



## XVII SIMPOSIO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA (SIE-2017)

### Control de seguimiento de trayectoria para robots paralelos de dos y tres grados de libertad

#### *Trajectory tracking for two and three degree of freedom parallel robots*

Orlando Urquijo Pascual<sup>1</sup>, Luis Hernández Santana<sup>2</sup> Eduardo Izaguirre  
Castellanos<sup>3</sup>

1-Orlando Urquijo Pascual. UCLV, Cuba. [orlandop@uclv.edu.cu](mailto:orlandop@uclv.edu.cu):

2-Luis Hernandez Santana. UCLV, Cuba. [luishs@uclv.edu.cu](mailto:luishs@uclv.edu.cu):

3- Eduardo Izaguirre Castellanos. UCLV, Cuba. [izaguirre@uclv.edu.cu](mailto:izaguirre@uclv.edu.cu):

**Resumen:** En este artículo, se implementa un esquema de control en espacio de tareas para robots paralelos neumáticos de dos y tres grados de libertad (2GDL y 3GDL) en aplicación industrial de simulador de movimiento con el objetivo de resolver el problema de seguimiento de trayectoria. El sistema de control considera dos lazos en cascada; mediante un lazo interno desacoplado se resuelve el control de posición articular, mientras que un lazo externo implementado en el espacio cartesiano, brinda la solución al problema de seguimiento de trayectoria. La entrada deseada cartesiana es pre alimentada de acuerdo a las condiciones especificadas en la implementación digital del control cinemático en espacio de tareas. Se emplea el modelo cinemático geométrico para el caso del robot de 2GDL y la formulación vectorial para el 3GDL sin necesidad del uso del modelo dinámico del robot. Para demostrar el desempeño del esquema de control propuesto, se presentan los resultados experimentales obtenidos a través de varios experimentos realizados en simulación utilizando el modelo lineal del sistema electro- neumático obtenido a través de identificación experimental del robot de 2GDL y el modelo CAD en ADAMS del robot de 3GDL. Estos resultados confirman la respuesta esperada ante seguimiento de trayectoria demostrando un buen desempeño del sistema.

**Abstract:** *In this paper, the kinematic task space control scheme for two and three degrees of freedom pneumatic parallel robots (2DOF and 3DOF) is developed in order to solve the trajectory tracking problem in industrial application of motion simulator.*





*The control system take into account a two loops cascade, an internal loop that solves the decoupled joint control and the external loop implemented in the task space control in order to solve de trajectory tracking specifications. The geometric kinematic model is used for the case of the 2GDL robot and the vector formulation for the 3GDL without the use of the dynamic model of the robot. In order to solve the trajectory tracking problem, the desired input is feed-forwarded according to the specific condition of the digital implementation in the kinematic task space control scheme. To illustrate the performance of the proposed control scheme, experimental results obtained through several simulation experiments using the linear model of the electro-pneumatic system obtained through experimental identification of the 2GDL robot and the CAD model in ADAMS of the 3GDL robot are presented. Experimental results confirm the expected tracking response in the task space, showing adequate performance.*

**Palabras Clave:** Robot paralelo, control de trayectoria, control en espacio de tareas

**Keywords:** *Parallel robot, tracking control, task space control.*

## 1. Introducción

En la campo de la robótica se define el control de seguimiento de trayectoria, al seguimiento de una trayectoria deseada variable en el tiempo dada en el espacio articular  $q_d(t)$  o cartesiano  $x_d(t)$  y sus sucesivas derivadas  $dq_d/dt$  y  $dx_d/dt$  o bien  $d^2q_d/dt^2$  y  $d^2x_d/dt^2$  que describen la velocidad y aceleración deseadas respectivamente [1].

El control en el espacio articular tiene como característica que es necesario la solución de la cinemática inversa del robot para obtener el vector de posición articular partiendo de conocer la trayectoria deseada en el espacio cartesiano del elemento terminal del robot, que en el caso de los robots bajo estudio, lo constituye la plataforma móvil. Este tipo de control no tiene la capacidad de compensar las incertidumbres del sistema que afectan la trayectoria real de la plataforma móvil. Por otra parte, su variante en el espacio de tareas, compensa las incertidumbres existentes pero requiere de la estimación o medición del vector de coordenadas espaciales del elemento terminal del robot [2]. Puesto que la cinemática directa en los robots de estructura paralela generalmente se soluciona mediante algoritmos numéricos, resulta desventajoso su uso en aplicaciones de tiempo de real [3,4]. Bajo estas consideraciones, resulta conveniente controlar la trayectoria del robot en el espacio de tareas puesto que asegura un estado de control *feedback* que conduce a una mejor precisión con respecto al control en el espacio articular [3].





En este artículo se propone una estrategia de control de seguimiento de trayectoria en espacio de tareas para simuladores de movimiento de dos y tres grados de libertad accionados por pistones neumáticos con el objetivo de mejorar el desempeño del esquema de control cartesiano en espacio de tareas en aplicación industrial de seguimiento de trayectoria.

## 2. Robots paralelos de dos y tres grados de libertad (2GDL y 3GDL)

Las plataformas de simulación de dos y tres grados de libertad, son fabricadas por la empresa SIMPRO que se dedica a la producción de simuladores industriales de movimiento para disímiles aplicaciones, aunque su diseño está fundamentalmente dirigida a simuladores de conducción para el adiestramiento de personal.

### *Descripción de la plataforma de dos grados de libertad (2GDL).*

El simulador de conducción de dos grados de libertad que se muestra en la Figura 1 consta de una cabina con todos los mandos reales a los que se enfrenta un conductor en un vehículo y un monitor a través del cual se puede ver el mundo virtual por el que se mueve. La cabina pivotea sobre una columna central mediante una articulación universal (tipo cardán) y se estabiliza en un plano mediante la acción de dos cilindros neumáticos que ubicados en sus extremos perpendiculares, le imprimen al conductor las sensaciones de ladeo y cabeceo.



