



FC
Facultad de
Construcciones

Departamento de Ingeniería Civil

TRABAJO DE DIPLOMA

Título: Manual de problemas resueltos y
propuestos de Resistencia de Materiales I.

Autor: Ricardo Quesada Rodríguez

Tutores: Alexis Claro Duménigo
Ernesto Luciano Chagoyén Méndez

Santa Clara, Junio, 2019
Copyright©UCLV



FC
Facultad de
Construcciones

Academic Departament of Civil Engineering

DIPLOMA THESIS

Title : Manual of solved and proposed problems of strength
of materials.

Author: Ricardo Quesada Rodríguez

Author: Alexis Claro Duménigo

Thesis Director:Ernesto Luciano Chagoyén

Santa Clara , June, 2019
Copyright©UCLV

Este documento es Propiedad Patrimonial de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, y se encuentra depositado en los fondos de la Biblioteca Universitaria “Chiqui Gómez Lubian” subordinada a la Dirección de Información Científico Técnica de la mencionada casa de altos estudios.

Se autoriza su utilización bajo la licencia siguiente:

Atribución- No Comercial- Compartir Igual



Para cualquier información contacte con:

Dirección de Información Científico Técnica. Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas. Carretera a Camajuaní. Km 5½. Santa Clara. Villa Clara. Cuba. CP. 54 830
Teléfonos.: +53 01 42281503-1419

Dedicatoria

A mi familia.

Agradecimiento

A mi padre y mi madre por sus esfuerzos y dedicación en mi educación y sus consejos de vida, y a toda mi familia.

A mis tutores por brindar sus conocimientos y apoyarme en este trabajo de diploma

A mis compañeros de aula, que me han apoyado en este tiempo.

A mis amistades.

A mis profesores, debido a que se me han impartido muy bien las clases, logrando así un buen aprendizaje, venciendo satisfactoriamente los contenidos estudiados.

Resumen

La tesis titulada Manual de problemas resueltos y propuestos de resistencia de materiales I, tiene como objetivo: Elaborar medios didácticos para el diseño y revisión de los problemas resueltos y propuestos, que permitan un adecuado proceso de enseñanza-aprendizaje en los estudiantes. El Libro electrónico que se ha hecho en Mathcad como capítulo 3 y objetivo principal del Trabajo de Diploma, es un recurso importante en el proceso de enseñanza aprendizaje para los estudiantes de segundo año de Ingeniería Civil en la Facultad de Construcciones. Este se erige como un componente imprescindible, desarrollador, en el que se concretan los diferentes componentes didácticos del diseño y revisión de dichos problemas. Los medios propuestos facilitan el acceso a la información, permiten profundizar en los contenidos relacionados con los textos básicos, destacan los principales contenidos a vencer en la solución del problema y contribuyen al dominio de las herramientas computacionales como el software MDSolids y las hojas de cálculo en el programa de Mathcad. Este trabajo cuenta con tres capítulos, el primero presenta la fundamentación teórica. En el segundo capítulo se encuentran los problemas resueltos y propuestos y antes de estos un buen resumen en cuanto a su teoría, profundizando aún más en estos conocimientos que los estudiantes suelen tener dificultad, y el tercer capítulo es acerca del libro electrónico en Mathcad el cual es una gran ventaja para el estudio de los estudiantes, debido a que el Mathcad es una herramienta ideal para resolver problemas de ingeniería.

Palabras claves: Libro Electrónico, Manual de Ejercicios, Resistencia de Materiales.

Summary

The thesis entitled manual of solved and proposed problems of strength of materials, has as objective: To elaborate didactic means for the design and revision of the solved and proposed problems, that allow an adequate teaching-learning process in the students. The electronic book that it has been done in mathcad as chapter three and main objective of the diploma work, it is an important resource in the teaching-learning process for the second year students of civil engineering in the faculty of constructions. This stands as an essential component, developer, in which the different didactic components of the design and review of said problems are specified. The proposed means facilitate access to information, allow deepening the content to overcome in the solution of the problem and contribute to the mastery of the computational tools such as MDSolids software and spreadsheets in the mathcad program. This work has three chapters, the first presents the theoretical foundation. In the second chapter are the problems solved and proposed and before these a good summary in terms of their theory, deepening even more in this knowledge that students often have difficulties, and the third chapter it is about the electronic book in mathcad which is a great advantage for the study of the students, because mathcad is an ideal tool to solve engineering problems.

Keyword: Electronic book, Exercise Manual, Strength of Materials.

Índice

Resumen	1
Summary	1
Antecedentes	1
Valor práctico	4
Organización del informe	5
Capítulo No I: Enseñanza de la Resistencia de Materiales en Cuba y en el Mundo.	6
1.1 Introducción a la Resistencia de Materiales	6
1.2 Reseña Histórica sobre la Resistencia de Materiales	7
1.2.1 Las bases de la ciencia de: Resistencia de Materiales	7
1.2.2 La creación de la ciencia de la resistencia de materiales	7
1.2.3 El desarrollo científico y técnico en la primera mitad del siglo XVIII.	11
1.2.4 El desarrollo matemático de la resistencia de materiales. El análisis teórico de los nuevos problemas y la nueva formulación de los antiguos.	14
1.2.5 Principales científicos del siglo XVIII en adelante.....	17
1.3 Enseñanza de la resistencia de materiales en Cuba	19
1.4 Enfoques de los libros y las guías metodológicas de problemas resueltos y propuestos utilizados para la Resistencia de Materiales en el ámbito internacional y nacional	19
1.5 El Proceso de Enseñanza-Aprendizaje en la Asignatura Resistencia de Materiales.	20
1.5.1 Objetivos educativos.....	20
1.5.2 Objetivos instructivos	21
1.5.3- Sistema de habilidades	21
1.5.4 La organización de proceso de enseñanza aprendizaje y sus formas (Kolawole, 2011)	22
1.6 Ventajas y desventajas de un software en el proceso de enseñanza- aprendizaje.	23
1.7 Software educativo para el estudio de la resistencia de materiales	25
Conclusiones Parciales	27
Capítulo No II: Análisis de Necesidades y Propuesta Metodológica de un conjunto de ejercicios resueltos y propuestos.	28
2.1 Introducción al Capitulo	28
2.2 Metodología de la Investigación.	28
2.3 Tipo de Investigación.	29
2.4 Propuesta para la confección de un conjunto de Problemas Resueltos y Propuestos (Estructura Metodológica)	29
2.5 Problemas Resueltos por Temas (Ver Libro Electrónico en Mathcad.).....	30
2.5.1 Tema I: Generalidades.	30
2.5.2 Tema II: Elementos sometidos a Esfuerzos Axiales.	31
2.5.3 Tema III: Barras hiperestáticas. Métodos generales de solución.	33
2.5.4 Tema IV: Elementos a Esfuerzo Cortante. Diseño de uniones.	36
2.5.5 Tema V: Estado Tenso-Deformacional Plano.	38
2.5.6 Tema VI: Criterios de Resistencia.	43
2.5.7: Tema VII. Análisis, Diseño y Revisión de elementos sometidos a flexión.	45
2.6 Problemas Propuestos por Temas.	49
2.6.1 Tema I: Generalidades.	49

2.6.2 Tema II: Elementos sometidos a Esfuerzos Axiales.	51
2.6.3 Tema III: Barras hiperestáticas. Métodos generales de solución.	56
2.6.4 Tema IV: Elementos a Esfuerzo Cortante. Diseño de uniones.	61
2.6.5 Tema V: Estado Tenso-Deformacional Plano.	64
2.6.6 Tema VI: Criterios de Resistencia.	67
2.6.7 Tema VII: Análisis, Diseño y Revisión de elementos sometidos a flexión.	68
2.7 Conclusiones del Capítulo.	75
CAPÍTULO 3: Confección de un libro electrónico en Mathcad como guía de estudio	76
3.1 INTRODUCCIÓN.....	76
3.2 Antecedentes del trabajo con hojas de cálculo.	76
3.2.1 En la Facultad de construcciones de la Universidad Central Marta Abreu de las Villas.	76
3.2 Ventajas del empleo de hojas de cálculo.	76
3.3. Acerca del Libro Electrónico	77
3.4 Creación de Libro Electrónico en General	77
3.4.1 Creación del Índice General	77
3.4.2 Generación de hipervínculos entre archivos	79
3.4.3 Creación de archivo HBK.....	81
CONCLUSIONES FINALES	85
RECOMENDACIONES	87
BIBLIOGRAFÍA	88
ANEXOS	90

Antecedentes

Actualmente, la importancia de la Resistencia de Materiales llega prácticamente a todos los ámbitos en la Ingeniería Civil.

La asignatura Resistencia de Materiales forma parte de la disciplina Mecánica de la Construcción la cual se encarga de otras asignaturas fundamentales en la formación del Ingeniero Civil tales como: Mecánica Teórica o Mecánica de los cuerpos indeformables, Teoría de las Estructuras, Teoría de la Elasticidad, Dinámica y Estabilidad de las Estructuras y otras. (Duménigo, 2019)

De los antecedentes de esta disciplina conocimos que la Mecánica Teórica considera a los cuerpos indeformables y en esto se diferencia precisamente de la Resistencia de Materiales que sí considera la deformación de los cuerpos en sus análisis como una vía muy importante en la solución de numerosos problemas. (Mendez, 2019)

La Resistencia de Materiales, brinda al estudiante los conocimientos y habilidades que le permiten comprender el comportamiento del elemento lineal en forma de barra recta, sometido a distintos estados de sollicitación como: Fuerzas axiales (Tracción y Compresión), Cortante, Torsión, Flexión Simple y Compuesta en elementos rígidos y esbeltos, a través del estudio de los dos elementos de la respuesta de los sistemas estructurales: el campo de las fuerzas (esfuerzos) y el de los desplazamientos (deformaciones), y que respondan a un modelo de comportamiento ideal, perfectamente elástico y lineal, del carácter físico del material y de la geometría de las deformaciones, lo que se corresponde con la fase de estado de trabajo (servicio) o utilización para la cual se diseña el comportamiento de elementos de materiales reales. Ello presupone la introducción del concepto de esfuerzo y de deformación para completar el estudio de la respuesta de los elementos estructurales en escala relativa que permite caracterizar al material componente. Así mismo estudiaremos las herramientas para caracterizar el estado tensional (deformacional) plano en un punto de un elemento estructural, así como los criterios o teorías existentes para pronosticar la resistencia o no del mismo. (Mendez, 2019)

En el campo de la Ingeniería Civil, la asignatura Resistencia de Materiales (RM) se considera un pilar fundamental, puesto que los conocimientos adquiridos por el alumno en ella, son el fundamento para acometer otras asignaturas como: Hormigón Estructural I y II, Geotecnia, Diseño de Cimentaciones y Estructuras de Contención, Estructuras Metálicas, Estructuras de Hormigón y Mampostería, Pavimento, Puentes y Alcantarillas.

En la Facultad de Construcciones de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas se han desarrollado varias investigaciones con la finalidad de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Resistencia de

Materiales. No obstante en la observación diaria, de los resultados en todo el proceso, se observa que los estudiantes no disponen de toda la orientación necesaria, en determinadas situaciones ante la gran variedad de recursos y libros en diferentes formatos, se pueden encontrar desorientados al prepararse para las actividades de aprendizaje (clases, evaluaciones, tareas, etc.). Además la Resistencia de Materiales es una de las asignaturas complejas en la carrera de Ingeniería Civil, en la que los estudiantes presentan mayor dificultad a la hora del aprendizaje, por lo que se mancomunan esfuerzos en la enseñanza para su actualización y desarrollo.

Los antecedentes dentro del plan de estudios, de la presente asignatura, que constituyen parte de la relación vertical de conocimientos de la misma a lo largo de la carrera, se pueden resumir de la siguiente forma:

Física I: Aspectos básicos de las leyes de Newton y la mecánica de los cuerpos indeformables.

Matemática II: en los aspectos del cálculo diferencial e integral, para comprender las relaciones diferenciales entre las magnitudes de respuesta de los elementos estructurales y aplicarlas durante toda la asignatura.

Computación I: Aspectos básicos del manejo del sistema operativo Windows y ofimática.

Geometría Descriptiva: aspectos básicos de la representación tridimensional de objetos, las intersecciones entre ellos, con planos y rectas y la abstracción que ello conlleva.

Computación II: Aspectos básicos de representación en ACAD, así como los aspectos básicos del pensamiento algorítmico y estructuración al resolver los problemas y aplicaciones en Mathcad.

Modelación Mec. de las Estructuras I: Aspectos básicos sobre cálculo y transmisión de cargas en estructuras, métodos de análisis, ecuaciones de equilibrio, método de los nudos y de las secciones, características geométricas de las secciones y aplicaciones al análisis de vigas isostáticas, armaduras y pórticos sencillos.

Matemática III: Aspectos básicos de la solución de ecuaciones diferenciales para comprender las soluciones a las ecuaciones diferenciales que responden a los modelos físicos estudiados en la asignatura y la forma en que se obtienen.

En lo que respecta a la vinculación horizontal que se establecerá en el semestre, la misma se puede resumir de la siguiente forma:

Materiales y Productos de la Construcción: Aspectos relacionados con propiedades estructurales de los materiales estudiados, como hormigón, etc.

Esta asignatura constituye un eslabón principal básico en la Columna Estructural del Ingeniero Civil, tributando habilidades y conocimientos a otras asignaturas y disciplinas como se mencionó anteriormente.

Por tanto, resulta evidente que los posibles usuarios de los resultados de esta investigación son los estudiantes de segundo año de Ingeniería Civil.

Por lo anteriormente expuesto se determina como **problema científico** que origina esta investigación: **¿Cómo contribuir al desarrollo del conocimiento y las habilidades necesarias para solucionar problema de análisis, diseño y revisión en la asignatura “Resistencia de Materiales I”?**

Objeto de estudio de esta investigación es: Los conocimientos y habilidades en la solución de problemas resueltos y propuestos de los diferentes temas de la Resistencia de Materiales I en los estudiantes de segundo año de Ingeniería Civil.

Objetivo general

Proponer un conjunto de ejercicios resueltos y propuestos de Resistencia de Materiales I por niveles de desempeño para el desarrollo de conocimientos y habilidades en estudiantes de segundo año de Ingeniería Civil en la Facultad de Construcciones de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas

Objetivos específicos

- Construir el marco teórico referencial, derivado de la revisión bibliográfica de la literatura más actualizada de la asignatura Resistencia de Materiales I .
- Identificar tendencias asociadas al desarrollo de cursos de RMI específicamente dedicados al entrenamiento de los alumnos.
- Seleccionar y elaborar problemas de análisis, diseño y revisión en los diferentes temas de la asignatura, así como con grado de dificultad variable.
- Confeccionar un libro electrónico en Mathcad con ejercicios resueltos para cada tema.

En consecuencia, se pueden formular las siguientes **interrogantes científicas**:

1. ¿Cuál es el estado actual de los conocimientos, derivado de la revisión bibliográfica de la literatura más actualizada, de la asignatura Resistencia de Materiales I?
2. ¿Cuáles son las tendencias actuales, relacionadas con las aplicaciones afines a la RM I ?
3. ¿Qué criterios se tomarán en cuenta para la selección y/o elaboración de los ejercicios resueltos y propuestos de RM I?
4. ¿Qué estructura deberá tener el manual de ejercicios para la asignatura RM I ?
5. ¿Sería posible elaborar un libro electrónico en Mathcad para lograr una relación entre la asignatura y un lenguaje de programación?

6. ¿Qué conclusiones pueden establecerse luego de confeccionar el manual de ejercicios resueltos y propuestos?

Los **métodos de investigación** fundamentales que se emplearán serán:

Del nivel teórico:

Histórico – lógico: Permite contextualizar el problema, sus antecedentes y desarrollo. Conocer la evolución del desarrollo de la habilidad en las asignaturas.

Analítico – sintético: Permite realizar inferencias acerca de la situación real sobre la solución de problemas de Resistencia de Materiales I por los estudiantes, además de la elaboración del conjunto de ejercicios resueltos y propuestos para su aplicación.

El inductivo – deductivo: Permite realizar durante todo el proceso investigativo las inferencias necesarias para la propuesta y su validación.

Del nivel empírico:

Análisis de documentos: La revisión de programas de estudio de la asignatura RM I, con sus orientaciones metodológicas y específicamente las precisiones correspondientes a la unidad objeto de estudio, para comparar el estado deseado y el estado actual.

Observación: Se utilizó con el fin de percibir de forma atenta, racional, planificada y sistemática el desarrollo de conocimientos y habilidades en la solución de problemas disímiles de RM en los estudiantes del grupo muestra.

Entrevista a profesores: Para enriquecer el diagnóstico de los alumnos en relación con la importancia que se le concede a la RMI, el trabajo con los ejercicios y la consideración por niveles de desempeño y la vinculación con su futura profesión.

Novedad científica

Radica en que son ejercicios que potencian el desarrollo de conocimientos y de habilidades en la solución de problemas de RM I, organizados por niveles de desempeño donde se considera el diagnóstico del grupo, y relacionados con su futura profesión, Ingeniería Civil.

Valor práctico

La propuesta de ejercicios está organizada por temas y por niveles de desempeño en el dominio cognitivo de la RMI, y permiten el trabajo con las unidades de medidas y su conversión, el cálculo numérico en expresiones algebraicas y en la resolución de problemas, estos últimos vinculados a su profesión que además admiten el trabajo con las magnitudes. Esta propuesta está concebida para el desarrollo de habilidades y conocimientos a estudiantes de segundo año de la carrera de Ingeniería Civil.

Organización del informe

La estructura general de la tesis es:

Resumen

Introducción

Capítulo I: Enseñanza de la Resistencia de Materiales en Cuba y en el Mundo.

Capítulo II: Análisis de necesidades y propuesta metodológica de un conjunto de ejercicios resueltos y propuestos.

Capítulo III: Confección de un Libro Electrónico en Mathcad como guía de estudio.

Conclusiones

Recomendaciones

Bibliografía

Anexos

:

Capítulo No I: Enseñanza de la Resistencia de Materiales en Cuba y en el Mundo.

1.1 Introducción a la Resistencia de Materiales

La Resistencia de los materiales es una rama de la mecánica aplicada que estudia el comportamiento de los cuerpos sólidos sometidos a diversas cargas. El objetivo principal de la resistencia de materiales es determinar los esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos en estructuras y en sus componentes, debido a las cargas que actúan sobre ellos. Si se pueden determinar dichos esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos para todos los valores de cargas, hasta llegar a los valores que causan la falla, tendremos una imagen completa del comportamiento mecánico de esas estructuras. (M.Gere, 2004)

Las estructuras se definen como los sistemas que soportan cargas, y la palabra comportamiento se entiende como su tendencia a deformarse, vibrar, pandearse o fluir dependiendo de las condiciones a que estén sometidas. (M.Gere, 2004)

Los resultados del análisis se usan entonces para determinar la forma de las estructuras deformadas y verificar si son adecuadas para soportar las cargas para las cuales se han diseñado. (M.Gere, 2004)

Es fundamental entender el comportamiento mecánico en el diseño de todo tipo de estructuras, sean de aviones, antenas, edificios y puentes, máquinas y motores o barcos y naves espaciales. (M.Gere, 2004)

La resistencia de materiales es un tema básico en muchos campos de la ingeniería. También son esenciales la estática y la dinámica, pero esos temas se ocupan principalmente de las fuerzas y movimientos relacionados con partículas y cuerpos rígidos. En dicha disciplina se avanza un paso más, pues se examinan los esfuerzos y las deformaciones en el interior de los cuerpos reales, esto es, cuerpos de dimensiones finitas que se deforman bajo cargas. Para determinar los esfuerzos y las deformaciones se usan las propiedades físicas de los materiales, así como numerosas leyes y conceptos teóricos (M.Gere, 2004)

El análisis teórico y los resultados experimentales cumplen funciones de igual importancia en la resistencia de materiales. Se usan teorías para deducir fórmulas y ecuaciones con el objeto de predecir el comportamiento mecánico, pero no se pueden usar esas ecuaciones en el diseño práctico, a menos que se conozcan las propiedades físicas de los materiales. Esas propiedades sólo se pueden saber después de haber efectuado experimentos cuidadosos en el laboratorio. Además, no todos los problemas prácticos facilitan un análisis teórico, y en esos casos son necesarias pruebas físicas. (M.Gere, 2004)

1.2 Reseña Histórica sobre la Resistencia de Materiales

En este epígrafe se abordará el desarrollo histórico de la Resistencia de Materiales o Mecánica de Materiales la cual es una fascinante mezcla de teoría y experimento; en algunos casos, la teoría, ha señalado el camino para llegar a resultados útiles.

1.2.1 Las bases de la ciencia de: Resistencia de Materiales

1) El contexto teórico y filosófico

En las bases de la ciencia de la resistencia de materiales en cuanto al contexto teórico y filosófico se plantea que para poder comprender el valor de Galileo al formular explícitamente la nueva ciencia que más tarde se llamará "Resistencia de materiales", y para comprender el papel tanto innovador como sistematizador que asume, hay que tener en mente el contexto intelectual del que procedía y en el que habría de moverse. Los esfuerzos intelectuales, desde Aristóteles, en el terreno de la Filosofía (y de la física como una de sus partes) iban orientados a buscar las causas responsables de los hechos observables por la experiencia, y a exponer las relaciones existentes entre esos hechos.

La resistencia de materiales y cálculo de estructuras de da Vinci

En la resistencia de materiales y cálculo de estructuras el gran científico Leonardo da Vinci (ver Fig.1.1) estudió gran cantidad de los problemas que hoy se engloban en esos aspectos. Hay anotaciones sobre resistencia y experimentos en tracción, sobre resistencia de ménsulas, sobre resistencia y deformación de flexión, sobre empujes de arcos (considera su comportamiento en posición invertida análogo al correspondiente en posición normal), sobre diseño y proporciones de vigas, sobre compresión y lo que hoy denominamos pandeo, también sobre resistencia del suelo, incluyendo en general exposición teórica y experimento. Leonardo da Vinci estudió la resistencia de los materiales sometidos a fuerzas, en las dos formas de resistencia que, más tarde, Galileo distingue, frente a fuerzas longitudinales y frente a fuerzas transversales. (Bravo, 1982).



Fig 1.1: Autorretrato de Leonardo da Vinci.

1.2.2 La creación de la ciencia de la resistencia de materiales

Galileo (1564-1642)

La gran figura de Galileo Galilei tuvo su primera gran aportación en establecer por vez primera una relación en términos matemáticos de esas dos resistencias, absoluta y relativa, que a primera vista son tan diferentes, y especialmente desde la óptica de principios del siglo XVII. El paso ha sido sólo posible mediante la asignación de la resistencia a la sección, a la base en que se produce la rotura, al superar la concepción de que la resistencia es algo ligado a la totalidad de la pieza, y dependiente de todas sus dimensiones, a la vez que no localizada en ningún punto específico. Para ello es clave la utilización de la ménsula, estableciendo un modelo de rotura único. Con ello sitúa implícitamente la resistencia distribuida uniformemente en la sección. Utiliza la palanca como modelo físico, con el punto de apoyo situado en el punto de contacto de la pieza con el muro en su cara inferior. A partir de aquí dedica toda su exposición al estudio de la resistencia relativa. En su desarrollo, Galileo va a utilizar en modo sistemático el método matemático de Euclides, (postulados, demostración geométrica de propiedades, y utilización de los resultados de un paso en el siguiente, de forma a ir resolviendo cada vez cuestiones más complejas). De este modo, en la elección del modelo de resistencia ya citado, y en la elección del modelo físico susceptible de un tratamiento matemático se contenían todos los posibles resultados, que son admirablemente explorados, abriendo así la vía a una nueva ciencia. (Bravo, 1982)



Fig1.2: Galileo Galilei

La expansión de la teoría de Galileo:

En cuanto a la expansión de la teoría de Galileo Galilei se tiene que a través de la introducción de Girard a su obra de 1798 conocemos la actividad de los primeros seguidores de la línea abierta por Galileo. El primer experimentador que se basa en sus hipótesis será un sueco llamado P. Wurtzius, con quien F. Blondel tendrá un amplio contacto, que se deduce de la correspondencia que mantienen. En efecto en una carta de Blondel de 1657 dirigida a Wurtzius se citan dichas experiencias. Más tarde la correspondencia tratará de rectificar el falso error de Galileo, en la que además informa al sueco de que ya en 1649 había escrito un opúsculo que aún no había publicado titulado "Galilaeus promotus". El interés de Blondel, arquitecto francés, se hallaba en la manera de plantear reglas geométricas para el trazado de las dimensiones y formas de las construcciones, y de ahí que se interesase por el problema del sólido equirresistente, que pasaría de este modo a convertirse en un problema típico. Alexandre Marchetti, profesor de filosofía en Pisa, hizo aparecer en 1669 un tratado sobre la resistencia de los sólidos del que afirmaba que dicho "error"

había sido la causa, con lo que dió origen a una querella científica de las que no anda escasa la historia de la ciencia. Ese mismo año, en Lyon Honoré Fabri publica un Tratado de Física en el que incluye un Vo libro bajo el título De resistencia corporum, adoptando la hipótesis de Galileo, y donde trata por vez primera sobre la resistencia de los cuerpos cargados oblicuamente. La tradición italiana continuará con la obra de Grandi, iniciada en su querella con Marchetti, que en 1712 publica una teoría de sólidos de igual resistencia. Dice Girard de esta obra que "es notable por la elegancia de las construcciones por medio de las que determina sus formas". Grandi acabará la obra iniciada por Viviani, componiendo el tratado de la resistencia de los sólidos incluido en la edición de las obras completas de Galileo de Bolonia 1655. Sin embargo, esta tradición no osará revisar las hipótesis de Galileo, criticadas en Francia desde que en 1680 Mariotte reemprendió la experimentación sobre la resistencia de los sólidos para determinar las dimensiones correctas que debía dar a las tuberías de conducción de agua. . (Bravo, 1982)

El comportamiento elástico de los sólidos

Los primeros análisis sistemáticos de la deformación en los sólidos, y los primeros experimentos rigurosos sobre deformación bajo carga, se harán en el marco de la Royal Society, de Londres. Estos experimentos, llevados a cabo por Robert Hooke, junto con la enunciación por Hooke de su ley, inician la segunda vía, que será ampliamente abierta por Mariotte. (Bravo, 1982)

Robert Hooke (1635-1703)

La figura importante Robert Hooke se destaca en sus trabajos con resortes que comienzan poco después de trabajar en la mejora de relojes de péndulo para las observaciones astronómicas, hacia 1658. Sus resultados le llevaron pronto a utilizar resortes en vez de la gravedad para permitir vibraciones en cualquier posición. De este modo, hacia 1660, según sus propias palabras, estableció la ley que lleva su nombre, pero no la publicó "buscando aplicarla en algún uso particular". En 1676 publicará la ley en forma de anagrama, descifrándolo en 1678, y afirma que: "esto es, la Fuerza de cualquier Cuerpo elástico (spring, ¡pero no sólo el resorte!) está en la misma proporción con la tensión que resulta: Esto es, que, si una fuerza lo alarga o dobla un espacio, dos lo doblarán dos, y tres lo doblarán tres, y así sucesivamente. ".

Los experimentos que apoyan su ley están realizados el primero con un helicoide metálico, el segundo con un muelle de reloj, y el tercero con un largo alambre, encontrándose que "existen siempre las mismas proporciones entre los alargamientos que la de los pesos que se han colocado".

