

**Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas**

**Facultad de Ingeniería Eléctrica**

**Departamento de Electroenergética**



## **TRABAJO DE DIPLOMA**

**Uso de las cimentaciones de las estructuras de las  
líneas de transmisión como sistema de puesta a  
tierra**

**Autor: Alejandro Rangel Mendoza**

**Tutor: Dr. Ángel Valcárcel Rojas**

**Santa Clara**

**2013**

**"Año 55 de la Revolución"**

**Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas**

**Facultad de Ingeniería Eléctrica**

**Departamento de Electroenergética**



## **TRABAJO DE DIPLOMA**

### **Uso de las cimentaciones de las estructuras de las líneas de transmisión como sistema de puesta a tierra**

**Autor: Alejandro Rangel Mendoza**

rangel@uclv.edu.cu

**Tutor: Dr. Ángel Valcárcel Rojas**

valca@uclv.edu.cu

**Santa Clara**

**2013**

**"Año 55 de la Revolución"**



Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería Eléctrica, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

---

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

---

Firma del Autor

---

Firma del Jefe de  
Departamento donde se  
defiende el trabajo

---

Firma del Responsable de  
Información Científico-Técnica

## PENSAMIENTO

*“Un sutil pensamiento erróneo puede dar lugar a una indagación fructífera que revela verdades de gran valor.”*

*Isaac Asimov*

## **AGRADECIMIENTOS**

A todos los profesores que estuvieron presentes en cada uno de los años de mi carrera y a los que de una manera u otra tuvieron que ver con mi formación. A todos ellos, muchas gracias.

A mis compañeros de estudio y mi familia por su ayuda incondicional.

## TAREA TÉCNICA

Plan de trabajo:

- Analizar en la literatura los métodos más usados para la determinación de la resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón.
- Programar en Excel los algoritmos de los métodos encontrados.
- Realizar una adecuación al método de las imágenes de Maxwell para su uso en la evaluación de cimientos de hormigón.
- Comparar los métodos y determinar el más exacto.
- Organizar adecuadamente la estructura de la tesis basándose en un diseño metodológico estratégico según la didáctica de la metodología de la Investigación y las orientaciones y normas aprobadas por el MES.

---

Firma del Autor

---

Firma del Tutor

## RESUMEN

La investigación que lleva por título “Uso de las cimentaciones de las estructuras de las líneas de transmisión como sistema de puesta a tierra” persigue realizar un estudio de comparación entre los métodos propuestos en la literatura, para la determinación de la resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón.

Para ello fue necesario analizar, en la literatura consultada, los métodos más usados para la determinación de la resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón, programar en Excel los algoritmos de los métodos encontrados y comparar los métodos y determinación del más exacto. La bibliografía consultada fue pertinente, lo que permitió el estudio y la selección del método adecuado para el cálculo de puesta a tierra de las cimentaciones de las estructuras de las líneas de transmisión. Como resultado del trabajo se ofrece la comparación pertinentemente realizada a partir del planteamiento de los tres métodos fundamentales: Método de Ufer, el método de las imágenes de Maxwell, el método propuesto en (Mesa, 2009). El estudio propone una salida viable que permite la utilización de los elementos existentes en una construcción (acero y hormigón), como electrodos de puesta a tierra para lograr una baja resistencia y larga vida.

## CONTENIDO

PENSAMIENTO .....	i
AGRADECIMIENTOS .....	ii
TAREA TÉCNICA .....	iii
RESUMEN .....	iv
INTRODUCCIÓN .....	1
CAPÍTULO 1. REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS .....	5
1.1 Puesta a tierra.....	5
1.1.1 Clasificación de los sistemas de puesta a tierra .....	6
1.1.2 Componentes de un sistema de puesta a tierra .....	7
1.1.3 Electrodo empotrado en hormigón.....	7
1.2 Resistividad del suelo .....	9
1.2.1 Definición.....	9
1.2.2 Medición de la resistividad del suelo .....	11
1.2.3 Métodos de medición de resistividad.....	13
1.2.3.1 Método de los tres electrodos .....	13
1.2.3.2 Método de los cuatro electrodos.....	14
1.2.3.3 Configuración de Schlumberger.....	15
1.2.3.4 Configuración de Wenner .....	16

1.2.4	Interpretación de las mediciones.....	18
1.2.4.1	Métodos empíricos de interpretación.....	18
1.2.4.2	Método de la resistividad media.....	18
1.2.4.3	Interpretación mediante curvas patrón .....	19
1.2.4.4	Interpretación de estructuras de dos capas.....	19
1.2.4.5	Métodos cuantitativos de interpretación .....	20
1.3	Medición de resistencia de puesta a tierra.....	22
1.3.1	Medición práctica de puesta a tierra.....	24
1.3.1.1	Método de los dos puntos o dos polos .....	25
1.3.1.2	Método de los tres puntos .....	26
1.3.1.3	Método de la caída de potencial.....	27
1.3.1.4	Método de la pendiente.....	28
1.3.2	Medición de resistencias de puesta a tierra sin el uso de electrodos de potencial y corriente (uso de dos pinzas).....	29
1.3.3	Aplicaciones del método sin electrodos (uso de una pinza).....	31
1.3.3.1	Transformador montado en poste .....	31
1.3.3.2	Servicio de entrada o medición.....	32
1.3.3.3	Transformador montado sobre superficie plana .....	33
CAPÍTULO 2. DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA DEL ELECTRODO EMBEBIDO EN HORMIGÓN .....		36
2.1	Resistividad del hormigón.....	36
2.2	Formulación matemática de la resistencia del electrodo embebido en hormigón.....	37
2.2.1	Fórmulas básicas para la determinación de la resistencia de puesta a tierra de un electrodo embebido en hormigón.....	37

2.3	Modelado de una cimentación con varias varillas de acero como un electrodo de puesta a tierra ( método Ufer).....	41
2.4	Modelado de una cimentación con varias varillas de acero como un electrodo de puesta a tierra basándose en el método propuesto en (Mesa, 2009) 44	
2.5	Cálculo de la resistencia de una puesta a tierra en un terreno homogéneo por un método exacto.....	45
2.5.1	Electrodo elemental general.....	46
2.5.1.1	Conceptos básicos .....	46
2.5.1.2	Método de las imágenes .....	47
2.5.1.3	Resistencia mutua entre dos electrodos .....	49
2.5.1.4	Barra vertical .....	49
2.5.1.4.1	Resistencia propia de la barra.....	50
2.5.1.4.2	Resistencia mutua entre dos barras paralelas.....	51
2.5.1.5	Conductor horizontal recto.....	52
2.5.1.5.1	Resistencia propia del conductor .....	53
2.5.1.5.2	Resistencia mutua entre electrodos elementales, generalización de las expresiones de resistencia .....	54
2.5.1.5.3	Resistencia mutua entre dos electrodos en paralelo.....	55
2.5.1.5.4	Resistencia mutua entre dos conductores horizontales paralelos enterrados a igual profundidad .....	56
2.5.1.5.5	Combinaciones habituales de conductores horizontales .....	56
2.5.1.5.6	Resistencia mutua entre dos conductores horizontales ortogonales enterrados a igual profundidad .....	58
2.5.1.5.7	Resistencia mutua entre un conductor horizontal y una barra vertical	59

2.5.1.6	Método general de solución de puestas a tierra compuestas.....	59	
2.6	Determinación de la resistividad media .....	62	
CAPÍTULO 3. COMPARACIÓN ENTRE LOS DIFERENTES MÉTODOS ANALIZADOS 66			
3.1	Introducción .....	66	
3.2	Programación en Excel .....	66	
3.3	Modelación con el programa PAST .....	70	
3.4	Comparación de los resultados obtenidos por los tres métodos utilizados 75		
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....			78
	Conclusiones .....	78	
	Recomendaciones .....	78	
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....			79

## INTRODUCCIÓN

Un elemento fundamental y de gran importancia dentro de los sistemas eléctricos de transmisión, y hoy día dentro de todo sistema eléctrico seguro, es el sistema de puesta a tierra.

Ya para el año 1923 en Francia, debido a que se conocían los riesgos de electrificación en los seres humanos, sobre todo con la corriente alterna, se impone una norma relativa a la puesta a tierra. Esta norma no daba ninguna indicación sobre las condiciones de la puesta a tierra ni sobre el valor de la resistencia de toma de tierra. En general se trataba de condiciones de instalación.

Hoy día se tiene plena conciencia de los efectos del paso de una corriente eléctrica por el cuerpo humano y la importancia de la puesta a tierra de los sistemas eléctricos para salvaguardar la vida así como también los bienes materiales.

Según el proyecto en el cual se debe diseñar el sistema de puesta a tierra se tienen diferentes consideraciones, las cuales varían, sobre todo, en las magnitudes de los requerimientos, por ejemplo el valor de resistividad del suelo.

Si bien en tiempos anteriores se consideraba el problema de la puesta a tierra como un problema resistivo y en régimen permanente, se sabe que las fallas pueden darse a altas frecuencias o en magnitudes muy altas en un período muy corto de tiempo, como por ejemplo cuando se da el impacto de un rayo en una línea de transmisión.

Dado lo anterior, el comportamiento de un sistema de puesta a tierra en el momento de la falla debe considerarse como un problema resistivo, capacitivo e

inductivo. Sabiendo que la parte resistiva de puesta a tierra (parte real de la impedancia) es la que nos permite el drenaje efectivo de la corriente de falla.

Cuando se presenten elevaciones de corriente en un sistema eléctrico de transmisión, ya sea por corrientes de cortocircuito o por descargas atmosféricas, se pretende que la elevación de potencial pueda controlarse, por lo que se busca garantizar una baja impedancia de puesta a tierra.

El terreno que rodea al sistema eléctrico (la tierra) es utilizado como el retorno para las corrientes de falla. Entre los efectos de la conducción en la tierra en corriente alterna se origina un campo magnético, el cual produce una cierta reacción dentro del medio que depende de tres características eléctricas básicas: resistencia, capacitancia e inductancia.

En el diseño de un sistema de puesta a tierra se tienen algunas variables fundamentales que permiten discriminar si un diseño es apto o no según las circunstancias del proyecto:

- Corrientes involucradas.
- Resistividad.
- Las limitaciones físicas que impongan las dimensiones del área.

Existen una gran diversidad de métodos para el diseño de sistemas de puesta a tierra unos aproximados y otros más exactos, tal es el caso del Método de Ufer (método aproximado empleado para el diseño de instalaciones de puesta a tierra usando los elementos embebidos en hormigón como sistema de puesta a tierra), el método de las imágenes de Maxwell (método exacto que permite hacer una evaluación aproximada de cimientos de hormigón como sistemas de puesta a tierra), el otro método aproximado propuesto en varias de las bibliografías consultadas, que hacen uso de las cimentaciones como electrodo de puesta a tierra, es el propuesto en (Mesa, 2009).

Dado que las cimentaciones de las torres de transmisión son básicamente de hormigón con un armazón de acero, se pueden utilizar éstas como electrodo de puesta a tierra, como lo plantean los métodos antes mencionados.

Los valores deseables de resistencia de puesta a tierra de las líneas de transmisión, se proponen en muchas normas, incluida la norma cubana con valores relativamente altos, en función de la resistividad del terreno, permitiéndose valores de hasta más de 50 ohm, para terrenos de alta resistividad. Los cimientos de las estructuras embebidos en hormigón permiten para un amplio rango de valores de resistividad del terreno, obtener valores de resistencia inferiores al mencionado. Esto hace necesario evaluar los diferentes métodos que se proponen en la bibliografía para determinar la resistencia de conexión a tierra de electrodos inmersos en hormigón, con el objetivo de determinar cuál es el más exacto, de manera que proporcione una idea más real de los valores de resistencia que pueden ofrecer las posibles configuraciones de los cimientos usados en las estructuras.

Los especialistas de la Unión Eléctrica que se dedican al proyecto de líneas de transmisión, no disponen de una herramienta que les permita evaluar diferentes variantes de puesta a tierra, incluida la de utilizar los cimientos con este propósito. Disponer de una herramienta de este tipo, facilita el trabajo de los diseñadores, les permite evaluar gran número de variantes y determinar la más económica, diseñar con cierto criterio de seguridad en el comportamiento real del proyecto que proponen.

Es por lo anteriormente expresado que se establece como problema científico:

¿Cómo determinar la resistencia de puesta a tierra de líneas de transmisión con el uso de electrodos embebidos en hormigón?

Y como objetivo general:

- Proponer a la Unión Eléctrica una herramienta computacional, que permita la evaluación de los cimientos de hormigón como sistema de puesta a tierra.

Como objetivos específicos se determinan:

- Analizar en la literatura los métodos más usados para la determinación de la resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón.

- Programar en Excel los algoritmos de los métodos encontrados.
- Realizar una adecuación al método de las imágenes de Maxwell para su uso en la evaluación de cimientos de hormigón.
- Comparar los métodos y determinación del más exacto.

La investigación se plantea como hipótesis:

La comparación entre los diferentes métodos propuestos en la literatura para la determinación de la resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón, permite determinar el más exacto de los evaluados.

### **Organización del informe**

La tesis está estructurada de la siguiente manera: una introducción que incluye el diseño metodológico, un Capítulo I con los referentes bibliográficos sobre el tema en los que se encuentran los conceptos fundamentales para la implementación de un sistema de puesta a tierra. Un Capítulo II donde se describen los métodos para el cálculo de la resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón y un Capítulo III que muestra los resultados derivados de la comparación realizada a partir del estudio de los métodos. Se esbozan las conclusiones, recomendaciones, además de la bibliografía consultada.

## **CAPÍTULO 1. REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS**

### **1.1 Puesta a tierra**

El término "Puesta a Tierra" comprende cualquier ligazón metálica directa, sin fusible ni protección alguna, de sección suficiente, entre determinados elementos o partes de una instalación, y un electrodo o grupo de electrodos, enterrados en el suelo, con objeto de conseguir que en el conjunto de elementos no existan diferencias de potencial peligrosas y que, al mismo tiempo permita el paso a tierra de las corrientes de fallo o la de descarga de origen atmosférico.

La instalación de un sistema de puesta a tierra permite la protección de las personas y los bienes contra los efectos de las caídas de rayos, descargas estáticas, señales de interferencia electromagnética, fallas a tierra y contactos indirectos por corrientes de fugas a tierra. Por lo tanto, la ejecución correcta de la misma brinda importantes beneficios al evitar pérdidas de vidas, daños materiales e interferencias con otras instalaciones.

Cuando se produce un fallo a tierra en una instalación de alta o baja tensión, se provoca un aumento del potencial del electrodo a través del cual circula la corriente de defecto. Así mismo al disiparse dicha corriente por tierra, aparecen en el terreno unos gradientes de potencial.

Por tanto la instalación de puestas a tierra debe diseñarse de forma que se garantice seguridad de las personas en relación con las elevaciones de potencial, además de certificar ausencia de sobretensiones peligrosas para las instalaciones y que el valor de la corriente de defecto haga actuar las protecciones.

El electrodo dispensor enterrado en el suelo suele ser generalmente una varilla, placa o malla de cobre o hierro galvanizado (o un conjunto de ellas), con el fin de conseguir una unión con la menor resistencia eléctrica posible entre las masas y la tierra. Si esa unión se realiza sin interposición de impedancia (o resistencia) alguna, se dice que es una puesta a tierra directa, en caso contrario sería una vinculación indirecta.

Se entiende por masa a las partes metálicas accesibles de los elementos de la instalación y de los aparatos eléctricos, separados de las partes bajo tensión solamente por su aislación funcional.

Para que el diseño sea óptimo, la resistencia de puesta a tierra debe adquirir un valor tal que no origine tensiones peligrosas al circular la corriente de falla; por lo que su valor está perfectamente acotado por las normas de aplicación para los distintos tipos de instalaciones.

Se debe poner a tierra las partes metálicas de los aparatos e instalaciones que no pertenezcan al circuito de servicio, y puedan entrar en contacto con partes sometidas a tensión en caso de avería o establecimiento de arcos. Por este motivo, en los aparatos y en las partes de la instalación hay que prever un cable de puesta a tierra que se conecte directa o indirectamente a la toma de puesta a tierra.

### **1.1.1 Clasificación de los sistemas de puesta a tierra**

Entre los distintos tipos de puesta a tierra se pueden mencionar:

- Puesta a tierra de protección: Es la que conecta conductivamente los elementos metálicos expuestos de una instalación, aquellos elementos conductores, normalmente sin tensión (carcasas, tuberías, crucetas, etc.) pero que pueden eventualmente adquirir un potencial respecto tierra al producirse una falla en la instalación.
- Puesta a tierra de operación o funcionamiento: Para el correcto funcionamiento de los sistemas eléctricos y de algunas de sus componentes es necesario en muchas ocasiones establecer una

conexión a tierra en determinados puntos. Ejemplos de este tipo de puesta a tierra son la conexión a tierra del neutro de los generadores y de los transformadores conectados en estrella, la conexión a tierra de los pararrayos, cables protectores, supresores de sobretensión en instalaciones de bajo voltaje, etc.

- Puesta a tierra de servicio: En los trabajos de reparación y mantenimiento de muchas instalaciones es necesario conectar a tierra temporalmente las partes normalmente energizadas a fin de evitar accidentes debido a la reconexión indebida de la misma o a las tensiones inducidas por sistemas energizados cercanos.

### **1.1.2 Componentes de un sistema de puesta a tierra**

Los componentes de un sistema de puesta a tierra son:

- El electrodo dispensor o de puesta a tierra: Es el conductor (varillas, perfiles, cables desnudos, cintas, etc.) o conjunto de conductores en contacto con la tierra que garantizan una unión íntima con ella.
- El conductor de protección: sirve para garantizar la continuidad del circuito de tierra(F., 1997).

### **1.1.3 Electrodo empotrado en hormigón**

Los electrodos empotrados en hormigón, basados en el método de puesta a tierra conocido como Ufer; se llaman así debido al ingeniero Herbert Ufer.

Durante la Segunda Guerra Mundial se construyeron varias instalaciones para almacenar armamentos, las cuales ocupaban su respectivo sistema de puesta a tierra. Ufer estuvo a cargo de la inspección de campo de las protecciones contra rayos para los Underwriters Laboratories, y tuvo a mano todos los detalles de la construcción de algunas de éstas.

En ciertas de estas bodegas de armamentos no se poseían tuberías metálicas enterradas y el uso de electrodos de varilla o de placa eran limitados por el tipo de suelo que le rodeaba.

En una publicación en octubre de 1964, Ufer presenta el problema de la instalación de un sistema de puesta a tierra en unas instalaciones en la Base de la Fuerza Aérea Estadounidense en Davis-Monthan, en Tucson Arizona, que consistían en seis bóvedas para almacenar bombas y cuatro almacenes pirotécnicos.

Dada la localización geográfica de las instalaciones, cuyo entorno está rodeado principalmente de tierra arenosa y el clima la mayoría del tiempo es caliente y seco; obtener valores de resistencia baja en el suelo era claramente un problema.

En Flagstaff, Arizona se construyeron otras bodegas para almacenar armamento, cuyo diseño y características de sus alrededores tenían las mismas características que las de Tucson. En éstas se realizaron las inspecciones del caso durante su construcción y las mediciones de resistencia del suelo en cada una por parte. Ufer midió el efecto de utilizar las cimentaciones de las bodegas de concreto armado y obtuvo valores no mayores a los 5 ohmios.

En la década de los sesenta, se realizaron pruebas en diversos lugares de los Estados Unidos y se obtuvieron resultados tan buenos que la National Fire Protection Association, en su National Electric Code de 1968 reconoció el electrodo de concreto armado.

Estos electrodos consisten en utilizar en las estructuras nuevas, el conjunto acero de refuerzo y el concreto como el electrodo, siempre y cuando durante el proceso constructivo la puesta a tierra se suelde al acero de refuerzo.

El concreto absorbe agua del ambiente (propiedad higroscópica) y tiene una estructura ligeramente alcalina. La combinación de estas características provee iones libres que permiten al hormigón tener una resistividad que varía en el ámbito de 30 a 90  $\Omega$ -m(1983), dependiendo del contenido de humedad.

## 1.2 Resistividad del suelo

### 1.2.1 Definición

Para calcular y diseñar el sistema de puesta a tierra lo primero que se debe conocer es la resistividad del suelo que rodea al sistema eléctrico. Este parámetro es el más importante en un sistema de tierras.

La resistividad del suelo es la resistencia que ofrece un determinado volumen de material al paso de una corriente eléctrica.

Las unidades de la resistividad son ohm-metro, derivado de  $\Omega \cdot m^2/m$ , según se muestra en la Figura 1. En esta figura la resistividad del terreno  $\rho$  en  $\Omega \cdot m$ , equivale a la resistencia que ofrece al paso de corriente un cubo de terreno de un metro de arista.