Figura 1. Plataforma neumática de 2GDL.

Los datos mecánicos más importantes de la plataforma se muestran en la Tabla número 1. El origen de las coordenadas cartesianas para las medidas de longitud y ubicación del centro de masa (CM) se establece en el pivote central como se muestra en la Figura 1. En este robot, cada articulación electro-neumática está formada por un cilindro FESTO DNC-100-320, gobernado por una válvula proporcional de flujo FESTO MPYE-5-3/8, cuya elongación se mide con encoders lineales.

Descripción	Valor
Masa total de la cabina	500 kg
Posición del centro $(x,y,z)$	$[0,0,700]$ mm
Ángulo de cabeceo	$-13^\circ$ a $19^\circ$
Ángulo de ladeo	$13^\circ$ a $-19^\circ$
Distancia del origen a cada cilindro	560 mm
Elongación de los cilindros	320 mm

Tabla 1. Características de la plataforma de 2 GDL

***Descripción de la plataforma de tres grados de libertad (3GDL).***

La estructura robótica de tres grados de libertad se muestra en la Figura 2 emplea como actuadores cilindros neumáticos FESTO de desplazamiento lineal que convierten la energía del aire comprimido en trabajo mecánico. La plataforma de movimiento es capaz de simular escenarios virtuales que son visualizados en un monitor ubicado en el interior de una cabina que con capacidad para dos personas, descansa debidamente soportada sobre la plataforma móvil.

El robot está diseñado para soportar una carga de 2.18 su peso total, por lo que posee una excelente relación carga útil-peso, elemento típico de los robots de estructura paralela. Los grados de libertad de la plataforma móvil varían para el cabeceo en  $\pm 17$  grados y para el ladeo en  $\pm 18$  grados aproximadamente, mientras que la altura experimenta variaciones de  $\pm 215$  mm a partir de la altura media de la plataforma (1285 mm).



Figura 2. Plataforma neumática de tres grados de libertad

### Modelado cinemático de la estructura paralela de 2GDL

Las relaciones cinemáticas son de gran interés para el estudio de muchas propiedades de las estructuras robóticas como la singularidad, dexteridad, espacio de trabajo, etc, así como también resultan de gran utilidad en la concepción de esquemas de control de posición y seguimiento de trayectoria [5,6,7].

Para el caso particular de la plataforma de 2GDL, tenemos que la base fija está compuesta por el triángulo formado por los puntos  $A_1OA_2$  dependiendo solamente de las longitudes  $a_1$  y  $a_2$ . La plataforma móvil está conformada por el plano que forman los puntos  $B_1PB_2$ , siendo única su geometría y solamente dependiente y definida por la longitud de sus bordes  $b_1$  y  $b_2$  como se muestra en la Figura 3.

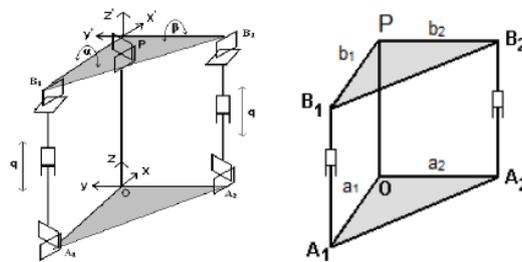


Figura 3. Notación de la plataforma de 2GDL

La definición de los orígenes de coordenadas cartesianas en los sistemas de referencia fijo y móvil se realiza de acuerdo a [8]. En tal sentido se considera ubicar el sistema de referencia móvil coincidente con el centro del triángulo que conforma la plataforma superior (elemento terminal) la cual es la responsable de soportar la cabina de conducción. El sistema de referencia fijo se coloca en el centro de la base fija ubicada en la parte inferior de la base metálica que soporta toda la estructura de la plataforma, la cual va anclada al suelo (ver Figura 3).

La orientación en el espacio de la plataforma móvil estará determinada por los ángulos de rotación  $\alpha$  y  $\beta$ . El ángulo  $\alpha$  es el ángulo de rotación alrededor del eje  $x'$  del sistema  $(x' y' z')$  de coordenadas móviles, el cual da la sensación de cabeceo, mientras que  $\beta$  es el de rotación alrededor del eje  $y'$ , brindando la sensación de ladeo.

Las relaciones correspondientes a la cinemática inversa permiten calcular las coordenadas articulares a partir de conocer las variables espaciales del robot. En este caso, el modelo cinemático inverso adquiere la forma:

$$q_1 = f_1(\alpha, \beta) \tag{1}$$

$$q_2 = f_2(\alpha, \beta) \tag{2}$$

Para obtener las expresiones cinemáticas anteriores se procede a ubicar convenientemente el sistema de coordenadas fijo  $Oxyz$  y móvil  $Px'y'z'$ , como se muestra en la Figura 3.

El cálculo del modelo cinemático directo consiste en calcular la posición y orientación de la base móvil a partir del conocimiento de las variables actuadas articulares del robot. Resulta ser más complejo en este tipo de arquitecturas ya que permite obtener analíticamente el vector de coordenadas de la base móvil y la matriz de rotación compatibles con las ecuaciones planteadas para cada cadena cinemática activa.

Así, si se han escogido coordenadas cartesianas y ángulos de Euler para representar la posición del elemento terminal del robot de 2GDL, la solución al problema cinemático directo vendrá dada por las relaciones:

$$\alpha = f_3(q_1, q_2) \quad (3)$$

$$\beta = f_4(q_1, q_2) \quad (4)$$

En la plataforma de 2GDL la solución de la cinemática tanto directa como inversa depende de la longitud del brazo articulado de cada cadena cinemática cerrada. En el caso de la cinemática directa la longitud del brazo articulado es la variable conocida y las incógnitas son el ángulo  $\alpha$  (rotación en el eje  $x'$ ) y el ángulo  $\beta$  (rotación en el eje  $y'$ ) que definen la orientación del elemento terminal, Figura 4.