Con sus experimentos asegura que puede calcularse alguna resistencia de los arcos, como de las Ballestas y Catapultas de los Antiguos, dar la razón del movimiento isócrono de un muelle y del sonido uniforme de las vibraciones

suficientemente rápidas para dar un sonido audible. Propone asimismo la construcción de una Escala Filosófica para la determinación de los pesos sin que sea necesaria la comparación directa con otros, lo que, a su entender, permitirá examinar si la tendencia gravitatoria de los cuerpos varía con la distancia al centro de la Tierra. Hooke aprovecha para exponer su concepción de los cuerpos formados por partículas en vibración, que le parece necesario para poder explicar la simetría del problema en tracción y compresión, como paso previo a dar cuenta de lo que sucede en la flexión de las barras rectas. (Bravo, 1982)

En efecto, toda la teoría se basa en los importantes pilares: 1ro El Equilibrio; 2do La relación Acción-Deformación, siendo la rotura un punto en esta relación. De dichos pilares, el primero estaba esbozado desde las iniciales preguntas de Leonardo, y abierto y orientado por el análisis de Galileo: en sí las leyes de la palanca son susceptibles de dar cuenta de cualquier situación de equilibrio, y veremos en otra parte que la enunciación del principio de los trabajos virtuales para la formulación del equilibrio en su forma más general constituye una cumbre en un desarrollo gradual en la aplicación de dichas leyes, y en la progresiva precisión de lenguaje. Y el segundo pilar permitirá, mediante el análisis de la deformación de zonas del material, adentrarse en la exposición de su comportamiento interno y en su integración para describir el de amplias zonas de la pieza (particiones), el de piezas enteras, y el de agrupaciones de piezas en estructuras. Por ello la formulación de la ley de Hooke ha sido central en la creación y posterior desarrollo de la teoría que estudiamos. (Bravo, 1982)

MARIOTTE (1620-1684)

Entre los aportes de Mariotte se destaca que tuvo que diseñar las tuberías que llevarían agua al Palacio de Versalles por lo que se interesó en la resistencia en flexión de vigas y tuberías, así como por la resistencia de éstas a presión interior. Sus experimentos con madera y vidrio le proporcionaron resultados de relaciones entre las resistencias absoluta y relativa que daban valores para la resistencia relativa (o resistencia en flexión) menores de lo que preveían las afirmaciones de Galileo. De este modo se ve obligado a considerar el comportamiento de los materiales, recurriendo a describir este comportamiento en cada parte del material y no ya en la sección completa. Esto le obliga tanto a plantear un modelo de rotura distinto al expuesto por Galileo (no se trata ya de la separación violenta y única de la sección del plano en que se empuja, sino de la rotura individualizada fibra a fibra al irse superando los alargamientos máximos que admite el material), y a considerar el comportamiento elástico que precede a la rotura. (Bravo, 1982)

Para Mariotte, la evidente conservación de la cantidad de movimiento permite deducir las leyes de la palanca sin dificultad considerando los movimientos (virtuales) en torno al punto de apoyo, y siendo obviamente las velocidades

proporcionales a los brazos. Volviendo pues al planteamiento por Mariotte de sus diferencias con Galileo, basa sus razonamientos en el modelo físico del sólido elástico con la ley de Hooke como forma de relación entre acción y deformación, o en sus propios términos, entre peso o fuerza de tracción y alargamiento total. La figura corresponde a los experimentos propios de Mariotte. Su análisis seguirá los medios empleados por Galileo: se trata de analizar la rotura de la ménsula, y asimilar la situación en el límite antes de romper al equilibrio de una palanca. (Bravo, 1982)

Según Girard (1798) Leibnitz fue el primero en considerar la hipótesis de la resistencia de las fibras proporcional a su alargamiento tras Mariotte. En efecto, el hecho de que éste contradijese eficazmente la autoridad de Galileo, llamó poderosamente su atención, dedicando al problema una memoria publicada en las actas de Leipzig de 1684. Leibnitz admite la suposición de Mariotte de que toda fuerza ejercida sobre un sólido produce un alargamiento (o acortamiento) en éste, por imperceptible que parezca ser, dado que la rotura de un cuerpo cualquiera siempre se halla precedida de una cierta inflexión. De este modo todos los cuerpos estarían efectivamente compuestos de fibras extensibles. Utilizando, pues el resto del modelo de Mariotte, a saber, la proporcionalidad entre resistencia y alargamiento, y la posición del punto de apoyo de la palanca ficticia en la misma posición que Galileo, concluye de acuerdo con los resultados de Mariotte. "La memoria de Leibnitz ... prueba suficientemente que hubiese podido ilustrar esta materia si hubiese querido tratarla más a fondo. Pero prefirió dedicar su genio a especulaciones más sublimes, y aunque supo la cantidad de teoremas útiles que quedaban por encontrar sobre este tema, dejó a otros, como él mismo dice, el cuidado de ocuparse de ello y de descubrirlos". (Bravo, 1982)

La aportación de Mariotte al unificar en un mismo modelo de pensamiento la metodología aplicada por Galileo al problema de la rotura y las leyes de la deformación, desde el enunciado de la ley de Hooke, debe resaltarse en forma fundamental. Mariotte es quien unifica en un solo cuerpo teórico los dos pilares que basan la teoría clásica de la resistencia de materiales; aun cuando con dificultades de precisión y errores de utilización, tanto el equilibrio como las relaciones acción deformación (y relaciones proporcionales), están ya aquí. Lo que se presenta en adelante es toda una larga época de clarificación de los términos utilizados y de la exposición matemática de los hechos, pero sin innovaciones fundamentales en los conceptos básicos o en los modos de pensar la realidad. (Bravo, 1982)

. 1.2.3 El desarrollo científico y técnico en la primera mitad del siglo XVIII.

La emergencia de los ingenieros

En el desarrollo científico y técnico en la primera mitad del siglo XVIII en primer lugar debemos considerar el papel de la comunicación científica, y

particularmente la importancia adquirida por la existencia de las Academias de Ciencias y sus publicaciones, como primeras formas institucionalizadas de comunicación y de reunión científica. Estas habían aparecido coincidiendo con el inicio de las nuevas corrientes de pensamiento y de investigación científica, y con la creación de los métodos teórico-experimentales. El rápido desarrollo de los conocimientos matemáticos, físicos y astronómicos impulsó, la creación de sociedades más o menos informales de científicos en varios países, que acelerarían dicho desarrollo. Sus objetivos eran permitir la reunión de personas con análogos intereses científicos, y posibilitar el trabajo experimental que permitiese aportar vías de investigación, y formas de verificación o validación de los resultados de la actividad intelectual. En efecto, en dichos años, el control de las Universidades que podían haber cumplido dicho papel, estaba a manos de la Iglesia en su mayor parte, lo que hacía imposible el progreso en ellas. (Bravo, 1982)

LA EMERGENCIA DE LOS INGENIEROS

El importante papel que desarrollan dichos Cuerpos no puede reducirse a las realizaciones físicas sobre el territorio: Las necesidades de transmisión de los conocimientos y del "saber hacer" llevan a plantearse toda una problemática pedagógica, que incluye tanto la organización de las enseñanzas en las diversas escuelas, como la publicación de tratados de construcción para uso de ingenieros conllevando la necesidad de formulación de reglas sencillas para abordar los diferentes problemas, tanto constructivos, como de organización de obras y costes. Los problemas ligados a la ingeniería militar que pasan a dominar el interés de los ingenieros, en el terreno de la ciencia asociada al cálculo de estructuras, incluirán no sólo los temas de rotura en flexión de vigas que ya habían empezado a ser resueltos por matemáticos y físicos en segunda mitad del siglo XVII siguiendo a Galileo, sino que incluyen otros nuevos sobre los que dichos científicos aún no habían empezado a tratar. (Bravo, 1982)

Las construcciones militares y las obras de las grandes carreteras requerían, en efecto dar una solución a los problemas ligados a la construcción de muros de contención, además de los ligados a la construcción de los edificios militares. Por ello, mientras que los matemáticos y físicos se embarcan a través de las ecuaciones diferenciales por la vía de las curvas elásticas, los temas que empiezan a tratar los ingenieros incluyen la rotura de vigas a través de los modelos de Galileo y Mariotte, la estabilidad de los muros de contención, y por lo tanto la determinación de los empujes de las tierras, la resistencia de las bóvedas y la resistencia de los soportes. Aquí hemos de añadir que comienza en este momento a desarrollarse una intensa actividad experimental encaminada a determinar la resistencia de los materiales, de lo que trataremos más adelante. (Bravo, 1982)

LA EXPERIMENTACIÓN

El primer gran trabajo experimental se realiza por Petrus van Musschembroeck (1692-1761), profesor de física en Utrecht, y más tarde en Leiden. Es V. Musschembroeck quien primero se ocupa de preparar métodos sistemáticos de ensayo para tracción, flexión y pandeo, construyendo máquinas al efecto. Gracias a este trabajo sistemático V. Musschembroeck es capaz de catalogar la resistencia de gran número de materiales diferentes. (Bravo, 1982)

Las siguientes experiencias son de Georges Louis Leclerc, Conde de Buffon (1707-1788), que demostró que la resistencia de la madera depende en gran medida del lugar del que se extrae la probeta, lo que le permite criticar las experiencias anteriores con probetas de pequeño tamaño. Buffon es uno de los ejemplos más claros en el nuevo interés por la ordenación y clasificación característicos de la nueva forma de mirar. Muchos de los ensayos de Buffon se realizan con ejemplares de luces de hasta 7 metros, abriendo un nuevo terreno experimental, con grandes ejemplares, y que Girard amplía, al pandeo, por ejemplo. (Bravo, 1982)

Un importante desarrollo de la experimentación se lleva a cabo por los ingenieros franceses de Ponts et Chaussées, en relación con la osada obra de construcción que se aborda en esa época: las experiencias de Gauthey, que construye una máquina basada en la palanca para ensayos a compresión están ligadas a la polémica desencadenada por la esbeltez de los pilares de la Iglesia de Sta. Asimismo Perronet, de cara a la construcción del Pont de Neuilly emprendió un importante trabajo sobre resistencia de piedras a través de una máquina similar a la de Gauthey, que instaló en la Escuela de Ponts et Chaussées. . (Bravo, 1982)

Rondelet (1734-1829) mejoró la máquina de Gauthey, reduciendo la fricción del aparato, y es autor de más trabajos experimentales de importancia. Pero mientras tanto un nuevo campo experimental se ha abierto con la invención del acero y la creciente utilización del hierro en la construcción: Reaumur había desarrollado experimentos en tracción, así como pruebas de dureza de diversos alambres, analizando el efecto de los diversos tratamientos de calor, ya desde 1712. En efecto, aunque el primer puente metálico construido en el mundo es de 1777, y si los primeros puentes colgantes son del siguiente siglo, sin embargo, el uso del hierro es bastante anterior, conociéndose propuestas de puentes, incluso, que datan de muy antiguo: Perronet cita un proyecto de puente sobre el Saona en Lyon redactado por un señor Garín, hacia 1719, y que habría tenido un vano de 76 pies, pero que se realizó en madera por economía. Poco más tarde se propuso otro puente sobre el Ródano por Saint-Vincent, y en 1775 Goisson y De Montpetit trazan un proyecto de puente sobre el Ródano. (Bravo, 1982)

1.2.4 El desarrollo matemático de la resistencia de materiales. El análisis teórico de los nuevos problemas y la nueva formulación de los antiguos.

LOS PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA

Los seguidores de Aristóteles basaron la estática en el llamado axioma de Aristóteles, ya citado más arriba: una misma potencia que mueve un peso una distancia dada en un tiempo dado moverá la mitad de ese peso una distancia doble en el mismo tiempo: o lo que viene a ser lo mismo desde la definición métrica de velocidad: para una misma potencia los pesos movidos están en razón inversa a las velocidades con que son movidos. (y la potencia es necesaria para mantener dicha velocidad). Este principio permite según Aristóteles "la reducción de las propiedades de la palanca a las del círculo", imaginando los movimientos (finitos) de rotación alrededor del punto de apoyo. (Bravo, 1982)

Para Arquímedes, sin embargo, el principio básico se halla en la simetría, que da razón del equilibrio de la palanca, Arquímedes considera implícitamente el efecto proporcional a la distancia, como afirma Mach, y ha sido citado más arriba, y usa sin citarlo el principio de superposición de los estados de equilibrio, implícito en la mayor parte de las demostraciones que parten de la simetría, como las posteriores de Galileo o LaHire. Hasta Lagrange, en su Mecánica Analítica no se explicita dicho principio. La palanca y sus leyes de equilibrio son la base de todas las demás afirmaciones. (Bravo, 1982)

Y para Descartes el principio deriva de su definición de fuerza, equivalente a lo que hoy llamamos trabajo: En carta a Mersenne de 12 Sept. 1638 dice: "Hay que considerar especialmente que la fuerza de la que he hablado es la que sirve para levantar un peso a una cierta altura la cual fuerza tiene siempre dos dimensiones, y no de la que sirve para sostenerlo en cada punto, que no tiene nunca más que una dimensión, de modo que ambas difieren tanto una de otra como una superficie difiere de una línea" y en carta de 15 de Noviembre la identifica a la "cantidad de acción" necesaria para mover algo.

Con estos antecedentes Juan Bernouilli, en carta a Varignon del 26- -1717 podrá plantear de modo totalmente general uno de los principios más fecundos equivalente al equilibrio, y que más tarde Lagrange, en su Mecánica Analítica utilizará de forma sistemática.

Leibnitz definía la fuerza viva en contraposición a la fuerza (muerta): "La fuerza es doble. La fuerza elemental, que llamo muerta, porque en ella no existe aún movimiento, sino sólo tendencia al movimiento, es como la de un globo en un tubo en rotación, o la de una piedra en la honda. La otra es la fuerza ordinaria unida al movimiento actual, y que llamo viva. (Bravo, 1982)

Louis Marie Henri Navier (1785-1836) conocido matemático e ingeniero francés, muestra el alto grado de sencillez y claridad que aporta el empleo del principio de las fuerzas vivas.... Y él ha hecho completamente usual el empleo de este principio transformando su enunciado por medio de la introducción de la cantidad de acción, expresión de Coulomb, a la que Coriolis ha sustituido la de trabajo. Gracias a este eminente servicio, y a que hoy se toman en consideración las fuerzas moleculares entre aquellas en que se hace entrar el trabajo en consideración, el principio de las fuerzas vivas, o de la transmisión del trabajo se enuncia claramente, sin restricciones, y se enseña hoy en todas las escuelas industriales". (Bravo, 1982)



Fig 1.3: Louis Marie Henri Navier

Fue uno de los fundadores de la teoría matemática de la elasticidad. Contribuyó a la teoría de vigas, placas, y cascarones, a la teoría de vibraciones y a la teoría de fluidos viscosos.

La teoría de las curvas elásticas

Se destaca el gran científico Jaime Bernoulli (1654-1705), es el iniciador de la teoría de las curvas elásticas al aportar la deducción de la curva y su construcción, para una ley de tensiones que inicialmente supone no lineal. (Bravo, 1982). En primer lugar, Bernoulli aporta dos definiciones del radio osculador de la curva en un punto desde los conceptos diferenciales. Llamando al radio z demuestra que para elementos diferenciales de curva constantes ds , $z = dx \cdot ds / ddy$ o también $z = dy \cdot ds / ddx$, mientras que si se consideran elementos diferenciales dx constantes $z = ds^3 / dx \cdot ddy$. Esto es esencial para



Fig 1.4: Científico Jaime Bernoulli

poder abordar el tratamiento diferencial de la curva elástica. En segundo lugar, es capaz de ver que el radio osculador, inverso a la curvatura, es inversamente proporcional al alargamiento máximo de un elemento de pieza (hoy diríamos rebanada elemental), por simple geometría. Con ello está en condiciones de plantear la ecuación de la elástica, mediante la que logra una construcción geométrica de la curva a partir de una hipótesis no proporcional de alargamientos respecto a "esfuerzos". (Bravo, 1982)

El verdadero desarrollo de la teoría de las curvas elásticas vendrá dado de la mano del más grande matemático en su época, Leonardo Euler.

Leonard Euler (1707-1783), fue uno de los más eminentes matemáticos del s. XVIII. Nacido cerca de Basilea en 1707, entró en la Universidad de esa ciudad en 1720, lugar donde las conferencias de Jean Bernouilli atraían cantidad de matemáticos. Cuando en 1725 se creó la Academia de ciencias de S. Petersburgo los dos hijos de Jean Bernouilli, Nicolas y Daniel aceptaron ser miembros de la misma, y lograron una plaza de asociado para Euler, que en 1727 se instala en S. Petersburgo. Miembro de la Academia desde 1730, en 1733 asume la plaza de Daniel Bernouilli en la dirección del departamento de matemáticas. Escribe allí el primer libro de mecánica en que se utiliza el cálculo para tratar los cuerpos en movimiento. En verano de 1741, ante una oferta de Federico II el Grande de Prusia se traslada a Berlin, como miembro de la Academia de esta ciudad, sin perder contacto con la Academia rusa. En 1744 publica el "Methodus inveniendi líneas curvas" En 1748:"Introducción al cálculo"; 1755:"Cálculo diferencial" y "Cálculo integral", publicado en S. Petersburgo. (Bravo, 1982)



Fig 1.5: Leonhard Euler

Ante estos resultados, debemos considerar dos novedades capitales respecto a las cuestiones planteadas hasta el momento en resistencia de materiales. La primera corresponde al concepto de carga axial crítica, es el inicio de una formulación matemática del fenómeno del pandeo.

La segunda cuestión que reviste una importancia fundamental es la aparición de la deformada circular, y el análisis que de ella hace Euler.

Con estos aportes de dichas personalidades se llega de este modo el final del siglo XVIII llega con un progreso considerable: Por un lado la matemática desarrollada a lo largo del siglo a partir de las ideas de Newton y Leibnitz se revela como una herramienta excelente para la formulación de los antiguos problemas de resistencia a la vez que, con la utilización del modelo de Mariotte ha sido capaz de unir dicha problemática con la derivada de la deformación mediante la teoría de las curvas elásticas, abriendo así la puerta al tratamiento tanto de los problemas dinámicos (oscilaciones) como de los que se revelarán como de inestabilidad. Por otro lado, la práctica constructiva se ha desarrollado inmensamente con el desarrollo de las infraestructuras de uso civil y militar, y con el desarrollo de los cuerpos de ingenieros, quienes han iniciado un formidable trabajo experimental.(Bravo, 1982)

1.2.5 Principales científicos del siglo XVIII en adelante.

Barre de Saint-Venant (1797-1886) suele reconocerse como el estudioso de la elasticidad más sobresaliente de todos los tiempos. Nació cerca de Paris, estudió brevemente en la Ecole Polytechnique y después se graduó en la Ecole des Ponts et Chaussees Su posterior carrera profesional fue obstaculizada en gran medida debido a su rechazo, por principios morales y políticos, a unirse a sus condiscípulos en los preparativos para la defensa de Paris en marzo de 1814, justo antes de la abdicación de Napoleón. Como consecuencia, sus méritos recibieron gran reconocimiento en otros lugares, no así en Francia. Algunas de sus contribuciones más conocidas son la formulación de las ecuaciones fundamentales de la elasticidad y el desarrollo de las teorías exactas de la flexión y la torsión. También elaboró teorías para deformaciones plásticas y vibraciones. Su nombre completo fue Adehmar Jean Claude Barre, Count de Saint-Venant.



Fig 1.6 : Barre de Saint-Venant

Charles Agustín de Coulomb (1736-1806) celebre científico francés. Hizo contribuciones en electricidad y magnetismo, viscosidad de fluidos, fricción, flexión en vigas, en muros de retención y arcos, torsión y vibraciones torsionales y otros temas.



Fig 1.7: Charles Agustín de Coulomb

D. J. Jourawski (1821-1891)(ver Fig. 1.8) un ingeniero ferroviario y de puentes ruso, desarrollo la ahora definida teoría aproximada para esfuerzos cortantes en vigas. En 1844, sólo dos años después de graduarse en el Institute of Engineers of Ways of Communication en San Petersburgo le fue asignada la tarea de diseñar un gran puente en la línea ferroviaria de Moscú a San Petersburgo. Él notó que algunas de las grandes vigas de madera se fracturaban en sentido longitudinal en los centros de las secciones transversales, donde él sabía que los esfuerzos de flexión eran nulos. Dibujó diagramas de cuerpo libre y descubrió rápidamente la existencia de esfuerzos cortantes horizontales en las vigas. Obtuvo la fórmula del cortante y aplicó su teoría a varias formas de vigas. Aunque la teoría exacta para los esfuerzos cortantes en vigas fue obtenida por Saint-Venant, es útil en muy pocos casos prácticos, por lo que parece en las observaciones críticas sobre la teoría de Jourawski hecha por



Fig 1.8 : D. J. Jourawski

Todhunter y Pearson. Su nombre es transferido también como Dimitri Ivanovich Zhuravski.

Agustín Louis Cauchy (1789-1857) fue uno de los más grandes matemáticos. Nació en París, ingreso a la Ecole Polytechnique a la edad de 16 años donde fueron sus maestros Lagrange, Laplace, Fourier y Poisson. Pronto fue reconocido por su notabilidad matemática y a los 27 años se convirtió en profesor de la escuela que años anteriores le había abierto las puertas y fue miembro de la Academia de Ciencias. Sus principales trabajos en matemáticas puras fueron en teoría de grupos, teoría de números, series, integración, ecuaciones diferenciales y funciones analíticas. En matemáticas aplicadas introdujo el concepto de esfuerzo de la teoría de la elasticidad e introdujo la noción de esfuerzos principales.



Fig 1.9 : Agustín Louis Cauchy

William John Macquorn Rankine (1820-1872) nació en Edimburgo, Escocia y enseñó ingeniería en la Glasgow University. Dedujo las ecuaciones de transformación de esfuerzos en 1852 e hizo muchas otras contribuciones a la teoría de elasticidad y la Mecánica Aplicada. Sus temas de ingeniería incluyen arcos, muros de retención y teoría estructural. También obtuvo celebridad científica por su trabajo en fluidos, luz, sonido y comportamiento de cristales.



Fig 1.10: William John Macquorn Rankine

Otto Christian Mohr (1835-1918) fue un diseñador teórico y practico. Fue profesor en el Stuttgart Polytechnikum y después en el Dresden Polytechnikum. Desarrollo el circulo de esfuerzos en 1882. Hizo numerosas contribuciones a la teoría de las teorías incluyendo el diagrama de Wiliot- Mohr para deflexiones de armaduras, el método de áreamomento para deflexiones en vigas y el método de Maxwell-Mohr para analizar estructuras estáticamente indeterminadas.

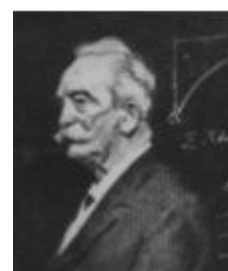


Fig 1.11 : Otto Christian Mohr

Theodore von Karman (1881-1963) nació en Hungría y trabajo en la universidad de Gottingen en el campo de la aerodinámica. Después de su arribo en 1929 a Estados Unidos, fundo el Jet Propulsión Laboratory y fue pionero en problemas de aeronáutica y coches espaciales. Su investigación incluyo el pandeo inelástico de columnas y la estabilidad de cascarones. (Beer., 1991). (autores, Mathcad versión 14, 2018)

Stephen P. Timoshenko (1878-1972) fue un famoso científico, ingeniero y profesor. Nacido en Rusia emigró a Estados Unidos en 1922. Fue en el Westinghouse Research Laboratory, luego en la Michigan University y después profesor en la Stanford University, donde se retiró en 1944. Timoshenko hizo muchas contribuciones originales, teóricas y experimentales en el campo de la Mecánica Aplicada y doce libros de texto que revolucionaron la enseñanza de la mecánica en Estados Unidos. Estos libros, de los cuales se han tirado hasta cinco ediciones y traducido a 35 idiomas cubren los temas de estática, dinámica, mecánica de materiales, vibraciones, teoría estructural, estabilidad, elasticidad, placas y cascarones. (Pinzón, 2003) (Timoshenko S. , 1998) (Guerra, 2012)

1.3 Enseñanza de la resistencia de materiales en Cuba

En la carrera Ingeniería Civil se inició la impartición del tema Análisis Estructural en Cuba en el año 1900, en la Habana. Se comenzó a impartir en las Universidades del país con el plan de estudio de transición en el curso 74-75. En el curso 77-78 comienza a aplicarse el plan de estudio A como un plan perfeccionado en base a las experiencias alcanzadas en la formación de este tipo de profesional.

En el curso 82-83 comienza a aplicarse el plan B con el cual se tiende a formar un ingeniero diferente para cada una de las esferas de actuación, de ahí el “carácter estrecho del profesional y la no correspondencia con las exigencias del país y las tendencias internacionales. En las Universidades del país, hasta los inicios del plan C, se formaban especialistas en obras estructurales solamente.

1.4 Enfoques de los libros y las guías metodológicas de problemas resueltos y propuestos utilizados para la Resistencia de Materiales en el ámbito internacional y nacional

Existen varios textos utilizados para la Resistencia de Materiales, escritos por varios autores en el ámbito internacional entre los cuales tenemos Timoshenko, History of Strength of Materials, P. Stipin Resistencia de Materiales, Meoliubov y otros, Problemas de Resistencia de Materiales, Manuel Vázquez, Resistencia de Materiales, Kiseliiov, Mecánica de la Construcción, Gener A. Olsen, Elements of Mechanics of Materials, Beer y Johnston, Mecánica de Materiales .

En ese ámbito, a diferencia de Cuba, los autores presentan un enfoque unificado en el sentido de que los textos, respondan o no a planes de estudio concretos, presentan los aspectos teóricos acompañados de problemas resueltos, de recomendaciones metodológicas, resúmenes al final de cada capítulo y de problemas propuestos con sus respuestas respectivas.

En nuestro país se ha estado utilizando más el enfoque que también era propio de Europa oriental, en los antiguos países del campo socialista, en los que existía uno o varios libros de texto que solo recogían aspectos teóricos, y los

cuales se acompañaban de guías o manuales didácticos en los que se incluían las recomendaciones metodológicas, los problemas resueltos y los problemas propuestos. En ese enfoque se enmarcan los textos del profesor Pedro Gutiérrez Mora “Calculo de Vigas por el Método de Parámetros de Origen” y del profesor Cabanas, G.: “Resistencia de Materiales I” y Altuzarra G. Resistencia de Materiales II.

En nuestro país algunos especialistas han elaborado varias guías metodológicas y materiales auxiliares sobre el tema de Resistencia de Materiales que han sido utilizados durante los años por los alumnos para su formación profesional en las carreras de Mecánica, Ingeniería Civil e Hidráulica.

Después de comprobar las grandes dificultades mostradas por los alumnos en la realización de sus trabajos domiciliarios es importante la confección de un manual que haga más didáctico el proceso de estudio individual, describiendo, para ello, la teoría en forma sucinta.

1.5 El Proceso de Enseñanza-Aprendizaje en la Asignatura Resistencia de Materiales.

1.5.1 Objetivos educativos

- 1 Expresar en su actividad profesional los valores éticos y estéticos del ingeniero acordes al proyecto social cubano, asegurando el desarrollo sostenible (viable) de las construcciones y respetando el entorno natural y el patrimonio construido.
- 2 Desarrollar el amor a la profesión como actividad socioeconómica dedicada fundamentalmente a la producción y conservación de las construcciones para el uso y beneficio del hombre, incentivando en los estudiantes capacidades para el trabajo independiente, la superación autodidacta a partir de la asimilación de nuevos software y tecnologías informáticas, responsabilidad profesional, inquietudes investigativas, así como la originalidad y el ingenio creativo.
- 3 Comunicarse correctamente en forma oral y escrita en su lengua materna con el dominio del vocabulario técnico apropiado, siendo capaces de buscar y consultar información científico técnica en idioma español e inglés, así como emplear la computación y las TIC para el desarrollo de su actividad profesional y como medio de comunicación. Desarrollar el pensamiento lógico y la capacidad de razonamiento, aplicando un enfoque algorítmico a la solución de problemas que le permita exponer y defender sus criterios.
- 4 Contribuir al desarrollo de su personalidad como futuro profesional de la construcción formando hábitos de trabajo en equipo, combinando los intereses individuales y colectivos en la toma de decisiones, de cumplimiento de normas, regulaciones y disposiciones vigentes en la

esfera constructiva y en especial con la protección y seguridad del hombre y las que aseguran calidad de los trabajos.

