado para la estimación del canal disperso. La estimación compresiva del canal (CCS) provee una mejor reconstrucción utilizando algoritmos no lineales que la reconstrucción lineal basada en estimadores de mínimos cuadrados (LS). La CCS basada en la estimación dispersa del canal ha sido utilizada para alcanzar menos errores de reconstrucción usando menor energía y en muchos casos, menos latencia y ancho de banda. En la estimación de canales acústicos submarinos, que son esencialmente dispersos, se obtienen mejores resultados con técnicas de SC que con el convencional estimador LS [59].

El SC puede ser utilizado como una herramienta efectiva para la provisión de seguridad en las redes. Un ejemplo de su uso es la detección de réplicas, teniendo como meta la detección de todas las imitaciones. Este proceso es de gran importancia para el sensado de redes debido al impacto sustancial de las imitaciones en las operaciones de red, entre ellas la elección de rutas, la recopilación de datos, la distribución de llaves. En [60] los autores proponen un nuevo método de detección de imitaciones basado en el SC afirmando conseguir una comunicación con costos mínimos entre todos los métodos de detección. Además, basándose

en la diversidad del aspecto de la imitación en la red proponen un esquema de identificación de clones fundamentado en el SC para redes de sensores estáticos.

1.3.2 Investigaciones realizadas sobre los algoritmos de Sensado Comprimido

En octubre del 2013, se publicó el artículo "Compressive Sensing: From Theory to Applications, a Survey" [41], realizado por Saad Qaisar, Rana Muhammad Bilal, Wafa Iqbal, Muqaddas Naureen y Sungyoung Lee. En el mismo se expone el concepto de Sensado Comprimido y sus antecedentes. Además, se analiza el fundamento matemático de esta teoría y se resaltan diferentes áreas en las que puede ser aplicada con énfasis en las comunicaciones y en los dominios de red.

En el artículo publicado en el 2010, por Georg Tauböck, Franz Hlawatsch, Daniel Eiwen y Holger Rauhut, titulado "Compressive Estimation of Doubly Selective Channels in Multicarrier Systems: Leakage Effects and Sparsity-Enhancing Processing" [61], se considera la aplicación del Sensado Comprimido para la estimación de canales doblemente selectivos en sistemas multiportador que forman pulsos. En este artículo se propone una expansión de la base resaltando la dispersión y un método para optimizar la base con o sin una información estadística previa del canal. También se presenta un cálculo alternativo basado en el SC para canales fuertemente dispersivos en tiempo-frecuencia.

En el año 2013, se concluyó la tesis titulada "Compressive Sensing in Communication Systems" [7], realizada por Karsten Fyhn en la Universidad Aalborg. En este trabajo se abordaron las principales características del SC, así como diversas aplicaciones para los sistemas de comunicaciones. Además, se propone una nueva estructura de hardware para señales difundidas en el espectro, más simple que la actual y un conjunto de algoritmos con el propósito de obtener la estimación de parámetros para la traducción de señales invariantes.

En el artículo "Sparse Objects Location Using Compressive Sensing" [62], de abril del 2015 publicado por Mayteé Zambrano, Carlos A. Medina y Raúl Paz Tamayo, se propone el desarrollo de un método simplificado para la solución del problema dispersivo inverso, el cual consigue reconstruir una serie de objetivos a partir de mediciones remotas utilizando técnicas basadas en SC y dos premisas claves: la dispersión de los objetos y la incoherencia introducida por un arreglo aleatorio de sensores. Además, se planteó un sistema simple en

tres dimensiones compuesto por un arreglo aleatorio de transceptores y una serie de objetivos puntuales ensamblados en el espacio tomando en cuenta la aproximación de Born.

En abril del 2010, Richard G. Baraniuk, Volkan Cevher, Marco F. Duarte y Chinmay Hegde realizaron un artículo titulado “Model-Based Compressive Sensing” [63], donde introducen un modelo basado en la teoría del SC que iguala la teoría convencional y provee una guía concreta de cómo crear un modelo basado en algoritmos de reconstrucción con garantías de rendimiento comprobables.

El artículo “A Survey of Sparse Representation: Algorithms and Applications” [40], publicado en mayo del 2015 por Zheng Zhang, Yong Xu, Jian Yang, Xuelong Li y David Zhang, propone un estudio global y una revisión actualizada sobre la representación dispersa, con el objetivo de darle un punto de partida a nuevos investigadores. Además, provee una visión general sobre las principales aplicaciones de esta técnica y algunos de los algoritmos que utiliza teniendo en cuenta su optimización tanto matemática como teórica.

En el año 2011, se publicó el artículo “Introduction to Compressed Sensing” [64], realizado por Mark A. Davenport, Marco F. Duarte, Yonina C. Eldar y Gitta Kutyniok. En él se expone una revisión actualizada sobre la teoría del Sensado Comprimido y se discuten temas relacionado con la dispersión y otros modelos de señal. También, se abordan varios algoritmos de reconstrucción de señal así como sus aplicaciones.

1.4 Conclusiones parciales

En este capítulo se profundizó en cuestiones relacionadas con la 5G de las Comunicaciones y el uso de la mmWave en los sistemas inalámbricos de esta generación, con el objetivo de aumentar el ancho de banda utilizando zonas no congestionadas del espectro. Además, se ofreció un acercamiento a los principios de funcionamiento de las antenas inteligentes, haciendo énfasis en los arreglos MIMO y MIMO Masivo. Por último, se abordaron las principales características de la teoría del Sensado Comprimido resaltando algunas de sus aplicaciones. También, se mencionaron los algoritmos de esta teoría que contribuirán a la recuperación de las señales transmitidas en la 5G debido fundamentalmente, al alto nivel de dispersión que poseerán las mismas.

CAPÍTULO 2. ALGORITMOS DE SENSADO COMPRIMIDO PARA LA 5G DE LAS COMUNICACIONES

El Sensado Comprimido es una técnica donde se combina el paso de compresión y muestreo propiciando un sistema más eficiente. Esta teoría provee el potencial necesario para reducir el número de mediciones requeridas para adquirir señales que están dispersas en alguna base. Una característica importante del SC es que la recuperación de las señales puede lograrse usando un conjunto de algoritmos eficientes o un programa lineal que determina la representación más dispersa consistente con las medidas adquiridas.

En este capítulo se presenta la representación matemática de la teoría del SC. Además, se exponen las principales características de algunos de los algoritmos desarrollados para la recuperación de señales, así como de la herramienta de Software necesaria para la simulación de los mismos.

2.1 Representación matemática de la teoría del SC

Las señales pueden ser aproximadas como una combinación lineal de algunos elementos de una base o diccionario conocidos. Cuando la representación es exacta se dice que la señal es dispersa. Los modelos de señales dispersos proveen un esquema matemático que capta el hecho de que en muchos casos estas señales de altas dimensiones contienen información relativamente pequeña comparada con su dimensión ambiente [64].

El modelo de adquisición de señales en el SC es bastante similar al convencional. Dado $x \in \mathbb{R}^N$ es la señal de muestra, asumiendo que la señal x está dispersa en la base ortogonal $\Psi = \{\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_N\}$, donde N es el tamaño de la señal, entonces x pude ser representada como una combinación lineal de K $(K<<N)$ funciones bases como

$$x = \sum_{i=1}^{K} \theta_{n_i} \Psi_{n_i} \qquad (2.1)$$

Donde $\Psi_{n_i} \in \Psi, n_i \in \{1,2,3, \dots, N\}$ y $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]^T$ es el vector de coeficientes para la señal *x* en Ψ. Las mediciones aleatorias de la señal *x* pueden ser representadas como

$$y = \phi\theta, \;\; \phi: MxN, \qquad K < M \ll N \qquad (2.2)$$

Donde ϕ es la matriz de mediciones aleatorias uniformes, *y* es el vector de mediciones de la señal *x*, y $M = cK(c < 1)$ representa el número de mediciones requeridas para la reconstrucción perfecta. Si todas las entradas de ϕ son extraídas de una distribución Gaussiana, la señal puede ser reconstruida con alta probabilidad de éxito cuando la constante 'c' esta entre tres y cinco [65].

Matriz de mediciones

Si se representa la señal con una base incoherente y se considera el proceso de mediciones lineal de la figura 2.1, que calcula MxN productos internos entre *x* y la colección de vectores $\{\phi_j\}_{j=1}^{M}$ por $y_j = \langle x, \phi_j \rangle$, donde $j = 1, \dots, M$, ϕ_j^T denota la traspuesta de ϕ_j y $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denota los productos internos; entonces la notación matricial del vector *y* es obtenido usando la siguiente expresión

$$y = \Phi x = \Phi\Psi\alpha = \Theta\alpha \qquad (2.3)$$

donde Φ es una matriz de mediciones de MxN y cada fila es una vector de medición ϕ_j^T,α es el vector coeficiente con *K* elementos distintos de cero y $\Theta = \Phi\Psi$, es denominada matriz de reconstrucción [66].

Contrario a los métodos tradicionales de muestreo, las medidas contenidas en *y* son suficientes para recuperar *x*. La condición para esto es que se verifique la incoherencia entre la base de medición Φ y la base de representación Ψ, esto significa que las filas de Φ no puedan representar de manera dispersa las columnas de Ψ [43].

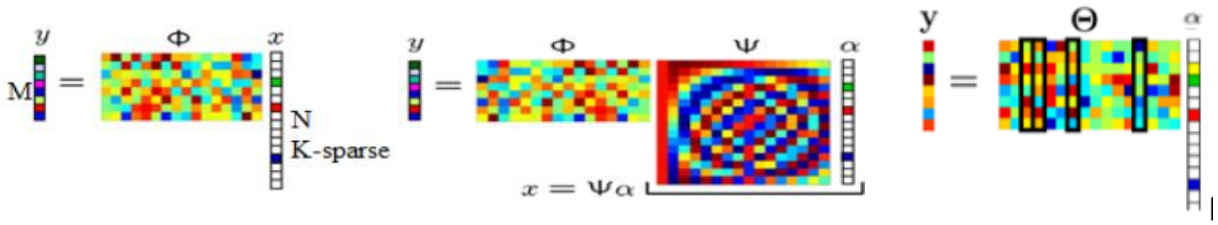


Figura 2.1 Proceso de medición en el SC [66]

Si se considera un caso con ruido libre se define como un vector de mediciones ruidoso

$$y = \Phi x + n \qquad (2.4)$$

donde $n \in \mathbb{R}^M$, es el vector de mediciones de ruido. Una señal *x*, *k*-dispersa no tiene más de *k* entradas diferentes de cero. Formalmente, $\|x\|_0 < k$ donde $\|\cdot\|_0$ es la seudo norma ℓ_0 que cuenta las entradas diferentes de cero de un vector [67].

El valor de *M* debe ser por lo menos igual a *N*, no obstante el SC manifiesta que *M* puede ser mucho menor que *N* siempre y cuando la señal sea dispersa (reconstrucción precisa) o casi dispersa (reconstrucción aproximada) en el dominio original o en algunos dominios de transformada. Los menores valores de *M* son admitidos por matrices detectadas que son incoherentes dentro del dominio en el cual la señal es dispersa. Las mediciones aleatorias pueden ser usadas por señales *k*-dispersas en cualquier base tan extensa como Φ que obedezcan la siguiente condición [41]

$$M = k \log\left(\frac{N}{k}\right) \qquad (2.5)$$

Una importante consideración para el muestreo compresivo es que la matriz de mediciones preserve las muestras de información más importantes en la señal de interés. Esto es típicamente asegurado comprobando la propiedad isométrica restringida (RIP) de la matriz de reconstrucción Θ (producto de la matriz de mediciones con la base de representación). RIP es definida por la isometría constante δ_s de una matriz, que es el menor número tal que

$$(1 - \delta_k)\|x\|_{l_2}^2 \leq \|\,\Theta_x\|_{l_2}^2 \leq (1 + \delta_k)\|x\|_{l_2}^2 \qquad (2.6)$$

Una matriz obedece a RIP de orden *s* si δ_k no se acerca demasiado a 1. RIP asegura que todos los subconjuntos de *s* columnas tomadas de la matriz son aproximadamente ortogonales y la señal dispersa no está en el espacio nulo de la matriz usada para la detección. Algunas de las

matrices de mediciones más utilizadas son las de Gauss, las aleatorias de Bernoulli y las parcialmente aleatorias de Fourier [41].

En el SC las señales son tratadas como funciones de valores reales con dominios tanto continuos como discretos, ya sea infinito o finito. Típicamente se utilizan espacios vectoriales normados, es decir, espacios vectoriales provistos de una norma. En el caso de un dominio discreto finito se pueden distinguir las señales como vectores de un espacio Euclidiano de *n*-dimensiones, denotadas por $\mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ [64].

Si se supone $v = [v_1, v_2 \dots, v_n]$ como un vector de *n*-dimensiones en el espacio Euclidiano, entonces:

$$\|v\|_p = (\sum_{i=1}^{n} |v_i|^p)^{\frac{1}{p}} \qquad (2.7)$$

es denotado como la norma *p* o la norma ℓ_p con $1 \leq p \leq \infty$ del vector *v* [40].

Cuando p=1 se denota como la norma ℓ_1, que representa el promedio de la suma de los valores absolutos de los elementos del vector v. Su interpretación geométrica es un cuadrado con una rotación de 45° (figura 2.2b) [40].

Cuando p=2 es llamada norma ℓ_2 o norma Euclidiana, se define como $\|x\|_2 = (v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2)^{1/2}$ y se representa como un círculo (figura 2.2c) [40].

La diversidad de un vector *v* siempre está relacionado con la llamada norma ℓ_0, que promedia el número de elementos distintos de cero del vector *v*, y se representa geométricamente como un entrecruzamiento (figura 2.2a). Actualmente, esta norma es el límite cuando $p \to 0$ de las normas ℓ_p y su definición es formulada como [40]

$$\|v\|_o = \lim_{p \to 0} \|v\|_p^p = \lim_{p \to 0} \sum_{i=1}^{n} |v_i|^p \qquad (2.8)$$

El significado geométrico de la norma ℓ_p (0<p<1) es representada de forma similar a una estrella como se muestra en la figura 2.2d [40].

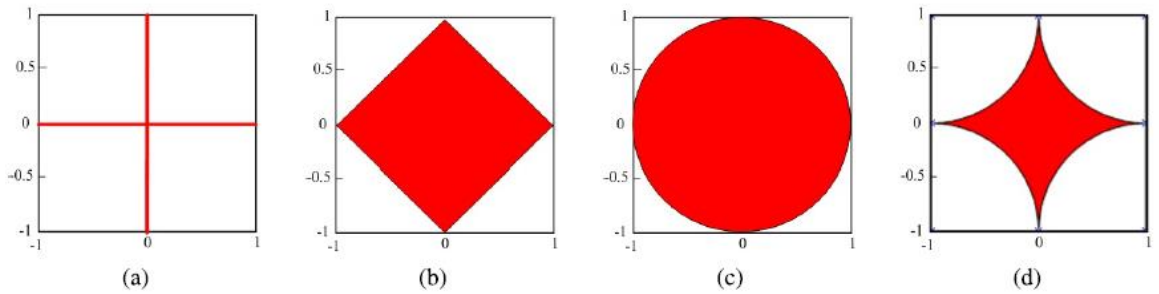


Figura 2.2 Interpretaciones geométricas de diferentes normas en 2 dimensiones. (a), (b), (c), (d) son las representaciones de las normas $\boldsymbol{\ell_0}, \boldsymbol{\ell_1}, \boldsymbol{\ell_2}, \boldsymbol{\ell_p}$ respectivamente [40]

Representación dispersa con la minimización de la norma $\boldsymbol{\ell_0}$

Desde el punto de vista del algebra lineal si no hay ningún conocimiento previo o alguna restricción impuesta la solución de la ecuación 2.3 es un problema mal representado y nunca tendrá una solución única. Es decir, es imposible utilizarla para representar la muestra detectada usando la matriz de medición Φ. Para mitigar esta dificultad, es factible imponer una función o restricción regularizadora en la representación de la solución [40].