En el caso de la cinemática inversa, la incógnita es el valor de la longitud del brazo actuado, quedando en función de los ángulos en que se quiere orientar el elemento terminal.

Tomando para el análisis una rotación en el eje  $y'$  como se muestra en la Figura 3 el segmento  $PB_2$  describe una circunferencia de centro P.

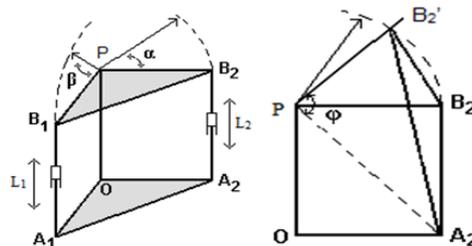


Figura 4. Representación de alabeo y cabeceo y geometría de las rotaciones de la plataforma de 2GDL.

Considerando el triángulo formado por los vértices  $A_2PB'_2$ , donde  $PB'_2=PB_2$  por ser brazo de la plataforma que no va varía en longitud, entonces se plantea la fórmula de los cosenos referida al ángulo  $\varphi$ , la cual queda:



$$L_2 = \overline{A_2B'_2}^2 = \overline{PA_2}^2 + \overline{PB'_2}^2 - 2\cos\varphi\overline{PA_2}\overline{PB'_2} \quad (5)$$

La ecuación (5) representa la expresión de la cinemática inversa ya que permite conocer la longitud de la articulación  $A_2B_2'$  en función de la orientación del elemento terminal, en este caso, el ángulo de ladeo o cabeceo.

Del lado derecho de la igualdad todos los términos pueden ser conocidos con relativa facilidad como se muestra:

$$\overline{PB'_2}^2 = b_2 \quad (6)$$

$$\overline{PA_2} = \sqrt{\overline{OP}^2 + \overline{OA}^2} \quad (7)$$

El ángulo  $\varphi$  puede ser obtenido en la ecuación (8):

$$\varphi = \varphi_0 + \alpha \quad (8)$$

Donde  $\varphi_0$  es el ángulo inicial comprendido entre  $PA_2$  y  $PB_2$ , y se puede calcular mediante la ecuación (9):

$$\varphi_0 = \tan^{-1}\left(\frac{\overline{OP}}{\overline{OA_2}}\right) \quad (9)$$

Para obtener la cinemática directa, se puede despejar de la ecuación (5) el término  $\varphi$  de la siguiente forma:

$$\varphi = \cos^{-1}\left(\frac{\overline{PA_2}^2 + \overline{PB'_2}^2 - \overline{A_2B'_2}^2}{2\overline{PA_2}\overline{PB'_2}}\right) \quad (10)$$

Luego  $\alpha$  puede ser obtenida mediante la ecuación (11):

$$\varphi = \varphi_0 + \alpha \quad (11)$$

El análisis correspondiente al movimiento de ladeo se realiza de la misma forma, sólo que el ángulo  $\alpha$  se cambia por  $\beta$ ,  $\varphi$  por  $\theta$  y el punto  $B'_2$  se sustituye por  $B'_1$  como se muestra en las ecuaciones de la (12) a la (15):

$$L_1 = \overline{A_1B'_1}^2 = \overline{PA_1}^2 + \overline{PB'_1}^2 - 2\cos\theta\overline{PA_1}\overline{PB'_1} \quad (12)$$

$$\overline{PB'_1}^2 = b_1 \quad (13)$$

$$\overline{PA_1} = \sqrt{\overline{OP}^2 + \overline{OA_1}^2} \quad (14)$$

$$\theta = \theta_0 + \beta \quad (15)$$

Dónde:

$\theta_0$ : Ángulo inicial formado por  $PA_1$  y  $PB_1$ .



$$\theta_0 = \tan^{-1} \left( \frac{\overline{OP}}{\overline{OA_1}} \right) \quad (16)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{\overline{PA_1}^2 + \overline{PB_1}^2 - \overline{A_1B_1}^2}{2\overline{PA_1}\overline{PB_1}} \right) \quad (17)$$

**Modelado cinemático de la plataforma de 3GDL**

Para desarrollar el modelo cinemático inverso se emplea la formulación vectorial, método analítico muy intuitivo, que permite mediante procedimiento geométrico desarrollar un sistema de ecuaciones cinemáticas con igual cantidad de ecuaciones que de incógnitas [9].

Inicialmente, se parte de formular las expresiones matemáticas correspondientes a los vectores de cierre para cada una de las cadenas cinemáticas que unen los puntos  $A_i$  de la base fija (cuyas coordenadas son conocidas) con los puntos  $B_i$  de la plataforma móvil (cuyas coordenadas dependen de la orientación y posición de la plataforma móvil); según se indica en la Figura 5.

En tal sentido se obtienen las expresiones vectoriales cerradas para las extremidades actuadas definidas por las ecuaciones de la (18) a la (20). Conociendo los desplazamientos iniciales de las articulaciones  $L_{oi}$  y el vector  $L_i = \|A_iB_i\|_2$  el cual corresponde a la solución de la cinemática inversa, las variables articulares pueden ser encontradas evaluando  $q_i = \pm L_i - L_{oi}$ . Entonces, para cada cadena cinemática, una función vectorial puede ser formulada para expresar las coordenadas articulares en función de las coordenadas cartesianas (x), las cuales definen la pose del elemento terminal de la plataforma.

