

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Técnicas de control lineales cuadráticas aplicadas en el diseño
de autopiloto para un vehículo autónomo subacuático

Autor: Leisis López Rodríguez.

Tutores: Ing. Yunier Valeriano Medina.
Dr.C. Luis Hernández Santana.

Santa Clara

2013

“Año 55 de la Revolución”

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



TRABAJO DE DIPLOMA

Técnicas de control lineales cuadráticas aplicadas en el diseño de autopiloto para un vehículo autónomo subacuático

Autor: Leisis López Rodríguez.
email: leisis@uclv.edu.cu

Tutores: Ing. Yunier Valeriano Medina.
Profesor Asistente.
Dpto. de Automática, Facultad de Ing. Eléctrica, UCLV.
email: yunierv@uclv.edu.cu

Dr.C. Luis Hernández Santana.
Profesor Titular.
Dpto. de Automática, Facultad de Ing. Eléctrica, UCLV.
email: luishs@uclv.edu.cu

Santa Clara

2013

“Año 55 de la Revolución”



Hago constar que el presente TRABAJO DE DIPLOMA fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Leisis López Rodríguez
Autor

Fecha

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Leisis López Rodríguez
Autor

Fecha

Boris Luis Martínez Jiménez, Dr.C
Jefe del Departamento

Fecha

Responsable ICT o J' de Carrera, (Dr.C., M.Sc. o Ing.)
Responsable de Información Científico-Técnica

Fecha

PENSAMIENTO

”Sólo hay un bien: el conocimiento. Sólo hay un mal: la ignorancia.”

Sócrates

DEDICATORIA

*A la persona que más quiero en este mundo, porque a pesar
de nuestras diferencias siempre has estado para mí.
Y todos mis logros en esta vida estarán dedicados a ti mamá.*

AGRADECIMIENTOS

A mi mamá, porque aún cuando no he querido ha estado allí. A mi papá, porque sin su apoyo económico la UCLV no me hubiera conocido. A mi hermana por acompañar a mi madre mientras yo estudio. A mi abuelita Chela por oír mis historias sin quedarse dormida. A Yaimi porque fue la primera en empujarme al mundo de los que se superan. Al resto de mi familia, sin que se pongan celosos, por quererme tanto y ayudarme con mis antojos.

A mi tutor Valeriano, porque sin duda alguna su participación y caprichos han permitido los resultados obtenidos en esta tesis; y por demostrarme que la inteligencia no es suficiente, que hay que ser capaz.

A Raidel por dedicar su tiempo en facilitarme la escritura de esta tesis, por todas las veces que me ayudó en la realización de trabajos de la carrera y por inspirarme profesionalmente. Además de nuestros buenos momentos. . . .

A Boris por sus críticas constructivas, por sus buenos consejos y porque yo estaba en lo cierto, eres un genio.

A Luis Hernández, porque además de considerarlo el padre del submarino, después de sus comentarios realizados a esta tesis, estoy lista para responder las preguntas de Fossen.

Al papá del control, Abreu, porque sus explicaciones fueron claves en el desarrollo de esta investigación.

A Delvis por prestarme su filtro para el diseño del control que aquí se presenta.

A Anita por compartir conmigo cada momento de la carrera y por mostrarme Cienfuegos.

A todos los chicos del 117, por permitir que esta tesis no sea solo de control sino también de amistad.

A Izaguirre porque con sus clases me enamoré de la automática.

A todos los profesores de la carrera por enseñarme qué tipo de profesional quiero ser y cuál no.

RESUMEN

Los AUVs constituyen un tema de interés para la comunidad científica internacional. En Cuba, el GARP y el CIDNAV desarrollan un autopiloto para un vehículo autónomo subacuático (HRC-AUV), con fines científicos. Los autopilotos tienen distintos modos de operación: manual, dirección, rumbo, punto de paso y ruta. Teniendo en cuenta el desarrollo actual de las técnicas de control aplicadas a autopilotos, en esta investigación se diseñan controladores de rumbo utilizando técnicas lineales cuadráticas (LQ), para el HRC-AUV. Los controladores LQ se basan en los modelos dinámicos lineales de la planta y generan una ley de control lineal minimizando índices de funcionamiento cuadráticos que depende de los estados y las salidas del sistema. Primeramente se diseñan controladores de seguimiento lineales cuadráticos (LQT) bajo la suposición de que los estados son medibles, y luego controladores lineales cuadráticos gaussianos (LQG) considerando que los estados son estimados mediante un filtro de Kalman. Los controladores que se diseñan aseguran que la salida siga a la entrada minimizando el error de seguimiento, ante una entrada de referencia constante o una señal tipo paso. La efectividad de los diseños realizados se demuestra mediante simulación, a partir de las respuestas de la variación del ángulo de rumbo y el ángulo de rumbo.

Índice general

PENSAMIENTO	I
DEDICATORIA	II
AGRADECIMIENTOS	III
RESUMEN	IV
ÍNDICE DE FIGURAS	IX
ÍNDICE DE TABLAS	X
INTRODUCCIÓN	1
1. Estudio sobre la aplicación de técnicas de control para el diseño de autopilotos de vehículos marinos.	7
1.1. Introducción.	7
1.2. Aplicaciones.	7
1.2.1. Ejemplos de AUVs.	8
1.3. Sistema de control de movimiento para vehículos marinos.	10
1.4. Estrategias para el control de dirección mediante autopilotos de vehículos marinos.	12
1.5. Métodos lineales cuadráticos para el control.	14
1.6. Consideraciones finales del capítulo.	15
2. Controlador de seguimiento lineal cuadrático para autopiloto del HRC-AUV.	17
2.1. Introducción.	17
2.2. Modelo dinámico lineal del subsistema lateral para el HRC-AUV.	17
2.2.1. Sistemas de coordenadas y notación utilizada.	18

2.2.2.	Ecuaciones dinámicas utilizadas en el modelado del HRC-AUV.	19
2.2.3.	Subsistema lateral.	20
2.3.	Control de seguimiento lineal cuadrático.	22
2.3.1.	Regulador lineal cuadrático.	22
2.3.2.	Seguimiento lineal cuadrático.	24
2.3.3.	Seguimiento lineal cuadrático (LQT) con acción anticipatoria.	26
2.4.	Diseño de un controlador LQT para el mantenimiento del rumbo en el HRC-AUV.	27
2.5.	Diseño de un controlador LQT con acción anticipatoria para el mantenimiento del rumbo en el HRC-AUV.	34
2.6.	Consideraciones finales.	35
3.	Controlador lineal cuadrático gaussiano (LQG) para autopiloto del HRC-AUV.	37
3.1.	Introducción.	37
3.2.	Diseño de un controlador LQG para mantener el rumbo en el HRC-AUV.	38
3.3.	Diseño de un controlador LQG de rumbo para el HRC-AUV con filtrado de oleaje.	42
3.4.	Análisis económico.	48
3.5.	Consideraciones finales.	48
	CONCLUSIONES	50
	RECOMENDACIONES	52
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53
A.	Ecuaciones, esquemas y códigos utilizados para el diseño de los controladores.	57
A.1.	Ecuaciones para el control de seguimiento lineal cuadrático (LQT):	57
A.2.	Códigos y esquemas utilizados para las simulaciones en Matlab.	60
A.2.1.	Códigos para el diseño del controlador de seguimiento lineal cuadrático.	60
A.2.2.	Códigos para el diseño del controlador de seguimiento lineal cuadrático con incertidumbres en el modelo.	61
A.2.3.	Códigos para el diseño del controlador de lineal cuadrático gaussiano para la estimación del ángulo de rumbo.	62

A.2.4. Códigos para el diseño del controlador de lineal cuadrático gaussiano para la estimación del ángulo de rumbo con afectaciones del oleaje.	63
--	----

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. <i>AUV Hugin</i>	8
1.2. <i>AUV R-One</i>	9
1.3. <i>AUV Remus</i>	9
1.4. <i>AUV MARIUS</i>	9
1.5. Diagrama Genérico del Sistema de control de movimiento de un vehículo marino.	10
2.1. Sistema de coordenadas con la definición de ángulos y velocidades.	19
2.2. Diagrama en bloques de un regulador lineal cuadrático.	23
2.3. Esquema de seguimiento lineal cuadrático	25
2.4. Diagrama de control LQT con acción anticipatoria.	27
2.5. Respuesta de la variación del ángulo de rumbo utilizando un controlador LQT en el HRC-AUV.	29
2.6. Respuesta del ángulo de rumbo ante un valor deseado $\psi=1$ rad utilizando un controlador LQT para el HRC-AUV.	30
2.7. Señal de mando del control LQT del HRC-AUV.	30
2.8. Respuesta del sistema de control LQT, con $q_{22} = 10$	31
2.9. Respuesta del sistema de control LQT, $q_{22} = 100$	32
2.10. Respuesta del sistema de control LQT, con matriz de ponderación $\mathbf{R} = 10$	32
2.11. Respuesta del sistema de control LQT, con matriz de ponderación $\mathbf{R} = 0,1$	33
2.12. Respuesta del sistema de control LQT para el HRC-AUV con presencia de ruidos.	35
3.1. Diagrama de un filtro de Kalman	39
3.2. Sistema de control Lineal Cuadrático Gaussiano (LQG).	40
3.3. Respuesta del Controlador LQG para el HRC-AUV.	41
3.4. Respuesta del Controlador LQG con presencia de perturbación para el HRC-AUV.	41
3.5. Esquema para la simulación de un controlador LQG.	46

3.6. Respuesta del control LQG para el HRC-AUV introduciendo la dinámica del oleaje	46
3.7. Respuesta de la señal de mando del control LQG del HRC-AUV.	47
3.8. Respuesta del sistema de control LQG con entrada de referencia senoidal.	47
A.1. Esquema del simulink para el control LQT	61
A.2. Esquema del simulink para el control LQT con acción anticipatoria.	62
A.3. Esquema de simulink para el control LQG con perturbación tipo paso.	63

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Notación utilizada para los AUVs.	19
2.2. Valores geométricos, inerciales y experimentales del HRC-AUV que intervienen en la dinámica del subsistema lateral	21

INTRODUCCIÓN

Con el adelanto de las tecnologías, el hombre ha creado sistemas autónomos como instrumentos para la realización de tareas que le resultan riesgosas y repetitivas, lo que proporciona un mayor rendimiento y aumenta la productividad y seguridad en la ejecución de las mismas.

Los vehículos autónomos subacuáticos (AUVs por sus siglas en inglés), pertenecen a la familia de los vehículos sumergibles no tripulados (UUV, *Unmanned Underwater Vehicle*) (Antonelli, 2008). Los AUVs portan su propia fuente de energía y unidad de procesamiento, donde se ejecutan softwares y soluciones de control, que le permiten realizar misiones en lugares de difícil acceso sin riesgo alguno para la vida del hombre (Fjellstad, 1994). Además, cuentan con el hardware y equipo sensorial necesario para la exploración y explotación de los océanos, obtener información del medio exterior, percibir y evitar obstáculos, así como mapear el fondo del mar.

Las investigaciones iniciales en el campo de los AUVs comenzaron en la década del 60 (Gorset, 2007), pero no fue hasta los años 70 que tras algunos intentos se pudo definir realmente a un AUV (o “torpedo”) como un elemento de observación o de realización de tareas diversas ya sean de índole militar o científica. Este tipo de vehículo puede estar enlazado a una estación base (*manned vehicle*) o puede navegar sin requerir enlace alguno (*unmanned vehicle*).

Los primeros AUVs estaban limitados por el tamaño y el peso de los sistemas de cómputo que tenían a bordo, los cuales eran consumidores de gran cantidad de energía. La década de los 80's constituye un punto de giro para la tecnología de los AUVs, surgen unidades de cómputos pequeñas, de bajo consumo y suficiente memoria que ofrecen el potencial necesario para implementar complejos algoritmos de navegación y control, así como la posibilidad de manejar datos de sensores de forma autónoma (Blidberg, 2001). Durante la década siguiente (90's), los vehículos autónomos subacuáticos se transforman de simples prototipos de sistemas operacionales a prototipos de primera generación, capaces de cumplir con objetivos bien definidos. Después del año 2000, el comercio de estos vehículos ha crecido continuamente y los primeros productos verdaderamente co-

mercantilizables se han hecho realidad (Wernli, 2000). En la pasada década (2000-2010) en el ámbito de las ciencias del mar, el potencial de los AUVs es claramente reconocido por la mayoría de los investigadores. Vehículos como el ABE, AUTOSUB y otros diseñados para la investigación científica han tenido un impacto positivo reconocido internacionalmente. En el sector militar también se hacen constantes innovaciones, la Marina de los Estados Unidos desarrolla un proyecto que tiene como propósito operar varios AUVs al mismo tiempo, como si se tratara de una red submarina, que les permita incrementar el volumen de datos oceanográficos, información espacial, resolución espacial y temporal. Los resultados obtenidos en estas investigaciones militares están, hoy en día, muy por encima de los que ofrece la investigación civil (Blidberg, 2001). Los esfuerzos investigativos en el campo de los AUVs actualmente se centran en el desarrollo de las capacidades de autonomía, navegación, sensores y sistemas de comunicación. Sin embargo, aún quedan importantes investigaciones por realizar y muchos problemas por resolver antes de que los AUVs alcancen totalmente el mercado de la industria oceánica.

Con ese propósito importantes universidades de todo el mundo llevan a cabo proyectos de desarrollo de estos vehículos, por ejemplo: “Universidad Nacional del Sur” (UNS) en Argentina (Jordán, 2008); “Universidad de Oporto”, Portugal (Ramos, 2008); “Universidad BEIHANG”, China (Liang, 2008); “Universidad de Zagreb” en Croacia (Miskovic, 2008) y “Universidad de Newcastle” en Australia (Pérez, 2008). Un papel destacado en este tipo de investigación lo tiene la “Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología” (NTNU) y en especial los trabajos realizados por el profesor Thor I. Fossen (Fossen, 1994, 2002, 2006, 2008). También se encuentran los estudios realizados por el “Instituto de Problemas Tecnológicos Marinos de la Academia Rusa de Ciencias del Lejano Oriente” (IMTP FEB RAS) con trabajos relevantes, (Inzartsev, 2008) y de la “Agencia de ciencia y tecnología de tierra y mar” en Japón, (Yoshida, 2008).

En Cuba, el Grupo de Automatización, Robótica y Percepción GARP perteneciente a la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, y el Centro de Investigación y Desarrollo Naval CIDNAV trabajan en el desarrollo de un vehículo autónomo subacuático con fines científicos, nombrado HRC-AUV (Martínez, 2010; Garcia-Garcia, 2012; Valeriano-Medina, 2013). El equipamiento de hardware y sensores instalados clasifican en la gama media y baja que proporcionan sus fabricantes, lo que es complementado con soluciones ingenieriles complejas en el campo del modelado, el control y la navegación. El GARP, en el desarrollo del HRC-AUV, se ha dado a la tarea de diseñar el sistema de control de movimiento del mismo. Para cumplir este objetivo se ha trabajado en el modelado y control del vehículo, en el sistema de guiado, sistema de navegación,

equipamiento sensorial, instalación de hardware y programación de software de bajo y alto nivel. En estos momentos se cuenta con un modelo dinámico no lineal de 6 grados de libertad (6 GDL) validado mediante pruebas experimentales, a partir del cual se obtienen estructuras lineales utilizadas en el diseño de los controladores (Valeriano-Medina, 2013). En el caso del sistema de orientación o guiado se ha implementado un método reportado de manera muy frecuente en la literatura conocido como línea de visión (*Line-of-Sight, LOS*)¹ (Fossen, 1994) para el seguimiento de la trayectoria. Los resultados conseguidos avalan la utilización de esta técnica (Zamora, 2011). En el sistema de navegación se han evaluado diferentes algoritmos, que van desde la utilización de un filtro Butterworth hasta el empleo de observadores de estado (Garcia-Garcia, 2012). Es propósito de GARP implementar un sistema de navegación basado en un filtro de Kalman, en lo cual se trabaja actualmente. La arquitectura de hardware instalada en el HRC-AUV se encuentra dividida en dos estaciones: la estación a bordo constituida por una unidad de DsPIC y una computadora industrial PC-104 y la estación en tierra compuesta por una laptop. En la unidad de DsPIC se ejecuta un software de bajo nivel encargado de la adquisición de los datos provenientes del sistema sensorial y que activa el funcionamiento de los lazos de control, por su parte en la laptop se encuentra implementado un software de supervisión que le permite al operador cumplimentar las misiones previstas. El sistema sensorial del HRC-AUV está compuesto por los siguientes sensores: Unidad de Medición Inercial (IMU), Sistema de Posicionamiento Global (GPS), Sensor de profundidad, Ángulo de los timones, Sensor de nivel de baterías y Revoluciones del propulsor. Tanto la arquitectura de hardware y software, como el sistema sensorial instalado han demostrado robustez y adecuado desempeño en más de treinta horas de experimentos en el mar (Martínez, 2010).

El sistema de control es el principal encargado de asegurar el funcionamiento autónomo de un vehículo subacuático. En el caso del HRC-AUV se han implementado controladores PID para los lazos de control de rumbo y profundidad. Estos controladores diseñados a partir de modelos lineales alrededor de un punto de operación, han sido evaluados con resultados satisfactorios en pruebas experimentales (Valeriano-Medina, 2013).

Las técnicas de control se han desarrollado y perfeccionado a través del tiempo, y hacen que las investigaciones en el control automático estén enfocadas en la reducción de los costos de los procesos, en aumentar la calidad de artículos e incrementar los niveles de seguridad. La complejidad de los sistemas a controlar, la utilización de nuevas

¹Consiste en unir mediante líneas rectas y arcos de circunferencia los puntos consecutivos del trayecto que se desea describa un vehículo marino.

tecnologías y la necesidad de operar los sistemas con racionalidad, ha conllevado al mejoramiento de las técnicas de control a utilizar, con el fin de que las plantas operen en condiciones de funcionamiento más idóneas y óptimas. Teniendo en cuenta estos elementos se establece como situación problemática de esta investigación:

SITUACIÓN PROBLÉMICA:

Los AUVs constituyen una planta difícil de controlar dadas sus características no lineales y las afectaciones que producen las perturbaciones marinas. En el caso del HRC-AUV, para el control del rumbo se ha implementado un controlador PID que presenta limitaciones fuera del rango de operación establecido para su diseño. Esto provoca la necesidad de evaluar otra técnica de control con el objetivo de avanzar en la obtención de la mejor versión posible de autopiloto para el HRC-AUV.

La hipótesis de esta investigación se fundamenta en los resultados de la revisión bibliográfica presentada en el Capítulo 1.

HIPÓTESIS:

Los controladores basados en métodos lineales cuadráticos (LQ) surgen como resultado de la evolución de las técnicas de control. Estos controladores deben cumplir con un criterio de optimización, en el sentido de minimizar, un índice de funcionamiento, que depende de los estados y de las variables de entrada de control y que está sujeto al cumplimiento de restricciones. Su empleo en vehículos marinos resulta conveniente debido a que pueden combinarse con filtros de Kalman para reducir las afectaciones que provocan las perturbaciones marinas en las señales de medición.