La solución de representación más dispersa puede ser obtenida solucionando el sistema de representación lineal 2.3 con la restricción de minimización de la norma ℓ_0. Este problema puede ser convertido al siguiente problema de optimización [68]

$$\hat{x} = \arg\min \|x\|_0 \quad s.t \quad y = \Phi x \qquad (2.9)$$

Si *k* átomos de la matriz de mediciones son utilizados para representar la muestra detectada entonces la ecuación anterior será equivalente al siguiente problema de optimización, llamado problema de aproximación *k*-disperso [68]

$$y = \Phi x \qquad s.t \quad \|x\|_0 \leq k \qquad (2.10)$$

Representación dispersa con la minimización de la norma $\boldsymbol{\ell_1}$

La norma ℓ_1 se ha utilizado extensivamente en aplicaciones como el aprendizaje automático, el reconocimiento de patrones y las estadísticas. Aunque el método de representación dispersa con la norma de minimización ℓ_0 puede obtener la solución dispersa fundamental, el problema es todavía un problema polinomial fuerte no determinístico y la solución es

difícil de aproximar. El problema de optimización de la norma ℓ_1 tiene una solución analítica y puede ser solucionada en un tiempo de polinomio. De esta forma, los métodos extensos de representación dispersa con la minimización de la norma ℓ_1 se han propuesto para enriquecer la teoría del SC. Se usan generalmente para solucionar los siguientes problemas [40]

$$\hat{x} = \arg\min_{x} \|x\|_1 \qquad s.t \quad y = \Phi x \quad (2.11)$$

$$\hat{x} = \arg\min_{x} \|x\|_1 \qquad s.t \quad \|y - \Phi x\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (2.12)$$

Donde ε es el residuo esperado para las estadísticas dadas de ruido.

Representación dispersa con la minimización de la norma ℓ_2

La solución obtenida por la minimización de la norma ℓ_2 tiene la propiedad de ser discriminativa y distinguible pero no es lo suficientemente dispersa. La función objetiva del método de representación dispersa con la minimización de la norma ℓ_2 es la solución del siguiente problema [40]

$$\hat{x} = \arg\min_{x} \|x\|_2^2 \qquad s.t \quad \|y - \Phi x\|_2^2 \leq \varepsilon \quad (2.13)$$

2.2 Algoritmos de recuperación de señales

La calidad de la reconstrucción de las señales utilizando los algoritmos de la teoría del SC depende de la compresibilidad de la señal, la elección del algoritmo de reconstrucción y de la incoherencia del algoritmo de muestreo con la base de dispersión. Uno de los resultados más favorables es que los diccionarios generados aleatoriamente son universales en el sentido que, con probabilidad muy alta, son incoherentes con cualquier base de dispersión fija [65].

La primera aproximación en un algoritmo de reconstrucción consiste en buscar el vector más esparcido que es consistente con las medidas lineales. Existen esencialmente dos procedimientos para los algoritmos alternativos flexibles. El primero es la relajación convexa que conduce a la norma ℓ_1, también conocida como búsqueda de base, mientras que el segundo son los algoritmos Greedy [69].

2.2.1 Optimización convexa

Los algoritmos de relajación convexa analizan un problema de optimización convexa a través de la programación lineal para obtener la reconstrucción de las señales. El número de

mediciones requeridas para la reconstrucción exacta es pequeño pero los métodos son computacionalmente complejos. Basis Pursuit (BP), BP de-noising (BPDN), Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO) y Least Angle Regression (LARS) son ejemplos de tales algoritmos [40].

Los algoritmos BP encuentran las representaciones de las señales en un diccionario completo a partir de la optimización convexa, garantizando estabilidad y garantías fuertes. Este algoritmo puede suprimir el ruido mientras preserva la estructura que se encuentra en el diccionario. BP está estrechamente vinculado con la programación lineal. El problema de minimización resuelto para mediciones libres de ruido en la ecuación 2.11 es conocido como BP [70].

Los problemas de aproximación dispersa intentan limitar el número de señales elementales que participan en la aproximación. Para los peores casos, es necesario buscar entre todas las subcolecciones posibles de señales elementales e identificar la mejor. Cuando el número de subcolecciones diferentes es exponencial en el tamaño del diccionario, entonces la búsqueda se hace imposible para cualquier problema práctico [71].

El término BP es utilizado, generalmente, para el caso de mediciones sin ruido mientras que BPDN se refiere al caso de mediciones en presencia de ruido. BPDN es una aproximación de la solución de un problema de optimización matemático de la forma:

$$\hat{x} = \min_{x} \frac{1}{2} \|y - \Phi x\|_2^2 + \lambda \|x\|_1 \qquad (2.15)$$

donde λ es un parámetro que controla la relación entre la dispersión y la fidelidad de reconstrucción. El uso de este algoritmo es computacionalmente atractivo por la disponibilidad de una gran variedad de paquetes de software eficientes como GPSR y SpaRSA [7].

Dada una regresión lineal con parámetros estándar X_{ij} y valores de respuesta centrados en y_i para i=1,2,…, N y j=1,2,…, p, la aproximación LASSO es definida como:

$$\hat{\beta} = \min_{\beta \in \mathbb{R}^p} \|y - X\beta\|_2^2 + \lambda \|\beta\|_1 \qquad (2.16)$$

El parámetro sintonizador λ controla la potencia de la corrección ($\|\beta\|_1$) y se obtiene $\hat{\beta}$ igual al estimado de la regresión lineal cuando $\lambda = 0$, y $\hat{\beta} = 0$ cuando $\lambda = \infty$. Para λ entre estos

dos extremos se sostienen dos ideas: ajustar un modelo lineal de y en X, y reducir los coeficientes. La naturaleza de la corrección utilizando la noma ℓ_1 causa que algunos de los coeficientes sean reducidos hasta exactamente cero. Cuando λ se incrementa, más coeficientes del conjunto son cero por lo que menos variables son seleccionadas y entre los elementos distintos de cero más reducción puede ser aplicada. Las estimaciones LASSO son generalmente parciales pero tienen un buen error cuadrático medio [72].

Las correcciones LASSO son útiles para satisfacer una amplia variedad de modelos. Los algoritmos computacionales desarrollados en la actualidad permiten la aplicación de estos modelos para los grandes conjuntos de datos, explotando la dispersión para las ganancias estadísticas y computacionales. LASSO puede ser aplicado a diversos campos, incluyendo las estadísticas, la ingeniería, las matemáticas y la informática [72].

LARS utiliza una fórmula matemática simple con el objetivo de acelerar los procesos computacionales. Dada una colección de posibles indicadores, LARS selecciona el que tenga una mayor correlación absoluta con la respuesta y, X_{j1} y realiza la regresión lineal de y en X_{j1}. Esto permite un vector residuo ortogonal con X_{j1}, considerado a partir de este paso como el nuevo valor de la respuesta. Proyecta los demás indicadores ortogonalmente con X_{j1} y repite el proceso de selección. Después de k pasos se obtiene un conjunto de indicadores $X_{j1}, X_{j2}, \dots, X_{jk}$, usado habitualmente para construir un modelo lineal de parámetro k. El algoritmo LASSO es computacionalmente económico debido a que organizando correctamente los cálculos, este costo para todos los pasos es del orden que se requirió para la solución de los Mínimos Cuadrados [73].

2.2.2 Algoritmos Greedy Pursuit (GP)

Los algoritmos Greedy datan de los años 1950. El término Greedy se debe a la difícil decisión efectuada por los algoritmos en cada iteración para seleccionar solo algunos átomos. Su idea principal es determinar la posición basada en la relación entre el átomo y la muestra en cuestión, y luego usar el mínimo cuadrado para evaluar el valor de la amplitud. Los algoritmos GP pueden obtener la solución optimizada local en cada paso con el propósito de resolver el problema. Sin embargo, con ellos siempre se puede producir la solución global óptima o una solución global aproximada. Algunos algoritmos GP son: Matching Pursuit

(MP), Orthogonal Matching Pursuit (OMP), Compressive Sampling Matching Pursuit (CoSaMP) y Subspace Pursuit (SP) [40].

MP fue el primer algoritmo general para descomponer señales en expansiones lineales de formas de onda a partir de un diccionario. Es un algoritmo iterativo que determina cuál de los átomos del diccionario es el que aporta la mayor contribución a la definición de la señal proyectada, encuentra un estimado de dicha contribución y remueve el correspondiente átomo de la conformación de la señal proyectada, definiéndose una señal residuo. Seguidamente, busca nuevamente cuál de los átomos del diccionario está presente con mayor fuerza en la señal residuo y se sustrae del mismo. Este procedimiento es repetido hasta que el residuo contenga información irrelevante de la señal original. Es posible construir una solución seleccionando un término en cada paso, este será el que más fuertemente se correlaciona con la señal residual. MP extiende esta idea a otros tipos de diccionarios y comienza por colocar el residuo inicial igual a la señal de entrada y hacer una aproximación trivial. El algoritmo debería iterar tantas veces como átomos conformen la señal, sin embargo es posible que un mismo átomo sea seleccionado varias veces como el átomo que contribuye mayormente a la definición del residuo, en cuyo caso el número de iteraciones crece, aumentando el tiempo y el costo computacional para reconstruir la señal dada; esto quiere decir que no hay convergencia garantizada [7], [40].

OMP es una mejora del algoritmo MP que genera la estimación de los coeficientes de expansión lineal basándose en la información de todos los átomos encontrados hasta ese momento. La proyección o aproximación es actualizada en cada iteración lo que implica que OMP nunca escoge el mismo átomo en próximas iteraciones y el residuo en cualquier iteración es siempre ortogonal con todos los átomos seleccionados [7].

Este tipo de algoritmo ha sido popular debido principalmente por su fácil implementación y su baja complejidad computacional; se ha demostrado que será capaz de dar la solución óptima por lo que sus restricciones son cada vez más fuertes [74].

Una pequeña descripción del algoritmo OMP sería [75]:

1. Inicializar el conjunto de elementos distintos de cero vacío, las observaciones son establecidas como el residuo, $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{z}$.

2. Correlacionar todas las columnas de $\boldsymbol{A}$ con la residual, A^Hr. Seleccionar el mayor elemento por magnitud y añadir su índice al conjunto de elementos distintos de cero.
3. Con la restricción de que solo los elementos de $\boldsymbol{x}$ (vector de dispersión) distintos de cero se han añadido al conjunto previamente, encontrar una estimación $\hat{\boldsymbol{x}}$ que minimiza $|\boldsymbol{z} - \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}|^{\mathbf{2}}$.
4. Actualizar el residuo como: $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{z} - \boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{x}}$.
5. Repetir los pasos 2-4 hasta que una $\boldsymbol{s}$ conocida sea alcanzada o la norma del residuo $|\boldsymbol{r}|^{\mathbf{2}}$ disminuya por debajo de un umbral predeterminado.

Regularized Orthogonal Matching Pursuit (ROMP) es un algoritmo Greedy que recuperara cualquier señal correctamente con cualquier matriz de medición que satisfaga la RIP. Con esta propiedad se garantiza que todas las columnas de la matriz de mediciones se aproximan a un sistema ortonormal. En cada iteración no se elige solo una coordenada como en OMP, sino hasta *k* coordenadas utilizando el vector de observación. En ocasiones se eligen coordenadas incorrectas y asegurar que no se seleccionen demasiadas en cada iteración, incluye un paso de regularización que garantizará que cada coordenada seleccionada contenga una parte similar a la información de la señal. En ROMP conocer el nivel de dispersión *k* es necesario al igual que en OMP. En el caso donde la señal no sea exactamente dispersa y esté contaminada con ruido, el algoritmo nunca se interrumpirá. Por esta razón, en los casos ruidosos se cambia el criterio de detención permitiendo que el algoritmo itere a lo sumo *k* veces [75].

Una desventaja de MP y OMP es que una vez que un átomo ha sido incluido dentro del conjunto no puede ser eliminado si un mejor conjunto de coeficientes es encontrado. Esto puede ser solucionado si la difícil decisión de seleccionar solo el átomo con la correlación absoluta más alta en cada iteración se remplazada por una operación de umbral. Este tipo de algoritmo es a veces llamado algoritmo de umbral en lugar de Greedy. Un algoritmo semejante es Compressive Sampling Matching Pursuit (CoSaMP) [7].

CoSaMP recupera señales utilizando matrices de mediciones que satisfacen la RIP. Debido a que utiliza coordenadas grandes, una aproximación para la señal se obtiene en cada iteración. Después de que cada nuevo residuo se forma, reflejando la porción perdida de la

señal, las medidas son actualizadas. Este proceso se repite hasta que la porción recuperable de la señal es encontrada [76].

En cada iteración varios índices de los mayores componentes de la señal son estimados. La estimación de la señal dispersa es también derivada usando la estimación LS, multiplicando la seudo inversa de la función base con la señal de entrada. La señal estimada es entonces reducida seleccionando solo los mayores S componentes. Esta señal reducida se utiliza para actualizar la residual, que será usada en la siguiente iteración para encontrar la posición de los mayores $2S$ componentes. Los soportes estimados recientemente son combinados con los de la última iteración antes de realizar la estimación LS. Este proceso se repite hasta que el criterio sea satisfecho [42].

El algoritmo Subspace Pursuit (SP) es similar al CoSaMP, fue desarrollado por Dai y Milenkovic y publicado en el 2009. Cada iteración en SP requiere más esfuerzo computacional que en OMP, sin embargo SP opera menos veces. Por evaluaciones experimentales quedó demostrado que estos dos algoritmos GP, tienen similares tiempos de ejecución y desempeño [77]. SP soluciona dos problemas de mínimos cuadrados por iteración y solo toma K nuevos átomos en cada iteración, de modo que el posible conjunto solución en el primer problema de mínimos cuadrados es menor. El criterio de parada utilizado en SP es diferente de los demás y se garantiza la estabilidad para el algoritmo incluso cuando la RIP no se sostiene [7].

2.3 Comparación de algoritmos de la teoría del SC

En la tesis de Karsten Fyhn, titulada “Compressive Sensing in Communication Systems” [7], se plantea que los algoritmos de optimización convexa frecuentemente proponen la mejor función de reconstrucción para el mínimo número de medidas, pero necesitan mayor complejidad computacional. Por otra parte, los algoritmos Greedy son comúnmente muy rápidos y computacionalmente ligeros, pero no siempre pueden lograr la misma representación.

En [78] J. Tropp y A. Gilbert concuerdan con Karsten Fyhn en que los algoritmos Greedy, principalmente los OMP, son rápidos para la recuperación de señales y poseen un bajo costo

de implementación, sin embargo cuando la señal no está muy dispersa la recuperación se vuelve costosa.

