

**UCLV**  
Universidad Central  
"Marta Abreu" de Las Villas



**FIMI**  
Facultad de  
Ingeniería Mecánica  
e Industrial

Centro de Investigaciones de Soldadura

## **TRABAJO DE DIPLOMA**

Influencia del espesor de la pieza a soldar sobre la profundidad  
del baño de soldadura

Autora: Eliany Isabel Viamontes Cruz

Tutor del trabajo: Dr. C. Carlos René Gómez Pérez

Santa Clara, Junio 2018  
Copyright©UCLV



Este documento es Propiedad Patrimonial de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, y se encuentra depositado en los fondos de la Biblioteca Universitaria “Chiqui Gómez Lubian” subordinada a la Dirección de Información Científico Técnica de la mencionada casa de altos estudios.

Se autoriza su utilización bajo la licencia siguiente:

**Atribución- No Comercial- Compartir Igual**



Para cualquier información contacte con:

Dirección de Información Científico Técnica. Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas. Carretera a Camajuaní. km 5½. Santa Clara. Villa Clara. Cuba. CP. 54 830

Teléfonos.: +53 01 42281503-1419

“Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía atómica: la voluntad”.

Albert Einstein

## **Dedicatoria**

A mi madre, que es mi luz, mi guía, mi soporte. Gracias por tanto sacrificio, por quererme y confiar en mí, gracias por acompañarme en este largo trayecto y por formar parte de cada momento relevante. La vida no me alcanzará para saldar la deuda que tengo contigo.

## **Agradecimientos**

Decir gracias resulta difícil cuando hay tanto que agradecer. A Dios le agradezco todos los días de mi vida, por enviarme retos que me fortalecen y por darme las herramientas para enfrentarlos, por brindarme a las personas maravillosas con quien cuento y que son mi apoyo, por ser quien ahora soy y por ayudarme cada día a ser mejor.

A mi tutor del proyecto, Carlos René Gómez Pérez, gracias por su paciencia, tolerancia, amistad y por enseñarme con su experiencia que un ingeniero no se cansa de encontrar soluciones.

Agradezco a mis padres, mi hermano y a mi segunda mamá (Dania) por estar a mi lado, por cada palabra de aliento, por darme la mano cuando más la necesito y mostrarme siempre lo que soy.

Agradezco a mi familia en general, a la que le debo tanto, en especial a mi tía Noemi por su apoyo incondicional, por hacer de una forma u otra que la culminación de este trabajo haya sido posible.

A mis amigos de la universidad y del trabajo, a mis mecánicos, gracias por tanto y por todo, han sido ustedes quienes me han abrazado en las adversidades, quienes saben en detalle lo que ha pasado y ha dejado de pasar. Gracias por confiar en mí, y mostrarme que siempre puedo dar más. A Nani, Iliie, Patri, Meli, mis amigas de siempre, a Ilianny, Bía, Tachi, Naye por acompañarme en todo. A personas especiales que no podría dejar de mencionar: Nour Edin (el personaje favorito de toda mi historia), a mi Velita y Abransito, gracias simplemente por existir en mi vida.

## **Resumen**

El presente trabajo tiene como objetivo estimar el efecto del espesor de las piezas a soldar sobre la variación de la profundidad de la zona fundida y de los campos de temperatura. El estudio se realiza a partir de ecuaciones desarrolladas para la predicción de campos térmicos en soldaduras y su posterior representación gráfica. Son estudiados los modelos de cuerpo que describen el proceso de transferencia térmica y las respectivas fuentes de calor empleadas. Se demuestra que dichos modelos no incluyen el análisis del efecto que produce la variación del espesor de las piezas a soldar. Se propone y valida un modelo para la estimación del campo de temperaturas, que permite transitar desde las condiciones específicas de conducción de calor en un cuerpo semi-infinito, hasta otro de chapas de espesor finito. El comportamiento de las isotermas estimadas está influenciado por la modificación del calor en la pieza al variar su espesor.

## **Palabras claves:**

Relleno por soldadura, modelo térmico, ciclo térmico, isotermas de soldadura

**Abstract:**

The objective of this work is to estimate the effect of the thickness of the pieces to be welded on the variation of the molten zone's and temperature fields' depth. The study is made from equations developed for the prediction of thermal fields in welds and their subsequent graphic representation. The body models that describe the thermal transfer process and the respective heat sources used are studied. It is demonstrated that the models do not include the analysis of the effect produced by the variation of the thickness of the pieces to be welded. It is proposed and validated a model for the estimation of the temperatures' field, which allows to transit from the specific conditions of heat conduction in a semi-infinite body to another one of finite thickness sheets. The behavior of the estimated isotherms is influenced by the modification of the heat in the piece when varying its thickness.

**Key words:**

Hardfacing, thermal model, thermal cycle, welding isotherms

## Índice

<b>Introducción</b> .....	1
<b>Capítulo I. Modelos y ecuaciones para el estudio de campos térmicos</b> .....	5
1.1 Isotermas de la unión soldada .....	5
1.2 Ciclos Térmicos.....	7
1.3 Proceso de transferencia de calor durante la deposición de un cordón sobre cuerpo semi-infinito.....	8
1.4 Proceso de transferencia de calor sobre un cuerpo semi-infinito, con calentamiento de una fuente potente de rápido desplazamiento, puntual y de acción constante .....	13
1.5 Proceso de transferencia de calor durante la soldadura de chapas a tope, en una sola pasada.....	15
1.6 Proceso de transferencia de calor sobre chapa con fuente potente de rápido desplazamiento, lineal y de acción constante .....	16
1.7 Modificación del modelo de transferencia de calor sobre chapa de espesor finito con fuente puntual .....	17
1.8 Modelo doble elipsoidal de fuente de calor.....	18
1.9 Conclusiones parciales .....	22
<b>Capítulo II. Ecuación para el cálculo de la profundidad de penetración en función del espesor de la pieza</b> .....	23
2.1. Consideraciones sobre el proceso real de distribución de temperaturas en una pieza.....	23
2.2. Consideraciones sobre el efecto del espesor en los ciclos térmicos.....	25
2.3. Efecto del espesor de la pieza sobre el coeficiente de forma del cordón.....	27
2.4. Conclusiones parciales .....	29
<b>Capítulo III. Análisis de los resultados</b> .....	30
3.1. Representación gráfica de las isotermas de la unión soldada y los ciclos térmicos obtenidos.....	30
3.2. Análisis de los resultados .....	36
3.3. Validación de los resultados.....	38
3.4. Conclusiones parciales .....	41
<b>Conclusiones Generales</b> .....	42
<b>Recomendaciones</b> .....	43
<b>Referencias</b> .....	44
<b>Lista de figuras</b> .....	46

## Introducción

El carácter de la distribución del calor en un cuerpo depende, además de las características y potencia de la fuente de calentamiento, de las fronteras del cuerpo, que modifican el flujo de calor desde la pieza al medio. Estas fronteras están dadas por las formas y dimensiones del cuerpo. La proximidad de los bordes o límites del cuerpo a la fuente de calor restringen las direcciones de flujo de calor, lo que puede modificar el campo térmico y la forma de la geometría de los cordones.

Existen diversos modelos de cuerpo y de fuentes de calor, concebidos para el tratamiento matemático aplicado a la determinación de los campos térmicos en uniones soldadas. Dentro de los modelos cuerpos más empleados se encuentran: semi-infinito, chapa plana, y barra, fundamentalmente [1].

Las diferentes fuentes de calor utilizadas en la soldadura han condicionado la necesidad de esquematizarlas y simplificarlas, también para aligerar los cálculos. Según Frolov [1] estas pueden ser esquematizadas por la forma de distribución del calor (fuentes puntuales, fuentes lineales, fuentes planas, fuentes volumétricas); según el tiempo de acción (instantáneas, constantes) y según la posición relativa al punto de análisis (inmóviles, móviles, de rápido desplazamiento). Específicamente, se han empleado indistintamente las fuentes puntuales y las fuentes lineales.

Tratando de conocer el sentido que se les da a los esquemas simplificados de cuerpos y fuentes de calor, resulta conveniente introducir las definiciones que se utilizan para los más importantes.

Como se demuestra en ejemplos concretos [2] en el proceso de transferencia de calor durante la deposición de un cordón sobre cuerpo semi-infinito con fuente puntual, de potencia y velocidad constante " $v$ ", los puntos que se encuentran a igual distancia de la fuente de calor poseen iguales temperaturas, por tanto, las curvas de superficies isotérmicas representan por sí mismas semi-esferas concéntricas.

En el esquema matemático empleado por Álvarez [2] el espesor de la pieza no es considerado, por lo que el modelo de fuente de calor puntual sobre cuerpo semi-infinito no podría explicar el efecto de la reducción del espesor del cuerpo sobre los campos térmicos. El modelo térmico que considera el calor aplicado sobre un

cuerpo semi-infinito, con calentamiento de una fuente potente de rápido desplazamiento, puntual y de acción constante, tampoco logra explicar dicho efecto. En el proceso de transferencia de calor durante la soldadura de chapas a tope, en una sola pasada, con penetración completa, se considera la misma temperatura para los puntos ubicados en cualquier eje vertical en toda la profundidad de la chapa [2]. Esto presupone que el efecto del espesor de la placa se descarte del análisis. Cuando la transferencia de calor se realiza sobre chapa con fuente potente de rápido desplazamiento, lineal y de acción constante se tiene en cuenta el calor transmitido, tal cual ocurre en una barra, por lo que la variación del espesor de la pieza no entra como variable a ser considerada.

La combinación del tipo de fuente y de cuerpo se aplica para la determinación de los campos térmicos en diferentes procesos. Así, por ejemplo, el proceso de transferencia de calor durante la deposición de un cordón sobre cuerpo semi-infinito se aplica mucho a la recuperación por soldadura SMAW (de sus siglas en inglés, *Shielding Metal Arc Welding*); el proceso de transferencia de calor durante la soldadura de chapas a tope, en una sola pasada se aplica a la soldadura SMAW con penetración completa; el proceso de transferencia de calor sobre un cuerpo semi-infinito, con calentamiento de una fuente potente de rápido desplazamiento, puntual y de acción constantes se aplica al relleno con el proceso SAW (de sus siglas en inglés, *Submerged Arc Welding*) y el proceso de transferencia de calor sobre chapa con fuente potente de rápido desplazamiento, lineal y de acción constante se aplica a la soldadura SAW y GMAW (de sus siglas en inglés, *Gas Metal Arc Welding*).

En el caso específico de la soldadura automática con relativa alta velocidad, como en el caso de la ejecutada con arco sumergido o con gases protectores, en dependencia del espesor de las piezas a unir, pueden hacerse combinaciones de tipos de fuentes de calor y de modelos cuerpos, sin embargo, no queda demostrado cuál de ellas es la más recomendable, quedando a criterio de los especialistas su combinación adecuada.

Específicamente se ha estudiado la determinación de temperaturas y ciclos térmicos empleando los modelos matemáticos de campos térmicos expuestos por Frolov

para fuentes de calor puntual y cuerpos semi-infinitos [2]. Sus resultados describen la geometría de la zona fundida, según el modelo de fuente de calor doble elipsoidal de Goldak, así como los ciclos térmicos originados en la soldadura CMT de uniones de aluminio [3]. Sin embargo, cuando las velocidades son altas y las chapas son delgadas, el efecto del espesor desempeña un papel importante, por lo que otros modelos de cuerpos deben ser probados para tal fin.

La combinación del modelo de campos térmicos, expuesto por Frolov para chapas planas, con el modelo de fuente de calor para el arco de soldadura planteado por Goldak, dirigido a la estimación de la geometría de la zona fundida y a la determinación de los campos térmicos en uniones soldadas es un aspecto interesante no suficientemente estudiado. Este aspecto continúa en trabajos realizados [3,4], pero aplicado al proceso de soldadura CMT (de sus siglas en inglés, *Cold Metal Transfer*).

Precisamente este sería un aporte del presente trabajo, específicamente en la estimación del dimensionamiento de las uniones soldadas y de los ciclos térmicos en procesos de soldadura. Además, puede proporcionar las bases para la elaboración de un laboratorio virtual para la explicación y estudio de la influencia de los parámetros eléctricos del proceso de soldadura sobre la geometría del cordón y de las secciones de la zona afectada térmicamente.

### **Problema científico**

No ha sido suficientemente expuesta, la influencia del espesor de la pieza y los parámetros operativos de soldadura sobre las modificaciones geométricas del baño fundido y de las isotermas asociadas a los cambios estructurales en uniones soldadas sobre casos de estudios que transitan desde espesores teóricamente infinitos, hasta los que se consideran como placas de espesor finito.

### **Hipótesis**

A través de una hoja de cálculo es posible predecir el comportamiento geométrico de la zona fundida en uniones, considerando la influencia del espesor de la pieza y de los parámetros operativos del proceso, obtenidos a partir de ecuaciones para la predicción de temperatura en soldaduras.

### **Novedad**

Influencia del espesor de la pieza y de los parámetros operativos del proceso sobre las dimensiones de la zona fundida.

**Objetivo general:**

Estimar el efecto del espesor de las piezas a soldar sobre la variación de la profundidad de la zona fundida y de los campos de temperatura, a partir de ecuaciones desarrolladas para la predicción de temperatura en soldaduras.

**Objetivos específicos:**

1. Realizar un estudio documental sobre los modelos de fuente de calor y cuerpos desarrollados, tal que permita identificar el sustento físico y matemático para el modelo a emplear.
2. Desarrollar las adecuaciones matemáticas necesarias para la estimación de las dimensiones de la zona fundida, a partir del desarrollo de un modelo térmico, que considere el espesor de las piezas.
3. Representar gráficamente los resultados de la estimación de las dimensiones de la zona fundida en función del espesor de las piezas.

**Tareas**

- a. Identificación de los modelos térmicos desarrollados para la estimación de los campos de temperaturas en piezas soldadas.
- b. Desarrollo de ecuación para estimar las dimensiones de la zona fundida.
- c. Representación gráfica de los resultados.

**Aportes del trabajo**

Identificación de la influencia del espesor de las piezas sobre el dimensionamiento de la profundidad del baño de soldadura en las uniones soldadas y de los campos térmicos en procesos de soldadura.

Modelo para la estimación del campo de temperaturas, que permite transitar desde las condiciones específicas de conducción de calor en un cuerpo semi-infinito, hasta otro de chapas de espesor finito.