Atendiendo a los elementos abordados se establecen los objetivos de esta investigación:

OBJETIVO GENERAL:

- Analizar el desempeño de autopilotos en modo dirección para el HRC-AUV diseñados utilizando técnicas lineales cuadráticas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Identificar en la literatura especializada las técnicas de control lineales cuadráticas más empleadas para el control de vehículos marinos.
- Seleccionar las variantes de controladores lineales cuadráticos a diseñar en el HRC-AUV.
- Determinar el modelo dinámico lineal que define el comportamiento del HRC-AUV en el subsistema lateral.
- Diseñar controladores lineales cuadráticos para el control de rumbo del HRC-AUV considerando la medición de los estados.

- Diseñar controladores lineales cuadráticos para el control de rumbo del HRC-AUV considerando la estimación de los estados.
- Evaluar mediante simulación la efectividad de los controladores diseñados.

Para cumplir con los objetivos de esta investigación se establece la siguiente metodología de trabajo:

- Análisis de la literatura especializada, identificación y selección de las técnicas lineales cuadráticas que pueden ser implementadas como autopiloto de dirección en el HRC-AUV.
- Obtención del modelo dinámico lineal de 3 grados de libertad (3 GDL) del sub-sistema lateral del HRC-AUV a partir de la representación no lineal de 6 GDL.
- Diseño de un controlador de seguimiento lineal cuadrático de rumbo a partir del modelo de 3 GDL para aplicar una señal de control que permita que la salida de la planta, resultado de la medición, siga un valor deseado.
- Selección de los valores para las matrices de ponderación que se utilizan en los diseños de los controladores lineales cuadráticos.
- Rediseño de la señal de control a partir de incorporar incertidumbres al modelo del vehículo.
- Diseño de un filtro de Kalman para la estimación de los estados producto de considerar la presencia de incertidumbres en la medición y las afectaciones del oleaje.
- Diseño de un controlador lineal cuadrático gaussiano de rumbo para aplicar una señal de control que permita que la salida estimada de la planta siga un valor deseado.

Con esta investigación se pretende continuar trabajando en el modelado y control del HRC-AUV. El desarrollo íntegro de este proyecto permitirá tener información acerca del comportamiento de los controladores lineales cuadráticos como autopilotos en modo dirección. Esto constituye un paso de avance en el camino de evaluación de diferentes técnicas de control en el HRC-AUV, lo cual permitirá contar con acertados criterios de selección para identificar la mejor versión posible de autopiloto a implementar en el vehículo.

ESTRUCTURA Y CONTENIDO DE LA TESIS:

La tesis, luego de la introducción, presenta tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos. A continuación se muestra un resumen del contenido de cada capítulo:

CAPÍTULO 1

Se describen brevemente los modos de funcionamiento de autopilotos. Se realiza una revisión de la literatura especializada para determinar cuáles son las estrategias de control que se utilizan para el diseño de autopilotos de vehículos marinos. Se selecciona la técnica de control para el diseño de autopiloto en modo dirección para el HRC-AUV, presentándose las ventajas de su implementación y sus variantes para los casos donde se supongan la medición de los estados o la estimación de los mismos.

CAPÍTULO 2

Se determina el modelo dinámico lineal de 3 GDL del subsistema lateral del HRC-AUV a utilizar para el diseño de los autopilotos. Se plantea la teoría de diseño acerca de la técnica de control utilizada, para el caso de la medición de los estados de la planta y la presencia de incertidumbres en el modelo. Luego se diseñan los controladores para el mantenimiento del rumbo en el HRC-AUV. Se presentan los resultados obtenidos mediante simulación de los diseños realizados.

CAPÍTULO 3

Se supone que los estados son estimados a partir de un filtro de Kalman. Se diseñan nuevos controladores que combinen la estrategia de control seleccionada en el Capítulo 1 con el filtro de Kalman. Se muestra la efectividad de los diseños a través de las respuestas obtenidas mediante simulación. Finalmente se presenta el análisis económico de esta investigación.

CAPÍTULO 1

Estudio sobre la aplicación de técnicas de control para el diseño de autopilotos de vehículos marinos.

1.1. Introducción.

Diversas estrategias de control han sido aplicadas en vehículos marinos con el propósito de mantener el rumbo, controlar la profundidad y lograr el seguimiento de una trayectoria. En este Capítulo se realiza una revisión bibliográfica sobre las estrategias de control para el diseño de autopilotos. Debido a las ventajas (reportadas en la literatura especializada) que aportan las técnicas lineales cuadráticas (LQ) en aplicaciones de mantenimiento del curso en los vehículos marinos, se seleccionan para el diseño de autopilotos en modo dirección para el HRC-AUV.

1.2. Aplicaciones.

Los AUVs permiten una navegación más cercana al objeto de estudio, ya que pueden penetrar en aguas poco profundas con menor probabilidad de colisionar, logrando que las misiones y maniobras subacuáticas sean mucho más precisas y económicas. La independencia que poseen con respecto al hombre les permite disminuir el riesgo de error humano y la pérdida de vida del mismo en las misiones que le son encomendadas. Debido a su capacidad de navegación autónoma y las ventajas que reporta esta tecnología, los AUVs se han convertido en una herramienta poderosa para un sin número de aplicaciones científicas, medioambientales y militares. Los principales campos de

aplicación están relacionados con (de la Cruz, 2012):

- Estudio de la diversidad microbial marina y de los ecosistemas.
- Exploración, explotación y conservación del océano y sus recursos.
- Monitoreo, mantenimiento y protección de los sistemas de comunicaciones y de transporte de energía que discurren bajo las aguas.
- Arqueología submarina.
- Construcción naval y desarrollos en la industria marítima auxiliar.
- Navegación marítima y portuaria.
- Protección de costas, de infraestructuras marítimas y de ecosistemas marinos.

1.2.1. Ejemplos de AUVs.

Existen prototipos comerciales actualmente en operación que muestran algunas de las propiedades de los AUVs:

- El *AUV Hugin* (Gorset, 2007) Figura 1.1, desarrollado por *Kongsberg Maritime* y por *Forsvarets Forsknings Institute (FFI)* de Noruega. Está dispuesto para el mapeo de alta precisión del fondo marino, vigilancia y reconocimiento de minas. La comunicación con la superficie se realiza mediante señales acústicas.



Figura 1.1: *AUV Hugin*.

- El *AUV R-One* (Kim, 2002) Figura 1.2 utilizado por la Universidad de Tokyo con fines científicos en el estudio y validación de estrategias de control a partir del uso óptimo de combustible.



Figura 1.2: *AUV R-One*

- El *AUV Remus* (*Remote Environmental Monitoring Units*) (Gorset, 2007) Figura 1.3 se diseña bajo un programa cooperativo que involucra al *Naval Oceanographic Office*, al *Office of Naval Research* y la *Woods Hole Oceanographic Institution, WHOI*. Dispuesto para el mapeo del fondo marino, monitoreo ambiental, operaciones de búsqueda y rescate, mapeo y muestreo científico. Presenta un rango de operación en ambientes costeros de 100 a 6000 metros de profundidad.



Figura 1.3: *AUV Remus*.

- El *AUV MARIUS* (Gorset, 2007) Figura 1.4 desarrollado por *Marine Science and Technology (MAST)*. Se utiliza en mediciones ambientales y la adquisición de datos oceanográficos en aguas costeras. Está equipado con propulsores para el avance, además de timones laterales que le permiten estabilidad y a la vez realizar la inmersión y emersión.



Figura 1.4: *AUV MARIUS*.

1.3. Sistema de control de movimiento para vehículos marinos.

El control de vehículos marinos se inicia en el año 1914 con el surgimiento de un sistema automático de seguimiento del rumbo. En 1922 se introducen en este campo los controladores con acciones PID. Desde entonces se han ido utilizando distintas tecnologías de control en vehículos marinos (de la Cruz, 2012).

Los entornos marinos imponen un gran número de restricciones en la construcción y operación de los vehículos marinos, como son: las limitaciones en las comunicaciones, las características especiales de sensores y actuadores, la presencia de olas y corrientes, las condiciones atmosféricas, los efectos hidrodinámicos sobre los vehículos y las presiones a las que se ven sometidos. No obstante, el desarrollo creciente de sistemas de control aplicado en vehículos marinos contribuye a la solución de estos retos.

Actualmente un sistema de control de movimiento de un vehículo marino está integrado por el sistema de guiado, el sistema de navegación y el sistema de control de dirección (de la Cruz, 2012) Figura 1.5. El intercambio de datos y señales entre estos sistemas asegura el cumplimiento de manera autónoma de las misiones que le son programadas a los AUVs.

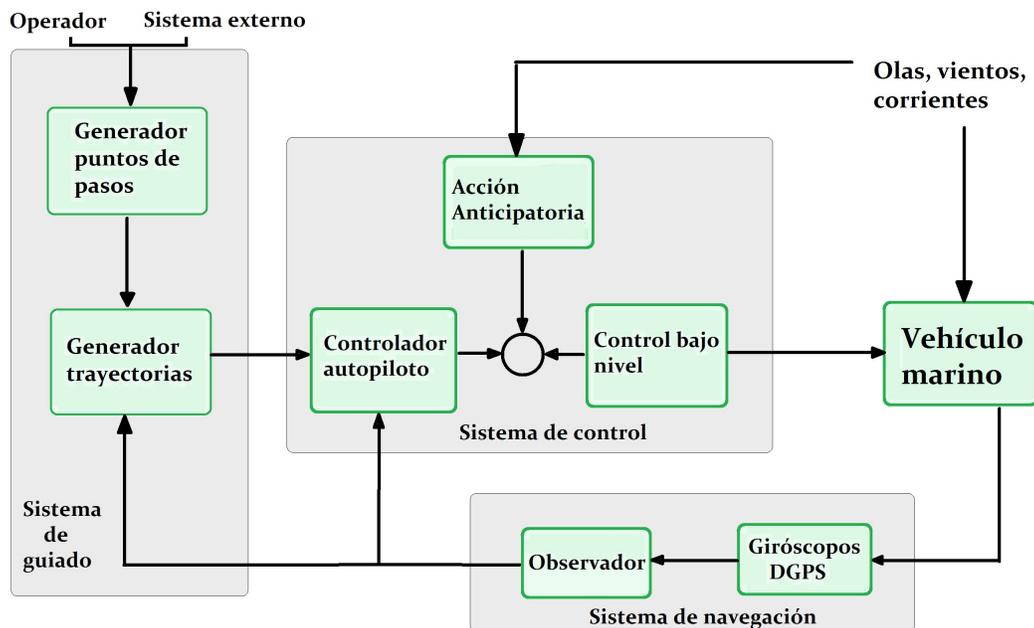


Figura 1.5: Diagrama Genérico del Sistema de control de movimiento de un vehículo marino.

El sistema de guiado tiene como objetivo proporcionar de forma continuada al controlador el estado de las referencias necesarias para que el vehículo marino siga la ruta precisa. Contiene información sobre las características y limitaciones del vehículo marino y admite la entrada por un operador de parámetros y puntos de referencia de la ruta, y también admite la entrada de información sobre el estado del vehículo marino procedente del sistema de navegación. Además puede recibir información externa sobre el entorno: posición y rumbo de otros vehículos marinos, condiciones meteorológicas, datos geográficos y demás. Una función secundaria de este sistema es la de proporcionar señales de aviso de colisión o de proximidad a tierra (de la Cruz, 2012).

El sistema de navegación es el encargado de dirigir y determinar la posición, curso y trayectoria de un vehículo (Fossen, 2011). En este se encuentran sensores que proporcionan la información necesaria del exterior. Basado en estos datos el vehículo debe ser capaz de aprender del entorno, dígame evitar colisiones, adaptarse y contrarrestar el efecto de las perturbaciones. Otro aspecto esencial en el sistema de navegación es la implementación de algoritmos que permitan el mejoramiento de las señales de medición. El sistema de control de dirección requiere de un modelo que describa fielmente la dinámica del submarino. El controlador puede implementar distintas funciones o modos y, dependiendo del tipo de operación que vaya a realizar, puede seleccionar o combinar modos; entre los más utilizados están: control de velocidad, autopilotos o controladores de rumbo, controladores dinámicos de la posición, estabilizadores de alabeo y cabeceo (de la Cruz, 2012).

Los autopilotos o controladores de rumbo tienen como objetivo lograr que el vehículo marino siga una ruta determinada a cierta velocidad. La ruta está definida en un plano, por lo que sólo los movimientos longitudinal, transversal y de rumbo son de interés. La velocidad de avance del vehículo normalmente se controla de manera separada a la del rumbo: se especifica una velocidad media constante, o lentamente variable, que se controla mediante los elementos de empuje del vehículo acuático. Normalmente el único actuador para el control del movimiento lateral es la posición del timón. De esta forma se cuenta con un sistema sub-actuado en el que se deben controlar el rumbo y el desplazamiento lateral mediante la acción del timón: éste se utiliza para controlar el rumbo y de manera indirecta se controla el desplazamiento lateral.

En la actualidad los autopilotos controlan tanto el mantenimiento de un rumbo como el cambio de éste. Admiten diversos modos de funcionamiento (de la Cruz, 2012):

- modo manual.
- modo dirección o *heading*, en que se especifica el ángulo con respecto a un sistema

geográfico que debe mantener el eje longitudinal del vehículo.

- modo rumbo o *course*, que se refiere al ángulo que el vector velocidad del barco debe mantener.
- modo punto de paso, en el que el controlador debe llevar al navío a un punto determinado.
- modo ruta, el barco debe seguir un camino indicado. En el modo ruta hay que diferenciar entre el seguimiento de un camino (PF, *path following*) en el que la embarcación debe converger a un camino sin una especificación temporal, y el seguimiento de una trayectoria (TT, *trajectory tracking*) en el que se requiere que el vehículo alcance y siga un camino parametrizado en el tiempo.

Dependiendo del modo del autopiloto la información necesaria a manejar por el controlador es distinta, si bien, como se ha indicado, al ser un sistema sub-actuado los objetivos se consiguen controlando en cada instante, el rumbo y su primera derivada. En el caso del HRC-AUV se ha diseñado un autopiloto en modo dirección. Con este propósito hasta el momento se han utilizado controladores PID. Teniendo en cuenta el desarrollo actual de las técnicas de control aplicadas a autopilotos, en esta investigación se pretende evaluar otro método de control para el diseño del controlador de rumbo. En un futuro se pretende implementar en el HRC-AUV un autopiloto en alguna de las variantes en modo ruta, ya sea seguimiento de un camino o seguimiento de una trayectoria.

1.4. Estrategias para el control de dirección mediante autopilotos de vehículos marinos.

Existen muchos tipos de controladores de dirección cuyos diseños se basan bien en modelos lineales o en no lineales, y que utilizan distintas estrategias de control, en función del tipo de autopiloto que se quiere implementar. Una de las más utilizadas es el control PID (*Proportional-Integral-Derivativo*). Sus diseños se realizan a partir de funciones de transferencia linealizadas y mayormente se emplea para mantener un ángulo de rumbo determinado (Fossen, 1994; Jalving, 1994; Kim, 2002).

Los controladores lineales cuadráticos (LQ) también son empleados como autopilotos. Se diseñan utilizando representaciones dinámicas lineales expresadas mediante funciones de transferencias o modelos en espacio-estado, su implementación abarca diversos modos de funcionamiento del autopiloto. Un controlador lineal cuadrático gaussiano (LQG)

es utilizado por Kallstrom (Kallstrom, 1979) con el objetivo de controlar el rumbo de una embarcación. El rumbo del vehículo y su razón de cambio son estimados usando filtro de Kalman. Los resultados experimentales presentados demuestran la efectividad del diseño. Otras investigaciones (López, 1992) proponen utilizar un controlador lineal cuadrático gaussiano/lazo de transferencia de recuperación (LQG/LTR) para el control de dirección. En este caso el sistema de control es de fase no mínima y se basa en el modelo de Nomoto expresado en función de transferencia. Los beneficios del controlador se evidencian en los resultados de las simulaciones. Fossen propone la utilización de distintas variantes de controladores lineales cuadráticos como autopilotos en varias de sus publicaciones (Fossen, 1994, 2002, 2011). Cuando se cuenta con la medición de los estados este autor propone utilizar un controlador de seguimiento lineal cuadrático (LQT) diseñado a partir del modelo del subsistema lateral del vehículo. Por otra parte, cuando los estados se estiman utilizando filtros de Kalman, recomienda emplear un controlador LQG. Fossen además utiliza estas técnicas de control para diseñar autopilotos capaces de seguir una ruta determinada. Para estos casos emplea una representación dinámica lineal del plano horizontal, estimando los estados que son afectados por el oleaje mediante un filtro de Kalman.

Con la finalidad de ganar en exactitud en el diseño, en la actualidad se utilizan modelos no lineales para el desarrollo de controladores de dirección. Varios autores (Wang, 2002; Behal, 2002; Jiang, 2002) proponen utilizar modelos no lineales de dos dimensiones (2D) con simplificaciones en las estructuras de las matrices de inercia y amortiguamiento para asegurar la estabilidad en el seguimiento de un camino. Encarnacao ha abordado en distintas publicaciones la temática de utilizar un autopiloto en modo ruta para vehículos marinos. Este autor recomienda utilizar un modelo 2D no lineal con características similares a las planteadas anteriormente para el diseño de un controlador de PF para seguir líneas rectas y circunferencias (Encarnacao, 2000). Para el diseño del control se utiliza un estimador y se aplican técnicas complejas como son: la linealización por realimentación y *backstepping*¹. En otro de sus trabajos (Encarnacao, 2001) Encarnacao aplica este controlador en vehículos submarinos utilizando un modelo no lineal 3D.

Una vez analizada la literatura, resulta evidente el número elevado de técnicas que se proponen para el control de vehículos marinos, ya sea para controlar una variable en específico o implementar algoritmos de seguimiento y control de trayectoria. Los controladores lineales cuadráticos constituyen una opción tentadora para ser empleada en el HRC-AUV. Esta idea se fundamenta en que los controladores LQ se basan en el modelo

¹Técnica de control moderna que se caracteriza por su complejidad matemática, debido a la necesidad de realizar repetidas diferenciaciones de funciones no lineales.

dinámico lineal del sistema y presentan diseños con soluciones fácilmente calculables. Otro de los aspectos que favorece el uso de controladores LQ en vehículos subacuáticos lo constituye la posibilidad de combinar estos controladores con un filtro de Kalman, que brinda una medición de los estados con menor afectación de las perturbaciones marinas. Estos controladores permiten un adecuado funcionamiento del sistema a través de la minimización de parámetros, obteniendo exactitud en el control o menor consumo de energía.

Esta autora recomienda que en posteriores investigaciones se evalúe la posibilidad de implementar un autopiloto para el seguimiento de una ruta en el HRC-AUV utilizando técnicas complejas de control como es el caso de *backstepping*.

