Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales

TRABAJO DE DIPLOMA

Observador de velocidad y aceleración para sistemas mecánicos a partir de lectura de encoder

Autor: Samy Kharuf Gutierrez

Tutor: Msc. Pablo J. Prieto Entenza

Santa Clara

2014

"Año 56 de la Revolución"

Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales

TRABAJO DE DIPLOMA

Observador de velocidad y aceleración para sistemas mecánicos a partir de lectura de encoder

Autor: Samy Kharuf Gutierrez
email: skharuf@uclv.edu.cu

Tutor: Msc. Pablo J. Prieto Entenza Prof. Asistente
Dpto. de Automática, Facultad de Ing. Eléctrica, UCLV
email: pablop@uclv.edu.cu

Santa Clara

2014

"Año 56 de la Revolución"

Hago constar que el presente TRABAJO DE DIPLOMA fue realizado en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Samy Kharuf Gutierrez — Fecha
Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Samy Kharuf Gutierrez — Fecha
Autor

Boris Luis Martínez Jiménez, Dr.C — Fecha
Jefe del Departamento

Responsable ICT o J' de Carrera, (Dr.C., M.Sc. o Ing.) — Fecha
Responsable de Información Científico - Técnica

PENSAMIENTO

"El investigador que no sabe lo que está buscando no comprenderá lo que encuentra"

Claude Bernard

DEDICATORIA

A YAHVE Dios Altísimo que me dio la vida.

A la Santísima Virgen María que me ha aliviado mis dolores.

A mi mamá, esta tesis también es suya, ella ha sido mi única ayuda en este mundo.

A mi padre y mi hermana que nunca me han abandonado.

A mis abuelos, tías y primos por ser la familia maravillosa que siempre me ha cuidado.

AGRADECIMIENTOS

A Pablo José que más que un tutor ha sido un hermano en estos años de la universidad. No solo me ha guiado con su amplia ciencia para la realización de este Trabajo de Diploma, también ha puesto a mi disposición su tiempo, casa y valiosos consejos. Agradecerle también que me soportara, que haya tenido paciencia cuando no seguía sus recomendaciones y me rompía la cabeza por porfiado. Su voluntad y visión fueron imprescindibles para la realización de esta tesis, incluso a pesar de los rayos. Por último decirle que de todas las discusiones nuestras, siempre el tiempo le dio la razón y lo reconozco, por supuesto exceptuando las concernientes a Francisco.

En todos estos años he tenido el honor de tener unos amigos maravillosos. A Meine liebe Anailys y Anaibys, las personas que me han abrazado y dado más cariño que nadie. A Homero que de una amistad tibia en 1er año se ha convertido en el hermanito que la vida no me dio. Al Charlie que a pesar de la distancia no se olvida de nosotros y Carre que con sus ocurrencias siempre me hacía reír, juntos éramos los Corei, nunca olvidaré los estudios en el cuarto del U-2, a pesar de lo incómodos que estábamos, alegría y barras de maní nunca faltaron.

A la Sals (Osvaldo,Sergio,Diosdany,Reinaldo,Victor,Nelson,Roby,Suazo) por su amistad, nadie mejor que ellos para levantarle el ánimo a uno y pasarla bien. Los avileños (Yonder,Elías,Trujillo,Manuel, Roberto y Leyanis estos últimos avileños por adopción)las mejores personas que he conocido en mi vida, espero que nuestros caminos se vuelvan a cruzar. Los Camagüeyanos y los yukis(Ronald y Celín) amigos que siempre están en las buenas y las malas, con ellos no hay momentos aburridos. Y finalmente la persona más especial, Elizabeth, que sentándose delante de mi hacía las clases más llevaderas.

A Hector Daniel,Yasiel y Daniel. Amigos tanto en las cosas de la ciencia como en las de la vida.

A Ailet y al doctor Jose Rafael Abreu, los consejos que me dieron fueron fundamentales para encaminarme en esta universidad.

A Oscar,Valeriano,Urquijo,Diamir,Mariano,Delvis,Yidier y Richar que nos acogieron en el 117, nos enseñaron, guiaron y sobre todo soportaron estos años.

A Alexander cuya amistad y apoyo ha sido decisivo en estos tiempos.

A todos mis profesores por su guía académica y a aquellos, cuyas contribuciones, sugerencias, discusiones técnicas y consideraciones han ayudado a mejorar la calidad de esta tesis.

RESUMEN

En la robótica se puede definir como control de trayectoria al control de las variables de estado en un sistema mecánico. Para hacer un seguimiento de trayectoria se requiere retroalimentar tanto la velocidad como la aceleración del robot. Las estrategias de control de posición hasta hoy propuestas por el Grupo de Automatización, Robótica y Percepción (GARP) se basan solamente en la realimentación de posición y, aunque los resultados son buenos, se conoce que un lazo interno de velocidad puede mejorar la estabilidad y el desempeño del sistema. Dado el alto costo que significa introducir en el control de los sistemas mecánicos otros sensores para la detección de la velocidad de desplazamiento, se ha optado por la medición de velocidad a partir de los sensores de posición ya instalados, en este caso, encoders. Una variante para obtener velocidad y aceleración es derivar la señal de posición proveniente de los encoders, pero esto no es recomendable ya que la diferenciación de una señal siempre decrementa la relación señal a ruido, porque este último por lo general fluctúa más rápido que la señal de mando. El empleo de observadores está justificado para aplicaciones donde se precisa una medición exacta de variables de estado del sistema y donde no está disponible por métodos convencionales, pudiéndose citar por ejemplo, los controladores PI, PID y un gran número de controladores robustos. En este trabajo se presentan las diferentes técnicas para medir velocidad usadas en la industria actual, haciéndose énfasis en los métodos implementables, en cuanto a costo, en el centro GARP. Además se proponen alternativas para la estimación de variables de estado a partir de la literatura científica.

TABLA DE CONTENIDO

Página

PENSAMIENTO I

DEDICATORIA II

AGRADECIMIENTOS III

RESUMEN V

Índice de tablas VIII

Índice de figuras IX

INTRODUCCIÓN 1

1. Medición y observación de variables de estado en sistemas mecánicos 5

1.1. Medición de velocidad 5

1.1.1. Sensores empleados para la medición de velocidad 5

1.1.2. Estimador de velocidad por expansión por diferencia regresiva . 12

1.1.3. Estimador de velocidad acondicionado por mínimos cuadrados . 13

1.2. Observadores de estado 16

1.3. Filtro de Kalman 25

1.4. Consideraciones finales del capítulo 28

2. Filtro de Kalman para la estimación de estados 29

2.1. Filtro de Kalman 29

2.2. Filtro de Kalman con filtrado 33

2.2.1. Innovación-Actualización-Corrección 35

2.2.2. Inicialización del algoritmo 37

2.2.3. Consideraciones Finales del capítulo 39

3. Observador de estado para sistemas mecánicos. Experimentos y análisis de resultados 40

3.1. Características constructivas del motor AC y de la plataforma de 2 GDL 40

3.2. Diseño del observador de estado para estimar velocidad y aceleración . 42

3.3. Diseño e implementación del Filtro de Kalman para estimar velocidad y aceleración 45

3.4. Análisis económico 48

3.5. Consideraciones finales del capítulo 48

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 50

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 56

ANEXOS 57

Índice de tablas

Tabla Página

3–1. Datos mecánicos del simulador de conducción SIMPRO 42

3–2. Relación de precios 48

Índice de figuras

Figura Página

1–1. a) Encoder incremental. b) Esquema de medición 7

1–2. a) Encoder absoluto. b) Esquema de medición 8

1–3. a) Encoder çódigo Gray"b) Representación de la salida de código binario y código Gray 9

1–4. Esquema generalizado de un observador de estado. 18

2–1. Diagrama de bloques de un sistema lineal 30

2–2. Variantes del Filtro de Kalman 32

2–3. Ecuaciones básicas del Filtro de Kalman 34

3–1. Motor trifásico de inducción. 40

3–2. Plataforma de 2 GDL y su arquitectura geométrica 41

3–3. Estimación de velocidad con Observador de estado 43

3–4. Estimación de velocidad en la plataforma de 2GDL. 44

3–5. Desplazamiento del actuador neumático 44

3–6. Estimación de velocidad con Filtro de Kalman en Motor AC 46

3–7. Estimación de velocidad con Filtro de Kalman en Motor AC 47

3–8. Estimación de aceleración con Filtro de Kalman en Motor AC 47

3–9. Estimación de velocidad con Filtro de Kalman en Plataforma de 2 GDL . 48

INTRODUCCIÓN

Una estructura paralela resulta ideal para aplicaciones como los simuladores de conducción y vuelo, que requieren mover elevadas cargas con relativa precisión y no requieren un área de trabajo muy grande. Estos sistemas presentan aplicaciones a nivel mundial como pueden ser en sistemas de simulación de movimiento para la industria del entretenimiento o para el entrenamiento de conductores y pilotos (Izaguirre, 2011).

En los robots paralelos la utilización de cilindros neumáticos de desplazamiento lineal como elemento actuador se ha hecho frecuente. Los actuadores son los dispositivos que se encargan de producir las fuerzas y/o torques en las estructuras mecánicas para generar el movimiento. El actuador neumático representa el principal operador de control de fuerza en muchas aplicaciones industriales, donde sus características estáticas y dinámicas juegan un papel importante en el comportamiento global del sistema de control. Por lo tanto, conocer sus atributos y desventajas es de vital importancia para el diseño de una estrategia de control (Krivts, 2006).

Los actuadores neumáticos presentan características que dificultan considerablemente el control de su posición en aplicaciones donde se requiera el posicionamiento de la carga en cualquier parte de la carrera posible del cilindro. Algunas características que hacen que la dinámica de los actuadores neumáticos sea altamente no lineal son (Rubio, 2009):

- La compresibilidad del aire.
- El comportamiento no lineal del flujo de aire a través de las válvulas.
- La existencia de elevadas fuerzas de fricción estáticas y dinámicas entre el cilindro y el pistón.

Otras dificultades en el control servo-neumático están dadas por la presencia de posibles disturbios provenientes de fugas en las válvulas. Además, la incertidumbre en los

parámetros del sistema hace que el diseño de los controladores sea problemático. En el seguimiento de trayectorias en un sistema electro-neumático, el método de diseño por ubicación de polos basándose en la realimentación de los estados logra buenos resultados y controladores con menores tiempos de establecimiento (Pandian, 2002).

La realimentación de estados tiene el efecto de aumentar el factor de amortiguamiento relativo sin afectar la frecuencia natural no amortiguada del sistema (Ogata, 1998). Muchos estudios tanto teóricos como prácticos han demostrado que el desempeño de los sistemas de control puede a menudo ser mejorado con algún tipo de realimentación de velocidad.

La estimación de la velocidad y aceleración en tiempo real a partir del conocimiento del desplazamiento en tiempos discretos es una necesidad en numerosos sistemas de control (Janabi-Sharifi, 2000). La adquisición de sensores para medir velocidad representa un gasto sustancial de dinero por lo que se mide la velocidad a partir de los sensores de posición ya instalados, en este caso encoders. En el mundo muchos investigadores han contribuido con sus esfuerzos a la estimación de la velocidad con más exactitud a partir de este tipo de sensores, o sea, basada en la medición únicamente de la posición, y varios métodos han sido propuestos.

Muchas variantes se basan en la realimentación de posición, velocidad y aceleración; entre ellas se tiene el trabajo de (Ning, 2002) que propone un controlador con la realimentación de estas variables y adiciona en la acción de control un compensador de fricción para mejorar la precisión. Una de las variables necesarias para la implementación del control de posición basado en técnicas deslizantes es la velocidad y la aceleración.

Otro autor, Janiszowski, propone un controlador por realimentación de posición, velocidad y aceleración, a partir de la estimación en línea del modelo del sistema por el método interactivo de mínimos cuadrados. La velocidad y aceleración las estima con un observador por el método de Luenberguer. Este controlador está diseñado para posicionamiento y garantiza la máxima velocidad de respuesta con un mínimo error en estado

estable. Su problema radica en que el esfuerzo de control es grande y, por consiguiente, disminuye la vida útil de la válvula y el consumo de energía aumenta (Janiszowski, 2004).

Para obtener la velocidad se puede diferenciar la señal de posición pero esta opción trae como problema que se decrementa la relación señal a ruido. En ocasiones, la relación señal/ruido se decrementa varias veces mediante un proceso único de diferenciación, como recurso se filtra la señal para eliminar los ruidos que la acción derivativa amplifica. Sin embargo la utilización de filtros para la eliminación de ruidos implica introducir un retardo en la lectura de la señal, hecho que resulta muy perjudicial teniendo en cuenta que los sistemas mecánicos se caracterizan por tener dinámicas rápidas. Todo lo anterior presupone un reto en encontrar el método acorde para estimar las derivadas del estado, que en este caso es la velocidad (Jin, 2012).

Una de las vías puede ser la adquisición de sensores capaces de estimar velocidad, sin embargo el precio de estos dispositivos oscila entre los 600 USD. El grupo GARP ha dado los primeros pasos con el diseño de un sistema empotrado basado en el teorema del super-muestreo para la estimación de velocidad (Damme, 2009), sin embargo, las señales analógicas presentan componentes de altas frecuencias ruidosas que deterioran el desempeño del sistema. En la lectura de las mediciones, se hace notable el ruido presente, añadido, en buena medida por la cinta de conexión entre la tarjeta de adquisición de datos, por lo que esta opción no fue viable. Estos resultados obligan a realizar un replanteamiento del camino a tomar.

El **problema científico** se enfoca entonces en: ¿Cómo estimar las variables de estado sin la influencia de los ruidos introducidos por la acción derivativa aplicada a la lectura de posición?

Como **hipótesis** se plantea que mediante el uso de un observador de estado se puede estimar sin retardo y libre de ruidos las variables de velocidad y aceleración de un sistema mecánico.

Objetivo general: Implementar un observador de estado para lograr una estimación fiable y no ruidosa de la velocidad con vistas al desarrollo de algoritmos de control por retroalimentación de estados aplicado en los sistemas mecánicos.

Objetivos específicos:

1. Analizar las técnicas reportadas en la literatura científica basadas en la observación de estados para estimar velocidad y aceleración.
2. Establecer los pasos a seguir para el diseño de un observador de estado para estimar velocidad y aceleración.
3. Diseñar un observador de estado para estimar velocidad y aceleración.
4. Evaluar mediante experimentos el desempeño del observador de velocidad y aceleración.

Organización del Informe: La investigación incluye tres capítulos, además de la introducción, conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos correspondientes. Los temas que se abordan en cada capítulo se encuentran estructurados de la forma siguiente:

CAPÍTULO I: En el primer capítulo se realiza el análisis crítico de la literatura especializada consultada. Se presentan las principales metodologías con respecto a la estimación de variables de estado. Se plantea la panorámica general existente en torno al problema que se aborda y un estudio comparativo de las estrategias que se usan en la actualidad. Se hace énfasis en la descripción de las diferentes variantes de solución de la problemática de la estimación de velocidad.