## Capítulo I. Modelos y ecuaciones para el estudio de campos térmicos

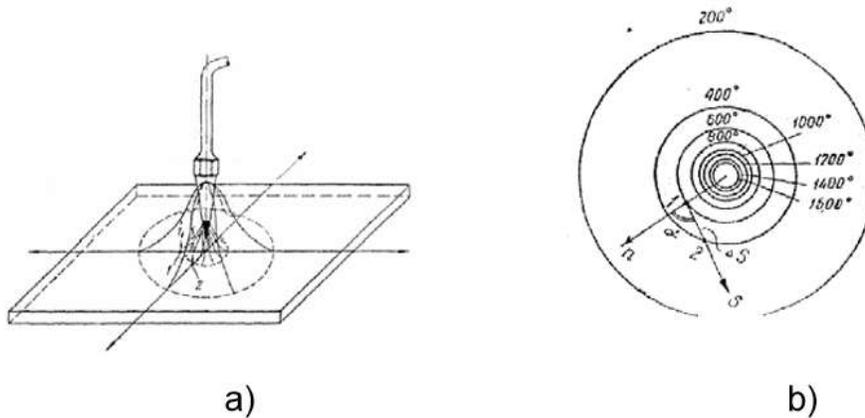
En el presente capítulo se abordan los modelos para describir el proceso de transferencia térmica y los de fuente de calor desarrollados para el estudio del calentamiento de piezas soldadas con arco eléctrico. Se demuestra que los modelos desarrollados para describir el proceso de transferencia térmica dificultan evaluar, mediante un software educativo, el efecto de cambio de la geometría del baño y de las isothermas asociadas al proceso de calentamiento y enfriamiento, respecto al espesor de las piezas a soldar y al efecto producido por los parámetros eléctricos que mantienen el arco.

### 1.1 Isothermas de la unión soldada

La distribución de temperatura por la superficie o volumen de un cuerpo caracteriza los llamados campos de temperatura, los cuales representan al conjunto de todos los valores de temperatura en un momento dado de tiempo. Estos campos de temperatura se pueden representar gráficamente o mediante expresiones matemáticas.

Uniéndolos (en un dibujo) los puntos que sobre la superficie tienen igual temperatura, obtendremos “líneas de iguales temperatura”, las cuales se denominan como ISOTERMAS y por su carácter se puede juzgar sobre el Campo de Temperaturas. Se denominan “superficies isotérmicas” al lugar geométrico de los puntos de un cuerpo que poseen iguales temperaturas. Las isothermas, para el caso de un calentamiento con fuente de calor inmóvil son circulares a la fuente (figura 1).

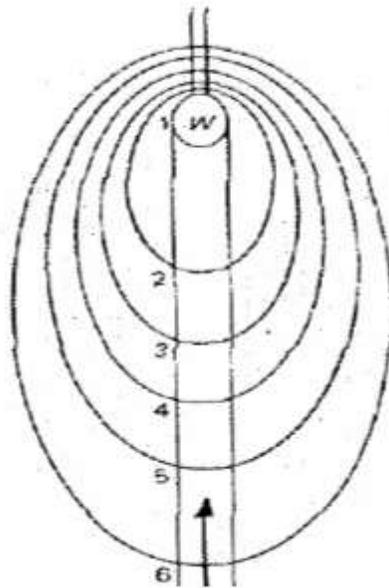
Ello ocurre debido a que las propiedades del acero prácticamente resultan iguales en todas las direcciones y el calor se distribuye también hacia todas las direcciones con igual intensidad. Para el caso de un espesor relativamente pequeño, el calentamiento en profundidad se puede considerar uniforme.



*Figura 1: Campos de temperatura.*

- a) Carácter del campo de temperatura durante el calentamiento de una chapa con una antorcha inmóvil de llama oxiacetilénica.
- b) Campo de temperatura durante el calentamiento de una chapa de acero de bajo contenido de carbono con una fuente de calor inmóvil (potencia de la fuente  $q = 750 \text{ cal/seg}$ ).

Si la fuente de calor es desplazable (móvil) y también la distribución de temperaturas no es uniforme en la profundidad de la pieza, las isothermas se convierten en otras de formas más complejas las cuales pueden representarse aproximadamente como formas elípticas (figura 2). El fenómeno de la conducción del calor “es un proceso de propagación de la energía calórica por contacto directo entre partículas separadas de un cuerpo o entre cuerpos de diferentes temperaturas y resultan del movimiento de macropartículas de la sustancia” [5] .



*Figura 2: Isotermas provocadas por una fuente móvil*

## 1.2 Ciclos Térmicos

En el proceso de soldadura con una sola pasada, la fuente de calor se desplaza sobre el cuerpo y junto a ella se desplaza el campo de temperatura. La temperatura de los puntos del cuerpo varía constantemente (Figura 3). Al principio la temperatura se eleva, alcanza un valor máximo y posteriormente disminuye. La variación de la temperatura con el tiempo para un punto dado del cuerpo se denomina ciclo térmico. Para un campo de temperatura establecido, los ciclos térmicos de los puntos ubicados a igual distancia del eje del movimiento de la fuente de calor son iguales pero desplazados en el tiempo. Los ciclos térmicos de los puntos situados a diferentes distancias del eje del movimiento de la fuente se diferencian entre sí. En los puntos más alejados, la temperatura se eleva más lentamente y la temperatura máxima se alcanza más tardíamente. La rama ascendente de la curva de temperatura se denomina estadio de calentamiento y la rama descendente estadio de enfriamiento.

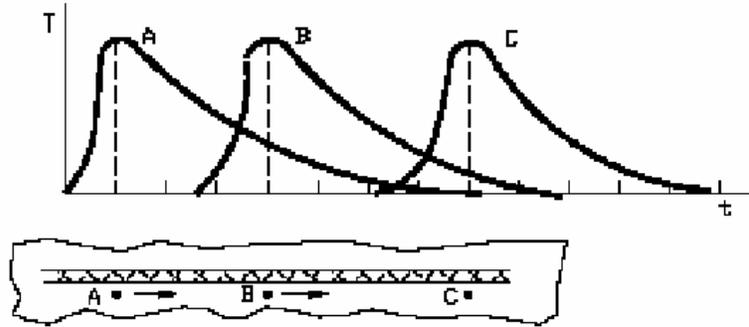


Figura 3: Variación de la temperatura respecto al tiempo en los puntos A, B, y C

Las características fundamentales del ciclo térmico son las siguientes; temperatura máxima, velocidad de calentamiento y velocidad de enfriamiento para diferentes temperaturas, así como el tiempo de permanencia del material por encima de una temperatura dada. Estas características del ciclo dependen del régimen de soldadura, de las propiedades termofísicas del material, de la configuración del cuerpo, de las condiciones de su enfriamiento, y de la temperatura de precalentamiento [5].

Los ciclos térmicos a que están sometidas las piezas, están determinados esencialmente por las formas de entrega de calor a éstas y pueden ser más o menos severos, ocasionando en mayor o menor grado problemas tales como: deformaciones, tensiones residuales que pueden en muchos casos originar el agrietamiento o la rotura total de las piezas [6].

### 1.3 Proceso de transferencia de calor durante la deposición de un cordón sobre cuerpo semi-infinito

La función (ecuación 1) para la transferencia de calor de un proceso cuasi-estacionario (estado límite) de una fuente puntual, de potencia y velocidad constante “v”, sobre la superficie de un cuerpo semi-infinito (figura 4), relacionado con un sistema móvil de coordenadas, fue obtenida a partir del desarrollo de la teoría de Rykalin [7] y lo expuesto por otros autores [1,2].

$$T_{(R,x)} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot R} \cdot e^{\left(-\frac{v_s \cdot x}{2 \cdot a} - \frac{v_s \cdot R}{2 \cdot a}\right)}$$

Ecuación 1

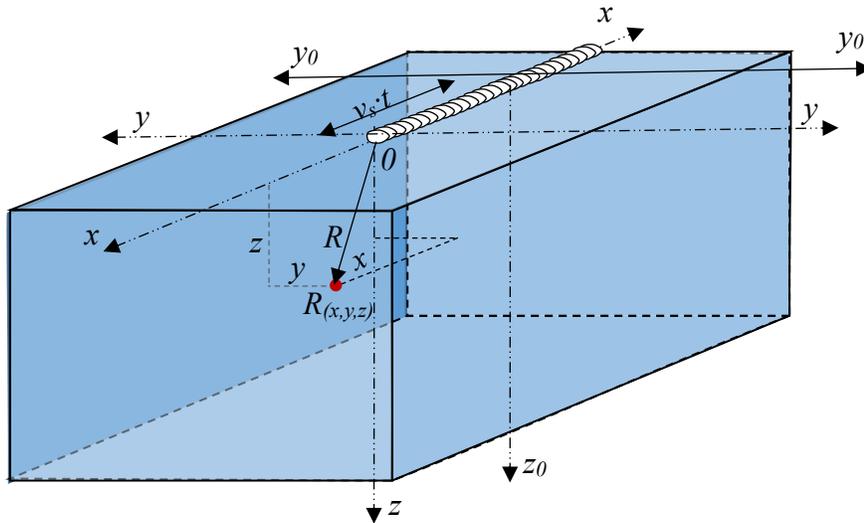


Figura 4: Representación geométrica de una fuente puntual, de potencia y velocidad constante “v”, sobre la superficie de un cuerpo semi-infinito

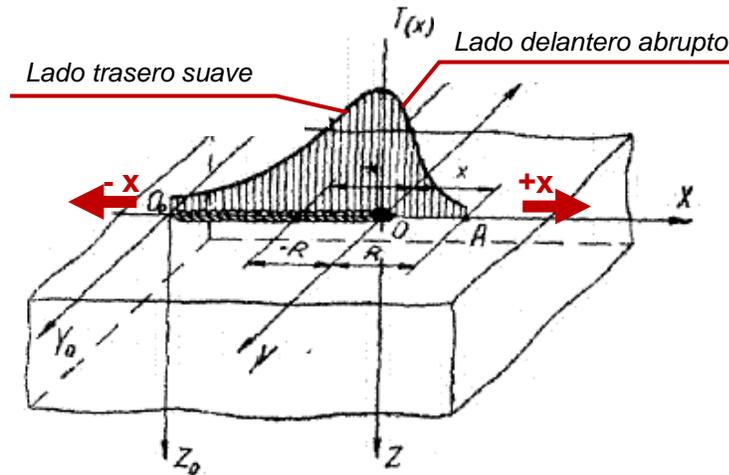
La temperatura (T) del punto  $R(x,y,z)$  depende directamente proporcional de la energía de la fuente (Q) e inversamente proporcional al coeficiente de transferencia de calor ( $\lambda$ ) y a la distancia desde el centro de coordenadas de la fuente al punto analizado (R), dado por las coordenadas (ecuación 2) en los ejes cartesianos (x,y,z). Igualmente depende de la velocidad de soldadura ( $v_s$ ) y del coeficiente de difusividad térmica del material (a). Éste, a su vez, es inversamente proporcional (ecuación 3) a la capacidad calorífica específica (c) y de la densidad del material ( $\gamma$ ).

$$R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{Ecuación 2}$$

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \gamma} \quad \text{Ecuación 3}$$

El análisis de la expresión original (ecuación 1) da la posibilidad de establecer que, mediante un incremento de la velocidad de traslación de cambio de temperatura a lo largo del eje x, ocurrirá que la rama delantera será una curva mucho más abrupta

y la rama posterior o trasera, respecto a la fuente, permanecerá prácticamente sin variación (figura 5).



*Figura 5: Efecto de la velocidad de desplazamiento de la fuente de calor sobre el carácter de distribución de la temperatura para los puntos situados sobre el eje del cordón*

En este caso, para los puntos que se encuentran sobre el eje  $x$ , a una distancia “ $R$ ” del punto  $O$ :

- Se tomarán como igual a  $+x$ , si los puntos están por delante del arco, y
- Se tomarán como  $-x$ , si están por detrás.

Una representación general del campo de temperatura en estado cuasi-estacionario (estado límite) para el caso de un depósito de cordón sobre un cuerpo o pieza maciza se muestra en la Figura 6 [1], tomada de la monografía de N. N. Rykalin [8]. Un resumen (Figura 7) de las ecuaciones y de los campos térmicos obtenidos, a partir de las consideraciones anteriores enfatizan el carácter semiesférico de las isothermas obtenidas en un cuerpo semi-infinito considerando un proceso cuasi-estacionario (estado límite) de una fuente superficial puntual, de potencia constante, la cual se mueve a velocidad constante “ $v$ ”, en un sistema móvil de coordenadas.