1.5. Métodos lineales cuadráticos para el control.

El control óptimo es una rama particular del control moderno, que permite que el diseño final del sistema de control sea lo mejor obtenible dentro de los límites impuestos por las restricciones físicas. Los métodos de control lineal cuadrático son un tipo especial de control óptimo, donde la planta que es controlada se asume lineal, al igual que el controlador que genera el mando ([Anderson, 1989](#)). Los controladores lineales cuadráticos trabajan con índices de funcionamiento cuadrático, los que constituyen una función cuyo valor indica hasta que punto el funcionamiento efectivo del sistema de control se acerca al funcionamiento deseado. Los ingenieros de control formulan estos índices basándose en los requisitos del problema que no solo incluyen los requerimientos de funcionamiento, sino también restricciones en la forma de control para asegurar que sea físicamente realizable. Utilizando los índices de comportamiento cuadrático el sistema alcanza propiedades de robustez como: buen margen de ganancia y margen de fase y buena tolerancia a no linealidades, incluso cuando existen estados estimados ([Anderson, 1989](#)).

La importancia de los sistemas de control lineales cuadráticos radica en llevar a la planta a un funcionamiento correcto minimizando el uso de energía y tiempo ([Merino, 2010](#)), controlando problemas como son:

- El problema de control final: esto es usado para traer el sistema tan cerca como sea posible a un estado final determinado dentro de un período de tiempo en particular.
- El problema de control de tiempo mínimo: es usado para llegar al estado final en el período de tiempo más breve que sea posible.

- El problema de control de mínima energía: se usa para transferir el sistema de un estado inicial a un estado final con el gasto mínimo de la energía de control.

Otra ventaja de usar el esquema de control lineal cuadrático es que el sistema diseñado será estable, excepto en el caso en el que el sistema no sea controlable. Por lo general, la estabilidad de los sistemas de control se examina una vez que se han diseñado. Sin embargo, también es posible formular primero las condiciones de estabilidad y después diseñar el sistema de control dentro de las limitaciones establecidas. Si se usa el segundo método de Liapunov con el fin de asentar la base para el diseño de un controlador lineal cuadrático, se confirma que el sistema va a funcionar; es decir, la salida del sistema de control se conduce en forma continua hacia su valor deseado. Por tanto, el sistema diseñado tiene una configuración con características de estabilidad inherentes. (Ogata, 1998)

Finalmente se puede plantear que los métodos de diseños de control lineales cuadráticos basados en índices de comportamiento cuadrático presentan la característica de ser una función lineal de las variables de estados, lo que implica realimentar todas las variables de estado. Esto requiere que todas estas variables estén disponibles para realimentarse, por lo tanto el sistema se representa en término de variables de estado medibles (Ogata, 1998). Para estos casos se implementan los reguladores lineales cuadráticos (LQR) y alguna de sus variantes como son los controladores de seguimiento lineales cuadráticos (LQT), que además de lograr los requisitos deseados para la respuesta del sistema, permiten que la señal de salida siga a la entrada sin errores, siempre que la entrada de referencia sea constante o una señal tipo paso.

En sistemas complejos, no todos los estados pueden ser medidos, por lo que se estiman y a partir de esos valores se generan las señales de control. En esta ocasión se aplica un controlador lineal cuadrático gaussiano (LQG) que incluye el diseño de un filtro de Kalman para estimar los estados que requiere que el sistema sea observable (Fossen, 2011).

1.6. Consideraciones finales del capítulo.

Los AUVs constituyen una de las ramas científicas que más se investiga en la actualidad, debido al elevado número de aplicaciones industriales, medioambientales y militares que tiene esta tecnología. El desarrollo creciente de los sistemas de control aplicados en vehículos marinos ha contribuido a la solución de las limitaciones que impone el ecosistema marino en la construcción y operación de estos vehículos. Los autopilotos son sistema de control de dirección que pueden implementar distintas funciones o modos

dependiendo del tipo de operación que vayan a realizar. Entre los modos de operación más utilizados en los autopilotos se encuentra el encargado de controlar el rumbo.

En la actualidad existen varios tipos de controladores de dirección que utilizan distintas estrategias de control, en función del tipo de autopiloto que se quiere diseñar. Entre las técnicas de control más utilizadas en vehículos marinos se encuentran las lineales cuadráticas, las cuales constituyen una alternativa que brinda soluciones que no requieren de una alta capacidad de cómputo y son simples de implementar. Se diseñan a partir de un modelo lineal de la planta y utilizan índices de funcionamiento cuadrático que involucren un compromiso entre una evaluación significativa del comportamiento del sistema y un problema matemático manejable. Los controladores LQ pueden combinarse con filtros de Kalman si se desea reducir las afectaciones que provocan las perturbaciones marinas en las señales de medición de los vehículos acuáticos.

En el caso del HRC-AUV, se ha diseñado un autopiloto en modo dirección utilizando controladores PID. Teniendo en cuenta el desarrollo actual de las técnicas de control aplicadas a autopilotos y el propósito de GARP de contar con la mejor versión posible para el HRC-AUV, en esta investigación se pretende diseñar controladores de rumbo basado en los métodos LQ.

CAPÍTULO 2

Controlador de seguimiento lineal cuadrático para autopiloto del HRC-AUV.

2.1. Introducción.

En este Capítulo se presenta la metodología para el diseño en el HRC-AUV de un controlador de seguimiento lineal cuadrático (LQT), con el propósito de controlar el rumbo del vehículo. Contar con un modelo lineal del subsistema lateral del HRC-AUV permite realizar el diseño de este tipo de controlador. La estructura del modelo, así como los valores numéricos de los parámetros se presentan en este Capítulo. Para el diseño de este controlador de seguimiento se considera que todos los estados son medibles, minimizándose el error de seguimiento de la variación del ángulo de rumbo (r) y del ángulo de rumbo (ψ). Además, se desarrollan y explican los fundamentos teóricos necesarios para la obtención de un controlador LQT. Al diseño realizado se le aplica una señal de ruido de baja frecuencia como representación de las incertidumbres del modelo. Para asegurar el seguimiento deseado de la señal se obtiene una nueva ley de control que incorpora una acción anticipatoria.

2.2. Modelo dinámico lineal del subsistema lateral para el HRC-AUV.

El modelado de vehículos marinos involucra el estudio de sus características estáticas y dinámicas. Las características estáticas corresponden al estado de equilibrio de los

cuerpos cuando se encuentran en reposo o se mueven a velocidad constante, mientras que las dinámicas abarcan el comportamiento de los cuerpos cuando su movimiento es acelerado (Fossen, 1994).

Dinámicamente un AUV se puede considerar como un sólido rígido con seis grados de libertad (6 GDL): tres coordenadas para los movimientos de traslación y otras tres para los movimientos de rotación, presentando relaciones dinámicas altamente no lineales y acopladas.

El método escogido por GARP para el modelado del HRC-AUV se encuentra ampliamente referenciado en la literatura (Fossen, 1994; Jalving, 1994). Esta metodología consiste en, a partir de un modelo general no lineal de 6 GDL que describe el movimiento de un cuerpo sólido en un medio líquido, desacoplar en varios modelos de 3 GDL que después puedan simplificarse, teniendo en cuenta el entorno de operación, hasta llegar a ecuaciones de 1 GDL que sean capaces de representar aproximadamente la dinámica del vehículo. Los parámetros de estos modelos se calculan a partir de los datos geométricos, inerciales y experimentales del vehículo (daSilva, 2007).

2.2.1. Sistemas de coordenadas y notación utilizada.

El movimiento de un AUV se describe respecto a un sistema de referencia inercial. Debido a que la rotación de la Tierra afecta muy poco a los vehículos marinos de baja velocidad, puede considerarse que un sistema de referencia situado en tierra (OE) es un sistema inercial cuyos ejes de coordenadas x_E - y_E - z_E están direccionados hacia el Norte, el Este y centro de la Tierra respectivamente (Fossen, 1994).

La Figura 2.1 muestra la notación para los movimientos de rotación y traslación del vehículo referidos a OE. Las velocidades lineales y angulares están referidas a un sistema de coordenadas situado en el móvil (OB). La transformación entre sistemas de coordenadas se realiza en función de los ángulos de Euler (Fossen, 2006).

El origen del sistema de coordenadas localizado en el submarino se puede elegir coincidiendo con el Centro de Flotabilidad (CB), aprovechando que usualmente tanto el Centro de Gravedad (CG) como el (CB) están situados en los planos de simetría del vehículo, aunque en el eje z existe una pequeña diferencia entre estos puntos definida por el vector **BG**.

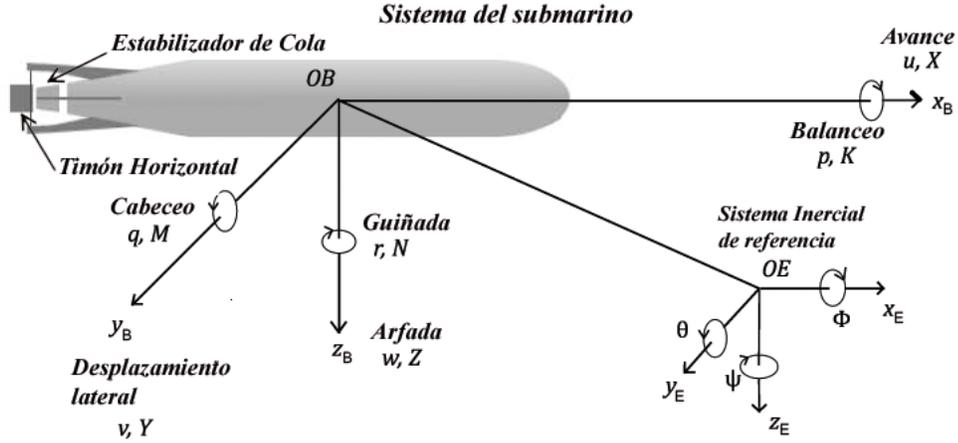


Figura 2.1: Sistema de coordenadas con la definición de ángulos y velocidades.

En la Tabla 2.1 se resume la nomenclatura utilizada para describir el movimiento del móvil, las fuerzas y momentos (SNAME, 1950).

Tabla 2.1: Notación utilizada para los AUVs.

Traslación	Fuerza	Velocidad Lineal	Posición
Avance	X	u	x
Desplazamiento lateral	Y	v	y
Arfada	Z	w	z
Rotación	Momento	Velocidad angular	Posición
Balanceo	K	p	ϕ
Cabeceo	M	q	θ
Guiñada	N	r	ψ

2.2.2. Ecuaciones dinámicas utilizadas en el modelado del HRC-AUV.

Las ecuaciones que describen el movimiento del vehículo en el espacio tridimensional pueden obtenerse a partir de las leyes de conservación de los momentos lineales y angulares. Fossen (Fjellstad, 1994) demuestra que la segunda ley de Newton puede expresarse para cualquier vehículo subacuático con un sistema de coordenadas fijo al cuerpo de la forma:

$$\mathbf{M}_{RB}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{M}_A\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_A(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau} \quad (2.1)$$

La ecuación 2.1 se puede representar de forma compacta como:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}(\eta) = \tau \quad (2.2)$$

donde $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{RB}} + \mathbf{M}_{\text{A}}$ es la matriz de inercia (incluida las masas añadidas) determinada a partir de la configuración de simetría del vehículo y considerando la estructura del AUV similar a un elipsoide alargado con distribución de masa uniforme. $\mathbf{C}(\mathbf{v})$ representa la matriz de Coriolis incluyendo las masas añadidas. La matriz de amortiguamiento $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ está definida por su diagonal principal $-\text{diag}\{X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Z_{\dot{w}}, K_{\dot{p}}, M_{\dot{q}}, N_{\dot{r}}\}$. El vector de momentos gravitacionales y de flotabilidad, $\mathbf{g}(\eta)$, depende de la distancia entre el CB y el CG; $\mathbf{BG} = [BGx, BGy, BGz]^T$. Finalmente $\tau = [\tau_X, \tau_Y, \tau_Z, \tau_K, \tau_M, \tau_N]^T$ representa al vector de entradas de control.

Las ecuaciones del movimiento de 6 GDL se dividen en dos subsistemas desacoplados de 3 GDL, o pobremente acoplados, con el objetivo de utilizarse en el diseño de los controladores de rumbo y profundidad (Fossen, 2006).

- Subsistema longitudinal: estados (u, w, q) y (x, z, θ) .
- Subsistema lateral: estados (v, p, r) y (y, ϕ, ψ) .

La simetría de estos vehículos garantiza el desacoplamiento.

Esta investigación se concentra en el análisis de la dinámica del vehículo para el subsistema lateral con la finalidad de diseñar un autopiloto.

2.2.3. Subsistema lateral.

La dinámica en el plano lateral de una AUV considerado como un cuerpo rígido se representa de manera simplificada de la siguiente forma (Jalving, 1994):

$$\begin{aligned} m\dot{v} + mu_0r &= Y \\ Iz\dot{r} &= N \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde u_0 es la velocidad crucero del vehículo considerada como constante, m representa la masa, I_{zz} el momento de inercia alrededor del eje z_B , mientras que Y y N agrupan las fuerzas y momentos que se producen en los ejes y_B y z_B respectivamente.

Los valores pequeños que presentan el ángulo de balanceo (ϕ) y de cabeceo (θ) durante el movimiento del vehículo en este plano permiten establecer la siguiente relación cinemática:

$$\dot{\psi} = \frac{\text{sen}\theta}{\text{cos}\theta}q + \frac{\text{cos}\phi}{\text{cos}\theta}r \approx r \quad (2.4)$$

Atendiendo a la configuración del HRC-AUV, los términos de fuerzas y momentos relacionados con las masas añadidas, el amortiguamiento y las ganancias del vector de entradas de control pueden agruparse de forma siguiente:

$$\begin{aligned} Y &= Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_v v + \tau_Y \\ N &= N_{\dot{r}}\dot{r} + N_r r + \tau_N \end{aligned} \quad (2.5)$$

Los coeficientes de amortiguamiento cuadráticos pueden ser despreciados debido a la magnitud limitada de v y r . Sobre esta base, las ecuaciones 2.3, 2.4 y 2.5 se expresan de forma compacta como (Jalving, 1994):

$$\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & 0 & 0 \\ 0 & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Y_v & mu_0 & 0 \\ 0 & -N_r & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_5 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (2.6)$$

La ecuación 2.6 se puede reescribir en forma de espacio estado $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ como:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_v}{m - Y_{\dot{v}}} & \frac{-mu_0}{m - Y_{\dot{v}}} & 0 \\ 0 & \frac{N_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{b_2}{m - Y_{\dot{v}}} \\ \frac{b_5}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (2.7)$$

donde $\mathbf{x} = [v, r, \psi]^T$ representa los estados y $\mathbf{u} = \delta_r$ a la entrada de control.

En la Tabla 2.2 se presentan los parámetros del HRC-AUV que intervienen en la dinámica del subsistema lateral.

Tabla 2.2: Valores geométricos, inerciales y experimentales del HRC-AUV que intervienen en la dinámica del subsistema lateral

Parámetros	Descripción	Valores
m	Masa	4094, 56Kg
u_0	Velocidad crucero	1, 9 m/s
I_{zz}	Momento de inercia	20816 Kgm ²
$Y_{\dot{v}}$	Masa añadida	-3834Kg
$N_{\dot{r}}$	Masa añadida	-15572 Kgm ²
Y_v	Término lineal de amortiguamiento	-1219, 8 N/(m/s)
N_r	Término lineal de amortiguamiento	-9096, 9 Nm/(rad/s)
b_2	Coficiente de ganancia del actuador	318, 39 N/rad
b_5	Coficiente de ganancia del actuador	1273, 56 N/rad

Sustituyendo los valores numéricos del vehículo en la ecuación 2.7 se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,6885 & -15,7462 & 0 \\ 0 & -1,7346 & 0 \\ 0 & 1,0000 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,2231 \\ 0,2428 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r \quad (2.8)$$

La ecuación 2.8 constituye la representación dinámica en ecuaciones de estados lineales del movimiento del HRC-AUV en el plano lateral y se utiliza en esta investigación en el diseño de autopilotos.

2.3. Control de seguimiento lineal cuadrático.

El control de seguimiento lineal cuadrático (LQT) determina un vector de control lineal $\mathbf{u}(\mathbf{t})$ para un sistema dado. Esta señal de control debe cumplir con un criterio de optimización, generalmente en función de minimizar un índice de funcionamiento o una función de costo, que depende de los estados y de las variables de entrada de control y está sujeto al cumplimiento de restricciones (Merino, 2010). El control LQT se utiliza en el seguimiento de una señal de referencia variante en el tiempo, bajo la suposición de que el vector de estados pueda medirse o al menos ser estimado. Si los estados son estimados se aplica un controlador lineal cuadrático gaussiano (LQG) que involucra el diseño de un filtro de Kalman para lo cual la planta debe ser observable.

2.3.1. Regulador lineal cuadrático.

El regulador constituye un problema de diseño a atender, donde es necesario regular las salidas $\mathbf{y} \in R^m$ del sistema a cero o a un valor constante asegurando las especificaciones de la respuesta en el tiempo. Un regulador lineal cuadrático (LQR) puede ser diseñado para este propósito a partir de un modelo en espacio estado de la forma (Fossen, 2011):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde $\mathbf{x} \in R^n$ es el vector de estados, $\mathbf{u} \in R^r$ el vector de entrada. En función de diseñar una ley de control óptima y lineal, el sistema determinado por las matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} y \mathbf{C} tiene que ser controlable, mientras la observabilidad es necesaria si alguno de los estados es estimado. Se dice que un sistema es controlable en el tiempo t_0 si se puede llevar de cualquier estado inicial $x(t_0)$ a cualquier otro estado $x(t_1)$, mediante un vector de control $\mathbf{u}(\mathbf{t})$ sin restricciones, en un intervalo de tiempo finito (Ogata, 1998). La condición de controlabilidad se cumple si en la matriz de $n \times n$:

$$\mathbf{ctr} = [\mathbf{B} \mid \mathbf{AB} \mid \dots \mid (\mathbf{A})^{n-1}\mathbf{B}]$$

los vectores \mathbf{B} , \mathbf{AB} , ..., $\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}$ son linealmente independientes, o el rango es n . La ley de control mediante realimentación de estados para una planta similar a la representada mediante el sistema de ecuación 2.9 se puede encontrar minimizando un índice de funcionamiento determinado por (Fossen, 2011):

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \int (\mathbf{y}^T \mathbf{Q} \mathbf{y} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \right\} \quad (2.10)$$

Si se sustituye en el índice la expresión de salida del modelo en espacio-estado representado mediante el sistema de ecuación 2.9, entonces es posible reescribir la ecuación 2.10 como:

$$J = \frac{1}{2} \int (\mathbf{x}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (2.11)$$

donde $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0$ y $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T \geq 0$ son las matrices de ponderación de control y estado respectivamente, siempre son cuadradas y simétricas.

En la Figura 2.2 se presenta un esquema de control con un regulador lineal cuadrático.