Petros Boufounos en su conferencia “Sparse signal reconstruction from noisy compressive measurements using cross validation” [79], concluye que tanto los algoritmos MP como los OMP pueden converger en una solución que íntegramente ilustra los datos y el ruido. Sin embargo, solo OMP puede converger a una solución dispersa. Es teóricamente posible que MP converja a una solución densa que explique las medidas y el ruido, pero no se aproxima bien a la señal original. Además, Boufounos plantea que OMP es más complejo que MP y provee mejores garantías de reconstrucción de señales.

En “Introduction to Compressed Sensing” [64], los autores plantean que aunque las técnicas de optimización convexa son métodos que permiten calcular representaciones dispersas, existe también una variada colección de métodos iterativos/Greedy para solucionar tales problemas. Los algoritmos Greedy dependen de la aproximación iterativa de los coeficientes y de la base de la señal. Algunos de ellos pueden ser presentados para tener garantías de funcionamiento que corresponden con las obtenidas por las aproximaciones de optimización convexa. En realidad, una parte de los algoritmos Greedy es notablemente similar a las técnicas de minimización ℓ_1. Sin embargo, las técnicas para comprobar el funcionamiento de ambos son completamente diferentes.

En la conferencia titulada “Greedy signal recovery review” [76], Deanna Needell, JoelTropp y RomanVershynin concuerdan en que el método de minimización ℓ_1 provee garantías uniformes para la recuperación dispersa. Una vez que la matriz de mediciones satisface la RIP este método funciona correctamente para toda señal dispersa. El método es también estable, de manera que trabaja con señales poco dispersas al igual que con las compresibles, así como señales ruidosas. OMP por otra parte, es rápido, pero le faltan fuertes garantías que ℓ_1 provee. Ciertamente, OMP trabaja para una señal y matriz de mediciones fijas con alta probabilidad, de manera que fracasa para algunas señales y matrices dispersas. Es también desconocido si OMP tenga éxito en señales compresibles o mediciones ruidosas.

En resumen, se puede concluir que los algoritmos de reconstrucción basados en la optimización convexa proponen con éxito una función de aproximación para un número pequeño de medidas, pero necesitan de una alta complejidad computacional. Por otra parte,

los algoritmos Greedy presentan la ventaja respecto a otros, de poseer un bajo costo de implementación y ofrecer una representación de la señal en un menor tiempo.

Un algoritmo Greedy sencillo es MP, el cual iterativamente suma el átomo más correlacionado del diccionario al conjunto de elementos seleccionados, sin embargo no ofrece la mejor representación y puede re-seleccionar el átomo ya escogido en la última iteración. OMP compensa estas desventajas propiciando una reconstrucción exacta de la señal dispersa para k iteraciones, manteniéndose estable ante la presencia de ruido. Estas propiedades le permitirán al algoritmo OMP ser utilizado en la estimación de señales dispersas en la 5G de las comunicaciones.

2.4 Herramienta de Simulación

MATLAB es el nombre abreviado de “MATrix LABoratory, se originó en 1970 como un asistente matemático para el uso en el álgebra de matrices y la computación numérica [80]. Como caso particular puede trabajar con números escalares, tanto reales como complejos, con cadenas de caracteres y con otras estructuras de información más complejas. Una de las capacidades de esta herramienta es realizar una amplia variedad de gráficos en dos y tres dimensiones. Para ciertas operaciones es muy rápido, por ejemplo, cuando puede ejecutar sus funciones en código nativo con los tamaños más adecuados para aprovechar sus capacidades de vectorización [81].

El entorno del MATLAB utiliza un lenguaje de computación técnico de alto nivel para el desarrollo de algoritmos, la visualización de datos y la computación numérica. Además, puede integrarse bien con otros lenguajes y aplicaciones de terceros. MATLAB también incluye un ambiente gráfico llamado Simulink. Este es usado para la simulación con múltiples dominios y el diseño basado en modelos. Además, provee interfaces de rutinas externas escritas en otros lenguajes de programación [82].

En MATLAB, así como en cualquier otro conjunto de lenguaje interactivo, el tipo, el rango y la forma de las variables son dinámicamente determinadas. Esta herramienta ofrece varias rutinas especializadas a través de complementos de dominios específicos, llamados “toolboxes” y una interfaz simplificada para bibliotecas de alto rendimiento como BLAS, FFTV y LAPACK. Por ser una herramienta de alto nivel, el desarrollo de programas

numéricos con MATLAB puede requerir hasta un orden de magnitud menos de esfuerzo que con lenguajes de programación convencionales, como Fortran, Pascal, C/C++, Java o Visual Basic. [83].

MATLAB tiene varias ventajas comparadas con los lenguajes de computación convencional para resolver problemas técnicos. Entre ellas se pueden destacar la facilidad de uso, plataforma independiente, funciones predefinidas, compilador, entre otras. Sin embargo, posee dos desventajas fundamentales, la primera es que es un lenguaje interpretado y por eso se ejecuta más lento que los compilados aunque este problema puede ser mitigado estructurando correctamente el programa; la segunda es el costo: una copia completa del MATLAB es cinco a diez veces más cara que un compilador C convencional o Fortran [84].

2.5 Conclusiones parciales

En este capítulo se abordaron las principales características de los algoritmos de la teoría del SC utilizados para la recuperación de señales. Además, se realizó una comparación sobre diversos artículos que relacionan el funcionamiento y desempeño de los mismos. Por último, se caracterizó la herramienta de simulación que se utilizará para la implementación de uno de los algoritmos descritos, con el objetivo de utilizarlo en aplicaciones de la 5G de las comunicaciones.

CAPÍTULO 3. IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO OMP Y COMPROBACIÓN DE LOS RESULTADOS

En el Capítulo 2 se describieron algoritmos de la teoría del Sensado Comprimido utilizados para la recuperación de señales dispersas en la 5G. En el desarrollo del presente capítulo se implementa el algoritmo OMP en Matlab utilizando la transformada de Fourier y la de Wavelet para la recuperación tanto de señales como de imágenes. La utilización de OMP le permitirá a los sistemas inalámbricos de la 5G la recuperación de las señales con una elevada fidelidad y en un tiempo menor que los demás algoritmos, lo que posibilitará su uso en sistemas de respuesta rápida. Adicionalmente, se muestran los resultados obtenidos en las simulaciones.

3.1 Descripción de la Transformada de Fourier y la de Wavelet

La Transformada de Fourier (TF) parte de una representación en el dominio del tiempo de una señal y obtiene la representación en frecuencias de la misma, pero sin indicar el instante de tiempo en el que aparece; información que no es necesaria cuando la señal es estacionaria; sin embargo es de crucial importancia para señales no estacionarias [85].

La transformada rápida de Fourier (STFT) resuelve el problema del análisis de señales no estacionarias, básicamente consiste en dividir la señal en diferentes partes donde se puede asumir que la señal es estacionaria. Para este propósito la señal es multiplicada por una función ventana, cuya anchura debe ser igual a la parte de la señal que se puede considerar como estacionaria. Esta función ventana inicialmente está localizada al inicio de la señal y será desplazada a una nueva localización hasta que toda la señal sea recorrida. Cuando la ventana es estrecha se obtiene buena resolución en el tiempo y pobre resolución en el dominio

de la frecuencia mientras que si la ventana es ancha se obtiene buena resolución en el dominio de la frecuencia y pobre resolución en el dominio del tiempo [85].

El análisis de cualquier señal es posible empleando una técnica alternativa llamada análisis multiresolución (MRA). El MRA analiza la señal para diferentes frecuencias con diferentes resoluciones. Cada componente espectral, por lo tanto, no se resuelve de idéntica forma como en el caso de la STFT. Este análisis es la idea básica que subyace detrás de la transformada Wavelet (WT) [86].

Esta técnica se desarrolló como una alternativa para superar los problemas de resolución de la STFT, haciendo posible una buena representación de una señal tanto en tiempo como en frecuencia de forma simultánea, con lo que se puede determinar el intervalo de tiempo en el cual aparecen determinadas componentes espectrales [86].

La transformada Wavelet filtra una señal en el dominio del tiempo mediante filtros paso bajo y paso alto que eliminan ciertas componentes de alta o baja frecuencia de la señal, el procedimiento se repite para las señales resultantes del proceso de filtrado anterior. Esta operación se denomina descomposición, proceso que continúa hasta que la señal se ha descompuesto en un cierto número de niveles predefinidos. Con la WT las altas frecuencias tienen mejor resolución en el tiempo mientras que las bajas frecuencias tienen mejor resolución en el dominio de la frecuencia [86].

A partir del procedimiento descrito por Joel A. Tropp y Anna C. Gilbert en el artículo “Signal Recovery From Random Measurements Via Orthogonal Matching Pursuit” [87], se implementó en Matlab el algoritmo OMP para la recuperación de señales dispersas, de señales estacionarias utilizando la STFT y de imágenes a partir de la transformada de Wavelet. Para la realización de las simulaciones se utilizaron los comandos de programación mostrados en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Comandos de programación para la implementación del algoritmo OMP

Comandos	Significado
max(A)	Retorna el mayor elemento. (A es un vector)

abs(A)	Devuelve el valor absoluto de cada elemento
norm(A)	Retorna la norma ℓ_2 o Euclidiana de A
randn(n,m)	Retorna una matriz de nxm con números aleatorios siguiendo una distribución Normal
fft(A)	Devuelve la transformada de Fourier de cada columna de la matriz A
eye(n)	Devuelve una matriz identidad de nxn con unos en la diagonal y ceros en las demás posiciones
sqrt(A)	Retorna la raíz cuadrada de cada elemento de A
Imread ('rosa')	Lee la imagen del archivo especificado, infiriendo el formato del mismo
rgb2gray	Convierte una imagen RGB a una escala de grises

3.2 Recuperación de una señal dispersa

Una señal dispersa es aquella que posee solo unas pocas coordenadas distintas de cero. Con estas señales, es posible la codificación con un número de mediciones mucho menor que la longitud de la señal original, ya que al proyectar sobre el nuevo espacio aleatorio, las señales se expanden en el nuevo dominio, adquiriendo una mayor información en cada medida. Esta idea es la que permite reducir la tasa de bit.

Actualmente, muchas señales como imágenes del mundo real o señales de audio se encuentran dispersas, lo cual será un problema fundamental para la 5G de las comunicaciones, debido a que se dificultará la recuperación de las mismas, de ahí la importancia de utilizar algoritmos rápidos y eficientes. La calidad de la reconstrucción dependerá del número de medidas realizadas y de cuan dispersa sea la señal. La figura

3.1 muestra un ejemplo de una señal dispersa con un tamaño de 256 y una dispersión igual a 10.

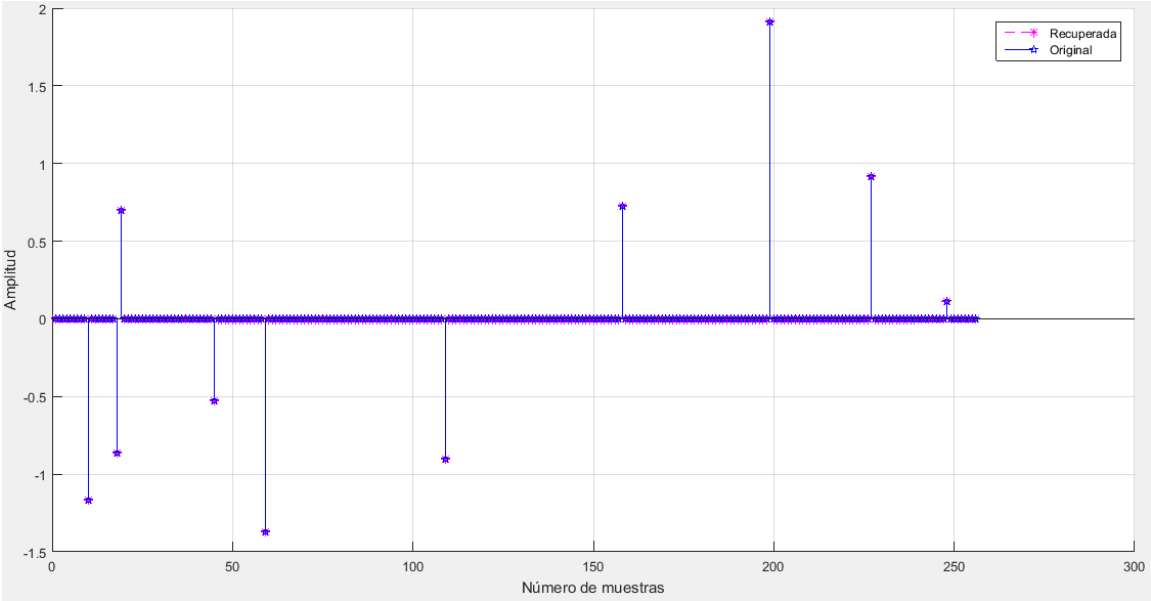


Figura 3.1 Representación de una señal dispersa para $\|x\|_0$=10

Con la utilización del algoritmo OMP la señal original es aproximada a través de iteraciones y el error de aproximación se calcula como $r_t = x - \hat{x}_t$, siendo siempre ortogonal con todos los elementos seleccionados anteriormente. En la figura 3.2 se muestra la norma ℓ_2 o norma Euclidiana del residuo (*ResHist*) para la señal sin ruido y con diferentes SNR, manteniendo constante el tamaño de la señal y la cantidad de elementos distintos de cero ($\|x\|_0$=10). Para el caso sin ruido el *ResHist* se mantiene próximo a cero recuperándose la señal con bastante exactitud, por el contrario en presencia del ruido al aumentar el valor de M y con la disminución de la SNR se produce una degradación en la recuperación de la señal.

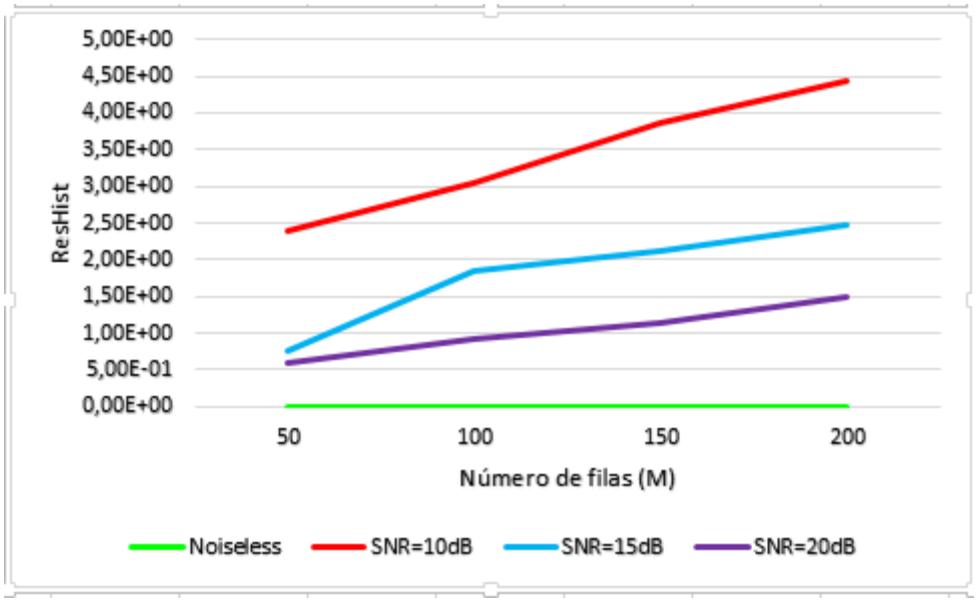


Figura 3.2 Norma Euclidiana del residuo en función del número de filas de Φ para diferentes SNR

En la figura 3.3 se muestra el error de recuperación normalizado para una SNR=15dB en función de la dispersión ($\|x\|_0$). Este error se define como

$$\|\hat{x} - x\|_2 / \|x\|_2 \qquad (3.1)$$

Donde $\hat{x}$ denota la solución dispersa recuperada. Dependiendo del nivel de error, el eje de dispersión puede ser dividido en dos: la región donde las soluciones son correctas y la región donde las soluciones tienen un error significativo. Los puntos donde en el cual la función cambia drásticamente tanto para M=100 y M=150 son llamados como nivel umbral de dispersión.