- 5 Consolidar en los estudiantes el rol que como Ingenieros Civiles les tocará desempeñar en la defensa de la patria.
- 6 Desarrollar el concepto de la racionalidad en el diseño, buscando en todo momento las secciones y formas de elementos más conocidos que garanticen al mismo tiempo la durabilidad, funcionalidad y estética de las construcciones para los fines y período en que se proyectan.

1.5.2 Objetivos instructivos

Conocer e interpretar correctamente las principales hipótesis que utiliza la resistencia de materiales en el análisis, diseño y/o revisión de elementos estructurales lineales a diferentes estados de sollicitación tracción-compresión, cortante y flexión.

- 1 Conocer y aplicar las particularidades y generalidades del cálculo de elementos lineales isostáticos e hiperestáticos por métodos operacionales.
- 2 Conocer los principios del diseño y la revisión de elementos lineales a través del estudio de los materiales elásticos, y comprender las particularidades de su aplicación a elementos sometidos a diferentes tipos de estados tensionales simples y combinados.
- 3 Conocer las herramientas necesarias para establecer el equilibrio del estado tensional plano, tanto desde el punto de vista analítico como gráfico aplicándolas a la solución de problemas prácticos.
- 4 Reconocer los diferentes métodos para evaluar la seguridad durante el diseño y/o revisión de elementos estructurales y aplicarlos a problemas prácticos, principalmente el método de los esfuerzos admisibles.
- 5 Conocer los diferentes criterios e hipótesis de resistencia que se pueden utilizar durante el diseño de elementos lineales para los distintos materiales a partir del conocimiento de su estado tensional.

1.5.3- Sistema de habilidades

1.Determinar los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos de barras rectas con comportamiento elástico, sometidas a diferentes efectos: Fuerza axial, cortante y flexión.

2.Diseñar y revisar barras rectas con comportamiento elástico bajo la acción de diferentes efectos: fuerza axial, cortante y flexión, utilizando los criterios de resistencia y rigidez.

3. Determinar los esfuerzos que se producen en cualquier dirección de un punto de la sección transversal de un elemento, a partir de un juego de tensiones actuantes en dicho punto, reconociendo las tensiones principales y

las tensiones tangenciales máximas y mínimas, así como las direcciones en que todas ellas actúan, por procedimientos gráficos o analíticos.

4. Saber aplicar los criterios de resistencia clásicos para materiales que responden al esquema de comportamiento dúctil y frágil, en la solución de problemas de diseño y o revisión que involucren al estado tensional plano asociado.

5. Saber diseñar uniones atornilladas.

6. Emplear soluciones computacionales en forma de hojas de cálculo o programas de computación en la solución de los problemas anteriormente mencionados.

1.5.4 La organización de proceso de enseñanza aprendizaje y sus formas

Como ya se ha explicado en el proceso de enseñanza aprendizaje se crean situaciones de aprendizaje que surgen a partir de las diversas formas en que se puede organizar el proceso docente educativo. Todas las formas en que se organice el proceso de aprendizaje en la educación superior (conferencias, clases prácticas, seminarios, talleres, prácticas de la profesión, entre otras) deben estar debidamente planificadas, para que los objetivos de profesores y estudiantes se cumplan al desarrollar la actividad. Dentro de todas estas formas lo más generalizado es el trabajo en el aula en las diversas formas que este puede adoptar. Independientemente del nivel donde esta se desarrolle una actividad docente, dada las exigencias de la poca actual debe tener una serie de características como, por ejemplo: Tener en cuenta los conocimientos precedentes de los estudiantes y el desarrollo de habilidades que han adquirido. Potenciar la independencia y la creatividad de los estudiantes, determinar los objetivos posibles a lograr a partir del diagnóstico desarrollado. Lograr la motivación hacia las situaciones de aprendizaje que se han planificado, seleccionar adecuadamente el sistema de conocimientos y las habilidades a desarrollar. Aprovechar los conocimientos de otras materias y disciplinas que posean los estudiantes para construir las situaciones de aprendizaje. Seleccionar los métodos y procedimientos de trabajo que se puedan ser favorables para que el conocimiento adquiriera significación, para lo cual debe tenerse en cuenta qué actividades los estudiantes pueden desarrollar de manera independiente por si solos y como el profesor actuar para ayudarlos a que puedan elevar sus conocimientos y habilidades. Seleccionar los medios que permitan desarrollar los métodos y procedimientos seleccionados y que favorezcan la actualización de los conocimientos.

La universidad cubana para responder a las demandas actuales ha tenido que realizar profundas transformaciones en sus concepciones académicas, y con la informatización de la sociedad se deben provocar transformaciones en los métodos de enseñanza, implicando cambios importantes en los roles tradicionales del

Profesor y el estudiante mediante un modelo pedagógico establecido para ofrecer amplias oportunidades a los estudiantes, concebido para apoyar y canalizar sus esfuerzos personales y dirigidos a lograr que la mayoría sea capaz de vencer con éxito sus estudios.

En el documento El nuevo modelo de Universidad Cubana se plantea:

"...formación más independiente, en el que el auto aprendizaje realizado sea el centro de su proceso de formación y con el cual dejan de tener significado la mayor parte de los elementos relacionados con la infraestructura material para cursar estudios, limitándose solo a los requeridos para ofrecer determinadas ayudas pedagógicas, con el empleo de la información y las comunicaciones (TIC) como vía fundamental pero sin excluir las de carácter presencial cuando ello se requiera."

El desafío está en lograr que los estudiantes asimilen los estudios universitarios con responsabilidad y compromiso social, expresado en su sistemática dedicación al estudio con independencia y creatividad, con un elevado desarrollo de la capacidad de gestionar sus propios conocimientos.

"No solo hace falta que el estudiante sea activo, hay que analizar qué acciones permiten hacer esta actividad más productiva" (Talizina, 1984)

El nuevo modelo centra su atención principal en el auto aprendizaje de los estudiantes; lo que infiere un minucioso tratamiento dirigido a la auto preparación; por ser donde el estudiante desarrolla su trabajo independiente, el cual es una característica del Proceso Docente Educativo en la autodirección del aprendizaje; siendo necesario que esté correctamente orientado, y lo que debe hacer el alumno debe prepararlo el profesor, pues él mismo es fuente de información y dirige el proceso de asimilación. (Kolawole., 2011)

1.6 Ventajas y desventajas de un software en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Ya es sabido que cada una de las herramientas computacionales ha ganado respeto entre distintos grupos de profesionales incluyendo los profesores. Por lo tanto, el primer punto que se analiza en el trabajo de diploma es la evaluación de software en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Ventajas en el uso de un software

a. Abertura a nuevas posibilidades.

Siendo un software, una herramienta rápida y potente de cálculo el alumno se encuentra enseguida animado a intentar nuevas respuestas haciendo simples variaciones a su problema (actitud exploratoria). Examinar

numerosos ejemplos y casos diferentes le permitirá hacer conjeturas y analizar los resultados con más profundidad.

De esta forma el sistema de aprendizaje se convierte en un proceso activo en el que el estudiante se pregunta más en el “por qué” que en el “como”

b. Cambio de percepción

El alumno tiende a medir la importancia de una materia por la cantidad de tiempo que se le dedica. Como se le exige que asigne la mayor parte de su tiempo a adquirir soltura y destreza en la aplicación de procesos de algorítmicos, no es extraño que pronto identifique hacer matemáticas con calcular.

Al usar un software, los cálculos rutinarios son realizados por el computador con lo que el estudiante dispone más tiempo a dedicarlos a los conceptos, motivaciones, aplicaciones y explorar nuevas actividades. Con ello el estudiante pronto aprende que lo importante es la comprensión de los procesos y no quedarse en los algoritmos de cálculo.

c. Posibilidades de trabajar con datos más reales.

Los alumnos para motivarse necesitan trabajar problemas que ellos perciban como reales. Esto lleva consigo dificultades de cómputo por lo que tradicionalmente es necesario hacer muchas simplificaciones del problema para que pueda ser manejado a mano. Como resultado se le despoja de casi todo el contenido real y es percibido por el alumno algo ficticio.

Un Software permite trabajar con problemas cuya formulación está más próxima a la realidad al no poner restricciones en los cálculos que le son manejables. Esto motiva al alumno y le hace interpretar la realidad.

d. Otro acceso a los conceptos matemáticos.

Visualización geométrica de un problema muestra en muchas ocasiones una respuesta exacta y completa a un problema de forma clara e inmediata. En ingeniería también es válido el dicho de que una imagen vale más que mil palabras. El software permite visualizar graficas en dos y tres dimensiones, producir animaciones, efectuar ampliaciones y reducciones de una imagen, digitalización, etc.

Esto permite intercambiar el orden en que se producen la representación geométrica de un problema y su análisis. Tradicionalmente el análisis ha precedido a la visualización. Con un software, la geometría se ha convertido en la fuerza impulsora del análisis.

e. Edición e impresión de documentos.

En cualquier momento se puede disponer de una edición e impresión del trabajo emprendido, estando este siempre como un “borrador en limpio”

Desventajas en el uso de un software

a. La forma distrae el contenido. (Le interesa más el uso del programa que entender el concepto)

- b. Se generan pérdidas de destrezas básicas. (Es necesario que el alumno calcule para adquirir la necesaria destreza y habilidad)
- c. Se pierde el sentido de dificultades del problema. (La máquina lo hace todo igual de rápido)
- d. Pérdida del sentido crítico. (Confianza ciega en la máquina)

1.7 Software educativo para el estudio de la Resistencia de Materiales

La calidad del software educativo, es necesario evaluarla para pronosticar su efecto sobre estudiantes para poder corregir los errores correspondientes y valorar prestaciones para futuras versiones del mismo.

La evaluación de los medios y materiales de enseñanza está recibiendo últimamente un especial interés en los manuales de Tecnología Educativa, de manera que se están proponiendo técnicas y estrategias específicas para llevar a cabo el enjuiciamiento de la calidad de los materiales y técnicas a emplear en el acto de la enseñanza.

Las funciones y los objetivos que pueden desempeñar la evaluación y selección de los medios y materiales de enseñanza, son diversas y se pueden sintetizar en las siguientes: adquisición de equipos; búsqueda de criterios para su utilización didáctica; análisis de las posibilidades cognitivas que propician mejora de aspectos técnicos y estéticos; adecuación general del material a las características de los receptores; diseño y rediseño de los medios producidos, lecturabilidad, rentabilidad económica, y mejora del diseño ergonómico"

No existe un acuerdo entre los autores a la hora de indicar los diferentes criterios generales que deben ser contemplados a la hora de evaluar un medio. Por citar algunos ejemplos, deben contemplarse los siguientes: énfasis, unidad, coherencia, repetición y elaboración, vocabulario apropiado, audiencia apropiada, formato y valor de las cuestiones. Otros por su parte proponen cuatro grandes criterios para la evaluación: a) psicológicos, contenidos, pedagógicos y técnicos.

Se deben tener en cuenta varias dimensiones cuando se evalúe un software educativo:

- Contenidos
- Aspectos técnicos y estéticos
- Características y potencialidades tecnológicas
- Aspectos físicos y ergonómicos del medio
- Organización interna de la información
- Receptores

- Utilización por parte del estudiante (nivel de interactividad) (Guerra I. R., 2012)

En nuestro caso se cuenta con el software MDSolids versión 3.1 el cual se puede apreciar su ambiente en la fig.1.1

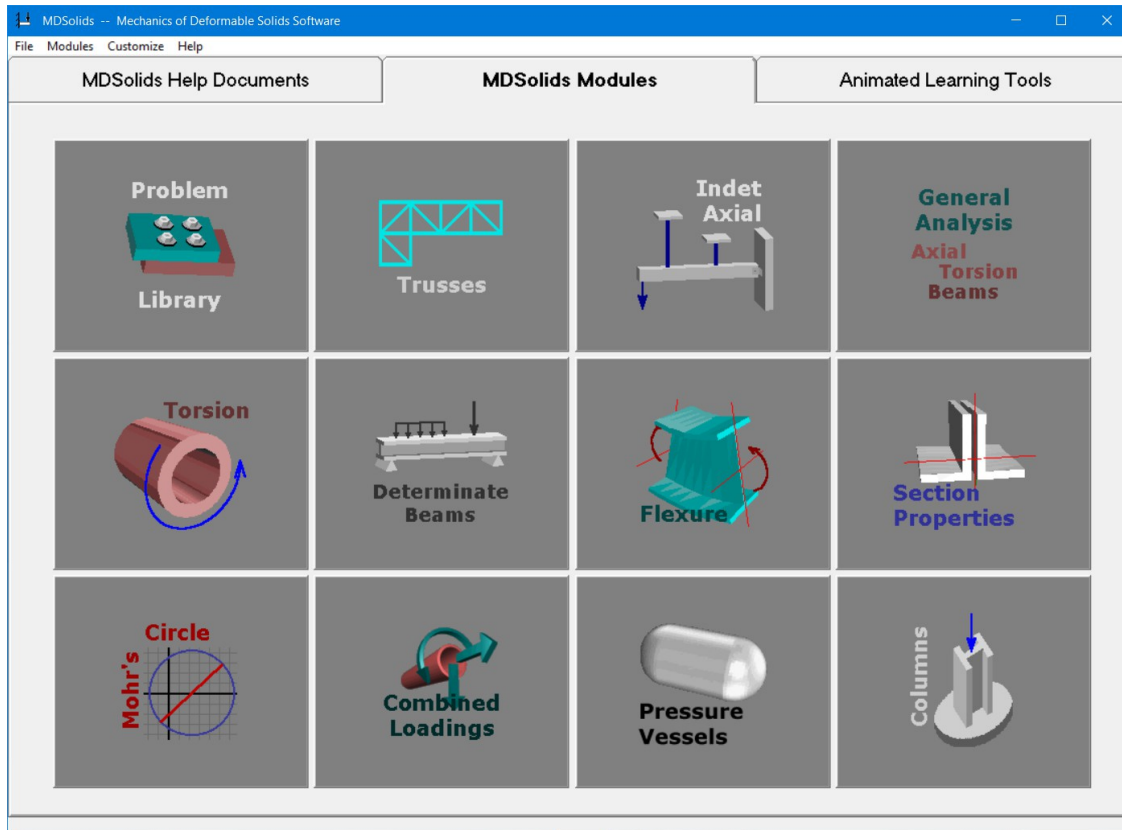


Fig. 1.1: Ambiente del software MDSolids v-3.1

Las secciones dentro del ambiente son:

- Biblioteca de Problemas.
- Análisis de Armaduras.
- Problemas Hiperestáticos.
- Problemas de Análisis General.
- Torsión.
- Análisis de vigas determinadas.
- Diseño a flexión por ASD.
- Calculo de las características geométricas.
- Círculo de Mohr. Gráfico y Analítico.
- Esfuerzos Combinados.

- Diseño de tanques de paredes delgadas.
- Diseño de Columnas.

En cada una de estas secciones se aprecian diferentes tipos de problemas, existen los numéricos y los algebraicos, además de los juegos de forma interactiva todo en idioma inglés lo que permite un aporte a los estudiantes no solo desde el perfil estructural sino además en la ejercitación de otro idioma.

Conclusiones Parciales

1. Luego de revisar la literatura sobre la temática de Resistencia de Materiales, desde el punto de vista didáctico la misma pueden agruparse en dos tendencias fundamentales: los que abarcan aspectos teóricos, unido a aspectos didácticos y problemas resueltos y propuestos, y los que por separado abordan estos aspectos.
2. Otro de los aspectos fundamentales de este capítulo es que se aprecia el desarrollo histórico y la creación de la resistencia de materiales desde la antigüedad.
3. En nuestro país, el esquema didáctico que se ha adoptado para elaborar los materiales docentes en la temática de Resistencia de Materiales ha sido el de separar los aspectos teóricos en los libros o folletos de texto y acompañarlos de guías u orientaciones metodológicas, lo cual, aunque es equivalente al otro esquema, representa mayor dispersión en los materiales a consultar por los estudiantes.
4. Es evidente la importancia que actualmente se le está dando a este aspecto de la aplicación del software en la etapa de explotación del mismo. Algunos autores opinan: “la evaluación es una actividad procesual y no puntual, que implica la adopción progresiva de una serie de decisiones. Aplicada al terreno de la educación alcanza a todos sus componentes desde los humanos, como son los profesores y alumnos, hasta los instrumentales, y que finaliza con la emisión de un juicio de valor que viene condicionado por su plataforma teórica”.

Capítulo No II: Análisis de necesidades y propuesta metodológica de un conjunto de ejercicios resueltos y propuestos.

2.1 Introducción al Capítulo

El presente capítulo se tratará una propuesta metodológica de ejercicios propuestos y resueltos para complementar la impartición de la Resistencia de Materiales.

Se presenta el diseño empírico de la investigación, se identifica la población y se selecciona la muestra, se describen los instrumentos utilizados para determinar las necesidades de los alumnos que los profesores identifican con respecto al desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Resistencia de Materiales, y se fundamenta científica y metodológicamente de esa forma la estructura de los problemas resueltos y propuestos a elaborar, analizándose los resultados de los instrumentos aplicados.

2.2 Metodología de la Investigación.

Los diferentes investigadores no siempre adoptan las mismas posiciones para estudiar un mismo problema. Algunos prefieren realizar esta actividad desde una posición cualitativa por lo que estudian la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tiene para las personas implicadas.

Otros prefieren desde una posición cuantitativa donde se pretende explicar y predecir los fenómenos investigativos buscando regularidades y relaciones causales entre elementos. (Sampieri, 2006). Los planteamientos a investigar son específicos y delimitados desde el inicio de un estudio. La recolección de los datos se fundamenta en la medición y el análisis en procesamientos estadísticos.

Ambos procesos son empíricos, pues recolectan datos de una realidad objetiva o construida. En términos generales, los dos enfoques emplean procesos cuidadosos, sistemáticos y empíricos para generar conocimientos. Ambos enfoques resultan muy valiosos y han realizado notables aportaciones al avance del conocimiento. (Sampieri, 2005), citado en (Rodríguez. P, 2008).

El enfoque mixto es un proceso que recoleta, analiza y vincula datos cuantitativos y cualitativos en un mismo estudio o una serie de investigaciones para responder a un planteamiento del problema. Se logra una perspectiva más precisa del fenómeno. Permite una percepción más integral, completa y holística. Además, si son empleados dos métodos- con fortalezas y debilidades propias que llegan a los mismos resultados, esto incrementa nuestra confianza en que estos son una representación fiel, genuina y fidedigna de lo que ocurre con el fenómeno estudiado. (Todd y Lobeck, 2004), citado en (Sampieri, 2006)

2.3 Tipo de Investigación.

La investigación realizada es de tipo no experimental exploratorio y descriptivo; ya que, con la Información obtenida, se determinó con mayor amplitud la falta de un manual de problemas resueltos y propuestos para la asignatura “Resistencia de Materiales” en el plan de estudio D que pudiera ser de ayuda a los alumnos en su formación profesional.

“Los estudios descriptivos miden de manera independiente los conceptos o variables a los que se refieren, aunque pueden integrar las mediciones de cada una de dichas variables para decir cómo es y cómo se manifiesta el fenómeno de interés...” (Rodríguez, Gil & García, 2000, p.61)

2.4 Propuesta para la confección de un conjunto de Problemas Resueltos y Propuestos (Estructura Metodológica)

Este grupo de ejercicios resueltos y propuestos tiene como objetivo ayudar al estudiante a desarrollar el método correcto de estudio, a dirigir sus esfuerzos hacia las cuestiones o aspectos que son fundamentales para lograr los objetivos propuestos y básicamente, a partir del conocimiento de los conceptos teóricos, a contribuir al desarrollo de las habilidades prácticas necesarias, a los hábitos del trabajo independientemente y la capacidad creadora.

- Se va a elaborar los problemas resueltos y propuestos en los siete temas distribuidos en la asignatura de la siguiente forma:
 - ✓ **Tema I Generalidades** Introducción a la Asignatura. Conceptos Básicos. Herramientas de la RM. Hipótesis.
 - ✓ **Tema II Elementos sometidos a Esfuerzos Axiales** Diagramas de N , σ vs. ε en Tracción-Compresión. Cálculo de ΔL . Diseño de elementos a tensión-compresión.
 - ✓ **Tema III Sistemas Hiperestáticos**
 - ✓ **Tema IV Elementos sometidos a Esfuerzo Cortante** Diseño de uniones.
 - ✓ **Tema V Estado Tenso-Deformacional Plano** Solución Analítica. Solución Gráfica.
 - ✓ **Tema VI Criterios de Resistencia**
 - ✓ **Tema VII Análisis de Elementos sometidos a Flexión** Diseño y Revisión a Flexión. Cálculo de Desplazamientos en elementos sometidos a flexión. Doble integración y MPO. Diseño y Revisión Integral a Flexión.
- Cada ejercicio resuelto tendrá una guía o indicación metodológica que sirva de ayuda para una mejor comprensión.

- Se va a añadir a algunos pasos de la solución preguntas de control para mejorar la asimilación del contenido.
- Se ponen ejercicios propuestos de diferentes temas y con diferente grado de dificultad, empezando de lo más fácil hasta lo más complejo.
- Se utiliza el software Mathcad para elaborar un libro electrónico que sirva para sintetizar y agrupar de forma compacta en un lenguaje de programación los ejercicios resueltos en los diferentes temas.

2.5 Problemas Resueltos por Temas

Todos los problemas resueltos se encuentran en el libro electrónico y además en los anexos del presente trabajo. Los mismos se han concebido tratando de cubrir las necesidades de los estudiantes y abarcando los posibles tipos de problemas en los distintos temas.

2.5.1 Tema I: Generalidades

Responda si los siguientes planteamientos son V o F y justifica la validez de su elección:

1. V La Resistencia de Materiales estudia el comportamiento de los cuerpos sólidos frente a distintos tipos de acciones.
2. E La Resistencia es la capacidad de los elementos de mantener su forma de equilibrio original sin romperse.
3. E La estabilidad es la capacidad de unas estructuras de oponerse a las cargas exteriores en lo que se refiere a los desplazamientos, manteniendo su forma original.
4. F Desplazamiento es sinónimo de cambio de forma o deformación.
5. F Las deformaciones plásticas se recuperan totalmente al retirar las cargas.
6. F El cizallamiento surge cuando las fuerzas exteriores tienden a separar dos secciones planas paralelas de la barra, perpendiculares a su eje, alargando o acortando el mismo.
7. V La torsión se diferencia de la flexión en que esta última representa un giro de las secciones transversales, mientras que la primera consiste en la desviación de la barra del elemento.
8. V En el método de los esfuerzos admisibles, la seguridad se introduce en el diseño estructural al reducir los esfuerzos resistentes a valores muy bajos, mientras que los esfuerzos actuantes se toman con sus valores normativos.

2.5.2 Tema II: Elementos sometidos a Esfuerzos Axiales

El objetivo que persigue este apartado es que los estudiantes apliquen los conocimientos relacionados con la determinación de fuerzas y esfuerzos axiales en barras rectas o sistemas isostáticos y la construcción de diagramas de los mismos en la solución de problemas y aplicaciones. Para ello se debe hacer mención a los dos grupos de problemas que existen en Resistencia de Materiales(RM) los cuales se muestran en la siguiente tabla:

TIPOS DE PROBLEMAS DE RESISTENCIA DE MATERIALES	ANÁLISIS	Determinación de Fuerzas/Esfuerzos (Diagramas)...		
		Determinación de Desplazamientos/Deformaciones (Diagramas)...		
		...		
	DISEÑO O COMPROBACIÓN	<u>DISEÑO:</u> • Determinar las dimensiones de la sección para que el elemento resista tal “esfuerzo admisible” o se deforme menos que... <u>COMPROBACIÓN O CHEQUEO:</u> • Determine si el elemento resiste tal carga... • Determine la carga máxima que puede actuar sobre el elemento para que su deformación sea tal.... • Determine la carga máxima que soporta el elemento...		

Tabla 2.1 Calsificación de los tipos de problemas en RM

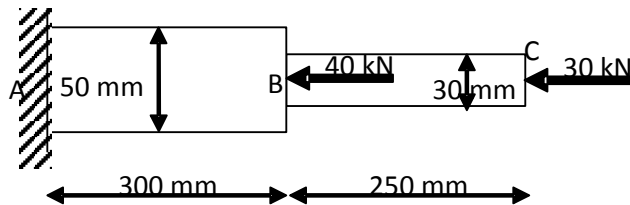
Además, que para resolver cualquiera de los problemas relacionados con este tema, se aplicaran las **ECUACIONES DE EQUILIBRIO** y el **MÉTODO DE LAS SECCIONES O LOS NUDOS**, en la determinación de las fuerzas interiores en los elementos que se traten. A partir de aquí, las formulaciones más recurrentes serían:

NO.	CONCEPTO	ELEMENTO DE RESPUESTA		CONCEPTO
		RESPUESTA EN FUERZAS	RESPUESTA EN DESPLAZAMIENTOS	
1	ESFUERZO	$\sigma = \frac{N}{A}$	$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$	DEFORMACIÓN
2	RIGIDEZ	$\frac{E \cdot A}{L}$	$\Delta l = \sum_n \int_0^l \frac{q_i dz}{E_i A_i} + \sum_{n1} \frac{N_i l_i}{E_i A_i} + \sum_n l_i \alpha_i \Delta t_i$	DESPLAZAMIENTO
Fuerza Axial = Re acción Elástica = N = Rigidez · $\Delta l = \frac{E \cdot A}{L} \cdot \Delta l$				

Tabla 2.2 Formulaciones del tema.

Problema Resuelto # 1

Dos barras cilíndricas sólidas unidas en B están cargadas como se muestra. La barra AB es de acero ($E = 200 \text{ GPa}$), la barra BC es de latón ($E = 105 \text{ GPa}$). Hallar: a. El desplazamiento del punto C. b. El desplazamiento del punto B.



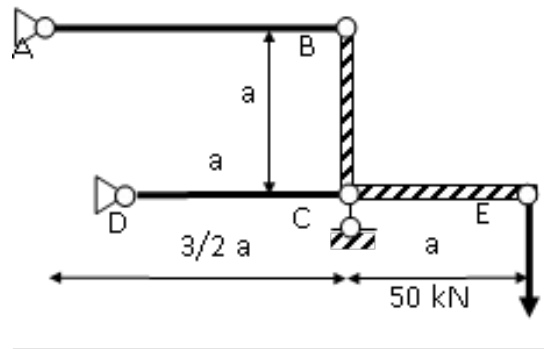
Problema resuelto # 2

¿Cuáles serían los resultados del problema anterior, si consideramos su posición vertical con el empotramiento en el extremo inferior y el efecto del

$$\text{acero} = 78.5 \text{ kN/m}^3, \quad \text{laton} = 84.7 \text{ kN/m}^3?$$

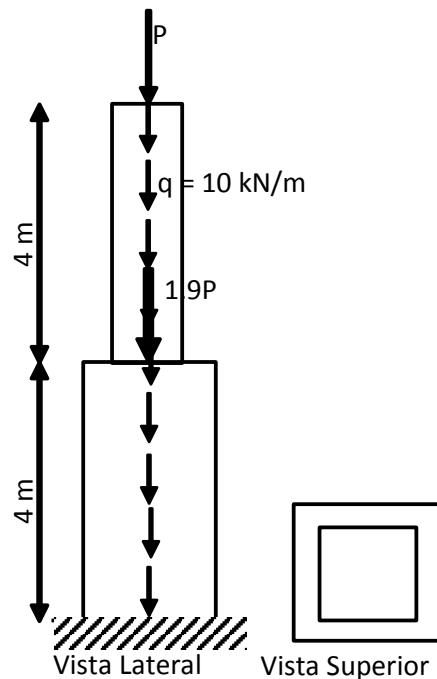
Problema resuelto # 3

La barra rígida quebrada BCE se apoya en dos barras AB y CD y en el simple apoyo C. El conector AB es de aluminio ($E = 70 \text{ GPa}$) y tiene una sección transversal de 300 mm^2 ; el conector CD es de acero ($E = 200 \text{ GPa}$) y tiene una sección transversal de 600 mm^2 . Para la fuerza de 50 kN mostrada, halle el desplazamiento vertical y horizontal de E y los esfuerzos en las barras AB y CD, si $a = 1 \text{ m}$.