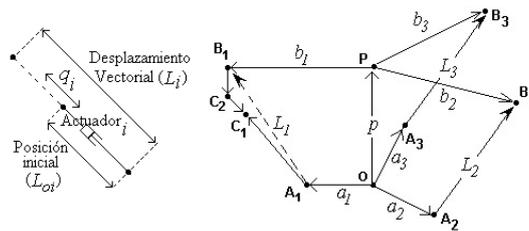


Figura 5: Elongación articular y vectores cerrados asociados a cada cadena cinemática activa.

$$\overline{A_1B_1} = \overline{OP} + {}^A R_B \overline{PB_1} - \overline{OA_1} \quad (18)$$

$$\overline{A_2B_2} = \overline{OP} + {}^A R_B \overline{PB_2} - \overline{OA_2} \quad (19)$$

$$\overline{A_3B_3} = \overline{OP} + {}^A R_B \overline{PB_3} - \overline{OA_3} \quad (20)$$

De acuerdo con la expresión (21):



$$[q_1, q_2, \dots, q_i]^T = q = f(x, y, z, \theta, \varphi, \psi) \quad (21)$$

Es posible encontrar la relación  $A_i B_i$  para encontrar la cinemática inversa del robot en donde  $i = 1 \dots 3$ .

$$\overline{A_i B_i}|_{R_A} = \overline{O P}|_{R_A} + {}^A R_B \overline{P B_i}|_{R_B} - \overline{O A_i}|_{R_A} \quad (22)$$

A partir de la formulación vectorial (22) y considerando la matriz de rotación y utilizando la convención "Roll-Pitch-Yaw" se pueden encontrar las siguientes ecuaciones del desplazamiento de las articulaciones:

$$q_1 = \pm \sqrt{(2076 - \lambda_0 - 940c(\varphi))^2 + (740 + h + 940s(\varphi))^2} - L_{01} \quad (23)$$

$$q_2 = \pm \sqrt{(1397 - \lambda_0 + 720c(\varphi) + \lambda_1)^2 + \lambda_2^2 + (\lambda_3 - \lambda_4)^2} - L_{02} \quad (24)$$

$$q_3 = \pm \sqrt{(1397 - \lambda_0 + 720c - \lambda_1)^2 + \lambda_2^2 + (-\lambda_3 - \lambda_4)^2} - L_{03} \quad (25)$$

$$\cos(.) = c(.); \sin(.) = s(.)$$

Dónde:

$$\lambda_0 = \sqrt{1672^2 - 1720h - h^2} \quad (26)$$

$$\lambda_1 = 500s(\theta)s(\varphi); \lambda_2 = 500c(\theta) - 500 \quad (27)$$

$$\lambda_3 = 500s(\theta)c(\varphi); \lambda_4 = 720s(\theta) + 945 + h \quad (28)$$

Las señales de control son ejecutadas en el espacio articular mientras que los movimientos son especificados en el espacio de tarea, esta es la razón por la cual es necesaria la utilización de la cinemática inversa en el esquema de control para poder obtener las variables articulares a partir de la posición deseada del efector final.

### **Modelado y control del sistema electro-neumáticos**

Para evitar las exigencias en la exactitud del modelo que demanda las estrategias de control basadas en IDC (*Inverse Dynamic Control*), el modelo del sistema electro-neumático es obtenido a través de identificación experimental [10]. La estrategia de control que se presenta basada en el modelo de los actuadores, no requiere el cálculo de la dinámica inversa, lo cual garantiza su fácil implementación en tiempo real.

La implementación del esquema de control para seguimiento de trayectoria requiere encontrar primero la solución para los lazos articulares, que al estar formado por sistemas neumáticos, altamente no lineales, demanda de una solución compleja. Rubio





demuestra que el modelo  $G_{yu}(s)$  y el regulador  $S(s)/R(s)$  para cada actuador neumático tienen respectivamente la forma [11]:

$$G_{yu}(s) = \frac{b}{s(s^2+a_1s+a_0)} \quad (29)$$

$$\frac{S(s)}{R(s)} = \frac{k_p(s+k_i)(s^2+a_1s+a_0)}{s(s+\omega_a)^2} \quad (30)$$

El regulador del lazo interno se diseña por el método de asignación de polos, donde los parámetros  $k_p$ ,  $k_i$  y  $\omega_a$ , se escogen para obtener un par de polos dominantes de lazo cerrado con  $\omega_n=10$  rad/s y  $\varphi=0.7$ . En este contexto, los controladores se diseñan para garantizar especificaciones de tiempo de establecimiento menor o igual a 0.5 segundos para entrada escalón por la referencia, con un mínimo de sobrecresta y error articular no mayor de 3 mm.

A través del método de identificación experimental se obtienen los modelos de los sistemas electro-neumáticos de ambos robots y sus respectivos controladores [12]. Para el caso de la plataforma de 2GDL el modelo y el controlador resultan respectivamente:

$$G_{2GDL}(s) = \frac{4928}{s(s^2+1.186s+88.22)} \quad (31)$$

$$\frac{S(s)}{R(s)} = \frac{0.00442(s+1.8182)(s^2+2087s+4276000)}{s(s+133.3s+8896)} \quad (32)$$

En el caso del robot paralelo de 3GDL:

$$G_{3GDL}(s) = \frac{246}{s(s^2+7.7s+253)} \quad (33)$$

$$G_{3GDL}(s) = \frac{2008}{s(s^2+7.3s+1349)} \quad (34)$$

En donde el primero corresponde al modelo del actuador de la parte delantera del simulador y el otro al par de pistones en la parte posterior, los cuales se supone que la dinámica es la misma.

Los controladores en este caso son:

$$\frac{S(s)}{q_d(s)} = \frac{265(s+3)(s^2+8s+253)}{s(s^2+147s+6267)} \quad (35)$$

$$\frac{S(s)}{q_d(s)} = \frac{265(s+3)(s^2+8s+1349)}{s(s^2+147s+6267)} \quad (36)$$

### ***Esquema de control para seguimiento de trayectoria***

El objetivo del esquema de control es el seguimiento de trayectoria en el espacio de





tareas del vector de coordenadas espaciales  $X_d(t)=[\alpha(t) \ \beta(t)]^T$  correspondiente a las variables de cabeceo y ladeo del centro de referencia móvil del elemento terminal. Para controlar el estado deseado, se define el error cartesiano  $e_x(t)$  medido en el espacio de tareas.

$$e_x(t) = X_d(t) - X(t) = \begin{bmatrix} e_\alpha(t) \\ e_\beta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_d(t) \\ \beta_d(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \end{bmatrix} \quad (37)$$

La señal de mando generada en cada instante de tiempo, ubica la pose de la plataforma móvil en dirección tal, que el error  $e_x(t)$  tiende a cero, por consiguiente, la ley de control garantiza:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \end{bmatrix}^T = 0 \quad (38)$$

En estos casos en particular, se asume que para el problema de control de seguimiento de trayectoria, el error inicial se considera cero, o sea, lo suficientemente pequeño para que exista una configuración articular ( $q_d$ ) para cada configuración en el espacio de tareas  $X_d = X(q_d)$ . Esta condición asegura que el problema de control pueda ser solucionado.