CAPÍTULO II: El segundo capítulo aborda la metodología para el diseño de un observador de estado basado en un Filtro de Kalman. Se establecen las ecuaciones que rigen el algoritmo así como los pasos para el ajuste.

CAPÍTULO III: En este capítulo se describe el diseño de un observador lineal para un sistema neumático. Se realiza un análisis de los resultado a nivel de simulación. Se ajusta un filtro de Kalman y se muestran resultados aplicados a un sistema neumático y a un motor trifásico. El desempeño es evaluado.

CAPÍTULO 1

MEDICIÓN Y OBSERVACIÓN DE VARIABLES DE ESTADO EN SISTEMAS MECÁNICOS

En este capítulo se presentan varios tópicos: entre ellos un estudio relacionado con el aparato sensorial destinado a la medición de variables de estados en la industria actual. El primer epígrafe presenta las principales variantes de medición basadas en sistemas empotrados. El segundo epígrafe está dedicado a la medición mediante observadores de estado. El tercer epígrafe presenta una muestra de las diferentes investigaciones realizadas con filtros de Kalman. Finalmente se arriban a consideraciones parciales.

1.1. Medición de velocidad

Múltiples estudios tanto teóricos como prácticos han evidenciado que el desempeño de los sistemas de control puede a menudo ser mejorado con algún tipo de realimentación de velocidad y aceleración de acuerdo al orden del sistema (Lorenz, 2001).

1.1.1. Sensores empleados para la medición de velocidad

Para medir velocidad se poseen numerosas opciones a nivel mundial, sensores diseñados para ofrecer la velocidad angular o de desplazamiento lineal según sea el caso. Para la medición de velocidad angular frecuentemente se emplean los sensores magnéticos, que consideran el efecto Hall (Díaz Agudelo, 2010). Los mismos son dispositivos de estado sólido sin partes móviles, con un amplio margen de temperatura, buena repetitividad, frecuencia de trabajo relativamente alta (100 kHz) y compatibilidad con otros circuitos analógicos y digitales.

Por otro lado, los giróscopos son instrumentos que detectan la velocidad angular. En el mercado actual existen giróscopos mecánicos; los del tipo óptico se basan en el efecto Sagnac (Díaz Agudelo, 2010), y los giróscopos electrónicos aplican el efecto de Coriolis y de interacción entre fluidos.

Otra variante son los tacogeneradores, que convierten la energía rotacional del eje que rota en energía eléctrica, proporcional a la rotación y fácilmente medible. Existen dos variantes, los tacómetros de corriente directa (o tacodinamo) y los alternadores tacométricos (o taco alternador). Se diferencian en que el primero proporciona una señal de corriente directa a la salida, con una sensibilidad de entre 5 y 10 mV y un rango de hasta 10000 rpm, mientras que el segundo proporciona una señal alterna sinusoidal con frecuencia y amplitud proporcional a la velocidad de rotación. Los alternadores tacométricos poseen una sensibilidad comprendida entre los 2 y 10 mV por cada rpm y un rango más amplio de medición (Campos, 2008).

En el campo industrial los encoders ópticos son los sensores preferidos debido a que son dispositivos circuitalmente simples, con alta resolución, precisión y fácil adaptabilidad a los sistemas digitales (Su, 2006). Este sensor posee un principio de funcionamiento relativamente simple, en (Verschuren, 2006) se puede encontrar una descripción de este. El elemento primario de un encoder está generalmente formado por un disco opaco con varios orificios distribuidos perimetralmente, una fuente de luz y un elemento detector de esta. En la medida que el disco gira, el rayo de luz se interrumpe de manera intermitente, provocando pulsos proporcionales a la posición del disco (el cual está acoplado al elemento cuyo desplazamiento se desea medir).

Los encoders pueden encontrarse, generalmente, en dos diseños diferentes:

- Incremental
- Absoluto

Los encoders incrementales constituyen la forma más básica de los encoders. En estos el disco cuenta con una serie de ventanas idénticas distribuidas uniformemente en un radio dado, esto se aprecia en la figura 1–1.

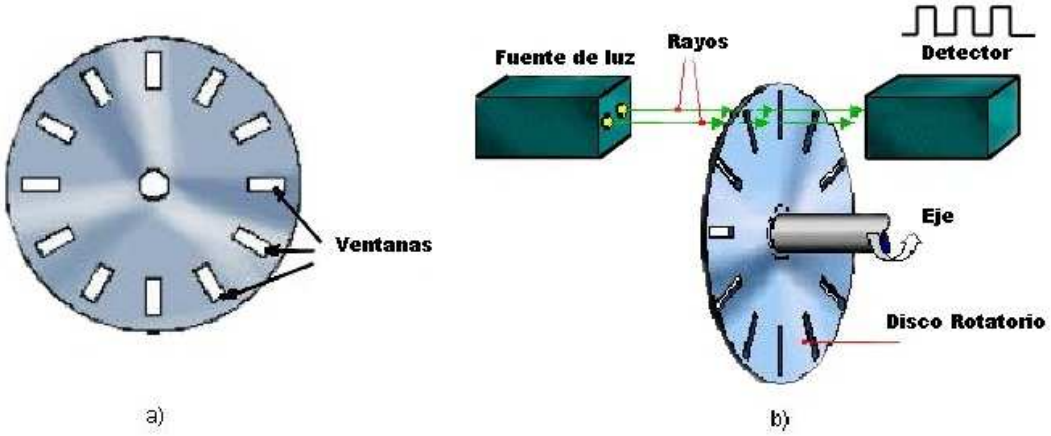

Figura 1–1: a) Encoder incremental. b) Esquema de medición

El funcionamiento es el ya descrito, siendo el número de pulsos proporcional al ángulo de desplazamiento del eje. Estos dispositivos emplean generalmente dos rayos de luz con el objetivo de conocer el sentido del movimiento (por medio de la diferencia de fase de los trenes de pulso recibidos). En algunas ocasiones aparece un tercer rayo que indica la posición inicial. La resolución del disco empleado depende de cuántas ventanas contenga; mientras mayor sea esta, mejor será la resolución. Su cálculo responde a la ecuación 1.1:

$$Resoluc = \frac{2pi}{N} \tag{1.1}$$

donde

N: Representa el número de ventanas.

Algunos valores típicos oscilan entre los 0,0034 a 0,102 radianes (0,2 a 0,6^o).

Los encoders absolutos están limitados a la medición entre 0° y 360°. En estos, el disco está dividido en pistas concéntricas cada una de las cuales presenta una distribución diferente de ventanas, formando en su conjunto algún tipo de código (p.ej. binario) que indica la posición absoluta del eje, mostrado en la figura 1–2.

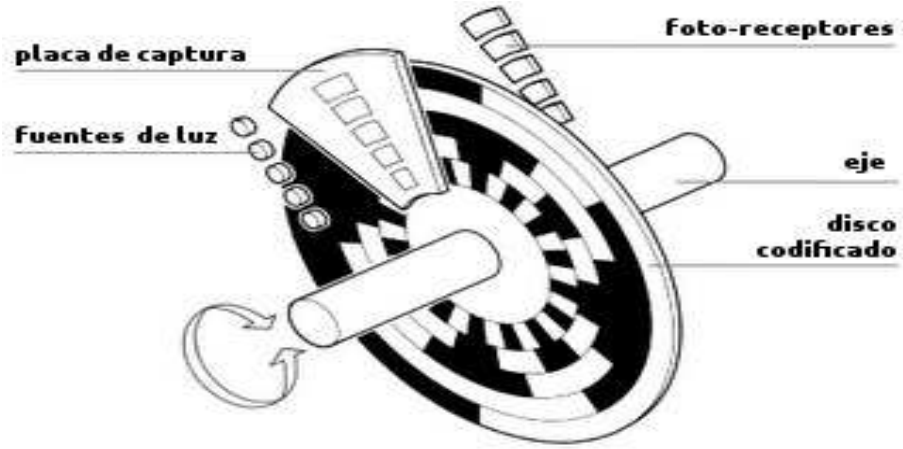

Figura 1–2: a) Encoder absoluto. b) Esquema de medición

El número de pares $Tx - Rx$ de luz empleados debe ser el mismo que la cantidad de pistas del disco y estar alineadas en forma radial. Así, por ejemplo, cuando el rayo de la luz pasa se representa un 1 y cuando se interrumpe, un 0, brindándose una secuencia de conteo entre 0 y $2^n - 1$ (siendo n la cantidad de pistas). De manera análoga a los encoders incrementales, la resolución puede calcularse dividiendo 2Π *radianes* (o 360°) entre el número de ventanas en el disco. Para el caso de la figura 1–2:

Resolución = $2{*}\Pi/(2^4) \approx 0.3927$

En la práctica los encoders absolutos de código binario presentan problemas dados por la dificultad de alinear exactamente cada ventana en las diferentes pistas y por el gran error que se comete cuando se pasa de valores tales como 0011 a 0100 o 0111 a 1000 (cambia más de una ventana en el incremento) y por alguna causa se pierde la lectura de uno de esos bits.

Para solucionar las irregularidades anteriores surge el código Gray (llamado así en honor a su creador Frank Gray) en el cual se produce una secuencia donde solo cambia un bit (o ventana) entre dos posiciones consecutivas.

En la actualidad los encoders son dispositivos ampliamente usados para la realimentación de posición en sistemas mecánicos de movimiento como por ejemplo en las aplicaciones

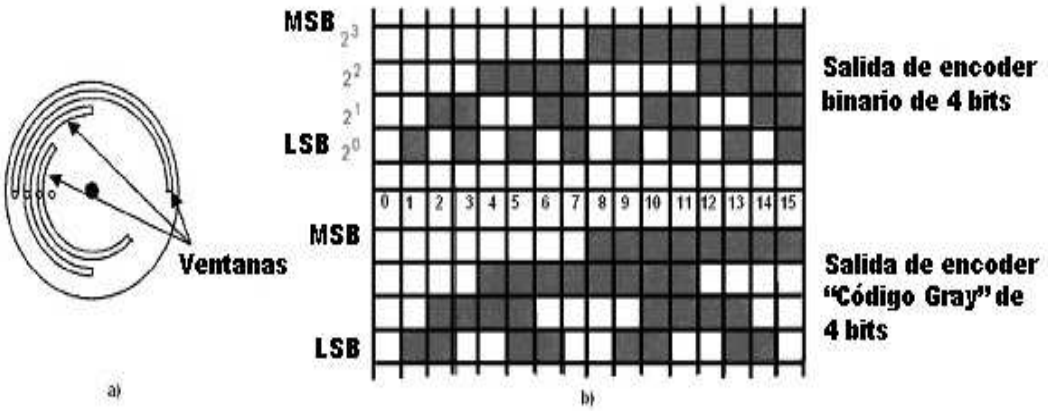

Figura 1–3: a) Encoder çódigo Gray"b) Representación de la salida de código binario y código Gray

de robótica (Merry, 2004), debido a la buena relación precio-prestaciones que pueden lograrse con él, además de las otras características anteriormente señaladas. La mayoría de los métodos de adquisición de la velocidad a través de un encoder se clasifican en dos grandes grupos, según la forma en que el tiempo y/o la información de posición son adquiridos. La velocidad puede ser calculada de diversas maneras, la más simple de todas es usando la fórmula clásica $V = \frac{x}{t}$, donde x es la posición recorrida y t el tiempo transcurrido.

El usuario de un sistema de codificación digital, como un encoder, tiene la oportunidad de escoger entre usar la información de tiempo o la información de la posición para el cálculo de la velocidad. Esto se traduce en el conteo de los pulsos producidos en un tiempo definido o el tiempo transcurrido entre una cantidad de pulsos definida. En cualquiera de los casos una variable se mide y la otra se define como constante. El primero de estos métodos es conocido como método de tiempo fijo y el segundo como método de posición fija (Brown, 1992). Cada uno de estos métodos generales tiene sus ventajas y desventajas, haciéndolos apropiados para una u otra aplicación específica. En los estimadores de velocidad que utilizan método de tiempo fijo, el tiempo entre muestras es conocido y la distancia recorrida en este intervalo se calcula según el conteo de los pulsos ocurridos en este. El más simple de estos es llamado conteo de pulsos (Lee, 2001). En él se cuentan los pulsos que se producen en un determinado intervalo de tiempo y se obtiene la velocidad a partir de la fórmula que se muestra.

$$\Delta x_n = x_n - x_{n-1} \tag{1.2}$$

$$v_n = \frac{\triangle x_n}{T} = \frac{x_n - x_{n-1}}{T} = \frac{Np_n * \Delta a}{T} \tag{1.3}$$

Donde: Δx_n: Distancia recorrida en el intervalo n-ésimo.

v_n: Velocidad estimada en el instante n-ésimo.

$x_n, x_(n-1)$: Posiciones medidas en los respectivos intervalos de tiempo.

Np_n: Número de pulsos ocurridos en el intervalo de tiempo.

Δa: Mínimo desplazamiento que puede ser medido por el encoder. Una medida de su resolución.

T: Intervalo de tiempo definido entre muestras.

Analizando la ecuación anterior se puede apreciar el efecto de discretización que caracteriza la medición de velocidad en estos sistemas, se obtiene un valor que será siempre un múltiplo natural de $\frac{\Delta a}{T}$, que es a su vez la mínima velocidad que podrá ser medida por el sistema. Una opción para disminuir esta velocidad mínima es ampliar el tiempo entre muestras, lo cual la mayoría de las veces no es posible por el retardo consiguiente en la medición y el deterioro de la estabilidad del sistema, o disminuir el término Δa, lo cual se logra sustituyendo el encoder usado por uno de mayor resolución, aunque esto significaría el encarecimiento del diseño final.

El método que emplea la ecuación anterior es conocido en la literatura como LPP (Líneas Por Período) (Brown, 1992), ya que realmente se cuentan los pulsos (líneas) que entrega el dispositivo en un período de muestreo. En el método de posición fija, por el contrario del anterior, la variable conocida es el desplazamiento, es decir, se toma como referencia una distancia fija (normalmente se toma la distancia que se recorre en un pulso) y se mide el tiempo que demora el sistema en avanzar esta distancia.

En todos los sistemas digitales al igual que en el método de tiempo fijo existe cuantificación, en este caso cualquier medición de este representa un múltiplo de la frecuencia de reloj fr. La frecuencia de la señal de un encoder es proporcional a la velocidad de su eje. Es decir, si se desea conocer el período (o la frecuencia) de una señal de onda cuadrada de frecuencia fc, se debe asegurar que $fr >> fc$, de otra forma no se puede garantizar una buena lectura de señal. Para asegurar una medición exitosa sin utilizar un sistema de alta velocidad, que aumentaría el costo del diseño final, (por ejemplo sustituir un microcontrolador de gama media por uno de gama alta), la señal de reloj puede no ser la misma que la del sistema, empleándose entonces una fuente de reloj auxiliar más rápida conectada a un contador.

