



**MFC** Facultad de Matemática Física y Computación

Departamento de Física

## **TRABAJO DE DIPLOMA**

Título: Modelación hidrodinámica del mar Caribe y de su influencia sobre la bahía de Cienfuegos, al paso de huracanes.

Autor: Felivalentín Lamas Torres

UCLV

**Universidad** Central

"Marta Abreu" de Las Villas

Tutores: Dr. Alain Muñoz Caravaca M.Sc. Jorge Alberto Cárdenas Pestana Lic. Liesvy Valladares Alfonso

> Santa Clara , junio, 2019 Copyright©UCLV





**MFC** Facultad de Matemática Física y Computación

Academic Departament of Physical

## **DIPLOMA THESIS**

Title: Hydrodynamic modeling of the Caribbean Sea and it's influence on the bay of Cienfuegos, in the wake of hurricanes.

Author: Felivalentín Lamas Torres

UCLV

**Universidad** Central

"Marta Abreu" de Las Villas

Thesis Director: Dr. Alain Muñoz Caravaca

M.Sc. Jorge Alberto Cárdenas Pestana Lic. Liesvy Valladares Alfonso

> Santa Clara, June, 2019 Copyright©UCLV



Este documento es Propiedad Patrimonial de la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, y se encuentra depositado en los fondos de la Biblioteca Universitaria "Chiqui Gómez Lubian" subordinada a la Dirección de Información Científico Técnica de la mencionada casa de altos estudios.

Se autoriza su utilización bajo la licencia siguiente:

Atribución- No Comercial- Compartir Igual



Para cualquier información contacte con:

Dirección de Información Científico Técnica. Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas. Carretera a Camajuaní. Km 5½. Santa Clara. Villa Clara. Cuba. CP. 54 830 Teléfonos.: +53 01 42281503-1419

### Agradecimientos

A mi familia por su apoyo incondicional, contribución y ayuda en estos cinco años de carreara.

A mis tutores por su ayuda en la realización de este trabajo y su guía.

A Addiel por permitirnos un local donde trabajar.

Al personal que trabaja con el clúster por su ayuda.

A los profesores de la carrera que durante estos cinco años ha contribuido en mi formación.

En fin, a todas aquellas personas que de una u otra forma estuvieron apoyándome y

guiándome en el transcurso de esta tesis.

### Dedicatoria

A mi familia por estar en todo momento ahí, apoyándome y dándome aliento. Por permitir que fuesen posible estos cinco años y esta tesis.

### Resumen

En la presente investigación se desarrolla la modelación matemática de la marea, oleaje y corriente en el Caribe y su influencia en la bahía de Cienfuegos ante un evento meteorológico extremo, en este caso los ciclones tropicales. Para ello se utiliza el modelo acoplado de circulación oceánica ADCIRC+SWAN. La simulación realizada parte de dos casos de estudio fundamentales: el huracán Dennis (julio del 2005) y el huracán Lili (octubre del 1996). Se obtienen los campos de sobre-elevación por surgencia y marea, siendo esta última un punto clave en la calibración del modelo, la cual se basa en la comparación con valores reales y el establecimiento en puntos de prueba para evaluar la similaridad de ambas señales. También se obtienen los campos de oleaje y el comportamiento de las corrientes en el canal de entrada de la bahía. La aplicación de este modelo en zonas semi-cerradas como la Bahía de Cienfuegos con la influencia del Mar Caribe constituye una herramienta fundamental para el pronóstico de marea, oleaje, surgencia y la definición detallada de los procesos dinámicos que ocurren en estos ecosistemas.

**Palabras Claves:** modelación matemática, ADCIRC-SWAN, marea, oleaje, corriente, surgencia, ciclón tropical, bahía de Cienfuegos.

## Glosario

### Acrónimos y Terminología

ADCIR	.ADvanced CIRCulation model
CEAC	. Centro de Estudios Ambientales de Cienfuegos
СМ	.Centro de Masa
СТ	Ciclón Tropical
DF	. Diferencia Finita
E	.Este
EF	. Elemento Finito
GWCE	.Ecuaciones de Continuidad de Ondas Generalizadas
MARS	. Model for Applications at Regional Scale
MONSAC3	. Modelación Numérica de la Surgencia provocada por
	los huracanes en los alrededores de Cuba
N	Norte
NOAA	. Administración Nacional Oceánica y Atmosférica
S	Sur
SWAN	. Simulating WAves Nearshore
W	. Oeste
1D	. Unidimensional
2D	Bidimensional
3D	. Tridimensional