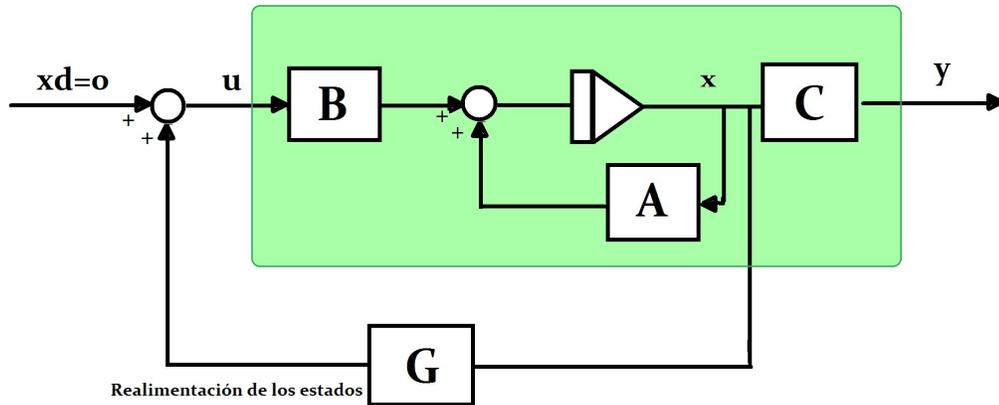


Figura 2.2: Diagrama en bloques de un regulador lineal cuadrático.

siendo \mathbf{u} el vector de control lineal que constituye la solución matemática del índice de desempeño cuadrático (ecuación 2.11), y se define como:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}\mathbf{x} \quad (2.12)$$

\mathbf{G} representa el vector de ganancias del controlador LQR y se calcula como:

$$\mathbf{G} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_\infty \quad (2.13)$$

donde \mathbf{P}_∞ se calcula solucionando la ecuación algebraica de Riccati (ARE):

$$\mathbf{P}_\infty\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P}_\infty - \mathbf{P}_\infty\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_\infty + \mathbf{C}^T\mathbf{Q}\mathbf{C} = 0 \quad (2.14)$$

2.3.2. Seguimiento lineal cuadrático.

El objetivo de un controlador (LQT) es determinar un vector de control lineal $\mathbf{u}(\mathbf{t})$ que permita que la salida de la planta siga una señal de referencia \mathbf{y}_d . Para ello se requiere regular el error de seguimiento (\mathbf{e}) a cero minimizando el siguiente índice (Fossen, 2011):

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \int (\mathbf{e}^T\mathbf{Q}\mathbf{e} + \mathbf{u}^T\mathbf{R}\mathbf{u}) dt \right\} \quad (2.15)$$

donde el error de seguimiento de la señal se define como:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_d = \mathbf{C}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d) \quad (2.16)$$

La salida deseada $\mathbf{y}_d = \mathbf{C}\mathbf{x}_d$ se asume conocida en todo momento.

Si se sustituye la ecuación 2.16 en la expresión 2.15, entonces es posible redefinir el índice como:

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \int (\tilde{\mathbf{x}}^T\tilde{\mathbf{Q}}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{u}^T\mathbf{R}\mathbf{u}) dt \right\} \quad (2.17)$$

donde $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d$ y $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{C}^T\mathbf{Q}\mathbf{C} \geq 0$. De tal manera se puede plantear la siguiente ley de control:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T[\mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{h}_1] \quad (2.18)$$

donde \mathbf{P} y \mathbf{h}_1 se originan del sistema hamiltoniano (Fossen, 1994). La matriz \mathbf{P} está relacionada con la realimentación de los estados mientras que \mathbf{h}_1 lo está con el seguimiento de la señal. Estos parámetros pueden calcularse de la siguiente manera:

$$\dot{\mathbf{P}} = -\mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} - \tilde{\mathbf{Q}} \quad (2.19)$$

$$\dot{\mathbf{h}}_1 = -[\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}]^T\mathbf{h}_1 + \tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{x}_d \quad (2.20)$$

La ley de control se expresa de forma reducida como:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_1\mathbf{x} + \mathbf{G}_2\mathbf{y}_d \quad (2.21)$$

siendo:

$$\mathbf{G}_1 = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_\infty \quad (2.22)$$

$$\mathbf{G}_2 = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G}_1)^{-T}\mathbf{C}^T\mathbf{Q}\mathbf{C} \quad (2.23)$$

El vector \mathbf{G}_1 agrupa las ganancias de realimentación de los estados asegurando los requisitos de la respuesta, \mathbf{G}_2 está compuesto por coeficientes que modifican la ganancia de lazo abierto, permitiendo que la ganancia total del sistema sea unitaria, y por tanto, que la salida siga a la entrada.

En el Anexo A.1 se presentan los pasos y ecuaciones seguidas hasta llegar a las expresiones (2.21, 2.22 y 2.23).

La Figura 2.3 muestra el esquema de control de seguimiento lineal cuadrático que sirve de base a esta investigación.

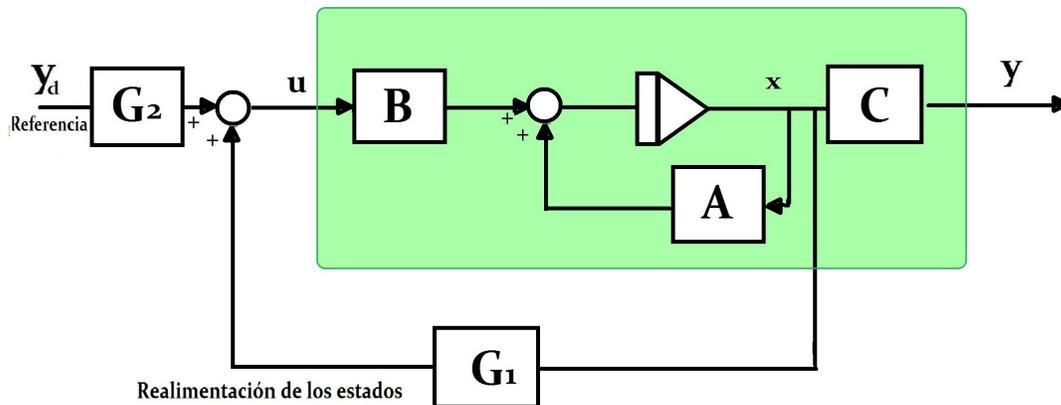


Figura 2.3: Esquema de seguimiento lineal cuadrático

2.3.3. Seguimiento lineal cuadrático (LQT) con acción anticipatoria.

En este subepígrafe se incorpora una acción anticipatoria al controlador de seguimiento lineal cuadrático. La acción anticipatoria tiene como propósito lograr que las incertidumbres del modelo no afecten el seguimiento del valor deseado de la señal. Considere la estructura del modelo en espacio-estado siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{w} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}\tag{2.24}$$

donde \mathbf{x} representa al vector de estados, \mathbf{u} es el vector de entradas de control, \mathbf{w} constituye una señal ruidosa utilizada para representar las incertidumbres dentro del modelo, y el vector \mathbf{y} define las salidas a controlar.

Normalmente las incertidumbres relacionadas con el modelo se representan mediante una señal de ruido que tiene como características que se puede implementar mediante un valor constante o por una señal de baja frecuencia (Fossen, 2011).

Al igual que en el subepígrafe anterior, el objetivo del diseño del controlador es minimizar el error de seguimiento para que el sistema de control siga la salida deseada sin verse notablemente afectado por las incertidumbres del modelo. La ley de control que soluciona el problema de seguimiento incorporando una acción anticipatoria para una planta descrita por un modelo en espacio estado acorde a la ecuación 2.24 queda definida como (Fossen, 1994, 2011):

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T[\mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2]\tag{2.25}$$

donde los términos \mathbf{P} y \mathbf{h}_1 se calculan a partir de las ecuaciones 2.19 y 2.20, \mathbf{h}_2 representa la acción anticipatoria de la señal de mando, calculándose:

$$\dot{\mathbf{h}}_2 = -[\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}]^T \mathbf{h}_2 - \mathbf{P}\mathbf{E}\mathbf{w}\tag{2.26}$$

La ley de control se expresa de forma reducida como:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_1\mathbf{x} + \mathbf{G}_2\mathbf{y}_d + \mathbf{G}_3\mathbf{w}\tag{2.27}$$

los términos \mathbf{G}_1 , \mathbf{G}_2 responden a las ecuaciones 2.22 y 2.23, \mathbf{G}_3 representa la acción anticipatoria y se calcula:

$$\mathbf{G}_3 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G}_1)^{-1}\mathbf{P}_\infty\mathbf{E}\tag{2.28}$$

En el Anexo A.1 se presentan los pasos necesarios a seguir hasta llegar a las ecuaciones (2.27) y (2.28)

En la Figura 2.4 se muestra el diagrama de bloque para un sistema de control de seguimiento lineal cuadrático con acción anticipatoria definido por la ecuación (2.27).

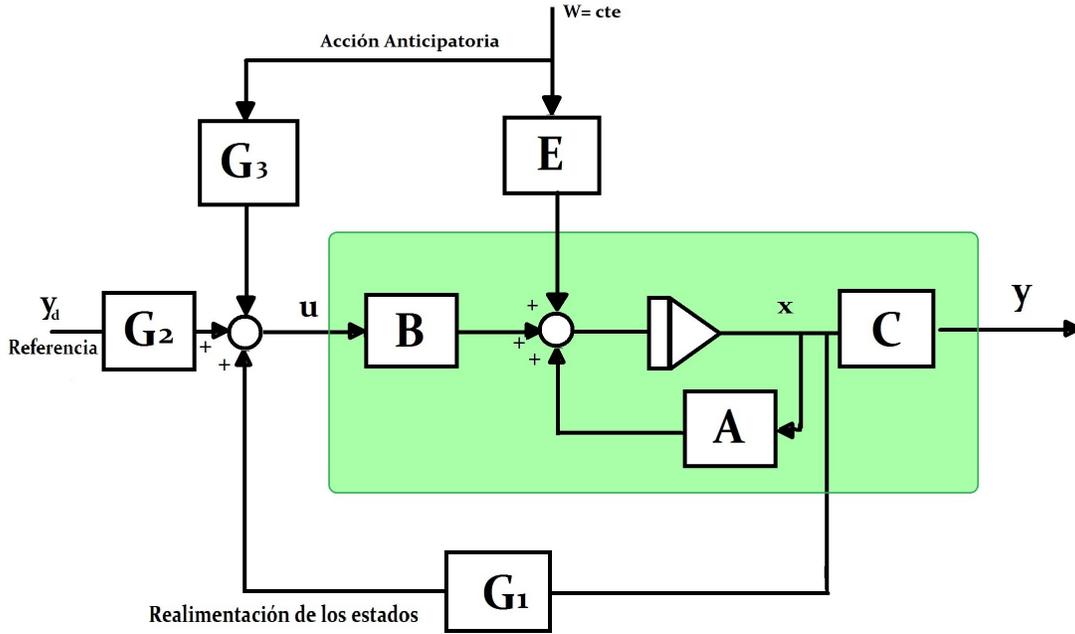


Figura 2.4: Diagrama de control LQT con acción anticipatoria.

2.4. Diseño de un controlador LQT para el mantenimiento del rumbo en el HRC-AUV.

Al contar con una representación dinámica en espacio-estado del subsistema lateral del HRC-AUV (ecuación 2.8) es posible diseñar un controlador de seguimiento lineal cuadrático con el propósito de que el ángulo de rumbo (ψ) siga un valor deseado, acorde al esquema mostrado en la Figura 2.3. Para el diseño se consideran que todos los estados son medibles y debe comprobarse si la planta es controlable.

El modelo en espacio-estado del subsistema lateral del HRC-AUV está definido por la ecuación 2.8, donde $\mathbf{x} = [v, r, \psi]^T$ representa a los estados y $\mathbf{u} = \delta_r$ a la entrada de control. Como se trata del diseño de un controlador de rumbo las salidas que se desean controlar son $\mathbf{y} = [r, \psi]^T$.

De tal manera, las matrices \mathbf{A} , \mathbf{B} y \mathbf{C} quedan definidas como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{Y_v}{m-Y_{\dot{v}}} & \frac{-mu_0}{m-Y_{\dot{v}}} & 0 \\ 0 & \frac{N_r}{I_{zz}-N_{\dot{r}}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,6885 & -15,7462 & 0 \\ 0 & -1,7346 & 0 \\ 0 & 1,0000 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{b_2}{m-Y_{\dot{v}}} \\ \frac{b_5}{I_{zz}-N_{\dot{r}}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,2231 \\ 0,2428 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En este punto es necesario comprobar si el sistema es controlable. Teniendo en cuenta lo planteado en el subepígrafe 2.3.1, la matriz **ctr** obtenida a partir del modelo del HRC-AUV tiene la forma:

$$\mathbf{ctr} = \begin{bmatrix} 0,0401 & -0,0405 & 0,0148 \\ 0,0350 & -0,0087 & 0,0022 \\ 0 & 0,0350 & -0,0087 \end{bmatrix}$$

el rango de la matriz de controlabilidad es 3 y como coincide con el orden del sistema entonces es controlable.

Los requisitos que se persiguen para el diseño es lograr que no exista error de seguimiento en las respuestas. En tal sentido el índice de funcionamiento cuadrático a minimizar se corresponde con la estructura definida por la ecuación 2.17:

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \int (\tilde{\mathbf{x}}_c^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{x}}_c + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \right\}$$

considerando que las salidas que se desean controlar son $\tilde{\mathbf{y}} = [\tilde{r}, \tilde{\psi}]^T$, la entrada de control es $\mathbf{u} = \delta_r$ y los valores deseados de las variables de salida se definen como $\tilde{\mathbf{y}}_d = [0, \psi_d]^T$. Las matrices **Q** y **R** se seleccionan como:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R} = 1$$

Teniendo en cuenta lo anterior, el índice de funcionamiento cuadrático para el diseño del controlador de seguimiento lineal cuadrático con propósitos de mantener un rumbo definido para el HRC-AUV queda definido como:

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \int (\tilde{r}^2 + \tilde{\psi}^2 + \delta_r^2) dt \right\} \quad (2.29)$$

siendo $\tilde{r} = r - r_d$, $\tilde{\psi} = \psi - \psi_d$, los errores de seguimiento.

La señal de control \mathbf{u} necesaria a implementar para lograr minimizar el índice de funcionamiento lineal cuadrático establecido, coincide con la definida en la ecuación 2.21:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_1 \mathbf{x} + \mathbf{G}_2 \mathbf{y}_d$$

Las Figuras 2.5 y 2.6 muestran las respuestas del sistema de control de seguimiento lineal cuadrático diseñado para el HRC-AUV con las matrices de ponderación seleccionadas anteriormente.

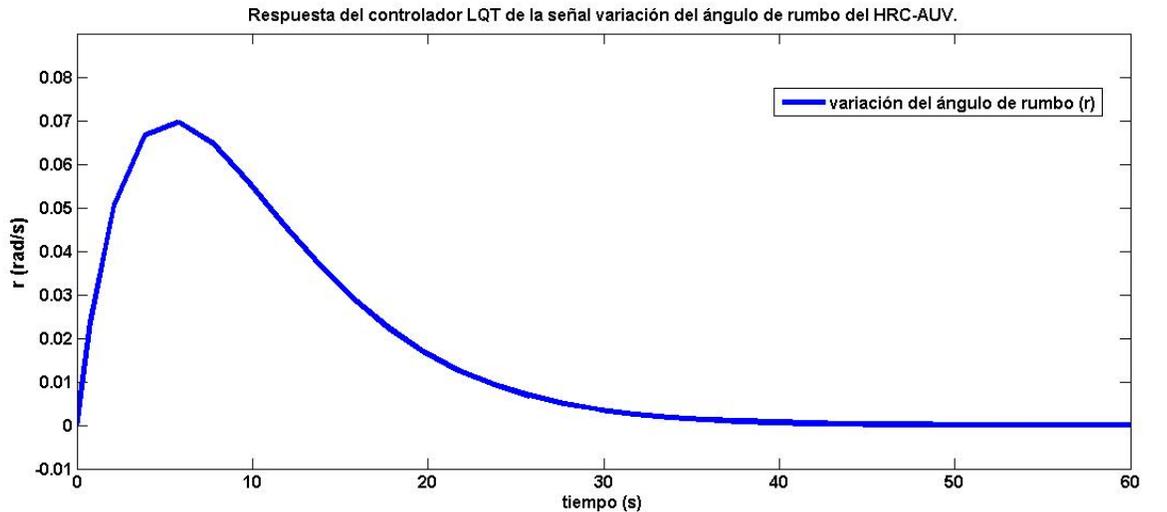


Figura 2.5: Respuesta de la variación del ángulo de rumbo utilizando un controlador LQT en el HRC-AUV.

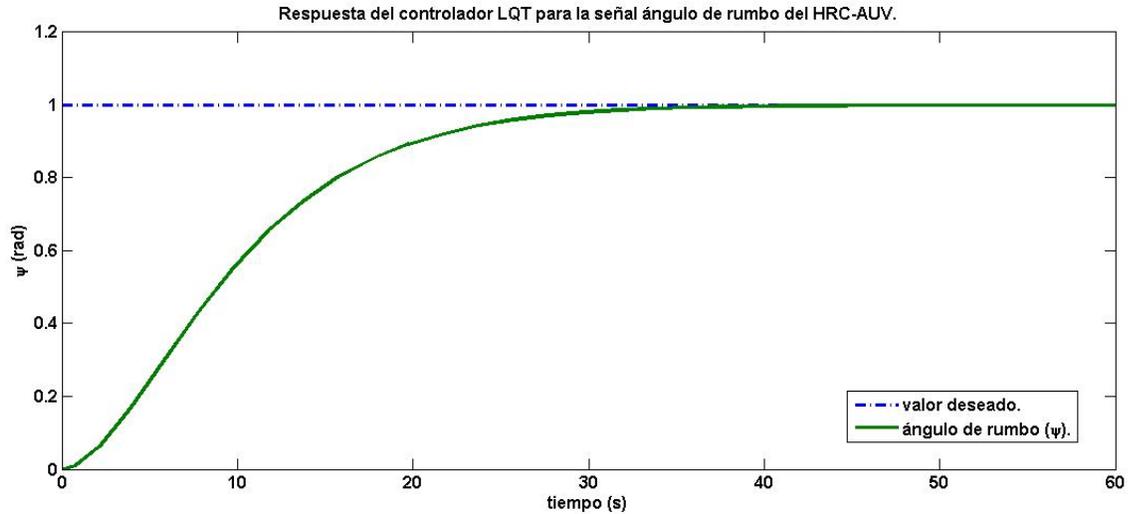


Figura 2.6: Respuesta del ángulo de rumbo ante un valor deseado $\psi=1$ rad utilizando un controlador LQT para el HRC-AUV.

En el caso de la respuesta temporal correspondiente al ángulo de rumbo se aprecia que no presenta sobreimpulso y tiene un tiempo de establecimiento cercano a los 30 segundos, pero sin dudas lo más importante es que se logra este desempeño sin tener error de seguimiento alguno, lo cual constituía el principal requisito del diseño.