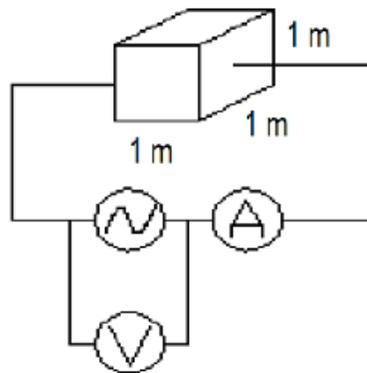


Figura 1: Cubo de interpretación de unidades de resistividad

La resistencia de un material se define como:

$$R = \rho * l/A \quad (1)$$

Para el caso de la Figura 1 esta expresión es de la forma:

$$R(\Omega) = \rho(1 \text{ m}/1 \text{ m}^2) \quad (2)$$

De donde:

$$\rho = R(\Omega \text{ m}^2/m) = R(\Omega \cdot m) \quad (3)$$

De ahí que la resistividad se exprese en ohmios-metro.

La resistencia de puesta a tierra y el reparto de potencial en el suelo cuando el sistema de puesta a tierra está recorrido por una corriente de falla tienen como factor proporcional determinante la resistencia específica o resistividad del terreno y del subsuelo en el que está enterrada. Por esto es que el diseño de un sistema de puesta a tierra requiere del análisis de la naturaleza del suelo donde se va a colocar.

Para configuraciones de redes en forma de malla que abarquen grandes extensiones de terreno se debe conocer la resistividad del suelo a diversas profundidades. En esto interviene el concepto de capas de terreno.

Se sabe que el suelo no es uniforme, por ejemplo, debajo de un terreno fértil puede existir una capa de arcilla y debajo de esta una base de piedras. Más aún, antes de llegar a la arcilla, el terreno puede tener mantos de diferentes composiciones que hacen que sus características químicas y por tanto también las eléctricas varíen. Si la presencia de capas con características de resistencia de valores distintos a los de la capa superficial a diversas profundidades puede tener poco efecto sobre la resistividad aparente del terreno, esas particularidades pueden hacer variar notablemente la resistencia de la red de tierra.

Como se mencionó anteriormente, la resistividad es muy variable de un lugar a otro, y algunos de los factores que la determinan son(F., 1997):

- La composición.
- Las sales solubles y su concentración.
- El contenido de agua y la humedad relativa.
- La temperatura.
- La granulometría.
- El nivel de compactación.
- La disposición que tenga el terreno de capas de rocas sedimentarias.

Para los efectos de interés de la puesta a tierra la resistividad se puede definir como baja, media o alta.

Tabla 1: Valores medios de la resistividad del suelo(Salazar)

<b>Tipo</b>	<b>Naturaleza del terreno</b>	<b>Resistividad media (<math>\Omega</math>-m)</b>
Bajo	Suelo orgánico, cultivable	50-200
Medio	Arcilloso, semiárido	200-750
Alto	Pedregoso, arenoso, árido	mayor a 1000

“El objetivo de un ingeniero de diseño en sistemas de potencia es un tanto diferente del de un geólogo.... El ingeniero eléctrico requiere conocer la estructura del suelo a profundidades superficiales y en cortas distancias, debido a que el comportamiento de las estructuras de puesta a tierra está mayormente influenciado por las características del suelo que rodean de forma inmediata el electrodo de puesta a tierra”(Dalawi, 1982).

Lo que se ocupa es un modelo que se aproxime lo suficiente al comportamiento que presentaría el terreno ante el eventual paso de una corriente de falla.

### **1.2.2 Medición de la resistividad del suelo**

La medición de la resistividad permite definir el medio en el cual el sistema de puesta a tierra se ubicará.

En función del valor de la resistividad medida se tendrá un diseño más o menos económico. Su optimización podrá, ante condiciones dadas, utilizar sitios aledaños con resistividades más favorables o bien el mejoramiento artificial.

El perfil de resistividad del suelo determina el valor de la resistencia de puesta a tierra y la profundidad y configuración del sistema de puesta a tierra.

Para medir la resistividad del suelo se utiliza un Telurómetro de tierras de cuatro terminales.



Figura 2: Ejemplo de un Telurómetro

Los Telurómetros de tierras deben inyectar una corriente de frecuencia que sea distinta a la frecuencia de la red utilizada en el país donde se hace el diseño para evitar medir voltajes y corrientes que no se deban al instrumento sino a ruidos eléctricos. Por ejemplo, si se está cerca de una línea en servicio y se realizan mediciones de resistividad y resistencia de tierra, con un instrumento de 60 Hz, dichos sistemas van a inducir corrientes por el suelo debido a los campos electromagnéticos de 60 Hz y darán una lectura errónea.

Si los electrodos de prueba se conectan mal o poseen falsos contactos, producen señales falsas de corriente y voltaje. Si hay corrientes distintas a las que envió el instrumento, éste leerá otras señales de voltaje y corriente que no son las adecuadas. También estos instrumentos podrían tener oscilaciones en sus lecturas y no es posible leerlas.

Los óhmetros pueden ser analógicos o digitales y contienen normalmente 4 carretes de cable calibre 14 AWG, 4 electrodos de material con la dureza suficiente para ser insertados en la tierra (longitud aproximada de 60 cm y un diámetro de 16 mm); y a la hora de realizar las mediciones se debe tener a mano una cinta no metálica de 40 o 50 metros.

Un Telurómetro tiene cuatro terminales 2 de corriente (C1, C2) y 2 de potencial (P1, P2) y están numerados en el aparato C1 P1 P2 C2.

Con este instrumento puede aplicarse el método de Wenner, que consiste en la colocación de los 4 electrodos en forma lineal, con una separación igual entre cada electrodo. Mediante varias mediciones, las cuales se van realizando separando cada vez los electrodos se va cubriendo el área de interés. La relación

entre la corriente y el potencial da como resultado la resistencia aparente del suelo, la cual se traduce en el valor de la resistividad luego de cálculos e interpretaciones. Como la medición obtenida por el instrumento es puntual, se deben hacer mediciones en un sentido, en otro a 90 grados del primero, y, en el sentido de las diagonales.

### 1.2.3 Métodos de medición de resistividad

Para un análisis real del terreno y de las puestas a tierra, es fundamental efectuar la medición de la resistividad del terreno.

Los métodos de medición se pueden clasificar en:

- Por el tipo de fuente:
  - Método volt-amperímetro.
  - Uso de instrumento específico.
- Por el número de electrodos utilizados:
  - Método de tres electrodos.
  - Método de cuatro electrodos.
    - Configuración de Schulumberger.
    - Configuración de Wenner.

#### 1.2.3.1 Método de los tres electrodos

Básicamente consiste en medir la resistencia de puesta a tierra de un electrodo de dimensiones conocidas, enterrado en un terreno cuya resistividad se desea conocer (figura 3). El cálculo de la resistividad aparente a una profundidad dada, puede ser realizado utilizando cualquiera de las tres ecuaciones siguientes, aunque se puede recomendar el uso de la ecuación (7) a partir se obtiene:

$$\rho a = \frac{2\pi RL}{\ln \frac{4L}{r} - 1} \quad (4)$$

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{2L}{a} \quad (5)$$

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \text{Arcsenh} \frac{L}{a} \quad (6)$$

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \left( \ln \frac{4L}{a} - L \right) \quad (7)$$

Donde:

$\rho a$ : Resistividad aparente para una profundidad  $L$  (m- $\Omega$ )

$L$ : Longitud del electrodo enterrado en contacto con el suelo (m)

$r$ : Radio del electrodo (m)

$R$ : Valor medido de la resistencia ( $\Omega$ )

Este método tiene muchas limitaciones, no obstante, actualmente es utilizado por algunas compañías.

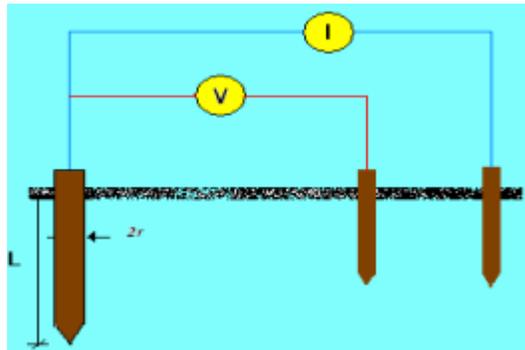


Figura 3: Método de tres electrodos para la medición de la resistividad

### 1.2.3.2 Método de los cuatro electrodos

El principio de este método está basado en la medición de la diferencia de potencial entre dos de los electrodos, luego de haber inyectado al terreno una corriente a través de los otros dos. La corriente inyectada puede ser corriente continua conmutada o corriente alterna de baja frecuencia (menores de 200 Hz) por razones de acoplamiento entre los conductores. La ecuación fundamental para la medición de resistividad mediante cuatro electrodos, teniendo en cuenta la Figura 4 es:

$$\rho = \frac{2\pi V}{I} * \frac{1}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) - \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4}\right)} \quad (8)$$

Donde:

$V$ : Diferencia de potencial entre dos electrodos

$I$ : Corriente inyectada

$r_1, r_2, r_3, r_4$ : Distancia entre los electrodos de acuerdo a la (figura 4)

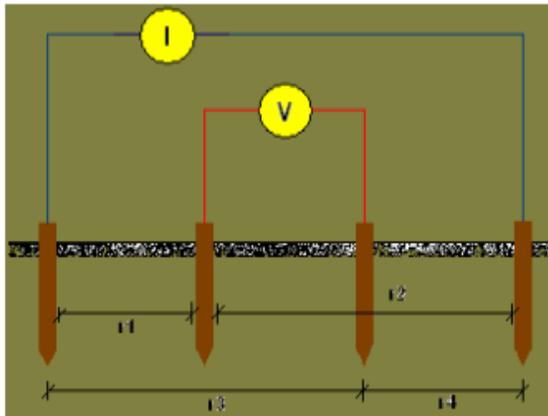


Figura 4: Medición de la resistividad por el método de los cuatro electrodos

Si el terreno considerado es homogéneo, el valor de la resistividad medida por este método corresponderá al valor único de resistividad presente en el terreno, pero si no es homogéneo, entonces el valor obtenido será ficticio, llamándose resistividad aparente y se designa por  $\rho_a$ .

Existen varias configuraciones clásicas de este método, dependiendo de la forma relativa en que se ubiquen los electrodos.

### 1.2.3.3 Configuración de Schlumberger

Para esta configuración los cuatro electrodos se colocan en línea recta, manteniendo la separación entre los electrodos centrales o de potencial ( $a$ ) constantes, mientras que los electrodos exteriores varían su separación a partir de los electrodos interiores, a distancias múltiplos de ( $na$ ) de la separación base de los electrodos centrales ( $a$ ) (figura 5).

La ecuación fundamental para este caso es:

$$\rho_{a_{sch}} = \pi R \cdot n(n + 1)a \quad (9)$$

Algunas de las ventajas de esta configuración son la rapidez con que se realizan las mediciones y la menor sensibilidad a las variaciones laterales del

terreno, debido principalmente a que solo se desplazan los electrodos de corriente, permaneciendo en su lugar los de potencial.

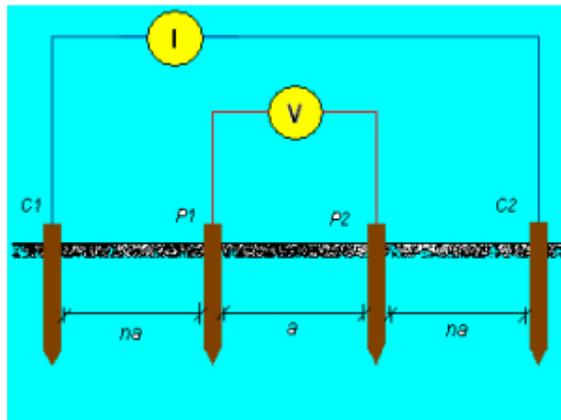


Figura 5: Configuración de Schlumberger

#### 1.2.3.4 Configuración de Wenner

Para esta configuración, los cuatro electrodos se colocan también en línea recta, con igual separación y profundidad de penetración en el terreno (figura 6). El método de medición está basado en la ecuación que se muestra desarrollada por el Dr. Frank Wenner, del cual se deriva el nombre del método, donde los electrodos 1 y 4 (externos) se utilizan para inyectar la corriente y los electrodos 2 y 3 (centrales) sirven para medir la diferencia de potencial que al dividirse por la corriente inyectada de un valor de resistencia  $R$ . luego:

$$\rho = \frac{4\pi a R}{1 + \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 4b^2}} - \frac{2a}{\sqrt{4a^2 + 4b^2}}} \quad (10)$$

O también

$$\rho = \frac{4\pi a R}{n} \quad (11)$$

Donde:

$\rho$ : Resistividad del terreno ( $\Omega$ -m)

$R$ : Resistencia medida ( $\Omega$ )

$a$ : Distancia entre los electrodos (m)

$b$ : Profundidad de penetración de los electrodos (m)

$n$ : Factor aproximado que tiene un valor entre 1 y 2 (depende de la relación  $b/a$ )

Si hacemos  $b > a$  la ecuación (11) puede aproximarse a:

$$\rho = 4\pi aR \quad (12)$$

Y si hacemos  $b < a$

$$\rho = 2\pi aR \quad (13)$$

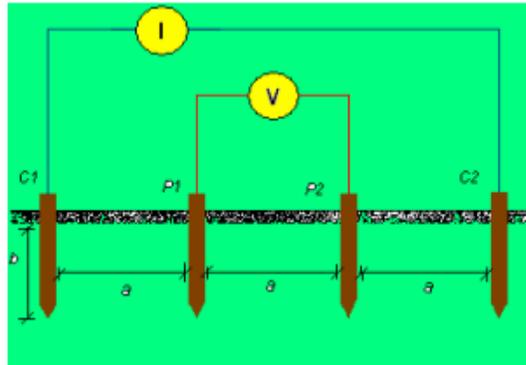


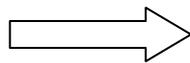
Figura 6: Configuración de Wenner

En la configuración de Wenner, los electrodos de corriente ( $C$ ) y los de potencial ( $P$ ) pueden tener 3 arreglos alternativos, sin alterar el resultado de la resistividad que se va a medir, siempre y cuando se aplique la expresión adecuada. Estos arreglos son mostrados a continuación.

Arreglos alternativos de la configuración de Wenner:

$C-P-P-C$

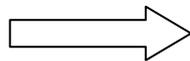
$P-C-C-P$



$$\rho = 2\pi aR1 \quad (14)$$

$C-C-P-P$

$P-P-C-C$



$$\rho = 6\pi aR2 \quad (15)$$

Siendo el más frecuente utilizado para las mediciones el arreglo

$C-P-P-C$ .

La configuración de Wenner permite una visualización más rápida de la curva, ya que la resistividad puede ser obtenida en forma más directa a partir de los valores de resistencia  $R$  leídos en el instrumento. Por otro lado, se pueden utilizar instrumentos menos sensitivos que en la configuración Schlumberger, ya que a medida que se alejan los electrodos de corriente también lo hacen los de potencial(G. V. Keller, 1966a).

#### **1.2.4 Interpretación de las mediciones**

Los métodos de interpretación de las medidas de resistividad aparente de un terreno se basan en las técnicas desarrolladas en geofísica(F. S. Grant, 1965.). El proyectista de puestas a tierra utiliza estas técnicas de interpretación con el fin de concluir los parámetros del terreno que requiere para el proyecto de una puesta a tierra.

En los inicios de la prospección geoeléctrica existía una gama variada de métodos empíricos de interpretación de las mediciones de resistividad aparente, para deducir las características de los terrenos(Orellana, 1972). Estos métodos dieron paso a los métodos científicos de interpretación, por lo general extremadamente complejos, con algoritmos que necesitan de medios de cómputo para su solución.

##### **1.2.4.1 Métodos empíricos de interpretación**

No obstante ser superados en gran medida por los métodos científicos, los métodos empíricos de interpretación para fines prácticos conservan validez y dan aunque de forma aproximada una idea de las características del terreno, que permiten un diseño adecuado.

##### **1.2.4.2 Método de la resistividad media**

Este criterio de interpretación, que se basa en la configuración de Wenner, asume que la mayor parte de la corriente inyectada al terreno penetra hasta una profundidad igual a la separación  $A$  entre electrodos. Por tanto, la resistividad aparente medida corresponde a una "resistividad media" hasta una profundidad igual a esa separación. El criterio anterior concluye que cuando se alcanza en

profundidad un nuevo estrato del terreno, se produce un cambio en la curvatura del gráfico de resistividad aparente (Tagg, 1964).

#### **1.2.4.3 Interpretación mediante curvas patrón**

El método de interpretación mediante curvas patrón, consiste en comparar los gráficos de campo de resistividad aparente, con curvas patrón o estándar especialmente elaboradas para este fin. Estas curvas patrón se construyen para distintas combinaciones de los parámetros de la estructura de un terreno, de manera que sean representativas de una gama grande de posibilidades. La mayor parte de las curvas de patrón disponibles, asumen que los diferentes estratos del terreno son paralelos a la superficie. Si se obtiene un calce aceptable entre la curva de campo y la curva patrón, se supone que la estructura del terreno es muy cercana a la teórica, con aproximadamente iguales resistividades y espesores de los estratos (G. V. Keller, 1966b).

#### **1.2.4.4 Interpretación de estructuras de dos capas**

El procedimiento de interpretación de las medidas de resistividad de un terreno, mediante curvas patrón de 2 capas, es el siguiente:

- a) Trazar las curvas de resistividad aparente con los datos obtenidos en terreno, en función de la separación  $A$  entre electrodos, para la configuración de Wenner, o en función de  $L = (n+0,5)\alpha$ , para la configuración de Schlumberger. La curva de campo debe dibujarse en un papel log-log transparente de igual dimensión de década que la curva patrón a utilizar. El trazado de la curva de campo puede hacerse uniendo los puntos medidos mediante trazos rectos, o haciendo pasar por ellos una curva que sea una buena aproximación a éstos, alisando los saltos que están siempre presentes.
- b) Superponer el gráfico que contiene la curva de campo, sobre el gráfico o curva patrón. Para ello, conviene utilizar una ventana o una mesa luminosa.
- c) Deslizar el gráfico de campo sobre el gráfico patrón hasta obtener un calce lo más perfecto posible entre la curva de campo y una de las curvas patrón. Durante este proceso, deben mantenerse paralelos los ejes de ambos gráficos.

- d) Marcar en el gráfico de campo, una cruz correspondiente al origen (1,1) del gráfico patrón.
- e) Leer en el eje vertical del gráfico de campo, la ordenada de la cruz marcada. Este valor corresponde a la resistividad de la capa superior  $\rho_1$ .
- f) Leer en el eje horizontal del gráfico de campo, la abscisa de la cruz marcada. Este valor indica el espesor  $E_1$  de la capa superior.
- g) Leer el valor de  $K$  o directamente  $\rho_2 / \rho_1$  de la curva patrón que calza con la de campo (E. Orellana, 1966). Si el parámetro de las curvas patrón es  $K$ , entonces el valor de  $\rho_2$  se obtiene de:

$$\rho_2 = \frac{1+K}{1-K} \rho_1 \quad (16)$$

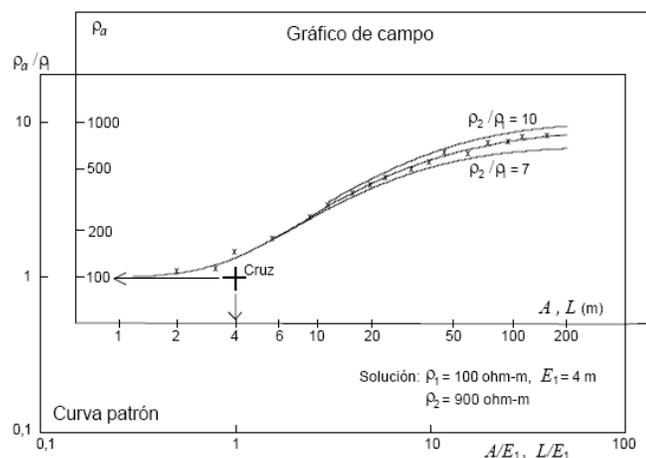


Figura 7: Ejemplo de interpretación de un terreno de dos estratos, mediante curvas patrón

#### 1.2.4.5 Métodos cuantitativos de interpretación

Hasta la llegada masiva de los computadores, particularmente los de tipo personal, a bajo costo, la casi única alternativa de interpretación de las mediciones de resistividad aparente era la comparación de los gráficos de campo con curvas patrón. Sin embargo, en el área de la prospección para usos geofísicos, se habían venido desarrollando, ya desde los años 30, numerosas técnicas numéricas para una interpretación cuantitativa de las mediciones y obtener los parámetros de la estructura investigada (G. Kunetz, 1970.).

Entre estas técnicas de interpretación, una de las más sencillas es aplicar el método de los mínimos cuadrados al conjunto de mediciones de campo de resistividad aparente. Partiendo de una estimación inicial de los parámetros del terreno, el procedimiento consiste en ir modificando adecuadamente éstos, hasta que los valores de resistividad aparente calculados se ajusten lo mejor posible a los valores medidos.

La convergencia del método es buena y el número de iteraciones requerido para obtener una solución aceptable depende de la estimación inicial de los parámetros del terreno, aunque esto no significa mayor problema considerando lo relativamente simple y rápido del proceso de cálculo.