Para demostrar esto matemáticamente se tiene que si $V = \frac{x}{t}$ entonces se puede expresar este método como:

$$V = \frac{mx}{nT} = \frac{X}{nT} \tag{1.4}$$

donde:

X: Distancia recorrida ($\Delta a = \Delta q$).

n: Número de ciclos de reloj contados entre dos pulsos sucesivos.

T: Período del ciclo de reloj.

Se puede reescribir la expresión anterior como:

$$V = \frac{1}{n}\frac{x}{T} \tag{1.5}$$

donde se aprecia más claramente el efecto de cuantificación, aunque por este método el término que cuantifica divide, al contrario del conteo de pulsos, así que, para n=1 se tiene la máxima velocidad que podrá ser medida por el sistema, y los restantes valores serán obtenidos por divisiones de esta entre valores enteros.

Combinación de ambos métodos: Una forma de aprovechar las ventajas y desventajas de los métodos más simples basados en estos dos principios básicos, dígase el conteo de los pulsos en un tiempo (LPP líneas por períodos) o el tiempo transcurrido entre dos pulsos (o método de tiempo inverso (Brown, 1992) es utilizarlos ambos a la vez. Dado que el desempeño de uno es bueno en las circunstancias en que el otro es deficiente y viceversa, se podría pensar en la posibilidad de que ambos se complementaran. Una aplicación práctica de esta idea se encuentra en (Kapoor, 2004), en el cual se implementa una lógica en un FPGA que selecciona uno u otro método en función de las características de la medición actual, teniendo como una cualidad en el diseño el mantener el error por debajo de 1.

A escala mundial se poseen un gran número de variantes de algoritmos para la medición de velocidad a partir de las señales de los encoders que permiten obtener buenos resultados a pesar de las deficiencias de estos dispositivos. Los tres algoritmos siguientes son tomados de los trabajos de (Brown, 1992), en él se realiza un estudio de ellos y se analizan los resultados a través de simulación.

Estimador de velocidad por Expansión de la Serie de Taylor: Este estimador se basa en la descomposición de la Serie de Taylor, de forma tal que la velocidad en un instante tm puede ser estimada con la velocidad en un tiempo determinado de la siguiente manera.

$$v_k = v_b + \frac{1}{1!}\frac{dv_b}{dx}(t_k - t_b) + \frac{1}{2!}\frac{\ddot{v}_b}{dx^2}(t_k - t_b)^2 = \sum_{j=0}^{\infty}\frac{1}{j!}v_b^{(j)}(t_k - t_b)^j \tag{1.6}$$

Si se toma v_b como el promedio de la velocidad durante la más reciente medición y se estima que este valor ocurrió en el centro del intervalo de medición, entonces $v_b = \frac{\Delta x_k}{T_k}$ y $(t_k - t_b) \approx \frac{T_k}{2}$. Si se trunca entonces la serie en el primer término, el resultado es similar a las fórmulas utilizadas para obtener la velocidad estimada en el estimador de tiempo inverso y para el estimador LPP (Líneas Por Período).

1.1.2. Estimador de velocidad por expansión por diferencia regresiva

Este método obtiene la derivada de una función, en este caso $t(x_k)$ o $x(t_k)$. Estas son desarrolladas partiendo de la asunción que la función real se puede reemplazar por

un polinomio de interpolación. Las derivadas de primer orden y de orden superior de la función se obtienen en término de la aproximación por diferencia finita apropiada para las derivadas de la aproximación polinomial.

Empleando el método de posición fija, la ecuación en Diferencia Regresiva se obtiene a través de la expansión en Series de Taylor de la función $t_{(k-i)}$ alrededor de t_k, y resolviendo $\frac{dt_k}{dx}$. La expansión queda:

$$t_{k-i} = t_k + \frac{dt_k}{dx} + \frac{(-i)^2}{2!}\frac{d^2t_k}{dx^2} + \frac{(-i)^3}{3!}\frac{d^3t_k}{dx^3} + ... + \frac{(-i)^n}{n!}\frac{d^nt_k}{dx^n} \tag{1.7}$$

$$\frac{dt_k}{dx} = t_k - t_{k-i} + \frac{(-1)^2}{2!}\frac{dt_k}{dx} + \frac{(-1)^3}{3!}\frac{d^2t_k}{dx^2} + ... + \frac{(-1)^n}{n!}\frac{d^{(n-1)}t_k}{dx^{(n-1)}} \tag{1.8}$$

1.1.3. Estimador de velocidad acondicionado por mínimos cuadrados

En esta técnica se construye un polinomio de orden N a través de los M puntos más recientes que se han obtenido, $M > N + 1$. La velocidad estimada se logra por medio de evaluar la derivada de dicho polinomio en el último punto medido. Si se tiene un polinomio de la forma:

$$t_k = c_0 + c_1x_k + c_2x_k^2 + ... + c_Nx_k^N \tag{1.9}$$

Entonces:

$$\frac{dt_x}{dx} = c_1 + 2c_2x_k + ... + Nc_Nx_k^{(N-1)} \tag{1.10}$$

Las pruebas por simulación realizadas en (Brown, 1992) evidenciaron que este último algoritmo filtra mejor el efecto del ruido en la medición, mientras que los dos primeros algoritmos responden mejor a los transientes de la velocidad. En el artículo se pueden encontrar tablas con las expansiones para primer, segundo y tercer orden en los primeros dos métodos.

Sellado de tiempo: El método, así llamado por sus autores, se propone como una alternativa para optimizar la medición de velocidad lograda a partir de un encoder. Este método, también llamado método de detección de eventos, se basa en la recolección de los instantes de tiempo en los cuales las señales en cuadratura aparecen, lo que se conoce como un evento. Un evento se refiere entonces a la transición de un incremento del encoder a otro, momento en el cual la posición es conocida y llamada X_i. Detectando entonces el tiempo exacto en que ocurrió este evento T_i, se tiene el par $(X_i; T_i)$. Con el uso de estos pares previamente colectados, se ajusta una curva polinomial y extrapolando este ajuste se provee una medición más precisa de posición y por tanto una mejor estimación de velocidad puede ser realizada. Para determinar esta velocidad se procede a derivar el polinomio utilizado para la estimación de la posición.

Utilizando el método de derivadas aproximadas anteriormente visto en (Brown, 1992) se presenta el proceso de diseño e implementación de un control de posición y velocidad para un motor de corriente directa en (Rairán, 2012). Entre las varias opciones de medios de cómputo para la implementación se emplea una PC con el *MATLAB* como software para realizar el control. Aquí se calcula la velocidad angular a partir de las señales provenientes de los encoders, la cual es utilizada luego para realimentar un lazo interno de control de velocidad, con un PID como controlador. En el lazo más externo se controla la posición, también con un PID.

En (Su, 2006) se muestra un algoritmo de estimación de velocidad que se apoya en la integración numérica, este método para señales ruidosas como es el caso de las provenientes de los encoders, posee mejor desempeño que la diferenciación numérica. El método se basa solo en el uso de la señal de posición proveniente del encoder.

En (Rairán, 2012) se muestra un algoritmo de detección del sentido de giro, a partir de la señal de un encoder con salida cuasi triangular en vez de una salida de onda cuadrada en cuadratura, que es la salida convencional de estos dispositivos, el algoritmo presentado para la estimación de velocidad trabaja a partir del método de posición fija, se detectan puntos significativos en la forma de onda, y se genera un pulso cada vez que estos ocurren.

El tiempo entre estos eventos es computado por medio de métodos tales como la integración de un escalón unitario o la integración discreta, la que se puede realizar a través de un bloque del software *MATLAB* llamado *Embedded Matlab Function*. La base del algoritmo radica en el hecho de que es posible establecer una relación lineal entre la frecuencia de los pulsos del encoder y la velocidad que se busca medir, llegándose a dicha frecuencia a través de la detección del período de dicha onda.

Unos de los detalles que debieron ser resueltos son los límites de frecuencia útil, tanto máxima como mínima. La máxima frecuencia fue definida en función del tope que fijaba la frecuencia de discretización, que para esta aplicación específica fue de 10 kHz. El período más largo que se define como útil, o de otra manera, la velocidad a partir de la cual el sistema tomaría la velocidad como cero, fue establecido en 0.02 s, agregando el autor que fue asumido de manera experimental y como es lógico es propio de cada aplicación.

En las líneas de manufactura de los sistemas industriales, los sistemas de control de posición están sumamente extendidos. Estos sistemas precisan de altas ganancias en la realimentación en el lazo de control para poseer un alto rechazo ante disturbios, pero el retardo de fase que impone la estimación de velocidad con la señal de un encoder provoca una limitación en la máxima ganancia permisible.

En (Zhu, 2008) a través del uso de la señal de posición de un encoder y empleando un sensor extra, un acelerómetro, se diseña un sistema de estimación de velocidad que disminuye el retardo de fase teórico que debería haber sido añadido al sistema. Esto ofrece una ampliación del ancho de banda, con lo que se consigue que el control de seguimiento de trayectoria que se implementa con este sistema ofrezca un error mucho menor que su sistema equivalente, donde la velocidad solo se obtiene diferenciando la señal de un encoder. Se demuestra además que no se altera la estabilidad del sistema ni la suavidad en el control.

Las dos principales soluciones basadas en inteligencia artificial utilizadas para la estimación de la velocidad están basadas en las redes neuronales (ANN) y las redes difusas–neuronales (FNN). Los estimadores de velocidad basados en inteligencia artificial forman un campo extremadamente novedoso, que requiere de una investigación más profunda acerca de sus posibilidades.

A menos que se utilicen redes neuronales muy sencillas, la complejidad del algoritmo aumenta considerablemente, requiriéndose además un entrenamiento previo, que debe realizarse para cada tipo de motor. Esto último dificulta su aplicación industrial al precisar de operarios muy cualificados para el ajuste del controlador. Los observadores basados en lógica difusa resultan asimismo extremadamente complejos y precisan de una optimización previa muy compleja.

1.2. Observadores de estado

Los observadores de estado, son herramientas virtuales, que permiten estimar las variables o estados de un sistema en base a mediciones de las señales de salida y señales de control. Estos observadores permiten enviar información estimada acerca del valor que toman dichos estados, permitiendo conocer un aproximado del valor real, además cuentan con muy poco margen de diferencia o error. Se le considera una herramienta virtual, puesto que se desarrolla como software o programa dentro de una computadora.

TIPOS: Existen 2 tipos de observadores: observadores de orden completo, y observadores de orden reducido u orden mínimo.

Los observadores de orden completo, son aquellos utilizados para observar o estimar todos los estados de un sistema. Los observadores de orden reducido, son aquellos utilizados para observar o estimar solo algunos estados de un sistema. Los observadores de orden completo se representan matemáticamente de la siguiente manera:

Dado el sistema:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1.11}$$

$$y = Cx + Du \tag{1.12}$$

Donde:

x Vector de estado $nx1$

u Señal de control (escalar)

y Señal de salida (escalar)

A Matriz nxn

B Matriz $nx1$

C Matriz $1xn$

D Matriz (escalar)

Se pueden estimar sus estados mediante la siguiente expresión:

$$\bar{x} = Ax + Bu + L(y - \tilde{y}) \tag{1.13}$$

Dónde:

L Vector de ganancias que permite la observación de estados ($nx1$)

$\bar{x}$ Vector de estados estimados

$\tilde{y}$ Salida estimada

Debe notarse que las matrices A, B, C, D son las mismas tanto para un sistema real como para el sistema estimado. Para los cálculos siguientes se asume que el valor de D es cero. La diferencia existente entre x y $\tilde{x}$ se denomina error de observación, y el término $L(y-\tilde{y})$ se denomina factor de corrección. Para determinar el error de observación se resta $\bar{x} - \tilde{x}$, así se obtiene:

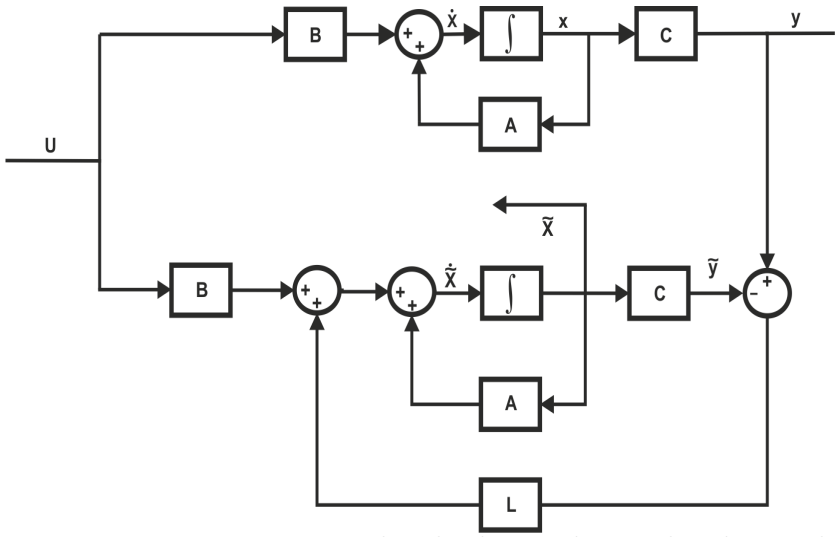

Figura 1–4: Esquema generalizado de un observador de estado.

$$\bar{x} - \tilde{x} = (Ax + Bu) - (A\tilde{x} + Bu + L(y - \tilde{y})) \tag{1.14}$$

$$\bar{x} - \tilde{x} = Ax - A\tilde{x} - L(y - \tilde{y}) \tag{1.15}$$

$$\bar{x} - \tilde{x} = A(x - \tilde{x}) - L(Cx - C\tilde{x}) \tag{1.16}$$

$$\bar{x} - \tilde{x} = (A - LC)(x - \tilde{x}) \tag{1.17}$$

Si se sabe que el error está definido como la diferencia entre el estado real y el estado estimado, entonces se tendrá:

$$e = \bar{x} - \tilde{x} \tag{1.18}$$

$$\tilde{e} = (A - LC)e \tag{1.19}$$

A partir de esta expresión se puede conocer el comportamiento dinámico y la estabilidad del sistema, si la matriz $|A - LC|$ es estable, entonces el observador hará bien su trabajo, y dada cualquier condición inicial, el sistema tiende a presentar cero error en estado estable. La elección de valores correctos para el vector de observabilidad L, permite que el comportamiento dinámico del vector de error sea asintóticamente estable y garantizar una convergencia rápida.

La estabilidad asintótica y la velocidad de respuesta de la dinámica del error se determinan mediante los autovalores de la matriz $|A-LC|$, dados por el polinomio característico $|SI - A + LC|$. Existe una condición necesaria, la cual consiste en que el sistema obtenido sea estable y completamente controlable y observable. Para diseñar un observador de orden completo se puede utilizar el método de diseño abreviado. Este método está restringido a sistemas de hasta tercer orden, además el sistema debe estar en la forma canónica observable.