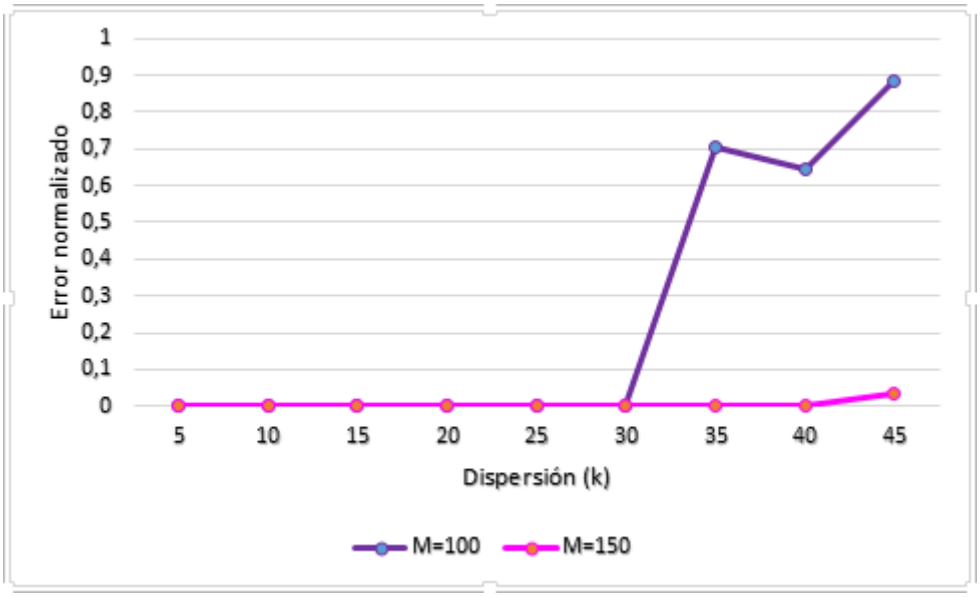


Figura 3.3 Error normalizado en función del número de componentes distintos de cero de X

Con el incremento del nivel de dispersión en la señal original aumenta también el tiempo de recuperación de la misma puesto que OMP tiene que localizar mayor cantidad de átomos en la matriz y realizar más iteraciones para obtener una representación aproximada si hay presencia de ruido o una representación exacta en ausencia del mismo (figura 3.4).

En el artículo ¨Robust Compressive Sensing Techniques¨ [88], se concluye que el algoritmo OMP es más rápido (demora 0,01 segundos) que el CoSaMP (demora 0,1 segundos) y el de optimización ℓ_1 (1 segundo); es decir, para una matriz de mediciones de solo 50 filas el aumento en el tiempo entre cada uno de los algoritmos es de un factor de 10. Los resultados obtenidos en la presente investigación, en cuanto al tiempo de simulación del algoritmo OMP, son comparables con los del artículo mencionado anteriormente.

CoSaMP actúa mejor que OMP en un tiempo similar pero tiene la desventaja de necesitar conocer el nivel de dispersión real. En fin, se demuestra que para lograr una función de reconstrucción favorable en un tiempo significativamente más bajo, OMP es un solucionador disperso potente.

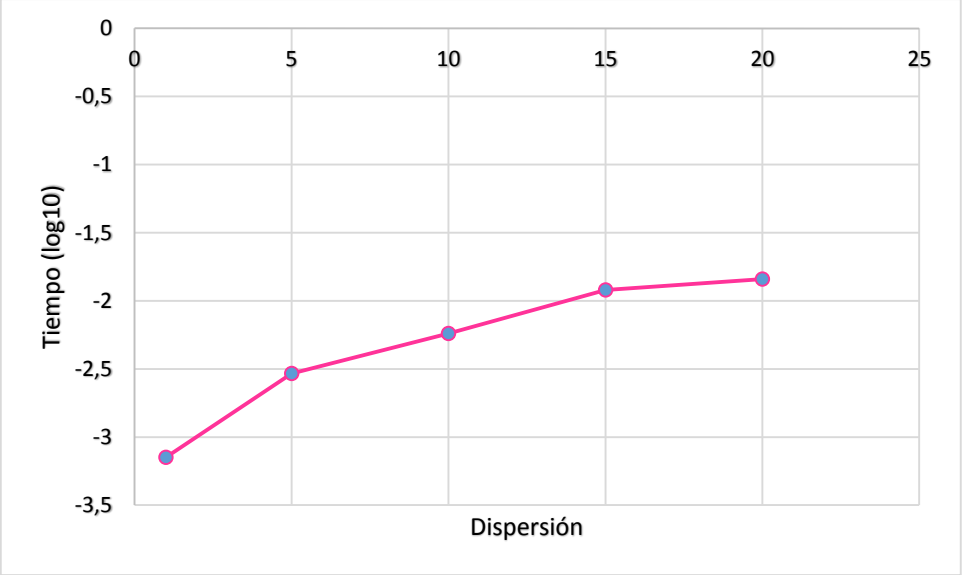


Figura 3.4 Tiempo de simulación en función del número de componentes distintos de cero

El Error Cuadrático Medio (MSE) de un estimador mide el promedio de los errores al cuadrado, es decir, la diferencia entre el estimador y lo que se estima; esta diferencia para las siguientes mediciones se deben fundamentalmente a la aleatoriedad en la conformación de las variables.

$$MSE = \frac{1}{NM}\sum_{ij}(\hat{X} - X)^2 \qquad (3.2)$$

En la figura 3.5 se graficó el MSE de reconstrucción en función del número de elementos distintos de cero (k) en la señal original; para ello se mantuvo constante el tamaño de la señal (N=256). Para las mediciones hasta cerca de $\|x\|_0 = 50$ con M=140 y para $\|x\|_0 = 60$ con M=160, se obtienen reconstrucciones exactas, comenzando a degradarse rápidamente la señal obtenida a partir de estos puntos.

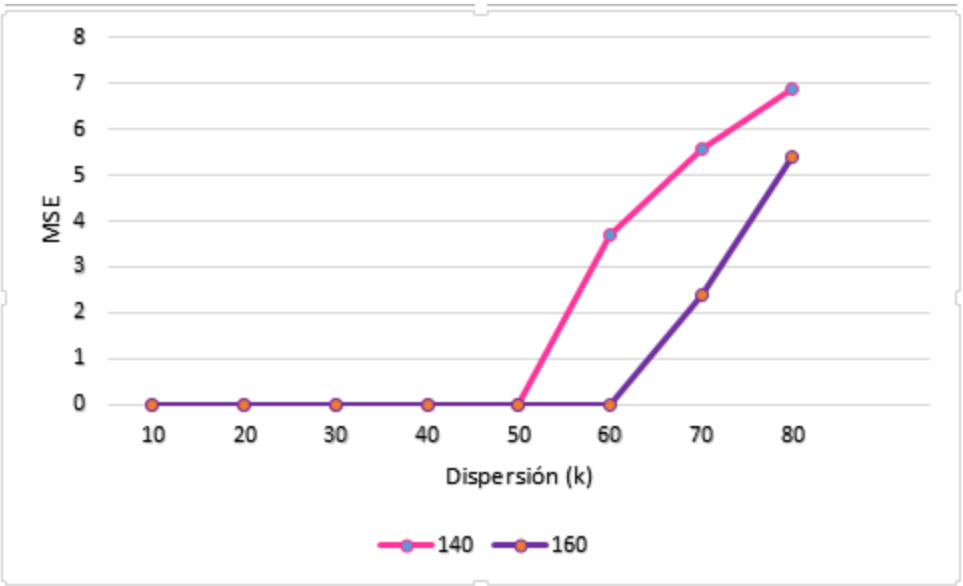


Figura 3.5 MSE en función del número de componentes distintos de cero de X

3.3 Recuperación de una señal estacionaria utilizando OMP y FFT

En la figura 3.6 se muestra una señal estacionaria recuperada a partir del algoritmo OMP. Para ello se utilizó la Transformada de Fourier con el objetivo de obtener una base ortonormal que permite la recuperación de la señal. Una señal estacionaria es aquella cuyo contenido de frecuencia no cambia en el tiempo, por lo cual no se necesita saber en qué instante de tiempo existen esas componentes de frecuencias, ya que todas están presentes en todo instante de tiempo [85].

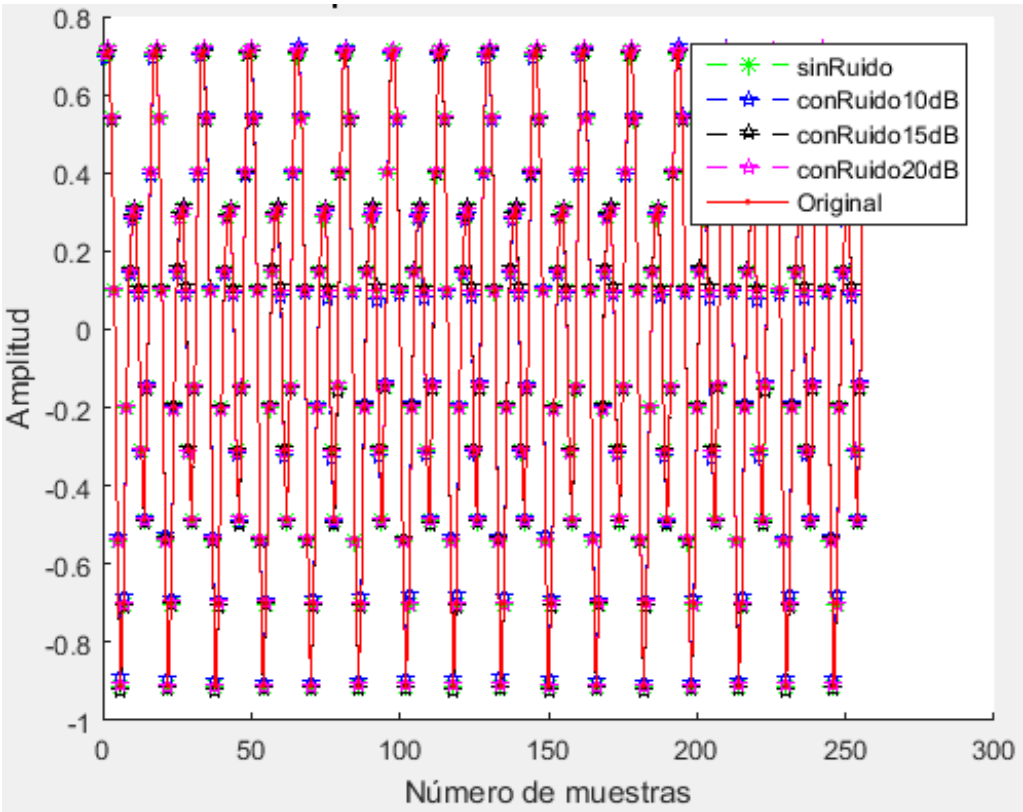


Figura 3.6 Representación de una señal estacionaria

Cuando la SNR aumenta la señal recuperada se acerca con mayor precisión a la original, debido a que la potencia de la señal transmitida es más elevada en comparación con la potencia del ruido. Por otra parte, cuando disminuye el valor de la SNR, al recuperarse la señal, se pierde gran parte de la información que se transmitió debido a la influencia del ruido sobre la misma (figura 3.7).

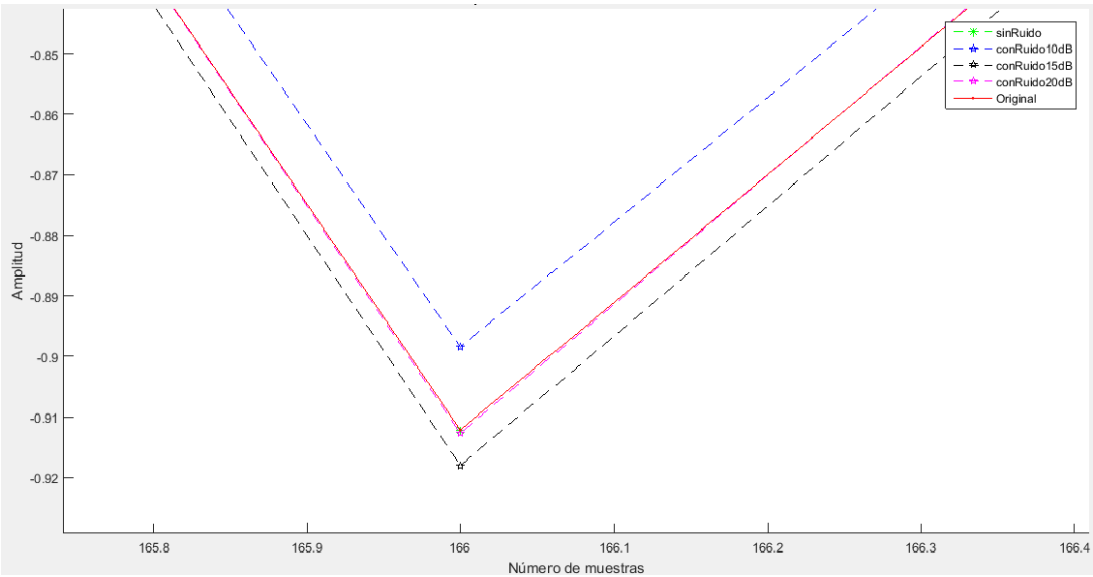


Figura 3.7 Representación de una señal estacionaria para diferentes SNR

En la figura 3.8 se muestra el error de recuperación normalizado para varios valores de SNR en función de la cantidad de filas de la matriz de mediciones (M). Con el aumento de la SNR los valores del error disminuyen considerablemente acercándose a cero cuando el valor de *M* comienza a crecer.