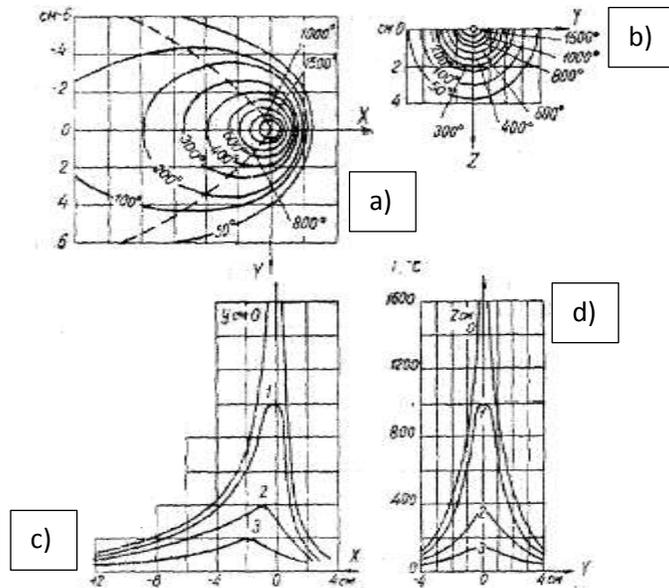


Figura 6: Campo de temperatura en estado cuasi-estacionario (estado límite) durante el depósito de un cordón sobre un cuerpo macizo

Vista superior de las isotermas en la pieza; b) Vista frontal de las isotermas en la pieza; c) Vista lateral del campo de temperaturas sobre el eje x; d) Vista frontal del campo de temperaturas sobre el eje y

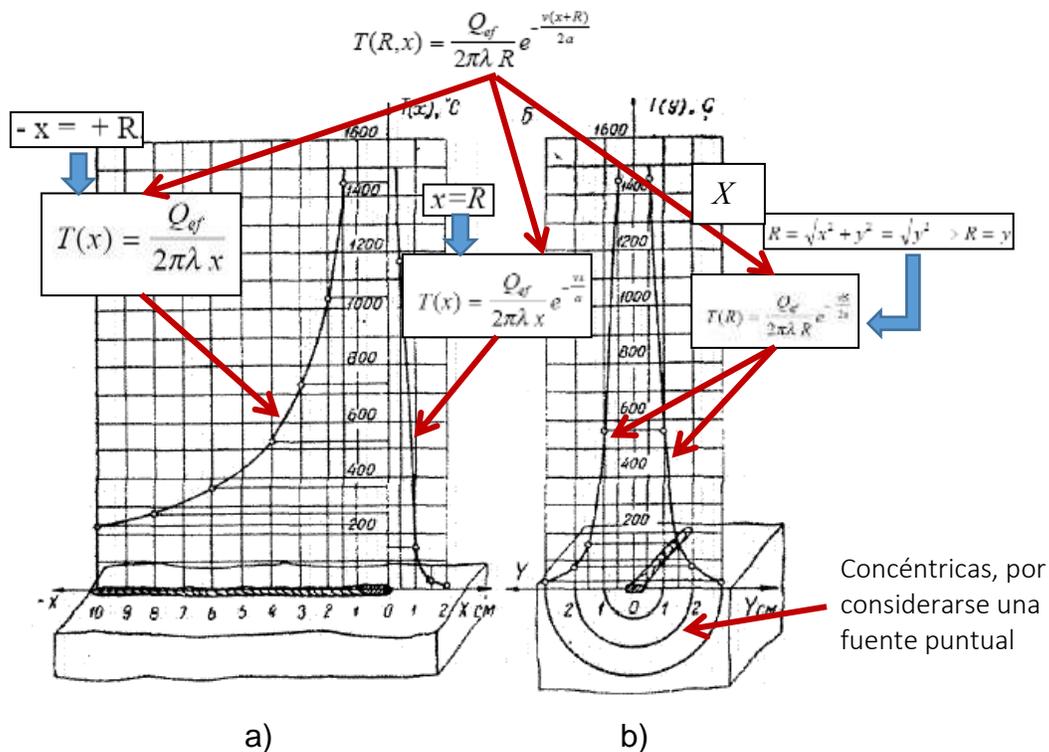


Figura 7: Distribución de temperaturas obtenidas en los cálculos

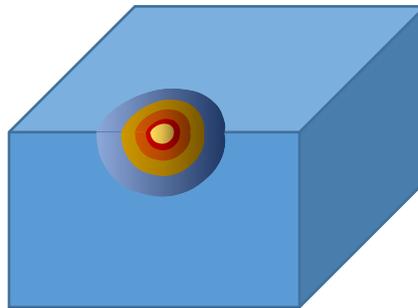
a) a lo largo del eje X; b) a lo largo del eje Y

Analizando la ecuación obtenida y suponiendo que la fuente de calor es inmóvil, ( $v = 0$ ), se tendrá entonces que “e” elevado, a una potencia cero, será igual a la unidad, quedando la ecuación simplificada (ecuación 4).

$$T_{(R)} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot R} \quad \text{Ecuación 4}$$

Las temperaturas de los puntos del cuerpo en este caso resultan ser inversamente proporcional a sus distancias (R), respecto a la fuente de calor, ya que “ $Q_{ef}$ ” y  $\lambda$  se toman como constantes.

Los puntos que se encuentran a igual distancia de la fuente de calor poseen iguales temperaturas; es decir, resultan ser superficies isotérmicas, que representan por sí mismas superficies semi-esféricas concéntricas (figura 8).



*Figura 8: Carácter semiesférico de las isoterms en un cuerpo semi-infinito calentado por una fuente puntual*

Sin embargo, el modelo de fuente de calor puntual sobre cuerpo semi-infinito (ecuación 1) no explica el efecto de la reducción del espesor del cuerpo sobre los campos térmicos.

1.4 Proceso de transferencia de calor sobre un cuerpo semi-infinito, con calentamiento de una fuente potente de rápido desplazamiento, puntual y de acción constante

A continuación, se valora la realización de un cordón sobre un cuerpo macizo, con una velocidad y potencia suficientemente grandes y proporcionales.

El cordón se efectuará a lo largo del eje X (figura 9). Figuradamente debe convertirse el cuerpo semi-infinito en chapas perpendiculares al eje X, por donde no debe pasar calor.

El calor que introdujo el arco en la capa aislada solo podrá distribuirse en ella misma, sin pasar el calor a las demás, como si fuera una chapa.

Si el espesor de la chapa es  $dx$ , entonces el momento de tiempo ( $dt$ ) en que el arco pasó por ella será proporcional (ecuación 5) a la variación de la distancia ( $dx$ ) e inversamente proporcional a la velocidad de soldadura ( $v_s$ ).

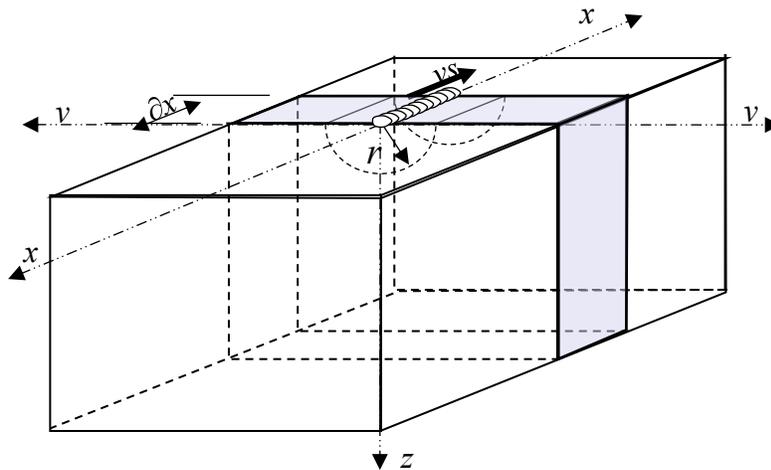


Figura 9: Esquema de cuerpo semi-infinito calentado por una fuente de rápido desplazamiento

$$dt = \frac{dx}{v_s}$$

Ecuación 5

Luego, todo el calor dado por el arco a la chapa aislada es:  $dQ = Q_{ef} \cdot dt = Q_{ef} \cdot dx/v_s$

Debido a que la magnitud  $dt$  es muy pequeña, el calor introducido se puede considerar como instantáneo.

El proceso de transferencia de calor en la chapa, a partir de una fuente instantánea, lineal, distribuida a lo largo del eje X, sobre la longitud  $dx$ , se describe (ecuación 6) en función de la variación de la energía lineal de soldadura ( $Q_1$ ), dada por la razón entre la potencia efectiva de la fuente ( $Q_{ef} = \eta \cdot I \cdot V$ ) y la velocidad de soldadura (ecuación 7).

$$T_{(R,x)} = \frac{Q_1}{c \cdot \gamma \cdot 4 \cdot \pi \cdot a \cdot t} \cdot e^{-\frac{r^2}{4 \cdot a \cdot t}} \quad \text{Ecuación 6}$$

$$Q_1 = \frac{dQ}{dx} = \frac{Q_{ef}}{v_s} \quad \text{Ecuación 7}$$

A partir de lo anterior se deduce, para una plancha o chapa, donde el calor se distribuye uniformemente en todas las direcciones (ecuación 8).

$$T_{(R,x)} = \frac{Q_{ef}}{4 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot t \cdot v_s} \cdot e^{-\frac{r^2}{4 \cdot a \cdot t}} \quad \text{Ecuación 8}$$

Como en los ejemplos expuestos, el calor se transfiere en la mitad de la chapa semi-infinita. Por ello, para la obtención del valor del  $Q_{ef}$ , y su ubicación en la ecuación general, es necesario duplicar su magnitud (ecuación 9), resultando definitivamente en la ecuación 10.

$$Q_1 = 2 \cdot \frac{Q_{ef}}{v_s} \quad \text{Ecuación 9}$$

$$T_{(R,x)} = \frac{Q_1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot t \cdot v_s} \cdot e^{-\frac{r^2}{4 \cdot a \cdot t}} \quad \text{Ecuación 10}$$

Al igual que ocurre con el modelo de fuente de calor puntual sobre cuerpo semi-infinito (ecuación 1), el modelo térmico (ecuación 8), aplicado sobre un cuerpo semi-

infinito, pero con calentamiento de una fuente potente de rápido desplazamiento, puntual y de acción constante, tampoco explica el efecto de la reducción del espesor del cuerpo sobre los campos térmicos.

### 1.5 Proceso de transferencia de calor durante la soldadura de chapas a tope, en una sola pasada

En el caso de la soldadura de chapas a tope, en una sola pasada, con penetración completa, se considera que la temperatura en toda la profundidad de la chapa resulta ser la misma para los puntos de cualquier eje (como una línea), que se encuentre perpendicular al plano de la chapa (figura 10).

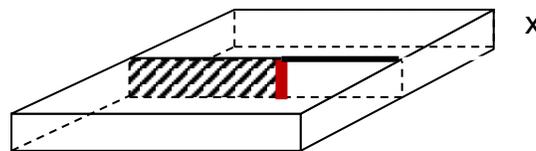


Figura 10: Esquema representativo de una fuente lineal

Se debe considerar que la energía del arco, se encuentra linealmente distribuido en la profundidad de la chapa. En este caso, la temperatura no dependerá de la coordenada “z” y se determina por los valores de “x” y por el tiempo “t”.

Para el establecimiento del estado límite térmico, se supone que el campo de temperatura se traslada conjuntamente con el arco y tiene un valor constante. Es decir, no depende del tiempo y se manifiesta en el sistema de coordenadas móviles, cuyo origen coincide con la fuente de calor (ecuación 11), en función del coeficiente (b) de pérdidas de calor (ecuación 12).

$$T_{(R,x)} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot \delta} \cdot e^{-\frac{v_s \cdot x}{2 \cdot a}} \cdot K_0 \left( r \cdot \sqrt{\frac{v_s^2}{4 \cdot a^2} + \frac{1}{b}} \right) \quad \text{Ecuación 11}$$

$$b = \frac{2 \cdot \alpha}{c \cdot \gamma \cdot \delta} \quad \text{Ecuación 12}$$

En este caso la temperatura en los puntos (r) o distancia, desde el centro de la fuente de calor (origen de coordenadas), hasta el punto analizado depende de la

velocidad de soldadura ( $v_s$ ) y de la función de Bessel ( $K_{0(u)}$ ) de segundo género y orden cero, de argumento “u” (ecuación 13).

$$u = r \cdot \sqrt{\frac{v^2}{4 \cdot a^2} + \frac{b}{a}}; \left[ \frac{1}{cm} \right] \quad \text{Ecuación 13}$$

La aplicación del concepto de que la temperatura resulta ser la misma para los puntos de cualquier eje en toda la profundidad de la chapa, para representación ideal de la soldadura de chapas a tope, en una sola pasada, con penetración completa (figura 11) presupone un esquema isotérmico diferente al de la figura 8.



*Figura 11: Distribución ideal de soldaduras a tope en una sola pasada, considerando la fuente de calor lineal*

El modelo desarrollado (ecuación 5) para la soldadura de chapas a tope, en una sola pasada, con penetración completa, fue concebido considerando que la temperatura en toda la profundidad de la chapa resultara la misma para los puntos ubicados en cualquier eje vertical. Esto presupone que el efecto del espesor de la placa se descarte del análisis con esta ecuación.

#### 1.6 Proceso de transferencia de calor sobre chapa con fuente potente de rápido desplazamiento, lineal y de acción constante

La deducción de la ecuación de cálculo, que describe la distribución de calor del cuerpo durante la soldadura de una chapa en una pasada, se efectúa mediante un razonamiento semejante al anteriormente realizado. Sin embargo, el esquema que se toma es muy próximo al de la distribución del calor en una barra, a partir de una fuente instantánea plana (ecuación 14). En este caso se introduce el coeficiente (b) de pérdidas de calor (ecuación 15).

$$T_{(R,x)} = \frac{Q_1}{v_s \cdot \delta \cdot c \cdot \gamma \cdot \sqrt{4 \cdot \pi \cdot a \cdot t}} \cdot e^{-\frac{y^2}{4 \cdot a \cdot t} - b \cdot t} \quad \text{Ecuación 14}$$

$$b = \frac{2 \cdot \alpha}{c \cdot \gamma \cdot \delta} \quad \text{Ecuación 15}$$

El modelo descrito (ecuación 14), desarrollado para la realización de un cordón sobre sobre chapa, con una velocidad y potencia suficientemente grande, ambas proporcionales, considera el calor transmitido, tal cual ocurre en una barra, por lo que la variación del espesor de la pieza no entra como variable a ser considerada.

### 1.7 Modificación del modelo de transferencia de calor sobre chapa de espesor finito con fuente puntual

Según Modenesi [9] para el caso de una fuente puntual que actúa sobre una superficie de una chapa de espesor finito (h) la distribución de temperatura se obtiene a partir de la solución del modelo desarrollado para chapa de espesor infinito (cuerpo semi-infinito) suponiendo que no existe transferencia de calor a través de la superficie de la chapa. Esta situación la representa Modenesi (ecuación 16) considerando fuentes de calor imaginarias colocadas arriba y debajo de la superficie en que se localiza la fuente de calor a una distancia  $2 \cdot k \cdot h$ , de esta, donde h es la profundidad de la placa a soldar.

$$T = T_0 + \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda} \cdot e^{\frac{v_s \cdot x}{2 \cdot a}} \cdot \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \frac{1}{R_{(k)}} \cdot e^{-\frac{v_s \cdot R_{(k)}}{2 \cdot a}} \quad \text{Ecuación 16}$$

Donde:

$$R_{(k)} = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - 2 \cdot k \cdot h)^2} \quad \text{Ecuación 17}$$

Analizando la ecuación 16, para el caso de las coordenadas donde  $x = z = 0$  se obtiene similar resultado (ecuación 18), que si se evaluara para el mismo caso la

ecuación 1. Lo mismo ocurre cuando se analiza la ecuación 16, pero para las coordenadas donde  $y = z = 0$  (ecuación 19).

$$T = T_0 + \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot y} \cdot e^{\frac{v_s \cdot y}{2 \cdot a}} \quad \text{Ecuación 18}$$

$$T = T_0 + \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot x} \cdot e^{\frac{v_s \cdot x}{a}} \quad \text{Ecuación 19}$$

Para solución que incluya un valor de  $z \neq 0$  no es tan simple, necesitándose evaluaciones complejas como las efectuadas por O´Farrill [3].