El esquema general consiste en un control por realimentación simple con compensación directa el cual se representa en la Figura 6, donde la función transferencial **A/B** representa el modelo de la planta y **C/D** corresponde a la función de transferencia del regulador [13]. En el esquema la parte de realimentación directa es la encargada de la estabilidad de todo el sistema y se presenta como control cinemático en espacio de tareas. La compensación por adelanto de señal, calculada a partir del inverso de la planta, reduce el error de seguimiento de trayectoria. De manera general, la ley de control requiere generar una trayectoria deseada la cual se obtiene fácilmente desde el mundo virtual del simulador.

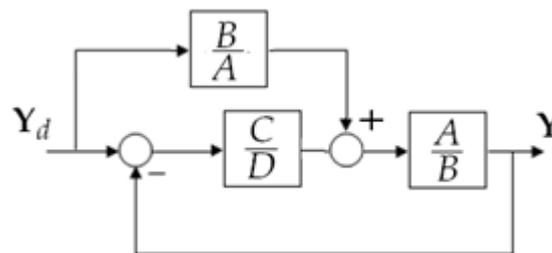


Figura 6. Esquema general de control de seguimiento de trayectoria.

### *Control cinemático en el espacio de tareas*

El control cinemático en el espacio de tareas consiste en la combinación de un lazo de control articular en cascada con un lazo de control cartesiano para garantizar el posicionamiento de las variables espaciales del elemento final o plataforma móvil del robot paralelo de dos grados de libertad [14]. El mismo constituye el lazo de realimentación simple del esquema propuesto en la sección anterior. El esquema propuesto se muestra en la Figura 7 [14].

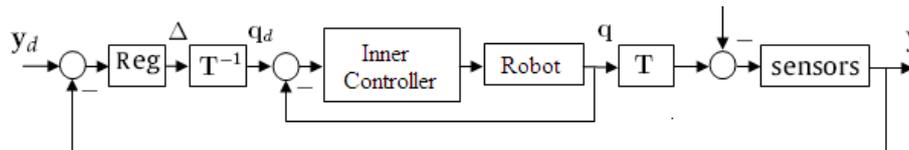


Figura 7. Esquema de Control Cinemático en Espacio de Tareas.

El problema de control es formulado como el diseño de un controlador que genere un mando  $\Delta$  que provoque un movimiento del robot de forma tal que la posición deseada en el espacio de tarea sea alcanzada, siguiendo un índice de funcionamiento deseado. La posición deseada de las articulaciones  $q_d$  no está disponible, no obstante, dicho valor se puede obtener como resultado de la señal de mando  $\Delta$  y la solución del problema cinemático inverso, dado por la ecuación (1) y (2).

El lazo de control articular constituye un lazo de arquitectura abierta en el cual es posible implementar cualquier tipo de regulador o estrategia de control [15,16]. El efecto dinámico del lazo interior es independiente del externo; donde en condición estable de operación, el control de posición en el espacio articular satisface la expresión:

$$q(t) = q_d(t) \cong 0 \quad \forall t \geq 0 \quad (39)$$

En tal caso, el diseño digital del controlador externo se efectúa considerando que la dinámica del lazo interior puede ser aproximada por uno o dos instantes de muestreo del lazo exterior, por lo que la igualdad (39) se modifica por (40).

$$q_{(k)} = q_{d(k-1)} \quad \forall k \geq 0 \quad (40)$$

Bajo esta consideración, se plantea el sistema de control digital equivalente simplificado, que se muestra en la Figura 8.

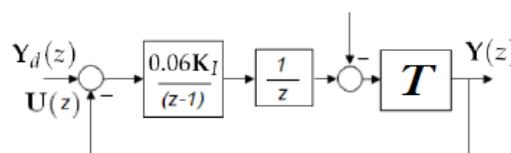


Figura 8. Esquema de control simplificado.

El controlador digital se selecciona para una ganancia de  $K_I = 0.1$  ya que los valores de respuesta transitoria ante entrada paso son satisfactorios para esta ganancia y un periodo de muestreo de 60 ms, obteniéndose una respuesta sobreamortiguada [14]. Las coordenadas en el espacio de tareas son obtenidas a través del cálculo de la cinemática directa.

**Implementación de compensación por adelanto de señal**

El esquema de control cinemático en espacio de tareas no es capaz de suprimir los errores en cuanto a seguimiento de trayectoria cuando el sistema es excitado con una señal sinusoidal. Para eliminar este error, es necesario implementar la compensación por adelanto de señal de la Figura 6, calculándose a partir del inverso de la planta  $B/A$ .

Teniendo en cuenta la aproximación dinámica realizada del lazo interno de la cascada del esquema de control cartesiano en espacio de tareas, a un instante de muestreo del lazo externo, la función transferencial  $B/A$  correspondiente al esquema de control propuesto para eliminar los errores en seguimiento de trayectoria adquiere la forma:

$$\frac{B}{A} = \begin{bmatrix} \frac{z}{K_\alpha} & 0 \\ 0 & \frac{z}{K_\beta} \end{bmatrix} \tag{41}$$

Donde  $K_\alpha$  y  $K_\beta$  son las ganancias resultantes de la solución de la cinemática directa para el cálculo de las variables del espacio de tareas. A partir de esto, el esquema de control para seguimiento de trayectoria queda de la forma que se presenta en la Figura 9.