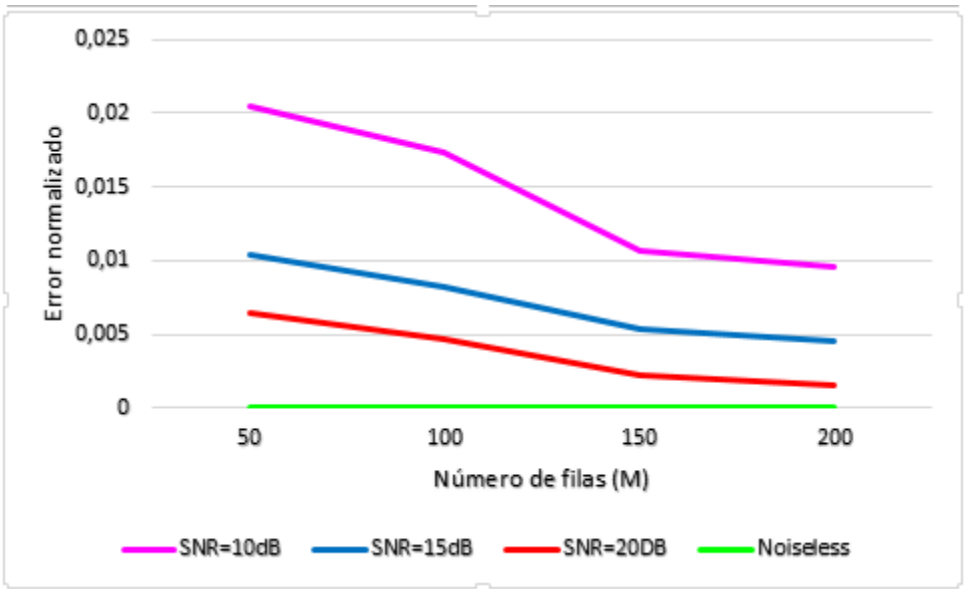


Figura 3.8 Error normalizado en función del número de filas de la matriz de mediciones

3.4 Recuperación de imágenes utilizando OMP y WT

Las imágenes del mundo real no son usualmente dispersas sino compresibles; en las cuales la mayor parte de su energía es concentrada alrededor de un pequeño número de coeficientes wavelet. El uso del SC para el procesamiento de las imágenes en la 5G de las comunicaciones permitirá reducir el número de mediciones y el espacio de almacenamiento sin afectar la calidad de la misma. Además, con la utilización del algoritmo OMP se conseguirá una representación de la señal en un pequeño período de tiempo, lo que permitirá su implementación en varias aplicaciones como la SPC y la formación de Imágenes por Resonancia Magnética, fundamentalmente en esta última donde se generalmente se consume mucho tiempo debido a que necesita recolectar un gran número de muestras. Las imágenes utilizadas para las simulaciones en esta investigación son de 128x128, 512x512 y 1024x1024 píxeles, convertidas a una escala de grises para su uso en MATLAB mediante el comando *rgb2gray*. Las imágenes son mostradas en la figura 3.9.

a) 128x128 b)512x512 c)1024x1024

Figura 3.9 Imágenes con distinta resolución utilizadas en las simulaciones

En el SC una imagen de alta resolución (relativo al número de píxeles) está más dispersa que una de baja resolución. Esto se debe principalmente a que la cantidad de información en la imagen no crece linealmente con el número de píxeles. La reconstrucción de una imagen de baja resolución en el SC tendrá una representación más alejada de la imagen original [89].

Cuando se habla de imágenes, la Relación Señal a Ruido Pico (PSNR) es aceptada como una medida de desempeño. La PSNR de una imagen expresada en decibeles es definida como:

$$PSNR = 10\log_{10}\frac{maxX^2}{MSE(X)} \qquad (3.3)$$

Donde $maxX$ denota el valor máximo que puede tomar un píxel en la imagen, cuando estos se representan usando B bits por muestra $maxX = 2^B - 1$, para las imágenes anteriores B=8. Los valores típicos de la PSNR están entre 30 y 50 dB, siendo mayor cuanto mejor es la codificación.

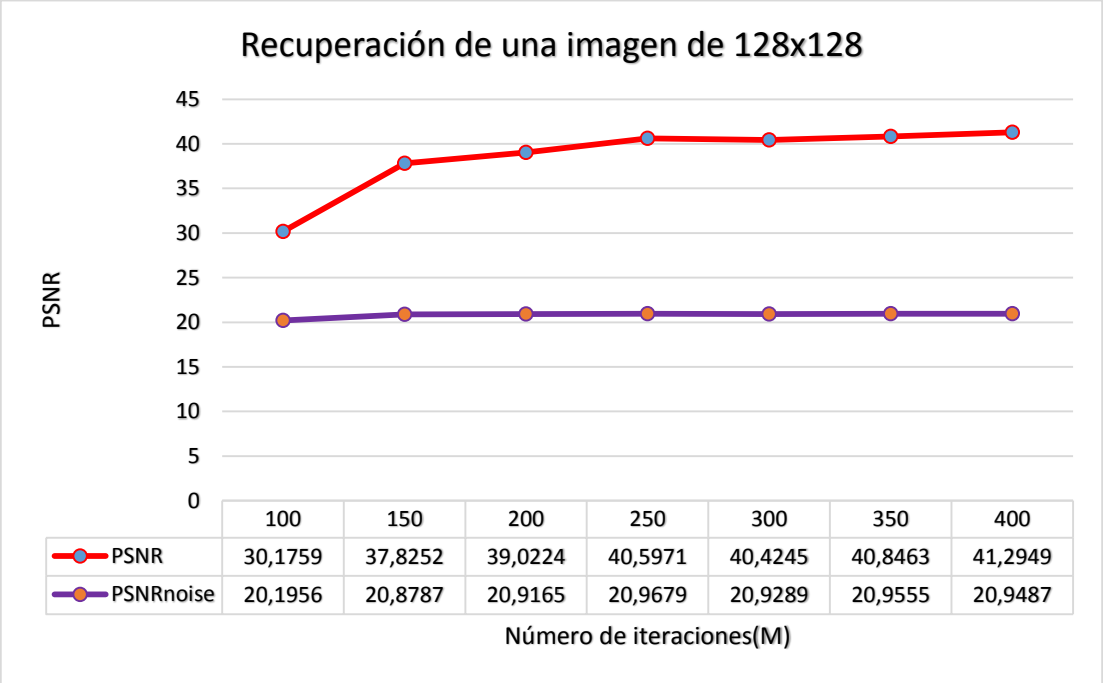


Figura 3.10 PSNR en función del número de iteraciones

En la figura 3.10 se muestran los valores de PSNR obtenidos en la recuperación de una imagen de 128x128 píxeles. Este parámetro aumenta al incrementar el número de iteraciones del algoritmo OMP logrando una representación más exacta de la imagen original (figura 3.11). La reconstrucción de la imagen cuando esta es afectada por la adquisición de ruido Gaussiano se degrada obteniendo valores de PSNR muy bajos, alrededor de los 20dB (figura 3.12).

a) b) c) d) e)

Figura 3.11 Recuperación de una imagen de 256x256

a) b) c) d) e)

Figura 3.12 Recuperación de una imagen de 256x256 con ruido Gaussiano

La imagen utilizada para las simulaciones realizadas en esta investigación tienen igual resolución que las empleadas en [89] (128x128 píxeles). En ese artículo se demuestra que la optimización ℓ_1 posee un mejor desempeño que el algoritmo OMP debido a que logra una mayor PSNR, pero OMP necesita de un menor tiempo de simulación. La razón para la superioridad de OMP sobre ℓ_1 podría ser el ajuste específico del problema, o la convergencia incompleta de la optimización ℓ_1.

En la figura 3.13 se muestra el error de recuperación normalizado de la ecuación 3.1 en función de la cantidad de iteraciones. El valor del error tiende a cero con el aumento de las iteraciones lográndose una representación más exacta de la imagen. En presencia de ruido se evidencia un pequeño deterioro en la calidad de la imagen recuperada.

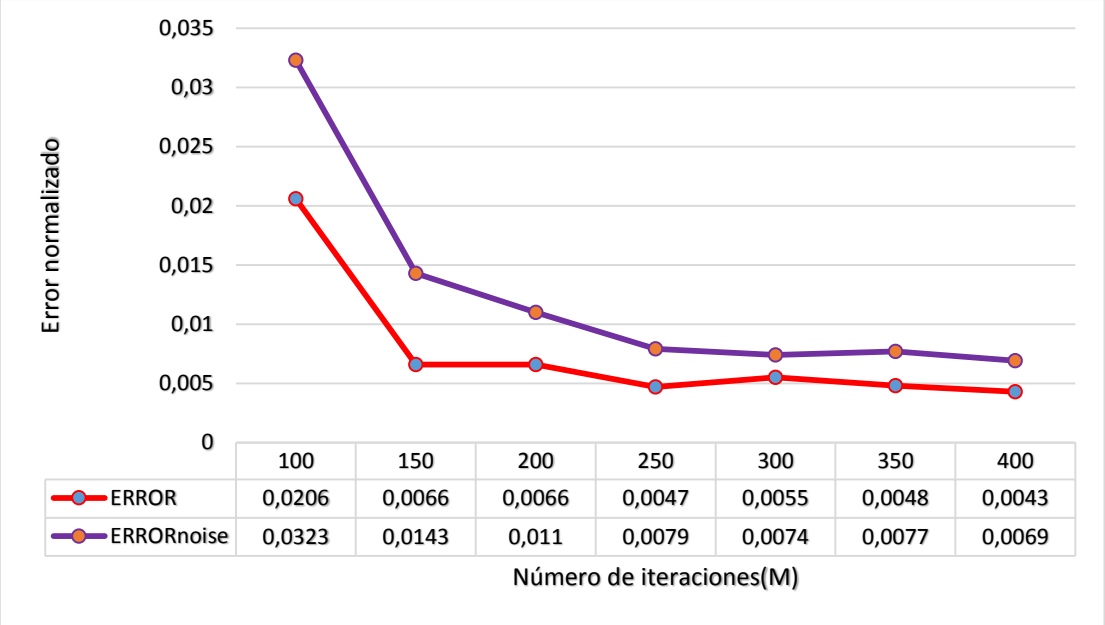


Figura 3.13 Error normalizado en función del número de iteraciones

Un aumento en el número de iteraciones del algoritmo OMP logra un mayor perfeccionamiento en la recuperación de las imágenes pero provoca un aumento en el tiempo de simulación que podría llegar a ser de horas (figura 3.14).

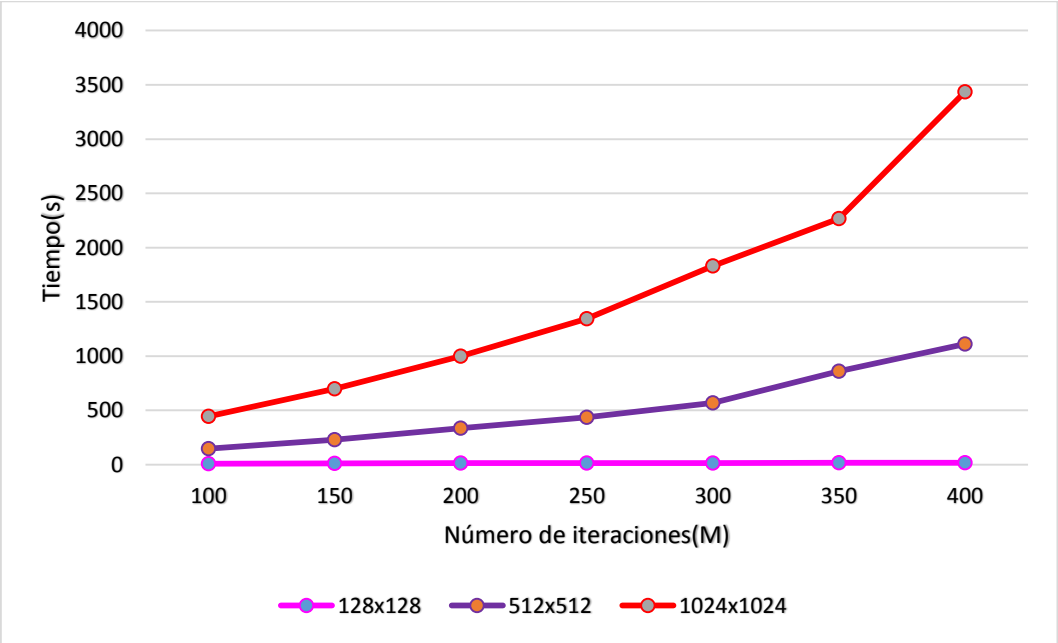


Figura 3.14 Tiempo de simulación en función del número de iteraciones para diferentes tamaños de imágenes

3.5 Conclusiones parciales

En este capítulo se realizó la simulación e implementación en Matlab del algoritmo OMP para la recuperación de señales e imágenes haciendo uso de la transformada de Fourier y la de Wavelet. Se pudo comprobar que el algoritmo OMP brinda una solución aproximada de la señal original en un corto período de tiempo, evidenciándose su superioridad ante la optimización ℓ_1, y CoSaMP en aplicaciones donde se necesite una velocidad de respuesta rápida. Además, OMP es un algoritmo de fácil implementación.

CONCLUSIONES

Con el desarrollo de este trabajo se abordaron algoritmos de la teoría del Sensado Comprimido y se implementó el algoritmo OMP, mediante la utilización de la herramienta de simulación MATLAB 2015. Con su realización, se han podido llegar a las siguientes conclusiones:

- La 5G de las comunicaciones se piensa que prevea una mayor fiabilidad, velocidad de transmisión de datos y una baja latencia en comparación con la 4G. Esta generación será una combinación de diferentes tecnologías como mmWave y MIMO Masivo las cuales causarán gran impacto en el diseño y desempeño de la misma.
- La teoría de Sensado Comprimido contribuye significativamente al mejoramiento del procesamiento de señales. Además, reduce la carga computacional y puede ser utilizada en diversas aplicaciones.
- Los algoritmos de Sensado Comprimido permitirán la recuperación de señales dispersas en los sistemas inalámbricos de la 5G de las comunicaciones. Estos hacen uso de las normas de minimización con el objetivo de obtener el valor más aproximado de la señal original.
- OMP es un algoritmo sencillo y de bajo costo que permite la recuperación de señales con exactitud a partir de un pequeño número de muestras. Además, ofrece un tiempo de simulación menor que la optimización ℓ_1 y el algoritmo CoSaMP.
- Con el desarrollo de la simulación se pudo comprobar que el uso del algoritmo OMP es efectivo en la recuperación de señales e imágenes. Además, es un algoritmo de fácil implementación y que requiere poca demora. OMP permite que en presencia de ruido se pueda obtener una representación aproximada de las señales.

RECOMENDACIONES

Se considera que las siguientes recomendaciones pueden ser de utilidad para enriquecer el estudio realizado y los resultados obtenidos:

- Continuar investigando sobre los algoritmos de la teoría del Sensado Comprimido que permitan la recuperación de señales en los sistemas de la 5G.
- Profundizar en el estudio del algoritmo OMP para la recuperación de señales dentro del canal disperso para mejorar los resultados obtenidos.
- Implementar otros algoritmos de la teoría del Sensado Comprimido que permitan su utilización en los sistemas inalámbricos de la 5G, mejorando el desempeño de los mismos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] J. Calabuig, J. F. Monserrat, and D. Gomez-Barquero, “5th generation mobile networks: A new opportunity for the convergence of mobile broadband and broadcast services,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 53, no. 2, pp. 198–205, Feb. 2015.

[2] J. G. Andrews, S. Buzzi, W. Choi, S. Hanly, A. Lozano, A. C. Soong, and J. C. Zhang, “What will 5G be?,” 2014.

[3] S. F. Hasan, “5G Communication Technology,” Springer, 2014, pp. 59–69.

[4] D.-C. Chang and C.-N. Hu, “Smart Antennas for Advanced Communication Systems,” *Proc. IEEE*, vol. 100, no. 7, pp. 2233–2249, Jul. 2012.

[5] T. Do-Hong and P. Russer, “Signal processing for wideband smart antenna array applications,” *Microw. Mag. IEEE*, vol. 5, no. 1, pp. 57–67, 2004.

[6] G. Wunder, H. Boche, T. Strohmer, and P. Jung, “Sparse Signal Processing Concepts for Efficient 5G System Design,” *IEEE Access*, vol. 3, pp. 195–208, 2015.