Los valores que toman las ganancias del observador L_1, L_2 y L_3 están condicionados por las raíces del polinomio, las cuales a su vez dependen de las características deseadas con respecto al sistema, por tanto se pueden elegir raíces de modo que sea posible controlar la respuesta del sistema en lazo cerrado.

$$\mathrm{L} : \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix}$$

Es posible considerar valores para dichas raíces, a las que se le llaman M_1 , M_2 y M_3 de modo tal que el polinomio tenga una respuesta estable. Luego por simple equivalencia de términos se puede hallar el valor de las incógnitas.

La metodología para diseñar un observador completo por el método abreviado es de la siguiente manera: Se dice que el sistema es completamente observable si el estado $x(t_o)$ se determina a partir de la observación de $\mathbf{y(t)}$ durante un intervalo de tiempo finito, $t_o \leq t \leq t_1$. Por tanto, el sistema es completamente observable si todas las transiciones del estado afectan eventualmente a todos los elementos del vector de salida. El concepto de observabilidad es útil al resolver el problema de reconstruir variables de estado no medibles a partir de variables que sí lo son en el tiempo mínimo posible.

El concepto de observabilidad es muy importante porque, en la práctica, la dificultad que se encuentra es que algunas de las variables de estado no son accesibles para una medición directa, por lo que se hace necesario estimar las variables de estado no medibles.

Al analizar condiciones de observabilidad, se considera el sistema sin excitación:

$$\dot{x} = Ax \tag{1.20}$$

$$y = Cx \tag{1.21}$$

El vector de salida y(t) es:

$$y(t) = Ce^{At}x(0) \tag{1.22}$$

siendo:

$$e^{At} = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k(t)A^k \tag{1.23}$$

Por lo tanto, se obtiene:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k(t)CA^k x(0) \tag{1.24}$$

o bien:

$$y(t) = \alpha_0(t)Cx(0) + \alpha_1(t)CAx(0) + (....) + \alpha_{n-1}(t)CA^{n-1}x(0) \tag{1.25}$$

Así, si el sistema es completamente observable, dada la salida y(t) durante un intervalo de tiempo $t_o \leq t \leq t_1, x(0)$ se determina únicamente a partir de la ecuación anterior. Se demuestra que esto requiere que el rango de la matriz de nm x n sea n.

A partir de este análisis un sistema es completamente observable si y solo si la matriz de $nXnm$:

$$[C^*A^*C^*...(A^*)^{n-1}C^*] \tag{1.26}$$

es de rango n, o tiene n vectores columna linealmente independientes. Ésta se denomina matriz de observabilidad.

Se tiene que $[M1 \quad M2 \quad M3 \quad Mn]$ son los autovalores deseados para la matriz del observador $|A - LC|$, los cuales conforman el polinomio característico:

Este polinomio se iguala al polinomio característico original $|sI - A + LC|$, creándose una equivalencia entre términos:

$$|SI - A + LC| = (s - M1)(s - M2)(s - M3)...(s - Mn) \tag{1.27}$$

Al resolver la equivalencia se puede encontrar el valor del vector L. Es aconsejable que los polos del observador sean de 3 a 5 veces mayores (más negativos) que los polos dominantes del sistema, pero sin salirse de la región de estabilidad dada por el lugar geométrico de las raíces.

La elección de los polos deseados van a determinar las características de la respuesta obtenida, por lo que puede existir un conjunto infinito de vectores L como solución, de las cuales solo un limitado número de soluciones cumplen con las necesidades requeridas para el sistema (como por ejemplo: sobreimpulso, velocidad de respuesta, etc. del sistema estimado), por lo que se aconseja probar, mediante simulación, la respuesta del sistema a diferentes valores de polos escogidos.

Los efectos de cuantización o una cantidad de ruido excesivo pueden ser la causa de que estas señales no puedan ser utilizadas para implementar una ley de control de la articulación de un robot, por mencionar un caso específico (Guerra, 2008).

Un control para un actuador electro-neumático, basado en un observador de estado, se muestra en (Langjord, 2011). Mediante su uso el controlador adquiere posición,velocidad, presión en las cámaras, estado de la fricción y otros parámetros. La estimación se logra solo con la información de la posición, implementando un observador adaptativo no lineal de orden completo.

En (Yu, 2008) se ofrece una estrategia de control anti oscilante para una grúa aérea. Para la implementación del control de las articulaciones se utiliza un observador de estado de alta ganancia para utilizar la señal de velocidad en el diseño de un controlador PD.

También Sakata presenta un observador de estado para estimar la velocidad en aplicaciones mecánicas, además de poder ofrecer información sobre otras variables. Mediante simulación y experimentos se muestran las ventajas de dicho observador, que tiene como principal objetivo la eliminación del error por cuantización en los encoders de baja resolución (Sakata, 2010).

El empleo de métodos computacionales ha optimizado la medición de velocidad y sobre todo en los últimos años, cuando el desarrollo de la electrónica y los procesadores han permitido construir, a precios relativamente asequibles, sistemas de procesamiento digital de señales (PDS) poderosos, donde disminuye el retardo en la entrega del nuevo valor gracias a la gran capacidad de cómputo.

La principal característica de los observadores deslizantes es la fluctuación de la ganancia con respecto al valor del error de estimación, también conocido como superficie deslizante. Forzando esta función a cero, la salida del observador es obligada a ser igual a la salida real del sistema.

En la literatura se reportan métodos de estimación de los estados a partir del empleo del álgebra no conmutativa (Sira-Ramirez, 2002), pero estos no se encuentran aplicados en actuadores electro-neumáticos. Por otra parte, la aceleración puede sustituirse por la diferencia de presión entre las cámaras del cilindro, pero su medición directa requiere sensores que encarecerían la aplicación. Para resolver este problema, diversos autores han propuesto variantes de observadores de estados. Entre ellos está (Pandian, 2002), quien propone, primeramente, un observador de ganancia continua para la presión de una de las cámaras a partir de la medición directa de la presión en la otra cámara. El desempeño de este observador es bueno, pero se deteriora si hay fluctuaciones en la presión de alimentación o si aumenta la fricción del cilindro que no es considerada en el modelo. Posteriormente,

propone un observador por modo deslizante sencillo, cuyo desempeño es bueno, pero de igual forma, se deteriora si hay fluctuaciones en la presión de alimentación o si aumenta la fricción del cilindro. Deja planteado que la segunda variante puede mejorarse con un observador por modo deslizante más sofisticado, lo cual aumentaría la complejidad. Por último, para garantizar un control más inmune a las incertidumbres del modelo y los observadores diseñados, propone un control por modo deslizante (Pandian, 2002).

Por su parte, en (Gulati, 2005*a*) se proponen dos variantes de observadores a partir del modelo no lineal del sistema y se demuestra su convergencia por Lyapunov. La primera, basada directamente en el modelo no lineal del sistema, resulta la más robusta, pero no tiene cómo controlar su razón de convergencia. La segunda incluye el error de salida, a partir del cual estima la fuerza, y una ganancia que permite controlar la razón de convergencia, pero esta variante es muy dependiente de la correcta estimación de la fricción. Luego, utilizando uno de estos observadores, se diseña un control por modo deslizante (Gulati, 2005*b*).

Particularmente, para el caso de los motores de continua sin escobillas con imán permanente, se encuentra en (Kou, 1975) la construcción de un observador de tipo identidad que basado en linealización estima los estados del motor. Sin embargo, ningún término de corrección es propuesto para la estima de posición la cual se calcula integrando la estimación de la velocidad. Como es sabido esto produce sesgo en mayor o menor grado. En (Bado, 1992) se propone emplear un filtro de Kalman extendido. En este caso la velocidad de convergencia resulta difícil de precisar y no siempre se puede garantizar la convergencia del algoritmo.

Un observador de estructura variable se utiliza en (Furuhashi, 1992) para estimar las corrientes y luego se obtiene la posición estimada despejando de la ecuación del modelo. En (Low, 1993) se propone construir un observador no lineal para la velocidad usando técnicas de Lyapunov.

Los motores de inducción han sido usados en los últimos tiempos, para el diseño de accionamientos de velocidad variable de alta potencia. Se han empleado algunas de las técnicas de diseño de observadores para estimar la posición y la velocidad angular de este motor. Muchas veces se considera, suponiendo que la velocidad varía lentamente, un modelo lineal. En la actualidad, se encuentran en la literatura varios trabajos referidos, no solamente a la estimación de la velocidad; además se trata de estimar el flujo y los parámetros del motor. En (Orlowska-Kowalska, 1989) se presenta la aplicación de un observador basado en linealización extendida.

Para los motores de imán permanente también se han desarrollado múltiples investigaciones con el fin de poder estimar las variables de estado. Uno de los primeros trabajos es (Kou, 1975), donde se diseña un observador basado en la linealización por serie de Taylor de la dinámica del error. En (Sepe, 1992) ese observador es empleado en un esquema de control que utiliza linealización exacta por realimentación y transformación (Bado, 1992), (Nijmeijer, 1990).

En (Furuhashi, 1992) se propone el siguiente método. Se estiman las corrientes empleando un observador de estructura variable y luego se utilizan las ecuaciones del modelo para obtener una estimación de la posición. También se propone por inspección un observador de orden reducido para la velocidad. Un observador no lineal de tipo identidad es propuesto en (Low, 1993). Este permite estimar la velocidad. Luego, se propone integrar esta estimación para obtener la posición. Claramente, esto puede producir sesgo en la lectura de posición.

En (Gudino Lau, 2003) se presenta un control, para el seguimiento de la fuerza/posición de un robot manipulador. El sistema del robot presentado en este artículo en lazo cerrado es estable y las fuerzas deseadas pueden ser siempre alcanzadas. Se sintetiza un control híbrido de posición/fuerza dividiendo el problema en un control de fuerza donde el movimiento está contenido siempre a un límite y usando además un control de seguimiento para el robot, los parámetros para garantizar estabilidad son deducidos. El control que se

presenta trabaja a partir de los datos reportados por los sensores que miden las articulaciones del robot pero además se requiere una retroalimentación de velocidad, parámetro que al no estar disponible se obtiene en este artículo a partir de un observador no lineal. El pobre resultado de seguimiento que se evidencia en este trabajo se debe a inexactitudes del modelo del sistema que se posee , no obstante el observador no lineal descrito presenta un buen desempeño.

1.3. Filtro de Kalman

Una de las opciones disponibles en la literatura para la estimación de posición,velocidad y aceleración a partir de las señales provenientes de los encoders es el empleo de un filtro de Kalman, el cual permite mejorar la precisión obtenida para una resolución de encoder en particular. Desde esta óptica de resolución el obtener las variables se trata como un problema de estimación de estado. Las ecuaciones del sistema se pueden representar en la forma de variables de estado, donde el vector de estado contiene otras variables además de la posición y la velocidad del sistema (Verschuren, 2006).

El filtro de Kalman es un estimador recursivo que obtiene la posición, la velocidad y la aceleración basado en la observación del ruido, esto significa que el ruido proveniente del sistema y el ruido proveniente de la medición son tomados en cuenta, lo que hace a este un problema estocástico. Por el hecho de ser un estimador recursivo, el estado estimado para el instante anterior y la medición en el instante presente son necesarios para calcular el estimado de la velocidad actual. Por tanto, ante cada nuevo incremento en el tiempo discreto, el nuevo valor del estado es generado a través de las correspondientes ecuaciones estocásticas(Verschuren, 2006).

Para implementar el algoritmo de filtro de Kalman es necesario conocer los valores de la matriz de covarianza del proceso Q y la de las mediciones R las cuales se utilizan invariantes en el tiempo. La matriz Q define la precisión del modelo para describir el proceso real, los términos diagonales son la varianza de cada estado y los términos fuera de la diagonal son las covarianzas entre los estados.

Los términos de la diagonal de la matriz Q son modificados según se necesite para mejorar la estimación asignándolos primeramente del mismo orden de magnitud de los valores de la diagonal de R, según el desempeño del filtro se puede incrementar este valor (haciendo que el filtro tome menos en cuenta la estimación del modelo) o disminuirlo (para que el filtro tome más en cuenta lo que estima el modelo que lo que dicen los sensores).

La matriz R se puede obtener mediante la medición de la varianza y covarianza de los sensores utilizados, por ejemplo al realizar una prueba midiendo el mismo valor en los sensores durante mucho tiempo y utilizando esta información para calcular la varianza del sensor y su covarianza con otros sensores. Sin embargo esta medición da valores que al ser utilizados directamente en el filtro pueden no producir un buen desempeño del mismo. De esta forma, el procedimiento más común es ajustar los valores de R de forma manual para mejorar la estimación del estado.

Este ajuste se realiza considerando que los valores pequeños en la diagonal de R indican que el sensor correspondiente tiene una alta resolución y el filtro basa su estimación mayormente en esta medida (el modelo y los demás sensores aportan menos información a la estimación). Un valor grande en la diagonal de esta matriz hace que el filtro base su estimación utilizando más la predicción del modelo y/o la medición de otros sensores (con valores más bajos en los elementos de R). Como se menciona anteriormente se asume que la varianza de las mediciones son independientes por lo que la matriz R es diagonal. Si bien es cierto que algunas mediciones se obtienen de sensores distintos por lo que su varianza no está relacionada (su covarianza es cero) para otras mediciones esto no sucede.

Una aplicación de lo anterior se desarrolla en el trabajo de (Kim, 1994). En él se presenta un estimador de velocidad a partir de la señal de un encoder para ser empleado en la detección de la velocidad del eje de un motor. El método de detección emplea el conteo de pulsos o PPL. Como aporte fundamental, el autor presenta una estrategia de estimación de velocidad y disturbio en el torque utilizando un filtro de Kalman, buscando en el diseño un estimador de estado óptimo. Aplicando esta teoría de estimación de estado, se consigue

diseñar un observador que mantuviera un buen desempeño aun en las regiones de baja velocidad, donde aumenta enormemente el error relativo y el retardo en la medición.

En (Iwasaki, 1989) se aplica el filtro de Kalman extendido para identificar los parámetros de un motor de inducción. La estimación conjunta de estados y parámetros, empleando también el filtro de Kalman extendido, está en (Atkinson, 1991).

Otro artículo que aborda el uso de filtros de Kalman en la estimación de velocidad es (Janabi-Sharifi, 2000). En este trabajo se presentan varias opciones para la medición de velocidad, algunas de ellas ya nombradas, tales como el uso de diferencia finita y el método de tiempo inverso, además de la implementación de filtros de Kalman o de filtros fijos. El centro de este trabajo está en la presentación de un método llamado Estimador de Velocidad con Ventana Adaptativa. Una característica fundamental del filtraje por promedio, el cual es muy efectivo para disminuir el efecto del ruido, es la cantidad de muestras que se emplean para el cálculo. Si este número es muy grande, el sistema se vuelve poco sensible ante los cambios grandes en la velocidad.

Un observador no lineal para la estimación de velocidad de un vehículo automotor teniendo en cuenta una fricción variante y ángulos inclinados se desarrolla en (Imsland, 2007). Este observador se compara con un Filtro de Kalman implementado para el mismo vehículo. Los observadores para medir la velocidad en los vehículos desarrollados previamente generalmente usaban una formulación en la que se consideraba que la fuerza longitudinal de las ruedas era conocida, mientras que en este artículo se diseña el observador sin hacer esta asunción.