En la ecuación 17 la sumatoria del valor inverso de  $R_{(k)}$  define el decrecimiento de la temperatura con el incremento del espesor, mientras que la función exponencial con argumento  $R_{(k)}$ , define la velocidad de decrecimiento.

### 1.8 Modelo doble elipsoidal de fuente de calor

Goldak [10] establece un modelo (Figura 13) basado en la distribución del calor no simétrica en el arco de soldadura, a razón del planteamiento de una doble elipsoide, característica de la poza de soldadura formada por un arco en movimiento.

El modelo de doble elipsoide considera que el voltaje y la corriente eléctrica entregan la potencia calorífica necesaria para fundir el material de aporte y parte del material base. Las pérdidas de calor serán consecuencia de la eficiencia del proceso, pérdidas por evaporación, convección y radiación (figura 12).

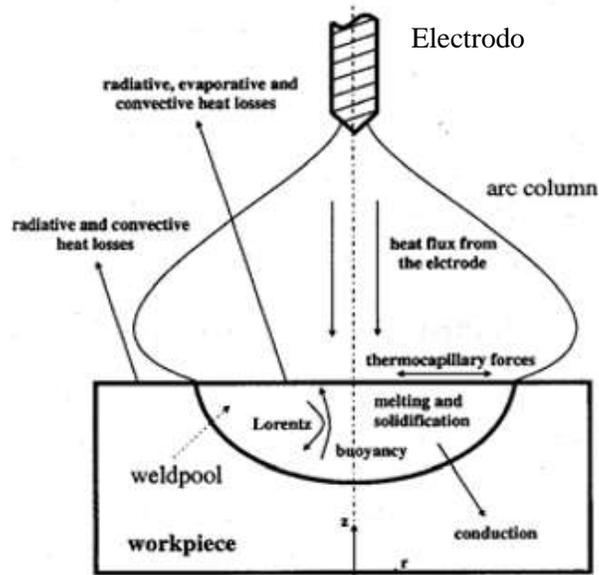


Figura 12: Fenómenos físicos que ocurren en el proceso de soldadura

La doble elipsoide presenta una distribución de calor que cumple la función de Gauss considerando una serie de factores a partir de experimentaciones que permiten entregar una forma tridimensional con variación del tiempo de este generador de calor [11].

Este modelo es desarrollado para el estudio computacional de los ciclos térmicos y las tensiones y las deformaciones en piezas soldadas [12].

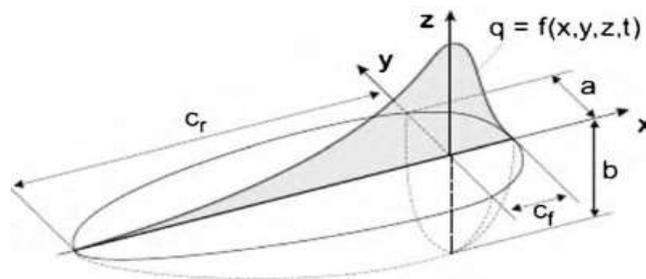


Figura 13: Modelo de Goldak sobre fuente de calor

A partir de esta configuración geométrica, Goldak [10] define la densidad de energía establecida sobre la pieza (Ecuación 20), que contiene parámetros energéticos de la fuente de calor ( $Q$ ) y geométricos del baño de soldadura ( $a$ ,  $b$ ,  $c_r$  y  $c_f$ ).

$$f_{1(x,y,z,t)} = \frac{6 \cdot \sqrt{3} \cdot f_0 \cdot Q}{a \cdot b \cdot c_0 \cdot \pi \cdot \sqrt{\pi}} \cdot e^{-3 \left[ \frac{(x-x_{00})^2}{c_0^2} + \frac{(y-y_{00})^2}{a^2} + \frac{(z-z_{00})^2}{b^2} \right]} \quad \text{Ecuación 20}$$

Como se puede apreciar, el modelo de Goldak (Ecuación 20) se centra en la definición de la forma geométrica en que se introduce la energía en la pieza y el volumen de metal fundido por el efecto del arco.

En este modelo los parámetros geométricos que lo integran han de ser supuestos u obtenidos previamente por experimentación. Además, no considera el efecto que puede causar el cambio geométrico en el espesor de la pieza sobre la concentración de calor en esta y la modificación que puede sufrir la geometría del baño, como tampoco el efecto independiente de los parámetros de corriente y voltaje sobre la geometría del cordón.

Azar [13] emplea el modelo de Goldak (Ecuación 20), pero no asocia el aporte energético del arco como un proceso constante, sino que considera la energía transferida entre momentos de máximos y mínimos aportes energético, siguiendo una ley sinusoidal. De esta forma pretende resolver las diferencias energéticas entre las etapas de arco y de aporte metálico durante la soldadura CMT (del inglés, *Cold Metal Transfer*). Para ello, propone tener en cuenta los momentos de aporte térmico, específicamente para el proceso CMT, modificando las ecuaciones de Goldak, al introducir una integral de línea definida y al cambiar las dimensiones  $c_f$ ,  $c_r$ ,  $a$ ,  $b$  por funciones tiempo-dependientes (Ecuación 21) [4].

$$q_{if}(x, y, z, t) = \int_{min}^{max} \frac{6\sqrt{3} \cdot \dot{f}_f \cdot F_{t(Q_{max}^{min})}}{F_{t(a)} \cdot F_{t(b)} \cdot F_{t(c_f)} \cdot \pi\sqrt{\pi}} \cdot e^{-3 \left[ \left( \frac{(x-vt)^2}{F_{(c_f)}^2} \right) - \frac{y^2}{F_{(a)}^2} + \frac{z^2}{F_{(b)}^2} \right]} \quad \text{Ecuación 21}$$

De forma similar al modelo de Goldak (ecuación 20), el de Azar (ecuación 21) tampoco considera el efecto que puede causar el cambio geométrico en el espesor de la pieza sobre la concentración de calor en esta y la modificación que puede sufrir la geometría del baño, ni el efecto independiente de los parámetros de corriente y voltaje sobre la geometría del cordón.

Por otra parte, Maceira [4] propone una modificación al modelo de fuente de calor de Azar para describir la forma del baño de soldadura en el proceso CMT, en función de la frecuencia de ocurrencia de los procesos eléctricos ( $f_d = 60 \text{ Hz}$ ) y térmicos ( $f_c = 20 \text{ Hz}$ ) de forma independiente, respectivamente.

$$q_{f(x,y,z,t)} = \frac{6\sqrt{3} \cdot \dot{f}_f \cdot F_{Q(t)}}{F_{a(t)} \cdot F_{b(t)} \cdot F_{c_f(t)} \cdot (\pi)^{\frac{3}{2}}} \cdot e^{-3 \left[ \left( \frac{(x-v \cdot t)^2}{(F_{c_f(t)})^2} \right) + \frac{y^2}{(F_{a(t)})^2} + \frac{z^2}{(F_{b(t)})^2} \right]} \quad \text{Ecuación 22}$$

Tanto los modelos establecidos por Goldak [10] (ecuación 20), como por Azar [13](ecuación 21) y Maceira [4] (ecuación 22), no consideran el efecto de la modificación que pudiera ejercer la variación del espesor de la pieza a soldar sobre la concentración del aporte térmico en esta y, por consiguiente, tampoco abordan la influencia de cada parámetro eléctrico en la modificación de las dimensiones del baño de soldadura. De hecho, en estos tres modelos ha de determinarse previamente las dimensiones de los parámetros geométricos de la fuente doble elipsoidal de calor para ser introducidos en el modelo.

Estudios anteriores [1,3] tratan de determinar las dimensiones del charco líquido de soldadura, pero tampoco tienen en cuenta la influencia de la variación del espesor de la pieza a soldar sobre la concentración del aporte térmico en esta, ni abordan la influencia de cada parámetro eléctrico en la modificación de las dimensiones del baño de soldadura.

A pesar de conocerse estudios computarizados sobre la estimación de la geometría del baño de soldadura y de los ciclos térmicos impuestos en el material base, estos se basan en modelos que presentan la misma dificultad que los mencionados anteriormente; es decir, no tienen en cuenta el efecto de la variación del espesor de la pieza sobre la concentración del aporte térmico, ni la influencia independiente de cada parámetro eléctrico en las dimensiones del baño de soldadura.

## 1.9 Conclusiones parciales

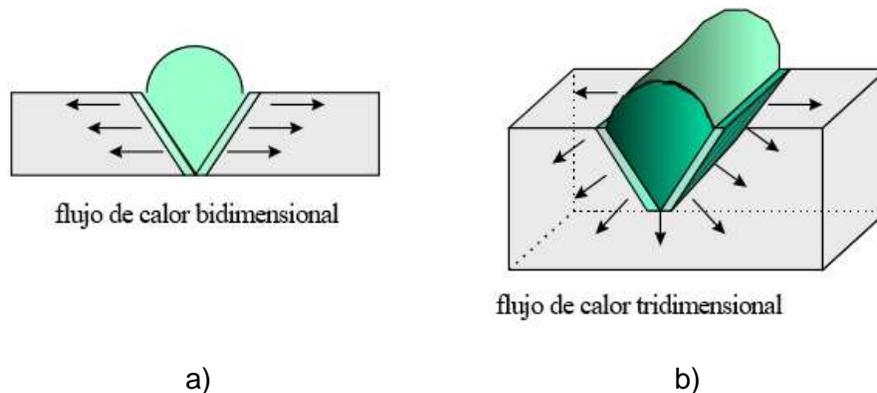
1. El modelo de fuente de calor puntual sobre cuerpo semi-infinito no explica el efecto de la reducción del espesor del cuerpo sobre los campos térmicos o su transformación a una fuente potente de rápido desplazamiento, puntual y de acción constante.
2. El modelo empleado para la soldadura de chapas a tope, en una sola pasada, con penetración completa, considera que la temperatura en toda la profundidad de la chapa es la misma, lo que presupone el descarte del análisis efecto del espesor de la placa.
3. El proceso de transferencia de calor sobre una chapa con fuente potente de rápido desplazamiento, lineal y de acción constante considera el calor transmitido, tal cual ocurre en una barra, por lo que la variación del espesor de la pieza no constituye una variable que deba ser considerada.
4. Tanto los modelos establecidos por Goldak, como por Azar y Maceira, no consideran el efecto de la modificación que pudiera ejercer la variación del espesor de la pieza a soldar sobre la concentración del aporte térmico en esta y, por consiguiente, tampoco abordan la influencia de cada parámetro eléctrico en la modificación de las dimensiones del baño de soldadura.
5. Partiendo de la solución del modelo desarrollado para chapa de espesor infinito (cuerpo semi-infinito), suponiendo que no existe transferencia de calor a través de la superficie de la chapa, se puede obtener la distribución de temperatura para el caso de una fuente puntual que actúa sobre una superficie de una chapa de espesor finito ( $h$ ).

## Capítulo II. Ecuación para el cálculo de la profundidad de penetración en función del espesor de la pieza

En el presente capítulo se realizan consideraciones sobre el proceso real de distribución de temperaturas en una pieza, el efecto del espesor sobre los ciclos térmicos y en el coeficiente de forma del cordón. Se propone una ecuación de transferencia de calor para un proceso cuasi-estacionario (estado límite) de una fuente de soldadura de potencia y velocidad constante, que toma en cuenta la influencia del espesor en el comportamiento de los campos térmicos obtenidos en las piezas soldadas.

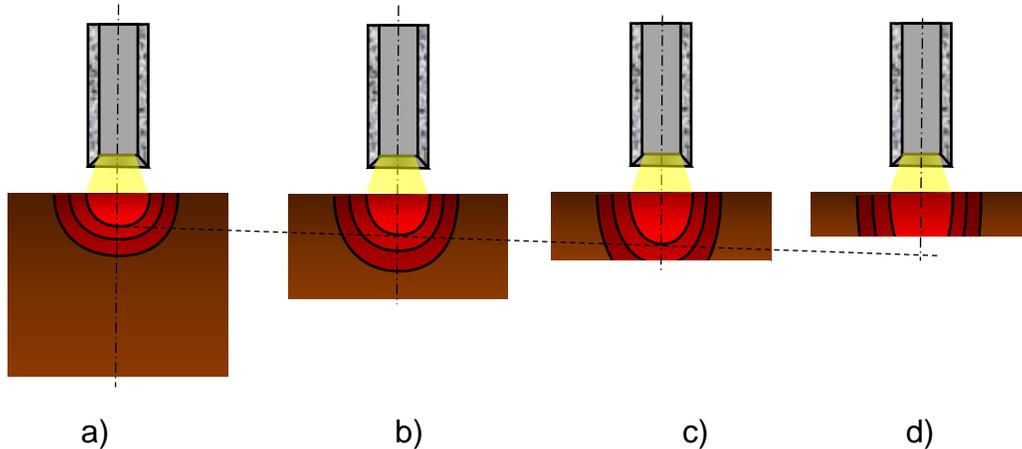
### 2.1. Consideraciones sobre el proceso real de distribución de temperaturas en una pieza

En las placas finas la distribución del flujo de calor se considera bidimensional (figura 14), mientras que para placas gruesas la distribución del calor es considerada tridimensional [14].



*Figura 14: Esquema para la estimación de la dirección del flujo de calor en cuerpos soldados*

Si se parte del modelo de fuente puntual de lento o rápido desplazamiento sobre cuerpo semi-infinito (figura 15), la temperatura de las isothermas obtenidas, en un corte transversal a la dirección de soldadura, puede representarse con líneas concéntricas (figura 15a).