# Índice

Agradecimier	ntos		·IV
Dedicatoria			V
Resumen			VI
Glosario			VII
Índice			VIII
Índice de tabl	las		XI
Índice de figu	iras		XII
Introducción			1
CAPITULO I			6
1.1. Fen	iómer	nos oceánicos	6
1.1.1.	Mar	eas	6
1.1.1.1	1.	Interacción gravitacional y centro de masa	8
1.1.1.2	2.	La generación de mareas	8
1.1.1.3	3.	Predicción de mareas	10
1.1.2.	Olea	aje	10
1.1.2.2	1.	Tipos de oleaje	11
1.1.2.2	2.	Teoría de olas lineal	12
1.1.2.3	3.	Teoría de ondas no lineales	14
1.1.2.4	4.	Espectro de onda	15
1.1.2.5	5.	Espectro de densidad de varianza	15
1.1.2.6	6.	Análisis del oleaje en el dominio de las probabilidades	16
1.1.2.7	7.	Tipos de transformaciones del oleaje en las zonas costeras	17
1.1.2.	Corr	ientes marinas	19
1.1.3.	Surg	gencia	20
1.1.3.2	1.	Efecto de barómetro invertido	21
1.1.3.2	2.	Influencia del viento	22
1.1.3.3	3.	Efecto de Coriolis	25
1.1.3.4	4.	Efecto de fondo	26
1.2. Mo	delos	numéricos de predicción hidrodinámica	26
1.2.1.	Ecua	aciones de aguas someras	27
1.2.2.	Ante	ecedentes históricos de modelos numéricos	28
1.2.3.	Cara	acterísticas de los modelos	29

1.2.4. Dimensiones del modelo	29
1.2.5. Esquemas numéricos	30
1.2.6. Tipos de rejillas	31
1.3. Antecedentes de estudios relacionados con fenómenos oceánicos en Cuba	32
1.3.1. Antecedentes de estudios relacionados con fenómenos oceánicos en	
Cienfuegos	34
1.4. Conclusiones parciales	36
CAPITULO II	37
2.1. Zona de estudio	37
2.1.2. Principales características	37
2.2 Implementación del modelo	
2.2.1 Modelo SWAN	41
	12
2.2.1.1. Analisis de la ecuación de gobierno	42
2.2.1.2. Procesos que influyen en la energía de la onda	42
2.2.1.2.1. La energía de la onda se ve afectada o variada en las aguas somera seis procesos que contribuyen en <i>Stat</i> :	s por 42
2 2 1 2 2 Transferencia de energía por el viento	43
2.2.1.2.3 Proceso de <i>whitecannina</i>	43
2.2.1.2.4. Fricción de fondo	44
2.2.1.2.5. Rompimiento inducido por el fondo	44
2.2.1.2.6. Interacción no lineal entre ondas	45
2.2.1.3. Obstáculos	46
2.2.2. ADCIRC	47
2.2.2.1 Equationas del modelo	7
	47
2.2.4. Forzantes del modelo	54
2.2.4.1. Marea	54
2.2.4.2. NWS	55
2.2.5. Calibración del modelo	56
2.3. Casos de estudio	56
2.3.1. Breve descripción de los casos de estudio	57
Conclusiones parciales	59
CAPITULO III	60

3.1.	Análisis de los valores de marea	· 60
3.2.	Análisis de la marea durante el paso de los ciclones tropicales	· 62
3.3.	Análisis del oleaje generado por ciclones tropicales	· 63
3.4.	Comportamiento de las corrientes en el canal de la bahía de Cienfuegos	· 68
Conclusi	ones	·71
Recome	ndaciones	·72
Bibliogra	ıfía	· 73

## Índice de tablas

Tabla 1. 1. Valores del número de Iribarren para los diferentes tipos de rotura	19
Tabla 2. 1. Constituyentes de marea empleadas en ADCIRC	· 55
Tabla 3. 1. Comparación entre los valores reales y los obtenidos	61

## Índice de figuras

Figura 1.1. Esquema de fuerzas de la interacción Luna-Tierra	6
Figura 1. 2. Vista a escala del conjunto Sol-Luna-Tierra, donde las mareas result	tantes
no están a escala y sí exageradas	7
Figura 1. 3. Modelo de interacción gravitacional	8
Figura 1. 4. Sistema Astro-Tierra	9
Figura 1.5. Comportamiento de la partícula en la hidrósfera	9
Figura 1. 6. Oleaje tipo SEA a), y tipo SWELL b)	12
Figura 1.7. Ola Lineal	13
Figura 1.8. Ola no lineal (Stokes)	14
Figura 1.9. Tipos de rotura del oleaje	18
Figura 1. 10. Surgencia de tormenta	20
Figura 1. 11. Efecto de barómetro invertido	21
Figura 1. 12. Sobre-elevación del nivel del mar por arrastre del viento	23
Figura 1.13. Rompimiento de oleaje causante de la sobre-elevación del nivel de	l mar.
	24
Figura 1. 14. Efecto de Coriolis	25
Figura 1. 15. Rejilla triangular	32
Figura 1. 16. Rejillas basadas en elementos ortogonales	32

Figura 2.1. Batimetría del Mar Caribe	- 37
Figura 2. 2. Mapa de la bahía de Cienfuegos	- 39
Figura 2. 3. Malla empleada	- 53
Figura 2. 4. Ubicación de las boyas tomadas como referencia	- 56
Figura 2. 5. Trayectoria del huracán Dennis	- 57
Figura 2. 6. Trayectoria del huracán Lili	- 58