A diferencia de lo planteado en los artículos anteriores el método de diseño a emplear en este trabajo es a partir de las ecuaciones cinemáticas clásicas y el tiempo de muestreo por lo que no se necesita trabajar con el modelo dinámico (Janabi-Sharifi, 2000). Tan solo se depende de las características del encoder a emplear.

El observador no lineal se desempeña tan bien como el Filtro de Kalman y a veces mejor cuando se aplica una gama de datos de prueba bastante desviada. Sin embargo se

reconoce que el Filtro Extendido de Kalman (EKF) ha sido más extensivamente probado, posee elementos lógicos y heurísticos para ocuparse de situaciones donde se necesite garantizar robustez, situaciones para las cuales el observador no lineal presentado en este artículo no ha sido probado.

1.4. Consideraciones finales del capítulo

Presentado el marco teórico y luego de un análisis crítico de la bibliografía consultada, se arriban a las siguientes conclusiones:

- Implementar algoritmos de control basados en la retroalimentación de estados requiere de lecturas fiables de las variables de estados, en este caso, lo más sensato sería la adquisición de sensores capaces de leer velocidad y aceleración, sin embargo, de acuerdo a las consultas realizadas, los precios en el mercado de los mismos están muy lejos del alcance del grupo GARP. Por otro lado el diseño de un hardware para realizar la lectura de señal de velocidad no tuvo los resultados esperados en investigaciones anteriores en el grupo GARP debido a ruidos introducidos a la señal analógica de lectura de velocidad.
- El uso de observadores permite, a partir de variables perfectamente medibles estimar las consiguientes variables de estado, ello libre de ruidos y sin necesidad de introducir filtros que pueden provocar retardo de señal. Sin embargo, se requiere de un modelo preciso de la dinámica de la planta en cuestión. Para sistemas neumáticos se puede estimar un modelo lineal, en este caso la estimación puede responder de manera fiable en la vecindad del punto de operación, no así en otros tramos de medición. La estimación del modelo no lineal representa todo un reto científico debido a las altas no linealidades presentes en el sistema neumático.
- El filtro de Kalman se presenta como una alternativa para la medición de las variables de estado removiendo los ruidos a partir de lectura de encoder, esta vez teniendo en cuenta las ecuaciones clásicas de la cinemática en el sistema discreto.

CAPÍTULO 2

FILTRO DE KALMAN PARA LA ESTIMACIÓN DE ESTADOS

En este capítulo se establecen los diferentes elementos que rigen los algoritmos de estimación y filtrado en el filtro de Kalman (KF). Se presenta la metodología para el ajuste de la ganancia a partir de las matrices de covarianza del error del sistema y de la medición. En este capítulo se muestra que el Filtro de Kalman es un algoritmo de procesado de datos óptimo recursivo. En este caso, la capacidad del KF para filtrar, de manera óptima las señales ruidosas de forma recursiva lo que facilita su implementación en sistemas en tiempo real .

2.1. Filtro de Kalman

En un sistema determinístico se trabaja de la siguiente forma: en primer lugar, se construye un modelo del sistema a partir de las leyes físicas que definen las dinámicas. En segundo lugar, se estudia su estructura y su respuesta. Por último, y si fuera necesario, se diseñan compensadores para alterar las características del sistema o bien reguladores. Para ello se dispone de un amplio conjunto de experiencias que han sido aplicadas con anterioridad sobre estos sistemas. En la realidad ocurre que los sistemas determinísticos son aproximaciones de los sistemas reales que representan, principalmente por tres motivos:

- Siempre se cometen inexactitudes en el modelado de cualquier sistema.
- Existen perturbaciones que no se pueden modelar de una forma determinística.
- Las mediciones que brindan los sensores presentan errores.

Esto lleva a plantear una serie de preguntas:

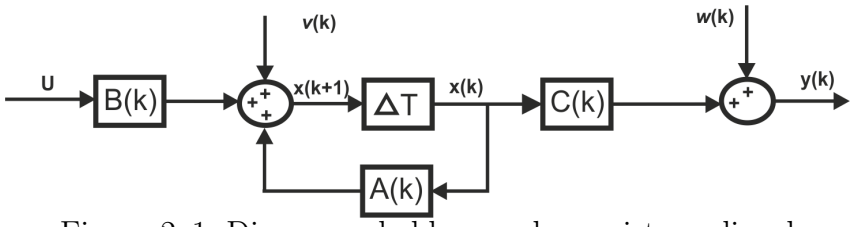

Figura 2–1: Diagrama de bloques de un sistema lineal

- ¿Cómo desarrollar modelos de sistemas que tengan en cuenta las incertidumbres?
- ¿Cómo estimar de una forma óptima los datos que interesan de un sistema mal modelado y con datos alterados por el ruido?
- ¿Cómo controlar de una forma óptima sistemas estocásticos?

Un sistema lineal se puede representar como se muestra en la figura 2–1:

De manera que la representación matemática del mismo en espacio de estados puede ser:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + v(k) \tag{2.1}$$

$$y(k) = Cx(k) + w(k) \tag{2.2}$$

Siendo: $x(k)$ Vector de los estados

$y(k)$ Salida u observación del sistema.

$w(k)$ Proceso estocástico asociado a la medida.

$v(k)$ Proceso estocásticas asociado al sistema.

$v(t)$ Vector de ruido aleatorio con valor medio cero y matriz de covarianza Q(t), cuyos elementos de la diagonal se corresponden con los cuadrados de las desviaciones típicas σ^2 de cada componente del vector de ruido.

A,B,C matrices determinísticas que definen la dinámica del sistema.

Se deben considerar las condiciones siguientes:

$$
\begin{aligned}
E[x(0)] &= x_0 \\
E[w(k)] &= 0 \ \forall \ k \\
E[v(k)] &= 0 \ \forall \ k \\
E[x(0), w(k)] &= 0 \ \forall \ k \\
E[x(0), v(k)] &= 0 \ \forall \ k \\
E[v(k), w(j)] &= 0 \ \forall \ k \\
E[w(k), w(k)] &= R(k) \\
E[w(k), w(k)] &= 0 \ \forall \ k \neq j \\
E[v(k), v(k)] &= Q(k) \\
E[w(k), w(j)] &= 0 \ \forall \ k \neq j \\
E[x(0), x(k)] &= P_0 \ \forall \ k \neq j
\end{aligned}
$$

Los términos w y v representan ruidos de medidas y procesos en el instante k (no es necesario que estos ruidos tengan distribución gaussiana para que el Filtro de Kalman funcione de forma óptima (Simon, 2006)). Los valores exactos de ω_k y ν_k en el instante k son normalmente desconocidos pero el desarrollo del KF se realiza asumiendo que se posee cierto conocimiento sobre sus matrices de covarianza, Q_k y R_k (respectivamente), formalmente estas son variantes en el tiempo pero para este trabajo se utilizarán invariantes en el tiempo. Puede ser que se conozcan sus valores siendo este el caso menos común para Q(k) aunque para R(k) se pueden obtener de forma experimental algunos de sus valores.

Las matrices de covarianza $Q(k)$ y $R(k)$ son diagonales y por tanto simétricas. En el sistema real se puede observar el valor de $y(k)$ de manera directa con los sensores adecuados. Esta medida incorpora una serie de incertidumbres asociadas: la incertidumbre del sensor y la del sistema. Por otro lado solo se puede acceder al valor $y(k)$. En caso de necesitar la evolución completa del estado $x(k)$ y/o de precisar el valor de la observación

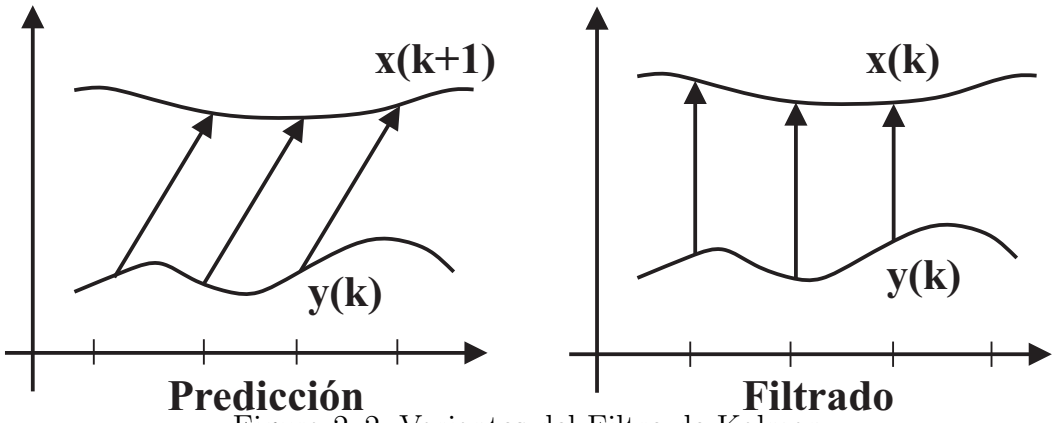

Figura 2–2: Variantes del Filtro de Kalman

ajena a las variaciones provocadas a la incertidumbre, se tiene que estimar de alguna manera indirecta sus valores.

El filtro de Kalman estima un proceso usando una forma de realimentación y control: el filtro estima el estado del proceso en un tiempo y después obtiene la realimentación en forma de mediciones (ruidosas). El KF propone un método para obtener un estimador óptimo del estado, busca obtener ese valor de estimación de manera que se minimice el error cuadrático medio. Definiendo el error como la diferencia entre el valor real del estado y la estimación:

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k) \tag{2.3}$$

El objetivo por tanto es minimizar:

$$P(n) = E\{e(n).e^T(n)\} \tag{2.4}$$

A la matriz $P(n)$ se le conoce como matriz de covarianza del error. Dependiendo del valor que tome n en la ecuación 2.4, se tienen distintas representaciones del filtro de Kalman:

Si n = k+1, el filtrado es de predicción.

Si n = k, el filtrado es de alisado.

2.2. Filtro de Kalman con filtrado

El objetivo consiste en determinar los valores de $\hat{x}$(k) conocidas las medidas contaminadas $y(0), y(1), ..., y(k)$ para que $P(k)$ sea mínima, o visto desde otro punto de vista, el objetivo es determinar los valores de $\hat{x}$(k+1) a partir de las medidas contaminadas de la observación y(k +1) para que la matriz P(k +1) sea mínima.

El filtrado de $\hat{x}$(k+1) propuesta por Kalman y Bucy, se realiza a partir del estado anterior y de un factor de corrección que será función del error. El algoritmo tiene dos pasos que son ejecutados de forma iterativa.

- Predicción: Antes de tener la medida y(k+1)
- Corrección o actualización del estado.

Las ecuaciones del filtro de Kalman caen en dos grupos: ecuaciones de actualización de tiempo y ecuaciones de actualización de mediciones. Las ecuaciones de medición del tiempo son responsables de proyectar hacia adelante (en el tiempo) el estado actual y las estimaciones de error y covarianza para obtener los estimados a priori del próximo instante de muestreo. Las ecuaciones de actualización de medida pueden ser vistas como ecuaciones correctoras. De hecho el algoritmo final de estimación reúne los algoritmos de predicción-corrección para la resolución de problemas numéricos.

En la figura 2–3 se puede ver el proceso de cálculo:

Se calcula una predicción del estado x(k+1), que se representa como x'(k+1). El valor de la predicción es calculado a partir del valor más actualizado del estado (posteriormente se verifica que es el estado corregido en la parte final del algoritmo).

$$x'(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) \tag{2.5}$$

Se predice el valor de la matriz de covarianza del error previo a la medida P'(k+1) (recordar que se esta haciendo una previsión del estado). Como se indica en la ecuación 2.4, el error estará definido por:

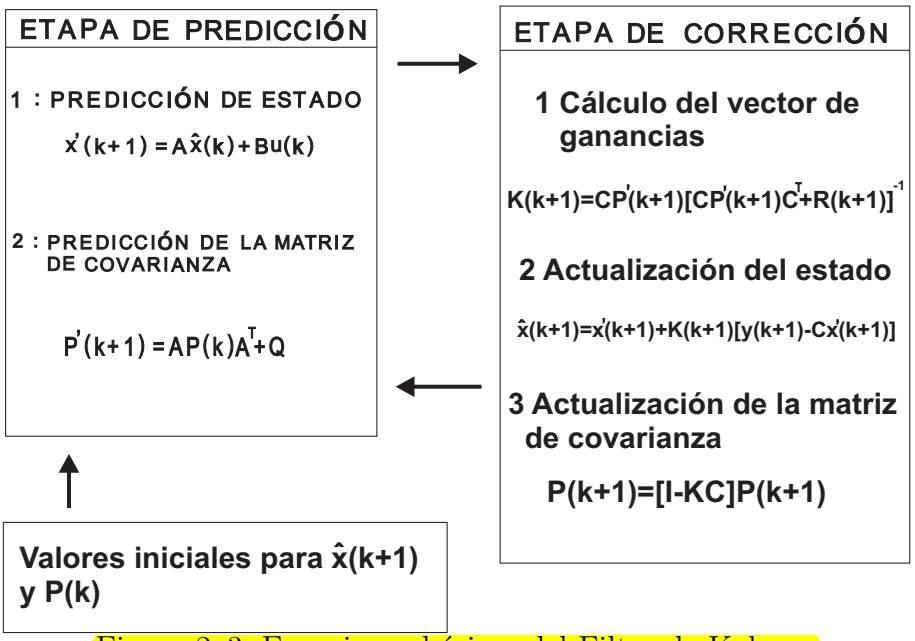

Figura 2–3: Ecuaciones básicas del Filtro de Kalman

$$e'(k+1) = x(k+1) - x'(k+1) \tag{2.6}$$

Por tanto e'(k+1) en esta etapa de predicción vale:

$$e'(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + v(k) - A\hat{x}(k) - Bu(k) \tag{2.7}$$

$$P'(k+1) = E\{[A(x(k) - \hat{x}(k)) + v(k)][A(x(k) - \hat{x}(k)) + v(k)]^T\} \tag{2.8}$$

Operando:

$$P'(k+1) = E\{[A(x(k) - \hat{x}(k))][A(x(k) - \hat{x}(k))]^T\} + E\{v(k)v(k)^T\} \tag{2.9}$$

$E\{v(k)v(k)^T\}$ Se define como la matriz de covarianza asociada al proceso: Q(k)

Queda por tanto:

$$P'(k+1) = AP(k)A^T + Q(k) \tag{2.10}$$

Si en el robot no se cuentan con más sensores que los encoders y se desea realizar una implementación tomando en cuenta estas covarianzas de las velocidades a partir de los encoders se puede consultar el trabajo realizado por (Chong, 1997).