[7] K. Fyhn, “Compressive Sensing in Communication Systems,” Videnbasen for Aalborg UniversitetVBN, Aalborg UniversitetAalborg University, Det Teknisk-Naturvidenskabelige FakultetThe Faculty of Engineering and Science, 2013.

[8] T. V. N. Rao, “5g technologies–an anecdote of network service for the future,” *J. Glob. Res. Comput. Sci.*, vol. 2, no. 7, pp. 164–170, 2011.

[9] S. Akhtar, “2G-4G Networks: Evolution of technologies, standards, and deployment,” *Encycl. Multimed. Technol. Netw. Ideas Group Publ. Httpfaculty Uaeu Ac Aes AkhtarEncyPaper04 Pdf*, 2009.

[10] A. Gohil, H. Modi, and S. K. Patel, “5G technology of mobile communication: A survey,” in *Intelligent Systems and Signal Processing (ISSP), 2013 International Conference on*, 2013, pp. 288–292.

[11] Y. Wang, J. Li, L. Huang, Y. Jing, A. Georgakopoulos, and P. Demestichas, “Architecture of 5G mobile communication system in higher frequency band,” 2020.

[12] M. GONZALEZ NAPPA, “Detección no coherente en sistemas multiantena,” 2015.

[13] Z. Pi and F. Khan, “An introduction to millimeter-wave mobile broadband systems,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 49, no. 6, pp. 101–107, Jun. 2011.

[14] L. Wei, R. Hu, Y. Qian, and G. Wu, “Key elements to enable millimeter wave communications for 5G wireless systems,” *IEEE Wirel. Commun.*, vol. 21, no. 6, pp. 136–143, Dec. 2014.

[15] D. Wu, J. Wang, Y. Cai, and M. Guizani, “Millimeter-wave multimedia communications: challenges, methodology, and applications,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 53, no. 1, pp. 232–238, Jan. 2015.

[16] S. Hur, T. Kim, D. J. Love, J. V. Krogmeier, T. A. Thomas, and A. Ghosh, “Millimeter Wave Beamforming for Wireless Backhaul and Access in Small Cell Networks,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 61, no. 10, pp. 4391–4403, Oct. 2013.

[17] A. V. Alejos, M. G. Sánchez, and I. Cuiñas, “Measurement and analysis of propagation mechanisms at 40 GHz: Viability of site shielding forced by obstacles,” *Veh. Technol. IEEE Trans. On*, vol. 57, no. 6, pp. 3369–3380, 2008.

[18] O. JIMÉNEZ, I. J. F. Martín, and J. L. M. Sierra, “Introducción a la tecnología de Antenas Inteligentes. Aplicación a UMTS,” *Telefónica Móviles Esp.*, 2001.

[19] L. Zhou and C. Wen, “Smart antenna system,” in *Asia Pacific Optical Communications*, 2008, pp. 713643–713643.

[20] J. D. Fredrick, Y. Wang, and T. Itoh, “Smart antennas based on spatial multiplexing of local elements (SMILE) for mutual coupling reduction,” *Antennas Propag. IEEE Trans. On*, vol. 52, no. 1, pp. 106–114, 2004.

[21] C. B. Dietrich Jr, W. L. Stutzman, B.-K. Kim, and K. Dietze, “Smart Antennas in Wireless Communications: 13ase-Stat ion Diversity and Handset Beamforming,” *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 42, no. 5, pp. 142–151, 2000.

[22] L. C. Godara, “Application of antenna arrays to mobile communications. II. Beam-forming and direction-of-arrival considerations,” *Proc. IEEE*, vol. 85, no. 8, pp. 1195–1245, 1997.

[23] J. C. Liberti and T. S. Rappaport, *Smart antennas for wireless communications: IS-95 and third generation CDMA applications*. Prentice Hall PTR, 1999.

[24] M. Chryssomallis, “Smart antennas,” *Antennas Propag. Mag. IEEE*, vol. 42, no. 3, pp. 129–136, 2000.

[25] D. Vouyioukas, “A Survey on Beamforming Techniques for Wireless MIMO Relay Networks,” *Int. J. Antennas Propag.*, vol. 2013, p. e745018, Nov. 2013.

[26] C. Oestges and B. Clerckx, *MIMO wireless communications: from real-world propagation to space-time code design*. Academic Press, 2010.

[27] K. Alnajjar, “Receiver Design for Massive MIMO,” 2015.

[28] D. N. Nguyen and M. Krunz, “Cooperative MIMO in wireless networks: recent developments and challenges,” *Netw. IEEE*, vol. 27, no. 4, pp. 48–54, 2013.

[29] Q. Li, X. Lin, J. Zhang, and W. Roh, “Advancement of MIMO technology in WiMAX: from IEEE 802.16 d/e/j to 802.16 m,” *Commun. Mag. IEEE*, vol. 47, no. 6, pp. 100–107, 2009.

[30] F. W. Vook, A. Ghosh, and T. A. Thomas, “MIMO and beamforming solutions for 5G technology,” in *Microwave Symposium (IMS), 2014 IEEE MTT-S International*, 2014, pp. 1–4.

[31] E. Larsson, O. Edfors, F. Tufvesson, and T. Marzetta, “Massive MIMO for next generation wireless systems,” *Commun. Mag. IEEE*, vol. 52, no. 2, pp. 186–195, 2014.

[32] A. Chockalingam and B. S. Rajan, *Large MIMO systems*. Cambridge University Press, 2014.

[33] W. Ni, X. Dong, and W.-S. Lu, “Near-Optimal Hybrid Processing for Massive MIMO Systems via Matrix Decomposition,” *ArXiv150403777 Cs Math*, Apr. 2015.

[34] A. L. Swindlehurst, E. Ayanoglu, P. Heydari, and F. Capolino, “Millimeter-wave massive MIMO: The next wireless revolution?,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 52, no. 9, pp. 56–62, 2014.

[35] H. Q. Ngo, E. G. Larsson, and T. L. Marzettat, “Uplink power efficiency of multiuser MIMO with very large antenna arrays,” in *Communication, Control, and Computing (Allerton), 2011 49th Annual Allerton Conference on*, 2011, pp. 1272–1279.

[36] F. Rusek, D. Persson, B. K. Lau, E. G. Larsson, T. L. Marzetta, O. Edfors, and F. Tufvesson, “Scaling up MIMO: Opportunities and challenges with very large arrays,” *Signal Process. Mag. IEEE*, vol. 30, no. 1, pp. 40–60, 2013.

[37] L. Lu, G. Y. Li, A. L. Swindlehurst, A. Ashikhmin, and R. Zhang, “An overview of massive MIMO: Benefits and challenges,” *Sel. Top. Signal Process. IEEE J. Of*, vol. 8, no. 5, pp. 742–758, 2014.

[38] F. Yuan, C. Yang, Y. Song, L. Chen, Y. Kakishima, and H. Jiang, “Joint Channel Direction Information Quantization For Spatially Correlated 3D MIMO Channels,” *ArXiv150105693 Cs Math*, Jan. 2015.

[39] R. G. Baraniuk, “Compressive sensing,” *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 24, no. 4, 2007.

[40] Z. Zhang, Y. Xu, J. Yang, X. Li, and D. Zhang, “A Survey of Sparse Representation: Algorithms and Applications,” *IEEE Access*, vol. 3, pp. 490–530, 2015.

[41] S. Qaisar, R. M. Bilal, W. Iqbal, M. Naureen, and S. Lee, “Compressive sensing: From theory to applications, a survey,” *Commun. Netw. J. Of*, vol. 15, no. 5, pp. 443–456, 2013.

[42] R. Karlina, “Compressive Sensing Applied to High Resolution Imaging by Synthetic Aperture Radar,” 2013.

[43] D. L. Donoho, “Compressed sensing,” *Inf. Theory IEEE Trans. On*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, 2006.

[44] E. J. Candès, J. Romberg, and T. Tao, “Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information,” *Inf. Theory IEEE Trans. On*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, 2006.

[45] S. Sun, T. S. Rappaport, R. W. Heath, A. Nix, and S. Rangan, "Mimo for millimeter-wave wireless communications: beamforming, spatial multiplexing, or both?," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 52, no. 12, pp. 110–121, Dec. 2014.

[46] J. L. Paredes, G. R. Arce, and Z. Wang, "Ultra-wideband compressed sensing: channel estimation," *Sel. Top. Signal Process. IEEE J. Of*, vol. 1, no. 3, pp. 383–395, 2007.

[47] S. G. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuits with time-frequency dictionaries," *Signal Process. IEEE Trans. On*, vol. 41, no. 12, pp. 3397–3415, 1993.

[48] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. A. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," *SIAM Rev.*, vol. 43, no. 1, pp. 129–159, 2001.

[49] P. Schniter, L. C. Potter, and J. Ziniel, "Fast Bayesian matching pursuit," in *Information Theory and Applications Workshop, 2008*, 2008, pp. 326–333.

[50] R. Chartrand, "Exact reconstruction of sparse signals via nonconvex minimization," *Signal Process. Lett. IEEE*, vol. 14, no. 10, pp. 707–710, 2007.

[51] A. Miller, *Subset selection in regression*. CRC Press, 2002.

[52] S. R. Becker, E. J. Candès, and M. C. Grant, "Templates for convex cone problems with applications to sparse signal recovery," *Math. Program. Comput.*, vol. 3, no. 3, pp. 165–218, 2011.

[53] D. L. Donoho, M. Elad, and V. N. Temlyakov, "Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise," *Inf. Theory IEEE Trans. On*, vol. 52, no. 1, pp. 6–18, 2006.

[54] A. P. L. Polo, R. H. R. Coral, J. A. Q. Sepúlveda, and A. L. R. Vélez, "Recuperación de señales dispersas utilizando orthogonal matching pursuit (OMP)," *Sea*, vol. 1, p. 2, 2009.

[55] A. C. Gilbert, Y. Li, E. Porat, and M. J. Strauss, "Approximate sparse recovery: optimizing time and measurements," *SIAM J. Comput.*, vol. 41, no. 2, pp. 436–453, 2012.

[56] E. J. Candes and T. Tao, "Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?," *Inf. Theory IEEE Trans. On*, vol. 52, no. 12, pp. 5406–5425, 2006.

[57] A. C. Gilbert, M. J. Strauss, J. A. Tropp, and R. Vershynin, "One sketch for all: fast algorithms for compressed sensing," in *Proceedings of the thirty-ninth annual ACM symposium on Theory of computing*, 2007, pp. 237–246.

[58] M. Lustig, D. L. Donoho, J. M. Santos, and J. M. Pauly, "Compressed sensing MRI," *Signal Process. Mag. IEEE*, vol. 25, no. 2, pp. 72–82, 2008.

[59] W. U. Bajwa, J. Haupt, A. M. Sayeed, and R. Nowak, "Compressed channel sensing: A new approach to estimating sparse multipath channels," *Proc. IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 1058–1076, 2010.

[60] C.-M. Yu, C.-S. Lu, and S.-Y. Kuo, "CSI: compressed sensing-based clone identification in sensor networks," in *Pervasive Computing and Communications*

Workshops (PERCOM Workshops), 2012 IEEE International Conference on, 2012, pp. 290–295.

[61] G. Tauböck, F. Hlawatsch, D. Eiwen, and H. Rauhut, "Compressive estimation of doubly selective channels in multicarrier systems: Leakage effects and sparsity-enhancing processing," *Sel. Top. Signal Process. IEEE J. Of*, vol. 4, no. 2, pp. 255–271, 2010.

[62] M. Zambrano, C. Medina, and R. Paz Tamayo, "Sparse Objects Location Using Compressive Sensing," *Lat. Am. Trans. IEEE Rev. IEEE Am. Lat.*, vol. 13, no. 4, pp. 968–974, Apr. 2015.

[63] R. G. Baraniuk, V. Cevher, M. F. Duarte, and C. Hegde, "Model-Based Compressive Sensing," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 56, no. 4, pp. 1982–2001, Apr. 2010.

[64] M. A. Davenport, M. F. Duarte, Y. C. Eldar, and G. Kutyniok, "Introduction to compressed sensing," *Preprint*, vol. 93, pp. 1–64, 2011.

[65] E. J. Candes and T. Tao, "Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?," *Inf. Theory IEEE Trans. On*, vol. 52, no. 12, pp. 5406–5425, 2006.

[66] S. Ahmed, "Compressive Sensing for Speech Signals in Mobile Systems," The University of Texas at Tyler, 2011.

[67] Y. Pfeffer, "Compressive sensing for hyperspectral imaging," Citeseer, 2010.

[68] D. L. Donoho and M. Elad, "Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via ℓ1 minimization," *Proc. Natl. Acad. Sci.*, vol. 100, no. 5, pp. 2197–2202, 2003.

[69] R. G. Baraniuk, "Compressive sensing," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 24, no. 4, 2007.

[70] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. A. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," *SIAM Rev.*, vol. 43, no. 1, pp. 129–159, 2001.

[71] J. A. Tropp, "Algorithms for simultaneous sparse approximation. Part II: Convex relaxation," *Signal Process.*, vol. 86, no. 3, pp. 589–602, 2006.

[72] R. Tibshirani, "Regression shrinkage and selection via the lasso: a retrospective," *J. R. Stat. Soc. Ser. B Stat. Methodol.*, vol. 73, no. 3, pp. 273–282, 2011.

[73] B. Efron, T. Hastie, I. Johnstone, R. Tibshirani, and others, "Least angle regression," *Ann. Stat.*, vol. 32, no. 2, pp. 407–499, 2004.

[74] C. R. Berger, Z. Wang, J. Huang, and S. Zhou, "Application of compressive sensing to sparse channel estimation," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 48, no. 11, pp. 164–174, Nov. 2010.

[75] D. Needell, "Topics in compressed sensing," *ArXiv Prepr. ArXiv09054482*, 2009.

[76] D. Needell, J. Tropp, and R. Vershynin, "Greedy signal recovery review," in *Signals, Systems and Computers, 2008 42nd Asilomar Conference on*, 2008, pp. 1048–1050.

[77] D. Sundman, "Compressed Sensing: Algorithms and Applications," 2012.

[78] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, “Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit,” *Inf. Theory IEEE Trans. On*, vol. 53, no. 12, pp. 4655–4666, 2007.

[79] P. Boufounos, M. F. Duarte, and R. G. Baraniuk, “Sparse signal reconstruction from noisy compressive measurements using cross validation,” in *Statistical Signal Processing, 2007. SSP’07. IEEE/SP 14th Workshop on*, 2007, pp. 299–303.

[80] K. Somsai, A. Oonsivilai, A. Srikaew, and T. Kulworawanichpong, “Optimal PI controller design and simulation of a static var compensator using MATLAB’s SIMULINK,” in *The 7th WSEAS International Conference on POWER SYSTEMS*, 2007, pp. 30–35.

[81] J. García de Jalón, J. Ignacio, and J. Rodríguez Vidal, “Aprenda Matlab 7.0 como si estuviera en primero,” 2015.

[82] J.-F. Boland, C. Thibeault, Z. Zilic, and others, “Using MATLAB and Simulink in a SystemC verification environment,” in *Proceedings of design and verification conference, DVCon*, 2005.

[83] G. Sharma and J. Martin, “MATLAB®: a language for parallel computing,” *Int. J. Parallel Program.*, vol. 37, no. 1, pp. 3–36, 2009.

[84] S. Chapman, *MATLAB programming for engineers*. Nelson Education, 2015.