Por su parte la Figura 2.7 presenta el comportamiento de la señal de mando. En este caso los valores obtenidos para \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 son:

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -3,3057 & -1,0000 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1,0000 \end{bmatrix}$$

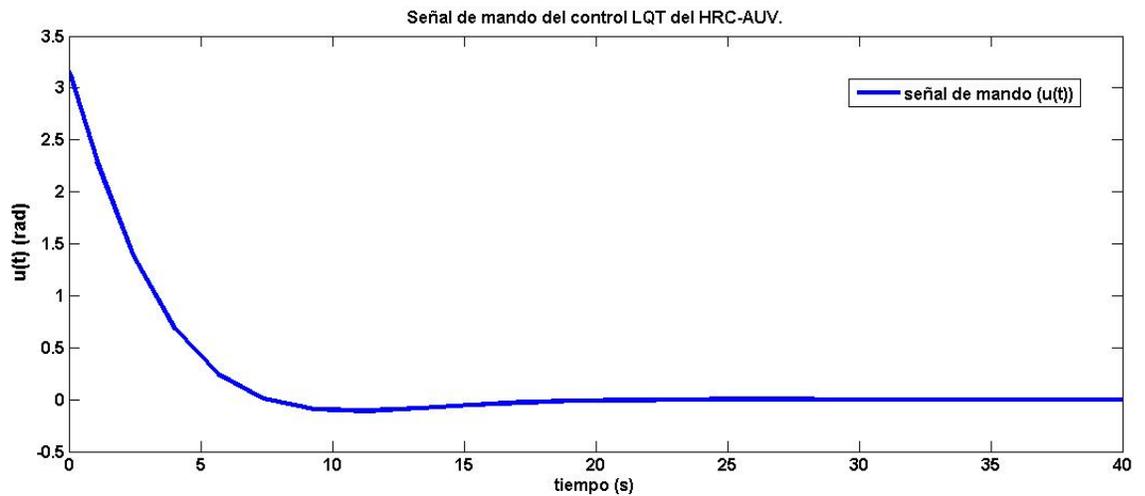


Figura 2.7: Señal de mando del control LQT del HRC-AUV.

Como se trata de un controlador óptimo, no se tiene la posibilidad de variar parámetros

como los polos de la planta o el factor de amortiguamiento, según sea el caso, lo cual sí es factible con otros métodos de diseño. En este caso lo que se puede variar son las matrices de ponderación \mathbf{Q} y \mathbf{R} (Santoso, 2007; Merino, 2010).

A continuación se presentan los resultados de simular el sistema de control asignándole diferentes valores a las matrices de ponderación para analizar la variación que se produce en la respuesta.

En un primer momento se varía el elemento q_{22} de la matriz \mathbf{Q} , correspondiente al error de seguimiento de la señal de rumbo, manteniendo invariable la matriz \mathbf{R} . En las Figuras 2.8 y 2.9 se presentan las respuestas obtenidas.

Una variación de 1 a 10 del elemento q_{22} perteneciente a la matriz de ponderación \mathbf{Q} equivale a una modificación en los valores de \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 :

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -8,1138 & -3,1623 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 3,1623 \end{bmatrix}$$

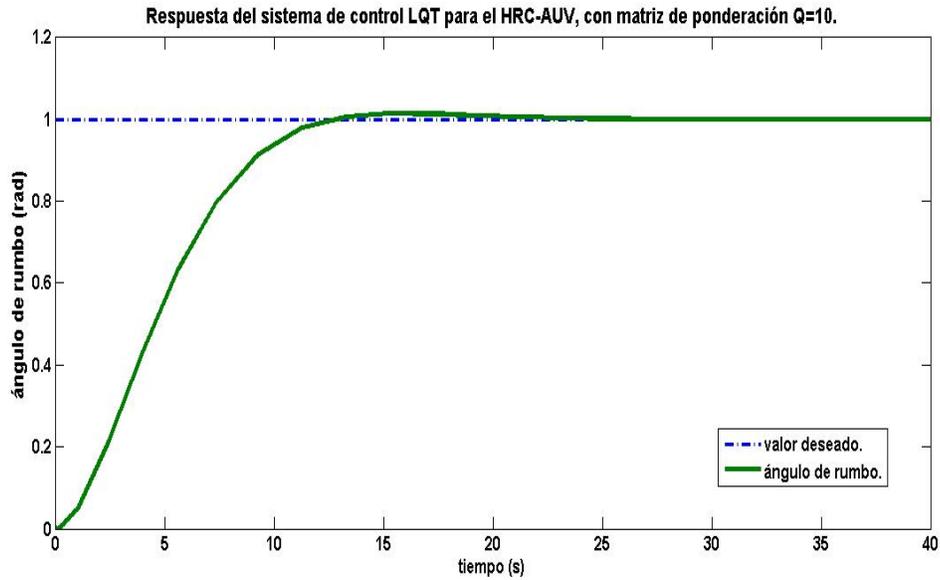


Figura 2.8: Respuesta del sistema de control LQT, con $q_{22} = 10$.

Por su parte la variación de 1 a 100 del elemento q_{22} trae consigo los siguientes valores de \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 :

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -17,8296 & -10,0000 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 10,0000 \end{bmatrix}.$$

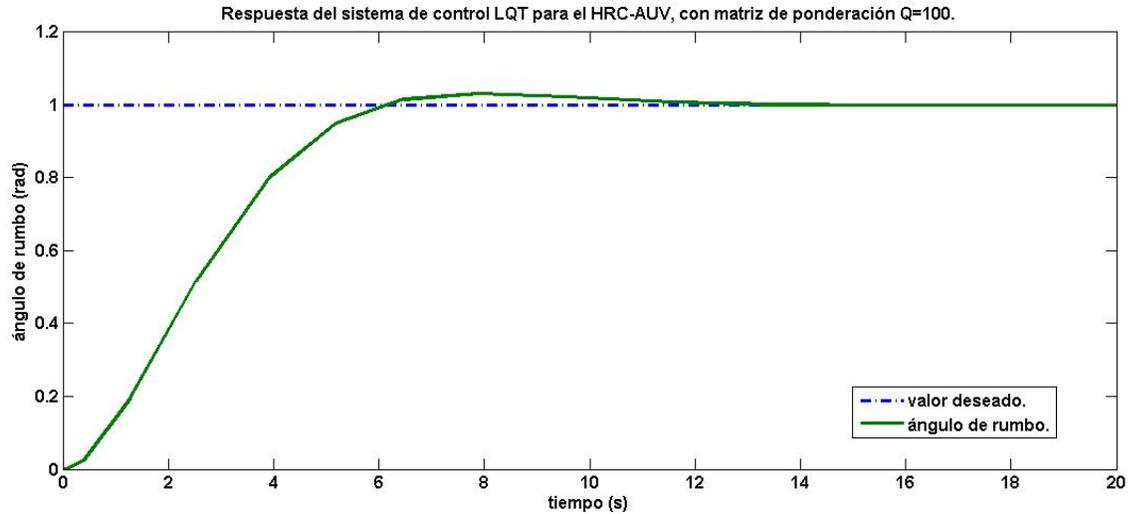


Figura 2.9: Respuesta del sistema de control LQT, $q_{22} = 100$.

Como puede apreciarse en los resultados de las simulaciones a medida que se aumenta el valor de ponderación q_{22} se logra que la respuesta llegue en un menor tiempo al estado estable, pero en la parte transitoria se observa que en la respuesta el tiempo de subida disminuye apareciendo un sobreimpulso.

Si se varía el valor de la matriz \mathbf{R} manteniendo constante a la matriz \mathbf{Q} se arriba a los siguientes resultados:

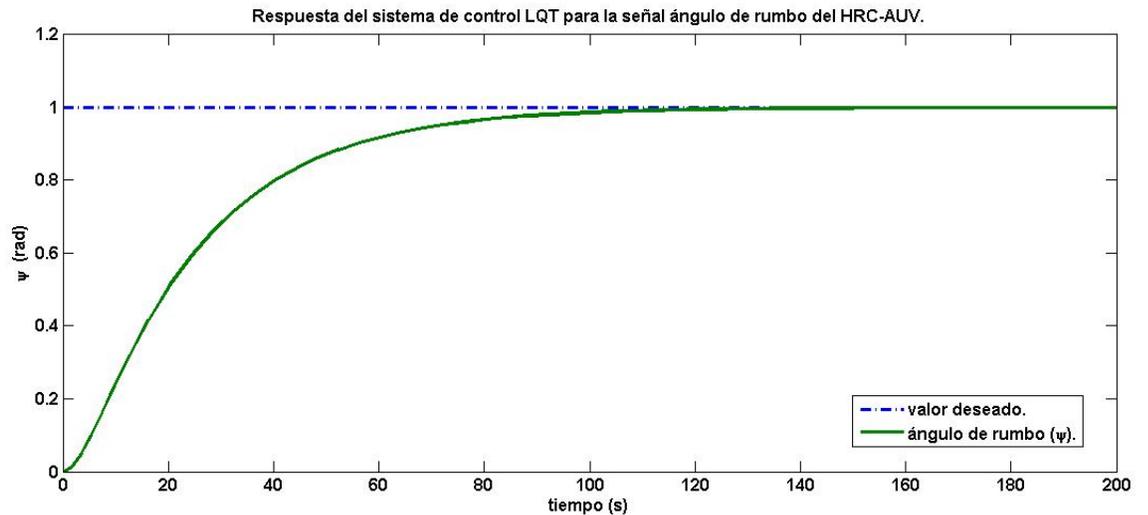


Figura 2.10: Respuesta del sistema de control LQT, con matriz de ponderación $\mathbf{R} = 10$

En este caso los valores obtenidos para \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 son:

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1,1754 & -0,3162 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0,3162 \end{bmatrix}$$

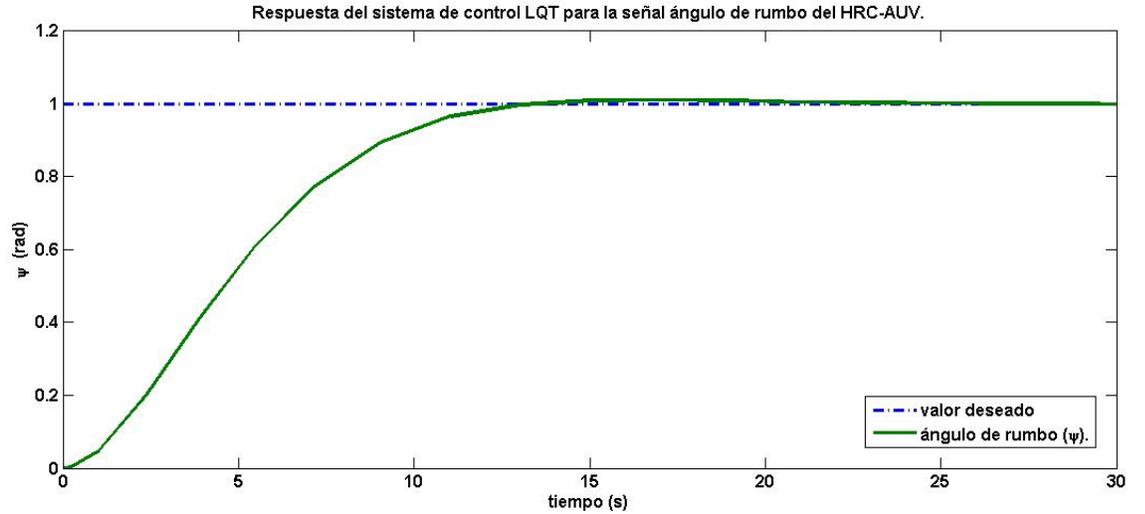


Figura 2.11: Respuesta del sistema de control LQT, con matriz de ponderación $\mathbf{R} = 0,1$

Para esta respuesta los valores obtenidos para \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 son:

$$\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -8,4059 & -3,1623 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 3,1623 \end{bmatrix}$$

Se puede apreciar claramente que mientras más grande es \mathbf{R} , la respuesta demora más tiempo en llegar al estado estable, mientras que si se disminuye el valor de \mathbf{R} ; el tiempo que necesita la respuesta para arribar al estado estable se reduce.

Buscando un equilibrio entre la parte estacionaria y la transitoria de la respuesta se seleccionan las matrices:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, \mathbf{R} = 1$$

La Figura 2.8 muestra la respuesta que se obtiene con estos valores de \mathbf{Q} y \mathbf{R} , quedando definido el índice de funcionamiento como:

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \int (\tilde{r}^2 + 10\tilde{\psi}^2 + \delta_r^2) dt \right\} \quad (2.30)$$

2.5. Diseño de un controlador LQT con acción anticipatoria para el mantenimiento del rumbo en el HRC-AUV.

Para la implementación de un controlador LQT con acción anticipatoria se parte del modelo dinámico lineal del subsistema lateral del HRC-AUV, incluyéndole las incertidumbres propias que existen en todo proceso de modelado.

Por lo que la estructura del modelo se corresponde con la presentada en la ecuación 2.24, que plantea:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{Ew} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx}\end{aligned}$$

La señal \mathbf{w} que se utiliza para generar las incertidumbres del modelo se corresponde con una función seno definida como $\mathbf{w} = A_m \text{sen}(w_f t)$, donde A_m representa la amplitud de la señal y w_f la frecuencia angular. Por su parte \mathbf{E} es un vector que agrupa los coeficientes de ganancia del ruido para los estados r y ψ que son las salidas del modelo que se desean controlar:

$$\mathbf{E} = [0, 1, 1]^T$$

El índice de funcionamiento se mantiene igual al definido por la ecuación 2.30:

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \int (\tilde{r}^2 + 10\tilde{\psi}^2 + \delta_r^2) dt \right\}$$

siendo $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{R} = 1$.

Los valores correspondientes a los vectores de ganancias $\mathbf{G1}$, $\mathbf{G2}$ y $\mathbf{G3}$ que determinan la señal de control para este diseño, acorde a la ecuación 2.27, se obtienen utilizando la función *lqtracker* implementada en la herramienta MSS del software Matlab (Perez, 2006):

$$\mathbf{G}_1 = [0 \quad -8,1139 \quad -3,1623], \mathbf{G}_2 = [0 \quad 3,1623], \mathbf{G}_3 = [-43,8435]$$

El diseño responde al esquema mostrado en la Figura 2.4.

La respuesta obtenida para el sistema de control de seguimiento lineal cuadrático con acción anticipatoria para mantener el rumbo del HRC-AUV se presenta en la Figura

2.12.

Los valores utilizados para A_m y w_f son 0.1 y 0.01 rad/s respectivamente. La respuesta presenta una mínima oscilación antes de llegar al estado estable, siendo su tiempo de establecimiento aproximadamente de 15 segundos, pero sin dudas, lo más importante es que se logra minimizar el error de seguimiento en presencia de ruidos.

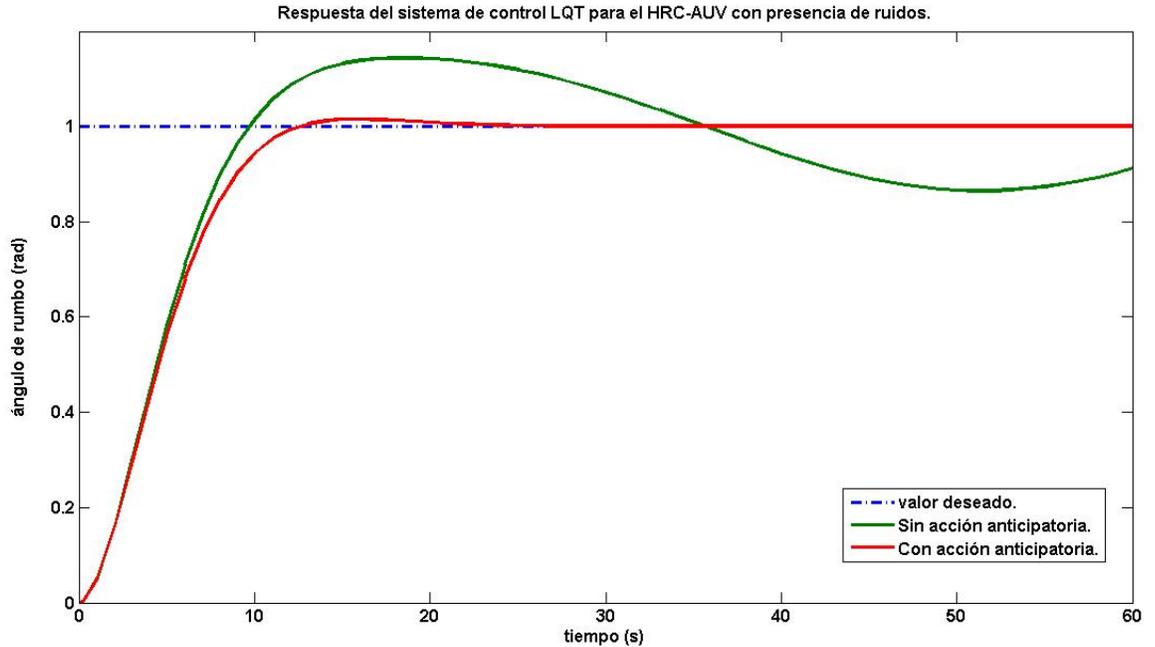


Figura 2.12: Respuesta del sistema de control LQT para el HRC-AUV con presencia de ruidos.

2.6. Consideraciones finales.

La acción de un control de seguimiento lineal cuadrático asegura que una o varias salidas que se deseen controlar sigan un valor deseado minimizando el error de seguimiento ante una entrada de referencia constante o tipo paso. En este Capítulo, a partir del modelo dinámico lineal del subsistema lateral, se implementa un controlador de seguimiento lineal cuadrático para mantener un rumbo deseado en el HRC-AUV. Las salidas que se controlan, como en todo autopiloto, son los estados referidos a la variación del ángulo de rumbo y el ángulo de rumbo del vehículo. Las respuestas obtenidas mediante simulación demuestran un desempeño adecuado del vehículo sin la presencia de error de seguimiento alguno.

Para analizar cómo se comporta el controlador diseñado ante la presencia de incertidum-

bres del modelo, se incorpora en la ley de control una acción anticipatoria que permite mantener invariante el desempeño del HRC-AUV. Los estados controlados son los que se ven afectados por las incertidumbres que se implementan a partir de considerar un señal ruidosa de tipo senoidal de baja frecuencia.

CAPÍTULO 3

Controlador lineal cuadrático gaussiano (LQG) para autopiloto del HRC-AUV.

3.1. Introducción.

Los controladores LQT se diseñan bajo la suposición de que los estados pueden medirse o al menos estimarse. En el Capítulo anterior se diseña un autopiloto LQT para el HRC-AUV suponiendo que los estados son medibles. En este Capítulo se diseñan autopilotos LQT para el HRC-AUV considerando la estimación de los estados a partir de un filtro de Kalman. Los controladores que combinan los métodos lineales cuadráticos con filtro de Kalman se nombran controladores lineales cuadráticos gaussianos (LQG). Para su diseño se tienen en cuenta los aspectos teóricos sobre LQT abordados en el subepígrafe [2.3.2](#) y se utiliza el modelo en espacio-estado que describe la dinámica del subsistema lateral del vehículo. En este caso, la salida que interesa controlar es el ángulo de rumbo, la cual se estima mediante un filtro de Kalman y se realimenta al controlador. El desempeño del filtro de Kalman se evalúa comparando la salida medida con la estimada e incorporando una perturbación a la salida de la planta. Con el propósito de recrear el entorno de operación de un AUV, se utiliza un modelo en espacio-estado para el diseño del filtro de Kalman, que incluye la dinámica del oleaje. El filtro de Kalman se encarga de estimar los estados y de suministrar al controlador lineal cuadrático una señal menos afectada por el oleaje.