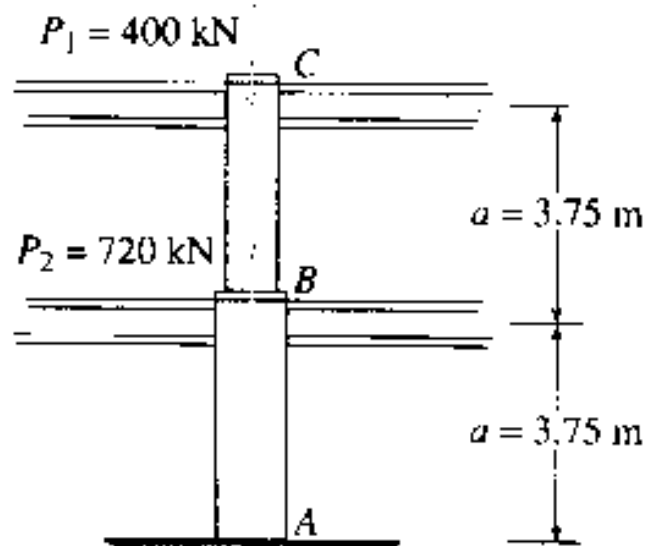
Problema resuelto # 4

El elemento mostrado es de sección maciza cuadrada escalonada, el tramo inferior tiene 350 mm de lado y sobresale 75 mm a cada lado del superior. Determine la carga máxima que puede actuar si se conoce que $\Delta_{adm} = 1.5 \text{ mm}$, $\sigma_U = 15 \text{ MPa}$ y se desea un $FS = 3$ ante la falla. Considere $E = 22 \text{ GPa}$. **Sugerencia:** Revise primero por el criterio de resistencia y después por el criterio de rigidez. **En caso de no cumplir con el criterio de rigidez proponga soluciones.**



Problema resuelto # 5

Un edificio de dos niveles tiene columnas cuadradas AB en la planta baja y BC en el primer piso de ladrillo ($\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$). La carga del techo P_1 , es igual a 400 kN y la carga P_2 del primer piso es de 450 kN. Cada columna tiene longitud $a = 3.75 \text{ m}$. Si el esfuerzo admisible a compresión en los ladrillos es de 7.5 MPa, el módulo de deformación $E = 12 \text{ GPa}$, y que el desplazamiento admisible de las columnas es de 5 mm, determine las dimensiones mínimas de las columnas en cada tramo, suponiendo que las dimensiones calculadas pudieran ejecutarse en ladrillo. **Sugerencia:** Realice el diseño por resistencia y posteriormente compruebe el criterio de rigidez. **En caso de no cumplir con el criterio de rigidez proponga soluciones.**



2.5.3 Tema III: Barras hiperestáticas. Métodos generales de solución

En este tema el estudiante deberá aplicar conocimientos del tema II para el cálculo de desplazamientos en tres tipos de problemas diferentes y además deberá aplicar el método de las fuerzas a la solución de problemas de análisis / diseño y revisión de elementos hiperestáticos sometidos a esfuerzos axiales.

En la mayor parte de estos problemas las mismas reacciones, que son fuerzas externas, no pueden hallarse simplemente dibujando el diagrama de cuerpo libre del elemento y escribiendo las ecuaciones de equilibrio correspondientes. Éstas deben complementarse con relaciones obtenidas considerando la geometría y las condiciones de apoyo del problema que incluyan las deformaciones, y por eso se les llama también a estas, ecuaciones de compatibilidad en deformaciones o desplazamientos. Como la estática no es suficiente para determinar las reacciones o las fuerzas internas, los problemas de este tipo se dice que son estáticamente indeterminados. Los métodos que se usan para resolver esta indeterminación en análisis de estructuras son variados, pero una agrupación simplificatoria de los mismos permite clasificarlos en:

MÉTODOS DE ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS	OPERACIONALES	Método de las Fuerzas
		Método de los Desplazamientos / Rigidez.
		Métodos Mixtos
		Métodos Iterativos
	ENERGÉTICOS / NUMÉRICOS	MEF
		MDF

El enfoque del método de las fuerzas que es el que se utilizará, plantea la idea de elaborar una estructura equivalente a la original, pero que sea isostática (Sistema Base) y buscar la compatibilidad de ambos sistemas mediante los desplazamientos de ambos en los apoyos fundamentalmente, que es donde son nulos, los cuales deben comportarse de la misma forma. Una secuencia lógica simplificada para resolver problemas por este método nos lleva a la siguiente metodología:

1. Determinar el GH.
2. Construir el Sistema Base.
3. Planteamiento del Sistema de Ecuaciones de Equilibrio y Canónicas (SEC).

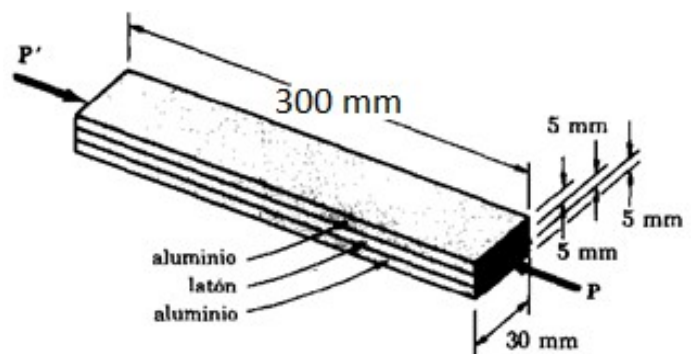
5. Determinación de los coeficientes y Términos independientes del SEC
6. Solución del SEC y determinación de las incógnitas X_i .
7. Determinación de los diagramas de sollicitación definitivos (Axial) o los valores que se solicitan en el problema.

Como se había señalado antes este tema se divide en tres problemas tipos, el primer grupo se llamará (**Barras de dos materiales Coaxiales**), el segundo (**Barras con o sin holgura**) y el tercero (**Sistemas de Cables**) siendo todos estos problemas hiperestáticos de $GH=1$ y los mismos se agrupan por tener diferente las ecuaciones de compatibilidad y de equilibrio según sean los casos. Independientemente de esto todos los problemas pueden estar sujetos a cambios de temperatura y esto se refleja incorporando dicho termino en la ecuación de compatibilidad.

Barras de dos materiales Coaxiales (1er Grupo)

Problema # 1

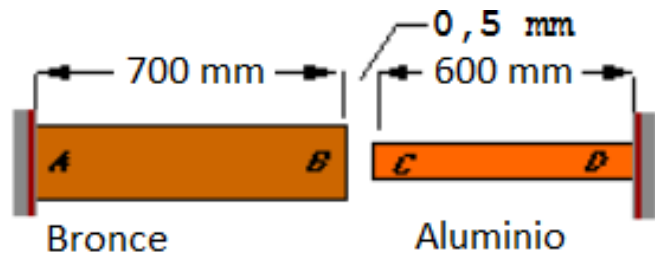
Una barra de 300 mm de longitud, con sección de $h \times b = 15 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ consta de dos capas de aluminio de 5 mm, perfectamente adheridas a una central de latón del mismo espesor. Si se le somete a cargas axiales $P = 50 \text{ kN}$ y sabiendo que $E_{\text{alum}} = 70 \text{ GPa}$ y $E_{\text{latón}} = 105 \text{ GPa}$, halle el esfuerzo en cada material y el desplazamiento de la barra.



Barras con o sin holgura (2do Grupo)

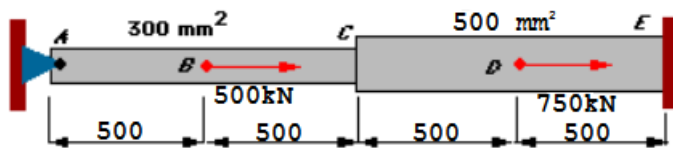
Problema # 2

La barra de bronce ($E = 105 \text{ GPa}$, $A_b = 2000 \text{ mm}^2$) y de aluminio ($E = 70 \text{ GPa}$, $A_a = 1000 \text{ mm}^2$) están conectadas a extremos fijos e inicialmente separadas por la holgura indicada a 20°C . Determine las reacciones de apoyo, después que la temperatura alcance los 160°C .



Problema # 3

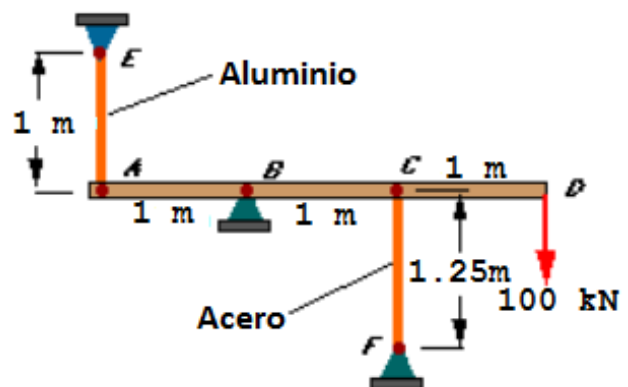
La barra escalonada de acero ($E = 200 \text{ GPa}$) mostrada es sometida a las fuerzas intermedias indicadas. Determine las reacciones en A y E respectivamente y el desplazamiento del punto C



Sistemas de Cables (3er Grupo)

Problema # 4

La barra rígida ABCD está soportada por una articulación en B y las barras de aluminio AE ($E = 70 \text{ GPa}$) y de acero CF ($E = 205 \text{ MPa}$). Ambas barras tienen 1500 mm^2 de sección transversal. Determine la fuerza axial a que están sometidas las barras y el desplazamiento en D



2.5.4 Tema IV: Elementos a Esfuerzo Cortante Diseño de uniones

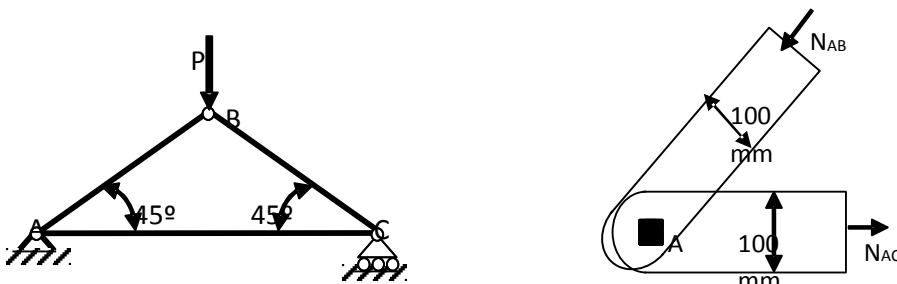
El estado de esfuerzos que se genera en este tipo de uniones, aunque resulta complejo, la aplicación de un grupo de hipótesis simplificadoras, lo reduce considerablemente en complejidad, por lo que se puede sistematizar el proceso

de diseño y/o revisión a los siguientes modos de fallo que a la vez coinciden con los criterios de diseño en este tipo de uniones y las formulaciones que se muestran, que aunque en este caso se plantean para uniones asolape, tienen un carácter conceptual en este resumen:

Tipos de fallas que se producen en las uniones metálicas con pernos	Elemento que falla en la unión	Forma de falla o criterio de diseño/revisión	Formulación
	Falla por los pernos	Falla por cortante	$\tau_{act} = \tau_{med} = \frac{P}{A} = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}} \leq \tau_{adm \text{ perno}}$
	Falla por las planchas	Falla por Tensión en el área neta	$\sigma_{actt} = \frac{P}{A_{neta}} = \frac{P}{b \cdot t - n' \cdot d \cdot t} \leq \sigma_{adm \text{ t}}$
		Falla por Aplastamiento	$\sigma_{actapl} = \frac{P}{A_{apl}} = \frac{P}{n \cdot d \cdot t} \leq \sigma_{adm \text{ apl}}$
		Falla por desgarramiento	$\tau_{actdes} = \frac{P}{A_{desg}} = \frac{P}{2 \cdot (n - n_f) \cdot a \cdot t + 2 \cdot n_f \cdot a_0 \cdot t} \leq \tau_{adm \text{ desg}}$

Problema # 1

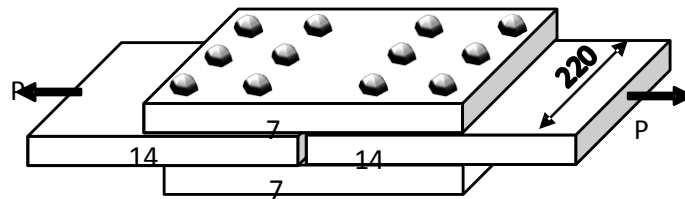
Si la armadura cuyo esquema de cálculo se muestra estuviera conformada por planchas de 100 mm de ancho y espesor 10 mm, unidas por un solo perno de diámetro $d = 20$ mm en los nudos, como se representa en el esquema de la derecha, y conociendo que los esfuerzos admisibles son: $\sigma_{adm \text{ tensión}} = 160$ MPa, $\sigma_{adm \text{ aplastam}} = 320$ MPa, $\tau_{adm \text{ pernos}} = 90$ MPa, determine el valor máximo de P, con base en el diseño para las uniones del elemento AC.



Problema # 2

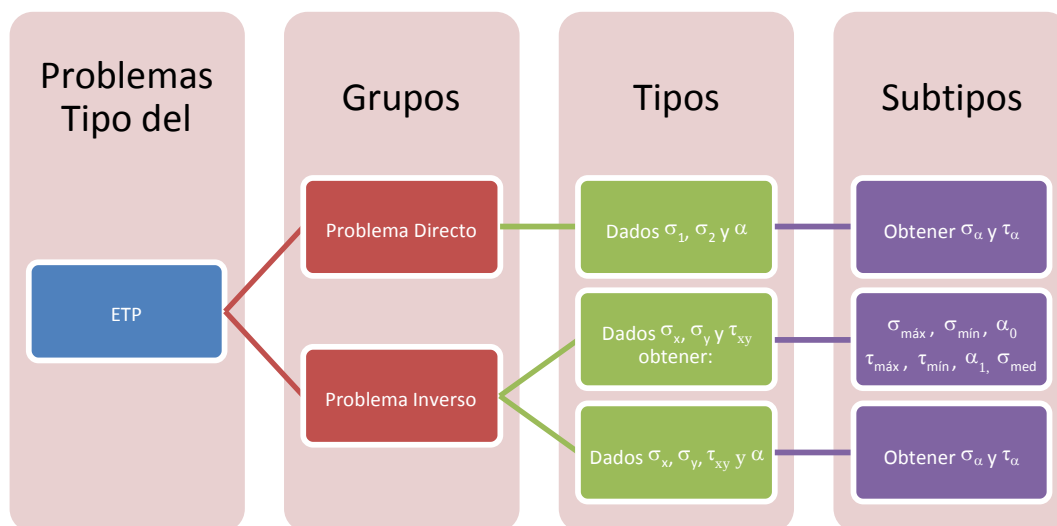
Determine el diámetro de los pernos en la unión mostrada en la figura, conociendo que $P = 250$ kN, que el esfuerzo admisible a cortante en las planchas y en los pernos es de 90 MPa, que el esfuerzo admisible a tensión es

160 MPa, y a aplastamiento 320 MPa. Las distancias entre pernos son de 3.5 d y de los pernos al borde 2 d. **Sugerencia:** use un número entero de mm en el resultado.



2.5.5 Tema V: Estado Tenso-Deformacional Plano Solución Analítica

Antes de resolver algún ejemplo deseamos resumir los problemas tipos que, relacionados con el estado tensional en su formulación analítica podemos encontrarnos. Ya habíamos señalado que existían dos grandes grupos de problemas:



A continuación se muestra el convenio de signos adoptado para este tema:

- ✓ Los valores negativos de los ángulos α_1, α_0 les corresponden valores medidos en dirección horaria con respecto al sistema de referencia XY. **En general, es positivo cuando se mide en sentido anti horario.**
- ✓ El valor positivo del esfuerzo tangencial en la cara donde actúa hace girar el elemento en sentido anti horario. El esfuerzo en equilibrio con este en la cara donde actúa haría girar el elemento en sentido horario, por tanto hace momento negativo, aunque se haya dibujado en la dirección positiva de los ejes XYZ en las Fig. 2, 4 y 6.

- ✓ En el razonamiento anterior debemos tomar en cuenta que importa su valor algebraico, o sea con el signo, por lo que un esfuerzo de -500 kPa será menor que otro de 100 KPa.
- ✓ Pensando en 3D, debemos aclarar que si uno de los esfuerzos principales calculados resulta negativo, debemos denominar a los esfuerzos principales no σ_1, σ_2 sino σ_1, σ_3 y si los dos resultan negativos, entonces deberán denominarse σ_2, σ_3
- ✓ Los valores de α_1, α_0 calculados, siempre deberán ser tomados de forma que $2\alpha_1 < 90^\circ$ y $2\alpha_0 < 90^\circ$.

PROBLEMA DIRECTO : se consideran conocidos la posición de los planos principales y los esfuerzos que actúan sobre ellos y se necesita determinar los esfuerzos normales y tangenciales en planos inclinados a ángulos dados con respecto a la posición de los planos principales.

Casos Particulares:

1. Cuando $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = \sigma$, en este caso la tensión tangencial es nula y el esfuerzo normal tiene un valor constante $\sigma_\alpha = \sigma$. Este estado tensional se denomina **tensión (compresión) biaxial uniform** (fig. 8, a.).

2. Cuando $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = 0$ y $\sigma_3 = -\sigma$, en este caso si calculamos los esfuerzos normales y tangenciales en los planos de igual inclinación respecto a σ_1 y σ_3 , es decir cuando $\alpha = 45^\circ$ y $\beta = 135^\circ$, obtendríamos $\sigma_\alpha = \sigma_\beta = 0$, y $\tau_\alpha = \pm \sigma$. A este estado se le denomina **deslizamiento o cortante puro** (fig. 8, b.).

Si en las expresiones (1) a la (5) hacemos $\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = \sigma$ y correspondientemente a un estado de esfuerzos principales, obtenemos:

(2.1)

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha$$

(2.2)

$$\tau_\alpha = - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha$$

(2.3)

$$\sigma_\beta = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\beta$$

Los valores de σ_1 se han supuesto horizontales y con ellos se escogería σ_x para determinar el esfuerzo en la cara inclinada. **Por tanto, si σ_1 es vertical, deberá tomarse para calcular los esfuerzos en la cara inclinada la expresión de σ_y en un problema directo.**

Sobre la base anterior, los valores de τ_{xy} calculados por la expresión (2.2), dan el valor del esfuerzo tangencial en la cara donde actúa σ_x , **por tanto si σ_1 es vertical, deberán interpretarse con el signo que den los esfuerzos en la expresión (2.2).** En caso contrario en la cara inclinada actuarían esfuerzos de signo contrario al que da la expresión (2.2).

PROBLEMA INVERSO : conocidas las tensiones normales y tangenciales que actúan en dos planos mutuamente perpendiculares que pasan a través del punto dado, se necesita hallar las direcciones principales y las tensiones principales. **Ambos problemas se resuelven tanto de forma analítica como gráfica. La solución analítica del problema directo** ya ha sido esbozada en el desarrollo anterior. La solución del problema inverso también fue presentada en epígrafes precedentes, pero la complementaremos con la determinación de la posición de los planos principales y los planos donde actúan los esfuerzos tangenciales máximos.

Problema Inverso tipo I

Dichas ecuaciones permiten determinar el estado tensional de un elemento diferencial dentro de un elemento lineal:

- a. Los valores de los esfuerzos máximos y mínimos (esfuerzos principales),

$$\sigma_{\begin{matrix} \text{máx} \\ \text{mín} \end{matrix}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

- b. La inclinación de los planos en los que se producían dichos esfuerzos (planos principales),

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

- c. [REDACTED] máx, y el valor de los esfuerzos normales acompañantes:

$$\tau_{\begin{matrix} \text{máx} \\ \text{mín} \end{matrix}} = \mp \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \sigma' = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

- d. Los planos donde se producen los valores de los esfuerzos tangenciales máximos y su relación con los planos principales

$$\tan 2\alpha_1 = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2\tau_{xy}}$$

Problema Inverso tipo II

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (2.4)$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (2.5)$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (2.6)$$

$$\sigma_{x''} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin 2\theta$$

Problema resuelto # 1 y 2

Para el estado de esfuerzo dado, halle los esfuerzos normales y cortantes ejercidos sobre la cara oblicua del elemento triangular sombreado. Use un método de análisis basado en las ecuaciones de equilibrio (analítico).

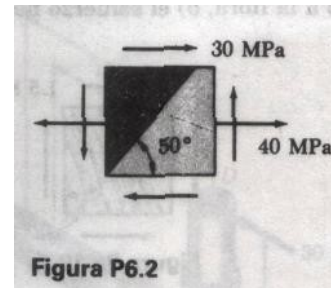
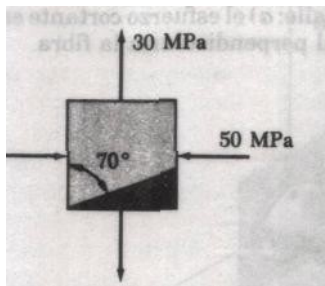


Figura P6.2

Problema resuelto # 3 y 4

Para el estado de esfuerzo dado, calcule de forma analítica: a) los planos principales, b) los esfuerzos principales, c) la orientación de los planos de máximo esfuerzo cortante, d) el máximo esfuerzo cortante en el plano, e) el esfuerzo normal correspondiente.

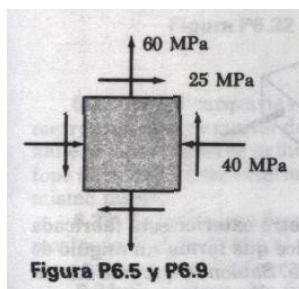


Figura P6.5 y P6.9

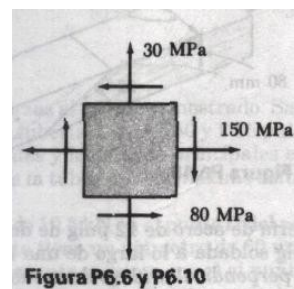


Figura P6.6 y P6.10

Solución Gráfica

Metodología o Secuencia para construir el círculo de Mohr:

1. Ubicar un sistema de referencia, (σ, τ) ,
2. Seleccionar una escala apropiada, para que el círculo al ser dibujado pueda ofrecer los valores de los ET dados con cierta exactitud mínima

(recuerden que se trata de un método gráfico) y que quepa en el espacio que disponemos, teniendo en cuenta que los valores de $(\sigma_{\text{máx}}, \sigma_{\text{mín}}, \tau_{\text{máx/mín}})$ son mayores que los datos de referencia $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$,

3. Ubicamos a escala el punto X, de coordenadas $X \equiv (\sigma_x, -\tau_{xy})$, que representa los esfuerzos en la cara donde actúa σ_x ,
4. Ubicamos a escala el punto Y, de coordenadas $Y \equiv (\sigma_y, \tau_{xy})$, que representa los esfuerzos en la cara donde actúa σ_y ,

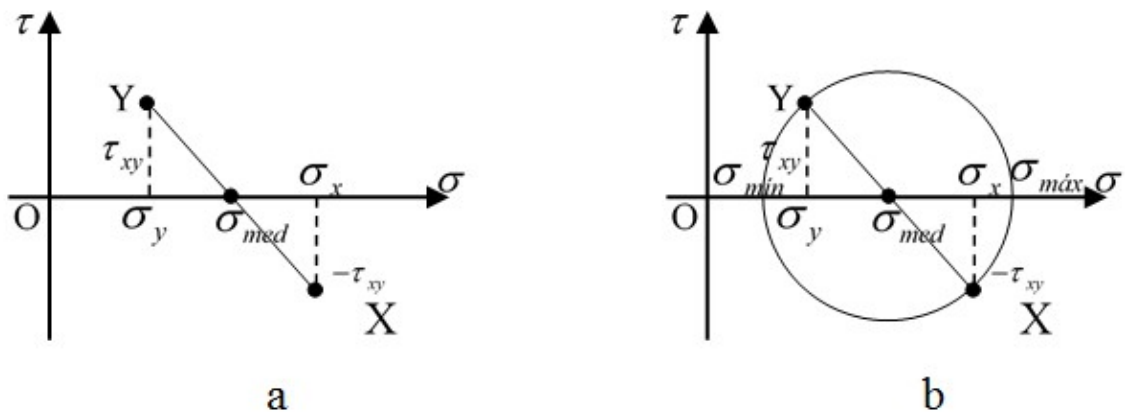


Fig:2.1 Constucción del Círculo de Mohor.

La alineación de dato que hemos referido está representada por la línea que une los puntos $X \equiv (\sigma_x, -\tau_{xy})$ y $Y \equiv (\sigma_y, \tau_{xy})$, pasando por el centro de la circunferencia de esfuerzos o de Mohr. Tomando esta alineación como referencia, el estado de esfuerzos representado por el punto A $\equiv (\sigma_x, 0)$ marca una inclinación de $2\alpha_0$ con respecto a la alineación de dato mencionada. Noten que si tratamos de calcular $\tan 2\alpha_0$ obtendríamos

— como era de esperarse.

$$\tan 2\alpha_0 =$$

En este procedimiento, si queremos determinar los esfuerzos en un ángulo θ determinado, debemos marcar 2θ con respecto a la alineación de datos, según el convenio de signos adoptado, y entonces encontrar el punto en la circunferencia de Mohr que corresponda y de ahí los esfuerzos buscados. Si quisiéramos encontrar el ángulo que forma un plano con valores de esfuerzos representados por un punto en la circunferencia, haríamos el proceso inverso, es decir, tomando dicho punto y el centro de la circunferencia, trazamos una alineación y medimos el menor ángulo formado entra dicha alineación y la

de datos, tomada como referencia. El ángulo buscado sería la mitad del medido de esta forma.

Problema resuelto # 5

Resolver de forma gráfica los problemas 1, 2, 3 que fueron resueltos anteriormente por el método analítico, utilizando el software MDSolids.

2.5.6 Tema VI: Criterios de Resistencia

En este apartado se analizarán las características bajo las que ocurre el fallo en elementos estructurales sometidos a estados de esfuerzo plano, utilizando los criterios más frecuentes para determinar la resistencia en elementos estructurales de materiales dúctiles y frágiles, así como su campo de aplicación.

Criterios de resistencia en materiales con fallo dúctil:

- a. Criterio de Tresca (Criterio del esfuerzo cortante máximo), según el cual el material constitutivo del elemento fallaba si $|\sigma_{máx}| \leq \sigma_y$ y $|\sigma_{mín}| \leq \sigma_y$, si los esfuerzos principales tenían el mismo signo, y $|\sigma_{máx} - \sigma_{mín}| \leq \sigma_y$ si tuviesen signos opuestos, pudiendo representarse gráficamente mediante el conocido hexágono de Tresca en honor al ingeniero francés Henri Edouard Tresca (1814-1885).
- b. Criterio de von Mises (Criterio de la máxima energía de distorsión), según el cual el material constitutivo del elemento analizado falla si $\sigma_{máx}^2 - \sigma_{máx}\sigma_{mín} + \sigma_{mín}^2 \leq \sigma_y^2$; es decir, siempre que el punto de coordenadas $\sigma_{máx}$ y $\sigma_{mín}$ caiga dentro del área, limitada por la elipse cuya ecuación es $\sigma_{máx}^2 - \sigma_{máx}\sigma_{mín} + \sigma_{mín}^2 = \sigma_y^2$, por lo que $\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{máx}^2 - \sigma_{máx}\sigma_{mín} + \sigma_{mín}^2}$ y debe ser menor que σ_f para que el material no fluya.