[85] J.-P. Cáceres, S. Aditiva, and A. Espectral, *Transformada de Fourier*. Stanford University, 2007.

[86] D. M. Simpson, “An introduction to the discrete orthogonal wavelet transform,” *Rev. Bras. Eng. Eng. Bioméd.*, vol. 9, pp. 57–81, 1993.

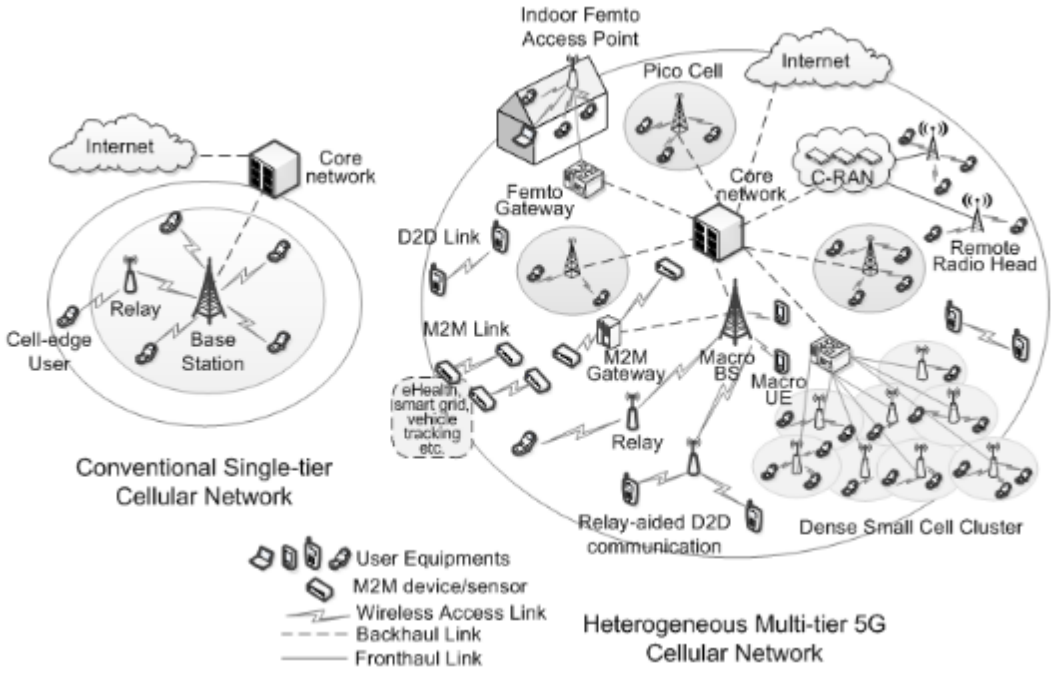
[87] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, “Signal Recovery From Random Measurements Via Orthogonal Matching Pursuit,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655–4666, Dec. 2007.

[88] O. Teke, “ROBUST COMPRESSIVE SENSING TECHNIQUES,” bilkent university, 2014.

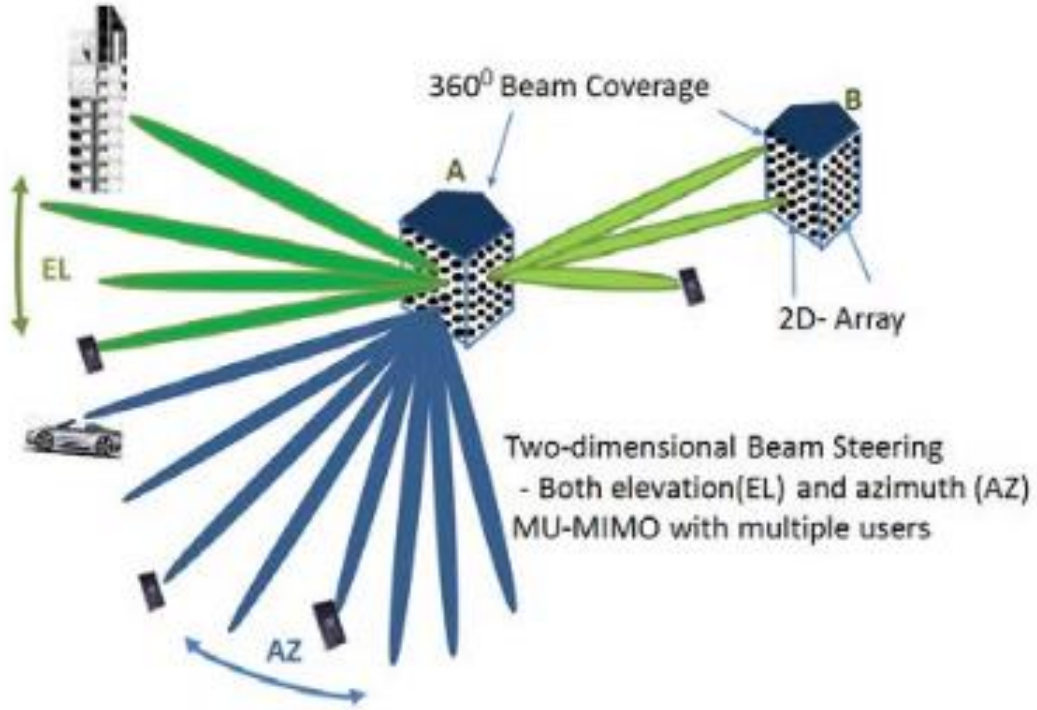
[89] Y. Pfeffer, “Compressive sensing for hyperspectral imaging,” Citeseer, 2010.

ANEXOS

Anexo I Red inalámbrica convencional para 5G



Anexo II Ejemplo de una topología MIMO Masivo



Anexo III Código utilizado en Matlab para la implementación de OMP en la recuperación de señales dispersas

```
function [x,r,normR,residHist, errHist] = omp1( A, b, k, errFcn, opts)
% x = OMP(A, b, k)
%   Usa el algoritmo Orthogonal Matching Pursuit (OMP) para estimar la solución de la % %    ecuación   b = A*x     (o b = A*x + noise) donde la señal x tiene que ser dispersa.
%   "A" puede ser una matriz o un arreglo de celdas {Af, At} donde Af y At son funciones %    handles
% [x,r,normR,residHist,errHist] = OMP( A, b, k, errFcn, opts )
% Salidas:
%   'x' e la estimación k-dispersa de la señal desconocida
%   'r' es el residuo b - A*x
%   'normR' = norm(r)
%   'residHist'     es el vector con normR de cada iteración
%   'errHist'       es un vector con la salida de errFcn para cada iteración
%   Entradas
%   'A'     matriz de mediciones
```

```
%   'b'     vector de observación
%   'k'     es el estimado de la dispersión
%   'errFcn'   (opcional) es una función handle usada para calcular el error la salida
%   'opts'    es una estructura con más opciones, incluye:
%       .printEvery = entero que controla cada cuanto se devuelve una salida
%       .maxiter    = máximo número de iteraciones
%        .slowMode   = en caso de calcular una estimación en cada iteración, este cálculo es % más lento pero deja exhibir el error por medio de errFcn
if nargin < 5, opts = []; end
if ~isempty(opts) && ~isstruct(opts)
   error ('"opts" must be a structure');
end
function out = setOpts( field, default )
   if ~isfield(opts, field )
      opts.(field)    = default;
   end
   out = opts.(field);
end
slowMode    = setOpts( 'slowMode', false );
printEvery  = setOpts( 'printEvery', 50 );
% Qué criterio de parada usar? un número fijo de iteraciones o un valor deseado del residuo:
target_resid    = -Inf;
if iscell(k)
   target_resid = k {1};
   k   = size (b, 1);
elseif k ~= round(k)
   target_resid = k;
   k   = size (b, 1);
end
% (el residuo es garantizado que siempre decrece)
if target_resid == 0
   if printEvery > 0 && printEvery < Inf
      disp ('Warning: target_resid set to 0. This is difficult numerically: changing to 1e-12 instead');
   end
   target_resid    = 1e-12;
end
if nargin < 4
```

```
    errFcn = [];
elseif ~isempty(errFcn) && ~isa(errFcn,'function_handle')
    error ('errFcn input must be a function handle (or leave the input empty)');
end
if iscell(A)
    LARGESCALE  = true;
    Af  = A{1};
    At  = A{2};    % esto no se necesita...
else
    LARGESCALE  = false;
    Af  = @(x) A*x;
    At  = @(x) A'*x;
end
% -- Inicializar --
%  x = 0, so r = b - A*x = b
r = b;
normR = norm(r);
Ar = At(r);
N = size (Ar, 1);     % número de átomos
M = size (r, 1);      % tamaño de los átomos
unitVector  = zeros(N,1);
x = zeros (N, 1);
indx_set   = zeros (k, 1);
indx_set_sorted = zeros (k, 1);
A_T = zeros (M, k);
A_T_nonorth = zeros (M, k);
residHist  = zeros (k, 1);
errHist     = zeros (k, 1);
if ~isempty(errFcn) && slowMode
    fprintf('Iter,  Resid,   Error\n');
else
    fprintf('Iter,  Resid\n');
end
for kk = 1:k
    % -- Paso 1: encontrar un nuevo índice y añadir el átomo
    [dummy,ind_new]     = max (abs (Ar));
     indx_set (kk)    = ind_new;
```

```
indx_set_sorted (1: kk)   = sort ( indx_set(1:kk) );
if LARGESCALE
    unitVector (ind_new)     = 1;
    atom_new                 = Af (unitVector );
    unitVector (ind_new)     = 0;
else
    atom_new    = A (:,ind_new);
end
A_T_nonorth (:,kk)   = atom_new;    % antes de ortogonalizar
% -- Paso 2: actualizar el residuo
if slowMode
    x_T = A_T_nonorth (:,1:kk)\(b);
    x( indx_set(1:kk) )   = x_T;
    r   = (b) - A_T_nonorth (:,1:kk)*x_T;
else
   % Primero, ortogonalizar 'atom_new'
    for j = 1:(kk-1)
      atom_new    = atom_new - (A_T(:,j)'*atom_new)*A_T(:,j);
    end
    % Segundo, normalizar:
    atom_new        = atom_new/norm(atom_new);
    A_T(:,kk)       = atom_new;
    % Tercero, resolver el problema de mínimos cuadrados
    x_T     = A_T(:,1:kk)\(b);
    x( indx_set(1:kk) )   = x_T;
    % Cuarto, actualizar el residuo:
    r       = (b) - A_T(:,1:kk)*x_T;
end
normR   = norm(r);
% -- Inprimir la siguiente información --
PRINT   = ( ~mod( kk, printEvery ) || kk == k );
if printEvery > 0 && printEvery < Inf && (normR < target_resid )
    % esta es la iteración final, mostrar en pantalla
    PRINT = true;
end
if ~isempty(errFcn) && slowMode
    er  = errFcn(x);
```

```
        if PRINT, fprintf('%4d, %.2e, %.2e\n', kk, normR, er ); end
        errHist(kk)     = er;
    else
        if PRINT, fprintf('%4d, %.2e\n', kk, normR ); end
    end
    residHist(kk)   = normR;
    if normR < target_resid
        if PRINT
            fprintf('Residual reached desired size (%.2e < %.2e)\n', normR, target_resid );
        end
        break;
    end
    if kk < k
        Ar  = At(r); % preparar para una nueva ronda
    end
end
if (target_resid) && ( normR >= target_resid )
    fprintf('Warning: did not reach target size of residual\n');
end
if ~slowMode  % (en slowMode, ya se tiene esa información)
 % para la última iteración, se necesita hacerlo sin ortogonalizar A para que los coeficientes de x correspondan con lo que se espera
 x_T = A_T_nonorth(:,1:kk)\(b);
 x( indx_set(1:kk) )   = x_T;
end
r       = (b) - A_T_nonorth(1:kk)*x_T;
normR   = norm(r);
end %fin de la función
```

Anexo IV Código utilizado en Matlab para la recuperación de señales estacionarias

```
%%Código para recuperar una señal estacionaria utilizando OMP y la Transformada Rápida de Fourier
clc;clear;
%%Parámetros iniciales
tic
K=7;          %%Dispersión
M=50;         %%Número de filas
N=256;        %%Número de columnas
```

```
f1=50; f2=100; f3=200; f4=400; fs=800;
ts=1/fs;
Ts=1:N;
x=0.3*cos(2*pi*f1*Ts*ts)+0.6*sin(2*pi*f2*Ts*ts)+0.1*cos(2*pi*f3*Ts*ts)+0.9*sin(2*pi*f4*Ts*ts);
%%Señal estacionaria
Phi=randn(M,N);                %%Matriz de mediciones
Psi=fft (eye(N,N))/sqrt(N) ;   %%Diccionario de Fourier-Dirac
s=Phi*x.';                     %%Vector de observación
T=Phi*Psi';
hat_y=zeros(1,N);          %%Crea una matriz de ceros con tamaño 1xN
hat_x=zeros(N,1);          %%Crea una matriz de ceros con tamaño Nx1
Aug_t=[];
r_n=s;                     %%Inicializa el residuo con el valor del vector de observación
times=1;
%%OMP
while hat_x~=x'
   for col=1:N;
      product(col)=abs(T(:,col)'*r_n);
   end
   [val,pos]=max(product)  ;
   Aug_t=[Aug_t,T(:,pos)]  ;
   T(:,pos)=zeros(M,1);
   aug_y=(Aug_t'*Aug_t)^(-1)*Aug_t'*s;
   r_n=s-Aug_t*aug_y;
   pos_array(times)=pos;
   hat_y(pos_array)=aug_y;
   hat_x=real(Psi'*hat_y.');
   l=norm(hat_x.'-x)/norm(x);
   norma(times)=l;
   times=times+1;
end
v=times-1;
[c10, l10,norma10]=ruido10dB(x,Psi,Phi,M,N,s,v);
[c15, l15,norma15]=ruido15dB(x,Psi,Phi,M,N,s,v);
[c20, l20,norma20]=ruido20dB(x,Psi,Phi,M,N,s,v);
sinruid=norm(hat_x.'-x)/norm(x)
```

```
figure(1)
t=1:1:times-1;
hold on
plot(t,norma,'g--*')
plot(t,norma10,'b--p')
plot(t,norma15,'r--p')
plot(t,norma20,'k--p')
xlabel('Iteraciones');
ylabel('Norma L2 del error');
legend('sinRuido','conRuido10dB','conRuido15dB','conRuido20dB');

figure(2)
hold on
title('Recuperación de una señal estacionaria')
ylabel('Amplitud')
xlabel('Número de muestras')
plot(hat_x,'g--*')
plot(l10,'b--p')
plot(l15,'k--p')
plot(l20,'m--p')
plot(x,'r.-')
legend('sinRuido','conRuido10dB','conRuido15dB','conRuido20dB','Original');
toc
```

Anexo V Código utilizado en Matlab para la recuperación de imágenes

```
function Wavelet_OMP
tic
clc;clear
X=imread('3.bmp');   %%Lee la imagen del archivo especificado, infiriendo el formato de la misma.
X=rgb2gray(X);       %%Convierte una imagen RGB o mapa de colores en una escala de grises, eliminando el
                     %% matiz y la saturación y manteniendo la luminancia.
X=double(X);         %%Devuelve el valor de precisión doble para X.
I=imread('3.bmp');
[a,b]=size(X);       %%Devuelve el tamaño de la matriz X en a (filas) y b (columnas).
M=100;               %%Número de filas de la matriz de mediciones.
R=randn (M,a);       %% Matriz de mediciones formada a partir de número aleatorios que forman parte de una
```