3.2. Diseño de un controlador LQG para mantener el rumbo en el HRC-AUV.

Para diseñar el controlador LQG, se diseña primeramente un controlador LQT. Las ganancias \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 que forman parte de la ley de control $\mathbf{u}(\mathbf{t})$ se calculan mediante la función *lqtracker* del software Matlab (Perez, 2006). Con el propósito de obtener los estados estimados se diseña un filtro de Kalman utilizando la función *lqe* del software Matlab. De manera que la ley de control para un controlador de seguimiento LQG cumple con la estructura presentada en la ecuación 2.21 y queda determinada como:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_1 \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{G}_2 \mathbf{y}_d \quad (3.1)$$

donde $\hat{\mathbf{x}}$ representa los estados estimados mediante el filtro de Kalman, \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 las ganancias calculadas para el controlador de seguimiento y \mathbf{y}_d el valor deseado de la señal que se controla.

La estructura del modelo en espacio estado que se utiliza para el diseño del controlador se presenta a continuación:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{w} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \nu \end{aligned} \quad (3.2)$$

siendo $\mathbf{x} = [v, r, \psi]^T$ el vector de estados. Las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} del modelo en espacio estado coinciden con las presentadas en el epígrafe 2.4:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4,6885 & -15,7462 & 0 \\ 0 & -1,7346 & 0 \\ 0 & 1,0000 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1,2231 \\ 0,2428 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La salida de interés para el control la constituye el ángulo de rumbo, por lo que la matriz \mathbf{C} está definida como:

$$\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1]$$

El término $\mathbf{E}w$ representa la existencia de incertidumbres en el modelo y se utiliza en el diseño del filtro de Kalman. El vector \mathbf{E} agrupa los coeficientes de ganancia relacionados con los estados afectados por las incertidumbres, por otra parte w simboliza un ruido blanco de media cero que sirve para generar las incertidumbres:

$$\mathbf{E} = [0, 0, 1]^T$$

El vector ν representa el ruido en la medición.

El índice de funcionamiento cuadrático a minimizar se define como:

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \int (10\tilde{\psi}^2 + \delta_r^2) dt \right\}$$

donde las matrices de ponderación \mathbf{R} y \mathbf{Q} contienen los valores seleccionados en el epígrafe 2.4 relacionadas con la señal de entrada de control (δ_r) y con el error de seguimiento ($\tilde{\psi} = \psi - \psi_d(t)$) respectivamente. Los valores de las matrices son:

$\mathbf{Q} = [10]$ y $\mathbf{R} = [1]$.

A partir de estas consideraciones se obtienen, utilizando la función *lqtracker* del Matlab (Perez, 2006), los siguientes valores de \mathbf{G}_1 y \mathbf{G}_2 acorde a la ley de control expresada por la ecuación 3.1:

$$G_1 = [0 \quad -8,0810 \quad -3,1623] \text{ y } G_2 = [3,1623]$$

Para representar el valor deseado de la señal de salida ($\psi_d(t)$) se utiliza una función paso unitario.

El próximo paso para el diseño de un controlador LQG consiste en el cálculo del vector de ganancias del filtro de Kalman (\mathbf{K}_f). A continuación se presenta en la Figura 3.1 el diagrama en bloques de un filtro de Kalman:

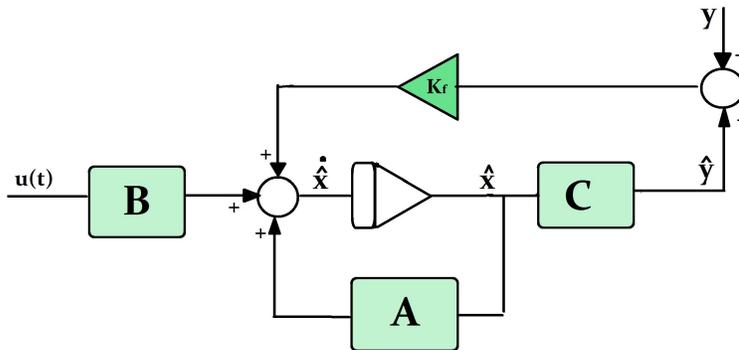


Figura 3.1: Diagrama de un filtro de Kalman

donde $\hat{\mathbf{x}}$ son los estados estimados y se calculan a partir de la ecuación:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{K}_f(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad (3.3)$$

siendo $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}$ la salida estimada y \mathbf{K}_f la ganancia del filtro:

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{P}_f \mathbf{C}^T \mathbf{R}_f^{-1} \quad (3.4)$$

El término \mathbf{R}_f representa la matriz de covarianza de medición de ruido, por su parte \mathbf{P}_f se clacula solucionando la siguiente ecuación algebraica:

$$\mathbf{A}\mathbf{P}_f + \mathbf{P}_f\mathbf{A}^T + \mathbf{E}\mathbf{Q}_f\mathbf{E}^T - \mathbf{P}_f\mathbf{H}^T\mathbf{R}_f^{-1}\mathbf{H}\mathbf{P}_f = 0$$

donde \mathbf{Q}_f representa a la matriz de covarianza del disturbio. La Figura 3.2 muestra el esquema de control LQG que se desea diseñar.

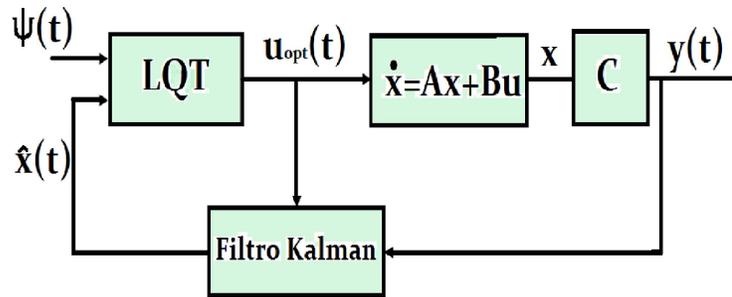


Figura 3.2: Sistema de control Lineal Cuadrático Gaussiano (LQG).

Como solo se está controlando y estimando ψ , la ganancia del filtro de Kalman, calculada a partir de la función *lqe* del software Matlab, está dada por el vector $\mathbf{K}_f = [0, 0, 0,3162]^T$. Para este cálculo se utilizan los valores 0.5 y 0.05 para las matrices de covarianza \mathbf{R}_f y \mathbf{Q}_f respectivamente. Ambas matrices constituyen los parámetros de ajuste del filtro.

La respuesta del sistema de control LQG diseñado para mantener el rumbo en el HRC-AUV se presenta en la Figura 3.3.

En esta figura se grafican dos señales correspondientes al ángulo de rumbo del vehículo, una se corresponde con la salida del modelo (normalmente se obtiene mediante la lectura de los sensores) y la segunda representa la señal estimada mediante el filtro de Kalman.

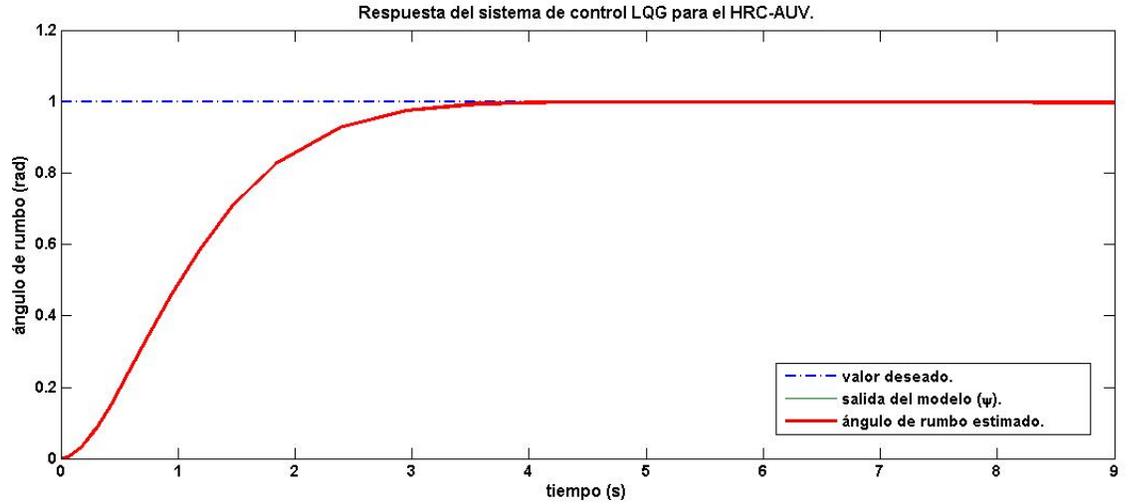


Figura 3.3: Respuesta del Controlador LQG para el HRC-AUV.

Tal como se puede apreciar ambas señales aparecen superpuestas, lo cual indica que la estimación se ha realizado de manera correcta.

Para demostrar el adecuado funcionamiento del filtro de Kalman, se aplica una señal perturbadora tipo paso, de amplitud 0.2 rad, a la salida del modelo en el tiempo $t = 25s$.

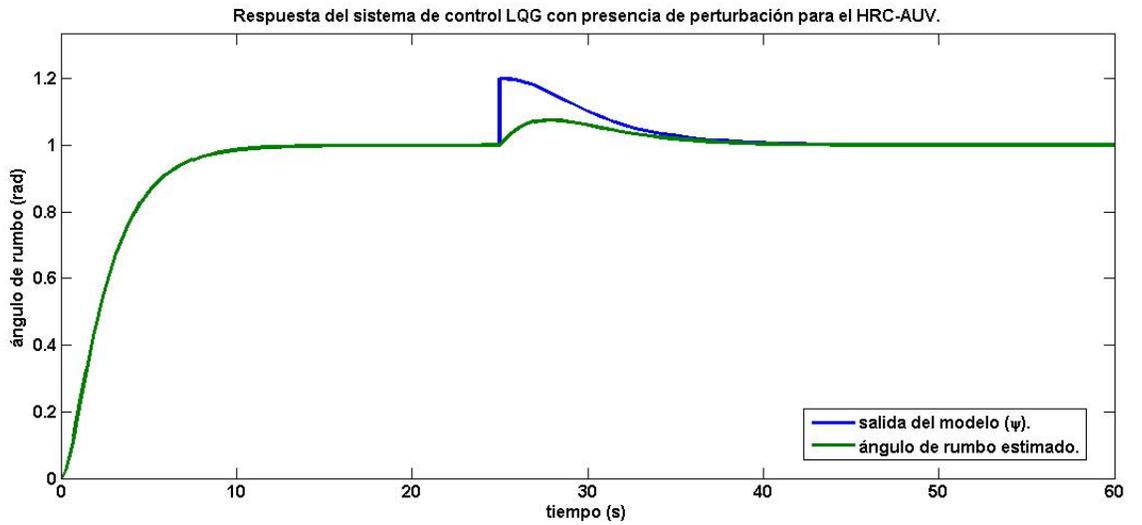


Figura 3.4: Respuesta del Controlador LQG con presencia de perturbación para el HRC-AUV.

En la Figura 3.4 se puede apreciar el efecto que tiene la señal perturbadora a la salida del sistema de control LQG diseñado. La señal en azul se corresponde con la salida del modelo representativa del ángulo de rumbo, mientras que la señal en verde representa la estimación del ángulo de rumbo utilizando el filtro de Kalman. La acción de la

estimación del estado provoca que la respuesta regrese en un intervalo corto de tiempo a la normalidad, es decir, logra estabilizarse antes que la señal de salida del modelo.

3.3. Diseño de un controlador LQG de rumbo para el HRC-AUV con filtrado de oleaje.

Los principales disturbios medioambientales que afectan a los AUVs durante su navegación son las olas y las corrientes marinas. En esta investigación solo se tendrá en cuenta el efecto provocado por el oleaje.

Las fuerzas causadas por las olas usualmente se modelan como la suma de un componente lineal y uno no lineal (Fossen, 2008), tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\tau_{\text{olas}} = \tau_{\text{lin}} + \tau_{\text{nl}} \quad (3.5)$$

El segundo término de la expresión 3.5 corresponde a variaciones de baja frecuencia (BF) y generalmente es tratado como una entrada de disturbios al sistema y modelado por un término de desviación o bias (Fossen, 2008). En este trabajo este término será desechado sin afectar los resultados ni el desempeño del filtro. Por otra parte, el primer término de la expresión 3.5 corresponde a las variaciones de alta frecuencia (AF) de las olas y se modela haciendo uso de la aproximación de 2do orden que determina la altura de las olas en un espectro determinado (Fossen, 2002). En este caso se selecciona el espectro *JONSWAP* (*Joint North Sea Wave Project*)¹ debido a la reducida cantidad de parámetros ambientales que intervienen en su representación:

$$\psi_{AF}(s) = \frac{K_{\text{olas}}s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} w(s) \quad (3.6)$$

donde:

$$K_{\text{olas}} = 2\zeta\omega_n\sigma \quad (3.7)$$

En las ecuaciones 3.6 y 3.7, ω_n representa la frecuencia fundamental del oleaje, ζ es la razón de amortiguamiento, ψ_{AF} es el ángulo de rumbo inducido por las olas, w es un ruido blanco Gaussiano y σ es un parámetro ajustable mediante pruebas de mar según el nivel de afectación que tengan las olas sobre el vehículo. El movimiento de cualquier vehículo marino se determina aplicando el principio de superposición lineal,

¹Se usa para representar el oleaje generado por el viento en esas zonas marinas donde el mar presenta profundidad finita y área limitada.

dividiéndose en un componente de baja frecuencia (BF) y otro de alta frecuencia (AF), determinado por la expresión (Garcia-Garcia, 2012):

$$\psi = \psi_{BF} + \psi_{AF} \quad (3.8)$$

Teniendo en cuenta lo anteriormente planteado, la dinámica de baja frecuencia del ángulo de rumbo y la variación de alta frecuencia quedan definidos como:

$$\dot{\psi}_{BF} = r_{BF} \quad (3.9)$$

$$\dot{r}_{BF} = \frac{N_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} r_{BF} + \frac{b_5}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \delta_r \quad (3.10)$$

$$\dot{\xi}_{AF} = \psi_{AF} \quad (3.11)$$

$$\dot{\psi}_{AF} = -2\zeta\omega_n\psi_{AF} - \omega_n^2\xi_{AF} + K_{olas}w \quad (3.12)$$

donde ψ_{BF} y r_{BF} son los estados de BF, ψ_{AF} es el ángulo de rumbo de AF y ξ_{AF} es un estado de AF introducido como representación en espacio-estado de la aproximación de 2do orden del oleaje. Para los AUVs es un requisito fundamental contar con la medición de rumbo. Para obtener esta medición, el HRC-AUV emplea el sensor inercial MTI. La precisión de este sensor en la medición de rumbo se encuentra en el orden de 0,1 grado ($1,74 \times 10^{-3}$ rad) (Garcia-Garcia, 2012). El ruido que afecta la medición de este sensor también constituye un efecto indeseable a tener en cuenta, por ello a la ecuación 3.8 se le agrega un nuevo término, resultando:

$$\psi = \psi_{BF} + \psi_{AF} + \nu \quad (3.13)$$

donde ν es el ruido presente en la medición del ángulo de rumbo. El observador que se diseñe debe ser capaz de asimilar estos niveles de ruido de la señal de medición y ejecutar un filtrado adecuado de todas las señales de alta frecuencia. En caso de verse afectada la medición del ángulo de rumbo por cierto período de tiempo, el sistema dependerá solamente de las estimaciones del filtro de Kalman (Garcia-Garcia, 2012), quedando la ecuación 3.13 de la siguiente forma:

$$\hat{\psi} = \hat{\psi}_{BF} + \hat{\psi}_{AF} \quad (3.14)$$

Tomando los aspectos anteriormente planteados el modelo en espacio-estado a utilizar

para el diseño del filtro de Kalman queda definido como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_f \mathbf{x} + \mathbf{B}_f \mathbf{u} + \mathbf{E}_f \mathbf{w} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_f \mathbf{x} + \nu\end{aligned}\tag{3.15}$$

siendo el vector de estados $\mathbf{x} = [\psi_{BF}, r_{BF}, \xi_{AF}, \psi_{AF}]^T$, \mathbf{w} representa las componentes de la señal ruidosa, la salida que se desea estimar queda definida mediante la ecuación 3.14. Las matrices \mathbf{A}_f , \mathbf{B}_f , \mathbf{E}_f , \mathbf{C}_f quedan definidas de la siguiente forma:

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{N_r}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{b_5}{I_{zz} - N_{\dot{r}}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & K_{olas} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_f = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

Para el cálculo de los parámetros de las matrices anteriores, la razón de amortiguamiento de las olas (ζ) y la constante relacionada con la intensidad de las mismas (σ) se fijaron en 0.1 y 0.5 respectivamente, acorde al estado del mar que se desee recrear. La frecuencia fundamental de las olas se estimó mediante experimentos reales aproximadamente con un valor de $\omega_n = 6 \text{ rad/s}$, obteniéndose (García-García, 2012):

$$\mathbf{A}_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,00 \\ 0 & 0 & -36,00 & -1,20 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,035 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0,60 \end{bmatrix}$$

En este punto es necesario comprobar si el sistema es observable. Se dice que un sistema es observable en el tiempo t_0 si, con el sistema en el estado $x(t_0)$, es posible determinar este estado a partir de la observación de la salida durante un intervalo de tiempo finito (Ogata, 1998). La condición de observabilidad se cumple si en la matriz de $n \times n$:

$$\mathbf{obs} = [\mathbf{C}^T | \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T | \dots | (\mathbf{A}^T)^{n-1} \mathbf{C}^T]$$

el rango es n .

La matriz de observabilidad para el modelo del HRC-AUV queda como:

$$\mathbf{obs} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0,25 & 0,10 \\ 0 & -36 & 43,2 & 1244,2 \\ 1 & -1,2 & -34,56 & 84,70 \end{bmatrix}$$

de donde se tiene que el rango de dicha matriz es 4, por lo que el sistema es observable. A partir del modelo en espacio estado definido por la ecuación 3.15, y considerando los valores de las matrices de covarianza definidos en el epígrafe anterior ($\mathbf{Q}_f = 0,5$ y $\mathbf{R}_f = 0,05$) es posible determinar las ganancias del filtro de Kalman a través de la función *lqe* del Matlab:

$$\mathbf{K}_f = [0,5975, 0,1668, -0,0638, 1,0018]^T$$

A continuación se presenta el esquema de simulación del control LQG utilizado.