Otro aspecto importante a tener presente y que influye en la veracidad de la interpretación y en la convergencia a una solución, es la bondad de las mediciones. Para que el conjunto de mediciones pueda considerarse aceptable, debe disponerse de un número suficiente de puntos de medición. Estos puntos deben representar en buena forma las características básicas del gráfico de resistividad aparente (asíntotas al comienzo y final). Finalmente, las mediciones deben tener una calidad o exactitud aceptable, sin desviaciones importantes con respecto a una tendencia definida (Johansen, 1977).

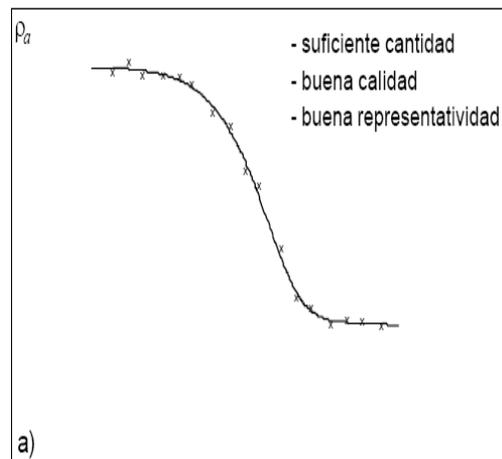


Figura 8: Cantidad, calidad y representatividad de las mediciones de resistividad aparente

### 1.3 Medición de resistencia de puesta a tierra

La medición de la resistencia de puesta a tierra se basa en la relación que existe entre el potencial del electrodo bajo medición y la corriente que circula entre éste y la tierra que lo rodea.

Para que esta relación sea constante para cada valor de corriente es necesario que la medición del potencial se realice utilizando un punto de referencia que tenga una densidad de corriente constante. En la Figura 9 se muestra en forma esquemática la conducción de corriente en la tierra, como se aprecia a medida que la distancia de los electrodos aumenta, la densidad de corriente tiende a ser más uniforme, llegando a ser prácticamente uniforme a partir de una distancia dada.

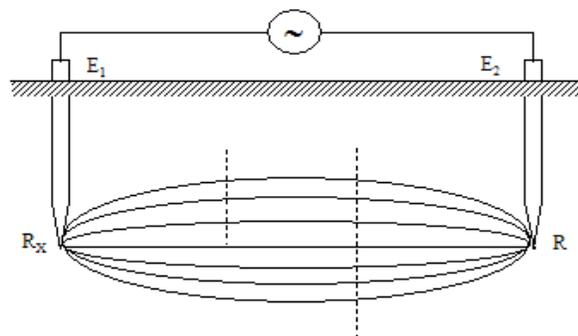


Figura 9: Representación esquemática de la circulación de corriente entre dos electrodos de tierra

Para el caso mostrado en la Figura 10, si se mide el potencial del electrodo  $E_1$  situado en el punto A, tomando como referencia un electrodo auxiliar  $E_3$ , se puede ver que si  $E_2$  se coloca junto a  $E_1$  su potencial será cero, pero al alejarse  $E_2$  de  $E_1$  el potencial irá aumentando hasta alcanzar un valor que se mantendrá prácticamente constante. El valor de potencial constante se presenta normalmente a partir de una distancia de aproximadamente 20 m, distancia esta entre los electrodos para la cual la densidad de corriente es constante.

Para el caso mostrado en la Figura 10 se presenta una región BC en la cual el potencial será constante, y por lo tanto, las mediciones que se efectúen situando el electrodo auxiliar en la misma serán independientes de la posición del mismo.

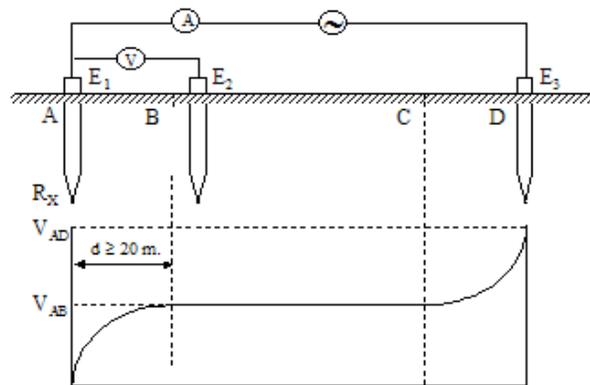


Figura 10: Distribución de tensión entre dos electrodos por los que circula una corriente y donde  $R_x = V/I$

Un método de medición más sencillo, aunque impreciso, es el conocido como método de los dos electrodos que se muestra en la Figura 11.

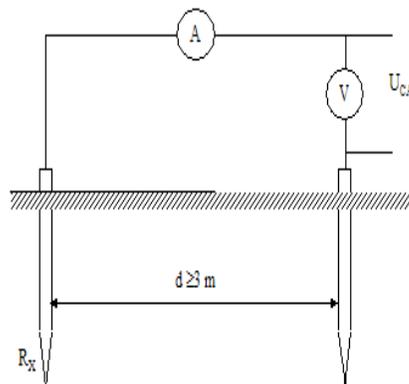


Figura 11: Método de los dos electrodos.  $R_x = V/2I$

Otro método más exacto para medir la resistencia a tierra es el conocido como método de los tres electrodos que se muestra en la Figura 12. El método más usado es el del Telurómetro que se muestra en la Figura 13. El potenciómetro  $R_s$  se utiliza para conseguir que el circuito de potencial mantenga el valor de resistencia para el que fue ajustado (Mesa, 2009).

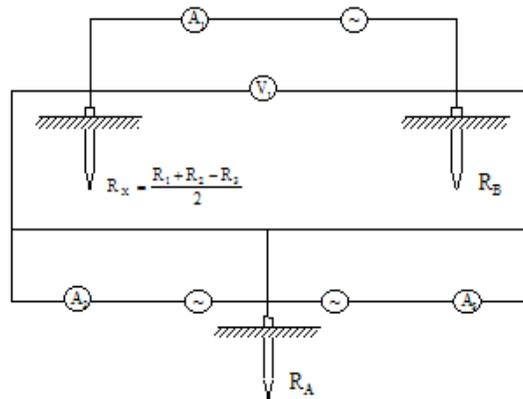


Figura 12: Medición de resistencia de puesta a tierra por el método de los tres electrodos ( $d \geq 20m$ )

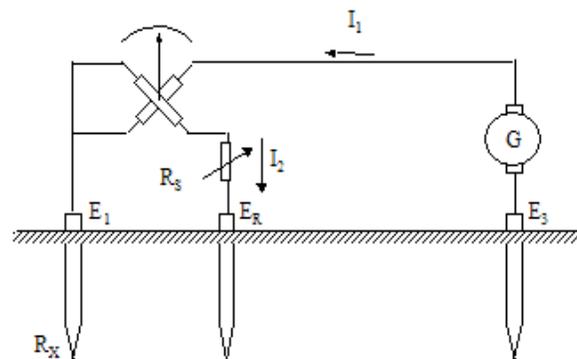


Figura 13: Medición de resistencia de puesta a tierra usando un Telurómetro

### 1.3.1 Medición práctica de puesta a tierra

La resistencia de un electrodo de tierra normalmente es determinada con corriente alterna o corriente directa periódicamente alternada para evitar la posible polarización de los electrodos causados por la corriente directa.

En cuanto a la frecuencia utilizada por muchos de los equipos de medición, se tiene que está en el rango de 50 a 150 Hz (muchas veces entre 93 y 128 Hz), para sistemas pequeños y medianos. El conocimiento de la frecuencia de medición permite al equipo descartar o neutralizar las tensiones perturbadoras que se acerquen.

### 1.3.1.1 Método de los dos puntos o dos polos

En este método se mide el total de la resistencia del electrodo en estudio más la resistencia de un electrodo auxiliar. La resistencia del electrodo auxiliar se considera muy pequeña comparada con la del electrodo en estudio y por tanto el resultado de la medición es tomado como la resistencia del electrodo en estudio.

Normalmente este método se utiliza para determinar la resistencia de un electrodo simple en un área residencial donde se tiene además un sistema de suministro de agua que utiliza tuberías metálicas sin conexiones o aislantes plásticos (electrodo auxiliar). La resistencia del sistema de suministro de agua en el área se asume muy pequeña (alrededor de  $1 \Omega$ ) en comparación con la resistencia máxima permitida para un electrodo simple (alrededor de  $25 \Omega$ ).

En la Figura 14 se ilustra esta técnica. Obsérvese que los terminales C1 y P1 y los terminales C2 y P2 son unidos mediante un puente para realizar esta medición. En equipos modernos el puente es realizado internamente por ellos al seleccionar el tipo de medición o método que se desea realizar.

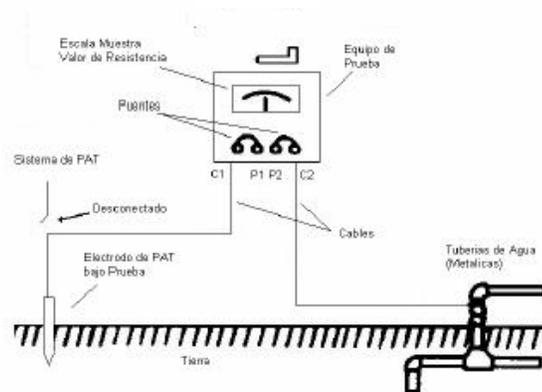
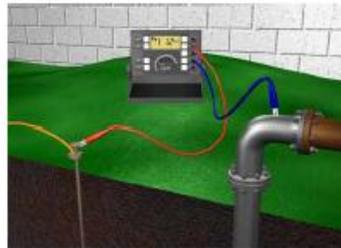


Figura 14: Método de los dos puntos o dos polos

**1.3.1.2 Método de los tres puntos**

En la Figura 15 se tiene la ilustración del método de los tres puntos o método de triangulación. En este método se utilizan dos electrodos auxiliares con resistencias  $R_y$  y  $R_z$  respectivamente. Estos dos electrodos se colocan de tal forma que conformen un triángulo con el electrodo en estudio. Se miden las resistencias entre cada electrodo y los otros dos y se determina la resistencia del electrodo en estudio,  $R_x$ , mediante la siguiente fórmula:

$$R_x = (R_1 + R_2 - R_3) / 2 \tag{17}$$

Donde  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  quedan determinadas por las fórmulas indicadas en la Figura 15.

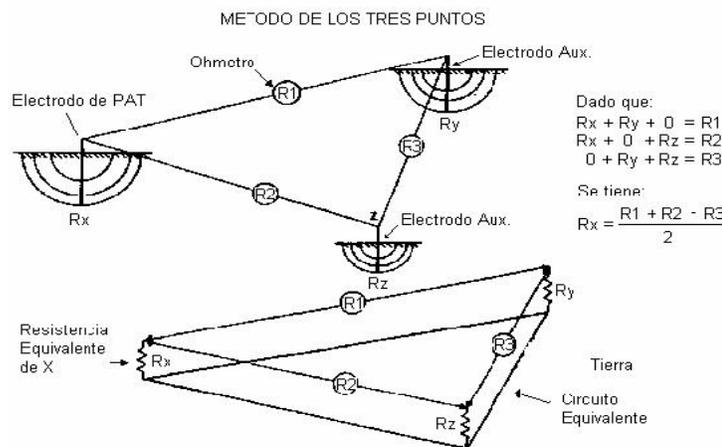
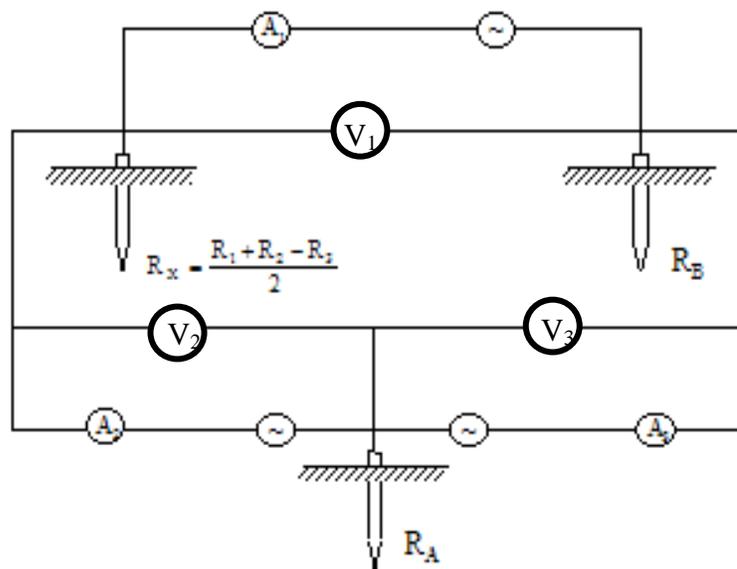


Figura 15: Método de los tres puntos

### 1.3.1.3 Método de la caída de potencial

En la Figura 16 se observa la forma en que se instala el Telurómetro para realizar las mediciones por este método. Como se ve, los terminales C1 y P1 están conectados mediante un puente. En cuanto a la distancia óptima para el electrodo de potencial para hallar el punto en que se estabiliza la curva de resistencia en función de la distancia del electrodo de potencial respecto al de tierra, se tiene que generalmente este punto de equilibrio se encuentra al 62% de la distancia entre el electrodo de puesta a tierra bajo prueba y el electrodo de corriente; por lo que el método de caída de potencial también se conoce como método del 62%.

El método consiste en inyectar corriente a través de un electrodo de prueba denominado de corriente y medir la elevación de potencial mediante otro electrodo auxiliar denominado de potencial. Conocido el valor de tensión y el valor de corriente se podrá obtener mediante ley de Ohm el valor de resistencia. Los tres electrodos se mantienen en una línea recta y se va corriendo el electrodo de potencial hacia el electrodo de corriente para hacer sucesivas mediciones de resistencia (G.F.Tagg, 1964).

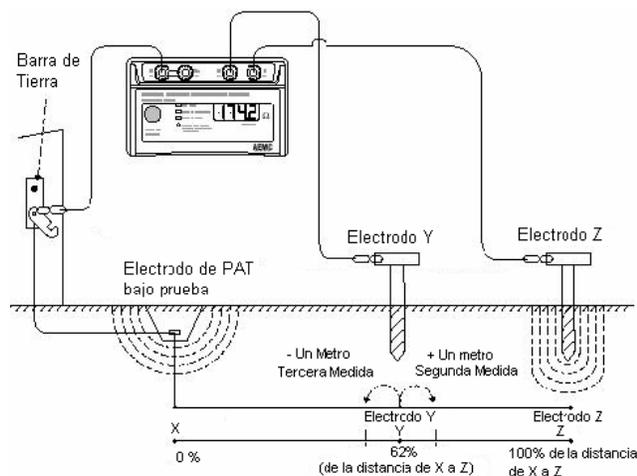


Figura 16: Método de caída de potencial.

En la Figura 17 se presenta otro esquema del método. En ella se presentan los puntos X, Y, Z (también C1, P2, C2 o E, S, H); dependiendo del fabricante del equipo.

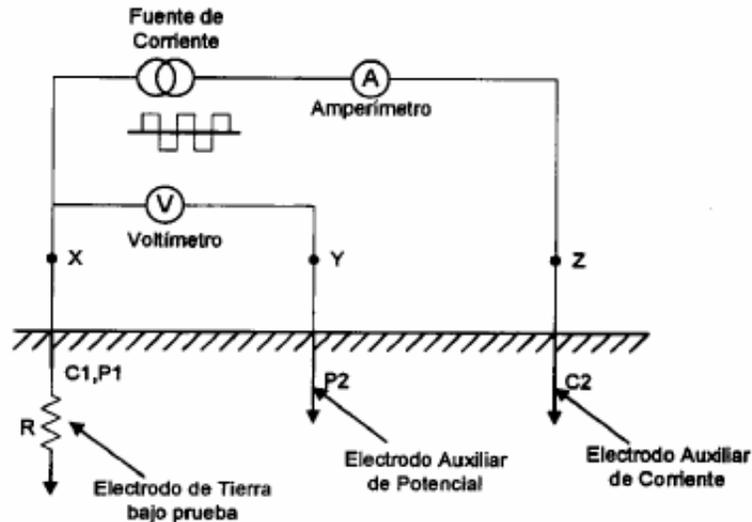


Figura 17: Método de caída de potencial

#### 1.3.1.4 Método de la pendiente

Este método es más utilizado para sistemas de puesta a tierra grandes o cuando la posición del centro de la puesta a tierra no es conocido y es inaccesible (por ejemplo; el sistema está por debajo del suelo de un edificio). También puede ser utilizado cuando el área para colocar los electrodos de prueba está restringida o es inaccesible. También se utiliza cuando otros métodos dan resultados poco razonables. La forma de conexión del equipo de medición es como en el método de caída de potencial, con la diferencia de que se hace un barrido más completo con el electrodo de potencial, entre el electrodo de puesta a tierra bajo estudio y el electrodo de corriente.

Se realiza una medición de resistencia en cada posición del electrodo de potencial y los resultados se grafican (resistencia en función de la distancia del electrodo de potencial). En la Figura 18 la gráfica ilustra un ejemplo.

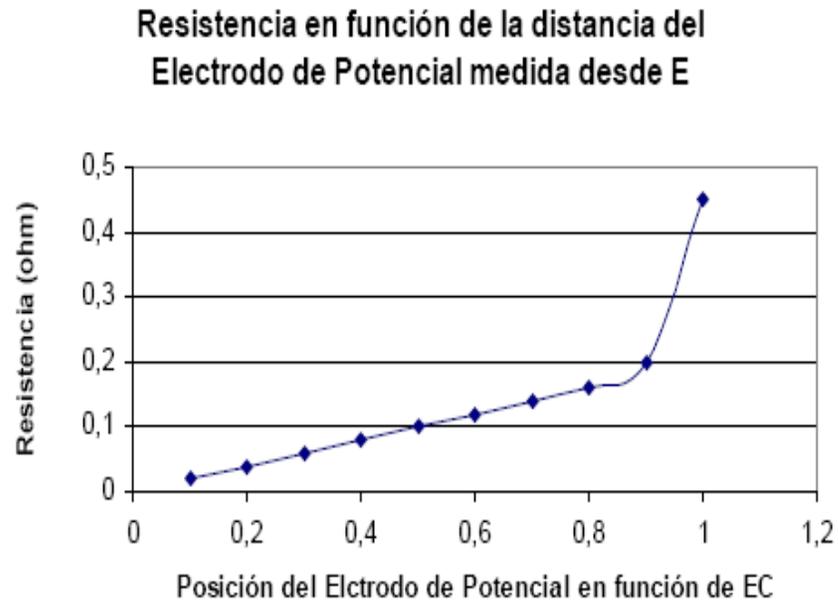


Figura 18: Gráfica de resistencia en función de la distancia del electrodo de potencial

En la gráfica de la Figura 18 EC es la distancia total, en línea recta, entre el electrodo de puesta a tierra bajo estudio y el electrodo de corriente. Se realizan al menos unas seis medidas. Al observar la gráfica resultante se puede descartar o ignorar cualquier punto considerado absurdo. De la gráfica se puede tomar el valor de resistencia para 0,2EC; 0,4EC y 0,6EC por ejemplo. Estos valores se llamarán  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  respectivamente y con ello se calcula el coeficiente de la pendiente  $\mu$ , como sigue:

$$\mu = (R_3 - R_2) / (R_2 - R_1) \quad (18)$$

Que es una medida del cambio de la pendiente de la curva de resistencia del electrodo de puesta a tierra bajo estudio (F. Dawalibi, 1979).

### 1.3.2 Medición de resistencias de puesta a tierra sin el uso de electrodos de potencial y corriente (uso de dos pinzas)

Con este método se pueden medir puestas a tierra individuales en sistemas de puesta a tierra múltiple mediante el uso de dos pinzas (transformadores de corriente), eliminando la peligrosa y larga tarea de desconexión de puestas a tierra

paralelas, así como la tarea de buscar sitios ideales o aptos para la colocación de los electrodos de prueba (potencial y corriente). Este método trabaja bajo el principio de que en un sistema de puesta a tierra paralelo múltiple la resistencia total del mismo es muy pequeña respecto a la de uno de los electrodos cualquiera que lo conforman (el electrodo bajo prueba). Al ser la resistencia total del paralelo ( $R_1...R_n$ ) muy pequeña, cualquier resistencia medida por el equipo se asume asociada con el camino o electrodo a tierra en el cual la pinza está colocada ( $R_x$ ) (ver figura 19 (a) y (b)).