*Figura 15: Transformación de una fuente “puntual” en “lineal”, en función de la disminución del espesor de la placa a soldar*

- a) Cuerpo semi-infinito con fuente puntual, b) cuerpo finito grueso con fuente semi-puntual; c) cuerpo finito delgado con fuente semi-lineal; d) chapa plana con fuente lineal

Como se aprecia (figura 15), manteniendo el mismo tipo de fuente de calor puntual (energía y velocidad de desplazamiento constantes), a medida que el cuerpo se hace más delgado, la fuente se comienza a transformar de puntual (figura 10a) a lineal (figura 10d). Este aspecto es demostrado al estudiar depósitos de soldadura obtenidos con el mismo régimen y diferentes espesores del material base [15,5].

El efecto de incremento de la profundidad de penetración en la pieza o de transformación de una fuente puntual a una lineal, se produce por la restricción paulatina del efecto sumidero de energía constante, desde el metal fundido hacia la profundidad de la pieza, manteniendo solo su flujo a través de su lateral infinito. El acercamiento del efecto de borde (cambio de conductividad al medio) hacia el arco produce la retención de calor dentro de la pieza y el alargamiento de las isothermas en el eje z.

Luego, la ecuación obtenida para cuerpo semi-infinito con fuente puntual (ecuación 1) debiera poderse transformar paulatinamente, considerando la restricción del espesor, a una ecuación para chapas delgada con fuente lineal (ecuación 11).

De forma similar, el modelo de fuente con rápido desplazamiento sobre cuerpo semi-infinito (ecuación 10), debiera conducir a uno de fuente con rápido desplazamiento sobre chapa plana (ecuación 14).

Cabe destacar también que los modelos de fuente de calor propuestos por Goldak [10] y modificados por Azar [13] tampoco resuelven este problema debido a que es necesario estimar primeramente las dimensiones del cordón para hacer la evaluación [3,4].

Otros autores [3] han realizado transformaciones en los modelos que permiten estimar las dimensiones de los cordones de soldadura. Sin embargo, están basadas en la ecuación del campo de temperaturas para un cuerpo semi-infinito (ecuación 6). Aplicar estas consideraciones en chapas de espesor finito es una aproximación a la realidad.

Estas transformaciones en los modelos no permiten transitar de forma coherente de un supuesto a otro (figura 15a a la 15d), resultando matemáticamente complejo su tratamiento. Tal vez por ello, este tema no está suficientemente desarrollado en la literatura. Casos intermedios (reales) han de ser resueltos atendiendo a la pericia del investigador o usando complejos sistemas informáticos.

Por ejemplo, calcular los campos térmicos empleando la ecuación desarrollada por Modenesi [9] resulta algo complejo.

## 2.2. Consideraciones sobre el efecto del espesor en los ciclos térmicos

Los campos térmicos en piezas soldadas son obtenidos por una función (ecuación 23), que contiene características del proceso aplicado, el material empleado, la geometría de la fuente y las condiciones de transferencia al medio circundante, expresados por la energía empleada ( $q$ ); el coeficiente de difusividad térmica del material ( $a$ ); el espesor de la pieza a soldar ( $\partial$ ); la distancia geométrica de la isoterma evaluada ( $R$ ) y la conductividad térmica del medio circundante ( $h$ ), respectivamente.

$$T = f(q; a; \partial; h; R)$$

*Ecuación 23*

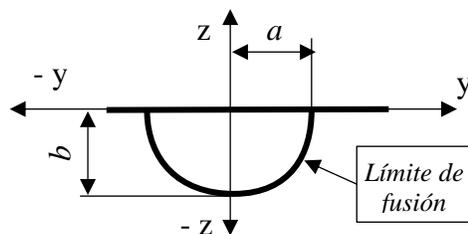
Las condiciones de transferencia al medio circundante no se consideran, tanto para las condiciones de transferencia de calor en cuerpo semi-infinito, como de chapa plana, independientemente del tipo de fuente empleada (fuentes de lento o de rápido desplazamiento), ni en el dimensionamiento de la energía aportada o geometría del baño de soldadura, tal cual fue descrito con anterioridad.

Para resolverlo, se parte del desarrollo de la teoría de Rykalin [8] y lo expuesto por otros autores, [1] tal que permite proponer un modelo que describa la transferencia de calor sobre piezas soldadas de diferentes espesores. Este modelo debe permitir explicar también las fluctuaciones geométricas, que sufren las isothermas, producto de la influencia de la modificación del calor en la pieza, por el efecto de la variación de su espesor.

La geometría de la línea de fusión de una unión soldada puede representarse a través de la ecuación cartesiana de una curva elíptica (ecuación 24), para la sección de la curva donde los valores de  $z \leq 0$  y los parámetros geométricos “a” y “b” (figura 16) corresponden al semiancho y a la profundidad de penetración del cordón, respectivamente.

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

*Ecuación 24*



*Figura 16: Esquema semielipsoidal de la línea de fusión en cordones de soldadura*

La razón entre “a” y “b” se le puede denominar coeficiente de forma de profundidad del cordón ( $\phi_p$ ) y depende del tipo de proceso (eficiencia en la transmisión del calor a la pieza), parámetros operativos (magnitud y tipo de corriente, voltaje, velocidad de soldadura, magnitudes y frecuencia de los pulsos, etc.), material (conductividad térmica) y condiciones enfriamiento (posición de las fronteras y medio circundante).

El coeficiente de forma de profundidad del cordón ( $\phi_p$ ) no es un término muy empleado en la literatura, pero permite ilustrar el aspecto tratado.

De la combinación de los criterios vertidos anteriormente, pero ahora considerando  $h_p$  como la profundidad de fusión y  $b$ , el semiancho del cordón, con el esquema semielipsoidal de la línea de fusión (figura 16), puede estimarse (ecuación 25) el comportamiento de la profundidad de penetración ( $b$ ) en función de la variación de las abscisas ( $y$ ) y ordenadas ( $z$ ) del sistema de referencia cartesiano (figura 16).

La transformación de un modelo de fuente de calor sobre cuerpo semi-infinito a una chapa plana se realiza mediante el recálculo (ecuación 26) de la profundidad de penetración ( $Z_{(x,h_p;\delta)}$ ), determinada a partir de  $h_p$  para cuerpo semi-infinito, en función del coeficiente  $k$ , que se determina considerando el coeficiente de difusividad térmica ( $a$ ), el espesor ( $\delta$ ) del material y de la velocidad de soldadura ( $v_s$ ).

$$\frac{y^2}{h_p^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad \text{Ecuación 25}$$

$$Z_{(x,h_p;\delta)} = \sqrt{\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) (-k \cdot h_p)^2} \quad \text{Ecuación 26}$$

$$k = (1 + 8 \cdot a / (\delta \cdot v_s))$$

### 2.3. Efecto del espesor de la pieza sobre el coeficiente de forma del cordón

Tal cual se planteó, la posición de las fronteras, dadas por el espesor de la pieza ( $\delta$ ), pueden influir en la relación entre el semiancho ( $a$ ) y en la profundidad de penetración ( $b$ ) del cordón, cambiando el coeficiente de forma de profundidad del cordón ( $\phi_p$ ).

La disminución del espesor de la pieza ( $\delta$ ) produce una restricción del flujo de calor en la dirección “-z”, concentrando el calor en la placa, tanto en mayor cantidad, cuanto menor sea el gradiente de temperaturas en la dirección “-z” (figura 17). Por ello, existe una correspondencia inversamente proporcional entre el espesor de la pieza ( $\delta$ ) y la profundidad de penetración ( $z_i$ ) de la zona de fusión.

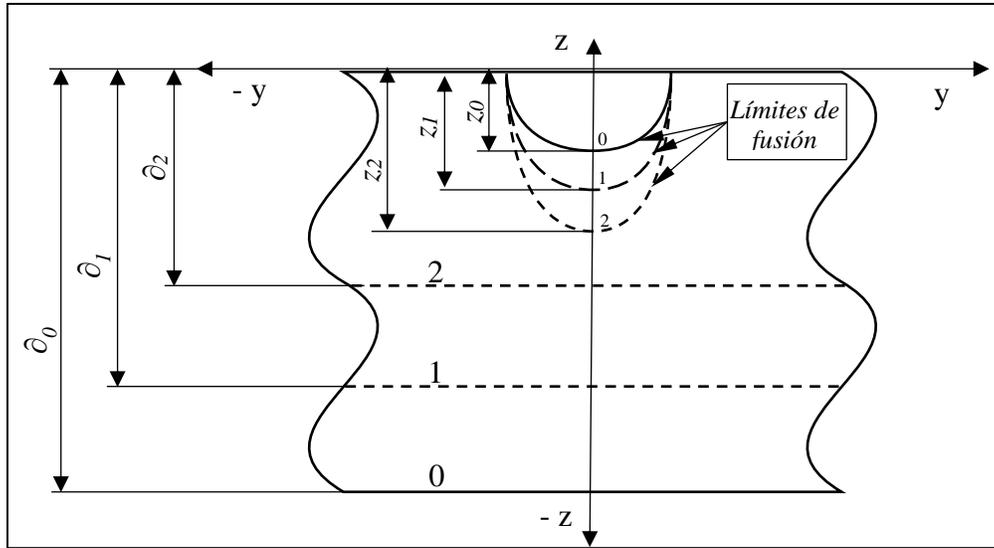


Figura 17: Correspondencia entre la reducción de espesor ( $\partial_i$ ) y el crecimiento de la profundidad de penetración ( $z_i$ )

La expresión propuesta (ecuación 27) constituye la ecuación de transferencia de calor para un proceso cuasi-estacionario (estado límite) de una fuente de soldadura de potencia y velocidad constante, que calienta una pieza.

$$T = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot R_{(z)}} \cdot e^{\frac{v_s}{2 \cdot a} \cdot (x - R_z)} \quad \text{Ecuación 27}$$

Donde:

$$R_{(z)} = \sqrt{x^2 + y^2 + (Z_{(x;hp;\delta)})^2} \quad \text{Ecuación 28}$$

Observe que no se dice si la fuente es clasificada como puntual o lineal, como tampoco se define el tipo de cuerpo: semi-infinito o chapa plana. Estas dos exclusiones simplifican la presentación del esquema de transición de una ecuación a la otra.

## 2.4. Conclusiones parciales

1. Las transformaciones desarrolladas en los modelos estudiados no permiten transitar, de forma coherente desde un supuesto a otro por lo que casos intermedios (reales) han de ser resueltos atendiendo a la pericia del investigador o usando complejos sistemas informáticos.
2. Para el análisis de los campos térmicos se propone un modelo que describa la transferencia de calor sobre piezas soldadas de diferentes espesores. Este modelo debe permitir explicar también las fluctuaciones geométricas, que sufren las isotermas, producto de la influencia de la modificación del calor en la pieza, por el efecto de la variación de su espesor.
3. Partiendo de la ecuación obtenida para cuerpo semi-infinito con fuente puntual puede establecerse un modelo que transforme paulatinamente los campos de temperatura circulares, característicos de fuentes puntuales sobre cuerpos semi-infinitos, a campos lineales, característicos de fuentes de este tipo sobre chapas planas.
4. La posición de las fronteras, dadas por el espesor de la pieza ( $\partial$ ), pueden influir en la relación entre el semiancho ( $a$ ) y en la profundidad de penetración ( $b$ ) del cordón, cambiando el coeficiente de forma de profundidad del cordón ( $\varphi_p$ ).
5. El espesor de la pieza ( $\partial$ ) y la profundidad de penetración ( $z_i$ ) de la zona de fusión manifiestan una correspondencia inversamente proporcional.

### Capítulo III. Análisis de los resultados

En el presente capítulo se muestran gráficamente y analizan las isothermas de la unión soldada y los ciclos térmicos obtenidos cuando se varía el espesor de la pieza. También se analizan el efecto de los parámetros de soldadura: corriente ( $I_s$ ), voltaje ( $V_a$ ), velocidad de soldadura ( $v_s$ ) y el material base cuando se modifica el espesor ( $\partial$ ) de la pieza, desde cuerpo semi-infinito, hasta chapa plana.

#### 3.1. Representación gráfica de las isothermas de la unión soldada y los ciclos térmicos obtenidos

Como se esclareció en el epígrafe 1.2, el ascenso, la máxima temperatura de los puntos de prueba en un cuerpo, su tiempo de permanencia a dicha temperatura, y enfriamiento producidos, depende de las características del proceso de soldadura. Entre ellos, se pueden citar las siguientes: los parámetros del régimen; de las propiedades termofísicas del material y de la distancia en que se encuentra el punto analizado respecto al eje de la costura.

Para el estudio de los ciclos térmicos, se parte de un esquema (figura 18) que contiene la trayectoria de la soldadura en la placa de estudio, así como la ubicación de tres puntos de prueba. Estos puntos de prueba son aquellos, donde supuestamente se pudieran colocar termopares. Los puntos de prueba son empleados para simular la variación de temperaturas experimentada por cada uno, durante la ejecución del proceso.

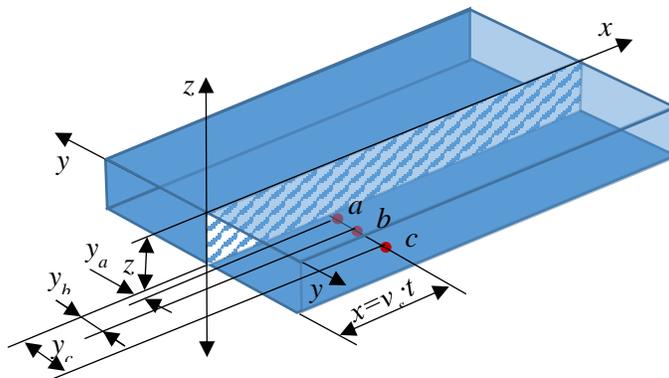


Figura 18: Puntos de prueba para el análisis de los ciclos térmicos

La evolución del comportamiento de los campos térmicos puede apreciarse (figuras 19, 21, 23, 25) en función, tanto de los parámetros del régimen, como del tipo de material o del espesor de las piezas. Se representan las isothermas resultantes que varían desde el análisis de cuerpos semi-infinitos hasta las chapas planas, las cuales para un mismo espesor tienden a cambiar cuando se modifican valores de: corriente ( $I_s$ ); voltaje ( $V_a$ ); velocidad de soldadura ( $v_s$ ) y material base empleado. Los ciclos térmicos (Figuras 20, 22, 24, 26) se evalúan para un espesor ( $\delta = 6 \text{ mm}$ ) y solo se transforman los parámetros de soldadura.

Los resultados se obtienen de una aplicación realizada en una hoja de Excel.