Si se comparan el criterio del máximo esfuerzo cortante con el de la energía máxima de distorsión. Nótese que la elipse **pasa por los vértices del hexágono de Tresca**. En consecuencia, para los estados de esfuerzo representados por estos seis puntos, los dos criterios coinciden. Para cualquier otro estado de esfuerzo, el criterio del máximo esfuerzo cortante es más conservador que el criterio de la máxima energía de distorsión, ya que el hexágono está localizado dentro de la elipse.

2. Criterios de Resistencia en Materiales con fallo frágil:

- a. Criterio de Coulomb (Criterio del esfuerzo normal máximo), según el cual el material constitutivo de un elemento lineal sometido a ET plano fallaría si los valores absolutos de los esfuerzos principales σ_a y σ_b superan ambos a σ_u : $|\sigma_{máx}| \leq \sigma_U$ y $|\sigma_{mín}| \leq \sigma_U$ **y es también conocido como Criterio de Coulomb**, en honor al físico francés Charles Augustin de Coulomb (1736-1806).

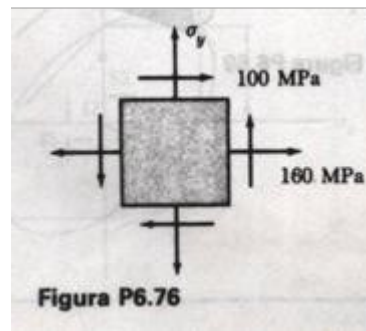
- b. Criterio de Mohr (Criterio del esfuerzo normal máximo) es una modificación del criterio de Coulomb para este tipo de materiales, teniendo en cuenta que en muchos de ellos los esfuerzos de rotura no son iguales en tensión y compresión, por lo que se plantea $|\sigma_{m\acute{a}x}| \leq \sigma_{UC}$ y $|\sigma_{m\acute{i}n}| \leq \sigma_{UC}$ para el caso de ambos esfuerzos principales negativos y $\sigma_{m\acute{a}x} \leq \sigma_{UT}$ y $\sigma_{m\acute{i}n} \leq \sigma_{UT}$ para el caso de ambos esfuerzos principales positivos.
- c. Criterio de Saint-Venant (Criterio de la máxima deformación normal) según el cual el material constitutivo de un elemento lineal sometido a ET plano fallaría si los valores de las deformaciones normales principales ϵ_a y ϵ_b a lo largo de los ejes principales en el plano de esfuerzo, fuesen menores que un valor ϵ_u de la deformación a la cual fallará una probeta del mismo material a tensión y se escribe:

$$|\epsilon_a| < \epsilon_t \text{ y } |\epsilon_b| < \epsilon_t$$

Haciendo uso de la ley general de Hooke se podrían expresar estas relaciones en términos de los esfuerzos principales σ_a y σ_b y la resistencia última σ_u del material.

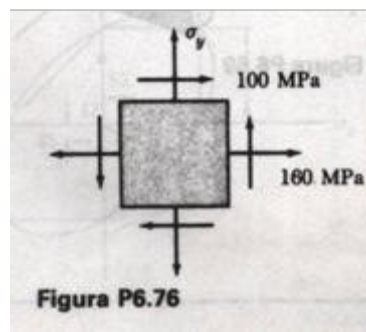
Problema resuelto # 1

El estado de esfuerzo plano mostrado ocurre en un componente estructural hecho de acero con $\sigma_f = 250$ MPa. Usando el criterio del esfuerzo cortante máximo, determine si ocurre fluencia cuando: a) $\sigma_y = 160$ MPa, b) $\sigma_y = 40$ MPa, c) $\sigma_y = -40$ MPa.



Problema resuelto # 2

Resuelva el problema 6.76 usando el criterio de máxima energía de distorsión.



Problema resuelto # 3

El estado de esfuerzo mostrado ocurrirá en un componente de aluminio fundido. Si para la aleación usada $\sigma_{UT} = 60 \text{ MPa}$ y $\sigma_{UC} = 120 \text{ MPa}$ y valiéndose del criterio de Mohr, halle el esfuerzo cortante τ_0 en el cual puede presentarse la ruptura.

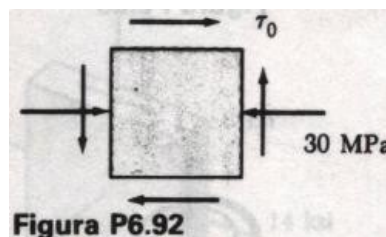


Figura P6.92

2.5.7: Tema VII. Análisis, Diseño y Revisión de elementos sometidos a flexión

En este apartado se aplicarán las herramientas necesarias para realizar el análisis, diseño y revisión por resistencia y rigidez de elementos a flexión transversal, así como la metodología necesaria para la solución de problemas de este tipo.

A continuación se resumen las expresiones necesarias para las secciones más utilizadas:

Tipo de Sección	Diseño	Revisión
	Condiciones de Resistencia	Condiciones de Resistencia
General (Perfiles Metálicos u otras)	Esf. Normales: $W_T \geq \frac{M}{[\sigma]_T}$ y $W_C \geq \frac{M}{[\sigma]_C}$, de ahí se fijan las dimensiones/forma que cumplan con los módulos calculados	Esf. Normales: $\sigma_{\text{act máx T}} = \frac{M}{I} y_T = \frac{M}{W_T} \leq [\sigma]_T$ $\sigma_{\text{act máx C}} = \frac{M}{I} y_C = \frac{M}{W_C} \leq [\sigma]_C$
	Esf. Cortantes: $\frac{bI}{Q_{\text{máx}}} \geq [\tau]$, de ahí es necesario fijar las dimensiones que cumplan con esta relación.	Esf. Cortantes: $\tau_{\text{act máx}} = \frac{VQ_{\text{máx}}}{bI} \leq [\tau]$
Rectangular	Esf. Normales: $\frac{bh^2}{6} \geq \frac{M}{[\sigma]_T}$ y $\frac{bh^2}{6} \geq \frac{M}{[\sigma]_C}$, se fija la relación h/b , se sustituye en las expresiones anteriores y se despeja una de las dimensiones y luego la otra.	Esf. Normales: $\sigma_{\text{act máx T}} = \frac{M}{I} y_T = \frac{M}{W_T} = \frac{M}{\frac{bh^2}{6}} \leq [\sigma]_T$ $\sigma_{\text{act máx C}} = \frac{M}{I} y_C = \frac{M}{W_C} = \frac{M}{\frac{bh^2}{6}} \leq [\sigma]_C$
	Esf. Cortantes: $b \cdot \left(\frac{bh^3}{12} \right) \geq \frac{V}{[\tau]} \Rightarrow A = bh \geq \frac{3}{2} \cdot \frac{V}{[\tau]}$, fijando la relación h/b , resustituye en la expresión anterior y se despeja una de las dimensiones y luego la otra.	Esf. Cortantes: $\tau_{\text{act máx}} = \frac{V \left(\frac{bh \cdot h}{2 \cdot 4} \right)}{b \left(\frac{bh^3}{12} \right)} = \frac{3V}{2bh} = \frac{3V}{2A} \leq [\tau]$

Un punto muy importante en todo esto lo constituye la metodología de trabajo durante el análisis, diseño y/o revisión de elementos sometidos a flexión transversal, que abarque tanto a elementos del surtido de perfiles metálicos como a elementos de otras formas de secciones transversales. En general los

problemas de diseño los convertiremos en problemas de diseño por resistencia a esfuerzos normales y comprobación de los demás criterios, o sea, resistencia a cortante y rigidez. Para ello el procedimiento sería:

1. Determinación de $[\sigma]$ y $[\tau]$ en función del material que se trate.
2. Realizar el análisis, persiguiendo determinar los diagramas de M y V, y especialmente dentro de ellos, los valores de $M_{\max}$ y $V_{\max}$ o los valores de M y V en todos los puntos de interés a analizar.
3. Determinar W ó S requerido por esfuerzos normales, a partir de las condiciones de diseño: $W_T \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]_T}$ y $W_C \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]_C}$, y de ahí el mayor de ellos será W_{req} ó S_{req} .
4. Escoger el perfil metálico de un surtido que cumpla que W ó $S \geq W_{req}$ ó S_{req} , o proponer unas dimensiones de sección transversal que lo satisfagan.
5. Comprobar la resistencia por cortante en los puntos más esforzados a esta sollicitación: $\tau_{act\ max} = \frac{VQ_{\max}}{bI} \leq [\tau]$ ó $\tau_{act\ max} \approx \frac{V}{A_{alma}} \leq [\tau]$, para perfiles metálicos ó $\tau_{act\ max} = \frac{3V}{2bh} = \frac{3V}{2A} \leq [\tau]$, para vigas de sección rectangular.
6. Para vigas metálicas I, hechas de materiales dúctiles como el acero, es necesario además verificar que el esfuerzo máximo en la unión Ala-Alma sea menor que el permisible: $\sigma_{\max} = \frac{\sigma_m}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{2}\right)^2 + \tau^2} \leq [\sigma]$
7. Revisar de nuevo la sección, incluyendo el peso propio del elemento como resultado de haber determinado el perfil, si este no se había tenido en cuenta, al menos de forma aproximada (Repetir los pasos del 2 al 6).
8. Comprobar el criterio de rigidez por cualquiera de los métodos (Método de los Parámetros de Origen (MPO) ó Método de la Doble Integración), o sea que $\Delta \leq \Delta_{adm}$, que de no cumplirse, determinaría un nuevo perfil, a partir de que la $I_{req} = \#/(E\Delta_{adm})$ de donde determinamos el perfil o h ó b, fijando alguna relación e/ ellas.

A continuación se muestra una metodología resumida de ambos métodos y se le recomienda a los estudiantes utilizar el MPO en la solución de los problemas.

METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN DE LA FLECHA Y EL ÁNGULO DE GIRO POR EL MÉTODO DE LA DOBLE INTEGRACIÓN.

1. Es necesario recordar que el primer paso será fijar el sistema de referencia, que siempre será el adoptado en la figura 2.
2. El segundo paso es obtener la ecuación de momento como una función de la posición. Esto deberá hacerse por tramos, y para tantos tramos como sean necesario situar en la viga analizada. Esta es una de las principales desventajas del método en su aplicación.

3. El tercer paso será sustituir la ecuación de momento e integrar una vez para obtener el ángulo de giro:

$$\theta = y' = \int \frac{M(z)}{EI} dz + C_1$$

4. El cuarto paso será realizar una segunda integración sobre la expresión anteriormente obtenida de ángulo de giro. Si se integra por segunda vez, se obtiene la expresión de la flecha:

$$y = \int y' dz = \int \theta dz = \int \left(\int \frac{M(z)}{EI} dz + C_1 \right) dz = f(z) + C_2$$

5. El quinto paso será determinar los valores de las constantes de integración surgidas del proceso anterior, evaluando para ello dos condiciones de borde (Flecha y ángulo de giro) por cada tramo integrado.
6. El último paso sería determinar los valores de dicha expresión evaluando z , encontrando sus valores máximos.

METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN DE LA FLECHA Y EL ÁNGULO DE GIRO POR EL MÉTODO DE LOS PARÁMETROS DE ORIGEN:

1. Es necesario recordar que el primer paso será fijar el sistema de referencia, que siempre será el adoptado antes.
2. El segundo paso es obtener las reacciones de apoyo en forma de fuerzas y momentos actuantes en los apoyos.
3. Obtener los valores de las discontinuidades en el inicio de la viga ($z = 0$), en las transiciones ($z = a$, etc) y en la frontera final ($z = L$) de la viga.
4. Para cada tramo, plantear la ecuación de Snitko-Kulikovskii evaluando las discontinuidades en la frontera de cada tramo. De acá vemos que todas las ecuaciones quedan en función de dos parámetros en el origen que resultan desconocido para cada condición de apoyo en el origen que se trate. Cuando ocurren cambios en la sección transversal, la expresión a usar es:

$$y_n(z) = y_{n-1}(z) + \Delta y_a + \Delta y'_a(z-a) + \left[\frac{M_n(a)}{EI_n} - \frac{M_{n-1}(a)}{EI_{n-1}} \right] \frac{(z-a)^2}{2!} + \left[\frac{V_n(a)}{EI_n} - \frac{V_{n-1}(a)}{EI_{n-1}} \right] \frac{(z-a)^3}{3!} + \left[\frac{q_n(a)}{EI_n} - \frac{q_{n-1}(a)}{EI_{n-1}} \right] \frac{(z-a)^4}{4!} + \left[\frac{q'_n(a)}{EI_n} - \frac{q'_{n-1}(a)}{EI_{n-1}} \right] \frac{(z-a)^5}{5!} \dots \quad (2.7)$$

Si no ocurren cambios en la rigidez, siendo el producto $EI = \text{cte}$. A lo largo de la viga, usamos:

$$y_n(z) = y_{n-1}(z) + \Delta y_a + \Delta y'_a(z-a) + \frac{\Delta M_a (z-a)^2}{EI} + \frac{\Delta V_a (z-a)^3}{EI} + \frac{\Delta q_a (z-a)^4}{EI} + \frac{\Delta q'_a (z-a)^5}{EI} \dots \quad (2.8)$$

5. Obtener los valores de los parámetros iniciales o de origen de la viga (en $z = 0$) que resultan siempre incógnitos. Independientemente de la

condición de apoyo que se trate, siempre vamos a tener parámetros desconocidos, que determinamos evaluando los parámetros del ETD de la viga, o sea las condiciones de frontera para el elemento ($z = L$).

6. Evaluar las ecuaciones de flecha obtenida para los distintos valores de z comprendidos en el tramo correspondiente y obtener los valores de flecha para cada tramo.
7. Determinar el máximo de la flecha en la viga:
 - a. Derivar la ecuación de la flecha obtenida e igualarla a cero:

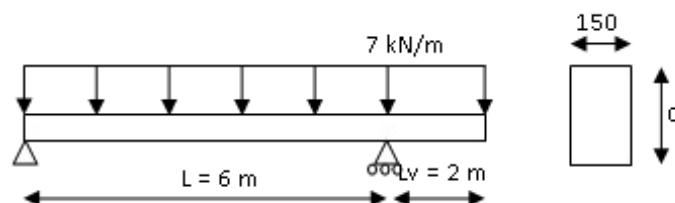
$$\frac{\partial y_n(z)}{\partial z} = y'_n(z) = \theta(z) \equiv 0 \quad 2.9$$

- b. Despejar z para $y = y_{\text{máx}}$ en la viga.

En general como se trata de ecuaciones polinómicas, las derivadas resultan fáciles. Las raíces pueden hallarse en forma gráfica de manera aproximada si es muy elevado el orden de las derivadas. Para los casos normales de cargas, dicha ecuación conduce a una de 3er. grado que puede resolverse por métodos clásicos.

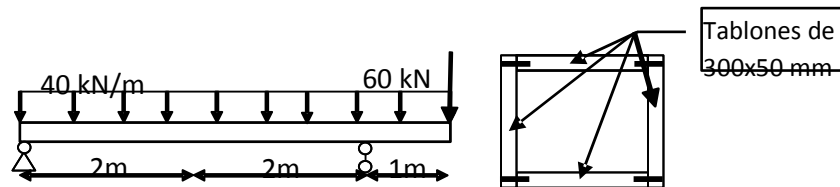
Problema resuelto # 1

Para la viga de madera y cargas mostradas, determine el peralte de la sección transversal de la viga si para la madera utilizada $\sigma_{\text{adm ten}} = 12 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{adm comp}} = 10 \text{ MPa}$, $\tau_{\text{adm}} = 1 \text{ MPa}$ y en este elemento, $\Delta_{\text{adm}} = L/250$, conociendo que $E = 12 \text{ GPa}$ y que la flecha máxima puede producirse en el tramo a 0.225 m del apoyo izquierdo o en el extremo del voladizo.



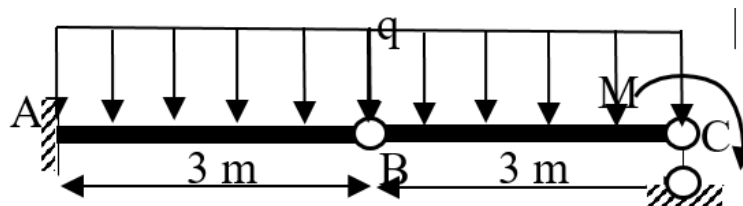
Problema resuelto # 2

La viga de madera cuya geometría, condiciones de carga y apoyos se muestran en la figura está conformada por dos tablones iguales unidos por conectores. Compruebe si la misma resiste los esfuerzos a que se verá sometida con los esfuerzos admisibles a compresión y tensión son $\sigma_{\text{c adm}} = 21.5 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{t adm}} = 25 \text{ MPa}$ y $\tau_{\text{adm}} = 8 \text{ MPa}$ b. Calcule el espaciamiento de los conectores, si la fuerza resistente admisible de cada conector es 3 kN . c. Compruebe el criterio de rigidez conociendo que para esa viga la flecha máxima se produce a 2.87 m del apoyo izquierdo, $E = 12 \text{ GPa}$ y que $y_{\text{adm}} = 2 \text{ cms}$. d. En caso que no cumpla, proponga y justifique las medidas que adoptaría para que se cumpliera dicho criterio



Problema resuelto # 3

Para la viga ABC de acero, condiciones de carga y apoyos se muestran en la figura: a. Realice el análisis y dibuje los diagramas de solicitaciones, $M = 67.5$ kN-m y $q = 30$ kN/m, b. Diseñela a flexión utilizando un perfil W200, con $\sigma_{adm c} = \sigma_{adm t} = 160$ MPa, c. Si se utilizara un perfil W310x74, verifique si resiste los esfuerzos cortantes actuantes, con $\tau_{adm} = 96$ MPa, d. Compruebe si el perfil del inciso c cumple el criterio de rigidez, con $E = 200$ GPa y flecha permisible de $L/180$, si la flecha máxima se produce en B, e. En caso que no cumpliera, qué medidas propondría para resolver la situación. Argumente.



2.6 Problemas Propuestos por Temas.

La respuesta de estos ejercicios se encuentra en la sección de anexos y se titula **Anexo XXIII**

2.6.1 Tema I: Generalidades

1- Comente o critique la validez de los siguientes planteamientos:

- El esfuerzo de rotura es una propiedad de los materiales estructurales, que caracteriza a la resistencia de los mismos, la cual se obtiene del gráfico σ vs. ϵ del ensayo a tensión, determinándose por la zona en que los esfuerzos permanecen constantes prácticamente, con un gran incremento de las deformaciones.
- El esfuerzo de fluencia es una propiedad inherente a todos los materiales estructurales, la cual se obtiene del gráfico σ vs. ϵ del ensayo a tensión, determinándose por la zona en que los esfuerzos permanecen

constantes prácticamente, con un gran incremento de las deformaciones.

- c. Durante la aplicación de los métodos energéticos, al calcular la energía potencial (E. P.) total de sistemas estructurales sometidos a varias cargas, resulta válido el principio de superposición de efectos, determinándose la E. P. total como la suma de las E. P. debidas a cada una de las cargas.
- d. El coeficiente de Poisson es una propiedad que caracteriza a la relación entre las deformaciones transversales y longitudinales de un material, pudiendo ser positivo, negativo o cero para diferentes materiales.
- e. El módulo de deformación E resulta ser mayor que el Módulo de Deformación de Cortante G para el mismo material. Es por eso que siempre los esfuerzos cortantes resultan más críticos durante el diseño que los esfuerzos normales.
- f. En el método de los esfuerzos admisibles, la seguridad se introduce en el diseño estructural al reducir los esfuerzos resistentes a valores muy bajos, mientras que los esfuerzos actuantes se toman amplificados.
- g. En los materiales frágiles no se presenta el fenómeno de la fluencia plástica de manera apreciable, por lo que su rotura se produce a deformaciones comparativamente menores, resultando esta (la falla a deformaciones bajas) una propiedad muy deseable en el diseño estructural.
- h. En el método de los esfuerzos admisibles, la seguridad se introduce en el diseño estructural al reducir los esfuerzos resistentes a valores muy bajos, mientras que los esfuerzos actuantes se toman sin mayorar. Es por eso que resulta un método muy fidedigno al evaluar la seguridad durante el diseño
- i. En los materiales frágiles no se presenta el fenómeno de la fluencia plástica de manera apreciable, por lo que su rotura se produce a deformaciones menores, resultando esta (la falla a deformaciones bajas) una propiedad no deseable en el diseño estructural.
- j. La rigidez es la propiedad que tienen los materiales de conservar su forma de equilibrio o configuración inicial y oponerse a las deformaciones al aplicarle cargas.
- k. La hipótesis de Saint Venant es la que refiere que la respuesta de los elementos en secciones alejadas del punto de aplicación de la fuerza no depende de la manera en que esta actúa (distribuida o concentrada), y por esa razón la forma de aplicación de la carga tampoco influye en los valores de los esfuerzos, en la cercanía de la sección de la carga.

- l. El límite de rotura σ_{rot} , es el esfuerzo máximo que puede soportar el elemento de un material dado, resultando mayor que el límite de fluencia en materiales dúctiles.
- m. El principio de independencia de acción y adición de fuerzas es una consecuencia de adoptar las hipótesis sobre la pequeñez de las deformaciones y la dependencia lineal entre las deformaciones y los esfuerzos. El mismo justifica por qué las secciones siguen siendo planas luego de la aplicación de las cargas.
- n. El límite de proporcionalidad σ_p , es el esfuerzo máximo para el cual es válida la ley de Hooke. En materiales dúctiles prácticamente coincide con el límite de fluencia.
- o. La resistencia es la propiedad que tienen los materiales de oponerse a la rotura y de conservar su forma de equilibrio o configuración inicial, al aplicarle cargas.

Conteste Verdadero o Falso. Justifique su respuesta.

_____ En los materiales frágiles no se presenta el fenómeno de la fluencia plástica de manera apreciable, por lo que su rotura se produce a deformaciones comparativamente menores.

_____ En el método de los esfuerzos admisibles, la seguridad se introduce en el diseño estructural al reducir los esfuerzos resistentes a valores muy bajos, mientras que los esfuerzos actuantes se mayoran.

_____ El límite de proporcionalidad σ_p , es el esfuerzo máximo para el cual es válida la ley de Hooke. En materiales dúctiles prácticamente coincide con el límite de fluencia.

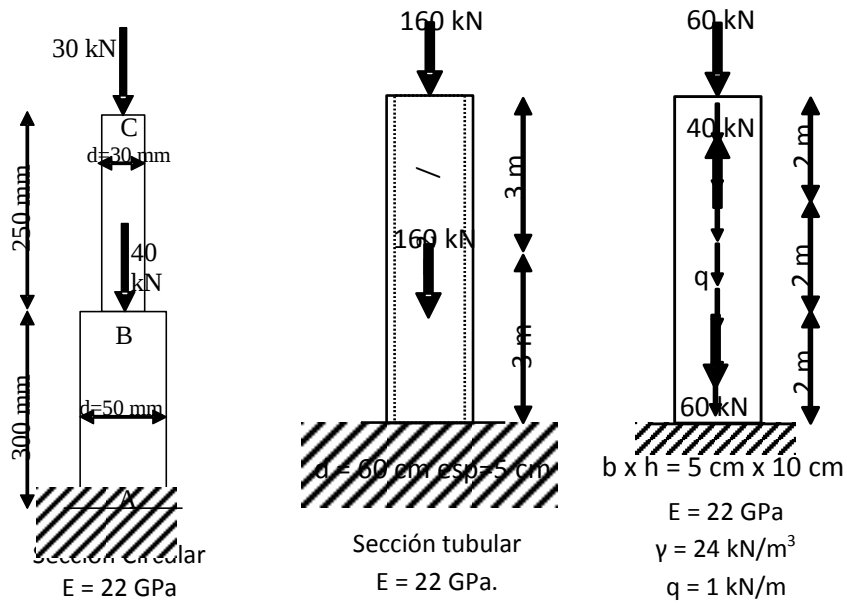
2.6.2 Tema II: Elementos sometidos a Esfuerzos Axiales

1. Comente o critique la validez de los siguientes planteamientos:

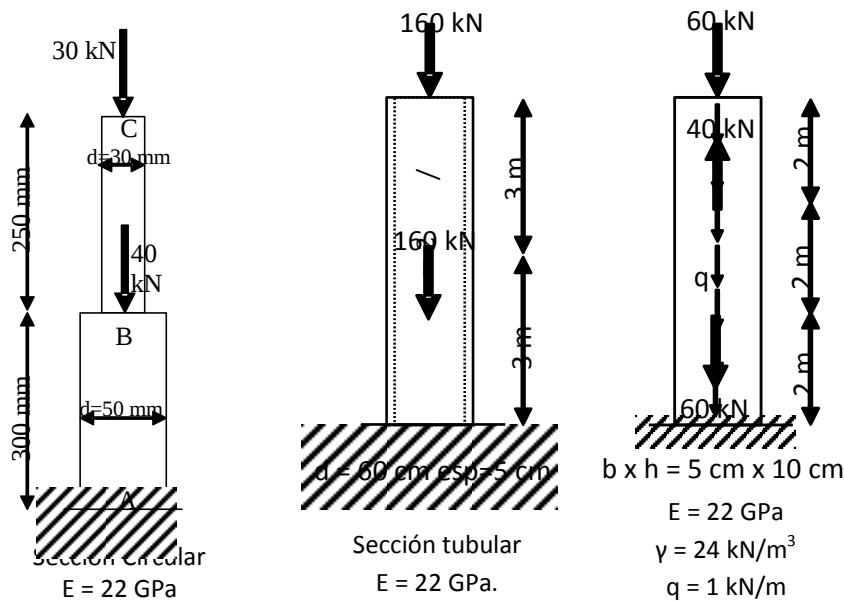
- a. La respuesta de los elementos y/o materiales sometidos a tensión/compresión puede evaluarse en el campo de las fuerzas o de los desplazamientos, en coordenadas Absolutas (P y Δl) o en coordenadas relativas (σ y ϵ), siendo imprescindible definirla en coordenadas relativas para caracterizar y comparar a los materiales.
- b. Dos barras del mismo material y longitud, una de sección cuadrada (lado d) y otra de sección circular (diámetro d) sometidas a una fuerza P en el extremo, tienen los mismos diagramas de N , σ y Δl .
- c. Dos barras del mismo material E , ν y longitud, una de sección cuadrada (lado d) y otra de sec. circular (diámetro d) sometidas a una fuerza P en el extremo, tienen la misma deformación transversal, Δd .
- d. La energía de la deformación en elementos sometidos a esfuerzos axiales representa el área bajo la curva carga vs. desplazamiento, que

equivale al trabajo realizado por las fuerzas actuantes sobre los desplazamientos que se producen en dichos elementos.