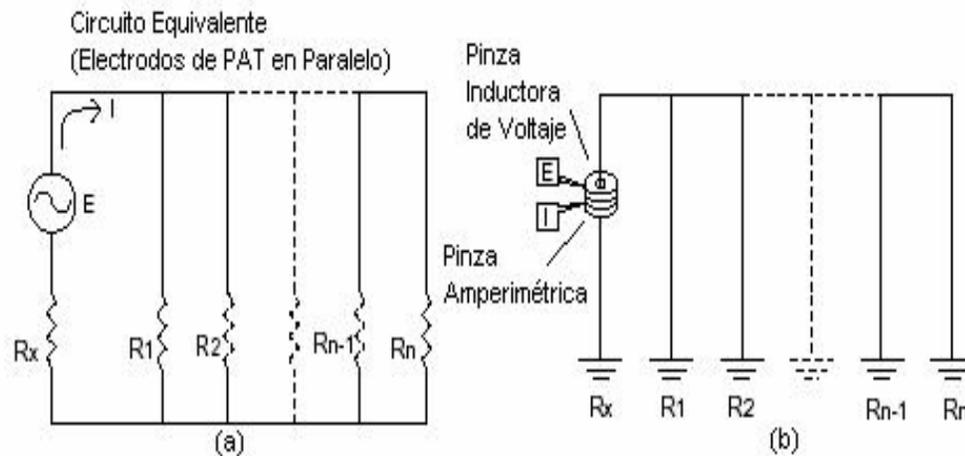


Figura 19: Método de medición de resistencia de puesta a tierra sin el uso de electrodos de prueba. (a) Circuito equivalente; (b) Pinzas de voltaje y corriente

En este método, la primera pinza induce un voltaje en el circuito mientras la segunda pinza mide la corriente que circula, permitiendo al equipo de medición calcular la resistencia de ese camino a tierra. Este método del uso de la pinza sólo mide la resistencia de un electrodo simple en paralelo con un sistema de puesta a tierra. Si el sistema de puesta a tierra no está en paralelo, entonces se puede tener un circuito abierto.

También existen pinzas que pueden realizar todo el trabajo, es decir, con una sola pinza se puede lograr la generación del voltaje que induce una corriente y ésta es leída por la misma pinza. El valor de la resistencia se obtiene siguiendo el mismo principio anterior.

### 1.3.3 Aplicaciones del método sin electrodos (uso de una pinza)

#### 1.3.3.1 Transformador montado en poste

La pinza debe estar conectada de tal forma que esté en la trayectoria de la corriente del neutro del sistema o del cable de tierra hasta el electrodo de tierra, tal y como sea posible.

Se coloca la pinza en el conductor que va a tierra y se mide la corriente. Se debe tener cuidado con los rangos de medición de la pinza y no se debe continuar con la medición en el caso de que se exceda la corriente máxima permitida por la misma.

Después de verificar la corriente, se selecciona el rango de resistencia en ohm y se mide la resistencia directamente.

En la Figura 20 se tienen dos electrodos. En este tipo de circuito, el instrumento debe ser colocado aguas arriba de la conexión, de modo tal que ambas puestas a tierra son incluidas en la medición. Una elevada medición de resistencia puede deberse a:

- Un mal electrodo de puesta a tierra o falta de colocación de alguno más en paralelo.
- El cable de conexión con el electrodo de tierra está abierto.
- Alta resistencia en las conexiones con el electrodo o el conductor está roto.

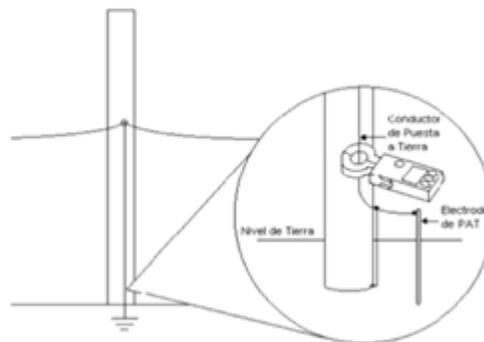


Figura 20: Medición en Poste de Electricidad

### 1.3.3.2 Servicio de entrada o medición

Básicamente, se sigue el mismo procedimiento que en el caso anterior. Se debe tomar en cuenta la posibilidad de la existencia de puesta a tierra con múltiples electrodos (figura 21) o que la puesta a tierra sea a través del sistema de servicio de agua (figura 22). Se puede tener incluso ambos tipos como sistema de puesta a tierra. En estos casos es necesario hacer la medición de la resistencia entre el neutro del sistema y los dos puntos de conexión de las puestas a tierra.

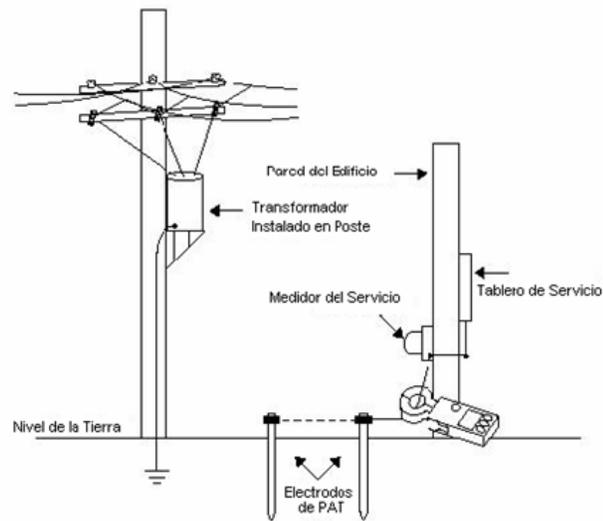


Figura 21: Medición en Servicio de Entrada (electrodos)

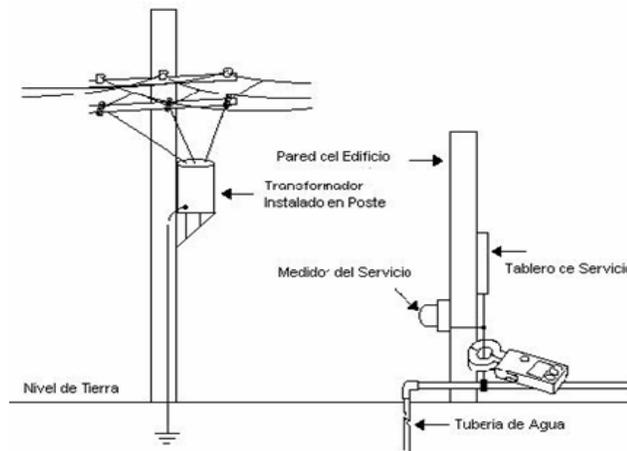


Figura 22: Medición en Servicio de Entrada (Sistema de Tuberías)

### 1.3.3.3 Transformador montado sobre superficie plana

Se deben localizar y contar todos los electrodos de puesta a tierra (normalmente se tiene un solo electrodo simple). Si el electrodo está dentro del gabinete se sigue el montaje de la Figura 23. Si está fuera del gabinete, se sigue el montaje de la Figura 24 para realizar la medición de resistencia del mismo.

Si un electrodo simple se encuentra dentro del gabinete, la medida debe ser tomada en el conductor justo aguas arriba de la conexión con el electrodo. A menudo puede encontrarse más de un conductor de conexión con el electrodo, haciendo un lazo con el gabinete o el neutro. Se debe encontrar un conductor que tenga un solo retorno con el neutro.

En muchos casos, la mejor medición se logra colocando la pinza en el propio electrodo de puesta a tierra, aguas debajo de la conexión de todos los cables que se conectan al mismo; de modo tal que sólo se mida la resistencia del mismo.

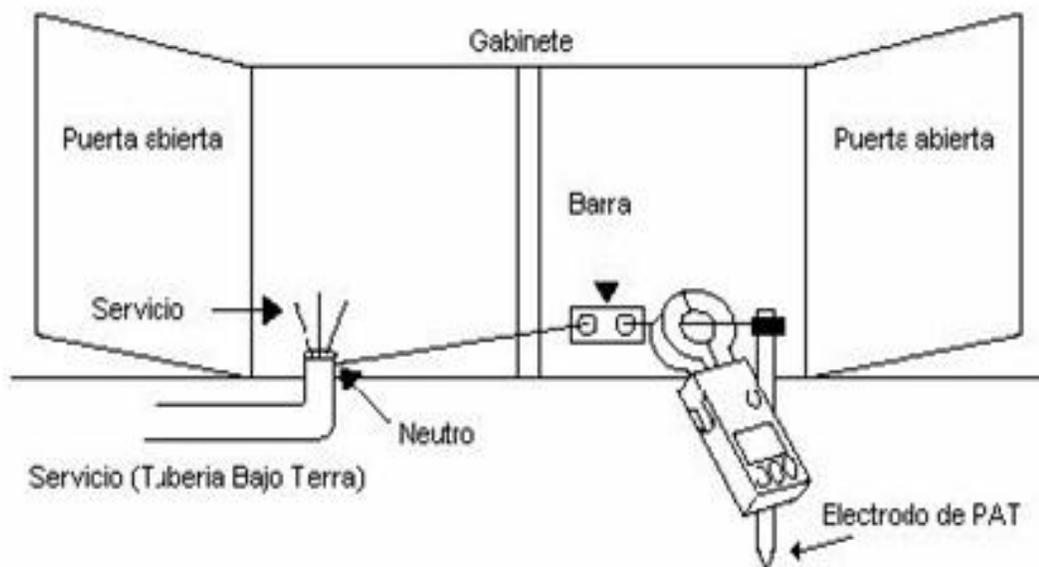


Figura 23: Medición dentro de un Tablero.

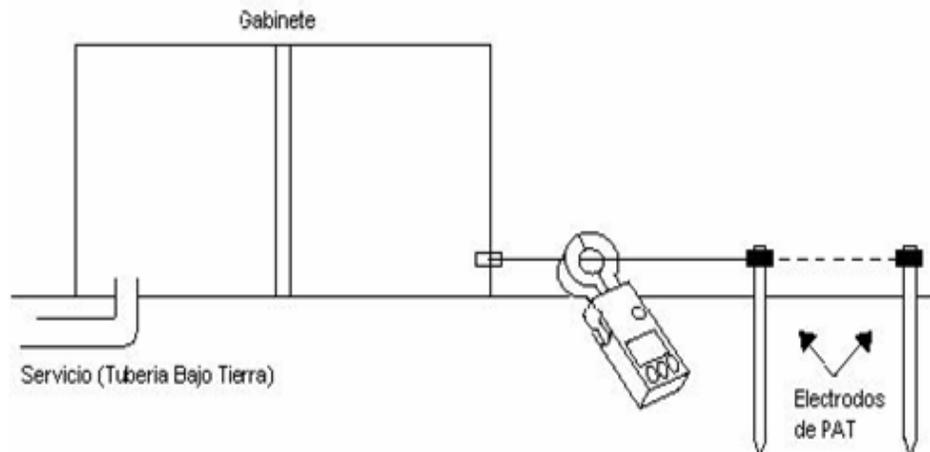


Figura 24: Medición por parte exterior de un Tablero.

Se localiza el conductor de tierra en la base de la torre. En la Figura 25 se muestra una torre de una sola pata montada sobre una base de concreto y un conductor externo de tierra. El punto en el que se coloca la pinza debe ser aguas arriba de todas las conexiones de los electrodos del tipo que sea (en caso de que existan varios electrodos o puestas a tierra).

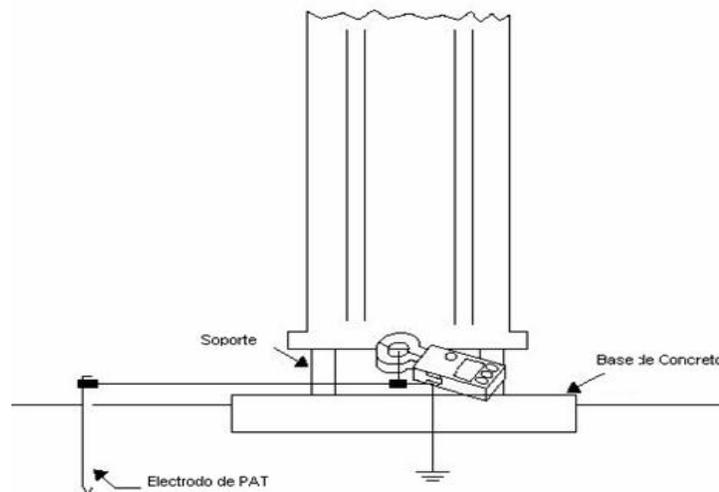


Figura 25: Medición en Torre de Transmisión

Si se trabaja en estructuras de madera o metálicas que tienen el cable de tierra conectado muy cercano a la estructura y no hay espacio para colocar la pinza anterior, se puede usar el TC de gran tamaño disponible por algunos fabricantes, que permite aplicar el método selectivo en postes o torres (figura 26).



Figura 26: Transformador de Corriente de Gran Tamaño

## CAPÍTULO 2. DETERMINACIÓN DE LA RESISTENCIA DEL ELECTRODO EMBEBIDO EN HORMIGÓN

### 2.1 Resistividad del hormigón

Existen varias teorías que tratan de explicar cómo la corriente atraviesa el hormigón. Algunas indican que los materiales compuestos son básicamente independientes de la naturaleza física del compuesto; describen la resistividad como una función de la resistividad de cada constituyente.

Otras teorías establecen relaciones empíricas entre la resistividad del material como un todo y la resistividad de la fase conductiva. Para ajustar los datos experimentales a ecuaciones simples se usa la ley de Archie.

La ley de Archie es una relación empírica que describe cómo la resistividad eléctrica  $f$ , la porosidad  $F$  y la resistividad del fluido  $\varphi_w$  dependen entre sí.

$$\varphi = \alpha' F^{-m'} S^{-n'} \varphi_w \quad (19)$$

Donde:

$s$ : Porción de los espacios porosos llenados con agua u otro tipo de fluido

$n \gg 2$

$\alpha$ : es una constante,  $0,6 < \alpha < 2,5$

$m$ : es una constante con  $1,3 < m < 2,5$

Por tanto la resistividad eléctrica del hormigón está íntimamente relacionada con la microestructura de la matriz cementicia y con la estructura y distribución de los

poros. Es simultáneamente función de la concentración de iones y de su movilidad dentro de la matriz porosa.

La distribución química, el contenido de cemento, la relación agua/cemento, el uso de adiciones minerales y de aditivos químicos influyen la microestructura y características de la matriz cementicia por lo que influyen su resistividad eléctrica.

La cantidad de agregado o de adiciones que se agreguen al hormigón afectan directamente su resistividad, sin embargo uno de los parámetros más importantes es la relación que existe entre agua y cemento.

La resistividad del hormigón seco está en un ámbito de 1200 a 28000 ohm-metro, mientras que la del hormigón mojado ronda entre 21 a 100 ohm-metro (Gómez). Como se mencionó anteriormente, esta relación de la cantidad de agua en el hormigón es la que hace viable la utilización de los métodos propuestos en la literatura para la puesta a tierra.

## **2.2 Formulación matemática de la resistencia del electrodo embebido en hormigón**

Para la formulación matemática del electrodo de concreto reforzado, se parte del hecho que se requiere que la puesta a tierra debe ser pequeña comparada con la impedancia del circuito que se quiera proteger, a la frecuencia de operación de éste.

El desarrollo matemático para este capítulo toma en cuenta el efecto de las altas frecuencias que pueden ocurrir a la hora de una falla o en el momento del impacto de un rayo en la línea de transmisión. Como punto de partida se introducirán los conceptos básicos para comprender las bases de la formulación.

### **2.2.1 Fórmulas básicas para la determinación de la resistencia de puesta a tierra de un electrodo embebido en hormigón**

La más básica conceptualización de un electrodo de puesta a tierra es el de la varilla de longitud  $L$  y radio  $r$  (ecuación (20)). Esta unidad básica fácilmente se

adecúa a varios requisitos, ya sea para resistencias menores o bien superar condiciones hostiles de tierra.

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \left( \ln \frac{4L}{r} - 1 \right) \quad (20)$$

Esta ecuación parte del supuesto que una varilla que se extiende a lo largo del eje  $x$  entre  $x= L / 2$  y  $x= -L / 2$  en la cual una corriente  $I_0$  entra en su punto medio. La corriente en el conductor en un punto  $u$  en la varilla es  $I(u)$ .

Para hallar el voltaje en un punto arbitrario alrededor de esta varilla se necesita de la ley de Ohm y hallar la distancia entre el punto  $u$  y éste, pues la resistencia es dependiente del área de la sección. Para hallar esta distancia se utiliza el teorema de Pitágoras como se muestra en la Figura 27.

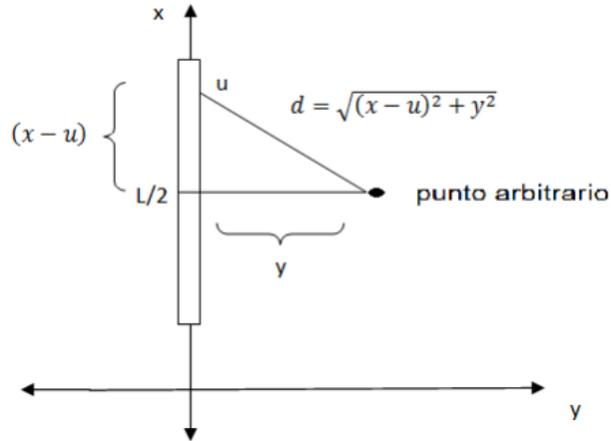


Figura 27: Determinación de la distancia entre un punto arbitrario alrededor de la varilla y el punto  $u$

Haciendo la distancia “ $y$ ” cada vez más pequeña, el potencial en un punto  $x, y$  en los alrededores de la varilla es:

$$dV(x, y) = \frac{dI(u)}{du} \frac{\rho}{4\pi} [(x - u)^2 + y^2]^{-\frac{1}{2}} du \quad (21)$$

El voltaje debido a las corrientes de fuga a lo largo del conductor entero se muestra en la ecuación (22).

$$V(x, y) = \frac{\rho}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{dI(u)}{du} [(x - u)^2 + y^2]^{-\frac{1}{2}} du \quad (22)$$

Si las corrientes de fuga se consideran constantes entonces;

$$\frac{dI(u)}{du} = \frac{2I(0)}{L} \quad (23)$$

Por lo que resolver la ecuación (22) da;

$$V(x, y) = \frac{2I(0)\rho}{4\pi L} \log a(x, y) \quad (24)$$

Donde:

$$a(x, y) = \frac{\sqrt{\left(x+\frac{L}{2}\right)^2 + y^2} + \left(x+\frac{L}{2}\right)}{\sqrt{\left(x-\frac{L}{2}\right)^2 + y^2} + \left(x-\frac{L}{2}\right)} \quad (25)$$

Cuando la longitud de la varilla es mucho más grande que el diámetro, el voltaje en el punto medio y en los extremos son:

$$V(0, r) = \frac{2I(0)\rho}{2\pi L} \log \frac{L}{r} \quad (26)$$

$$V\left(\frac{L}{2}, r\right) = \frac{2I(0)\rho}{4\pi L} \log \frac{2L}{r} \quad (27)$$

Cuando el voltaje promedio obtenido al integrar la ecuación (24) desde  $x=0$  hasta  $x=L/2$  es dividido por  $(2I(0))$ , se obtiene la expresión para una varilla en un medio infinito extendido en todas las direcciones.

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \left( \log \left[ \frac{L}{r} \left( 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r}{L}\right)^2} \right) \right] + \frac{r}{L} - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{L}\right)^2} \right) \quad (28)$$

Asumiendo al suelo perpendicular al eje del punto medio, el suelo, la varilla y la corriente  $I(0)$  de uno de los lados del suelo pueden quitarse sin perturbar la corriente o el voltaje en el otro lado.

Por tanto se obtiene ahora un potencial en un conductor de distancia  $L/2$ , por lo que el voltaje sigue siendo el mismo pero con una corriente del doble, por lo que el valor de la puesta a tierra de un electrodo de varilla es de la forma:

$$R = \frac{\rho}{2\pi L} \left( \log \left[ \frac{2L}{r} \left( 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{r}{2L}\right)^2} \right) \right] + \frac{r}{2L} - \sqrt{1 + \left(\frac{r}{2L}\right)^2} \right) \quad (29)$$

Finalmente, cuando  $L \gg r$  se puede simplificar en la ecuación (20).