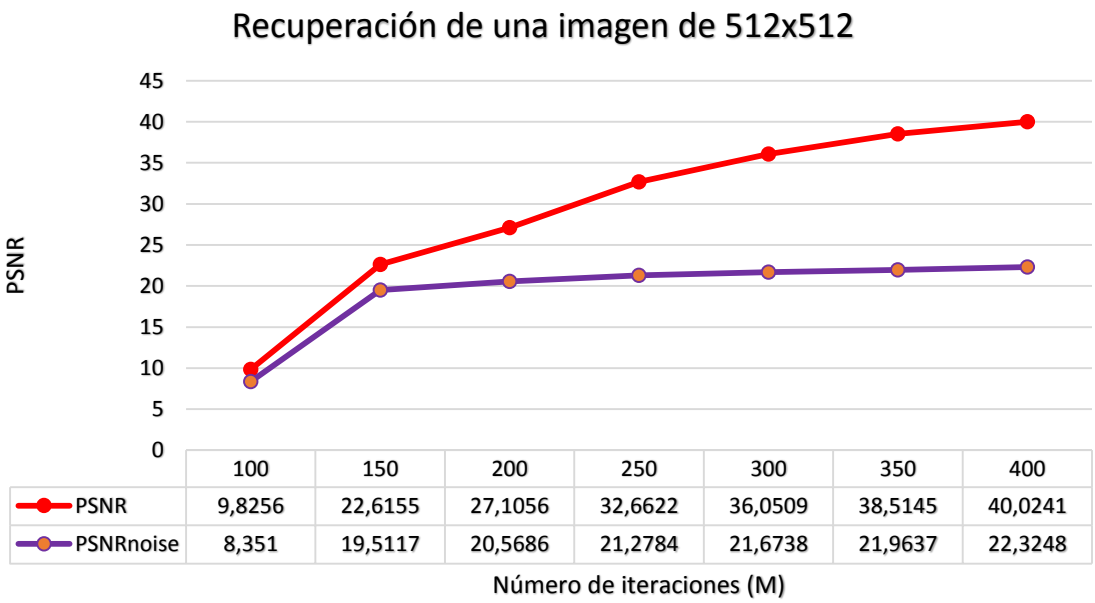
```
                    %%distribución Normal
F=R;
Y=R*X;              %%Matriz de mediciones
ww =DWT(a);         %%Transformada de Wavelet
Y=Y*ww';
R=R*ww';
X2=zeros(a,b);      %%Crea una matriz de ceros de tamaño axb.
for i=1:b
   rec=omp(Y(:,i),R,a);
   X2(:,i)=rec;
end
X3=ww'*sparse(X2)*ww;
X3=full(X3);
%%Función que recupera la imagen después de introducirle ruido Gaussiano
[T,G,H,psnrnoise,error1]=noise(I,F,M,ww);
hold on
figure (1);
subplot(2,1,1)
imshow(uint8(X));
subplot(2,1,2)
imshow(T);          %%Imagen original con ruido
title('Imagen original');
hold on
figure(2);
subplot(2,1,1)
imshow(uint8(X3));
subplot(2,1,2)
imshow(H);          %%Imagen recuperada con ruido.
title('Imagen recuperada');

errorx=sum(sum(abs(X3-X).^2));        %%Cálculo del MSE.
psnr=10*log10(255*255/(errorx/a/b))   %%Cálculo de PSNR. Valores típicos entre 30 y 50 dB.
psnrn=psnrnoise;                      %%Devuelve el valor de PSNR de la imagen con ruido.
error=norm(X3-X)/norm(X)              %%Calcula el error entre la imagen original y la recuperada utilizando la
                                      %% norma L2 o Euclidiana.
errornoise=error1                     %%Calcula el error entre la imagen original y la recuperada con ruido.
toc
```

```
function [hat_y,T]=omp(s,T,N)
Size=size(T);                    %%Devuelve el tamaño de la matriz de mediciones.
M=Size(1);                       %%Número de filas de la matriz.
hat_y=zeros(1,N);                %%Crea un vector de ceros con tamaño 1xN.
Aug_t=[];
r_n=s;                           %%OMP inicializa el residuo con el valor de s.
for times=1:M;
   for col=1:N;
      product(col)=abs(T(:,col)'*r_n);      %%Multiplica cada columna de la matriz T por el residuo.
   end
   [val,pos]=max(product);          %%Busca el máximo producto en el vector que se formó de la
                                    %% multiplicación anterior y determina su posición.
   Aug_t=[Aug_t,T(:,pos)];          %%Guarda el átomo(columna) que corresponde en T a la posición del
                                    %% mayor producto.
   T(:,pos)=zeros(M,1);             %%En la matriz T coloca ceros en toda la columna que fue escogida
anteriormente.
   aug_y=(Aug_t'*Aug_t)^(-1)*Aug_t'*s;      %%Resuelve el problema de mínimos cuadrados para
                                            %% determinar un estimado de la nueva señal.
   r_n=s-Aug_t*aug_y;               %%Calcula el nuevo residuo.
   pos_array(times)=pos;            %%Guarda en un vector todas las posiciones encontradas.
      end
end
hat_y(pos_array)=aug_y;             %%Devuelve la señal recuperada.
```

Anexo VI Recuperación de una imagen de 512x512

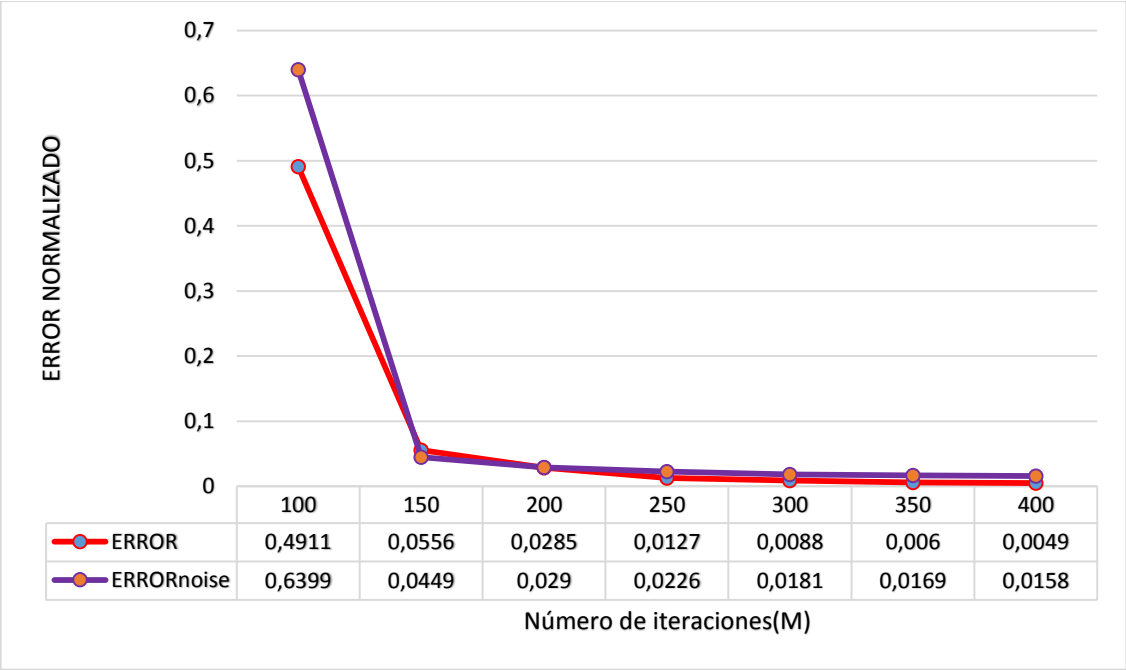
Anexo VII Recuperación de una imagen de 512x512 con ruido Gaussiano

Anexo VIII Valores de PSNR obtenidos para la imagen de 512x512



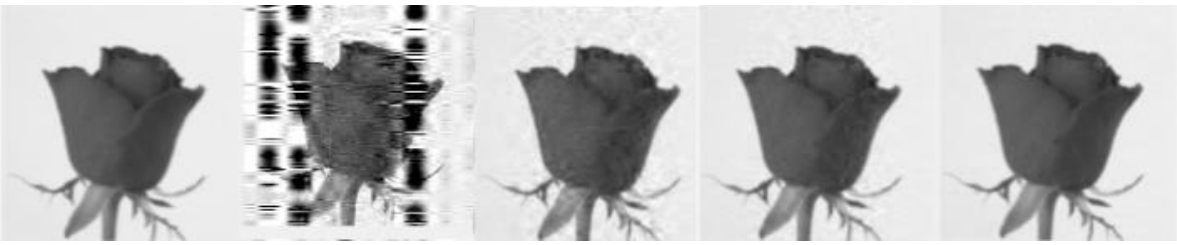
	100	150	200	250	300	350	400
PSNR	9,8256	22,6155	27,1056	32,6622	36,0509	38,5145	40,0241
PSNRnoise	8,351	19,5117	20,5686	21,2784	21,6738	21,9637	22,3248

Anexo IV Valores del error normalizado para una imagen de 512x512

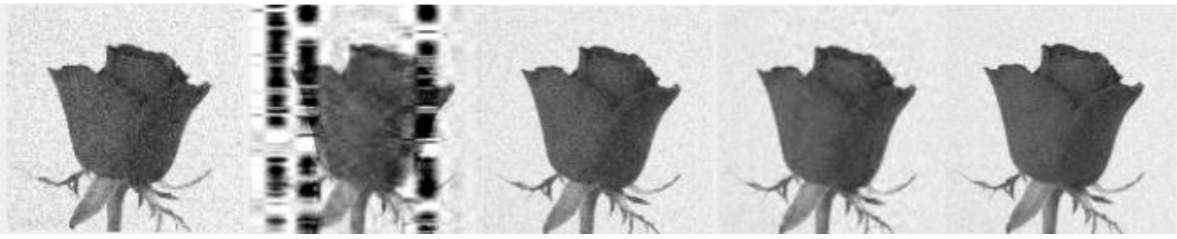


	100	150	200	250	300	350	400
ERROR	0,4911	0,0556	0,0285	0,0127	0,0088	0,006	0,0049
ERRORnoise	0,6399	0,0449	0,029	0,0226	0,0181	0,0169	0,0158

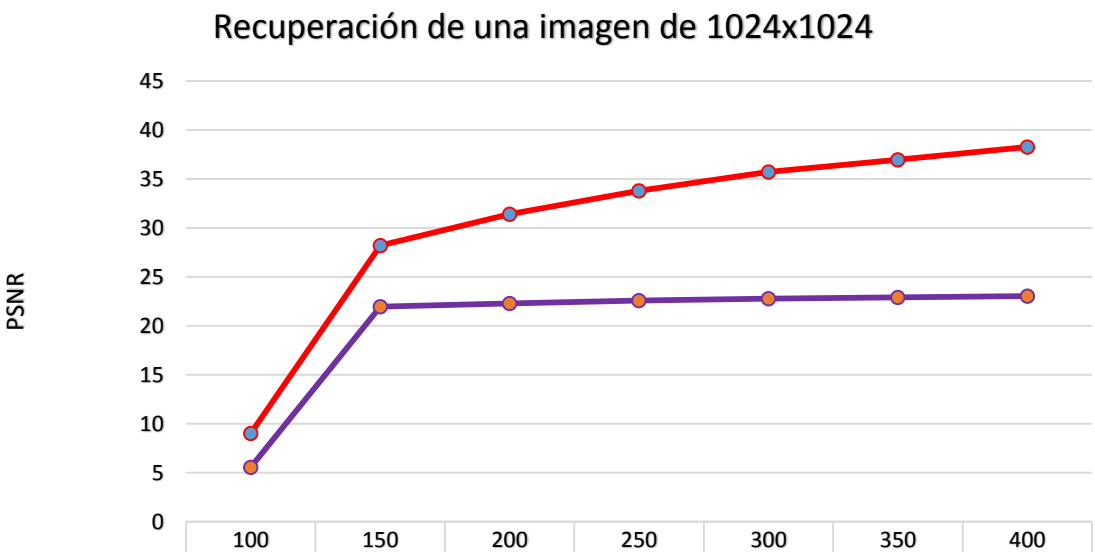
Anexo X Recuperación de una imagen de 1024x1024



Anexo XI Recuperación de una imagen de 1024x1024 con ruido Gaussiano



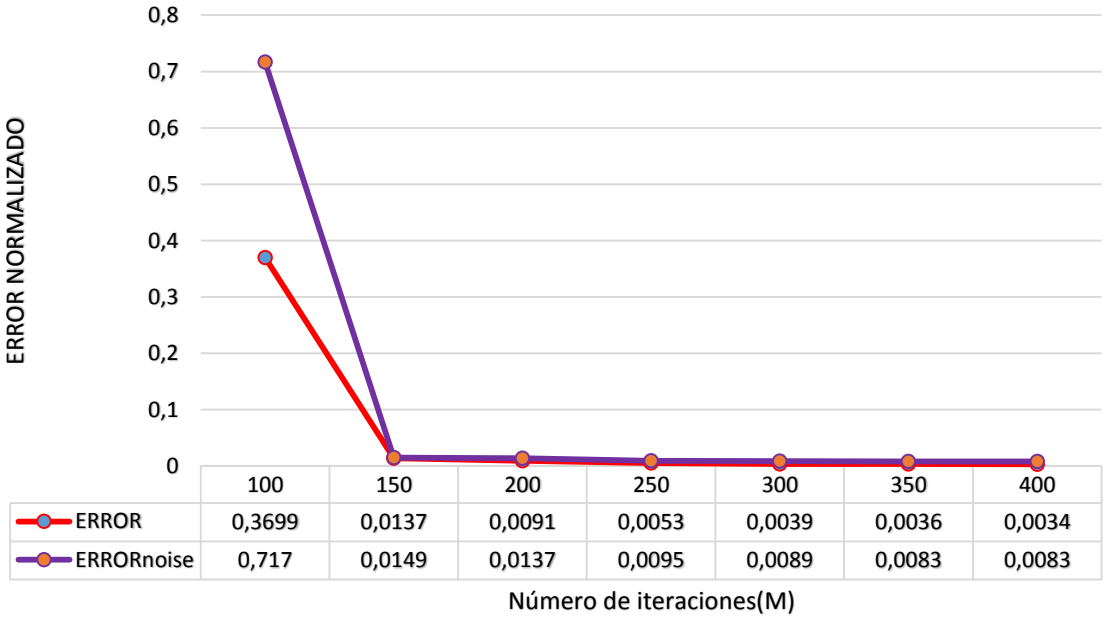
Anexo XII Valores de PSNR obtenidos para la imagen de 1024x1024



	100	150	200	250	300	350	400
PSNR	9,0492	28,2302	31,4087	33,8034	35,72	36,9857	38,2679
PSNRnoise	5,564	21,98	22,3115	22,5848	22,7913	22,9363	23,066

Número de iteraciones(M)

Anexo XIII Valores del error normalizado para una imagen de 1024x1024



	100	150	200	250	300	350	400
ERROR	0,3699	0,0137	0,0091	0,0053	0,0039	0,0036	0,0034
ERRORnoise	0,717	0,0149	0,0137	0,0095	0,0089	0,0083	0,0083

Número de iteraciones(M)