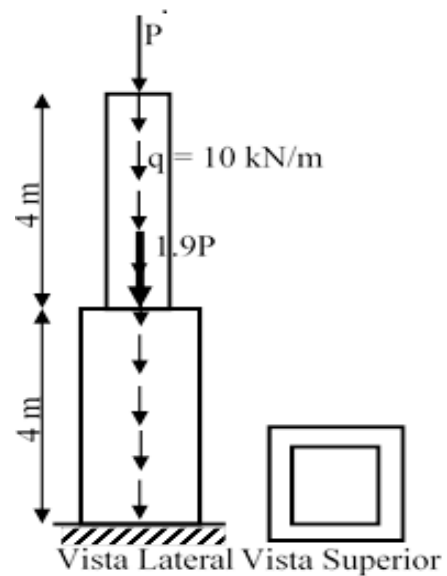
2. Construir los diagramas de N y σ en las barras:



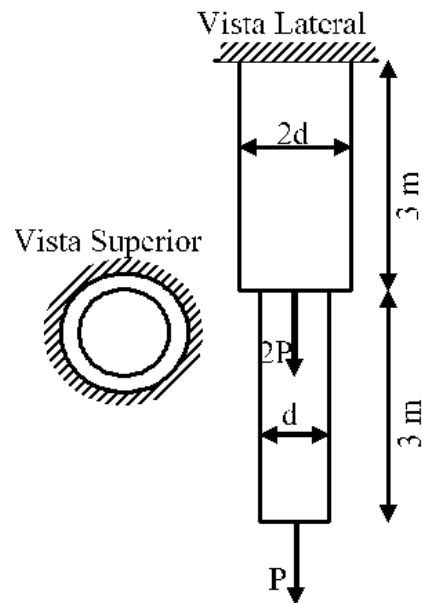
3. Construir los diagramas de Δl en las barras



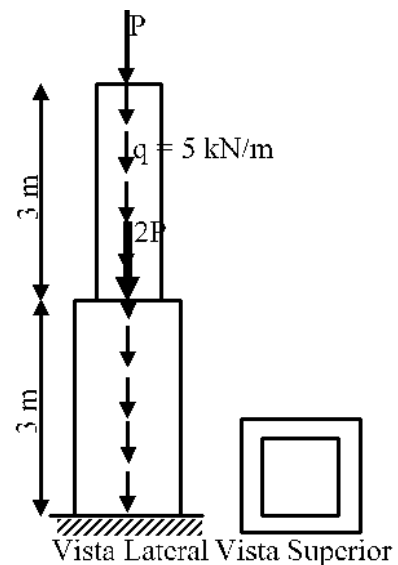
4. El elemento mostrado es de sección maciza cuadrada escalonada, el tramo inferior tiene 350 mm de lado y sobresale 75 mm a cada lado del superior. Determine la carga máxima que puede actuar si se conoce que $\Delta_{adm} = 2 \text{ mm}$, $\sigma_u = 10 \text{ MPa}$ y se desea un $FS = 3$ ante la falla. Considere $E = 22 \text{ GPa}$. **Sugerencia:** Revise primero por el criterio de resistencia y después por el criterio de rigidez.



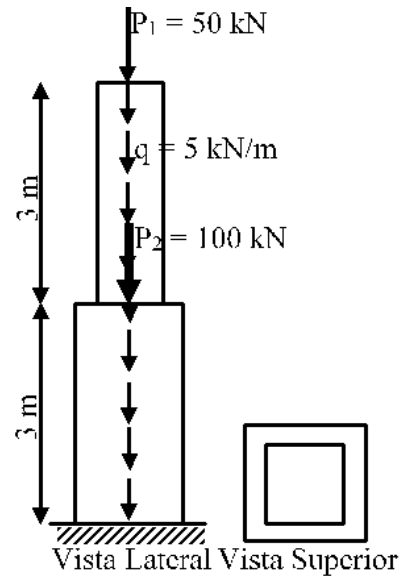
5. El elemento mostrado es de acero ($\gamma = 78.5 \text{ kN/m}^3$), de sección maciza circular. Con $P = 350 \text{ kN}$, determine el d necesario si se conoce que $\Delta_{adm} = 5 \text{ mm}$, $\sigma_{ut} = 400 \text{ MPa}$ y se desea un $FS = 2.5$ ante la falla. Considere $E = 210 \text{ GPa}$. **Sugerencia:** Diseñe primero por el criterio de resistencia y luego compruebe por el criterio de rigidez. Use un número entero de mm para d .



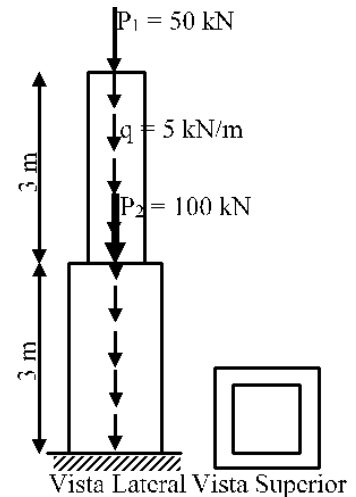
6. El elemento mostrado es de sección maciza cuadrada escalonada, el tramo inferior tiene 300 mm de lado y sobresale 50 mm a cada lado del superior. Determine la carga máxima que puede actuar si se conoce que $\Delta_{adm} = 1 \text{ mm}$, $\sigma_u = 5 \text{ MPa}$ y se desea un $FS = 3$ ante la falla. Considere $E = 10 \text{ GPa}$. **Sugerencia:** Revise primero por el criterio de resistencia y después por el criterio de rigidez.



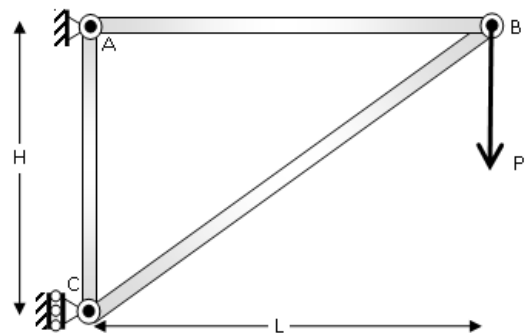
7. El elemento mostrado es de sección maciza cuadrada escalonada y el tramo inferior sobresale 5cm a cada lado del superior. Determine las dimensiones de cada tramo si se conoce que $\Delta_{adm} = 1$ mm, $\sigma_U = 5$ MPa y se desea un $FS = 3$ ante la falla. Considere $E = 8$ GPa. **Sugerencia:** Diseñe primero por el criterio de resistencia y después revise por el criterio de rigidez.



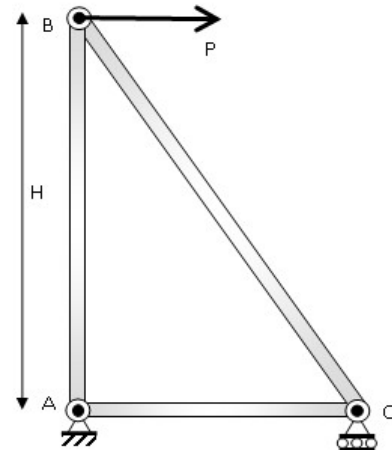
8. El elemento mostrado es de acero ($\gamma = 78.5$ kN/m³), de sección maciza circular. Determine la carga P máxima que puede aplicarse si se conoce que $\Delta_{adm} = 3$ mm, $\sigma_{ut} = 480$ MPa y se desea un $FS = 3$ ante la falla. Considere $E = 210$ GPa. **Sugerencia:** Revise primero por el criterio de resistencia y luego compruebe por el criterio de rigidez.



9. La estructura representa el soporte de una instalación eléctrica que se proyecta en la que $L = 3$ m y $H = 2$ m, siendo sus elementos tubos de acero, con área de sección transversal $A = 3000$ mm² y $E = 200$ GPa cada uno. Una carga $P = 1500$ kN actúa verticalmente hacia abajo en el nudo B. ¿cuál es el desplazamiento vertical del nudo B?



10. La estructura representa el soporte de una instalación eléctrica que se proyecta en la que $L = 3 \text{ m}$ y $H = 5 \text{ m}$, siendo sus elementos tubos de acero, con área de sección transversal $A = 5000 \text{ mm}^2$ y $E = 200 \text{ GPa}$ cada uno. Una carga $P = 1000 \text{ kN}$ que representa la acción del viento actúa en el nudo B. ¿cuál es el desplazamiento horizontal del nudo B?

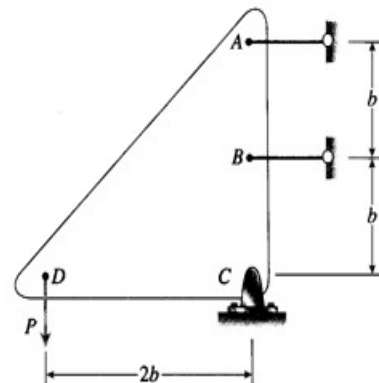


2.6.3 Tema III: Barras hiperestáticas. Métodos generales de solución

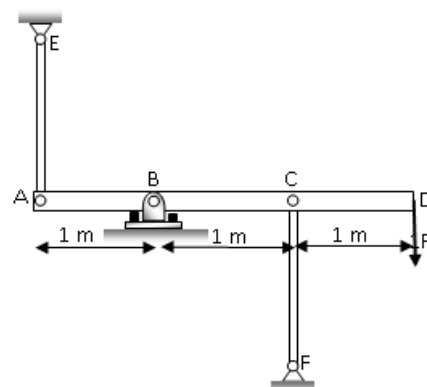
1. **Comente o critique la validez de los siguientes planteamientos:**
 - a. En los problemas hiperestáticos, el # de incógnitas resulta menor que el número de ecuaciones que brinda la estática.
 - b. El grado de hiperestaticidad representa numéricamente la diferencia entre el número de incógnitas y de ecuaciones que brinda la estática para realizar el análisis de una estructura.
 - c. Las estructuras isostáticas son más ventajosas que las hiperestáticas, ya que no se ven afectadas por cargas tales como cambios de temperatura o por asentamientos en los apoyos.
 - d. Las estructuras isostáticas son más ventajosas que las hiperestáticas, ya que redistribuyen mejor las solicitaciones provenientes de las cargas exteriores y se calculan de una forma más sencilla.
 - e. El sistema base que se propone durante la solución de sistemas hiperestáticos, representa una estructura equivalente a la original, pero con la ventaja de ser isostática, por lo que se prefiere resolver esta y no la original.
 - f. En los problemas hiperestáticos, el # de incógnitas resulta ser mayor que el número de ecuaciones de la estática y es por eso que se buscan ecuaciones de compatibilidad en desplazamientos adicionales por distintos métodos al resolverlos.
 - g. Las estructuras hiperestáticas resultan más económicas y fáciles de calcular que las isostáticas, a costa de la mejor redistribución de los esfuerzos que en ellas se producen.

- h. En las estructuras isostáticas la redistribución de esfuerzos que se produce provoca que sus elementos resulten sometidos a esfuerzos menores que en las estructuras hiperestáticas, con lo que resultan más económicas.
- i. En la solución de los problemas hiperestáticos por el método de las fuerzas o de las deformaciones compatibles, se determinan tantas ecuaciones adicionales como reacciones de apoyo existan en el problema.
- j. Al resolver problemas hiperestáticos por el método de las fuerzas o de las deformaciones compatibles, se determinan tantas ecuaciones adicionales como reacciones de apoyo que excedan las que puedan determinarse con las ecuaciones de la estática en el problema.

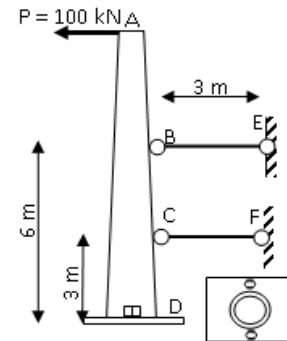
2. Una placa rígida triangular se articula en C y es sostenida por dos alambres horizontales idénticos de 5 mm de diámetro que articulan en los puntos A y B (vea la figura) y en sus apoyos. El material del alambre tiene $E = 27.5 \text{ GPa}$. Si una carga vertical $P = 2.2 \text{ kN}$ actúa en el punto D, ¿cuáles son las fuerzas de tensión T_A y T_B en los alambres en A y B, respectivamente?



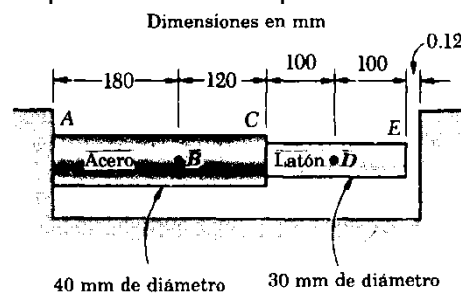
3. La viga rígida ABCD es soportada por una articulación en B, por una barra de aluminio ($E_{al} = 70 \text{ GPa}$) CF y por una de acero ($E_{ac} = 200 \text{ GPa}$) AE. La sección transversal de ambas es de 13 cm^2 . Una carga $P = 80 \text{ kN}$ es aplicada en D. Determine la fuerza de compresión en ambas barras y el desplazamiento en D.



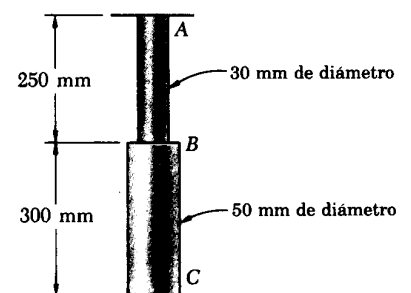
4. Un poste de líneas eléctricas de 9 m de altura, el cual puede considerarse rígido, se articula en D mediante pernos y recibe una fuerza en el tope de 100 kN, como se muestra en la figura. Para sostener en posición el poste se colocan cables de acero ($E = 200 \text{ GPa}$) y 10 mm de diámetro a 3 m y 6 m de altura en B y C respectivamente. Determine las fuerzas de tensión en los cables T_{BE} y T_{CF} y el desplazamiento en A.



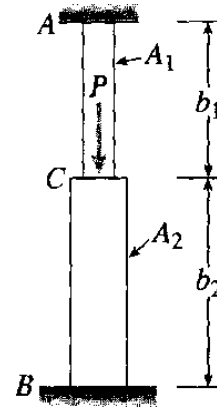
5. Dos barras cilíndricas, una de acero ($E = 200 \text{ GPa}$) y la otra de latón ($E = 105 \text{ GPa}$), están unidas en C. El extremo A de la barra compuesta así obtenida está fijo, mientras que existe una separación de 0.12 mm entre el extremo E y el muro vertical. Se aplica entonces en B una fuerza de $1.5 P$ y otra de P en D, ambas horizontales y de izquierda a derecha (véase la figura). Determine: (a) El valor de P , para que la reacción en E sea nula, (b) El desplazamiento del punto C.



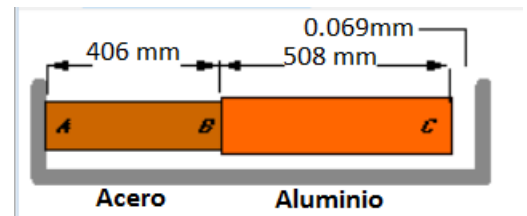
6. Una barra consta de dos porciones cilíndricas AB y BC, y está restringida en ambos extremos. La parte AB es de acero ($E_s = 200 \text{ GPa}$, $\alpha_s = 11.7 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$) y la BC es de latón ($E_b = 105 \text{ GPa}$, $\alpha_b = 20.9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$). Si la barra no está esforzada inicialmente, halle: (a) los esfuerzos normales inducidos en AB y BC por un aumento de la temperatura en 50°C , (b) el desplazamiento correspondiente del punto B.



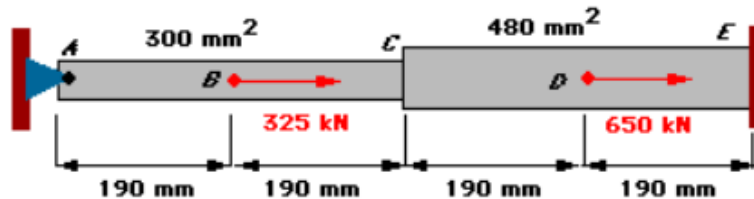
7. Una barra ACB con dos áreas transversales circulares A_1 y A_2 se mantiene entre soportes rígidos en A y B. Si los diámetros son $d_1 = 150$ mm y $d_2 = 250$ mm, $E_1 = 20$ GPa y $E_2 = 24$ GPa y una carga $P = 50$ kN actúa en el punto C, a $b_1 = 1$ m del extremo A y a $b_2 = 2$ m de B, a) Obtenga las reacciones R_A y R_B y el desplazamiento de C.



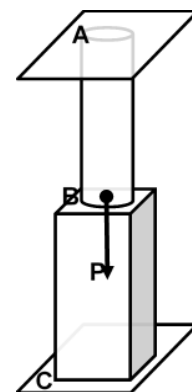
8. La barra de acero ($E = 200$ GPa, $\alpha_s = 11.7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$) AB ($A_s = 1935$ mm²) y de aluminio ($E = 70$ GPa, $\alpha_a = 23.6 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$) CD ($A_a = 2903$ mm²). Son conectadas en B y colocadas entre dos apoyos fijos (A y D). Hay una holgura de 0.069 mm entre la barra de aluminio y el extremo derecho. Determine las reacciones en A y C luego de ocurrir un cambio de temperatura de $+50^\circ\text{C}$.



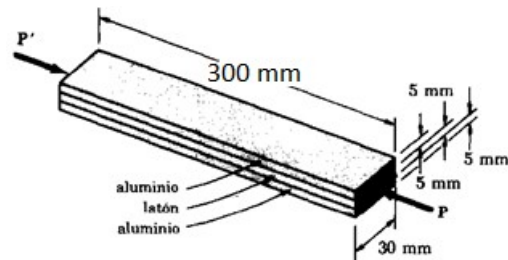
9. La barra escalonada de acero ($E = 200$ GPa) mostrada es sometida a las fuerzas intermedias indicadas. Determine las reacciones en A y E respectivamente.



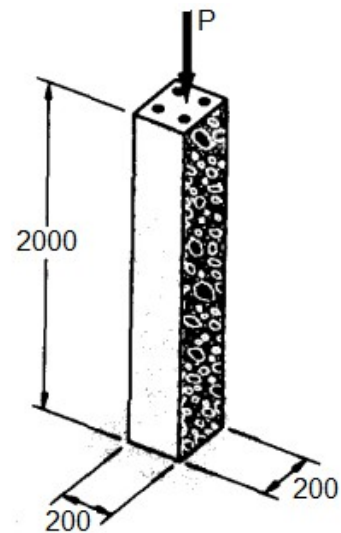
10. La barra AB (Longitud = 1 m, diámetro = 50 mm) de acero ($E_s = 200$ GPa, $\alpha_s = 11.7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$) se une a la barra BC (Long = 1.5 m, lado = 60 mm) de aluminio ($E_a = 70$ GPa, $\alpha_a = 23.6 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$) y no tienen esfuerzos cuando la temperatura es 20°C . Considerando solo deformaciones axiales, halle el esfuerzo en ambos materiales cuando la temperatura sube a 100°C y se aplica una carga $P = 100$ kN en B simultáneamente. ¿Cuál sería el desplazamiento de B y hacia dónde ocurre?



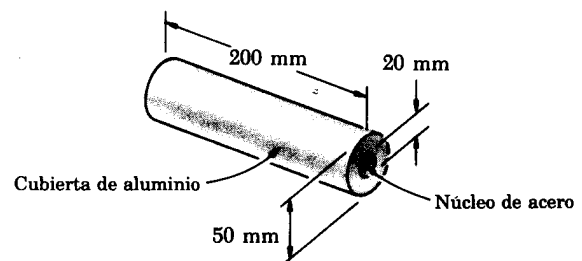
11. Una barra de 300 mm de longitud, con sección de $h \times b = 15 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ consta de dos capas de aluminio de 5 mm, perfectamente adheridas a una central de latón del mismo espesor. Si se le somete a cargas axiales $P = 50 \text{ kN}$ y sabiendo que $E_{\text{alum}} = 70 \text{ GPa}$ y $E_{\text{latón}} = 105 \text{ GPa}$, halle el esfuerzo en cada material y el desplazamiento de la barra.



12. Una columna de hormigón armado de 2 m de longitud, está reforzada con 4 barras de acero de 20 mm de diámetro. Si $E_{\text{acero}} = 200 \text{ GPa}$ y $E_{\text{horm}} = 24 \text{ GPa}$, halle la fuerza que toma el acero y el hormigón cuando se aplique la fuerza $P = 400 \text{ kN}$. ¿Cuál sería el desplazamiento en el tope de la columna si se aplica esa fuerza?



13. El conjunto mostrado consta de una cubierta de aluminio ($E_a = 70 \text{ GPa}$, $\alpha_a = 23.6 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$) totalmente adherida a un núcleo de acero ($E_s = 200 \text{ GPa}$, $\alpha_s = 11.7 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$) y no tiene esfuerzos cuando la temperatura es 20°C . Considerando solo deformaciones axiales, halle el esfuerzo en la cubierta de aluminio cuando la temperatura sube a 180°C .

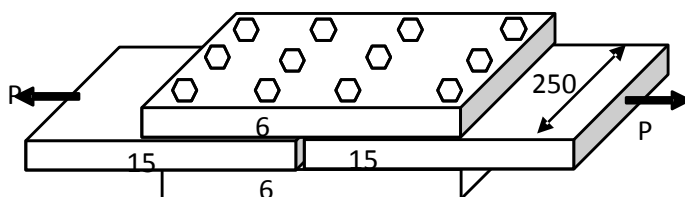


2.6.4 Tema IV: Elementos a Esfuerzo Cortante Diseño de uniones

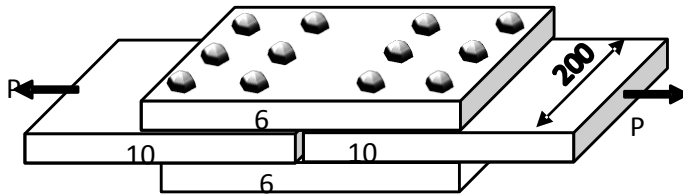
1. Comente o critique la validez de los siguientes planteamientos:

- Durante el diseño de uniones metálicas con pernos, la distribución real de esfuerzos de corte en los pernos resulta muy fácil de determinar, por lo que las expresiones de diseño resultan muy sencillas.
- Durante el diseño de uniones metálicas con pernos, la distribución real de esfuerzos de aplastamiento en la plancha resulta muy fácil de determinar, por lo que las expresiones de diseño resultan muy sencillas.
- La falla por aplastamiento en uniones atornilladas (a diferencia de la falla por desgarramiento que ocurre en el perno cuando la plancha trata de romperlo), ocurre en la plancha cuando esta falla a esfuerzos normales de compresión en la zona de contacto perno-plancha, siendo la falla más crítica siempre en estas uniones.
- En las uniones metálicas el esfuerzo cortante en las áreas que se desgarran al fallar la plancha se supone uniformemente distribuido, aunque en la realidad la distribución de esfuerzos es indeterminada y no uniforme, lo cual conduce a diseños inseguros.
- En las uniones metálicas el criterio de diseño predominante es el de tensión en el área neta de las planchas, el cual es un criterio de resistencia de las planchas.
- En las uniones metálicas el criterio de diseño predominante siempre es el de cortante en los pernos.
- El fallo por desgarramiento en uniones metálicas ocurre por rotura de las planchas por las secciones a cada lado de cada fila de los pernos de unión, a tensión.
- El esfuerzo cortante en los pernos en el análisis y diseño de uniones a solapo se determina como la carga actuante entre el área de las secciones transversales correspondientes a los agujeros por el número de planos de corte.

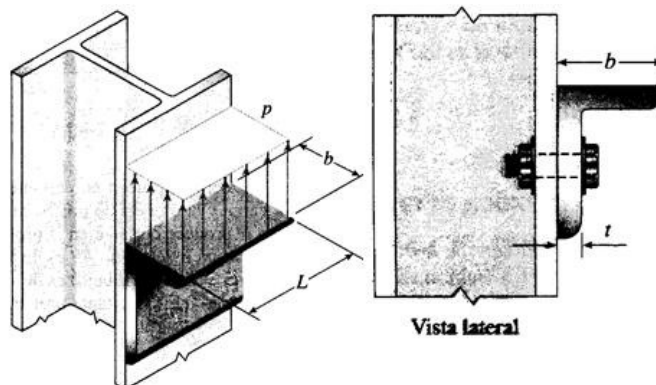
2. Para la unión mostrada en la figura, determine la carga máxima que podría actuar, si el diámetro de los pernos es 22 mm y se conoce que el esfuerzo adm a cortante en los pernos y la plancha es de 90 MPa, el esfuerzo adm a tensión en las planchas es de 160 MPa y el esfuerzo adm a aplastamiento es de 320 MPa. La dist. eje de perno a borde de plancha es 44 mm. El espac e / pernos es de 77 mm.



3. Determine el diámetro de los pernos en la unión mostrada en la figura, conociendo que $P = 200 \text{ kN}$, que el esfuerzo admisible a cortante en las planchas y en los pernos es de 90 MPa , que el esfuerzo admisible a tensión es 160 MPa , y a aplastamiento 320 MPa . Las distancias entre pernos son de $3.5 d$ y de los pernos al borde $2 d$. **Sugerencia:** use un número entero de mm en el resultado.

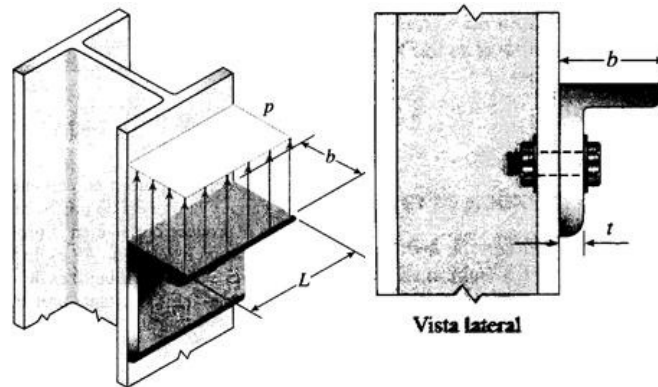


4. Una ménsula hecha de angular metálico con espesor $t = 16 \text{ mm}$ está unida al ala de una columna I (también de espesor $t = 16 \text{ mm}$) por medio de pernos de 16 mm de diámetro. Una carga uniformemente distribuida actúa sobre la cara superior de la ménsula con una presión p . La cara superior de la ménsula tiene una longitud $L = 250 \text{ mm}$ y un ancho $b = 80 \text{ mm}$. Conociendo que se usará un acero en ambos elementos cuyos esfuerzos admisibles son: $\sigma_{\text{adm ten}} = 160 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{adm apl}} = 320 \text{ MPa}$, $\tau_{\text{adm pernos}} = 140 \text{ MPa}$ y $\tau_{\text{adm desgarram}} = 100 \text{ MPa}$, determine el valor máximo que puede tener P , si la unión se construye con 2 pernos colocados horizontalmente, y la distancia mínima al borde de la última fila de pernos es 40 mm ., el espaciamiento de los pernos es de 80 mm como máximo.

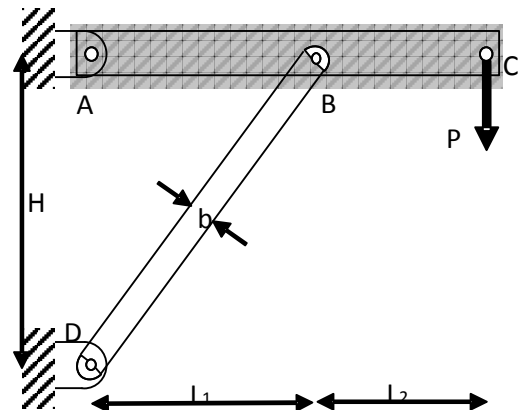


5. Una ménsula hecha de angular metálico con espesor $t = 16 \text{ mm}$ está unida al ala de una columna I (también de espesor $t = 16 \text{ mm}$) por medio de pernos de 16 mm de diámetro. Una carga uniformemente distribuida

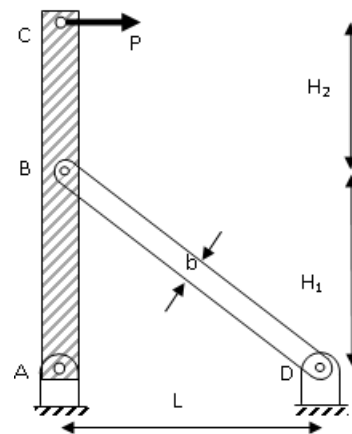
actúa sobre la cara superior de la ménsula con una presión $p = 5.0 \text{ MPa}$. La cara superior de la ménsula tiene una longitud $L = 250 \text{ mm}$ y un ancho $b = 80 \text{ mm}$. Conociendo que se usará un acero en ambos elementos cuyos esfuerzos admisibles son: $\sigma_{\text{adm ten}} = 160 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{adm apl}} = 320 \text{ MPa}$, $\tau_{\text{adm pernos}} = 140 \text{ MPa}$ y $\tau_{\text{adm desgarram}} = 100 \text{ MPa}$, determine el número de pernos necesarios para construir dicha unión, si la distancia mínima al borde de la última fila de pernos es 40 mm , el espaciamiento de los pernos es de 80 mm como máximo



6. En la estructura mostrada, la barra rígida ABC soporta una carga P y a su vez es sostenida por la barra BD unida a esta por pernos de 16 mm de diámetro en B y D. La barra BD es de acero con un esfuerzo normal último de 450 MPa y tiene una sección rectangular de espesor t y ancho $b = 14 \text{ mm}$. Todos los pasadores son de acero con un esfuerzo cortante último de 199 MPa y están sometidos a cortante simple. Si se desea lograr un factor de seguridad de 3 en todo el diseño, halle el espesor t de la barra BD si $L_1 = 3 \text{ m}$, $L_2 = 2 \text{ m}$, y $H = 3 \text{ m}$.