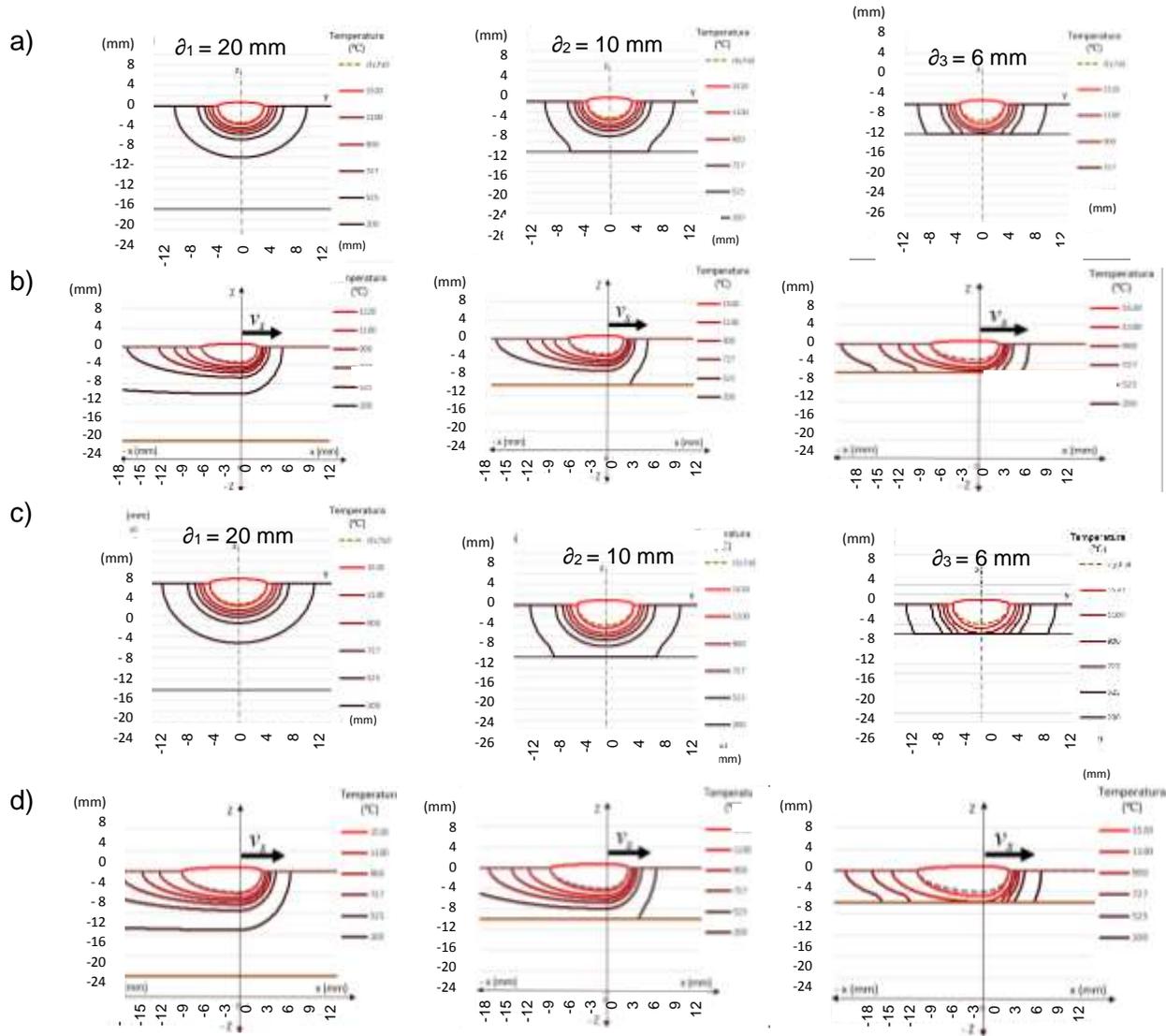


Figura 19: Representación de las isotermas de la unión soldada.  $V_a = 26 \text{ V}$ ;  $v_s = 10 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$  a y b:  $I_s = 120 \text{ A}$ ; c y d:  $I_s = 160 \text{ A}$ .  $\partial_i$ , espesor para condición

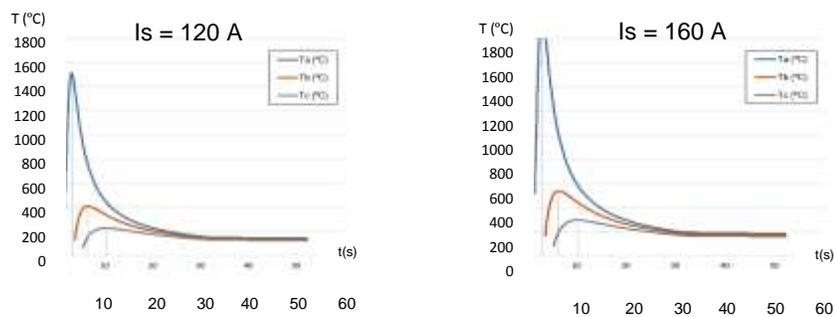


Figura 20: Representación de los ciclos térmicos de la unión soldada  $\partial = 6 \text{ mm}$ ;  $V_a = 26 \text{ V}$ ;  $v_s = 10 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$

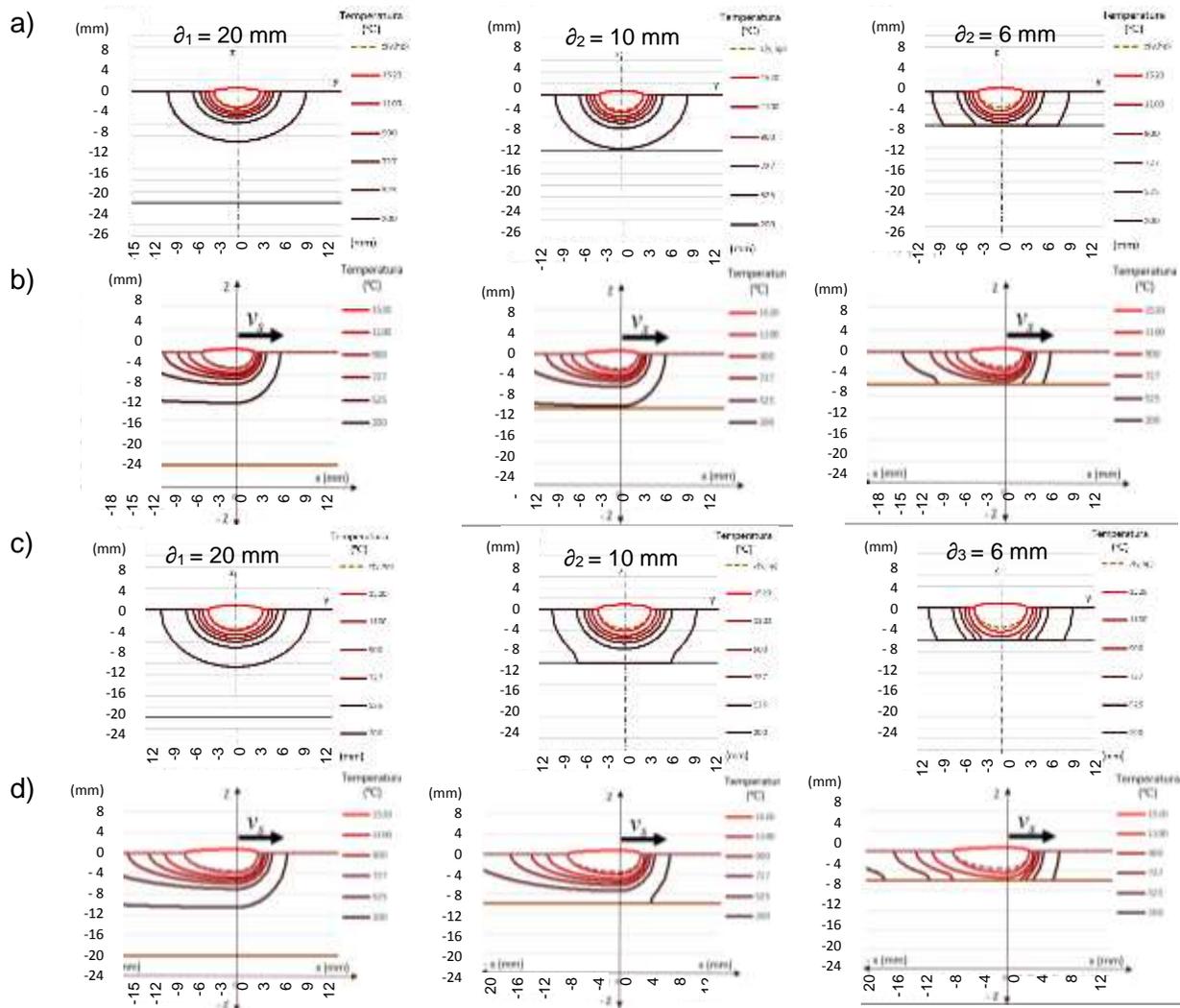


Figura 21: Representación de las isotermas de la unión soldada  
 $I_s = 120 \text{ A}$ ;  $v_s = 10 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$  a y b:  $V_a = 20 \text{ V}$ ; c y d:  $V_a = 30 \text{ V}$

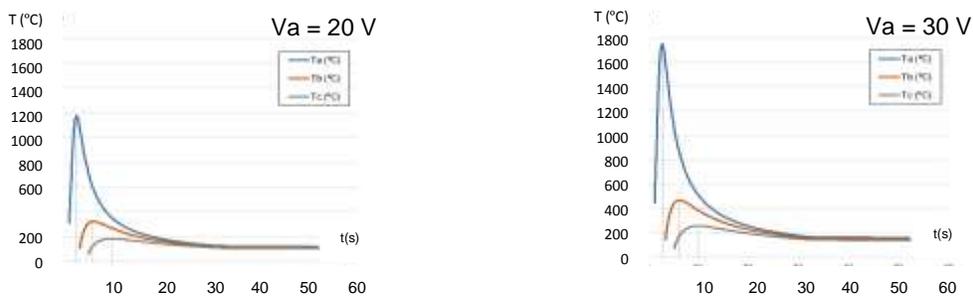


Figura 22: Representación de los ciclos térmicos de la unión soldada  
 $\partial = 6 \text{ mm}$ ;  $I_s = 120 \text{ A}$ ;  $v_s = 10 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$

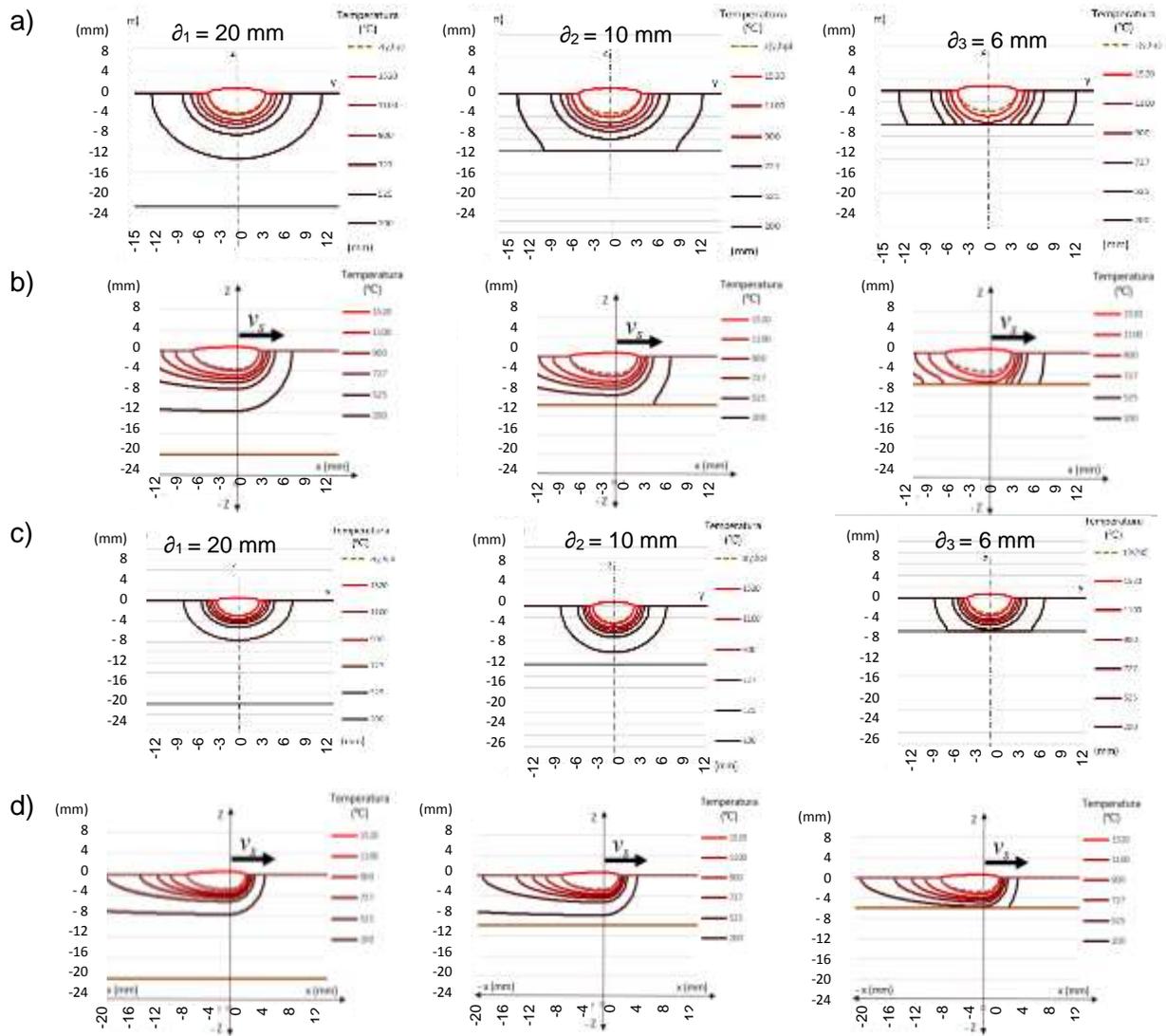


Figura 23: Representación de las isotermas de la unión soldada  
 $I_s = 120 A$ ;  $V_a = 20 V$  a y b:  $v_s = 8 m \cdot h^{-1}$ ; c y d:  $v_s = 15 m \cdot h^{-1}$