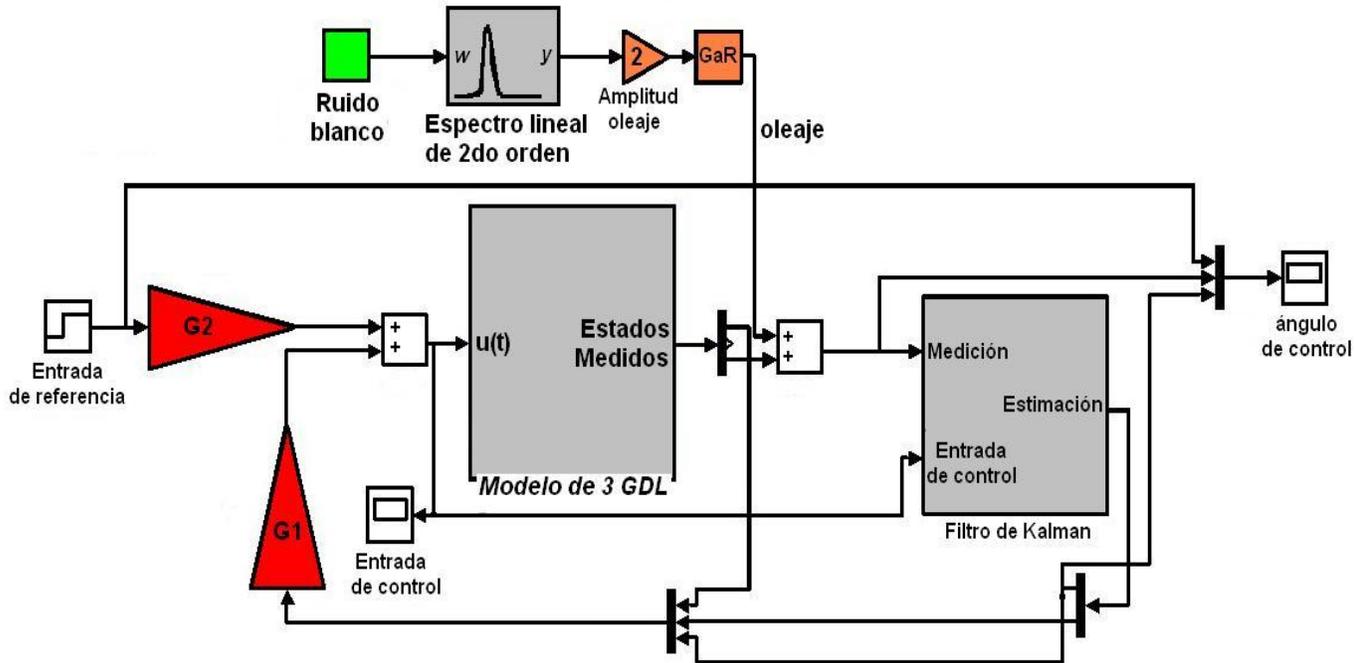


Figura 3.5: Esquema para la simulación de un controlador LQG.

Manteniendo los coeficientes calculados para las ganancias $\mathbf{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -8,0810 & -3,1623 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{G}_2 = 3,1623$ del control LQT diseñado en el epígrafe anterior, la Figura 3.6 representa la respuesta del sistema.

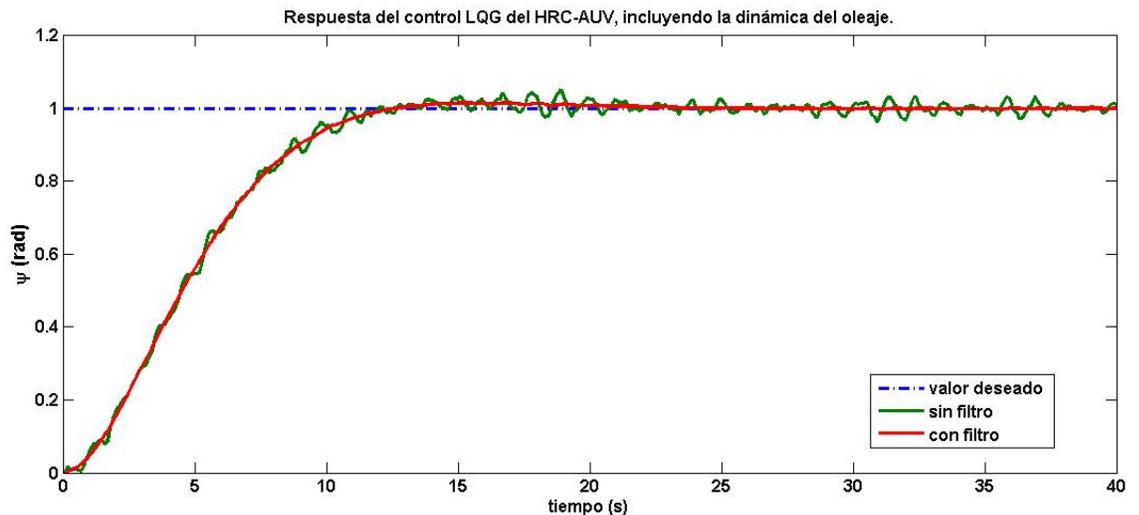


Figura 3.6: Respuesta del control LQG para el HRC-AUV introduciendo la dinámica del oleaje

En la Figura 3.7 se presenta la respuesta de la señal de mando del control LQG del HRC-AUV. La curva azul muestra la señal de mando afectada por el oleaje y sin la

presencia del filtro, por su parte la curva roja representa una señal de mando mejorada a partir de la estimación de la salida. Para el caso de la señal de mando resulta todavía más decisivo la utilización del filtro de Kalman, pues tal como se aprecia en la figura la acción del filtro reduce considerablemente las vibraciones que se producen. De esta manera se contribuye a disminuir el desgaste mecánico que se produce en los actuadores.

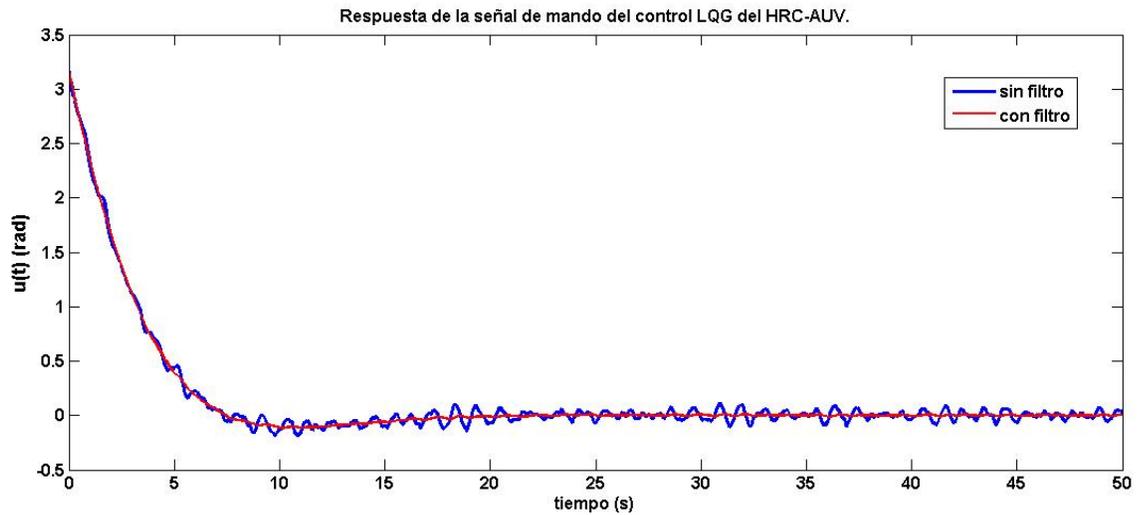


Figura 3.7: Respuesta de la señal de mando del control LQG del HRC-AUV.

A continuación se presenta la respuesta del sistema de control implementado cuando la entrada de referencia es una señal senosoidal.

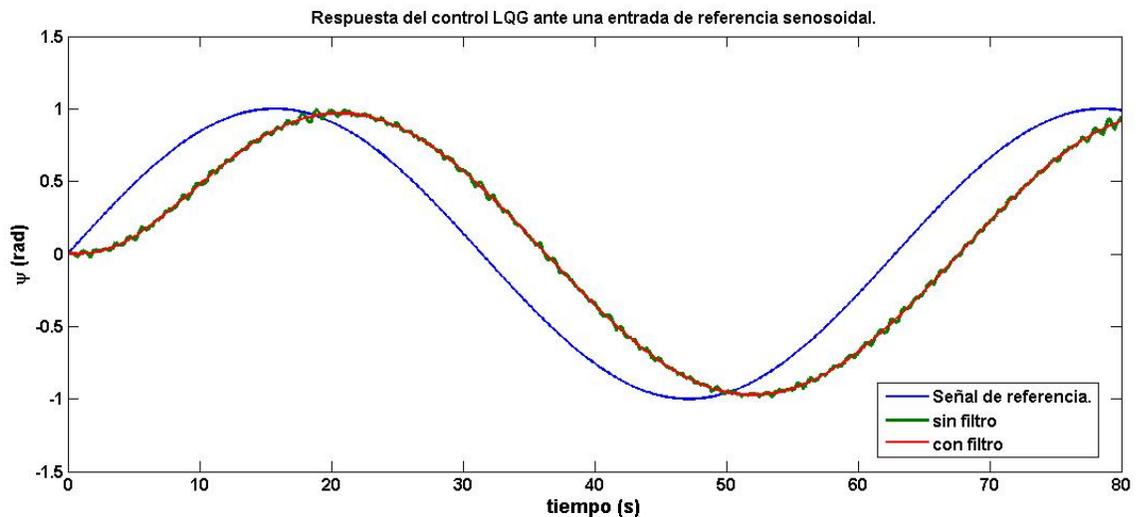


Figura 3.8: Respuesta del sistema de control LQG con entrada de referencia senosoidal.

Es común utilizar la señal senosoidal como entrada de referencia cuando se desea diseñar

un control de trayectoria. En esta investigación el autopiloto solo se ha diseñado para mantener el rumbo (ψ), por lo que se justifica el error que se produce en el seguimiento de la señal. No obstante, debido a la importancia que reviste para el proyecto HRC-AUV, se recomienda para investigaciones futuras abordar el diseño de autopilotos que puedan emplearse en el seguimiento de rutas.

3.4. Análisis económico.

La compra de un vehículo autónomo subacuático constituye una inversión entre 1.5 y 2 millones de dólares americanos (USD), según las características del equipamiento instalado, valor que aumentaría con el costo del mantenimiento del vehículo normalmente brindado por especialistas de la entidad constructora. Estos vehículos por lo general se comercializan con el autopiloto diseñado, evitando así que el cliente pueda replicar o reparar el AUV, aumentándose el valor agregado del mismo.

El HRC-AUV es un vehículo de bajo costo diseñado y construido totalmente en Cuba, representando un ahorro considerable para el país. El equipamiento sensorial y de hardware instalado, así como el utilizado para las comunicaciones, pertenecen a la gama media o baja de sus fabricantes, por ejemplo, el sensor inercial instalado en el HRC-AUV (MTI-G de Xsens) está valorado en 5 069 USD, que constituye de bajo costo al ser comparado con el sensor utilizado por el proyecto *Hugin* que se cotiza en 9 000 USD. Las deficiencias provocadas por el sistema de bajo costo instalado son complementadas con soluciones ingenieriles complejas basadas fundamentalmente en técnicas de modelado, lo que requiere de un esfuerzo adicional para los miembros de GARP y CIDNAV, pero que no aumenta el valor añadido del HRC-AUV.

La solución de control que se presenta en esta investigación contribuye a elevar el desempeño del HRC-AUV y demuestra que es posible realizar en Cuba aplicaciones de este tipo que solo son reportadas en países del primer mundo.

3.5. Consideraciones finales.

En este Capítulo se supone la estimación de los estados a través de un filtro de Kalman, por esta razón, se diseñaron controladores lineales cuadráticos gaussianos, que constituyen la combinación de un LQR con un filtro de Kalman. Utilizando el modelo dinámico del subsistema lateral se diseñó un controlador LQG, para la estimación del ángulo de rumbo. Para demostrar la efectividad del diseño a la salida del modelo se aplica una señal perturbadora tipo paso que produce anomalías en la salida, en la respuesta obtenida

se aprecia como la acción de la estimación de estados hace que el sistema regrese en un intervalo de tiempo corto a la normalidad, es decir llegue al punto estable requerido. Además, pretendiendo acercarse lo más posible a la realidad de un AUV, se diseña el filtro de Kalman a partir de un modelo en espacio-estado que incluye la dinámica del oleaje, que constituye una de las principales perturbaciones de estos vehículos. Las respuestas obtenidas mediante simulación para la señal de mando y el ángulo de rumbo demuestran cómo se minimizan las afectaciones del oleaje.

CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta el desarrollo actual de las técnicas de control aplicadas a autopilotos, en esta investigación se diseñaron controladores basados en técnicas lineales cuadráticas para controlar el rumbo en el HRC-AUV. Los principales resultados se exponen a continuación a modo de conclusiones:

- Los controladores LQ son ampliamente utilizados en vehículos marinos. Debido a que estos controladores se diseñan a partir del modelo dinámico lineal del vehículo y permiten obtener exactitud en el control y menor consumo de energía, a través de la minimización de funciones cuadráticas. Además pueden combinarse con filtros de Kalman, los cuales aseguran una estimación de los estados con menor afectación de las perturbaciones marinas.
- El modelo dinámico lineal de 3 GDL del subsistema lateral del HRC-AUV calculado a partir de los valores geométricos, inerciales y experimentales del vehículo permite obtener buenos resultados en el diseño de controladores LQ.
- Los controladores de seguimiento lineales cuadráticos (LQT) como variante de los reguladores lineales cuadráticos (LQR) además de asegurar los requisitos de respuesta deseados, permiten que la salida siga a la entrada minimizando el error de seguimiento ante una entrada de referencia constante o una señal tipo paso.
- Los controladores LQT pueden diseñarse con acción anticipatoria para disminuir las afectaciones, en el seguimiento del valor deseado de la señal, de las incertidumbres del modelo. Las respuestas presentadas para el caso del HRC-AUV avalan esta afirmación.
- Los controladores lineales cuadráticos gaussianos (LQG) se utilizan en sistemas donde los estados son estimados, pues constituyen una combinación de un controlador LQT con un filtro de Kalman.

- La efectividad de los diseños LQG realizados para el HRC-AUV se demuestran con los resultados obtenidos mediante simulación en las respuestas del ángulo de rumbo y la señal de mando presentadas.
- La acción del filtro de Kalman como parte del controlador LQG mejora la medición del ángulo de rumbo, minimizando las afectaciones que produce el oleaje en el desempeño del HRC-AUV.

RECOMENDACIONES

Para establecer la continuidad de esta investigación se realizan las siguientes recomendaciones:

- Implementar en el HRC-AUV las estrategias de control diseñadas.
- Realizar pruebas experimentales con el vehículo donde se evalúen los diseños realizados.
- Abordar en investigaciones futuras el diseño de autopilotos para el seguimiento de rutas en el HRC-AUV empleando técnicas de control lineales cuadrática.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anderson, B.; Moore, J. (1989). *Optimal Control. Linear Quadratic Methods*. Prentice-Hall Inc.. Estados Unidos.
- Antonelli, G.; Fossen, T. I.; Yoerger D. R. (2008). Underwater robotics. In: *Springer Handbook of Robotics* (B. Siciliano; O. Khatib, Ed.). pp. 987–1008. Springer-Verlag.
- Behal, A.; Dawson, D. M.; Dixon W. E.; Fang Y. (2002). Tracking and regulation control of an underactuated surface vessel with nonintegrable dynamics. *IEEE Transactions on Automatic Control* **47**(3), 495 – 500.
- Blidberg, D. R. (2001). The development of autonomous underwater vehicles (auv); a brief summary. In: *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE Xplore. Seul, Corea del Sur.
- daSilva, J. E.; Terra, B.; Martins R.; deSousa J. B. (2007). Modeling and simulation of the LAUV autonomous underwater vehicle. In: *13th IEEE IFAC International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*. IEEE Control Systems Society. Szczecin, Polonia.
- de la Cruz, J.; Aranda, J.; Girón J. (2012). Tutorial automática marina: una revisión desde el punto de vista del control. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* **9**(3), 205–218.
- Encarnacao, P.; Pascoal, A. (2001). Combined trajectory tracking and path following for marine craft. In: *The 9TH Mediterranean Conference on Control and Automation*. IEEE Control Systems Society. Dubrovnik, Croacia.
- Encarnacao, P.; Pascoal, A.; Arcaç M. (2000). Path following for marine vehicles in the presence of unknown currents. In: *6th IFAC Symposium on Robot Control*. IFAC. Vienna, Austria.

- Fjellstad, O. (1994). Control of unmanned underwater vehicles in six degrees of freedom a quaternion feedback approach. Tesis doctoral. NTNU. Noruega.
- Fossen, T. I. (1994). *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. Wiley & Sons.. Nueva York, Estados Unidos.
- Fossen, T. I. (2002). *Marine Control Systems Guidance, Navigation, and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Marine Cybernetics. Noruega.
- Fossen, T. I. (2011). *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. Chap. Advanced Motion Control Systems, pp. 417–435. John Wiley & Sons.
- Fossen, T. I.; Johansen, T.A.; Perez T. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. A survey of control allocation methods for underwater vehicles, pp. 109–128. InTech. Vienna, Austria.
- Fossen, T. I.; Ross, A. (2006). *Advances in unmanned marine vehicles*. Chap. Nonlinear modelling, identification and control of UUVs, pp. 13–42. Vol. 69. Peter Peregrinus LTD. Gran Bretaña.
- Garcia-Garcia, D.; Valeriano-Medina, Y.; Hernández L.; Martínez A. (2012). Wave filtering for heading control of an auv based on passive observer. *Indian Journal of Geo-Marine Sciences* **41**(6), 540–549.
- Gorset, J. E. (2007). Nonlinear model-based control of slender body AUVs. Tesis doctoral. NTNU. Noruega.
- Inzartsev, A.; Pavin, A. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. AUV application for inspection of underwater communications, pp. 216–234. InTech. Vienna, Austria.
- Jalving, B. (1994). The ndre-auv flight control system. *IEEE Journal of Oceanic Engineering* **19**(4), 497–501.
- Jiang, Z-P. (2002). Global tracking control of underactuated ships by lyapunov's direct method. *Automatica* **38**(6), 301–309.
- Jordán, M. A.; Bustamante, J. L. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Adaptive control for guidance of underwater vehicles, pp. 251–278. InTech. Vienna, Austria.
- Kallstrom, C. G. (1979). Identification and Adaptative Control Applied to Ship Steering. Tesis doctoral. Lund Institute of Technology. Suecia.

- Kim, K.; Ura, T. (2002). 3 – dimensional trajectory tracking control of an *auv r – one robot* considering current interaction. In: *The twelfth (2002) international offshore and polar engineering conference*. Vol. 2. ISOPE. Kita-Kyushu, Japón. pp. 277–283.
- Liang, J.; Wei, H.; Wang T.; Wen L. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Experimental research on biorobotic autonomous undersea vehicle, pp. 173–194. InTech. Vienna, Austria.
- López, M. J.; Rubio, F. R. (1992). Lqg/ltr control of ship steering autopilots. In: *IEEE International Symposium on Intelligent Control*. IEE Xplore. Glasgow, Escocia. pp. 447 – 450.
- Martínez, A.; Rodríguez, Y.; Hernández L.; Guerra C.; Sahli H. (2010). Hardware and software architecture for *auv* based on low-cost sensors. In: *The 11th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, ICARCV*. IEEE Xplore. Singapur.
- Merino, E. F. (2010). Análisis y diseño de controladores óptimos en su forma discreta a través del espacio de estados. Trabajo de diploma. Escuela Politécnica del Ejército. Ecuador.
- Miskovic, N.; Vukic, Z.; Barisic M. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Identification of underwater vehicles for the purpose of autopilot tuning, pp. 327–346. InTech. Vienna, Austria.
- Ogata, K. (1998). *Ingeniería de Control Moderna*. 3ra ed.. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.. México.
- Perez, T.; Smogeli, O. N.; Fossen T. I.; Sorensen A. J. (2006). An overview of the marine systems simulator (mss): a simulink toolbox for marine control systems. *Modeling, Identification and Control* **27**(4), 239–258.
- Pérez, T.; Fossen, T. I. (2008). Joint identification of infinite-frequency added mass and fluid-memory models of marine structures. *Modeling, Identification and Control* **29**(3), 93–102.
- Ramos, P.; Neves, M. V. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Environmental impact assessment and management of sewage outfall discharges using AUVs, pp. 417–436. InTech. Vienna, Austria.