Por último, el filtro necesita la estimación del estado en el instante inicial $\hat{x}_{-1}$, y la covarianza de error inicial P_{k-1}. El estado inicial es normalmente conocido porque el robot comienza a moverse desde el reposo por lo que las velocidades en el instante inicial son cero. Además se debe conocer el punto del cual el robot inicia su movimiento o considerar que se inicia del origen y estimar la posición desde el inicio del movimiento. La matriz de covarianza del error inicial se define como una matriz diagonal con los términos mayor que cero. Estos términos indican la exactitud de los estados iniciales y deben ser cuidadosamente elegidos para hacer que el filtro converja aunque si el estado es bien conocido en el instante inicial, entonces los valores de esta matriz son bajos.

2.2.1. Innovación-Actualización-Corrección

Se plantea que el valor del estado se va a calcular a través del estado anterior y de una corrección que es función del error. Esto es:

$$\hat{x}(k+1) = x'(k+1) + K(k+1)[y(k+1) - Cx'(k+1)] \tag{2.11}$$

Siendo el factor de corrección: K(k+1)[y(k+1)-Cx'(k+1)]

y:

y(k+1) es el último valor observado.

x'(k+1) es el valor más actualizado disponible del estado calculado en la fase de predicción.

Se busca el valor de $K(k+1)$ para conseguir un valor óptimo de $\hat{x}(k+1)$ tal que la matriz de covarianza del error sea mínima. Volviendo a definir el error a partir de la ecuación 2.12:

$$e(k+1) = x(k+1) - \hat{x}(k+1) \tag{2.12}$$

Sustituyendo:

$$e(k+1) = x(k+1) - x'(k+1) - K[y(k+1) - Cx'(k+1)] \tag{2.13}$$

La observación y(k+1) tiene el valor

$$y(k+1) = Cx(k+1) + w(k+1) \tag{2.14}$$

Por tanto:

$$e(k+1) = x(k+1) - x'(k+1) - KCx(k+1) - Kw(k+1) + KCx'(k+1) \tag{2.15}$$

Agrupando:

$$e(k+1) = [I - KC](x(k+1) - x'(k+1)) - Kw(k+1) \tag{2.16}$$

Así pues, según la ecuación 2.4:

$$P(k+1) = E\{\langle[I-KC](x(k+1)-x'(k+1))-Kw(k+1)\rangle\langle[I-KC](x(k+1)-x'(k+1))-Kw(k+1)\rangle^T\} \tag{2.17}$$

$$P(k+1) = E\{\langle[I-KC](x(k+1)-x'(k+1))\rangle\langle[I-KC](x(k+1)-x'(k+1))\rangle^T\}+E\{kw(k+1)w(k+1)^Tk\} \tag{2.18}$$

$$E\{kw(k+1)w(k+1)^Tk\} : Matriz\ de\ covarianza\ asociada\ a\ la\ medida: \ R(k+1) \tag{2.19}$$

$$P'(k+1) = [I-KC]E\{\langle(x(k+1)-x'(k+1))\rangle\langle(x(k+1)-x'(k+1))\rangle\}[I-KC]^T+KR(k+1)K^T \tag{2.20}$$

Anteriormente se calcula que:

$$P'(k+1) = E\{\langle(x(k+1) - x'(k+1))\rangle\langle(x(k+1) - x'(k+1))\rangle^T\} \tag{2.21}$$

Por lo que:

$$P(k+1) = [I - KC]P'(k+1)[I - KC]^T + KRK^T \tag{2.22}$$

Si se llama P1 a P'(k+1) y P(k+1)=P:

$$P = P1 + KCP + PC^TK^T + KCPC^TK^T + KRK^T \tag{2.23}$$

$$T_rP = T_rP1 + 2T_rKCP + T_rK(CPC^T)K^T + T_rKRK^T \tag{2.24}$$

Siendo T_r la traza de la matriz. Se diferencia respecto a K para obtener el mínimo de la expresión y se iguala a cero

$$\frac{\partial TrP}{\partial K} = -2TrCP + 2TrCPC^T + 2KR = 0 \tag{2.25}$$

$$K = CP[CPC^T + R]^{-1} \tag{2.26}$$

Es decir:

$$K(k+1) = CP'(k+1)[CP'(k+1)C^T + R(k+1)]^{(-1)} \tag{2.27}$$

Se puede comprobar que es el mínimo a través del Hessiano.

Sustituyendo la ecuación 2.27 en 2.22

$$P(k+1) = [I - KC]P'(k+1) \tag{2.28}$$

2.2.2. Inicialización del algoritmo

Para iniciar el algoritmo es necesario conocer las siguientes condiciones de contorno: Un valor inicial del estado: $x(0)$. El valor de la matriz de covarianza del error, $P(0)$ que se puede considerar $P(0) =$ Q para iniciar el trabajo. Y los valores de las matrices de covarianza asociadas al sistema y a la medida: Q y R.

Resumiendo, el algoritmo tiene los siguientes pasos:

En la iteración k:

1ra Predicción:

$$x'(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) \tag{2.29}$$

$$P'(k+1) = AP(k)A^T + Q \tag{2.30}$$

2da Corrección

$$K(k+1) = CP'(k+1)[CP'(k+1)C^T + R(k+1)]^{(-1)} \tag{2.31}$$

observación. y(k+1)

$$\hat{x}(k+1) = x'(k+1) + K(k+1)[y(k+1) - Cx'(k+1)] \tag{2.32}$$

$$P(k+1) = [I - KC]P'(k+1) \tag{2.33}$$

Notar que el concepto de filtrado es debido a que los valores del estado óptimo $\hat{x}$(k+1) y de la observación se producen en el mismo instante. La ganancia del filtro se calcula con información estadística referente a la precisión de los sensores y de los modelos utilizados (Welch, 2001; Mohinder, 2007). Como se aprecia en la ecuación 2.31 para determinar la ganancia se trabaja directamente con las matrices Q y R, por lo que la sintonización del filtro consiste en seleccionar los valores de las matrices de covarianza de manera que el resultado de la estimación hecha por el KF converja hacia el valor real de la variable, minimizando la covarianza del error de estimación.

El ruido de la medición generalmente se asocia a la característica del sensor. Luego de corregir la *deriva* del mismo (en inglés, bias o drift), la covarianza σ_{vi}^2 de la medición se puede estimar inicialmente mediante la varianza de los datos tomados cuando el sistema se encuentra a una velocidad fija.

La estimación de la covarianza de las mediciones se debe realizar al comenzar el trabajo y cada cierto tiempo después de transcurrido el mismo ya que pueden variar las condiciones de operación. Si el ruido de los diferentes sensores no tiene correlación; que es lo que sucede normalmente, la matriz de covarianza de las mediciones tendrá una estructura diagonal, o sea:

$$R = \{\sigma_{v1}^2, \sigma_{v2}^2, \sigma_{v3}^2 ....\} \tag{2.34}$$

Con esto se tienen todos los elementos necesarios para la fusión sensorial con el KF. Si bien es cierto que la forma seleccionada para ajustar Q y R requiere realizar múltiples pruebas para obtener un buen desempeño del filtro, el esfuerzo merece la pena ya que como se mostrará en el capítulo tres se logran conseguir resultados muy buenos en el diseño y la implementación.

2.2.3. Consideraciones Finales del capítulo

- El filtro de Kalman es una aplicación óptima para la eliminación del ruido y permite acceder directamente a la información que se encuentra en la señal. Esto lo logra basándose en descripciones probabilísticas y utilizando los modelos de espacio de estados, llegando así a la eliminación de perturbaciones que superen inclusive la magnitud de la señal de interés.
- El filtro de Kalman propuesto a partir de lectura de encoder no necesita de un modelo dinámico de la planta ya que el mismo trabaja con las ecuaciones de la cinemática clásica lineal aplicada a los sistemas digitales.

CAPÍTULO 3

OBSERVADOR DE ESTADO PARA SISTEMAS MECÁNICOS. EXPERIMENTOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presenta el diseño de un Filtro de Kalman para estimar velocidad y aceleración a partir de la lectura de posición mediante encoders en sistemas mecánicos. Se presenta inicialmente el diseño y la implementación de un observador de estado para expresar sus limitaciones y luego se diseña e implementa un filtro de Kalman. Los resultados satisfactorios del Filtro de Kalman se alcanzan con una correcta selección de las matrices de covarianza del proceso y de la medición Q y R mediante varias iteraciones.

3.1. Características constructivas del motor AC y de la plataforma de 2 GDL

El motor *Dedong* es uno de los dispositivos a los que se le estiman los estados haciendo uso de los observadores diseñados. Consiste en un motor trifásico de inducción, de jaula de ardilla y conexión delta. En la figura 3–1 se muestra un dispositivo de este tipo.

Figura 3–1: Motor trifásico de inducción.

Los datos nominales de chapa del motor trifásico de inducción *Dedong* son los siguientes:

- Corriente 9.6 A.

- Potencia 2.2 kW.
- Voltaje 220 V.
- Velocidad angular 940 rpm .
- Frecuencia 50 Hz.
- Incremento del voltaje y la frecuencia juntos en el arranque.

El otro sistema mecánico al que le son estimados los estados es la plataforma de 2 GDL. El simulador de conducción de sello SIMPRO producido por CIDSIM es un robot paralelo de dos grados de libertad, ladeo y cabeceo, que permite por igual la simulación del comportamiento de vehículos ligeros o pesados. La cabina de conducción cuenta con mandos reales que simulan el comportamiento del vehículo al ser maniobrado por el conductor y un monitor que recrea el escenario virtual con que interacciona. Cada articulación está formada por un cilindro FESTO DNC B-100-320-PPV-A gobernado por una válvula proporcional de flujo FESTO MPYE-5-3/8-010-B.

Esta plataforma presenta una estructura mecánica compuesta por cinco uniones esféricas y dos articulaciones prismáticas actuadas por pistones neumáticos de doble efecto. La cabina pivotea sobre una columna central mediante una articulación pasiva en cuyo extremo superior se encuentra una unión universal.

Los movimientos de la plataforma móvil se logran mediante la acción de los cilindros neumáticos, cuyos desplazamientos lineales le imprimen al efector final rotaciones sobre dos ejes perpendiculares entre sí. Estas rotaciones simulan las pendientes del mundo virtual las cuales son visualizadas en el monitor ubicado en la propia cabina.

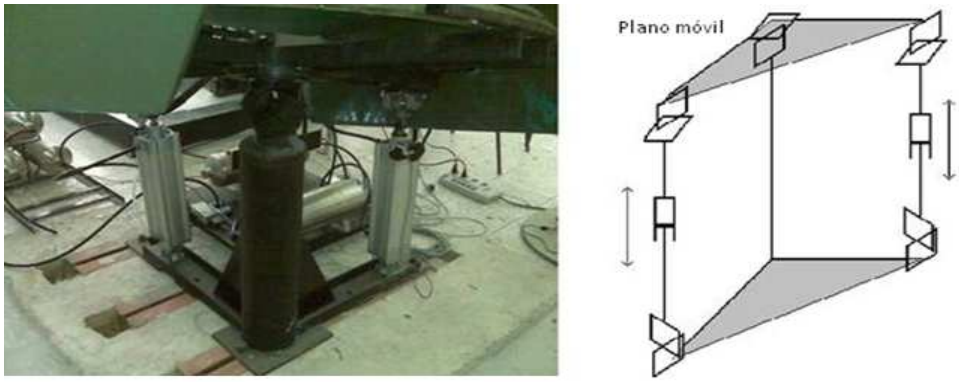

Figura 3–2: Plataforma de 2 GDL y su arquitectura geométrica

En ambos extremos de las articulaciones prismáticas se encuentran uniones esféricas que le brindan la movilidad necesaria para lograr las orientaciones de la plataforma móvil superior, representado en la figura 3–2. La acción de cada uno de los actuadores tiene efecto sobre una sola articulación lo que permite que esta se comporte de forma desacoplada.

Tabla 3–1: Datos mecánicos del simulador de conducción SIMPRO

Descripción	Parámetros
Masa de la cabina	300 kg
Ángulo de ladeo	$\pm 13^o$
Ángulo de Cabeceo	$\pm 13^o$
Elongación del pistón	320 mm
Diámetro del cilindro	100 mm

3.2. Diseño del observador de estado para estimar velocidad y aceleración

La técnica de diseño actual por realimentación de estados empieza con la determinación de los polos en lazo cerrado deseados a partir de la respuesta transitoria y los requerimientos de la respuesta en frecuencia, tales como la velocidad, el factor de amortiguamiento relativo, o el ancho de banda, al igual que los requerimientos en estado estable.

En lugar de especificar sólo los polos dominantes en lazo cerrado (enfoque del diseño convencional), el enfoque actual de ubicación de polos especifica todos los polos en lazo cerrado. (Sin embargo, hay un costo asociado con ubicar todos los polos en lazo cerrado, porque hacerlo requiere de mediciones exitosas de todas las variables de estado, o bien requiere de la inclusión de un observador de estado en el sistema).

De acuerdo a los criterios de diseño del observador se decide que los polos en lazo cerrado deseados estén en s = -1, s = -2,. . . , s = -p... La selección de una matriz de ganancias apropiada para una realimentación del estado, hace posible obligar al sistema para que tenga los polos en lazo cerrado en las posiciones deseadas, siempre y cuando el sistema original sea de estado completamente controlable.

Las matrices de estado de la plataforma de 2 GDL sin la cabina se obtienen a partir de la identificación realizada a la misma mediante la metodología establecida en (Rubio, 2009), donde se concluye que la función transferencial que describe la plataforma es:

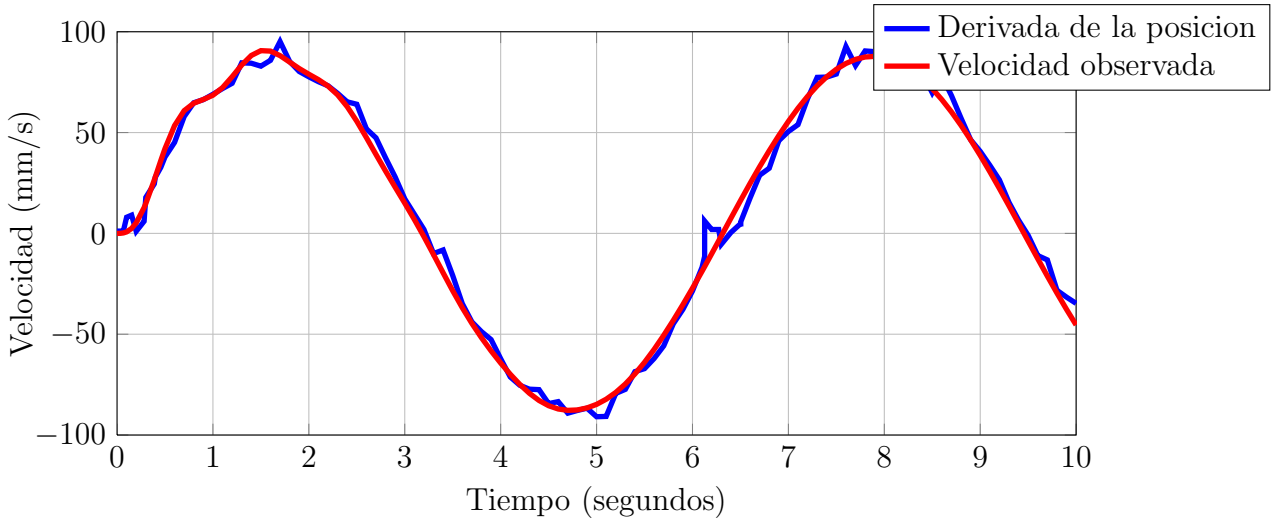

Figura 3–3: Estimación de velocidad con Observador de estado

$$F = \frac{146200}{s^3 + 4{,}102s^2 + 1162s} \tag{3.1}$$

Con estas matrices de estado y siguiendo la misma metodología para diseñar observadores de estado que se presenta en el epígrafe 1.2 se obtiene la matriz de ganancia K que permite especificar todos los polos de lazo cerrado. Todos estos cálculos se implementan en el software *Matlab* para simplificar el trabajo matemático y poder variar fácilmente, si el problema lo requiere, las propias matrices de estado del sistema.