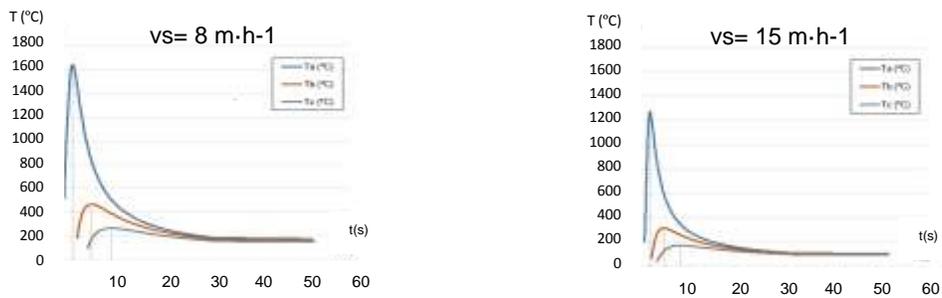


Figura 24: Representación de los ciclos térmicos de la unión soldada  
 $\delta = 6 mm$ ;  $V_a = 26 V$ ;  $I_s = 120 A$

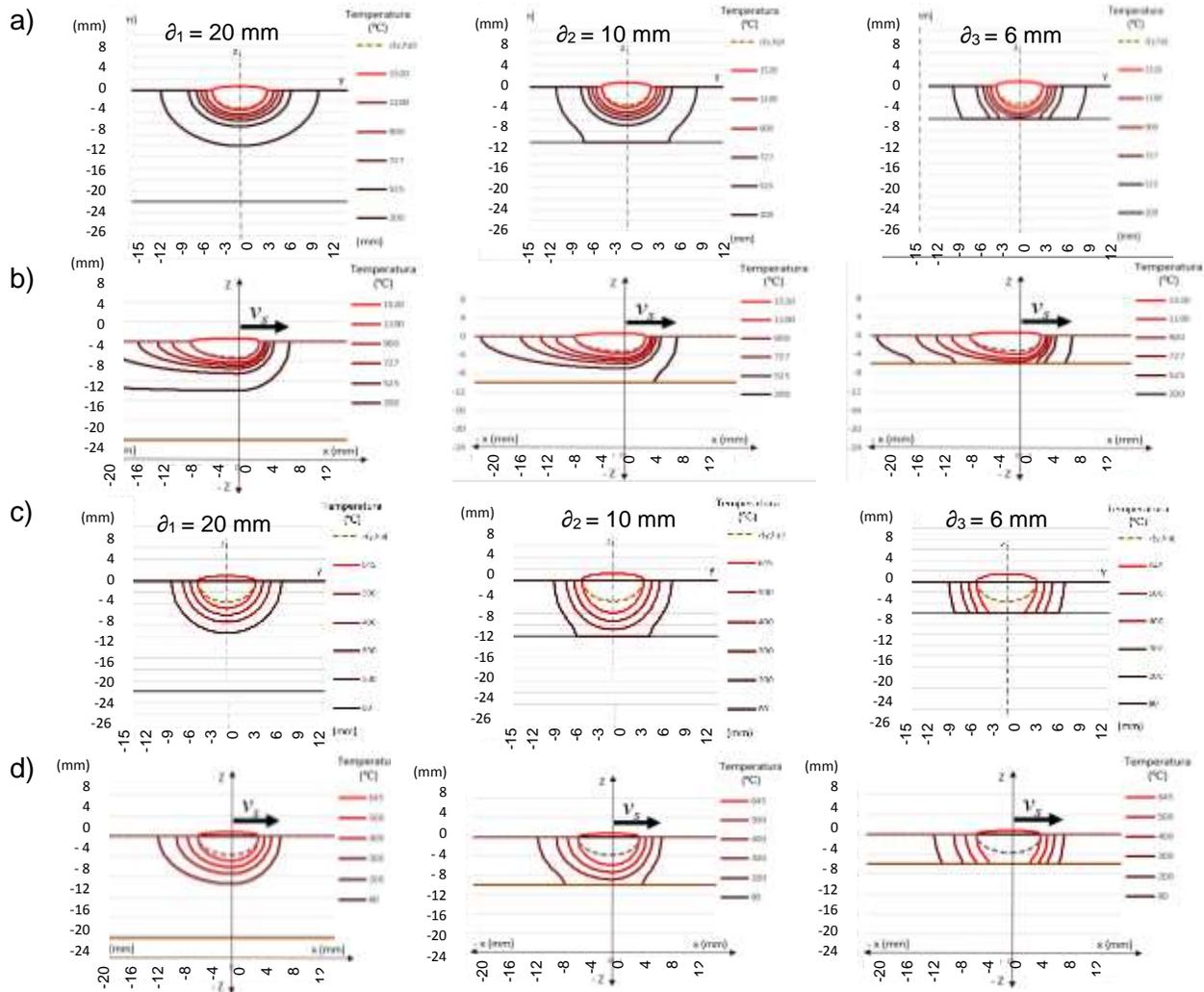


Figura 25: Representación de las isotermas de la unión soldada  $I_s = 120 \text{ A}$ ;  $V_a = 20 \text{ V}$ ;  $v_s = 10 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$  a y b: Acero; c y d: Aluminio

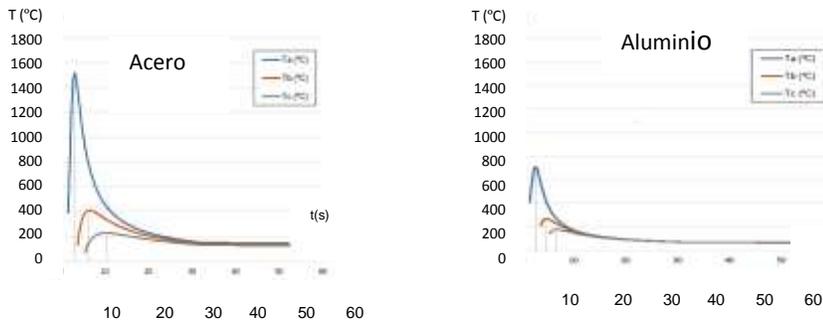


Figura 26: Representación de los ciclos térmicos de la unión soldada  $\delta = 6 \text{ mm}$ ;  $I_s = 120 \text{ A}$ ;  $V_a = 26 \text{ V}$ ;  $v_s = 10 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$

### 3.2. Análisis de los resultados

Si se realiza un corte transversal del cordón (figuras 19a, 21a, 23a, 25a), puede apreciarse que, al evaluar espesores de dimensiones relativamente considerables, los campos térmicos asumen una forma prácticamente circular, concordando con los resultados desarrollados por el modelo de cuerpo semi-infinito propuesto por Frolov. Esto ocurre, porque en este caso la propagación del flujo de calor se mantiene tridimensional (figura 14b).

Sin embargo, en la medida que el espesor comienza a reducirse, la profundidad del baño de soldadura se incrementa, en comparación con la obtenida aplicando el modelo semi-infinito (líneas discontinuas). Así mismo, las isothermas comienzan a deformarse más, en la medida en que se acercan al límite inferior de la placa. Ello se debe a que el flujo de calor en placas adquiere forma bidimensional (figura 14a). En este caso no hay flujo de calor en la dirección vertical, demorándose en evacuarse hacia los laterales y produciendo un efecto de retención del calor. Este proceso fue descrito y simulado por Modenesi (ecuación 16), pero considerando el empleo de una fuente contrapuesta a la de soldadura.

Similar comportamiento puede apreciarse en un corte longitudinal de la placa (figuras 19b, 21b, 23b, 25b). En esta ocasión se puede apreciar la transformación de las isothermas, desde un modelo simi-infinito a uno de chapa plana; es decir, de isothermas prácticamente circulares, a casi lineales, en dependencia de la razón potencia introducida vs espesor. También es importante apreciar las diferencias en el comportamiento de los campos de temperatura en la parte delantera y trasera del baño de soldadura.

La intensidad de corriente influye en la profundidad de penetración del baño fundido. Al incrementarse la corriente se hace más potente el arco. El flujo de cargas incide más violentamente sobre el baño fundido, incrementando su potencia térmica [16]. Un ejemplo de este fenómeno puede apreciarse al comparar las figuras 19a y 19c o entre la 19b y 19d. Un incremento de 40 A produce penetraciones aproximadamente desde 3,5 mm, hasta 4 mm, para un cuerpo de 20 mm de espesor, respectivamente; mientras que, para uno de 6 mm, se encuentran entre 4 mm y 5 mm. La diferencia entre los rangos de profundidades de penetración

de la zona fundida, para cada espesor analizado, depende de la forma tridimensional en que ocurre la disipación de calor en el cuerpo de 20 mm de espesor (cuerpo semi-infinito), respecto al de 6 mm de espesor (chapa plana).

Cuando aumenta la intensidad de la corriente, desde  $I_s = 120$  A, a  $I_s = 160$  A, el ciclo térmico se transforma (figura 20). Ello es debido a la influencia de la corriente en el valor del calor aportado. De esta forma, cuando el calor aportado a la pieza es mayor, la temperatura de los puntos del cuerpo se realza alcanzando valores máximos relativamente más elevados. Esto se aprecia al evaluar el punto de prueba más cercano al cordón. Cuando  $I_s = 120$  A, el punto alcanza su valor máximo a  $1500$  °C, mientras que cuando  $I_s = 160$  A, toma un valor superior a los  $1800$  °C.

Cuando se varía el voltaje (figura 21) existen cambios en las formas y ubicación de las isothermas. A mayores valores de voltaje (figura 21 c y d) los campos térmicos se ensanchan [16]. Esto ocurre debido a dos fenómenos importantes a) que la forma del arco es la de un cono truncado en la punta del electrodo y con base en la superficie de la zona fundida (una campana), y b) a que la longitud de arco es proporcional al voltaje o a la caída de potencial a través del arco. Por ejemplo, en el caso de una placa con un espesor de 20 mm (figura 21a), cuando el voltaje toma un valor de 20 V, el semiancho del cordón es de 3,0 mm, mientras que cuando se emplea un voltaje de 30 V (figura 21c), el semiancho del cordón crece alcanzando 4,5 mm.

El voltaje de soldadura también influye en la forma del ciclo térmico. En la medida que el voltaje de arco se hace mayor (figura 22), se eleva proporcionalmente el calor aportado a la pieza, lo que provoca que se incremente la energía y cambie el ciclo térmico, tras el incremento en los valores de temperatura de los puntos de prueba. Esto queda demostrado al comparar el valor máximo de temperaturas alcanzado cuando la pieza es sometida a 20 V y a 30 V, obteniéndose temperaturas de  $1200$  °C y  $1750$  °C, respectivamente.

La velocidad de soldadura es una función inversamente proporcional al calor aportado, reconocido así por diferentes autores [5]. Por tanto, su incremento conduce a la disminución del ancho y de la profundidad del baño de soldadura. De

forma similar ocurre con todas las isoterms que delimitan las zonas y subzonas de la unión soldada. Esto puede apreciarse (figura 23 a y c) al variar la velocidad de soldadura, desde  $8 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$  a  $15 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$ .

La reducción de la energía por el incremento de la velocidad, también afecta el ciclo térmico (figura 24). La disminución del efecto térmico, producido por el aumento de la velocidad, disminuye las temperaturas máximas y los tiempos de permanencia. Esto se aprecia al variar la velocidad desde  $8 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$  hasta  $15 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$ , donde las temperaturas alcanzadas son de  $1600 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $1250 \text{ }^\circ\text{C}$ , respectivamente.

El aluminio, posee una conductividad térmica ( $\lambda$ ) relativamente alta ( $0,31521 \text{ cal}\cdot(\text{cm}\cdot\text{s}\cdot^\circ\text{C})^{-1}$ ); por lo tanto, presenta las isoterms más cercanas a una circunferencia y no tan elíptica, como ocurre cuando se suelda sobre acero. Este aspecto se puede apreciar (figura 25) al comparar los campos térmicos obtenidos sobre acero (figura 25 a y b) y aluminio (figura 25 c y d).

Cuando se suelda sobre una pieza de acero el ciclo térmico alcanza mayores valores de temperatura, que para una pieza de aluminio (figura 26). Esto se explica por la conductividad térmica del aluminio, que, al ser elevada, provoca que el calor aportado a la pieza sea menor al disiparse en diferentes direcciones.

### 3.3. Validación de los resultados

Para corroborar la veracidad de los resultados obtenidos se emplea una experiencia presentada en la literatura [15], donde se evalúan depósitos para el recargue (figura 27).