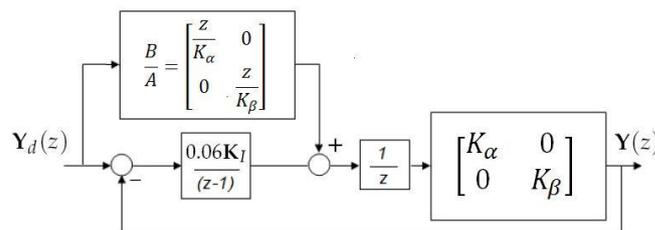


Figura 9. Esquema de control propuesto para seguimiento de trayectoria.

El mando que proporciona la parte por adelanto de señal del esquema de control de la Figura 9 necesita generar la señal dada por  $ZY_d(z)$ , lo cual resulta físicamente imposible de obtener ya que corresponde a una señal de un instante de muestreo futuro. Por otra parte si la señal de referencia de entrada es retardada un instante de muestreo  $Z^{-1}$  y la señal de lazo por adelanto de señal se toma antes del retardo como se muestra en la Figura 10, un efecto similar se obtiene y el esquema de control resulta realizable.

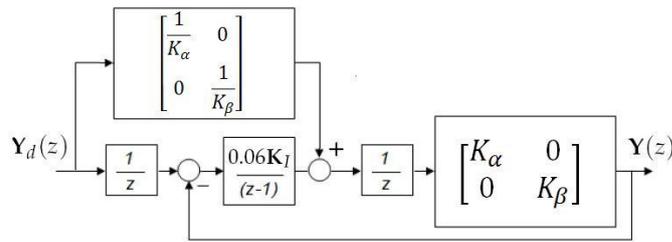


Figura 10. Esquema de control implementado para seguimiento de trayectoria.

### 3. Resultados Experimentales

El esquema de control para seguimiento de trayectoria es implementado en Simulink/Matlab utilizando el modelo lineal del sistema electro-neumático obtenido a través de identificación experimental para el caso de la plataforma de 2GDL, en donde las variables del espacio cartesiano son estimadas a partir de la solución del modelo cinemático directo. Para la plataforma de 3GDL, el modelo del robot que se emplea para la simulación es el modelo virtual confeccionado en ADAMS que se exporta como subsistema hacia el Simulink, en donde se encuentra implementado el modelo no lineal del sistema electro-neumático de la plataforma de 3GDL. Las variables que definen la posición/orientación de la plataforma móvil, son captadas del ADAMS y exportadas al Simulink, la Figura 11 muestra el modelo CAD del robot paralelo de 3GDL.

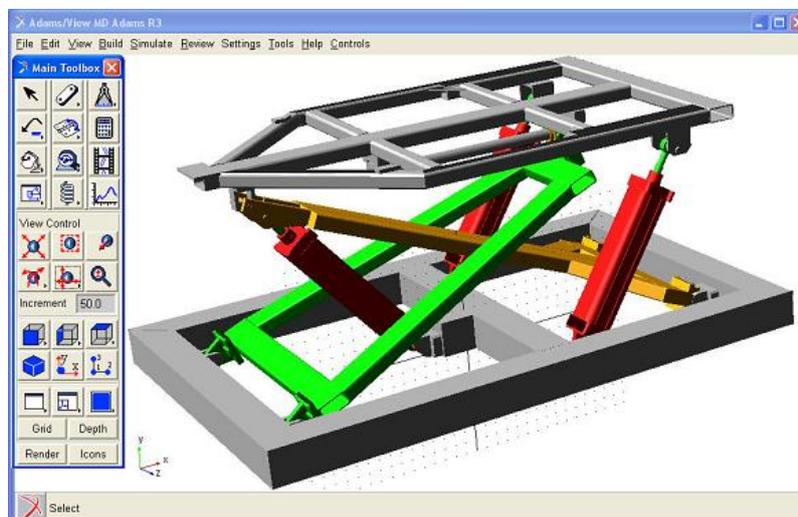


Figura 11. Modelo en ADAMS de la plataforma de 3GDL.

#### *Simulación del esquema de control de seguimiento de trayectoria para el robot de 2GDL*

Para la simulación se aplican variaciones tipo seno en la referencia del ladeo y el cabeceo de magnitud 5 grados y de frecuencia igual a 0.31 rad/s alrededor del valor cero grado que corresponde al estado de equilibrio del efector final del robot donde los

pistones están elongados hasta la mitad de su desplazamiento. El comportamiento de ambas variables cartesianas se puede apreciar en las Figuras 12 y 13.

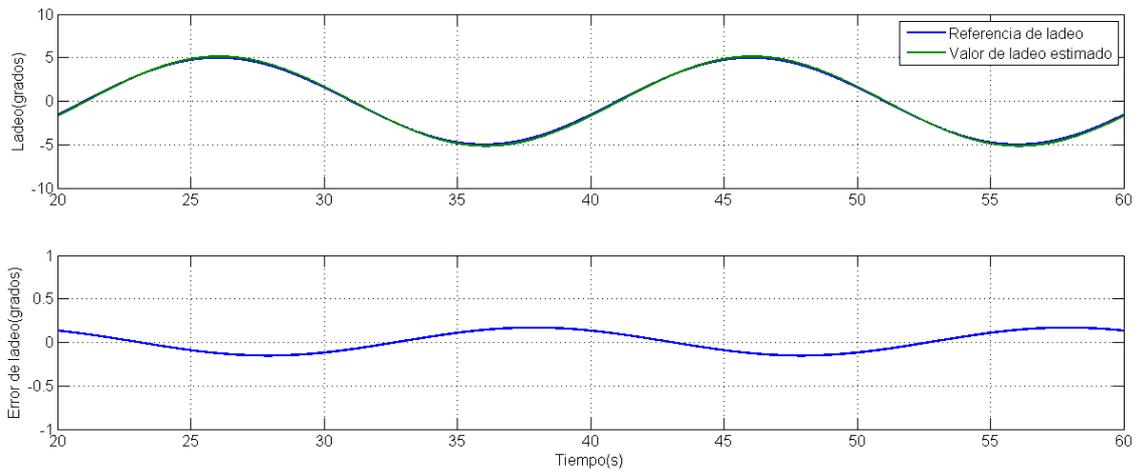


Figura 12. Comportamiento del ladeo ante entrada sinusoidal.