Recordando la ecuación (20), para un arreglo de un electrodo de concreto reforzado se debe tomar en cuenta el efecto de las capas conductivas que lo rodean, por lo que la resistencia se calcula con la ecuación (30).

$$R = \frac{\rho_0}{2\pi L} \left[ \ln \frac{4L}{r_0} - 1 \right] - \frac{\rho_0}{2\pi L} \left[ \ln \frac{4L}{r_1} - 1 \right] + \frac{\rho_1}{2\pi L} \left[ \ln \frac{4L}{r_1} - 1 \right] \quad (30)$$

Donde:

$\rho_0$ : Resistividad del concreto ( $\Omega$ -cm)

$\rho_1$ : Resistividad de la tierra ( $\Omega$ -cm)

$r_0$ : Radio de la varilla (cm)

$r_1$ : Radio del concreto (cm)

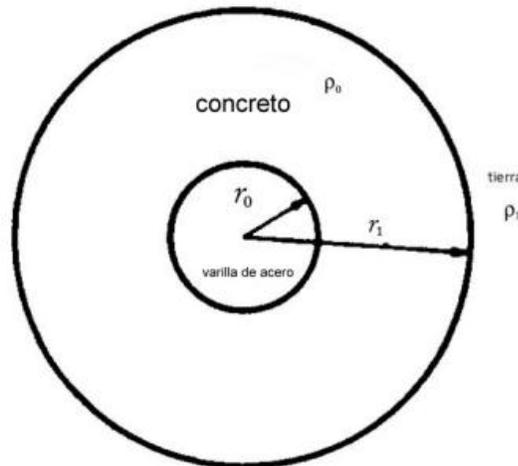


Figura 28: Esquema del electrodo de concreto reforzado

La ecuación (30), puede simplificarse como sigue:

$$R = \frac{\rho_0}{2\pi L} [\ln r_1 - \ln r_0] + \frac{\rho_1}{2\pi L} [\ln 4L - 1 - \ln r_1] \quad (31)$$

Utilizando las propiedades del logaritmo se simplifica:

$$R = \frac{\rho_0}{2\pi L} \left( \ln \frac{r_1}{r_0} \right) + \frac{\rho_1}{2\pi L} \left( \ln \frac{4L}{r_1} - 1 \right) \quad (32)$$

### **2.3 Modelado de una cimentación con varias varillas de acero como un electrodo de puesta a tierra ( método Ufer)**

Dado que un cimiento de hormigón, no es exactamente una varilla embebida y enterrada, sino un conjunto de ellas, hay que disponer de una serie de consideraciones para poder calcular de forma aproximada la resistencia de puesta a tierra de los electrodos de varillas empotradas en el mismo (cimiento equivalente).

Éstas son:

- Considerar sólo una barra vertical efectivamente unida al sistema de puesta a tierra y las barras restantes unidas por amarras de alambre a la primera.
- Considerar el plato del cimiento como una extensión lineal del pedestal, teniendo en cuenta, entonces, como el largo del electrodo, igual a la profundidad total enterrada del cimiento.
- Considerar la resistividad del terreno uniforme desde la parte superior hasta el plato debiendo usarse la resistividad a  $2/3$  partes de la profundidad.

Las resistencias a tierra de este cimiento equivalente, según varias resistividades del terreno y la buena correspondencia de las resistencias de los cimientos medidos fueron obtenidas en las pruebas que se muestran en las gráficas de la de Figura 29 cuyo resultado se obtiene de conjugar la resistividad del terreno con la profundidad del cimiento.

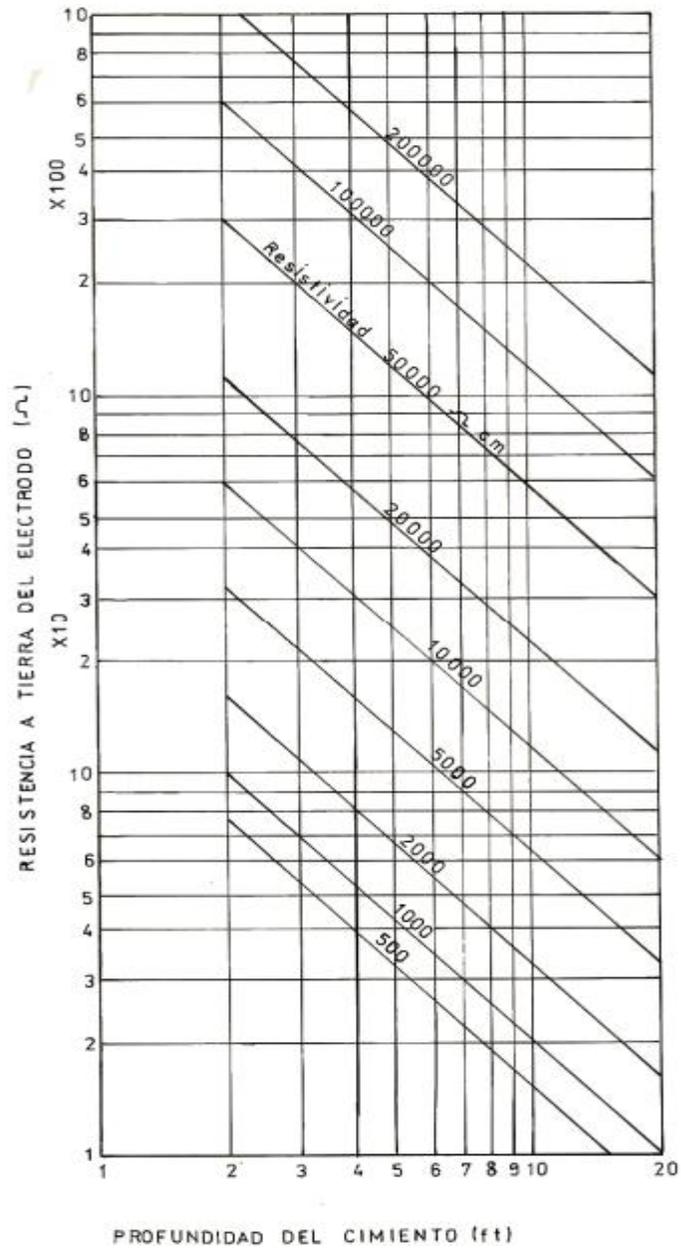


Figura 29: Curva para resistencia de un cimiento

Con estas curvas se obtiene la resistencia de un cimiento, es decir, de un electrodo a tierra, para poder calcular el efecto de múltiples electrodos, tenemos las gráficas de la Figura 30, a partir de éstas y la fórmula (33).

$$M = R_n/R \quad (33)$$

Donde:

$R_n$ : Resistencia de n electrodos

$R$ : Resistencia de un electrodo

$M$ : Multiplicador para múltiples electrodos

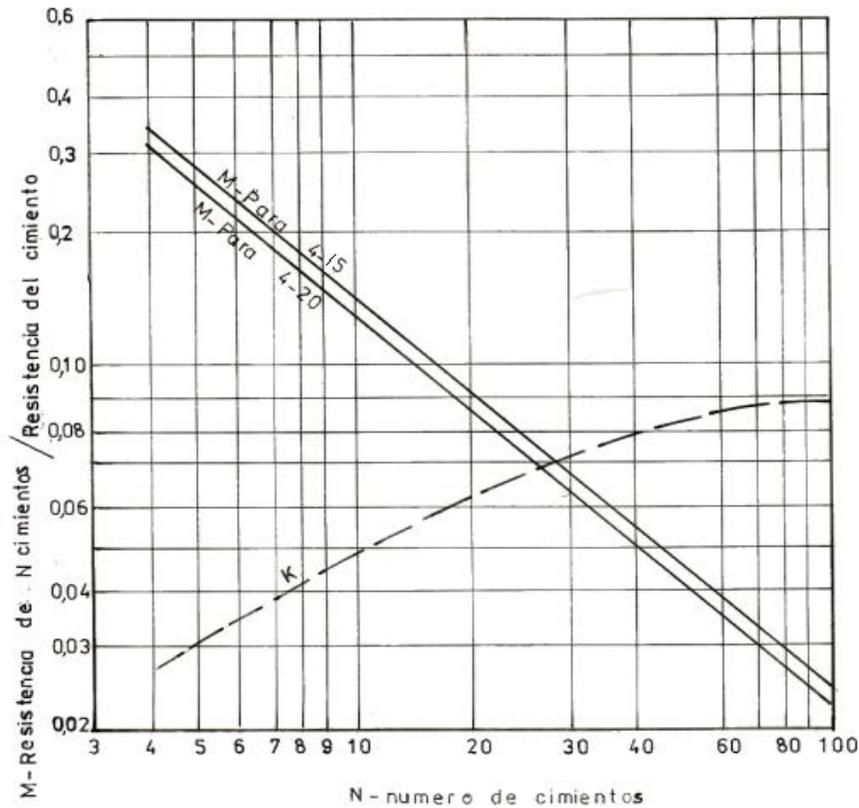


Figura 30: Multiplicador para múltiples electrodos en cuadrados, huecos o rectángulos amplios

Tomando el coeficiente  $M$  de múltiples electrodos de las curvas de la Figura 30 a partir del número de cimientos en juego, y usando los valores de resistencia a tierra de un cimiento, obtenidos de las curvas de la Figura 29 y aplicando la ecuación (33), se obtiene el valor de resistencia a tierra de un conjunto de ellos, lo que nos puede guiar en los resultados a obtener en la fase de proyecto de una instalación.

Para fines prácticos según (Lee), se puede considerar que cuando el número total de electrodos (cimientos) que se denomina  $N$ , es mayor que 10, entonces  $M = 2/N$ , o sea, con el número de cimientos y la resistencia de uno de ellos se

puede calcular el valor de la resistencia a tierra del conjunto por esta vía como alternativa.

Para determinar la resistencia de puesta a tierra de un electrodo de concreto reforzado, basándose en el modelo desarrollado en función de la teoría electromagnética, la ecuación final es la presentada en la ecuación (34).

$$R_N = \frac{1}{N\pi L} \left\{ \rho_0 \ln \left( \frac{r_1}{r_0} \right) + \rho_1 \left( \ln \left( \frac{4L}{r_1} \right) - 1 \right) \right\} \quad (34)$$

Con:

$R_N$ : Resistencia equivalente del electrodo de concreto reforzado ( $\Omega$ )

$N$ : Número de varillas en el pilote (adimensional)

$L$ : Largo de la varilla (m)

$\rho_0$ : Resistividad del concreto ( $\Omega$ -m)

$\rho_1$ : Resistividad de la tierra ( $\Omega$ -m)

$r_0$ : Radio de la varilla (m)

$r_1$ : Radio del concreto (m)

#### **2.4 Modelado de una cimentación con varias varillas de acero como un electrodo de puesta a tierra basándose en el método propuesto en (Mesa, 2009)**

En muchas ocasiones se emplean las bases de hormigón reforzado con acero como electrodos de tierra, pues pueden llegar a proporcionar bajos valores de resistencia de puesta a tierra. Si el acero del refuerzo está distribuido simétricamente, la resistencia de una base de hormigón está dada por:

$$R = \frac{1}{2\pi L} \left[ (\rho_c - \rho) \ln \left( 1 - \frac{\delta}{Z} \right) + \rho \ln \left( \frac{2L}{Z} \right) \right] \quad (35)$$

Donde:

$\rho$ : Resistividad del suelo ( $\Omega$ -m)

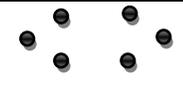
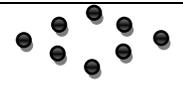
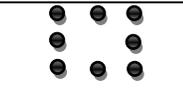
$\rho_c$ : Resistividad del hormigón ( $\Omega$ -m)

$L$ : Longitud del acero de refuerzo (m)

$\delta$ : Espesor del hormigón entre el refuerzo de acero y el suelo (m)

$Z$ : Factor geométrico que depende de la distribución del refuerzo de acero dentro del hormigón (Tabla 2)

Tabla 2: Factor geométrico

Núm. de cabillas	Disposición	$Z$
2		$\sqrt{a s^2}$
3		$\sqrt[3]{a s^2}$
4		$\sqrt[4]{(2 a s^2)^{1/2}}$
6		$\sqrt[6]{6 a s^5}$
8		$\sqrt[8]{52 a s^7}$
8		$\sqrt[8]{23 a s^7}$
<p>Nota:</p> <p>a: radio del electrodo (m)</p> <p>s: distancia entre cabillas adyacentes (m)</p>		

## 2.5 Cálculo de la resistencia de una puesta a tierra en un terreno homogéneo por un método exacto

Lo normal es que los terrenos no sean homogéneos en sus características eléctricas. Por tanto, una forma de enfrentar esta situación es aplicar los procedimientos deducidos en esta clase para un medio homogéneo, a la situación real de medios no homogéneos, sobre la base de una equivalencia de resistividades. En otras palabras, aplicar los criterios y expresiones obtenidas para

un medio homogéneo pero utilizando una resistividad equivalente deducida con algún criterio válido para fines prácticos.

### 2.5.1 Electrodo elemental general

En esta actividad se establecen los criterios y las bases de cálculo de la resistencia de electrodos elementales. Aunque estas bases son en principio aplicables a un electrodo de cualquier forma, en la práctica los electrodos utilizados, ya sea en forma aislada o formando parte de sistemas compuestos, son la barra vertical y el conductor horizontal. Otros tipos de electrodos, tales como el anillo o la plancha metálica rectangular, se utilizan en situaciones especiales o como complemento a otros electrodos de una puesta a tierra.

La base de cálculo de un electrodo elemental es suponerlo formado por pequeños electrodos que actúan como fuentes radiales de corriente o esferas metálicas. El comportamiento del electrodo en global, se obtiene por superposición del efecto de todos estos pequeños electrodos que lo conforman.

#### 2.5.1.1 Conceptos básicos

Sea una pequeña esfera metálica de un material de resistividad nula y radio  $r$ , inmersa en un medio infinito de resistividad homogénea  $\rho$ . Esta esfera se considera representativa de una fuente puntual que dispersa, en forma radial, una corriente total  $I$  hacia el medio.

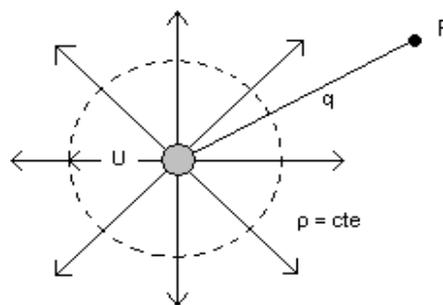


Figura 31: Fuente puntual en un medio infinito

Sobre la superficie imaginaria de una esfera de radio  $u$  ( $u > r$ ), con la esfera

metálica, la densidad de corriente  $i$  vale:

$$i = \frac{I}{4\pi u^2} \quad (36)$$

De acuerdo a la ley de Ohm, el valor de la intensidad del campo eléctrico  $E$  (de dirección radial), es:

$$E = \rho i = \frac{\rho I}{4\pi u^2} \text{ (V/m)} \quad (37)$$

El potencial en un punto  $P$ , a una distancia  $q$  del centro de una esfera metálica, vale:

$$\phi = - \int_{\infty}^q E \, du = \frac{\rho I}{4\pi q} \text{ (V)} \quad (38)$$

Si se considera a continuación que la esfera metálica no se encuentra en un medio infinito, si no en un semiespacio tierra/aire. Una forma de satisfacer las condiciones anteriores, es aplicar el método de las imágenes de Maxwell (Bewley, 1948).

### 2.5.1.2 Método de las imágenes

Este método consiste básicamente en considerar un medio infinito de resistividad  $\rho$ , en el cual, además del efecto de la esfera real, está presente el efecto de una esfera igual, reflejada en la superficie que representa la separación entre ambos medios. En este caso, considerando que el terreno tiene una conductividad mucho mayor que el aire, la corriente dispersada por la imagen tiene una magnitud y signo igual a la esfera real.

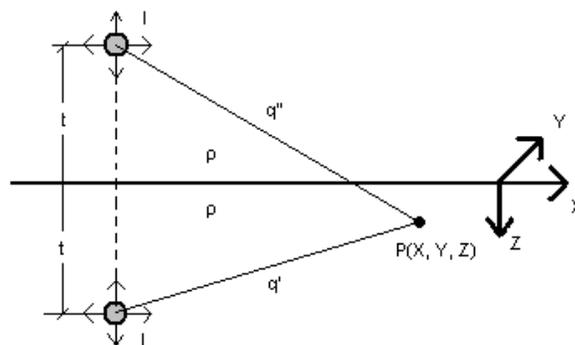


Figura 32: Fuente puntual de corriente y su imagen

El potencial en el punto  $P(x, y, z)$  del terreno, está dado entonces, por la suma de los potenciales producidos en ese punto por la esfera real y la esfera imagen:

$$\phi_P = \frac{\rho I}{4\pi q} + \frac{\rho I}{4\pi q''} \quad (39)$$

La expresión (39) es la base para el cálculo del potencial producido en un punto del terreno por un electrodo de forma cualquiera. El electrodo se supone dividido en elementos infinitesimales cada uno de los cuales se asemeja a una pequeña esfera o fuente puntual de corriente (Rudenberg, 1945). El potencial total es la suma (integral) de los potenciales infinitesimales producidos por cada una de las fuentes puntuales en que se divide el electrodo. Así, para un electrodo elemental de cualquier forma, el potencial producido por un elemento de este, en un punto  $P(x, y, z)$  del terreno, vale:

$$d\phi_P = \frac{\rho dI}{4\pi q} + \frac{\rho dI}{4\pi q''} \quad (40)$$

Donde el punto  $P$  queda determinado por un sistema de coordenadas convenientemente elegido. Normalmente, el valor de  $z$  se mide a partir de la superficie del terreno.

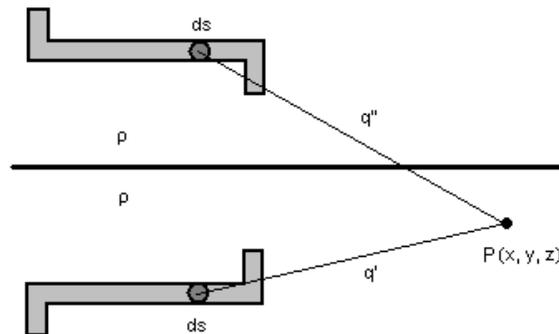


Figura 33: Electrodo general y su imagen

La corriente dispersada por un elemento  $ds$  del electrodo elemental vale:

$$dI = i(s)ds \quad (41)$$

Donde  $ds$  es la longitud del elemento, medida en la dirección axial de electrodo; e  $i(s)$  es la densidad lineal de dispersión de corriente hacia el terreno, variable a lo

largo del electrodo(Lakobs, 1967). Por tanto:

$$d\phi_P = \frac{\rho}{4\pi} \left[ \frac{i(s)}{q'} + \frac{i(s)}{q''} \right] ds \quad (42)$$

### 2.5.1.3 Resistencia mutua entre dos electrodos

En términos generales, la resistencia mutua entre dos electrodos se puede definir como la relación entre la variación del potencial en un electrodo  $i$ , dividido por la variación de corriente dispersada en el otro electrodo  $j$ , manteniéndose constante las restantes corrientes. En otros términos:

$$R_{ij} = \frac{\partial\phi_i}{\partial I_j} = R_{ji} = \frac{\partial\phi_j}{\partial I_i} \quad (43)$$

El cálculo práctico de la resistencia mutua entre dos electrodos se realiza suponiendo la presencia de solo ellos, uno de los cuales dispersa una corriente  $I_1$ , que induce un potencial  $\phi_{21}$  en el otro. Así:

$$R_{21} = \frac{\phi_{21}}{I_1} \quad (44)$$

### 2.5.1.4 Barra vertical

Suponiendo que se tiene una barra de longitud  $l$ , diámetro  $2a$ , enterrada verticalmente a partir de una profundidad  $t$ , en un medio homogéneo de resistividad  $\rho$ . La densidad lineal de corriente dispersada por la barra hacia el terreno se supone constante, de un valor  $i = I/l$ . Como existe simetría axial, un punto cualquiera del terreno se puede definir por las coordenadas  $r, z$ .

$$\phi_P = \frac{\rho I}{4\pi l} \int_t^{t+l} \left( \frac{1}{q'} + \frac{1}{q''} \right) ds \quad (45)$$

Donde:

$$q' = \sqrt{(s-z)^2 + r^2}; \quad q'' = \sqrt{(s+z)^2 + r^2} \quad (46)$$

La solución general de  $\phi_P$  es:

$$\phi_P = \frac{\rho I}{4\pi l} \left\{ \left[ ash \frac{u}{r} \right]_{u_2=t-z}^{u_1=t-z+l} + \left[ ash \frac{v}{r} \right]_{v_2=t+z}^{v_1=t+z+l} \right\} \quad (47)$$

### 2.5.1.4.1 Resistencia propia de la barra

El potencial propio de la barra se obtiene de (47) para  $r = a$  (radio de la barra).

$$\phi_0(z) = \frac{\rho l}{4\pi l} \left\{ \left[ ash \frac{u}{a} \right]_{u_2=t-z}^{u_1=t-z+l} + \left[ ash \frac{v}{a} \right]_{v_2=t+z}^{v_1=t+z+l} \right\} \quad (48)$$

- a) Si se considera el centro de la barra,  $z = t + (l / 2)$ , como punto característico representativo de su potencial, resulta:

$$\phi_0(z) = \frac{\rho l}{4\pi l} \left\{ 2ash \frac{l}{2a} + ash \frac{3l+4t}{2a} - ash \frac{l+4t}{2a} \right\} \quad (49)$$

- b) Determinando el valor medio de la expresión (48) :

$$\phi_{0med} = \frac{1}{l} \int_t^{t+l} \phi_0(z) dz \quad (50)$$

Se obtiene la resistencia:

$$R = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[ u ash u/a - \sqrt{u^2 + a^2} \right]_{u_-=0;0;l+2t;l+2t}^{u_+=l;l;2l+2t;2t} \quad (51)$$

Si en la expresión (51),  $l \gg a$ , lo que es normal, y además,  $4t^2 \gg a^2$ :

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left\{ \left[ ash \frac{l}{a} - 1 \right] + \frac{l+t}{l} \left[ ash \frac{2l+2t}{a} - 1 \right] + \frac{t}{l} \left[ ash \frac{2t}{a} - 1 \right] - \frac{l+2t}{l} \left[ ash \frac{l+2t}{a} - 1 \right] \right\} \quad (52)$$

Para  $t = 0$ :

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left[ ash \frac{2l}{a} - 1 \right] \approx \frac{\rho}{2\pi l} \left[ \ln \frac{4l}{a} - 1 \right] \quad (53)$$

Otra expresión para la resistencia de una barra, válida para  $t = 0$  es:

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{2l}{a} \quad (54)$$

Otra expresión considerando la profundidad de enterramiento puede ser según (P.L.Buccheri, 1970).