La matriz de ganancia K que se obtiene es: $\begin{bmatrix} -37 \\ -648 \\ 4{,}44 \end{bmatrix}$

Este observador se implementa en el Simulink, la velocidad estimada con el observador se presenta en la figura 3–3.

El observador de estado diseñado por la metodología tradicional, a partir de un modelo identificado de un sistema no incluye todas las alinealidades, ya que no es posible realizar una representación matemática perfecta de un sistema real, por lo que su respuesta ante estas no es adecuada. Esto se observa en detalle en la figura 3–4 donde la velocidad estimada por el observador presenta un error mínimo hasta el momento en que el sistema se satura como se representa en la figura 3–5, donde el vástago se detiene al topar con uno

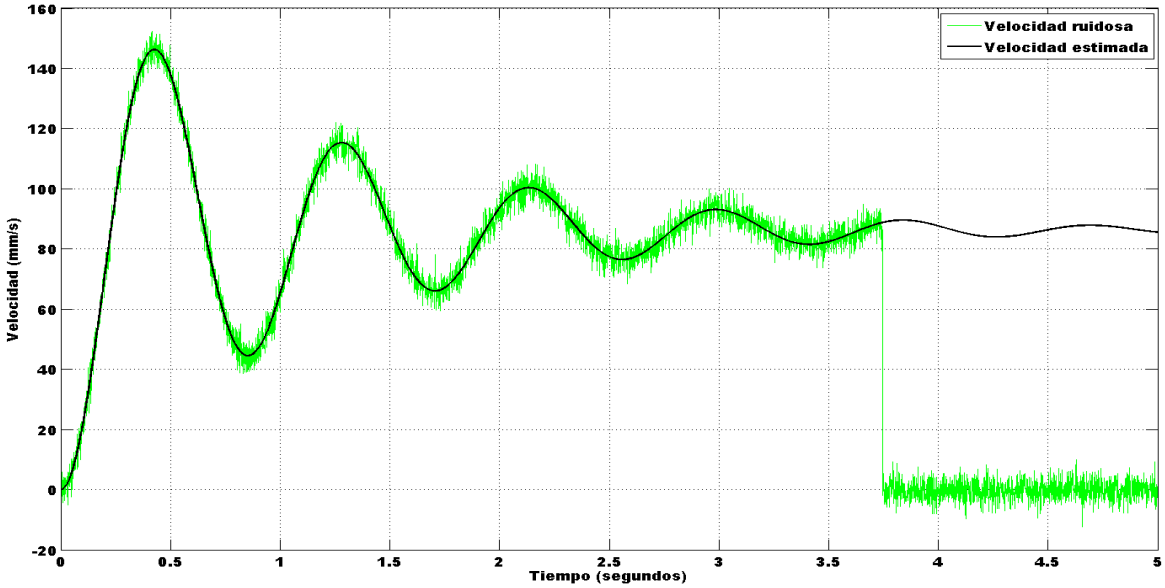

Figura 3–4: Estimación de velocidad en la plataforma de 2GDL.

de los extremos del cilindro. Hasta este punto la lectura es fiable, sin embargo cuando el sistema se detiene la velocidad estimada del observador no converge a cero.

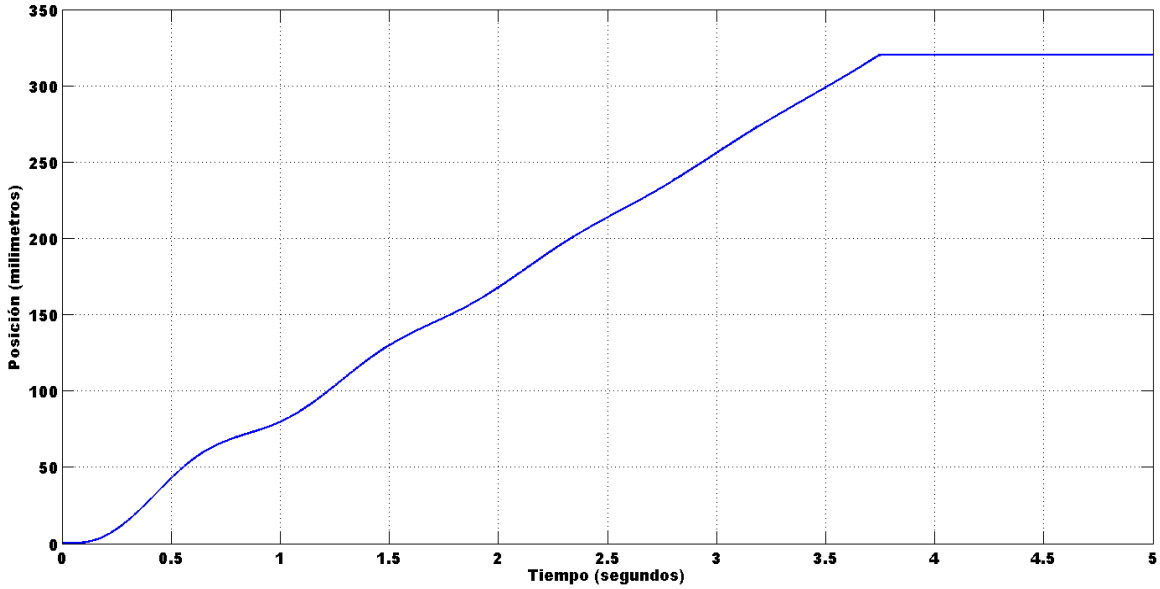

Figura 3–5: Desplazamiento del actuador neumático

Para solucionar este problema se puede trabajar con observadores no lineales pero estos presentan un diseño sumamente complejo en comparación con otras alternativas para estimar velocidad, además si se cambian algunos de los parámetros del sistema todo el cálculo para obtener el observador no lineal tendría que volverse a realizar.

3.3. Diseño e implementación del Filtro de Kalman para estimar velocidad y aceleración

Otra alternativa abordada ampliamente en la literatura para obtener velocidad es trabajar con el Filtro de Kalman que como se presenta en el capítulo 2 permite estimar todos los estados del sistema, además el Filtro de Kalman proporciona una herramienta computacional para estimar el estado de un proceso, de una forma que minimiza la media cuadrática del error del estado estimado.

Hay distintas variaciones del filtro y desde su origen ha sido estudiado ampliamente y se ha modificado para mejorar su desempeño, generando nuevas versiones para distintas aplicaciones prácticas. A pesar de la gran variedad de filtros con los que se cuentan hoy en día, todos basan su funcionamiento en el algoritmo fundamental propuesto originalmente por Kalman.

Además debido a la complejidad de ciertos filtros, es conveniente centrar el estudio en aquellos que pueden ser implementados dentro del robot. Este es el caso del algoritmo original (filtro de Kalman KF).

Todas las ecuaciones necesarias para realizar el Filtro de Kalman que se presentan en el capítulo 2 están implementadas en un bloque del software matemático *Matlab* llamado *Kalman Filter*. La matrices de estado para ajustar este bloque se seleccionan según la metodología descrita en el epígrafe 1.3.

A partir de la lectura de encoders las matrices de estado se plantean de la siguiente forma, obedeciendo los criterios de la cinemática. Esto permite obtener la posición, velocidad y aceleración a partir de una medición. Luego de varios experimentos se determina que el encoder presenta una varianza de 523. Los experimentos se realizan con un tiempo de muestreo (tm) de 1 milisegundo.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & tm & 0{,}5tm^2 \\ 0 & 1 & tm \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0{,}05 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}05 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}05 \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Se implementa el Filtro de Kalman en el motor AC para estimar la velocidad del motor a partir de la posición medida por el encoder. Como se aprecia en las figuras 3–6 y 3–7 la velocidad estimada por el Kalman es notablemente menos ruidosa que la obtenida a partir de la derivada de la posición.

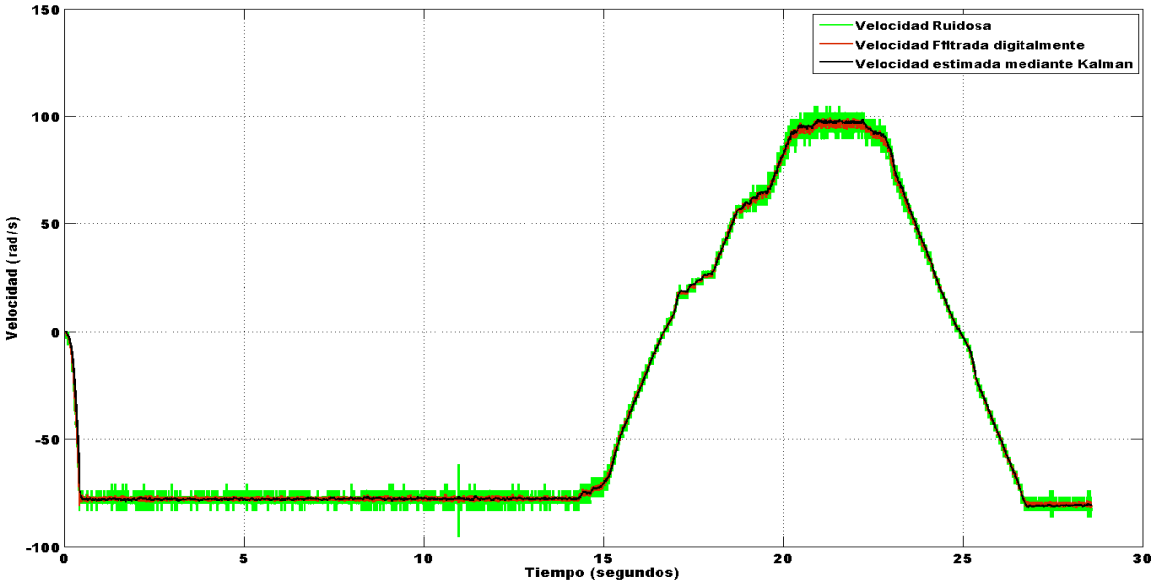

Figura 3–6: Estimación de velocidad con Filtro de Kalman en Motor AC

Es importante notar que la velocidad obtenida a partir de la derivada de la posición y después filtrada con un filtro digital diseñado en este trabajo es ligeramente peor que la velocidad estimada por el Filtro de Kalman. Donde este último si muestra todas sus potencialidades es en la estimación de aceleración, ya que disminuye el ruido notablemente

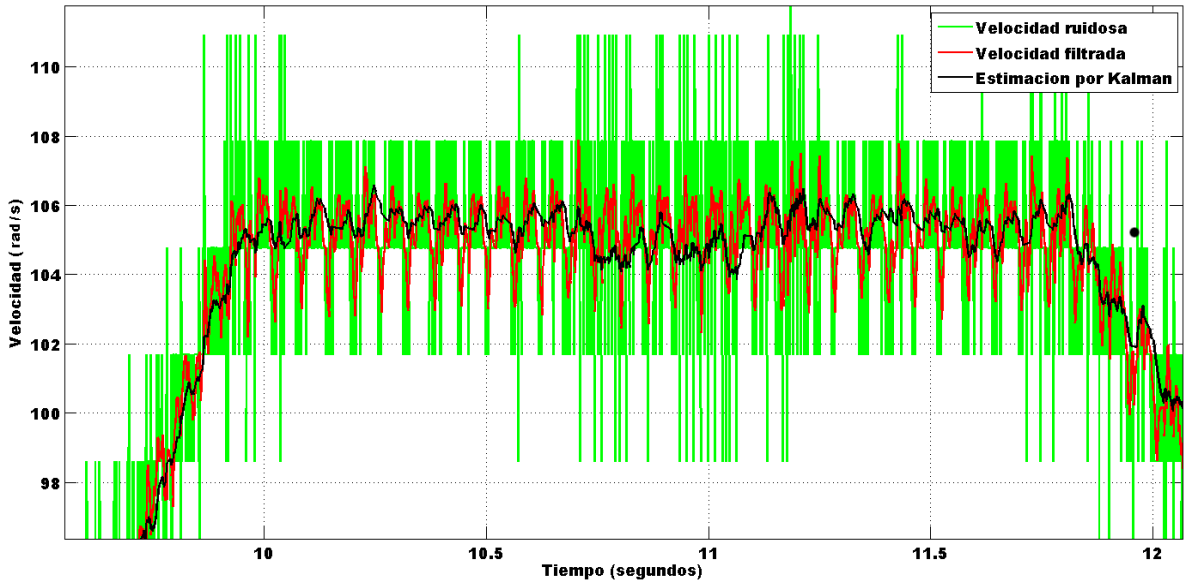

Figura 3–7: Estimación de velocidad con Filtro de Kalman en Motor AC

comparado con la aceleración obtenida de derivar 2 veces la posición y ser posteriormente filtrada digitalmente. Lo anterior se muestra en la figura 3–8.