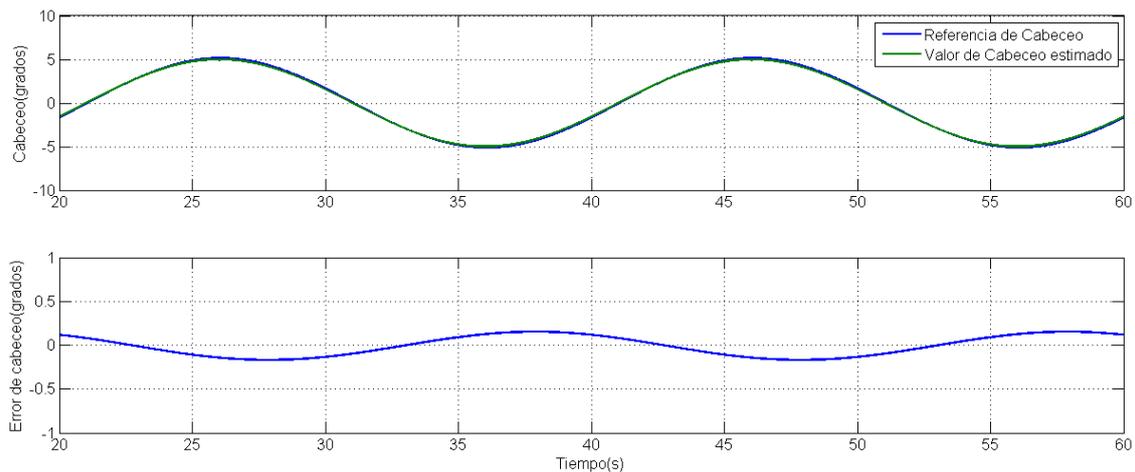


Figura 13. Comportamiento del cabeceo ante entrada sinusoidal.

Como se aprecia en las figuras el error alcanza un valor máximo de seguimiento de trayectoria de 0.2 grados en ambos grados de libertad, alcanzándose este valor en el momento que la posición del efector final cambia de sentido. Estos resultados de simulación demuestran que el esquema de control propuesto podría ser implementado en la plataforma neumática de 2GDL esperándose alcanzar buenos comportamientos en aplicaciones de seguimiento de trayectoria.

### *Simulación del esquema de control de seguimiento de trayectoria para el robot de 3GDL*

Para comprobar el desempeño del esquema de control propuesto para seguimiento de trayectoria de la Figura 6 en la plataforma de 3GDL, se lleva a cabo la simulación donde

se emplea el modelo CAD del robot desarrollado en ADAMS, que es exportado hacia el Matlab/Simulink luego de definidos los correspondientes puertos de E/S. Dado que se emplea un modelo no lineal de los actuadores electro-neumáticos para realizar las simulaciones en ADAMS/Matlab, se pueden evidenciar el efecto de las fricciones de Coulomb en el momento de cambio de sentido de la velocidad del efector final de la plataforma, y de la zona muerta existente en las válvulas de flujo.

Los sensores virtuales del modelo geométrico del ADAMS proveen la información de la pose de la plataforma móvil, cuyas señales sirven de retroalimentación al lazo externo. Los resultados arrojados durante la simulación de seguimiento de trayectoria, de los lazos de altura, ladeo y cabeceo para entradas sinusoidales en la orientación de la plataforma móvil, se muestran en la Figura 14, evidenciándose buenos resultados.

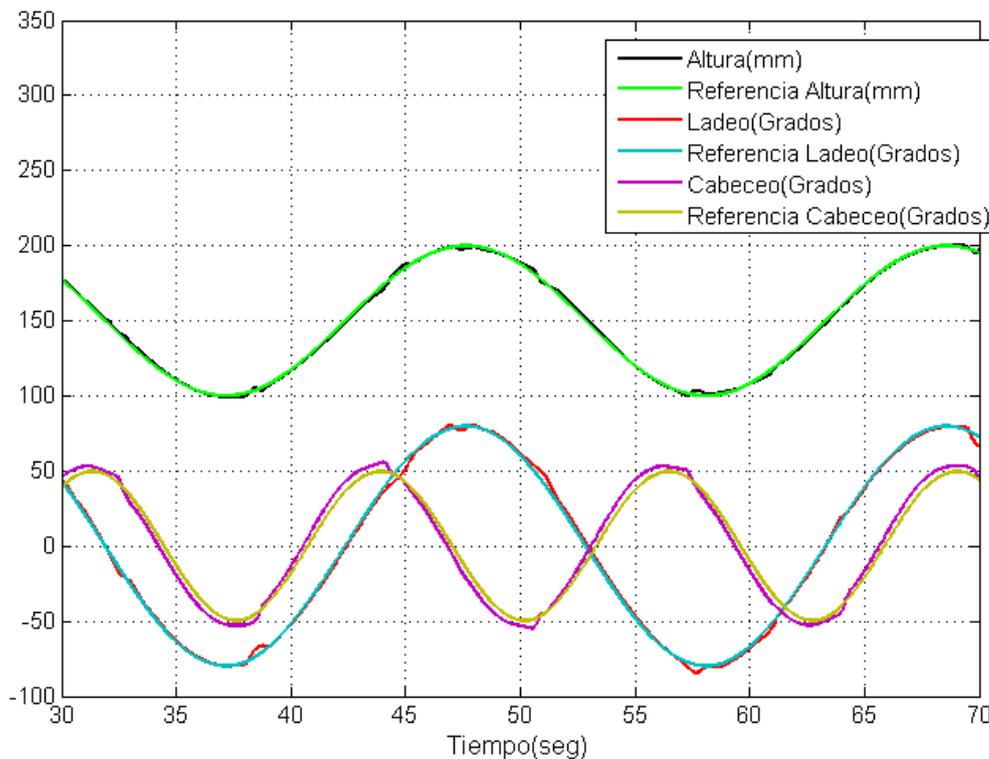


Figura 14. Orientación de la plataforma móvil ante entradas sinusoidales mediante simulación Simulink/ADAMS.