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \left\{ \frac{l}{a} \sqrt{\frac{3l+4t}{l+4t}} \right\} \quad (55)$$

### 2.5.1.4.2 Resistencia mutua entre dos barras paralelas

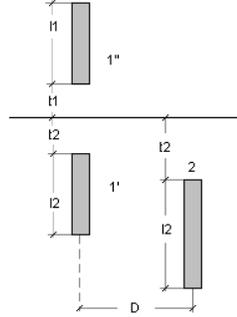


Figura 34: Barras paralelas

- La resistencia  $R'_{21}$ , debida al efecto del electrodo real 1', se obtiene para

$$p' = D, m' = t_1 - t_2 \quad (56)$$

- La resistencia  $R''_{21}$ , debida al efecto del electrodo imagen 1'', se determina

$$p'' = D, m'' = l_1 + t_1 + t_2 \quad (57)$$

Por tanto la expresión general de resistencia mutua entre dos barras paralelas, representadas en la Figura 34, es:

$$R_{21} = R_{12} = R_{21}' = R_{21}'' = \frac{\rho}{4\pi l_1 l_2} \left[ u \operatorname{ash} \frac{u}{p} - \sqrt{u^2 + D^2} \right]_{u_2, u_4, u_6, u_8}^{u_1, u_3, u_5, u_7} \quad (58)$$

Donde:

$$u_1 = l_2 - t_1 - t_2, u_2 = t_1 - t_2, u_3 = l_1 + t_1 - t_2, u_4 = -l_1 + l_2 - t_1 + t_2,$$

$$u_5 = l_1 + l_2 + t_1 + t_2, u_6 = l_1 + t_1 + t_2, u_7 = t_1 + t_2, u_8 = l_2 + t_1 + t_2$$

Lo habitual es que las barras que se utilizan en una puesta a tierra, tengan igual longitud  $l$ , y estén enterradas a partir de una misma profundidad  $t$ . En este caso:

$$R_{12} = R_{21} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[ u \operatorname{ash} \frac{u}{D} - \sqrt{u^2 + D^2} \right]_{0, 0, l+2t, l+2t}^{l, l, 2l+2t, 2t} \quad (59)$$

Si además,  $t = 0$ :

$$R_{12} = R_{21} = \frac{\rho}{2\pi l} \left\{ a \operatorname{sh} \frac{2l}{D} + \frac{D}{2l} - \sqrt{1 + (D/2l)^2} \right\} \quad (60)$$

Otra expresión que suele encontrarse en la literatura, para la resistencia mutua entre dos barras de igual longitud e igual profundidad de enterramiento, es la deducida sobre la base de suponer el punto característico de potencial, ubicado en el centro de una de las barras:

$$R_{12} = R_{21} = \frac{\rho}{4\pi l} \left\{ 2 a \operatorname{sh} \frac{l}{2D} + a \operatorname{sh} \frac{3l+4t}{2D} - a \operatorname{sh} \frac{l+4t}{2D} \right\} \quad (61)$$

La resistencia propia de una barra se obtiene como un caso particular de las expresiones (59) o (61), para  $D = a$  (radio de la barra):

$$R_{11} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[ u \cdot a \operatorname{sh} \frac{u}{a} - \sqrt{u^2 + a^2} \right]_{0,0,l+2t,l+2t}^{l,l,2l+2t,2t} \quad (62)$$

Por lo tanto, la expresión general de resistencia para barras de igual longitud e igual profundidad de enterramiento (situación común en la práctica), es:

$$R_{ij} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[ u a \operatorname{sh} \frac{u}{D_{ij}} - \sqrt{u^2 + D_{ij}^2} \right]_{0,0,l+2t,l+2t}^{l,l,2l+2t,2t} \quad (63)$$

Donde  $D_{ii} = a_{ii}$ , es el radio de la barra (Marongiu, 1975).

### 2.5.1.5 Conductor horizontal recto

En la Figura 35 se representa un conductor recto de longitud  $l$  y radio  $a$ , enterado horizontalmente a una profundidad  $t$ , en un medio homogéneo de resistividad  $\rho$ .

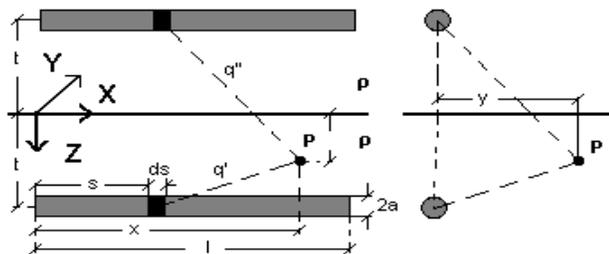


Figura 35: Conductor horizontal recto

Si el conductor de la Figura 35 dispersa una corriente total  $I$ , que se supone

uniformemente distribuida en su largo, el potencial inducido en un punto  $P(x,y,z)$  del terreno, vale:

$$\phi_P = \frac{\rho l}{4\pi l} \int_0^l \left( \frac{1}{q'} + \frac{1}{q''} \right) ds \quad (64)$$

Donde:

$$q' = \sqrt{(s-x)^2 + (t-z)^2 + y^2} \quad (65)$$

$$q'' = \sqrt{(s-x)^2 + (t+z)^2 + y^2} \quad (66)$$

La solución general de  $\phi_P$  es:

$$\phi_P = \frac{\rho l}{4\pi l} \left\{ \left[ \operatorname{ash} \frac{u}{\sqrt{(t-z)^2 + y^2}} \right]_{u_2=x-l}^{u_1=x} + \left[ \operatorname{ash} \frac{v}{\sqrt{(t+z)^2 + y^2}} \right]_{v_2=x-l}^{v_1=x} \right\} \quad (67)$$

### 2.5.1.5.1 Resistencia propia del conductor

El potencial propio del conductor se determina de la expresión (67), para  $P(x, y = a, z = t)$ :

$$\phi_P = \frac{\rho l}{4\pi l} \left\{ \left[ \operatorname{ash} \frac{u}{a} \right]_{u_2=x-l}^{u_1=x} + \left[ \operatorname{ash} \frac{v}{\sqrt{4t^2 + a^2}} \right]_{v_2=x-l}^{v_1=x} \right\} \quad (68)$$

Al igual que para la barra, el potencial del conductor aparece como función de la variable en dirección axial ( $x$  para el conductor), consecuente con la suposición de  $i = \text{constante}$ . Por tanto, se debe determinar un potencial característico medio para el conductor, en forma similar a lo hecho para la barra.

- a) Considerando el centro del conductor como un punto característico representativo de su potencial:

$$R = \frac{\phi_0(x=l/2)}{I} = \frac{\rho}{2\pi l} \left\{ \operatorname{ash} \frac{l}{d} + \operatorname{ash} \frac{l}{4t} \right\} \quad (69)$$

La expresión logarítmica equivalente, considerando  $l \gg d$ , es:

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{8lt}{d\{\sqrt{l^2 + 16t^2} - l\}} \quad (70)$$

Para  $l > 4t$ , se obtiene de (70) una expresión sencilla, encontrada frecuentemente en la literatura, para la resistencia de un conductor horizontal:

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{l^2}{dt} \quad (71)$$

b) Determinando  $R$  sobre la base del valor medio

$$\phi_{0med} = \frac{1}{l} \int_0^l \phi_0(x) dx \quad (72)$$

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left\{ ash \frac{2l}{d} + ash \frac{l}{2t} + \frac{d}{2l} + \frac{2t}{l} - \sqrt{1 + (2t/l)^2} - 1 \right\} \quad (73)$$

Lo normal es que  $l \gg d$  y  $l > 2t$ , por tanto, la expresión logarítmica aproximada obtenida de (73), es:

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left\{ \ln \frac{4(l^2+t^2)}{dt} - \frac{2(l^2+t^2)}{l^2} + \frac{4t+d}{2l} \right\} \quad (74)$$

Adicionalmente, si  $l \gg t$  y  $t \gg d$ :

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left\{ \ln \frac{4(l^2+t^2)}{dt} - 2 + \frac{2t}{l} \right\} \quad (75)$$

(P.L.Buccheri, 1970).

### 2.5.1.5.2 Resistencia mutua entre electrodos elementales, generalización de las expresiones de resistencia

Las puestas a tierra usadas comúnmente en la práctica están formadas por combinaciones, generalmente regulares, de conductores horizontales y barras verticales. En las secciones anteriores se determinaron las expresiones para el cálculo de las resistencias propias de estos electrodos. En esta sección se establecen las expresiones para el cálculo de las resistencias mutuas de estos electrodos.

En este punto es conveniente introducir un cambio en la presentación del procedimiento de cálculo de la resistencia de los electrodos elementales, con respecto a lo realizado en las secciones anteriores. Esto permite generalizar el método de cálculo para determinar, tanto las resistencias mutuas como propias, con una cantidad mínima de expresiones.

Así, la resistencia mutua entre un electrodo inducido  $i$  y un electrodo inductor  $j$ , se puede expresar como:

$$R_{ij} = R'_{ij} + R''_{ij} \quad (76)$$

Donde  $R'_{ij}$  y  $R''_{ij}$  son respectivamente las resistencias debidas al potencial producido en  $i$  por el electrodo real  $j'$  y por el electrodo imagen  $j''$ .

### 2.5.1.5.3 Resistencia mutua entre dos electrodos en paralelo

En la Figura 36 se muestran dos electrodos elementales cualesquiera, de longitudes  $l_1$  y  $l_2$ , paralelas entre sí, ubicados en un mismo plano e inmersos en un medio infinito de resistividad  $\rho$ . Si solamente el electrodo 1 dispersa una corriente  $I_1$  hacia el medio, donde, el potencial en un punto  $P$  ( $\alpha, \beta = \rho$ ) sobre el electrodo 2, vale:

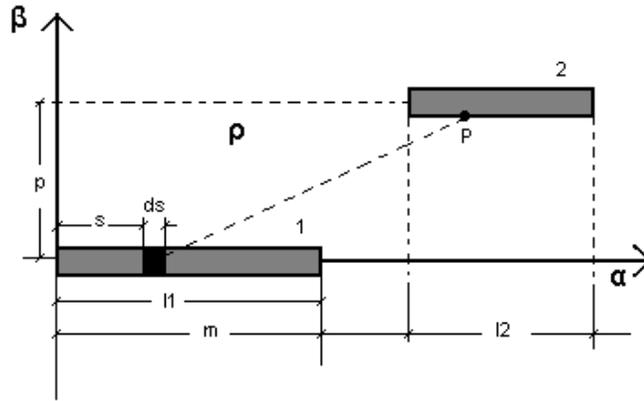


Figura 36: Dos electrodos en paralelo en un medio infinito

$$\phi_{21}(a) = \frac{\rho I_1}{4\pi l_1} \int_0^{l_1} \frac{ds}{\sqrt{[(a-s)^2 + p^2]}} = \frac{\rho I_1}{4\pi l_1} \left[ ash \frac{u}{p} \right]_{u_2=a-l_1}^{u_1=a} \quad (77)$$

El valor medio del potencial sobre el electrodo 2, es:

$$\phi_{21med} = \frac{1}{l_2} \int_m^{m+l_2} \phi_{21}(a) da = \frac{\rho I_1}{4\pi l_1 l_2} \left[ u ash \frac{u}{p} - \sqrt{u^2 + p^2} \right]_{m; l_2-l_1+m}^{l_2+m; m-l_1} \quad (78)$$

Donde los limites superiores corresponden a valores a sumar de la expresión dentro del paréntesis cuadrado y los inferiores a valore a sumar con signo negativo. Además, la función es simétrica, esto es,  $F(u) = F(-u)$ ; por tanto,  $R_{21} = R_{12}$  para toda combinación de parámetros.

Sobre la base de la expresión (78), se pueden determinar las impedancias propias

y mutuas para distintos electrodos y combinaciones de ellos.

#### 2.5.1.5.4 Resistencia mutua entre dos conductores horizontales paralelos enterrados a igual profundidad

La resistencia mutua entre dos conductores paralelos, ubicados a igual profundidad, vale:

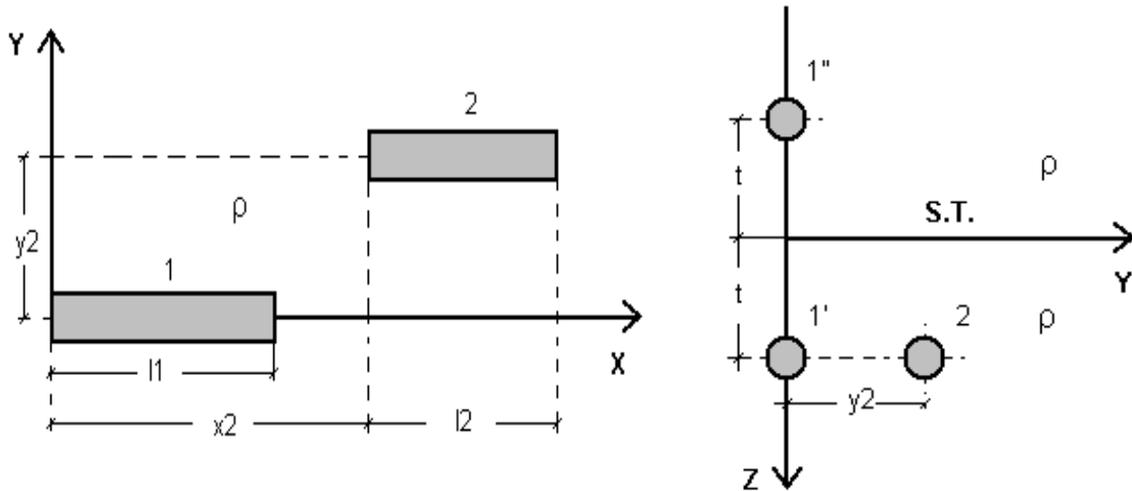


Figura 37: Conductores horizontales paralelos

La resistencia mutua entre dos conductores paralelos, ubicados a igual profundidad, vale:

$$R_{12} = \frac{\rho}{4\pi l_1 l_2} \left[ u \operatorname{ash} \frac{u}{y_2} - \sqrt{u^2 + y_2^2} + u \operatorname{ash} \frac{u}{\sqrt{y_2^2 + 4t^2}} - \sqrt{u^2 + y_2^2 + 4t^2} \right]_{x_2, l_2 - l_1 + x_2}^{l_2 + x_2, x_2 - l_1} \quad (79)$$

La resistencia propia de un conductor horizontal, se obtiene como un caso particular de (79), para  $y_2 = a$  (radio del conductor),  $x_2 = 0$ .

$$R_{11} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[ u \operatorname{ash} \frac{u}{a} - \sqrt{u^2 + a^2} + u \operatorname{ash} \frac{u}{\sqrt{a^2 + 4t^2}} - \sqrt{u^2 + a^2 + 4t^2} \right]_{0,0}^{l,l} \quad (80)$$

#### 2.5.1.5.5 Combinaciones habituales de conductores horizontales

Las puestas a tierra compuestas y las mallas de tierra tienen, en su etapa de proyecto básico, disposiciones regulares y simétricas de sus elementos. Por tanto, se repiten con frecuencia las disposiciones de dos conductores horizontales

mostradas a continuación:



Figura 38: Disposición de dos conductores horizontales

a) 2 conductores iguales paralelos.

Para el caso a):  $l_1 = l_2 = l, x_2 = 0, y_2 = D$ .

Por tanto:

$$R_{12} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[ u \operatorname{ash} \frac{u}{D} - \sqrt{u^2 + D^2} + u \operatorname{ash} \frac{u}{\sqrt{D^2 + 4t^2}} - \sqrt{u^2 + D^2 + 4t^2} \right]_{0,0}^{l,l} \quad (81)$$

b) 2 conductores iguales en serie.

Para el caso b):  $x_2 = l, y_2 = a$ . Por lo tanto:

$$R_{12} = \frac{\rho}{4\pi l^2} \left[ u \operatorname{ash} \frac{u}{a} - \sqrt{u^2 + a^2} + u \operatorname{ash} \frac{u}{\sqrt{a^2 + 4t^2}} - \sqrt{u^2 + a^2 + 4t^2} \right]_{l,l}^{2l,0} \quad (82)$$

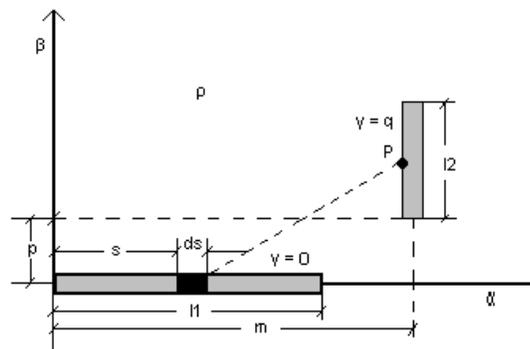


Figura 38: Resistencia mutua entre dos electrodos ortogonales

En la Figura 38 se muestran dos conductores horizontales cualquiera de

longitudes  $l_1$  y  $l_2$ , ortogonales entre sí, e inmersos en un medio de resistividad homogénea  $\rho$ . Los electrodos se ubican en un sistema arbitrario de coordenadas  $\alpha, \beta, \gamma$ . El electrodo inductor 1 está en un plano  $\alpha, \beta, \gamma = 0$ , y el electrodo inducido, en un plano  $\alpha, \beta, \gamma = q$ . Si solamente el electrodo 1 dispersa una corriente  $I_1$  hacia el medio, el potencial en un punto P ( $\alpha = m, \beta, \gamma = q$ ) del electrodo 2, es:

$$\phi_{21}(\beta) = \frac{\rho I_1}{4\pi l_1} \int_0^{l_1} \frac{ds}{\sqrt{(m-s)^2 + \beta^2 + q^2}} = \frac{\rho I_1}{4\pi l_1} \left[ a \operatorname{sh} \frac{H}{\sqrt{\beta^2 + q^2}} \right]_{H_2=m-l_1}^{H_1=m} \quad (83)$$

El valor medio del potencial sobre el electrodo 2, vale:

$$\phi_{21med} = \frac{1}{l_2} \int_{K_2}^{K_1} \phi_{21}(\beta) d\beta = \frac{\rho I_1}{4\pi l_1 l_2} \int_0^{l_1} \left[ \left[ K \operatorname{ash} \frac{H}{\sqrt{K^2 + q^2}} + H \operatorname{ash} \frac{K}{\sqrt{H^2 + q^2}} - q \arctan \frac{HK}{q\sqrt{H^2 + K^2 + q^2}} \right]_{K_2}^{K_1} \right]_{H_2}^{H_1} \quad (84)$$

Donde:

$$K_1 = p + l_2, \quad K_2 = p$$

### 2.5.1.5.6 Resistencia mutua entre dos conductores horizontales ortogonales enterrados a igual profundidad

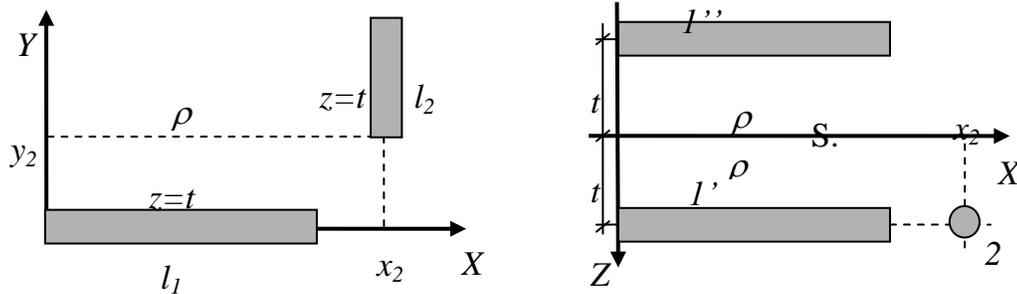


Figura 39: Conductores horizontales, ortogonales entre sí.

$$R'_{21} = \frac{\rho}{4\pi l_1 l_2} \left[ \left[ K \operatorname{ash} \frac{H}{K} + H \operatorname{ash} \frac{K}{H} \right]_{K_2}^{K_1} \right]_{H_2}^{H_1} \quad (85)$$

$$R''_{21} = \frac{\rho}{4\pi l_1 l_2} \left[ \left[ K \operatorname{ash} \frac{H}{\sqrt{K^2 + 4t^2}} + H \operatorname{ash} \frac{K}{\sqrt{H^2 + 4t^2}} - 2t \arctan \frac{HK}{2t\sqrt{H^2 + K^2 + 4t^2}} \right]_{K_2}^{K_1} \right]_{H_2}^{H_1} \quad (86)$$

Donde:  $K_1 = l_2 + y_2, K_2 = y_2, H_1 = x_2, H_2 = x_2 - l_1$

$$R_{21} = R'_{21} + R''_{21}$$

### 2.5.1.5.7 Resistencia mutua entre un conductor horizontal y una barra vertical

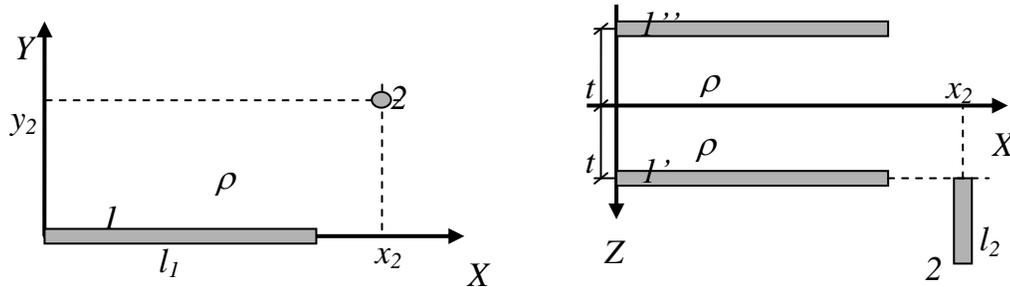


Figura 40: Conductor horizontal y barra

Asumiendo que el conductor horizontal se ubica en la dirección del eje X:

$$R'_{21} = \frac{\rho}{4\pi l_1 l_2} \left[ \left[ Kash \frac{H}{\sqrt{K^2 + y_2^2}} + Hash \frac{K}{\sqrt{H^2 + y_2^2}} - y_2 \arctan \frac{HK}{y_2 \sqrt{H^2 + K^2 + y_2^2}} \right]_{K_2}^{K_1} \right]_{H_2}^{H_1} \quad (87)$$

Donde:  $K_1 = l_2$ ,  $K_2 = 0$ ,  $H_1 = x_2$ ,  $H_2 = x_2 - l_1$

La resistencia  $R''_{21}$  debido al efecto del electrodo imagen 1'' se obtiene con una expresión similar a la anterior pero con  $K_1 = 2t + l_2$ ,  $K_2 = 2t$ ,  $H_1 = x_2$ ,  $H_2 = x_2 - l_1$ . Para el cálculo de la resistencia mutua entre conductores horizontales ubicados en dirección del eje Y, y barras verticales se permutan los valores de  $x_2$  e  $y_2$  en la expresión anterior.