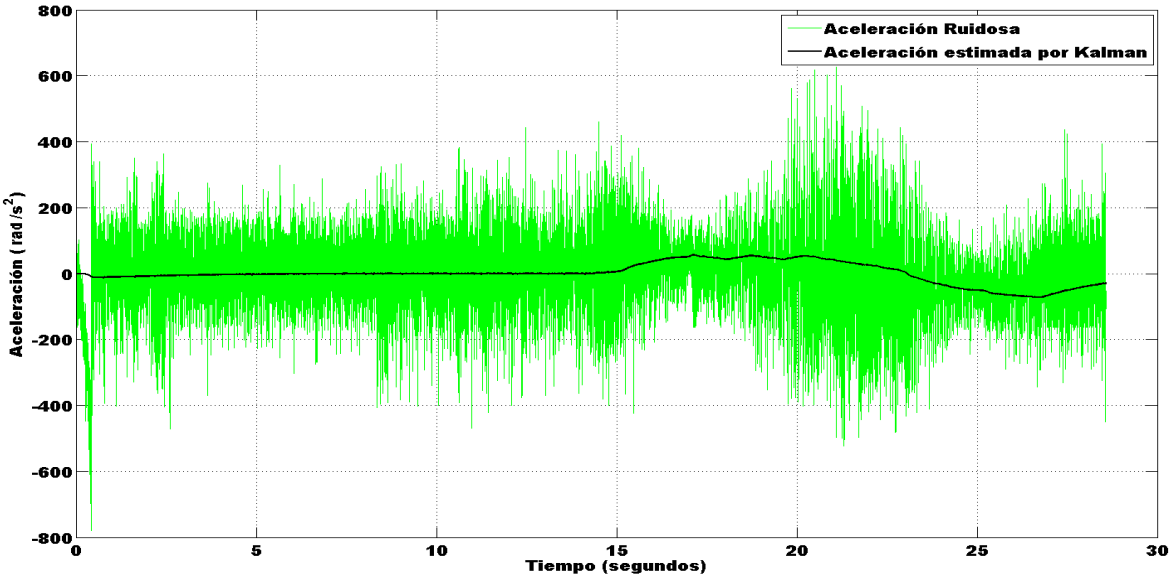

Figura 3–8: Estimación de aceleración con Filtro de Kalman en Motor AC

También se implementa el filtro de Kalman anterior en la plataforma de 2 GDL para estimar la velocidad del pistón. Los resultados obtenidos se aprecian en la figura 3–9.

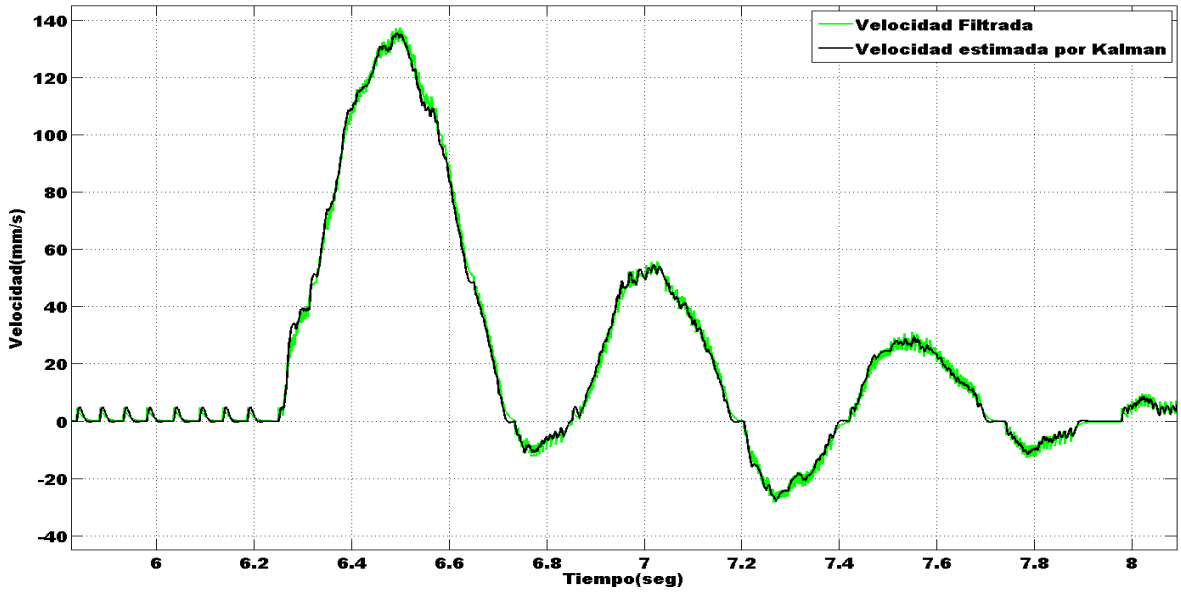

Figura 3–9: Estimación de velocidad con Filtro de Kalman en Plataforma de 2 *GDL*

3.4. Análisis económico

En la tabla 3–2 se presenta la relación de precios de los elementos de hardware presentes en la arquitectura que se propone utilizar en este trabajo para estimar velocidad y aceleración de giro del motor.

Tabla 3–2: Relación de precios

Elementos	Precios
Tarjeta para realimentación de Encoder	136 Euros
Motor Trifásico *Dedong*	260 Euros
Encoder *NEMICON OEW2-0512-2MHC*	202 USD
Tarjeta de adquisición de datos *HUMUSOFT MF 642*	1241 USD
PC	500 USD

Con esta propuesta se cuenta con una alternativa nacional que puede ser perfeccionada y aplicada en sistemas de similares características sin depender de costos de importación y servicios de post-venta.

3.5. Consideraciones finales del capítulo

Presentados el observador lineal y el filtro de Kalman diseñados, así como las correspondientes pruebas experimentales, se enuncian las siguientes conclusiones:

- Los observadores de estado dependen del modelado del sistema mecánico. En este caso si la estimación no es precisa o presenta incertidumbres no se garantiza la convergencia. Por

ello se requiere la estimación de un modelo altamente no lineal con vistas a garantizar una buena observación de las variables de estado.

- Por el método descrito en este capítulo la implementación del filtro de Kalman a través de las matrices basadas en la cinemática clásica permiten la no necesidad de la estimación de un modelo matemático de la planta ya que solo se requiere el recorrido del encoder.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

Esta investigación permite el estudio y evaluación de estrategias para estimar velocidad y aceleración en sistemas mecánicos. Los principales resultados obtenidos se exponen a manera de conclusiones:

1. A partir de las técnicas analizadas, el filtro de Kalman es propuesto para la estimación de variables de estado teniendo en cuenta que posee un algoritmo iterativo con vistas a garantizar una convergencia hacia el valor real del estado.
2. Los observadores de estado lineales no presentan un buen desempeño debido a que el modelo de los sistemas que se poseen no incluye todas las alinealidades. Por otro lado, los observadores no lineales presentan una matemática compleja con respecto a su sintonización y ajuste.
3. Los resultados del diseño del Filtro de Kalman realizado fueron evaluados de forma experimental en la plataforma de 2-GDL y el motor AC. Se logra una mejora notable en la estimación de los estados con respecto a otras técnicas como la diferenciación de la posición permitiendo ser una alternativa para el control por retroalimentación de estado.

Recomendaciones

Para establecer la necesaria continuidad que debe tener este trabajo se recomienda lo siguiente:

1. Implementar el algoritmo de Kalman en sistemas empotrados como paquete tecnológico.
2. Evaluar otras técnicas inteligentes para la estimación de estados cuyos costos y complejidad en el diseño sean menores en comparación con el Filtro de Kalman.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Atkinson, David J. ; Acarnley, Paul P. ; Finch John W. (1991). Observers for induction motor state and parameter estimation. *Industry Applications, IEEE Transactions on* **27**(6), 1119–1127.

Bado, A; Bolognani, S. ; Zigliotto M. (1992). Effective estimation of speed and rotor position of a pm synchronous motor drive by a kalman filtering technique. In: *Power Electronics Specialists Conference, 1992. PESC'92 Record., 23rd Annual IEEE*. IEEE. pp. 951–957.

Brown, Ronald H. ; Schneider, Susan C. ; Mulligan Michael G. (1992). Analysis of algorithms for velocity estimation from discrete position versus time data. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **39**(1), 11–19.

Campos, A.; Quintero, J.; Saltaren R.; Ferre M.; Aracil R. (2008). An Active Helideck Testbed for Floating Structures based on a Stewart-gough Platform. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Nice, France. pp. 3705–3710.

Chong, K. S. y L. Kleeman: (1997). Accurate odometry and error modelling for a mobile robot. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*.

Damme, Michaël Van (2009). Towards Safe Control of a Compliant Manipulator Powered by Pneumatic Muscles. PhD thesis. Faculteit Ingenieurswetenschappen Vakgroep Toegepaste Mechanica.Vrije Universiteit Brussel.

Díaz Agudelo, J. E.; Olaya Figueroa, J. F. (2010). Pontificia universidad javeriana facultad de ingenieria carrera de ingenieria de sistemas bogota.

Furuhashi, Takeshi. ; Sangwongwanich, Somboon. ; Okuma Shigeru. (1992). A position-and-velocity sensorless control for brushless dc motors using an adaptive sliding mode observer. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **39**(2), 89–95.

Gudino Lau, J.; Arteaga, MA. (2003). Force control with a velocity observer. In: *Proc. CD ROM, European Control Conference ECC2003. Cambridge, Reino Unido.*

Guerra, Ricardo. ; Iurian, Claudiu. (2008). Velocity observer for mechanical systems. *New Developments in Robotics, Automation and Control* pp. 111–120.

Gulati, Navneet.; Barth, Eric J. (2005*a*). Non-linear pressure observer design for pneumatic actuators. In: *Advanced Intelligent Mechatronics. Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on*. IEEE. pp. 783–788.

Gulati, Navneet.; Barth, Eric J. (2005*b*). Pressure observer based servo control of pneumatic actuators. In: *Advanced Intelligent Mechatronics. Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on*. IEEE. pp. 498–503.

Imsland, Lars. ; Grip, Håvard Fjær. ; Johansen Tor A. ; Fossen Thor I. ; Kalkkuhl Jens C. ; Suissa Avshalom; (2007). Nonlinear observer for vehicle velocity with friction and road bank angle adaptation–validation and comparison with an extended kalman filter. In: *Proc. SAE World Congress.*

Iwasaki, T.; Kataoka, T. (1989). Application of an extended kalman filter to parameter identification of an induction motor. In: *Industry Applications Society Annual Meeting, 1989., Conference Record of the 1989 IEEE*. IEEE. pp. 248–253.

Izaguirre, E.; Hernández, L.; Rubio E.; Prieto P.; Hernández A. (2011). Control Desacoplado de Plataforma Neumática de 3-gdl utilizada como Simulador de Movimiento. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial,* **8**(4), 345–356.

Janabi-Sharifi, Farrokh. ; Hayward, Vincent. ; Chen C-SJ. (2000). Discrete-time adaptive windowing for velocity estimation. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **8**(6), 1003–1009.

Janiszowski, K.B. (2004). Adaptation, modelling of dynamic drives and controller design in servomechanism pneumatic systems. *IEEE Proceedings - Control Theory and Applications* **151**(2), 234–245.

Jin, Shanhai. ; Kikuuwe, Ryo. ; Yamamoto Motoji. (2012). Real-time quadratic sliding mode filter for removing noise. *Advanced Robotics* **26**(8-9), 877–896.

Kapoor, Ankur. ; Simaan, Nabil. ; Kazanzides Peter (2004). A system for speed and torque control of dc motors with application to small snake robots. In: *Mechatronics and Robotics*.

Kim, Heui-Wook.; Sul, Seung-Ki. (1994). A new motor speed estimator using kalman filter in low speed range. In: *Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1994. IECON'94., 20th International Conference on*. Vol. 1. IEEE. pp. 503–508.

Kou, Shauying R. ; Elliott, David L. ; Tarn-Tzyh Jong. (1975). Exponential observers for nonlinear dynamic systems. *Information and Control* **29**(3), 204–216.

Krivts, I. L.; Krejnin, G. V. (2006). *Pneumatic Actuating Systems for Automatic Equipment. Structure and Design*. Taylor & Francis Group.

Langjord, Hege. ; Kaasa, Glenn-Ole. ; Johansen Tor Arne. (2011). Adaptive observer-based switched control for electropneumatic clutch actuator with position sensor. In: *World Congress*. Vol. 18. pp. 4791–4796.

Lee, Se-Han. ; Song, Jae-Bok. (2001). Acceleration estimator for low-velocity and low-acceleration regions based on encoder position data. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on* **6**(1), 58–64.

Lorenz, Robert D (2001). Robotics and automation applications of drives and converters. *Proceedings of the IEEE* **89**(6), 951–962.

Low, Teck-Seng. ; Lee, Tong-Heng. ; Chang Kuan-Teck. (1993). A nonlinear speed observer for permanent-magnet synchronous motors. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **40**(3), 307–316.

Merry, Roel (2004). Velocity and acceleration estimation for optical incremental encoders using time stamping.

Mohinder, G (2007). Global positioning systems, inertial navegation, and integration.control systems technology. *University of North Carolina at Chapel Hill*.

Nijmeijer, Henk.; Van der Schaft, Arjan. (1990). *Nonlinear dynamical control systems.* Springer.

Ning, S.; Bone, G. M. (2002). High steady-state accuracy pneumatic servo positioning system with pva/pv control and friction compensation. In: *Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA'02. IEEE International Conference on.* Vol. 3. IEEE. pp. 2824–2829.

Ogata, Katsuhiko (1998). *Ingeniería de control moderna.* Prentice Hall.

Orlowska-Kowalska, T (1989). Application of extended luenberger observer for flux and rotor time-constant estimation in induction motor drives. In: *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D.* Vol. 136. IET. pp. 324–330.

Pandian, S. R. ; Takemura, F. ; Hayakawa Y. ; Kawamura S. (2002). Pressure observer-controller design for pneumatic cylinder actuators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics.*

Rairán, José. Danilo.; Fonseca, José. Miguel. (2012). Doble lazo de control para regular la posición y la velocidad en un motor de corriente directa. *Ingeniería y Universidad.*

Rubio, Ernesto; Hernández, Luis; Aracil Rafael; Saltarén Roque; Guerra Jorge (2009). Implementation of decoupled model based controller in a 2 dof pneumatic platform used in low cost driving simulators. In: *IEEE Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference, CERMA 0́9.*

Sakata, Koichi.; Fujimoto, Hiroshi. (2010). Proposal of long sampling short cycle observer for quantization error reduction. In: *Industrial Electronics (ISIE), 2010 IEEE International Symposium on.* IEEE. pp. 1919–1924.

Sepe, Raymond B.; Lang, Jeffrey H. (1992). Real-time observer-based (adaptive) control of a permanent-magnet synchronous motor without mechanical sensors. *Industry Applications, IEEE Transactions on* **28**(6), 1345–1352.

Simon, D. (2006). Optimal state estimation: Kalman and nonlinear approaches. *John Wiley and Sons.*

Sira-Ramirez, H.; Fossas, E. (2002). An algebraic, on-line, parameter identification approach to uncertain dc-to-ac power conversion. In: *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*. Vol. 3. IEEE. pp. 2462–2467.

Su, YX. ; Zheng, CH. ; Mueller PC. ; Duan BY. (2006). A simple improved velocity estimation for low-speed regions based on position measurements only. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on* **14**(5), 937–942.

Verschuren, TAC (2006). Extracting more accurate position and velocity estimations using time stamping. *DCT report*.

Welch, G (2001). An introduction to the kalman filter. technical report. *University of North Carolina at Chapel Hill*.

Yu, Wen. ; Li, Xiaoou. ; Irwin George W (2008). Stable anti-swing control for an overhead crane with velocity estimation and fuzzy compensation. In: *Foundations of Generic Optimization*. pp. 223–240. Springer.

Zhu, Wen-Hong.; Lamarche, Tom. (2008). Position tracking control with velocity from accelerometer and encoder. In: *17th IFAC World Congress*.

ANEXOS