7. En la estructura mostrada, la barra rígida ABC soporta una carga P y a su vez es sostenida por la barra BD unida a esta por pernos de igual diámetro en B y D. La barra BD es de acero con un esfuerzo normal último de 450 mPa y tiene una sección rectangular de espesor $t = 8$ mm y ancho $b = 16$ mm. Todos los pernos son de acero con un esfuerzo cortante último de 175 mPa y están sometidos a cortante simple. Si se desea lograr un factor de seguridad de 3 en todo el diseño, halle el diámetro de los pernos requerido si $H_1 = 2,5$ m, $H_2 = 1,5$ m, y $L = 2,5$ m.

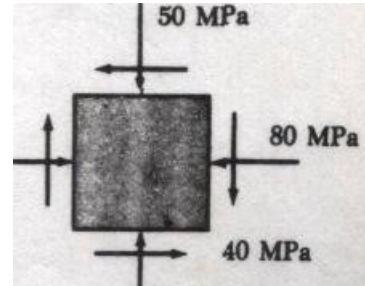


2.6.5 Tema V: Estado Tenso-Deformacional Plano

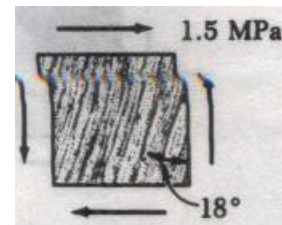
1. **Comente o critique la validez de los siguientes planteamientos:**
 - a. El círculo de Mohr representa todos los estados tensionales posibles en un punto de un elemento analizado, para distintas orientaciones de los planos que puedan trazarse por dicho punto.
 - b. El círculo de Mohr es el lugar geométrico de todos los estados tensionales que se producen en un punto de elemento, caracterizados por los esfuerzos normales y tangenciales que corresponden a una orientación dada del plano en que actúan.
 - c. Al obtener la solución del estado tensional plano, los esfuerzos principales son los máximos (mínimos) esfuerzos tangenciales que se producen en un punto dado del elemento en estudio, correspondiéndoles un valor nulo de los esfuerzos normales.
 - d. Al aplicar la Teoría del Polo de Planos para la construcción del círculo de Mohr, las alineaciones se miden a partir de la línea base, la cual coincide con la línea que une los puntos 1 y 2. El convenio de signos para los ángulos es positivo en sentido horario.
 - e. Durante la construcción del círculo de Mohr para esfuerzos en el estado tensional plano, puede usarse la alineación de datos para medir los ángulos y determinar los esfuerzos. En ese caso se utiliza el doble del ángulo de un plano dado con respecto a los datos iniciales para encontrar los esfuerzos correspondientes, una vez trazado el círculo.
 - f. El estado tensional plano los esfuerzos principales ocurren en planos que guardan una inclinación de 90° con respecto a los planos en que se producen los esfuerzos tangenciales máximo y mínimo.

- g. El estado tensional de cortante puro se genera como un caso particular de un estado tensional principal, en que los dos esfuerzos σ_1 y σ_2 son iguales y de tensión o de compresión.

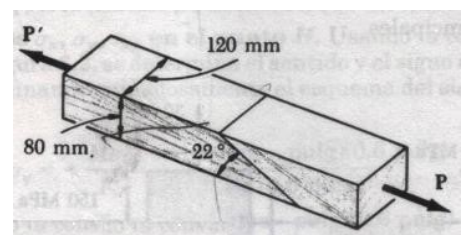
2. Para el estado de esfuerzo dado, halle los esfuerzos normal y cortante después de girar el elemento mostrado: a) 40° en sentido contrario a las agujas del reloj, b) 15° en el sentido de las agujas del reloj. Resuélvalo en forma analítica y posteriormente compruebe los resultados de forma gráfica.



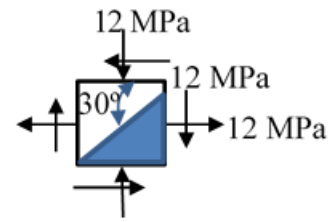
3. La fibra **de un elemento de madera** forma un ángulo de 18° con la vertical. Para el estado de esfuerzo mostrado, halle: a) el esfuerzo cortante en el plano paralelo a la fibra, b) el esfuerzo normal perpendicular a la fibra. Resuélvalo en forma analítica y posteriormente compruebe los resultados de forma gráfica.



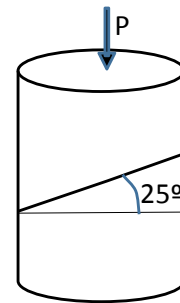
4. Dos elementos de madera de 80×120 mm están unidos con resina en la junta indicada mostrada. Sabiendo que los esfuerzos máximos de rotura a tensión y a cortante en la junta son de 400 kPa en tensión (perpendicular a la junta) y 900 kPa en cortante (paralelo a la junta), y que la fuerza actuante es de $P = 20$ kN, determine el FS a la rotura a tensión y rotura a cortante en la junta. Determine si en las piezas ocurre la rotura, conociendo que la madera es un material frágil, con $\sigma_{\text{rotura}} = 30$ MPa y $\tau_{\text{rotura}} = 10$ MPa. Representa de forma gráfica el estado tensional obtenido en el plano inclinado de la unión.



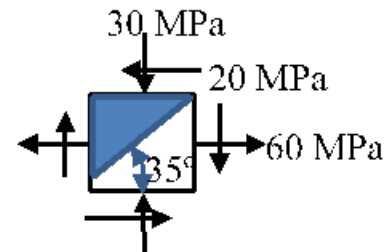
5. Si el estado tensional en un punto de un elemento fuera el mostrado: a. Determine el FS a la rotura, conociendo que se trata de un material frágil con esfuerzo de rotura a tensión de 20 MPa y a compresión de 200 MPa por el criterio aplicable a este caso, b. Obtenga de forma gráfica la inclinación de los planos principales y los esfuerzos actuantes en el plano inclinado, c. Represente el estado de esfuerzos obtenido.



6. Un eje de 100 mm de diámetro está hecho de hierro fundido con un límite de rotura a tensión de 60 MPa y a compresión de 180 MPa: a. Halle la magnitud del esfuerzo tangencial necesario para provocar su rotura, si la fuerza $P = 200$ kN, b. Si para los datos anteriores se tuviera anti horario en la cara X, obtenga de forma gráfica la inclinación de los planos en que se producen los esfuerzos principales, c. Para ese caso halle los esfuerzos en el plano inclinado mostrado, d. Represente el estado de esfuerzos obtenido.



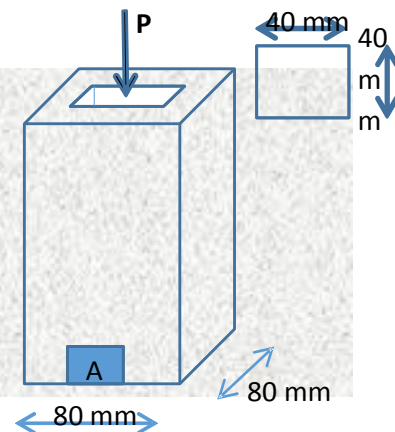
7. Si el estado tensional en un punto de un elemento fuera el mostrado: a. Determine el FS a la fluencia, con $\sigma_{FL} = 160$ MPa y $\sigma_{CC} = 277$ MPa, b. Obtenga de forma gráfica la inclinación de los planos donde se producen los esfuerzos tangenciales máximos, c. Obtenga de forma gráfica los esfuerzos en el plano inclinado, d. Represente el estado tensional obtenido.



8. Un elemento de hormigón de sección hueca circular está sometido a una fuerza de compresión de 500 kN. Si el esfuerzo de rotura a compresión en el hormigón fuera de 35 MPa y el de rotura a tensión fuera de 3.5 MPa, usando el criterio de Mohr-Coulomb determine el FS a la rotura si el esfuerzo cortante actuante en A fuera de 5 MPa en sentido antihorario. Represente gráficamente el estado tensional en el punto A y determine gráficamente la inclinación de los planos principales y de los esf. tang. máximos.



9. Un elemento de acero de sección hueca cuadrada está sometido a una fuerza de compresión de 1000 kN. Si el esfuerzo de fluencia fuera de 250 MPa, usando un criterio de resistencia apropiado para dicho material determine el máximo esfuerzo cortante, que provoca la rotura en el punto A. Represente gráficamente el estado tensional en el punto A y determine gráficamente la inclinación de los planos de máximo esfuerzo a cortante si el valor de



horario

2.6.6 Tema VI: Criterios de Resistencia

1. **Comente o critique la validez de los siguientes planteamientos:**
 - a. El criterio de resistencia de Mohr es aplicable al evaluar la resistencia en elementos sometidos a estados tensionales planos para materiales dúctiles con diferente esfuerzo de fluencia en tensión y en compresión.
 - b. El criterio de resistencia de Tresca es aplicable al evaluar la resistencia en elementos sometidos a estados tensionales planos para materiales frágiles con igual esfuerzo de rotura último en tensión y en compresión.
 - c. El criterio de resistencia de von Mises es aplicable al evaluar la resistencia en elementos sometidos a estados tensionales planos para materiales frágiles con igual esfuerzo de rotura último en tensión y en compresión.
 - d. El criterio de resistencia de Rankine-Coulomb es aplicable al evaluar la resistencia en elementos sometidos a estados tensionales planos para

materiales dúctiles con igual esfuerzo de fluencia en tensión y en compresión.

- e. El criterio de resistencia de Tresca se utiliza en elementos sometidos a estados tensionales planos para materiales con esfuerzos de rotura a tensión y a compresión iguales, constituyendo su representación en coordenadas $\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}$ un hexágono.
- f. El criterio de resistencia de Coulomb surge como una ampliación del criterio de Mohr para materiales con esfuerzos de rotura a tensión y a compresión, diferentes.
- g. El criterio de resistencia de Saint Venant es aplicable al evaluar la resistencia en elementos sometidos a estados tensionales planos para materiales con diferente esfuerzo de fluencia en tensión y en compresión.
- h. El criterio de resistencia de Von Mises se utiliza en elementos sometidos a estados tensionales planos para materiales con esfuerzos de rotura a tensión y a compresión iguales, constituyendo su representación en coordenadas $\sigma_{\text{Max}} - \sigma_{\text{min}}$ una elipse rotada.

Los ejercicios propuestos de este tema están dentro del apartado anterior pues en la vida práctica son temas que están estrechamente ligados y en la asignatura de RM I que se imparte actualmente en la Facultad de Construcciones de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas son temas que se evalúan en conjunto.

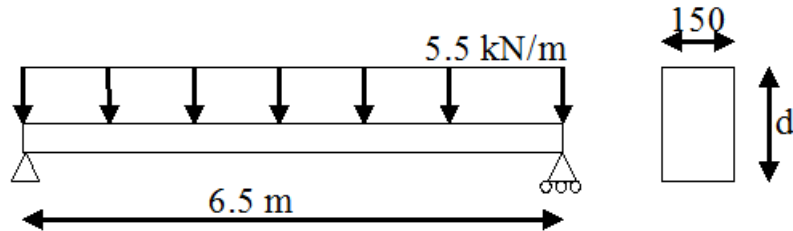
2.6.7 Tema VII: Análisis, Diseño y Revisión de elementos sometidos a flexión

- 1. Comente o critique la validez de los siguientes planteamientos:**
 - a. “Una sección rectangular $b \times h$ de cualquier material tiene la misma resistencia a flexión que una rectangular hueca de iguales dimensiones exteriores y espesor t , pero la rigidez de esta última es menor.”
 - b. Una sección rectangular $b \times h$ de cualquier material tiene la misma resistencia a flexión que una I de iguales dimensiones exteriores y espesor t , pero la rigidez de esta última es menor.”
 - c. “La hipótesis de que las secciones planas antes de aplicar las cargas se mantienen planas luego de aplicarlas permite establecer la relación entre las deformaciones de las distintas fibras de los elementos a flexión y relacionarlas con la curvatura, pero los experimentos demuestran que no se verifica en la práctica”
 - d. “La curvatura de un elemento a flexión puede relacionarse con el momento flector, de forma que, para igual rigidez, a medida que

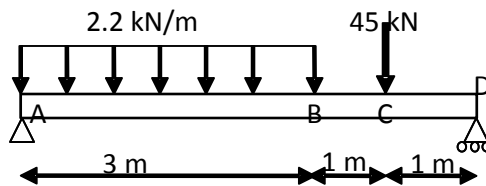
aumenta el momento flector actuante, disminuye la curvatura, ya que aumenta el ángulo de giro.”

- e. “La expresión de Zhuravsky para el cálculo de la flecha por el método de los parámetros de origen se deriva de escribir la función de la flecha en cada tramo como la del tramo anterior más otra que puede desarrollarse en series de polinomios, y cuyos coeficientes dependen del módulo de deformación del material”.
- f. “A iguales cargas, cond. de apoyo y luces, una sección rectangular $b \times h$ de cualquier material tiene menor flecha que una rectangular hueca de iguales dimensiones exteriores y espesor t , pero la resistencia a cortante de esta última es menor.”
- g. “Una sección rectangular $b \times h$ de cualquier material tiene mayor resistencia a cortante por flexión que una rectangular hueca de iguales dimensiones exteriores y espesor t , pero la deformabilidad de esta última es menor.”
- h. “Una sección rectangular $b \times h$ de cualquier material tiene igual resistencia a cortante por flexión que una I de iguales dimensiones exteriores y espesor t , pero la rigidez de esta última es menor.”
- i. Una sección hueca de $b \times h$ de dimensiones exteriores y de espesor t tiene igual resistencia a esfuerzo normal por flexión que una I de similares dimensiones, pero su rigidez es mayor que esta última”.
- j. “Una sección hueca de $b \times h$ de dimensiones exteriores y de espesor t tiene igual resistencia a esfuerzo cortante por flexión que una I de similares dimensiones como se muestra en la figura, pero su rigidez es menor que esta última”.
- k. “La pendiente del diagrama de cortante en cualquier punto es igual al valor del momento en ese mismo punto”.
- l. La pendiente del diagrama de momento en cualquier punto es igual a la carga distribuida en ese punto, en magnitud y el signo”.
- m. “La pendiente del diagrama de flechas en una viga sometida a flexión en cualquier punto es igual al valor de la fuerza a cortante en dicho punto”.
- n. “Los métodos operacionales para el cálculo de las flechas en vigas están basados en la conservación de la energía de la deformación y en los aspectos geométricos del problema” (R.C.Hibbeler, 1997) (Mendez, 2019)

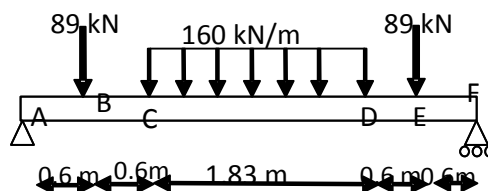
2. Para la viga y cargas mostradas, represente los diagramas de M y V y determine los esfuerzos normales y tangenciales máximos, con $d = 30$ cms.



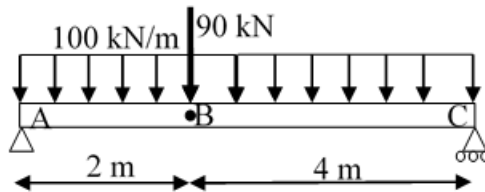
3. Para la viga y cargas mostradas, represente los diagramas de M y V y determine los esfuerzos normales y tangenciales máximos, sabiendo que la viga se trata de un perfil W250x22.3. Encuentre la σ_{eq} del estado tensional plano que ocurre en el encuentro del ala y del alma.



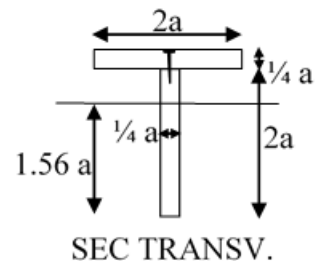
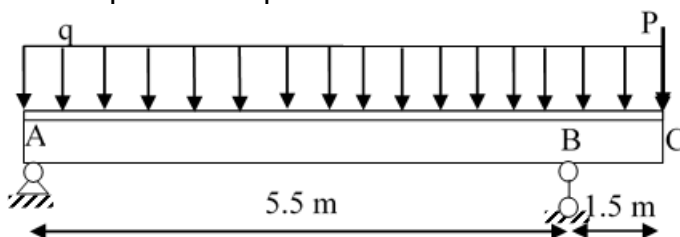
4. Para la viga y cargas mostradas, represente los diagramas de M y V y determine los esfuerzos normales y tangenciales máximos, sabiendo que la viga se trata de un perfil W200x19.3. Encuentre la σ_{eq} del estado tensional plano que ocurre en el encuentro del ala y del alma.



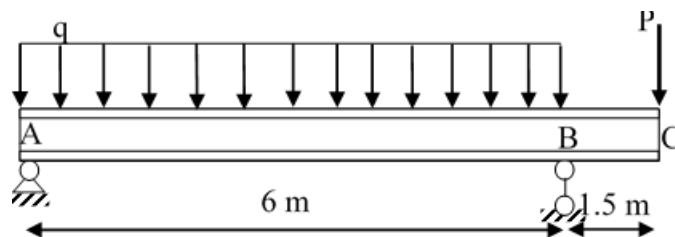
5. Sabiendo que $\sigma_{adm} = 160 \text{ MPa}$ y $\tau_{adm} = 100 \text{ MPa}$, escoja el perfil que debe usarse para soportar las cargas mostradas. a. Si para este elemento, se escogiera un perfil W530 x 150, la $y_{adm} = L/660$ y la flecha máxima se produce a 2.95 m del apoyo A, compruebe el criterio de rigidez. c. En caso que no se cumpla el criterio de rigidez, ¿qué solución propondría Ud.?



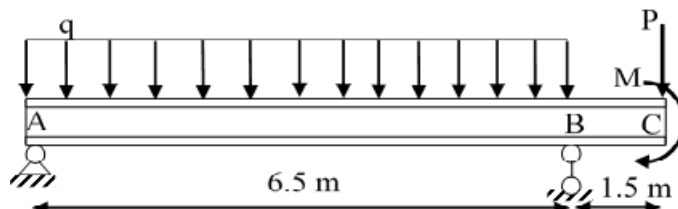
6. La viga de madera cuya geometría, condiciones de carga y apoyos se muestran en la figura está conformada por dos tabloncillos iguales unidos por conectores. Si $P = 19.6 \text{ kN}$ y $q = 20 \text{ kN/m}$: a. Halle a , conociendo que para las proporciones dadas $I = 0.4857a^4$ y los esfuerzos admisibles a compresión y tensión son $\sigma_{c adm} = 21 \text{ MPa}$, $\sigma_{t adm} = 25 \text{ MPa}$, b. Calcule el espaciamiento de los conectores, si $a = 20 \text{ cm}$ y la fuerza resistente admisible de cada conector es 3 kN . c. Compruebe si la viga cumple el criterio de rigidez, si $a = 20 \text{ cm}$, $E = 8 \text{ GPa}$ y si la flecha permisible fuera de 2 cm , conociendo que la deformación máxima se encuentra a 2.51 m del apoyo A. En caso que no cumpla, proponga y justifique las medidas que adoptaría para que se cumpliera dicho criterio.



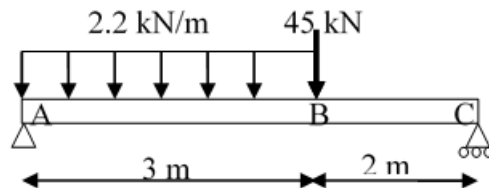
7. La viga de acero cuya geometría, condiciones de carga y apoyos se muestran en la figura. Si $P = 52 \text{ kN}$ y $q = 25 \text{ kN/m}$: a. Determine el perfil W necesario si se conoce que solo existen perfiles de la serie 310, $\sigma_{adm} = 160 \text{ MPa}$, b. Si el perfil fuera W310x38.7 compruebe si soporta los esfuerzos cortantes, si $\tau_{adm} = 100 \text{ MPa}$, c. Compruebe si la viga cumple el criterio de rigidez, si $E = 200 \text{ GPa}$ y si la flecha permisible fuera de 1.4 cm , conociendo que la deformación máxima se encuentra a 2.74 m del apoyo A. En caso que no cumpla, proponga y justifique las medidas que adoptaría para que se cumpliera dicho criterio.



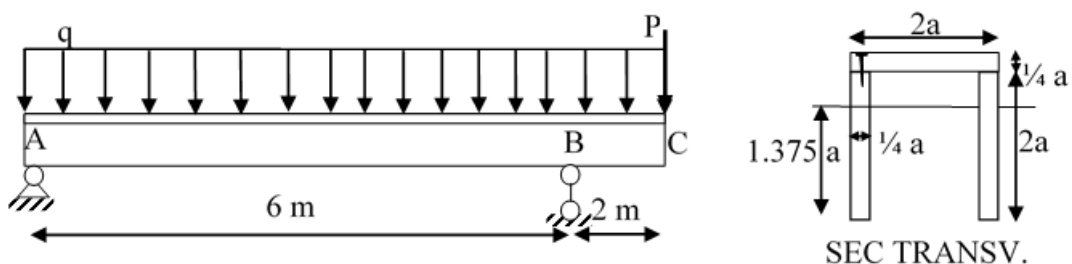
8. Para la viga de acero cuya geometría, condiciones de carga y apoyos se muestran en la figura, $P = 40 \text{ kN}$, $M = 40 \text{ kN-m}$ y $q = 30 \text{ kN/m}$: a. Determine el perfil W necesario, a partir de $\sigma_{adm} = 160 \text{ MPa}$, b. Si el perfil fuera W310x52 compruebe si soporta los esfuerzos cortantes, si $\tau_{adm} = 90 \text{ MPa}$. c. Compruebe si la viga cumple el criterio de rigidez, conociendo que $E = 200 \text{ GPa}$, $y_{adm} = 1.5 \text{ cm}$, y que la deformación máxima se encuentra a 3 m del apoyo A. En caso que no cumpla, proponga y justifique las medidas que adoptaría para que se cumpliera dicho criterio



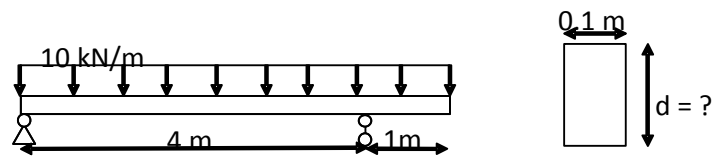
9. Para la viga de acero cuya geometría, condiciones de carga y apoyos se muestran en la figura: a. Determine el perfil W necesario si se conoce que solo existen perfiles de la serie 250 , $\sigma_{adm} = 160 \text{ MPa}$. $\tau_{adm} = 100 \text{ MPa}$. c. Si el perfil fuera W250x32.7 compruebe el criterio de rigidez conociendo que para esa viga la flecha máxima se produce a 2.62 m del apoyo A y que $y_{adm} = 2.5 \text{ cms}$. d. En caso que no cumpla, proponga y justifique las medidas que adoptaría para que se cumpliera dicho criterio



10. La viga de madera cuya geometría, condiciones de carga y apoyos se muestran en la figura está conformada por tres tablones iguales unidos por conectores. Si $P = 10 \text{ kN}$ y $q = 20 \text{ kN/m}$: a. Construya los diagramas de M y V, b. Halle a, conociendo que para las proporciones dadas $I = 0.7578a^4$ y los esfuerzos admisibles a compresión y tensión son $\sigma_{c adm} = 21 \text{ MPa}$, $\sigma_{t adm} = 25 \text{ MPa}$, c. Si $a = 175 \text{ mm}$, calcule el espaciamiento mínimo de los conectores y la fuerza resistente adm. de cada conector es 5 kN. d. Compruebe si la viga cumple el criterio de rigidez, si $E = 8 \text{ GPa}$, $y_{adm} = 2 \text{ cms}$, conociendo que la deformación máxima se encuentra a 2.649 m del apoyo, e. En caso que no cumpla, proponga y justifique las medidas que adoptaría para que se cumpliera dicho criterio



11. Para la viga de madera cuya geometría, condiciones de carga y apoyos se muestran en la figura, a. Construya los diagramas de M y V, b. Determine d, conociendo que los esfuerzos admisibles a compresión y tensión son $\sigma_{c\text{ adm}} = 20 \text{ MPa}$, $\sigma_{t\text{ adm}} = 25 \text{ MPa}$. c. Si $d = 230 \text{ mm}$, compruebe la resistencia a esf. tangenciales si $\tau_{\text{adm}} = 8 \text{ MPa}$ d. Para esos datos, compruebe el criterio de rigidez conociendo que $y_{\text{máx}}$ se produce a 1.905 m del apoyo izquierdo, $E = 12 \text{ GPa}$ y que $y_{\text{adm}} = 1.6 \text{ cms}$. e. En caso que no cumpla, proponga y justifique las medidas que adoptaría para que se cumpliera dicho criterio



2.7 Conclusiones del Capítulo.

1). Se describen los instrumentos utilizados para determinar las necesidades de los alumnos que los profesores identifican con respecto al desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje de la Resistencia de Materiales I, y se fundamenta científica y metodológicamente de esa forma la estructura de los problemas resueltos y propuestos a elaborar, analizándose los resultados de los instrumentos aplicados.

2). La investigación realizada es de tipo no experimental exploratorio y descriptivo; ya que, con la información obtenida, se determinó con mayor amplitud la falta de un manual de problemas resueltos y propuestos para la asignatura “Resistencia de Materiales” en el plan de estudio D que pudiera ser de ayuda a los alumnos en su formación profesional.

3). Este grupo de ejercicios resueltos y propuestos es de vital importancia debido a que ayudará al estudiante a desarrollar el método correcto de estudio, a dirigir sus esfuerzos hacia las cuestiones o aspectos que son fundamentales para lograr los objetivos propuestos y básicamente, a partir del conocimiento de los conceptos teóricos, a contribuir al desarrollo de las habilidades practicas necesarias, a los hábitos del trabajo independientemente y la capacidad creadora..

CAPÍTULO 3: Confección de un libro electrónico en Mathcad como guía de estudio

3.1 INTRODUCCIÓN

La confección del libro electrónico en Mathcad es una gran ayuda para el estudio de los estudiantes debido a que el Mathcad (marca registrada de MathSoft Engineering & Education, Inc.) es una herramienta útil para resolver problemas de ingeniería. Una gran ayuda de este software es su capacidad de representación algebraica de las ecuaciones involucradas en la solución del problema junto con su valuación numérica. Esta característica hace a esta herramienta útil para la solución de problemas de ingeniería que requieren ser presentadas en un reporte o memoria de cálculo, para coadyuvar a la comprensión del problema (Ansari y Senouci, 1999; Galambos, 2001).