#### 4. Conclusiones

En este trabajo se presenta la implementación de un esquema de control cinemático para robots paralelos de dos y tres grados de libertad en aplicación de seguimiento de trayectoria. El esquema se estructura en dos lazos en cascada, donde el lazo interno es el encargado del control de las variables articulares del robot y el lazo externo elimina los errores cartesianos en el espacio de tareas.



Con el objetivo de resolver el problema de seguimiento de trayectoria de este esquema, se realiza una compensación por adelanto de señal de la entrada de acuerdo a las especificaciones del control digital en la implementación del control cinemático en espacio de tareas. El efecto dinámico del lazo interno se aproxima a un retardo de tiempo del lazo externo debido a que el lazo de control interno se diseña más rápido que el externo.

Los resultados experimentales alcanzados utilizando el modelo lineal del sistema electro-neumático en el caso de la plataforma de 2GDL y el modelo CAD en ADAMS de la plataforma de 3GDL, evidencian como el esquema propuesto cumple con los requisitos de diseño relativos al error de seguimiento de trayectoria para la aplicación de simulador de movimiento industrial. Estos resultados validan la solución para ser implementada en ambos robots físicos esperándose buenos resultados.

## 5. Referencias bibliográficas

1. Wankyun Ch, Li-Chen F, Su-Hau H. Motion Control. In: Siciliano B, Khatib O. Springer Handbook of Robotics. 2nd ed. Berlin: Springer; 2016. p. 133-159.
2. Dongya Z, Shaoyuan L, Quanmin Z. Adaptive synchronised tracking control for multiple robotic manipulators with uncertain kinematics and dynamics. *International Journal of Systems Science*, 2016; 47(4):791-804.
3. Jean-Pierre M. On the real-time calculation of the forward kinematics of suspended cable-driven parallel robots. 14th IFToMM World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Taipei, Taiwan, 2015.p. 25-30.
4. Vaida C, Pisla D, Covaciu F, Gherman B, Pisla A, Plitea N. Development of a control system for a HEXA parallel robot. *IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR)*, Cluj-Napoca; Romania; 2016.p.19-21.
5. D. Chalbat and S. Staicu, "Kinematics of a 3-PRP Planar Parallel Robot," *U.P.B. Sci. Bull., Series D*, vol. 71, (2), pp. 3-15, 2009.
6. D. Chablat, P. Wenger, F. Majou, and J. P. Merlet, "An Interval Analysis Based Study for the Design and the Comparison of 3 d.o.f Parallel Kinematic Machines," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 23, (6), pp. 615-624, 2004.
7. E. Izaguirre, M. Mellado, L. Hernández, Á. Valera, and J. Guerra, "Modeling and Simulation of Parallel Robot of Three Degree of Freedom with Virtual Robot



- Simulator," in 13th International Convention and Fair, SIA-2009, International Convention Center, Havana, Cuba, 2009.
8. 6. J. P. Merlet, "Jacobian, Manipulability, Condition Number, and Accuracy of Parallel Robots," *Journal of Mechanical Design* vol. 128, (1), pp. 199-207, 2006.
  9. L. Rolland, "Synthesis of the Forward Kinematics Problem Algebraic Modeling for the General Parallel Manipulator Displacement-based Equations," *Advanced Robotics*, vol. 21, (9), pp. 1071-1092, 2007.
  10. Rubio A, Hernández L, Aracil R, Saltarén R, Guerra JA. Implementation of decoupled model-based controller in a 2-dof pneumatic platform used in low-cost driving simulators. *Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference, CERMA'09*. Morelos; México; 2009.p. 22-25.
  11. Rubio, Ernesto. Modelación, identificación y control de actuadores electro-neumáticos para aplicaciones industriales. PhDthesis, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas. 2008.
  12. E. Rubio, L. Hernandez, R. Aracil, R. Saltaren, and R. Moreno, "Modeling, Identification and Control of Linear Electro-pneumatic Actuators. Application in two degree of freedom platform", *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 4, no. 4, pp. 58-70, 2007.
  13. Chemori A, Natal GS, Pierrot F. Control of parallel robots: towards very high accelerations. *SSD'2013: 10th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices*. Hammamet; Tunisia; 2013.p.18-21.
  14. Izaguirre-Castellanos E. Control cinemático en el espacio de tareas de robot paralelo neumático en aplicación de simulador de movimiento. Tesis Doctoral, Universidad Central Marta Abreu de Las Villas; 2012. Disponible en: [https://www.researchgate.net/publication/312234230\\_Control\\_Cinematico\\_en\\_el\\_Espacio\\_de\\_Tareas\\_de\\_Robot\\_Paralelo\\_Neumatico\\_en\\_Aplicacion\\_de\\_Simulador\\_de\\_Movimiento](https://www.researchgate.net/publication/312234230_Control_Cinematico_en_el_Espacio_de_Tareas_de_Robot_Paralelo_Neumatico_en_Aplicacion_de_Simulador_de_Movimiento).
  15. Izaguirre E, Hernández L, Rubio E, Urquijo O. Cartesian Control of a 3-DOF Electro-pneumatic Actuated Motion Platform with Exteroceptive Pose Measurement. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2011; 8(4):120-128.
  16. Hernández L, Izaguirre E, Rubio E, Urquijo O. Kinematic Task Space Control Scheme for 3-DOF Pneumatic Parallel Robot. *Intelligent Mechatronics*; 1st Edition. Vienna: InTech Education and Publishing; 2011. p. 67-84.