### 2.5.1.6 Método general de solución de puestas a tierra compuestas

La mayoría de las puestas a tierra usadas en la práctica están formadas por una combinación apropiada de diferentes electrodos elementales interconectados entre sí. Este conjunto de electrodos tiene generalmente dos objetivos: por un lado, obtener un valor de resistencia que no sobrepase lo requerido, lo que es difícil obtener con un simple electrodo, y por otro lado reducir las solicitaciones de voltaje en el interior y contorno de la puesta a tierra mediante una disposición adecuada de sus componentes. En lo que sigue a continuación, se establecen las

ecuaciones generales que permiten calcular la resistencia de puesta a tierra de un conjunto de electrodos.

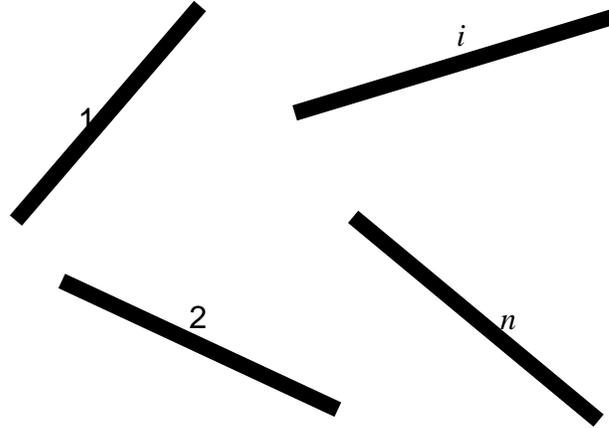


Figura 41: Conjunto de n electrodos elementales

En la Figura 41 se muestra un conjunto de  $n$  electrodos elementales, inicialmente no interconectado galvánicamente entre sí, cada uno de los cuales dispersa una corriente  $I$ . El potencial de cada electrodo se obtiene como la suma algebraica del potencial producido por la propia corriente dispersada, más los potenciales inducidos en este por cada una de las corrientes dispersadas en los restantes electrodos. Así para el conjunto de electrodos elementales:

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} + \phi_{13} + \dots + \phi_{1n} = R_{11}I_1 + R_{12}I_2 + R_{13}I_3 + \dots + R_{1n}I_n \quad (88)$$

$$\phi_2 = \phi_{21} + \phi_{22} + \phi_{23} + \dots + \phi_{2n} = R_{21}I_1 + R_{22}I_2 + R_{23}I_3 + \dots + R_{2n}I_n \quad (89)$$

$$\phi_i = \phi_{i1} + \phi_{i2} + \phi_{i3} + \dots + \phi_{in} = R_{i1}I_1 + R_{i2}I_2 + R_{i3}I_3 + \dots + R_{in}I_n \quad (90)$$

$$\phi_n = \phi_{n1} + \phi_{n2} + \phi_{n3} + \dots + \phi_{nn} = R_{n1}I_1 + R_{n2}I_2 + R_{n3}I_3 + \dots + R_{nn}I_n \quad (91)$$

Donde:

$I_i$ : es la corriente dispersada por el electrodo  $i$

$R_{ii}$ : es la resistencia propia del electrodo  $i$

$R_{ij}$ : ( $i \neq j$ ) es la resistencia mutua entre los electrodos  $i$  y  $j$

El sistema anterior de ecuaciones se puede escribir en forma resumida como:

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_i \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{1i} & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & R_{2i} & R_{2n} \\ R_{i1} & R_{i2} & R_{ii} & R_{in} \\ R_{n1} & R_{n2} & R_{ni} & R_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_i \\ I_n \end{bmatrix}$$

O, en forma resumida:  $[\Phi] = [R] [I]$  (92)

La matriz de resistencias  $[R]$  es simétrica, ( $R_{ij} = R_{ji}$ ), con todos sus términos mayor que cero. Además, para una determinada fila, el término  $ii$  de la diagonal (resistencia propia del electrodo  $i$ ) es siempre mayor que los otros términos (resistencias mutuas con los otros electrodos). En el caso de puestas a tierra de geometría simétrica, los términos de la diagonal son iguales entre sí, o parcialmente iguales.

Si se considera a continuación que los electrodos de la Figura 41 están interconectados galvánicamente entre sí, se puede asumir que todos poseen un mismo potencial  $\Phi_0$  lo que es válido con gran aproximación para las frecuencias industriales. Entonces:

$$\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_i = \dots = \phi_n = \phi_0$$
 (93)

Por definición, la resistencia de puesta a tierra del conjunto de electrodos se determina como la relación entre el potencial de esta y la corriente total dispersada:

$$R = \frac{\phi_0}{I_{tot}} = \frac{\phi_0}{\sum_i I_i}$$
 (94)

Por lo tanto, para calcular la resistencia del conjunto es necesario determinar las corrientes dispersadas por cada uno de los electrodos elementales, lo que implica alguna forma de solución de la expresión (92). Una forma clásica de solución de  $[I]$  es premultiplicar (92) por la matriz inversa de  $[R]$ , obteniéndose:

$$[I] = [R]^{-1}[\phi] = [R]^{-1}[1]\phi_0$$
 (95)

Donde  $[R]^{-1} = [G]$ , es la matriz inversa de  $[R]$ , también simétrica.

Así, la solución de  $[I]$  puede expresarse como:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_i \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{1i} & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & G_{2i} & G_{2n} \\ G_{i1} & G_{i2} & G_{ii} & G_{in} \\ G_{n1} & G_{n2} & G_{ni} & G_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \phi_0$$

De donde, las corrientes dispersadas por los electrodos son:

$$I_1 = \phi_0(G_{11} + G_{12} + G_{13} + \dots + G_{1n}) \quad (96)$$

$$I_2 = \phi_0(G_{21} + G_{22} + G_{23} + \dots + G_{2n}) \quad (97)$$

$$I_i = \phi_0(G_{i1} + G_{i2} + G_{i3} + \dots + G_{in}) \quad (98)$$

$$I_n = \phi_0(G_{n1} + G_{n2} + G_{n3} + \dots + G_{nn}) \quad (99)$$

La corriente dispersada por un determinado electrodo  $i$  es:

$$I_i = \phi_0 \sum_{j=1}^n G_{ij} \quad (100)$$

La corriente total dispersada por la puesta a tierra:

$$I_{tot} = \sum_{i=1}^n I_i = \phi_0 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n G_{ij} \quad (101)$$

La resistencia de puesta a tierra del conjunto, es:

$$R = \frac{\phi_0}{I_{tot}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n G_{ij}} \quad (102)$$

El denominador de la expresión (102) corresponde a la suma de todos los términos  $G_{ij}$  de la matriz  $[G]$  (F., 1997).

## 2.6 Determinación de la resistividad media

De acuerdo a Yakobs(Yakobs, 1970), una puesta a tierra compuesta por un conjunto de conductores horizontales enterrados a una profundidad  $t$  y un conjunto de barras verticales de longitud  $l$ , se aproxima a un prisma metálico recto en la medida que se incrementa el número de elementos verticales, y su resistencia disminuye asintóticamente hasta un valor mínimo. Este prisma metálico puede aproximarse por un semielipsoide de revolución ubicado a partir de la superficie del terreno, como se muestra en la Figura 42. El semielipsoide cubre

una superficie  $S$  igual a la abarcada por la puesta a tierra, y su eje menor  $b$  es igual a la profundidad máxima alcanzada por los elementos  $b= t + l$ , si existen barras; o  $b= t$ , si solo hay conductores horizontales.

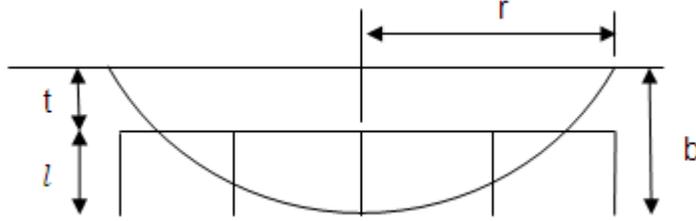


Figura 42: Aproximación de una puesta a tierra compuesta, por un semielipsoide de rotación

Sobre la base de esta equivalencia aproximada, las primeras  $k$  capas existentes hasta la profundidad  $b$  se pueden reemplazar por una capa equivalente de resistividad:

$$\rho_{eq}(1 \rightarrow k) = \frac{F_k}{\sum_{i=1}^k \frac{1}{\rho_i}(F_i - F_{i-1})} \quad (103)$$

Y profundidad:

$$h_{eq}(1 \rightarrow k) = h_k \quad (104)$$

Donde

$$F_i = \sqrt{1 - (v_i/r_0)^2} \quad (105)$$

Con

$$r_0^2 = r^2 - b^2, r = \sqrt{S/\pi} \quad (106)$$

$$v_i^2 = 0,5 \left[ q^2 + h_i^2 + r_0^2 - \sqrt{(q^2 + h_i^2 + r_0^2)^2 - 4q^2 r_0^2} \right] \quad (107)$$

$$q^2 = 2r(r + b) \quad (108)$$

Del mismo modo, las capas desde  $k+1$  hasta  $n$  inclusive, se reducen a una capa equivalente de resistividad:

$$\rho_{eq}(k + 1 \rightarrow n) = \frac{1 - F_k}{\sum_{i=k+1}^n \frac{1}{\rho_i} (F_i - F_{i-1})} \quad (109)$$

Y profundidad infinita. En lo anterior  $F_n=1$

Asumiendo lo propuesto por Yakobs para terrenos de dos estratos, en función de los espesores de los estratos, se puede determinar la resistividad equivalente entre la resistividad de un cimiento de hormigón y la resistividad del terreno que lo rodea (ver figuras 43 y 44), en función del volumen de hormigón  $V_c$  y el volumen de terreno circundante  $V_t$ . Donde  $V_c$  se determina teniendo en cuenta las dimensiones de la configuración de electrodos y el espesor de hormigón al refuerzo de acero y  $V_t$  se determina en función del área ocupada por el cimiento y la profundidad de este.

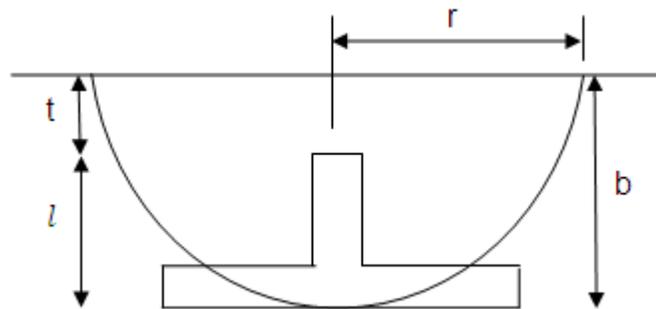


Figura 43: Aproximación de una puesta a tierra compuesta, por un semielipsoide de rotación en función del volumen de hormigón

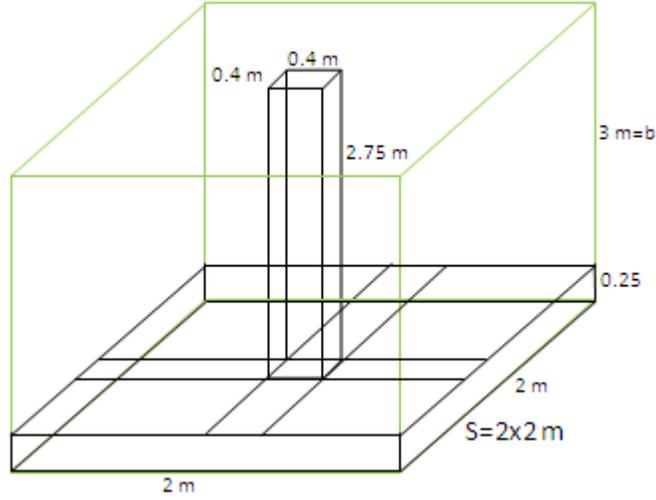


Figura 44: Ejemplo de determinación de los parámetros necesarios en las expresiones del algoritmo propuesto,  $b=3$  m,  $S=2 \times 2$  m,  $V_c=2 \times 2 \times 0.25 + 2.75 \times 0.4 \times 0.4$  m,  $V_t=S \times 3 - V_c$

$$r_0^2 = r^2 - b^2, r = \sqrt{S/\pi} \quad (110)$$

$$q^2 = 2r(r + b) \quad (111)$$

$$v_c = \sqrt{0,5 \left[ q^2 + V_c^2 + r_0^2 - \sqrt{(q^2 + V_c^2 + r_0^2)^2 - 4q^2 r_0^2} \right]} \quad (112)$$

$$v_t = \sqrt{0,5 \left[ q^2 + V_t^2 + r_0^2 - \sqrt{(q^2 + V_t^2 + r_0^2)^2 - 4q^2 r_0^2} \right]} \quad (113)$$

$$F_c = \sqrt{1 - (v_c/r_0)^2} \quad (114)$$

$$F_t = \sqrt{1 - (v_t/r_0)^2} \quad (115)$$

Por lo que la resistividad equivalente entre el hormigón y el terreno queda como:

$$\rho_{eq} = \frac{F_t}{1/\rho_c(F_c) + 1/\rho_t(F_t - F_c)} \quad (116)$$

## **CAPÍTULO 3. COMPARACIÓN ENTRE LOS DIFERENTES MÉTODOS ANALIZADOS**

### **3.1 Introducción**

Partiendo de las características constructivas de las cimentaciones de las estructuras de las líneas de transmisión, se realizó una comparación de los resultados de resistencia de puesta a tierra por los diferentes métodos, el método de Ufer, el método propuesto en (Mesa, 2009) y el método de las imágenes de Maxwell desarrollado en el programa PAST. Los métodos de Ufer y el método propuesto en (Mesa, 2009), fueron programados en Excel.

### **3.2 Programación en Excel**

Con aplicaciones del Excel con Macros y Visual Basic se elaboró un programa que calcula los valores de resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón. La Hoja 1 con el nombre identificado por Menú Principal, es una vía de acceso rápido a las siguientes hojas del Excel y con posibilidad de imprimir estas, a través de botones (figura 45).

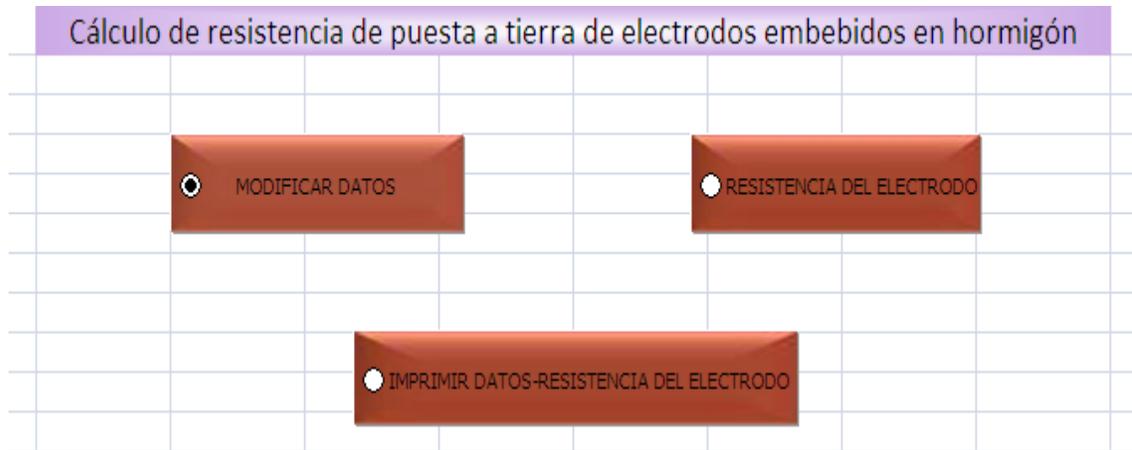


Figura 45: Presentación del programa realizado en Excel

La segunda hoja (Datos) del Excel, que se tiene acceso con el botón Modificar Datos, nos permite seleccionar y modificar los datos para el cálculo de la resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón, a partir del método propuesto por (Mesa, 2009), y el método de Ufer. Con el objetivo de obtener una comparación más fiel en cuanto a resultados, se utilizaron datos iguales en ambos métodos (figura 46).

Cálculo de resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón																					
<b>DATOS PARA EL CALCULO DE LA RESISTENCIA A TIERRA DE UNA BASE DE HORMIGON (método propuesto en el libro de Almira1)</b>																					
Resistividad del suelo $\rho$	( $\Omega$ -m)		112																		
Resistividad del hormigón $\rho_c$	( $\Omega$ -m)		80																		
Longitud del acero de refuerzo $L$	(m)		3																		
Espesor del hormigón entre el refuerzo de acero y el suelo $\delta$	(m)		0.05																		
Radio del electrodo $a$	(m)		0.0095																		
Distancia entre cabillas adyacentes $s$	(m)		0.254																		
Factor geométrico que depende de la distribución del refuerzo de acero dentro del hormigón $Z$	-		0.43256625																		
<table border="1"> <tr> <td>FACTOR GEOMETRICO CON DOS CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON <math>Z</math></td> <td>Disposición</td> <td></td> </tr> <tr> <td>FACTOR GEOMETRICO CON TRES CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON <math>Z</math></td> <td>Disposición</td> <td></td> </tr> <tr> <td>FACTOR GEOMETRICO CON CUATRO CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON <math>Z</math></td> <td>Disposición</td> <td></td> </tr> <tr> <td>FACTOR GEOMETRICO CON SEIS CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON <math>Z</math></td> <td>Disposición</td> <td></td> </tr> <tr> <td>FACTOR GEOMETRICO CON OCHO CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON <math>Z</math></td> <td>Disposición</td> <td></td> </tr> <tr> <td>FACTOR GEOMETRICO CON OCHO CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON <math>Z</math></td> <td>Disposición</td> <td></td> </tr> </table>				FACTOR GEOMETRICO CON DOS CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición		FACTOR GEOMETRICO CON TRES CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición		FACTOR GEOMETRICO CON CUATRO CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición		FACTOR GEOMETRICO CON SEIS CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición		FACTOR GEOMETRICO CON OCHO CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición		FACTOR GEOMETRICO CON OCHO CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición	
FACTOR GEOMETRICO CON DOS CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición																				
FACTOR GEOMETRICO CON TRES CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición																				
FACTOR GEOMETRICO CON CUATRO CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición																				
FACTOR GEOMETRICO CON SEIS CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición																				
FACTOR GEOMETRICO CON OCHO CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición																				
FACTOR GEOMETRICO CON OCHO CABILLAS DE REFUERZO DENTRO DEL HORMIGON $Z$	Disposición																				
<div style="border: 1px dashed orange; padding: 5px; display: inline-block;">           Por Favor            Seleccione el Factor            Geométrico         </div>																					
<b>DATOS PARA EL CALCULO DE LA RESISTENCIA A TIERRA DE UNA BASE DE HORMIGON (método Ufer)</b>																					
Profundidad del cimiento	(m)		3																		
<b>DATOS PARA EL CALCULO DE LA RESISTENCIA A TIERRA DE UN CONJUNTO DE CIMIENTOS (método Ufer)</b>																					
número de cimiento $N$	(u)		4																		
<table border="1"> <tr> <td><input checked="" type="radio"/> VOLVER MENÚ PRINCIPAL</td> <td><input type="radio"/> IMPRIMIR DATOS</td> </tr> </table>				<input checked="" type="radio"/> VOLVER MENÚ PRINCIPAL	<input type="radio"/> IMPRIMIR DATOS																
<input checked="" type="radio"/> VOLVER MENÚ PRINCIPAL	<input type="radio"/> IMPRIMIR DATOS																				

Figura 46: Segunda hoja del programa realizado en Excel

La tercera hoja (Resistencia del electrodo) del Excel, que se tiene acceso con el botón Resistencia del electrodo, muestra el resultado de la resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón con los datos antes plasmados. Se selecciona la resistividad media del terreno para un cimiento y el multiplicador que depende del espaciamiento para el caso de múltiples cimientos correspondiente al método de Ufer (figura 47).