En dicho libro aparecerán las soluciones de los ejercicios resueltos por temas orientados en el capítulo 2 con una complejidad gradual para una mejor asimilación del estudiante, esto le dará al estudiante la capacidad para realizar luego los ejercicios propuestos q aparecen también por temas en el capítulo 2 del trabajo de diploma y donde podrán comprobar su respuesta final en los anexos del trabajo de diploma

3.2 Antecedentes del trabajo con hojas de cálculo.

3.2.1 En la Facultad de construcciones de la Universidad Central Marta Abreu de las Villas.

En nuestra facultad ya existen experiencias considerables sobre la utilización de hojas de cálculo, ya sean de Excel o Mathcad, en varias asignaturas de la disciplina de ingeniería civil. Dentro de las asignaturas se destacan: Resistencia de Materiales, Diseño de Cimentación y Muros, Diseño de Hormigón Estructural etc. Además, en las asignaturas de Maestría de Estructuras, Mathcad tiene una utilización bien amplia aplicándose en las asignaturas, Mecánica de la Construcción Superior, Dinámica de las Estructuras, Cimentaciones sobre todo en Computación Aplicada donde se enseña la utilización de ella.

3.2 Ventajas del empleo de hojas de cálculo.

Las hojas de cálculo constituyen una ayuda valiosa para todo profesional que tenga que realizar procedimientos de cálculo, no importa cuál sea su profesión.

Las ventajas que caracterizan a las hojas de cálculo radican en:

- Lo fácil que se vuelve su empleo cuando están hechas con cierta transparencia, lo que permite que en un corto tiempo se pueda aprender a trabajar con ellas.
- Que generalmente se crean sobre programas con los que es fácil interactuar y que son del dominio de la mayoría.
- Los programas donde son montadas te dan muchas herramientas y opciones para construirlas, esto hace que exista un sin número de formas para resolver un mismo procedimiento, y que a la vez se vuelvan personales, o sea que cada persona es libre para ordenar, ambientar su hoja como mejor el desee.
- Si la hoja fue bien construida, da resultados confiables.

3.3. Acerca del Libro Electrónico

Todas las hojas de cálculo para este trabajo se encuentran incluidas dentro de un libro electrónico. Un libro electrónico consiste en una agrupación de diferentes archivos, dentro de un documento único.

Los libros electrónicos son una manera muy práctica de agrupar diferentes archivos bajo un solo nombre y en el caso de este trabajo, se logra agrupar de manera satisfactoria todos los archivos que integran esta serie de hojas de cálculo de obtención de la solución de ejercicios resueltos por temas en la asignatura de Resistencia de Materiales I.

3.4 Creación de Libro Electrónico en General

Para generar un libro electrónico, una vez que se ha concluido la fabricación de los diferentes archivos que lo compondrán, se requiere seguir los pasos presentados a continuación:

- Crear una tabla de contenidos o índice general
- Añadir “hipervínculos” que comuniquen al índice general con los archivos creados.
- Crear un archivo tipo HBK

3.4.1 Creación del Índice General

El Índice General no es más que un archivo con extensión “.xmcd”, el cuál servirá para comunicar a todos las hojas previamente generadas. Es un

compendio de todo el trabajo realizado donde se puede viajar de un archivo a otro por medio de las opciones programadas mediante “hipervínculos”.

Se realizó la creación de un Índice General que comunica a diversos índices secundarios, los cuales a su vez comunican a hojas de cálculo específicos mediante un “clic” en el ícono del problema deseado. A su vez, cada hoja de cálculo específico presenta la opción de regresar a su índice secundario, así como también al Índice General.

A continuación, se ilustra en la Figura 3-1 la presentación del índice general del libro electrónico.

 INDICE GENERAL DE PROBLEMAS RESUELTOS DE Resistencia de Materiales I:	
I. Problemas Resueltos del Tema II I.1 Prob. Res.Tema II-I I.2 Prob. Res.Tema II-II I.3 Prob. Res.Tema II-III I.4 Prob. Res.Tema II-IV I.5 Prob. Res.Tema II-V	IV. Problemas Resueltos del Tema V IV.1 Prob. Res.Tema V-I IV.2 Prob. Res.Tema V-II IV.3 Prob. Res.Tema V-III IV.4 Prob. Res.Tema V-IV
II. Problemas Resueltos del Tema III II.1 Prob. Res.Tema III-I II.2 Prob. Res.Tema III-II II.3 Prob. Res.Tema III-III II.4 Prob. Res.Tema III-IV	V. Problemas Resueltos del Tema VI V.1 Prob. Res.Tema VI-I V.2 Prob. Res.Tema VI-II V.3 Prob. Res.Tema VI-III
III. Problemas Resueltos del Tema IV	VI. Problemas Resueltos del Tema VII

Fig 3.1: Índice General

En este Índice General, le servirá al estudiante de gran ayuda, debido a que podrá consultar el tema que este vaya a estudiar con solo dar doble clic en el tema deseado. Por ejemplo, para revisar las hojas de cálculo de los elementos sometidos a esfuerzos axiales se dará doble clic en el tema II y tendrá 5 ejercicios resueltos acerca del tema.

3.4.2 Generación de hipervínculos entre archivos

Un hipervínculo es una propiedad que se aplica en diferentes textos o figuras, para que, al dar clic a dicho texto o figura, éste comunique a una ruta que puede encontrarse en otros archivos o en alguna parte específica del mismo.

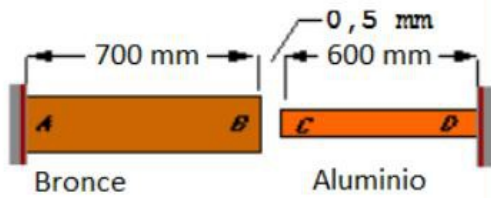
Los hipervínculos son las propiedades que permiten trasladarse del índice general a los índices secundarios y de éstos a las hojas específicas y viceversa. Se pueden crear hipervínculos de textos específicos, tablas, gráficas, figuras, etc.

Para crear un hipervínculo se debe establecer qué elemento será el origen del hipervínculo y cuál elemento conformará el destino del mismo. El elemento origen será aquel que al dar “clic” nos comunicará inmediatamente con el elemento destino. Ambos elementos se deben configurar de diferentes formas.

Para configurar un elemento destino que se encuentra en una hoja de trabajo de Mathcad (extensión. xmc) se deberá dar “clic” al texto o figura en cuestión con el botón derecho del ratón; después, se deberá ingresar al menú propiedades, donde en la ventana se deberá introducir una etiqueta llamada “tag” a dicho elemento. Esta etiqueta será un nombre único que servirá para diferenciar a este elemento específico de otros elementos tipo destino. Fig 3.2:

Problema Resuelto # 2.

2. La barra de bronce ($E = 105 \text{ GPa}$, $\alpha = 19 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$) AB ($A_b = 2000 \text{ mm}^2$) y de aluminio ($E = 70 \text{ GPa}$, $\alpha = 23 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$) CD ($A_a = 1000 \text{ mm}^2$) están conectadas a extremos fijos e inicialmente separadas por la holgura indicada a 20°C . Determine las reacciones de apoyo, después que la temperatura alcance los 160°C .



$$E_b := 105 \text{ GPa} \quad A_{ab} := 2000 \text{ mm}^2 \quad L_a$$

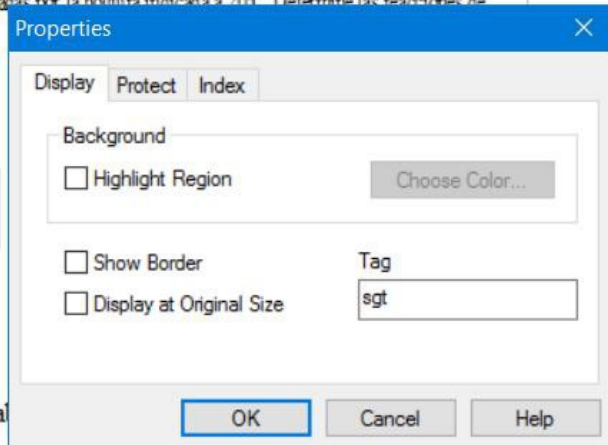


Fig 3.2: Introducción de tag en el elemento destino

Una vez que se cuenta con un elemento destino configurado, es decir, con un "tag" con nombre específico dentro de una hoja de trabajo de Mathcad, se procederá a configurar el elemento origen. Para esto se deberá seleccionar el elemento a configurar. Una vez seleccionado se deberá ingresar al menú "Insert" y después al submenú "hiperlink". Esto se ilustra en la siguiente figura 3.3:

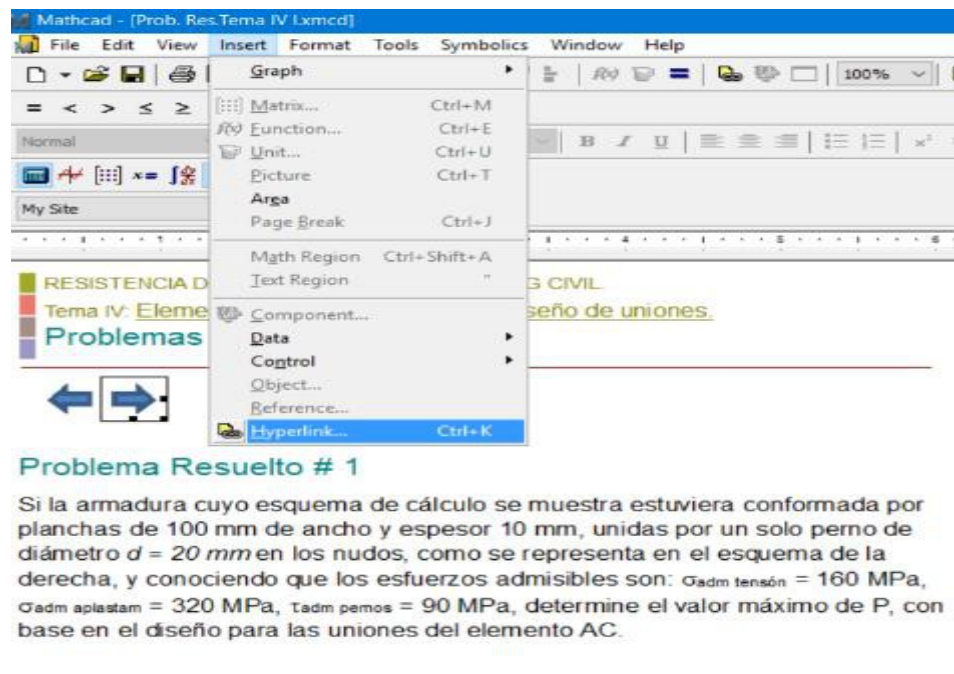


Fig 3.3: Configuración de un elemento origen

Una vez hecho esto, aparecerá una ventana donde se deberá introducir la ruta al archivo que se quiere conectar. Al terminar de poner la ruta específica o URL, se deberá incluir el signo “#” seguido del nombre dado al “tag”. Si esto se realiza correctamente, cada vez que se dé un clic al elemento origen, se comunicará inmediatamente al elemento destino, el cuál puede localizarse dentro del mismo archivo o en alguno otro. Lo mencionado anteriormente se ilustra en la siguiente figura 3.4:

Problema Resuelto # 1

1. Para la viga de madera y cargas mostradas, determine el peralte de la sección transversal de la viga si para la madera utilizada $\sigma_{adm\ t\ n} = 12\text{ MPa}$, $\sigma_{adm\ c\ m\ p} = 10\text{ MPa}$, $\tau_{adm} = 1\text{ MPa}$ y en este elemento, $\Delta_{adm} = L/250$

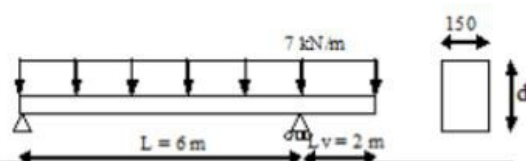


Fig 3.4: Ruta específica que liga el elemento tipo origen con elemento tipo destino

3.4.3 Creación de archivo HBK

El último paso para generar un libro electrónico consiste en la creación de un archivo HBK.

Este archivo se puede crear desde cualquier procesador de texto y consta de instrucciones específicas que a continuación se describirán. Deberá ser guardado como “archivo solo texto” y se deberá agregar la extensión “. hbk”.

Esta extensión configura a Mathcad de tal manera que este programa pueda abrir los datos incluidos en el archivo en formato de libro electrónico.

Las siguientes instrucciones deberán ser escritas en el procesador de texto justo como indica la siguiente Figura3-5:

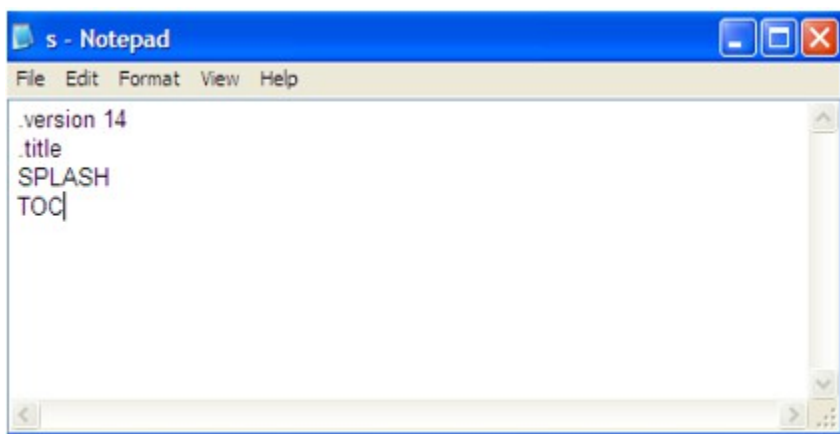


Fig 3.5: Procesador de texto

Estas instrucciones son obligatorias. La primera llamada “. versión” hace referencia al tipo de versión del programa Mathcad con la que se dispone. En este caso corresponde después de la instrucción y seguida de un espacio el texto “14”, el cual hace referencia a la versión utilizada. La segunda instrucción “ title” será seguida de un espacio y después se colocará el texto del título que aparecerá al abrir el libro electrónico. La tercera instrucción “SPLASH” deberá escribirse en mayúsculas, después se dejará un espacio en blanco para proceder a escribir el nombre de la primera página que aparecerá al abrir el libro electrónico. Esta página deberá de ser un archivo generado en Mathcad (con extensión .xmcd). La cuarta instrucción “TOC” se escribirá de la misma forma que las anteriores y seguida de un espacio después del cual se colocará el nombre del archivo que corresponderá al índice del libro electrónico. Este nombre deberá escribirse con su extensión “.xmcd”.

Después, en el siguiente renglón, se establecerán tres columnas; la primera es donde se colocará el nombre de cada hoja de trabajo (sin extensión) que incluirá el libro electrónico. En la segunda columna se repetirá el nombre de la primera columna, pero ahora si se escribirá con su extensión y, por último, en la tercera columna y seguido de “:”, se escribirá el título que aparecerá en el libro electrónico para esta sección. La Figura 3-6 muestra lo explicado:

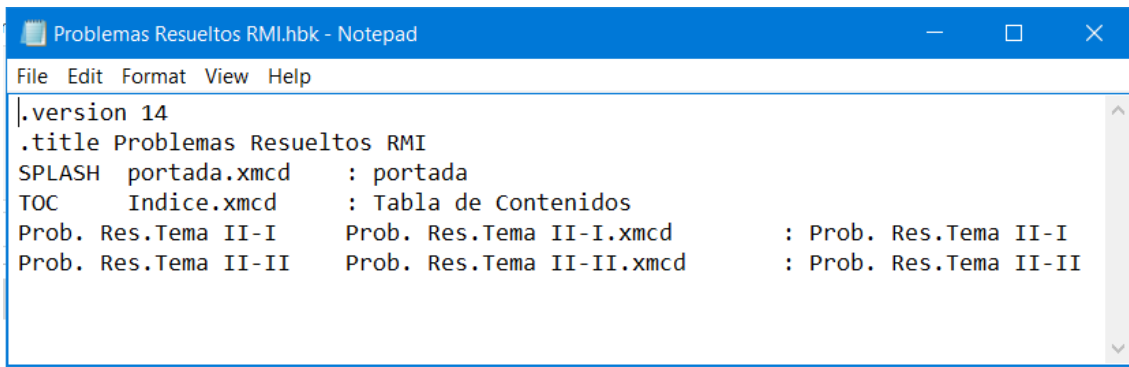


Fig 3.6: creación del archivo HBK

El libro generado para este trabajo no necesita configurar uno por uno los diferentes archivos que lo conforman, puesto que desde la creación del índice general se implementó el uso de hipervínculos que relacionan los archivos que conforman la totalidad del trabajo en la manera deseada. A continuación, se presenta el archivo de texto necesario para generar el libro electrónico de este trabajo. Fig 3.7:

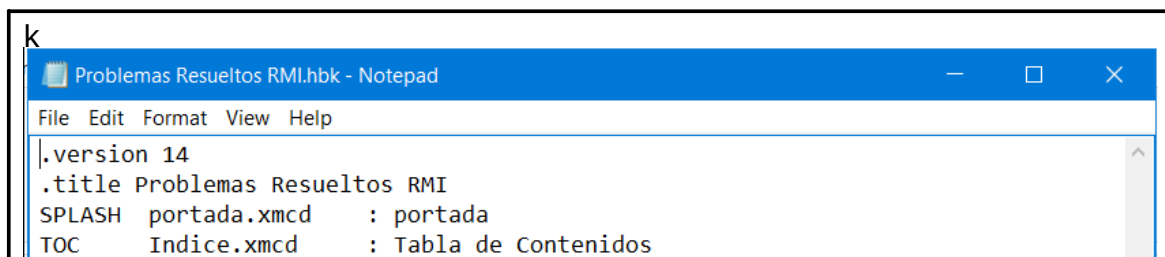


Fig 3.7: segmento del archivo HBK

En esta figura 3.7 se puede apreciar que la primera página que se presentará al abrir el libro electrónico, es un archivo llamado “portada.xmcd”, mientras que el índice general cuenta con el nombre de archivo “Indice.xmcd”.

Es importante mencionar que el nombre con el que se guardará a este archivo HBK deberá ser el mismo nombre de un folder donde se encontrarán todos los archivos que lo conformarán. Tanto el archivo HBK como el folder del mismo nombre, se deberán encontrar en la misma carpeta.

Para abrir el libro electrónico se deberá abrir el programa Mathcad y seleccionar la opción Mathcad books como se ilustra en la siguiente figura 3.8:

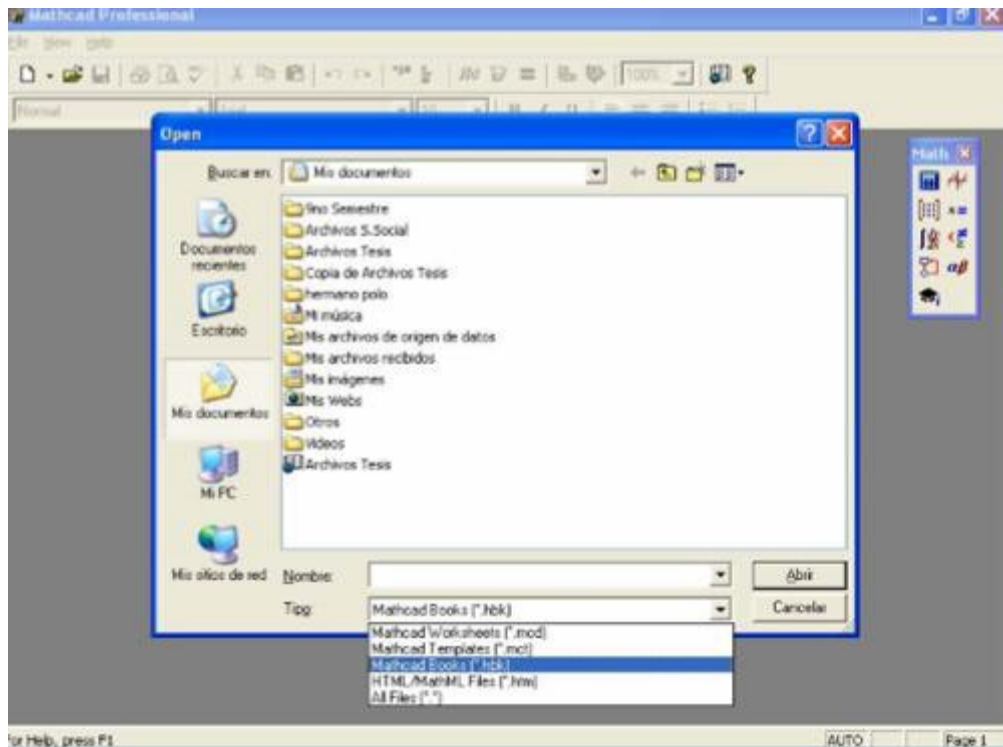


Fig 3.8: Procedimiento para abrir el libro electrónico

Una vez que se ha abierto el libro electrónico, se podrán consultar todos los archivos incluidos dentro de éste. Mediante las ligas programadas se podrá dirigir del Índice Principal a los diferentes Índices Secundarios y de los Índices Secundarios a los problemas específicos. Se podrá modificar los datos de entrada de los ejemplos y problemas con el fin de obtener los resultados deseados para los datos propuestos.

Conclusiones del Capítulo.

- ✓ Las hojas de cálculo agrupados en un libro electrónico son muy efectivos en cuanto a ahorrar tiempo y comprensión del proceso de diseño y revisión de los diferentes temas de resistencia de materiales I.
- ✓ Con el desarrollo de esta herramienta de computación, un estudiante puede concentrarse en el proceso de revisión por temas en la asignatura de resistencia de materiales I, sin realizar los cálculos numéricos involucrados.
- ✓ Este libro será una herramienta de gran utilidad, debido a que el estudiante una vez realizado los ejercicios tendrá un gran dominio de la asignatura de Resistencia de Materiales I.
- ✓ Otro aspecto que se destaca es la fácil accesibilidad a dicho libro electrónico, donde el estudiante no tendrá ningún problema a la hora de usar el libro electrónico para su autoestudio.

CONCLUSIONES FINALES

En la Facultad de Construcciones de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas se han desarrollado varias investigaciones con la finalidad de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Resistencia de Materiales I.

La observación diaria, de los resultados en el proceso de enseñanza, denota que los estudiantes no disponen de toda la orientación necesaria en determinadas situaciones ante la gran variedad de recursos y libros en diferentes formatos que se disponen, por lo que se pueden encontrar desorientados al prepararse para las clases, evaluaciones y tareas.

La realización de este trabajo brinda a los estudiantes de segundo año de la carrera de Ingeniería Civil en la Facultad de Construcciones, un manual de ejercicios resueltos y propuestos de la asignatura de Resistencia de Materiales I con el que puedan contar a la hora de su estudio individual, venciendo de forma satisfactoria el contenido de la asignatura.

Se destaca un libro electrónico en Mathcad como fuente de acceso a los problemas resueltos por temas, con una absoluta accesibilidad y comodidad a la hora de estudiar el tema deseado, una ventaja especial de este software es su capacidad de representación algebraica de las ecuaciones involucradas en la solución del problema junto con su evaluación numérica, por lo que este libro será una herramienta de gran utilidad, debido a que el estudiante una vez realizado los ejercicios tendrá un gran dominio de la asignatura de Resistencia de Materiales I, así como del Software MDSolid donde se verifica gran cantidad de estos problemas.

La confección de este manual prepara al estudiante para enfrentar la asignatura de Resistencia de Materiales I con un mayor grado de conocimientos teóricos y prácticos pues en este manual se resume de forma sintetizada y siempre de lo más simple a lo más complejo todo el conocimiento que engloba la asignatura.

Se hace un resumen teórico de cada tema, donde se incluyen verdaderos y falsos, fórmulas y planteamientos a justificar que resulta de gran importancia debido a que los estudiantes suelen tener dificultades con este aspecto en la asignatura.

La investigación realizada determinó con mayor amplitud la falta de un manual de problemas resueltos y propuestos para la asignatura “Resistencia de Materiales” en el plan de estudio D que pudiera ser de ayuda a los alumnos en su formación profesional ya que los estudiantes se vinculan directamente con hojas de cálculo en lenguajes de programación simple.

RECOMENDACIONES

- ✓ Que haya más trabajo (trabajos de diploma es una opción perfecta) sobre el tema, que sea más completo y más perfecto ya que este es la primera experiencia en nuestra facultad de realizar un trabajo de diploma sobre un manual de problemas resueltos y propuestos de Resistencia de Materiales I.

- ✓ Que en la medida que los estudiantes vayan recibiendo la asignatura “Resistencia de Materiales I ”, paralelamente se les ponga actividades prácticas donde ellos se vean obligados a utilizar herramientas como son las hojas de cálculo, ya sean las que existan o las que ellos mismos construyan.

BIBLIOGRAFÍA

autores, C. d. (2017). *Manual de ayuda del MDSOLIDS*.

autores, C. d. (2018). *Mathcad versión 14*.

Azcunaga, R. A. (1990). *Resistencia de Materiales*.

Beer., F. P. (1991). *Mecánica Vectorial para ingenieros*.

Belluzi. (1970). *Ciencia de la construcción*.

Berrocal, O. (1998). *elasticidad*.

Bravo, J. C. (1982). *Calculo de estructuras y resistencia de materiales*.

Canet, J. M. (2012). *Resistencia de Materiales y estructuras*.

Cook, R. y. (1999). *Avanced Mechanics of Materials*.

Courbon. (1968). *Resistencia de Materiales*.

Duménigo, C. (2019). Notas de la asignatura.

Fernández, V. (1991). *Resistencia de Materiales*.

GAISE College Report ASA Revision Committee. (2016). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) in Statistics Education College Report*.
Obtenido de <http://www.amstat.org/education/gaise>

Guerra, R. L. (2012). Entorno Virtual de aprendizaje para la asignatura de resistencia de materiales. 67.

Kolawole, O. (2011). : Problemas Resueltos y Propuestos del tema Análisis de Estructuras Hiperestáticas para la propuesta del Libro de Texto de Análisis de Estructuras en el Plan de Estudio D: Problemas Resueltos y Propuestos del tema Análisis de Estructuras Hiperestáticas pa.

Letis. (2001). *Guía del estudiante*.

M.Gere, J. (2004). *Mechanic of materials*.

Mendez, C. (2019). Resistencia de Materiales I.

Montero, C. (2002). *Propuesta metodológica para el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje en el aula rural multigrado*.

padrón, y. m. (2013). *manual de problemas resueltos y propuestos de las asignaturas resistencia de materiales y análisis de las estructuras*.

Pinzón, O. M. (2003). Breve Historia de la ingeniería mecánica.

- Pisarenko. (1979). *Manual de resistencia de materiales*.
- Quiroga, S. (1995). *Resistencia de Materiales*.
- R.C.Hibbeler. (1997). *Mecánica de los materiales*.
- Rayarshaikan, N. (2009). Aplicación de hojas de cálculo en mathcad para el diseño y revisión de elementos estructurales de acero.
- Shames. (1999). *Mecánica para ingenieros*.
- Tchantchane, A., & Carolyne Fortes, P. (2011). A Multivariate Survey Analysis: Evaluation of Technology Integration in Teaching Statistics. *Australasian Society for Computers in Learning in Tertiary Education*, (págs. 1227-1238). Hobart. Recuperado el 06 de Septiembre de 2017, de www.ascilite.org/conferences/hobart11/downloads/papers/Tchantchane-full.pdf
- Timoshenko. (1982). *Resistencia de materiales*.
- Timoshenko, S. (1998). *Historia de la resistencia de materiales*.

ANEXOS

Ver carpeta adjunta al trabajo que se titula Anexos.