- Santoso, F.; Liu, M.; Egan G. K. (2007). Linear quadratic optimal control synthesis for a uav. In: *12th Australian International Aerospace Congress, AIAC12*. German National Library Of Science and Technology. Melbourne, Australia.
- SNAME (1950). Nomenclature for treating the motion of a submerged body through a fluid. Technical and research bulletin no. 1-5. SNAME. Nueva York, Estados Unidos.
- Valeriano-Medina, Y.; Martínez, A.; Hernández L.; Sahli H.; Rodríguez Y.; Cañizares J.R. (2013). Dynamic model for an autonomous underwater vehicle based on experimental data. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems: Methods, Tools and Applications in Engineering and Related Sciences* **19**, 175–200.
- Wang, Y.; Shi, X.; Xia G.; Bian X. (2002). Modelling of large ship motion and design of intelligent rudder control mechanism. In: *IEEE International Conference on Automation and Logistics*. IEEE Xplore. Jinan, China. pp. 1699 – 1703.
- Wernli, R. L. (2000). Auv commercialization-who's leading the pack?. Technical report. SPAWAR Systems Center San Diego. California, United States.
- Yoshida, H. (2008). *Underwater vehicles*. Chap. Fundamentals of underwater vehicle hardware and their applications, pp. 557–582. InTech. Vienna, Austria.
- Zamora, H. L. (2011). Control de trayectoria para el HRC-AUV considerando el efecto del oleaje y las corrientes marinas. Trabajo de diploma. UCLV. Santa Clara, Cuba.

ANEXO A

Ecuaciones, esquemas y códigos utilizados para el diseño de los controladores.

A.1. Ecuaciones para el control de seguimiento lineal cuadrático (LQT):

Los pasos que aquí se presentan para la obtención de la ley de control de seguimiento lineal cuadrático fueron tomados del libro “*Guidance and Control of Ocean Vehicles*” del autor Thor. I. Fossen ([Fossen, 1994](#)).

Considere el modelo en espacio-estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{w}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \nu \tag{A.1}$$

siendo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ los estados, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^r$ la señal de entrada, $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^r$ la representación del disturbio, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ la salida.

El objetivo de control es diseñar un controlador para el seguimiento de una trayectoria de referencia ($\mathbf{y}_d(\mathbf{t})$). Con este propósito se define un vector de error:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_d = \mathbf{C}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_d)$$

donde \mathbf{x}_d es el estado deseado. La ley de control que incluye realimentación de los

estados, disminuye los errores de seguimiento ante una entrada en la referencia tipo paso e incluye acción anticipatoria para $\mathbf{w}(t)$ se obtiene minimizando el índice de funcionamiento:

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \int (\tilde{\mathbf{y}}^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{y}} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \right\} \quad (\text{A.2})$$

donde $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0$ y $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T \geq 0$ son las matrices de ponderación de control y estado respectivamente. Si se sustituye en el índice la expresión A.1, entonces es posible reescribir la ecuación A.2 como :

$$J = \frac{1}{2} \int (\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt = \frac{1}{2} \int (\tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (\text{A.3})$$

donde $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d$, y $\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}$.

Para sistemas que varían en el tiempo, el sistema hamiltoniano puede escribirse como:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) + p^T (\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{E} \mathbf{w})$$

derivando \mathcal{H} con respecto a u :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} &= \mathbf{R} \mathbf{u} + \mathbf{B}^T p = 0 \\ \mathbf{u} &= -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T p \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Asumiendo que p puede expresarse como una combinación lineal:

$$p = \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2 \quad (\text{A.5})$$

donde P, h_1, h_2 son cantidades que serán luego determinadas. Derivando p con respecto al tiempo:

$$\dot{p} = \dot{\mathbf{P}} \mathbf{x} + \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{h}}_1 + \dot{\mathbf{h}}_2 \quad (\text{A.6})$$

Por la teoría de control óptimo se conoce:

$$\dot{p} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x} = -\tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{A}^T \mathbf{p} = \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{x}_d - \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{x} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{x} - \mathbf{A}^T \mathbf{h}_1 - \mathbf{A}^T \mathbf{h}_2 \quad (\text{A.7})$$

Sustituyendo la ecuación A.6 en la expresión A.7, se obtiene:

$$\dot{\mathbf{P}} \mathbf{x} + \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{h}}_1 + \dot{\mathbf{h}}_2 - \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{x}_d + \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{x} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{A}^T \mathbf{h}_1 + \mathbf{A}^T \mathbf{h}_2 = 0 \quad (\text{A.8})$$

Sustituyendo en A.8 las expresiones de $\dot{\mathbf{x}}$ y \mathbf{u} , se logra:

$$\left(\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{R}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \widetilde{\mathbf{Q}}\right) \mathbf{x} = 0$$

$$\dot{\mathbf{h}}_1 + \left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\right)^T \mathbf{h}_1 - \widetilde{\mathbf{Q}}\mathbf{x}_d = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$\dot{\mathbf{h}}_2 + \left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\right)^T \mathbf{h}_2 + \mathbf{P}\mathbf{E}\mathbf{w} = 0 \quad (\text{A.10})$$

donde \mathbf{P} se calcula a partir de la ecuación de Riccati (ARE):

$$\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \widetilde{\mathbf{Q}} = 0 \quad (\text{A.11})$$

Las condiciones límites son derivadas de la llamada condición de transversalidad, planteándose:

$$h_1(T) = 0, h_2(T) = 0$$

La expresión A.5 es válida para toda $x(T)$, luego:

$$R(T) = 0$$

Por tanto las ecuaciones diferenciales para R , h_1 , h_2 pueden ser resueltas para todo $t \in [0, T]$ por backward integration¹.

Para la obtención de una solución aproximada para sistemas invariantes en el tiempo cuando $T \rightarrow \infty$ la solución de la ecuación de Riccati (A.11) en estado estacionario se satisface con la matriz constante P_∞ , tal que:

$$\mathbf{P}_\infty\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P}_\infty - \mathbf{P}_\infty\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_\infty + \widetilde{\mathbf{Q}} = 0$$

La solución aproximada de estado estacionario para las ecuaciones A.9 y A.10, se plantea como:

$$\mathbf{h}_{1\infty} = \left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\right)^{-T} \widetilde{\mathbf{Q}}\mathbf{x}_d \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{h}_{2\infty} = \left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\right)^{-T} \mathbf{P}_\infty\mathbf{E}\mathbf{w} \quad (\text{A.13})$$

Sustituyendo la ecuación A.5 en la expresión A.4, se obtiene:

¹Método que se utiliza para resolver ecuaciones diferenciales a través de repetidas iteraciones. La ecuación diferencial y_{n+1} depende de la ecuación y_n

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2) \quad (\text{A.14})$$

Al sustituir las expresiones A.12 y A.13 en la ecuación A.14, la ley de control se puede expresar:

$$\mathbf{u} = \mathbf{G}_1\mathbf{x} + \mathbf{G}_2\mathbf{y}_d + \mathbf{G}_3\mathbf{w}$$

donde:

$$\mathbf{G}_1 = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}_\infty$$

$$\mathbf{G}_2 = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G}_1)^{-T}\mathbf{C}^T\mathbf{Q}\mathbf{C}$$

$$\mathbf{G}_3 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G}_1)^{-1}\mathbf{P}_\infty\mathbf{E}$$

A.2. Códigos y esquemas utilizados para las simulaciones en Matlab.

A.2.1. Códigos para el diseño del controlador de seguimiento lineal cuadrático.

La entrada de referencia se supone constante

ESTOS SON LOS PARÁMETROS DEL MODELO DEL SUBSISTEMA LATERAL DEL HRC-AUV:

$Y_{pv}=3834 \text{ Kg}$

$N_{pr}=15572 \text{ Kgm}^2$

$Y_v=-1219,8 \text{ N/(m/s)}$

$N_r=-9096,9 \text{ Nm/(rad/s)}$

$b_2=318,39 \text{ N/rad}$

$b_5=1273,56 \text{ N/rad}$

$m= 4094,56$

$\text{Kg } U_0=1,9$

$\text{m/s } I_{zz}=20816 \text{ Kgm}^2$

ESTAS SON LAS MATRICES DEL MODELO EN ESPACIO-ESTADO:

$\mathbf{A}=[(Y_v/(m+Y_{pv})) \quad (-m^*U_0/(m+Y_{pv})) \quad 0;0 \quad (N_r/(I_{zz}+N_{pr})) \quad 0;0 \quad 1 \quad 0]$

$\mathbf{B}=[(b_2/(m+Y_{pv}));(b_5/(I_{zz}+N_{pr}));0]$

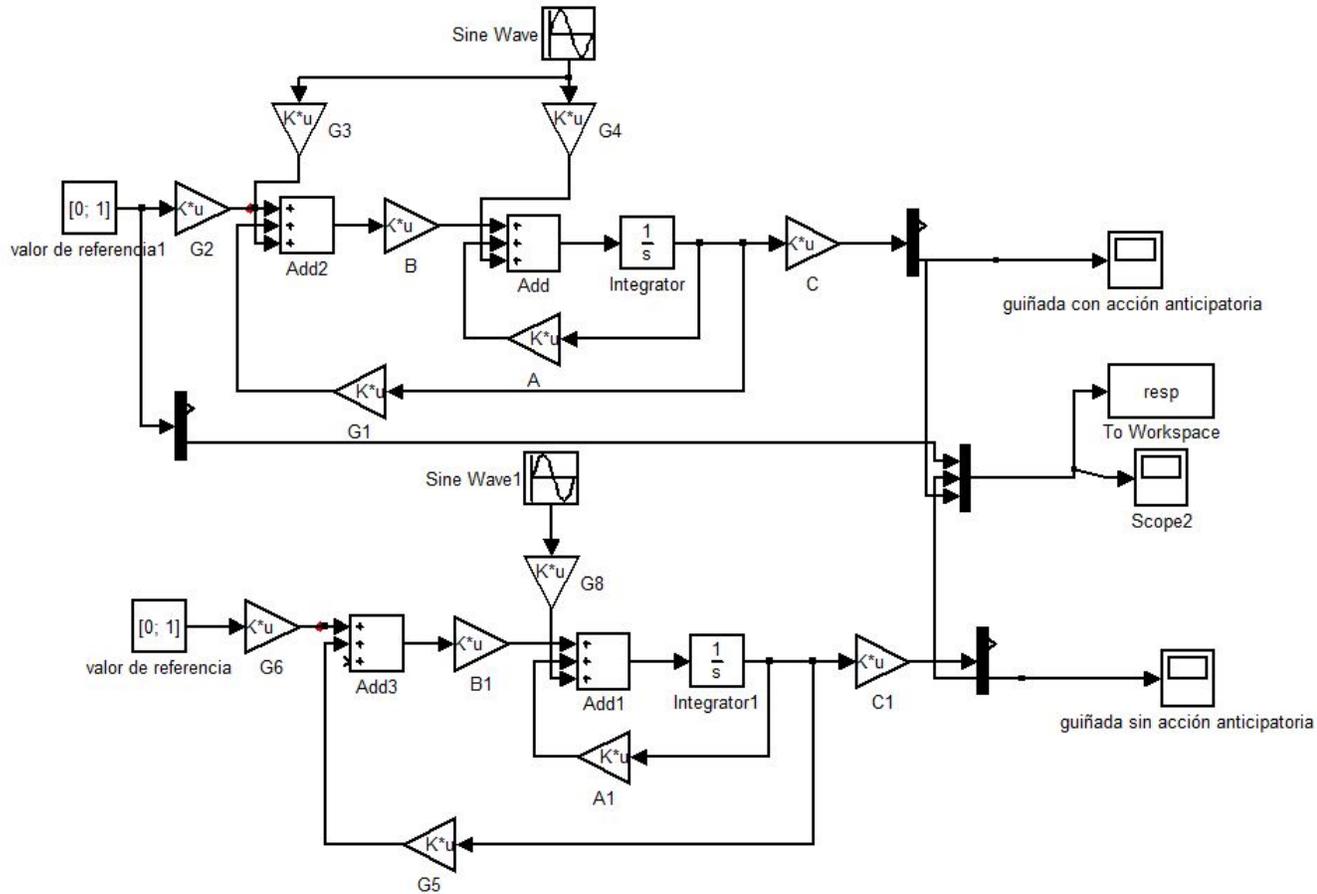


Figura A.2: Esquema del simulink para el control LQT con acción anticipatoria.

A.2.3. Códigos para el diseño del controlador de lineal cuadrático gaussiano para la estimación del ángulo de rumbo.

Los parámetros y matrices (A, B) utilizados en la implementación de A.2.1, también se utilizan en este diseño. Además se incluye una perturbación tipo paso a la salida del sistema y se evalúa la efectividad de la estimación de estados. La entrada de referencia se supone una señal tipo paso unitario.

$E=[0;0;1]$ —VECTOR QUE INDICA LOS ERRORES DE MODELADO PARA EL ESTADO ÁNGULO DE RUMBO

$C=[0 \ 0 \ 1]$ —MATRIZ DE SALIDA

$Q=\text{diag}([10])$. $R=\text{diag}([1])$ —MATRICES DE PONDERACIÓN TENIENDO EN CUENTA SOLAMENTE ÁNGULO DE RUMBO Y SEÑAL DE MANDO

$[G1,G2]=\text{lqtracker}(A,B,C,Q,R)$ —CÁLCULO DE LAS GANANCIAS DE LA SEÑAL DE CONTROL

DISEÑO DEL FILTRO DE KALMAN CONSIDERANDO UNA SOLA FUENTE DE ERROR EN EL MODELADO DEL ÁNGULO DE RUMBO.

$Qf=[0.05]$, $Rf=0.5$ —MATRICES QUE CONSTITUYEN LOS PARÁMETROS DE AJUSTE DEL FILTRO.

$kalman_gain=lqe(A,E,C,Qf,Rf)$ —GENERA LAS GANANCIAS DEL FILTRO DE KALMAN ESTÁTICO.

$kalman_poles = eig(A-kalman_gain*C);$

Esquema del simulink implementado para este caso.

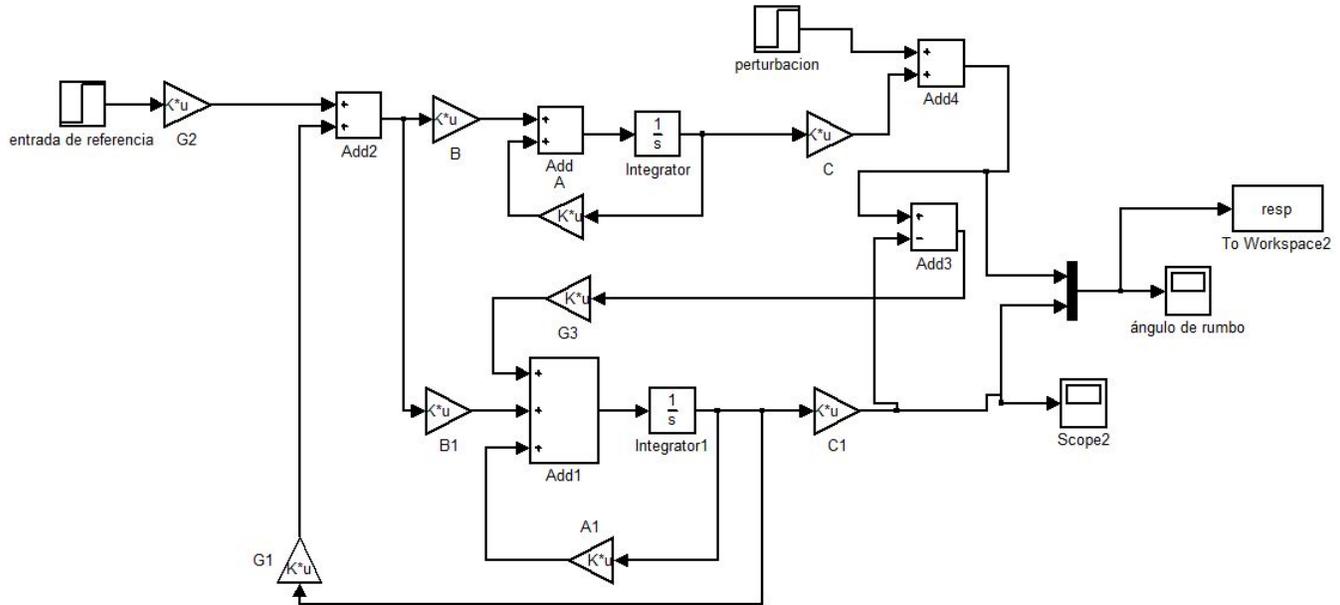


Figura A.3: Esquema de simulink para el control LQG con perturbación tipo paso.

A.2.4. Códigos para el diseño del controlador de lineal cuadrático gaussiano para la estimación del ángulo de rumbo con afectaciones del oleaje.

En este caso la implementación del controlador LQT es igual a la realizada en A.2.3. El cambio está dado en el diseño del filtro de Kalman que ahora se incluye en su modelo la dinámica del oleaje. El esquema de simulink implementado para este caso fue mostrado en el epígrafe 3.3, Figura 3.5.

PARÁMETROS DE LA MATRICES DEL FILTRO DE KALMAN

$K=0.14$

$Ta=4$

$w0=6$

$lambda=0.1$

$sigma=0.5$

ESTAS SON LAS MATRICES DEL MODELO EN ESPACIO-ESTADO PARA EL FILTRO:

```

Af=[0 1 0 0 0 -1/Ta 0 0 0 0 0 1 0 0 -w0^2 -2*lambda*w0]
Bf=[0 K/Ta 0 0]'
H=[1 0 0 1]— SALIDA DEL FILTRO
E=[0 0;1 0;0 1;0 2*lambda*w0*sigma]—VECTOR QUE AGRUPA LOS COEFICIENTES DE
GANANCIAS RELACIONADOS CON LOS ESTADOS AFECTADOS POR EL OLEAJE.
Qf=[0.05 0;0 0.05]; Rf=0.5;—PARÁMETROS DE AJUSTES DEL FILTRO
obs=rank(observ(Af,H))—SE OBTIENE EL RANGO DE LA MATRIZ DE OBSERVABILIDAD
kalman_gain=lqe(Af,E,H,Qf,Rf)—GENERA LAS GANANCIAS DEL FILTRO DE KALMAN
ESTÁTICO.
kalman_poles = eig(Af-kalman_gain*H);

```