Cálculo de resistencia de puesta a tierra de electrodos embebidos en hormigón		
CALCULO DE LA RESISTENCIA A TIERRA DE UNA BASE DE HORMIGÓN (método propuesto en el libro de Almirall )		
Resistencia a tierra de una base de hormigón R	15.8341106	$\Omega$
CALCULO DE LA RESISTENCIA A TIERRA DE UNA BASE DE HORMIGÓN (método UFER)		
Resistencia a tierra del electrodo R	13.1023964	$\Omega$
<input type="radio"/> RESISTIVIDAD DEL TERRENO $\rho=5 \Omega \text{ m}$	<input type="radio"/> RESISTIVIDAD DEL TERRENO $\rho=10 \Omega \text{ m}$	Por favor seleccione la Resistividad del Terreno
<input type="radio"/> RESISTIVIDAD DEL TERRENO $\rho=20 \Omega \text{ m}$	<input type="radio"/> RESISTIVIDAD DEL TERRENO $\rho=50 \Omega \text{ m}$	
<input checked="" type="radio"/> RESISTIVIDAD DEL TERRENO $\rho=100 \Omega \text{ m}$	<input type="radio"/> RESISTIVIDAD DEL TERRENO $\rho=200 \Omega \text{ m}$	
<input type="radio"/> RESISTIVIDAD DEL TERRENO $\rho=500 \Omega \text{ m}$	<input type="radio"/> RESISTIVIDAD DEL TERRENO $\rho=1000 \Omega \text{ m}$	
<input type="radio"/> RESISTIVIDAD DEL TERRENO $\rho=2000 \Omega \text{ m}$		
CALCULO DE LA RESISTENCIA A TIERRA DE UN CONJUNTO DE CIMIENTOS (método UFER)		
Resistencia a tierra de un conjunto de cimientos Rn	4.44456529	$\Omega$
<input type="radio"/> MULTIPLICADOR PARA MÚLTIPLES ELECTRODOS M (M para un espaciamiento de 4-15 ft)		Por favor seleccione el Multiplicador
<input type="radio"/> MULTIPLICADOR PARA MÚLTIPLES ELECTRODOS M (M para un espaciamiento de 4-20 ft)		
<input type="radio"/> VOLVER MENÚ PRINCIPAL	<input type="radio"/> IMPRIMIR RESISTENCIA DEL ELECTRODO	

Figura 47: Tercera hoja del programa realizado en Excel

Como se puede apreciar en la Figura 47, para el caso de un cimiento los resultados obtenidos por ambos métodos son muy parecidos, presentando una diferencia de  $2.73 \Omega$ .

El método de Ufer da la posibilidad de determinar la resistencia de un conjunto de cimientos, en este caso 4 cimientos, dando un valor de  $4.44 \Omega$ . Por el método propuesto en (Mesa, 2009), el valor medio de cuatro cimientos en paralelo da un valor de  $3.96 \Omega$ , o sea una diferencia de  $0.48 \Omega$ , un valor también relativamente pequeño.

### 3.3 Modelación con el programa PAST

El programa PAST desarrollado en el Centro de Estudios Electroenergético, permite el proyecto y análisis de sistemas de puesta a tierra, basado en el método de las imágenes de Maxwell, abordado en el Capítulo II de este trabajo. Para el trabajo con cimientos al PAST se le incorporó una función para la determinación de la resistividad equivalente entre la resistividad del terreno y la resistividad del hormigón (epígrafe 2.6).

En la Figura 48 se muestra la ventana principal del programa, la cual permite el trabajo con ficheros de datos, la edición de los ficheros de datos, el cálculo de la resistencia de conexión a tierra y la obtención de los resultados.



Figura 48: Ventana principal del PAST

El trabajo con ficheros permite cargar y salvar ficheros, (ver figura 49).



Figura 49: Ubicación de Cargar Ficheros de Datos en el programa PAST

Al programa se le incorporó la opción de la creación y edición de ficheros de datos, con el uso de cimientos de hormigón, (ver figura 50).

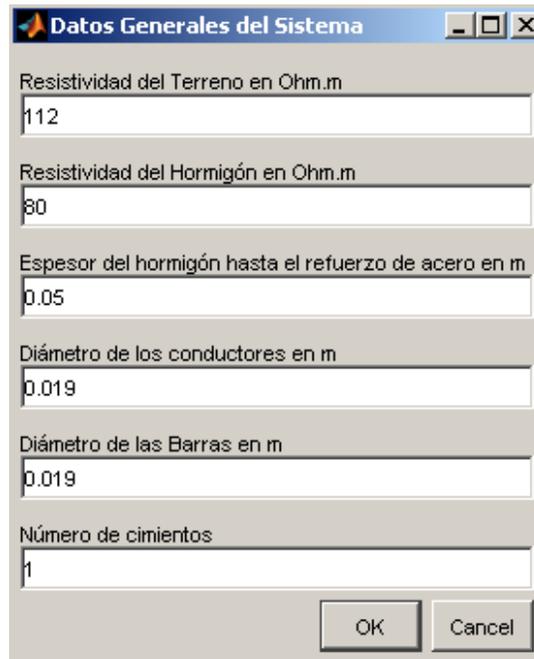


Figura 50: Ubicación de Uso de Cimientos de hormigón en el programa PAST

Los datos requeridos por el programa para el trabajo con cimientos de hormigón (figuras 51 y 52) incluyen:

- Resistividad del terreno.
- Resistividad del hormigón.
- Diámetro de los electrodos embebidos en hormigón.

- Número de cimientos.
- Además de las dimensiones y coordenadas de ubicación de cada uno de los electrodos del cimiento.

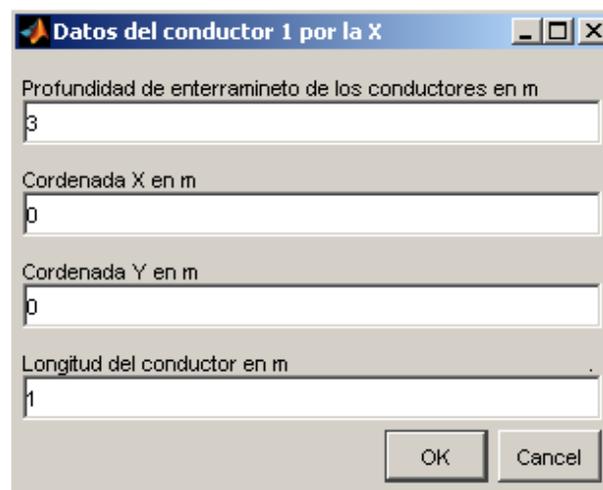


The image shows a dialog box titled "Datos Generales del Sistema". It contains several input fields with the following values:

Field Label	Value
Resistividad del Terreno en Ohm.m	112
Resistividad del Hormigón en Ohm.m	80
Espesor del hormigón hasta el refuerzo de acero en m	0.05
Diámetro de los conductores en m	0.019
Diámetro de las Barras en m	0.019
Número de cimientos	1

At the bottom right, there are two buttons: "OK" and "Cancel".

Figura 51: Ubicación de los datos en el programa



The image shows a dialog box titled "Datos del conductor 1 por la X". It contains several input fields with the following values:

Field Label	Value
Profundidad de enterramiento de los conductores en m	3
Cordenada X en m	0
Cordenada Y en m	0
Longitud del conductor en m	1

At the bottom right, there are two buttons: "OK" and "Cancel".

Figura 52: Ubicación de los datos de un electrodo en el programa

La Figura 53 muestra un cimiento conformado por 4 electrodos verticales de 3 metros de longitud y una base cuadrada de 8 electrodos horizontales de un metro de lado.

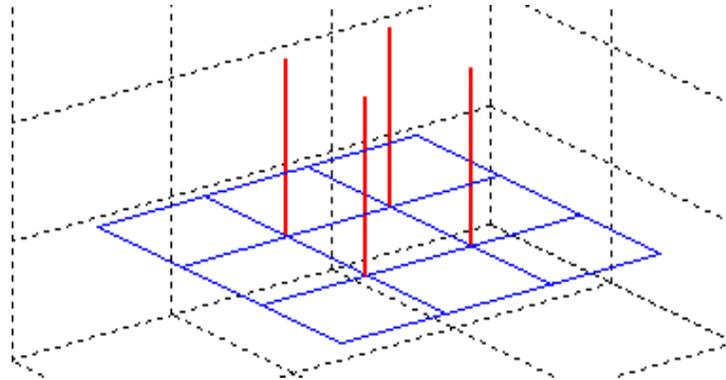


Figura 53: Un cimiento

La opción Cálculos permite determinar la resistencia de conexión a tierra del cimiento o los cimientos modelados, (ver figura 54).

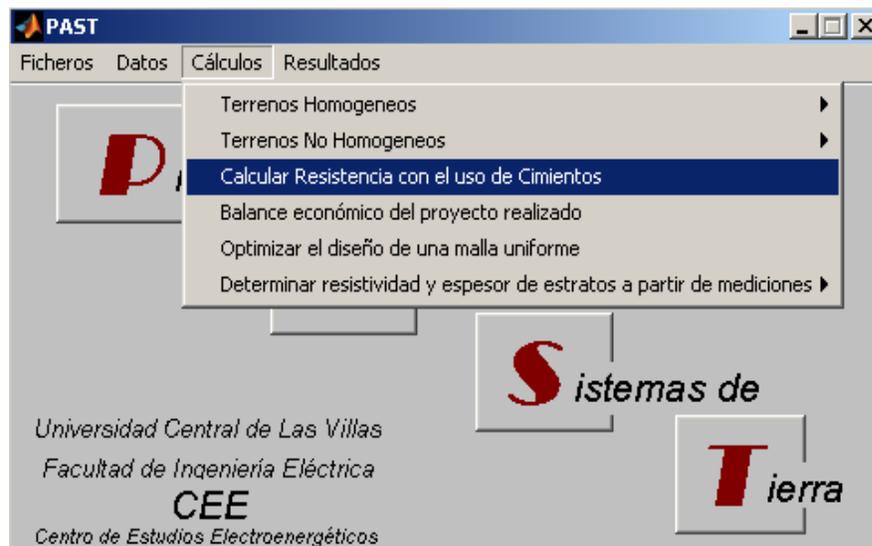


Figura 54: Ubicación de Calcular Resistencia con el Uso de Cimientos en el programa PAST

Una vez realizados los cálculos se pueden observar los resultados, (ver figuras 55 y 56).



Figura 55: Ubicación de Editar Resultados en el programa PAST

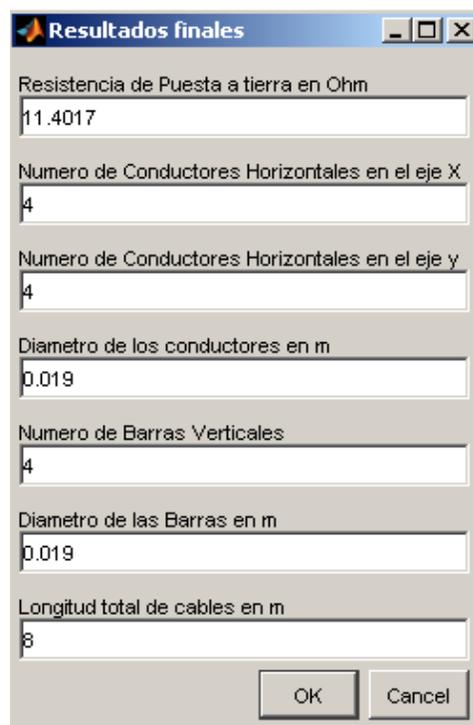


Figura 56: Resultados de puesta a tierra de un cimiento

La Figura 56 muestra los resultados para un cimiento con las mismas características constructivas que el utilizado en los métodos del epígrafe anterior.

Para el caso de 4 cimientos (figura 57), los resultados obtenidos se muestran en la Figura 58.

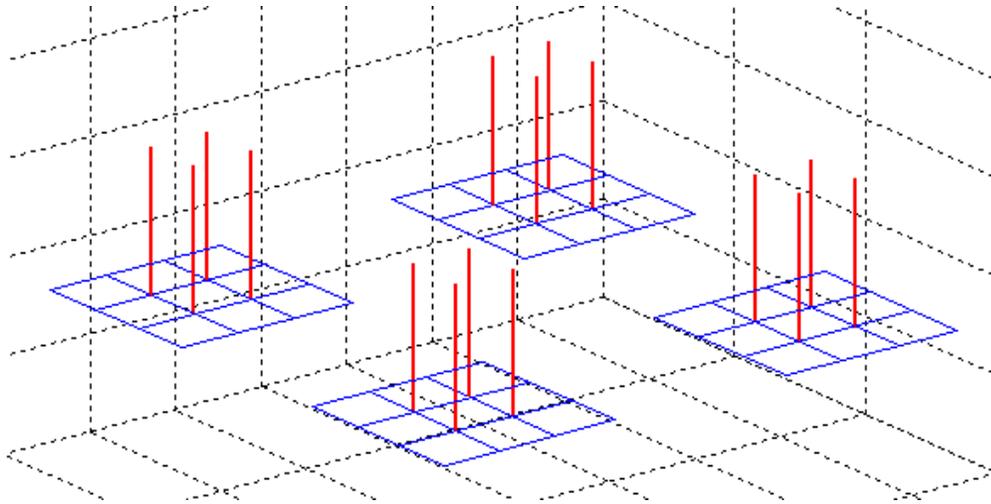


Figura 57: Cuatro cimientos

Resultados finales	
Resistencia de Puesta a tierra en Ohm	5.7618
Numero de Conductores Horizontales en el eje X	16
Numero de Conductores Horizontales en el eje y	16
Diametro de los conductores en m	0.019
Numero de Barras Verticales	16
Diametro de las Barras en m	0.019
Longitud total de cables en m	32

OK Cancel

Figura 58: Resultados de puesta a tierra de cuatro cimientos

### 3.4 Comparación de los resultados obtenidos por los tres métodos utilizados

En la Tabla 3 se realiza una comparación de los resultados obtenidos por cada método y se analizan las ventajas y desventajas de los mismos.

Tabla 3: Resultados de los métodos utilizados

<b>Métodos</b>	<b>Resistencia de un cimiento (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Resistencia de cuatro cimientos (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Ventajas y desventajas</b>
Método propuesto en (Mesa, 2009)	15.83	3.96	<p><b>Ventajas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es un método práctico</li> <li>• Fácil de implementar</li> </ul> <p><b>Desventajas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Considera el plato del cimiento formado por electrodos horizontales como una extensión lineal del pedestal.</li> <li>• No considera la interacción entre varios cimientos separados.</li> </ul>
Método de Ufer	13.1	4.44	<p><b>Ventajas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es un método práctico</li> <li>• Fácil de implementar</li> </ul> <p><b>Desventajas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Considera el plato del cimiento formado por electrodos horizontales como una extensión lineal del pedestal.</li> <li>• Considera una resistividad equivalente entre el terreno y el hormigón desde la parte superior hasta el plato, pero no propone como determinarla.</li> <li>• No tiene en cuenta la separación de los electrodos, de un mismo cimiento.</li> <li>• No tiene en cuenta el valor exacto de separación entre cimientos.</li> </ul>
Método de las Imágenes de Maxwell	11.4	5.76	<p><b>Ventajas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es un método que en la literatura se considera como exacto.</li> <li>• Se tienen en cuenta todos los electrodos del cimiento incluyendo los del plato y su ubicación exacta en el volumen de terreno.</li> <li>• Determina una resistividad equivalente entre el terreno y el hormigón como una función de los volúmenes de terreno y hormigón.</li> </ul> <p><b>Desventajas:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La complejidad matemática del método, necesita de herramientas computacionales de alto nivel.</li> </ul>

En resumen como se puede apreciar de la Tabla 3, las ventajas y desventajas del método de las imágenes de Maxwell implementado en el programa PAST, supera ampliamente a los otros métodos analizados.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### Conclusiones

Luego de concluido el trabajo se arriban a las siguientes conclusiones:

1. El uso de los cimientos de las estructuras de las líneas de transmisión, como sistemas de puesta a tierra, resulta una variante muy económica para este tipo de instalaciones.
2. El método de Ufer y el propuesto en (Mesa, 2009), son métodos que tienen un valor práctico importante, por su simplicidad y fácil implementación, pero su exactitud no compite con métodos como el de las imágenes de Maxwell.
3. El método de las imágenes de Maxwell implementado en el programa PAST, puede constituir una herramienta muy valiosa para el proyecto y análisis de los sistemas de puesta a tierra conformados por los cimientos de hormigón de las instalaciones.

### Recomendaciones

1. Proponer a la Unión Eléctrica analizar la posibilidad de utilizar el programa PAST para el proyecto y análisis de los sistemas de puesta a tierra de líneas de transmisión que usan los cimientos como elementos de puesta a tierra.
2. Continuar perfeccionando el procedimiento desarrollado en el programa PAST, para el proyecto de sistemas de puesta a tierra usando los cimientos de las estructuras de las líneas de transmisión.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1983. IEEE Guide for Measuring Earth Resistivity, Ground Impedance, and Earth Surface Potentials of a Ground System  
*ANSI/IEEE Standard 81* [Online].
- BEWLEY, L. V. 1948. *Two-Dimensional Fields in Electrical Engineering*, New York
- DALAWI, F. 1982. Transmission Line Grounding. *EPRI EL-2699*.
- E. ORELLANA, H. M. M. 1966. *Master Tables and Curves for Vertical Electrical Sounding Over Layered Structures*, Madrid.
- F., P. O. 1997. *Manual para el proyecto y análisis de sistemas de puesta a tierra*.
- F. S. GRANT, G. F. W. 1965. *West, Interpretation Theory in Applied Geophysics*
- F.DAWALIBI, D. M. 1979. Resistance Measurements of Large Grounding Systems *IEEE Trans.*
- G. KUNETZ, J. P. R. 1970. Traitement Automatique Des Sondages Electriques. *Geophysical Prospecting*.
- G. V. KELLER, F. C. F. 1966a. *Electrical Methods in Geophysical Prospecting*.
- G. V. KELLER, F. C. F. 1966b. *Electrical Methods in Geophysical Prospecting*
- G.F.TAGG 1964. *Earth Resistances*.
- GÓMEZ, R. R. *Teoría y diseño de sistemas de de tierras según las normas oficiales mexicanas (NOM) e IEEE* [Online]. Available: <http://www.ruelsa.com/notas/tierras/pe01.html> [Accessed].
- JOHANSEN, H. K. 1977. A Man/Computer Interpretation System for Resistivity Soundings Over a Horizontally Stratified Earth. *Geophysical Prospecting*.
- LAKOBS, A. 1967. Concerning Evaluation of Grounding Grids in Non-Uniform Media. *Elektrichestvo*.
- LEE, F. The use of concrete enclosed reinforcing rods as groundng rods. *IEEE – IGA 6*.
- MARONGIU, I. 1975. Metodo di Calcolo Semplificato della Resistenza di Terra di un Sistema di Dispensori Molteplici in Parallelo. *L' Elettrotecnica*.
- MESA, J. A. 2009. *Temas de Ingeniería Eléctrica*

- ORELLANA, E. 1972. *Prospección Geoeléctrica en Corriente Continua*, Madrid.
- P.L.BUCCHERI, A. C., V. CATALIOTTI 1970. Contributo al Dimensionamento di Dispersioni di Terra Semplice. *L' Energia Electrica*.
- RUDENBERG, R. 1945. Fundamentals Considerations on Ground Currents *Electrical Engineering*
- SALAZAR, J. Seminario de Puesta a Tierra. San José, Costa Rica.
- TAGG, G. F. 1964. *Earth Resistances*.
- YAKOBS, A. I. 1970. Reduction of Multi- Layer Electric Structures of Earth to Two-Layer Structure Equivalents in Designing Complex Earthing Systems. *Elektrichestvo*.