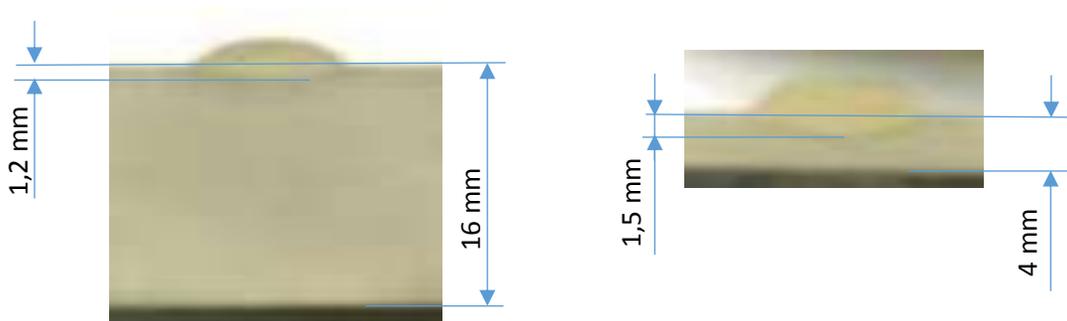
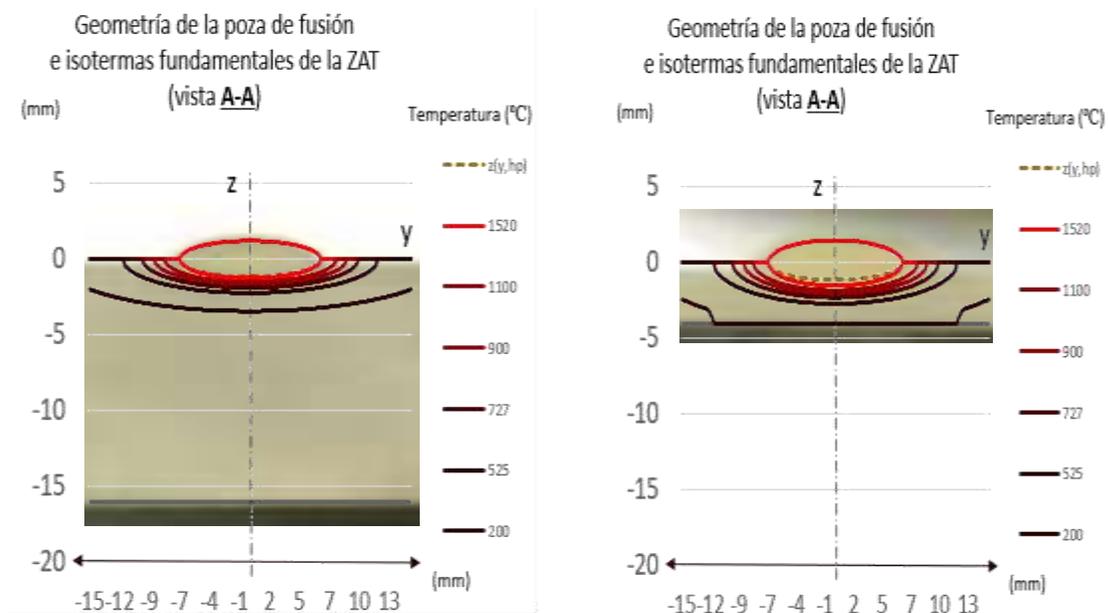


Figura 27: Sección transversal de depósitos de estudio [15]

$$I_s = 120 \text{ A}; V_a = 24 \text{ V}; v_s = 14 \text{ m/h}$$

En la comparación se aprecia (figura 27) que la profundidad de penetración de los depósitos es afectada por el espesor en una relación inversamente proporcional. Los valores de las profundidades son de 1,192 mm y 1,508 mm para los espesores de 16 mm y 4 mm, respectivamente. Hasta ahora, las modelaciones realizadas en el presente trabajo coinciden con este resultado (figura 27); sin embargo, no puede garantizarse que los valores sean similares.

Para ello, se realiza una simulación de la experiencia recogida en la literatura (figura 27) y se contrastan dimensionalmente los resultados (figura 28).



*Figura 28: Comparación de los resultados obtenidos en la hoja de cálculo con los resultados de la literatura*

Se puede apreciar (figura 28) que existe una aproximación en los resultados de los cálculos y las imágenes de los depósitos, evidenciada por las isotermas que definen la forma del límite de fusión del cordón. Las líneas discontinuas refieren la forma del contorno del límite de fusión, cuando se considera el cuerpo semi-infinito para los cálculos. La primera línea continua, lo mismo, pero considerando el efecto del espesor. La distancia entre las líneas discontinuas y la primera línea continua se hace más pronunciada, en la medida en que el espesor de la pieza disminuye. Como se aprecia (figura 28) existe una pequeña diferencia, en el caso de la probeta con

espesor de 16 mm; sin embargo, resulta mayor esta diferencia, respecto a la probeta de 4 mm de espesor. Ello se debe, a que el modelo que permite calcular la profundidad de penetración considerando el cuerpo como sem-infinito no es adecuado para tratar chapas delgadas, tal como se ha recogido en la literatura especializada. Como se aprecia, el modelo desarrollado en el presente trabajo es capaz de considerar la variación del espesor de la pieza, lo que se aprecia en la correspondencia de las isotermas que definen el límite de fusión, tanto para el caso del depósito sobre 16 mm, como de 4 mm.

Sin embargo, ha de reconocerse que la determinación de las fronteras térmicas de la zona afectada térmicamente (dentro de ellas el límite de fusión) depende de la eficiencia del proceso ( $\eta$ ), entre otros factores. Por ejemplo, en el proceso SMAW, la eficiencia está caracterizada por el tipo y espesor del recubrimiento, diámetro del alambre, etc. Estos aspectos pueden modificar en ciertos límites la precisión de los cálculos realizados con el modelo. Sin embargo, puede considerarse el modelo propuesto como una aproximación, de posible provecho en la explicación docente y científica del tema.

### 3.4. Conclusiones parciales

1. Las isothermas son inversamente dependientes del espesor de la pieza y los cambios en su forma son más pronunciados sobre espesores relativamente pequeños, dado por la razón entre la retención de la energía introducida, las propiedades termofísicas del material y su espesor.
2. El modelo desarrollado permite evaluar la variación de las isothermas, proporcionales a la corriente y el voltaje empleados en el proceso e inversamente proporcionales a la velocidad de soldadura, tal como ocurre en la práctica con la relación de dichos parámetros operativos y los geométricos de un depósito de soldadura.
3. La forma y extensión de los campos térmicos se pueden obtener, en el modelo desarrollado, dependientes de los parámetros termofísicos del material, tal como se reporta en la literatura.
4. Los ciclos térmicos son dependientes de los valores máximos de las temperaturas inducidas, y el modelo desarrollado permite calcularlos en función de los parámetros eléctricos del proceso y del tipo de material.
5. El modelo propuesto permite predecir geometrías de depósitos realizados mediante proceso SMAW, lo cual evidencia su aproximación a la realidad.

## Conclusiones Generales

1. El modelo de transferencia de calor con fuente puntual sobre cuerpo semi-infinito y el modelo de transferencia de calor con fuente lineal sobre chapas a topes no contemplan la transición desde un modelo a otro.
2. Se ha investigado la transición de un modelo de fuente puntual sobre cuerpo semi-infinito hacia otro con fuente lineal sobre chapas a topes; sin embargo, este modelo considera dos fuentes opuestas actuantes simultáneamente, lo cual no se ajusta al fenómeno real de soldadura unilateral.
3. Una solución para lograr el acercamiento de estos modelos es considerar el efecto de la variación del espesor de la pieza a soldar sobre la concentración del aporte térmico en esta; sin embargo, este aspecto no es considerado en la literatura especializada.
4. El modelo propuesto describe la transferencia de calor sobre piezas soldadas de diferentes espesores, a través de las fluctuaciones geométricas, que sufren las isothermas, producto de la influencia de la modificación del calor en la pieza, debido a la consideración del efecto del espesor.
5. La validación del modelo permite suponer que puede ser usado para la explicación docente y científica que sustenta la variación de los campos de temperatura y ciclos térmicos en función de los parámetros operativos del proceso (corriente, voltaje, velocidad de soldadura), del tipo de material y del espesor de la pieza.
6. El modelo desarrollado en el trabajo para la estimación del campo de temperaturas permite transitar, desde las condiciones específicas de conducción de calor en un cuerpo semi-infinito, hasta otro de chapas de espesor finito, y simular los campos de temperatura, los ciclos térmicos, y estimar la forma de los depósitos y su dilución.

## **Recomendaciones**

Emplear el modelo propuesto para el establecimiento de un laboratorio virtual que permita predecir las geometrías de depósitos realizados mediante proceso SMAW, aplicables en prácticas docentes y estimaciones técnicas o científicas.

## Referencias

1. Frolov, V. V. *Teoría de los Procesos de Soldadura*. Moscú: Bischaya Schkola, 1988. 559 p.
2. Álvarez Marilene, S. K., Rodríguez Pedro. *Teoría de los Procesos de Soldadura* Consultado el: enero de 2018. Disponible en: <https://www.monografias.com/trabajos82/teoria-procesos-soldadura/teoria-procesos-soldadura2.shtml>.
3. Ofarrill, J. *Modelo predictivo de fuente de calor aplicado a la simulación de campos térmicos en uniones soldadas*. Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas 2017. Disponible en: <http://dspace.uclv.edu.cu/bitstream/handle/123456789/8531/OFarrill%20Laza%2c%20Jairo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
4. Maceira, R. *Consideraciones sobre modelos empleados para la simulación de ciclos térmicos en uniones soldadas*. Universidad Central Marta Abreu de las Villas, 2017.
5. Rodríguez, Y. *Estudio de los ciclos térmicos en los depósitos de recargue superficial mediante método de elementos finitos (MEF)*. . Departamento del CIS Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, 2007. Disponible en: <http://dspace.uclv.edu.cu/handle/123456789/2788>.
6. Rodríguez, O. *Metalurgia de la soldadura*. La Habana: Editorial Universitaria, 2013. 196 p. p. Disponible en: <http://bdigital.reduniv.edu.cu/index.php?page=13&id=147&db=1>. ISBN 978-959-16-2101-6.
7. Winczek, J. "Simulation of Heat Flow During the Welding of Thin Plates". *Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics*. December 2016, vol. 15, nº 3, p. 12. ISSN 2353-0588. DOI 10.17512/jamcm.2016.3.16.
8. Rykalin, N. N. *Fundamentals of Heat Flow in Welding*. Moscú: AN, 1947. p.
9. Modenesi, P. J., Marques, P. V. & Santos, D. B. *Introdução à Metalurgia da Soldagem*. Universidade Federal de Minas Gerais. Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais. Belo Horizonte: 2004. p. 79.
10. Goldak, J., Chakravarti, A.; Bibby, M "A new finite element model for welding heat sources". *Metallurgical transactions*. 1984, vol. 15B.
11. Zúñiga, C., Valverde, Q.C., F. "Modelización del ciclo térmico de una unión soldada multipase por arco por el método de elementos finitos". 2016.
12. Pozo Morejón, J., García Jacomino, J., Ramos Morales, F., et al. "Metodología de modelación mediante ANSYS de la historia térmica, tensiones y deformaciones de soldadura". *Revista de la Facultad de Ingeniería U.C.V.* 2009, vol. Vol. 24, nº N° 1, p. 13-26.

13. Azar, A. S. "A heat source model for cold metal transfer (CMT) welding". *Therm Anal Calorim.* 23 junio 2015, n° p. 6. Disponible en: [https://www.researchgate.net/publication/279056732\\_A\\_heat\\_source\\_model\\_for\\_cold\\_metal\\_transfer\\_CMT\\_welding](https://www.researchgate.net/publication/279056732_A_heat_source_model_for_cold_metal_transfer_CMT_welding). DOI 10.1007/s10973-015-4809-4.
14. Silvestri, S. Zalazar, M. *Estudios de los ciclos termicos en soldadura.* Universidad Nacional del Comahue. Facultad de Ingeniería, publicado el: 1 DE AGOSTO de 1999, última actualización: 1 DE AGOSTO. 30 p. Disponible en: <https://es.scribd.com/document/55432613/CUADERNO-CICLO-TERMICO>.
15. Hernández, A. *Evaluación de depósitos de recargue de una pasada obtenidos con electrodos tubulares CIS (0.25-0.1mm).* Departamento del CIS Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, 2007. Disponible en: <http://dspace.uclv.edu.cu/handle/123456789/254>.
16. Espinosa, L. *Predicción de la geometría del cordón y curva de tracción en soldadura robótica de aceros dúplex por redes neuronales.* Universidad Simón Bolívar 2011. Disponible en: <https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwiwk6XCqufbAhXNu1MKHQAHDFYQFggmMAA&url=http%3A%2F%2F159.90.80.55%2Ftesis%2F000153641.pdf&usg=AOvVaw3gV5JaoseAS0pUsV-9r8KX>.

## Lista de figuras

Figura 1: Campos de temperatura.....	6
Figura 2: Isotermas provocadas por una fuente móvil .....	7
Figura 3: Variación de la temperatura respecto al tiempo en los puntos A, B, y C .....	8
Figura 4: Representación geométrica de una fuente puntual, de potencia y velocidad constante “v”, sobre la superficie de un cuerpo semi-infinito .....	9
Figura 5: Efecto de la velocidad de desplazamiento de la fuente de calor sobre el carácter de distribución de la temperatura para los puntos situados sobre el eje del cordón.....	10
Figura 6: Campo de temperatura en estado cuasi-estacionario (estado límite) durante el depósito de un cordón sobre un cuerpo macizo.....	11
Figura 7: Distribución de temperaturas obtenidas en los cálculos .....	11
Figura 8: Carácter semiesférico de las isotermas en un cuerpo semi-infinito calentado por una fuente puntual.....	12
Figura 9: Esquema de cuerpo semi-infinito calentado por una fuente de rápido desplazamiento.....	13
Figura 10: Esquema representativo de una fuente lineal.....	15
Figura 11: Distribución ideal de soldaduras a tope en una sola pasada, considerando la fuente de calor lineal .....	16
Figura 12: Fenómenos físicos que ocurren en el proceso de soldadura.....	19
Figura 13: Modelo de Goldak sobre fuente de calor.....	19
Figura 14: Esquema para la estimación de la dirección del flujo de calor en cuerpos soldados.....	23
Figura 15: Transformación de una fuente “puntual” en “lineal”, en función de la disminución del espesor de la placa a soldar .....	24
Figura 16: Esquema semielipsoidal de la línea de fusión en cordones de soldadura.....	26
Figura 17: Correspondencia entre la reducción de espesor ( $\partial_i$ ) y el crecimiento de la profundidad de penetración ( $z_i$ ).....	28
Figura 18: Puntos de prueba para el análisis de los ciclos térmicos.....	30
Figura 19: Representación de las isotermas de la unión soldada. $V_a = 26 \text{ V}$ ; $v_s = 10 \text{ m}\cdot\text{h}^{-1}$ a y b: $I_s = 120 \text{ A}$ ; c y d: $I_s = 160 \text{ A}$ . $\partial_i$ , espesor para condición.....	32
Figura 20: Representación de los ciclos térmicos de la unión soldada .....	32
Figura 21: Representación de las isotermas de la unión soldada .....	33
Figura 22: Representación de los ciclos térmicos de la unión soldada .....	33
Figura 23: Representación de las isotermas de la unión soldada .....	34
Figura 24: Representación de los ciclos térmicos de la unión soldada $\partial = 6 \text{ mm}$ ; $V_a = 26 \text{ V}$ ; $I_s = 120 \text{ A}$ .....	34
Figura 25: Representación de las isotermas de la unión soldada .....	35
Figura 26: Representación de los ciclos térmicos de la unión soldada .....	35
Figura 27: Sección transversal de depósitos de estudio [15].....	38
Figura 28: Comparación de los resultados obtenidos en la hoja de cálculo con los resultados de la literatura .....	39