Figura 3. 1. Comparación entre los valores de marea de la NOAA y los obter	nidos con
el modelo	60
Figura 3. 2. Comportamiento de niveles de elevación del Mar	61
Figura 3. 3. Nivel de elevación del nivel del mar al paso de Dennis	62
Figura 3. 4. Nivel de elevación del nivel del mar al paso de Lili	63

Figura 3. 5. Comparación del oleaje en Dennis dentro y fuera de la bahía64
Figura 3. 6. Comparación entre el lóbulo Norte y Sur de la bahía durante el huracán
Dennis65
Figura 3.7. Máximos de altura de ola significativa al paso de Dennis por Cienfuegos.
65
Figura 3.8. Comparación del oleaje en Lili dentro y fuera de la bahía66
Figura 3.9. Comparación entre el lóbulo Norte y Sur de la bahía durante el huracán
Lili67
Figura 3. 10. Máximos de altura de ola significativa al paso de Lili por Cienfuegos 67
Figura 3. 11. Comportamiento de las corrientes al paso de Dennis por Cienfuegos 69
Figura 3. 12. Comportamiento de las corrientes al paso de Lili por Cienfuegos 69
Figura 3. 13. Comportamiento de las corrientes tras el paso de Dennis por
Cienfuegos70

Figura 3. 14. Comportamiento de las corrientes tras el paso de Lili por Cienfuegos---70

### Introducción

Entre los fenómenos naturales más destructivos en el área del Caribe se encuentran los ciclones tropicales (CT) (Gómez, Dr. Roberto; Caravaca, Lic. Lester; Muñoz, M.Sc. Alain; Alonso, M.Sc. Tatiana; Olael, Lic. Eugenio; Gómez, Tec. Fidel; Estupiñán, Lic. Luis; Barcia Sardiñas, M.Sc. Sinaí; León González, 2011), ya que, causan grandes afectaciones debido a los fuertes vientos y las lluvias que traen consigo. En Cuba los CT son causantes de grandes estragos no solo debido a la embestida de los vientos directamente y las acumulaciones de las precipitaciones, sino que incidentes secundarios como el oleaje generado por los fuertes vientos, las mareas diarias y la surgencia de tormenta, o el arrastre de las corrientes, son factores que contribuyen a las inundaciones y corrimientos de tierra.

El cambio periódico del nivel del mar producido principalmente por las fuerzas de atracción gravitatoria que ejercen el Sol y la Luna sobre la Tierra, cambiando la altura de las masas de agua al deformarlas, es llamado marea. La topografía, la batimetría de la región, así como la posición geográfica influyendo en su comportamiento, es el caso de canales estrechos donde se puede apreciar como ocurre el fenómeno de amplificación de la marea, (Bowditch, 2002).

La circulación oceánica superficial es el resultado de varios procesos, especialmente la fuerza del viento que actúa en la superficie del agua y las diferencias de densidad. Si se asume que el sistema de corrientes observado es simplemente el resultado de la fuerza del viento la circulación sería muy similar a los principales cinturones de vientos en la Tierra y efectivamente así ocurre. Siendo afectada en ambos hemisferios por el efecto de Coriolis. Sin embargo, la circulación en las profundidades se debe a la diferencia de densidad que, no son sino diferencias de temperatura y salinidad.

Las ondas en los océanos son originadas por diversas causas, (Caravaca, 2011; Pintado, Malvárez, & Navas, 2010), pero el viento es el que genera las más usuales y de superior densidad energética. Por lo que se suele decir que la energía que poseen las ondas de mar son un derivado terciario de la energía solar, ya que el viento se origina como consecuencia del desigual calentamiento que el Sol produce en la superficie terrestre, y el viento, al actuar sobre el agua le transfiere energía y la pone en movimiento, provocando ondulaciones en las capas superficiales que constituyen el oleaje que se observa en todas las aguas de los océanos y que golpean las costas de los continentes. Según la velocidad del viento se forman ondas desde las pequeñas crestas que acarician la playa hasta las encrespadas olas que se producen durante las tormentas; pudiendo variar desde los tranquilos mares de fondo que se acercan a las playas tropicales hasta los movimientos extremadamente caóticos y violentos producidos por los huracanes, los cuales juegan el rol principal en la transformación de la superficie oceánica siendo capaces de generar movimientos ondulatorios en su trayectoria sobre las aguas profundas, los cuales pueden afectar regiones alejadas, produciendo grandes inundaciones, (Gómez, Dr. Roberto; Caravaca, Lic. Lester; Muñoz, M.Sc. Alain; Alonso, M.Sc. Tatiana; Olael, Lic. Eugenio; Gómez, Tec. Fidel; Estupiñán, Lic. Luis; Barcia Sardiñas, M.Sc. Sinaí; León González, 2011; Marín Machín, 2017).

Las olas son modeladoras del litoral, ya que el continuo golpear desgasta o reconstruye las playas. El oleaje representa una de las fuentes dominantes de energía en gran parte de las zonas costeras, interviniendo de manera significativa en la circulación, el transporte de sedimentos y el modelado de las costas, entre otros factores, (Marín Machín, 2017). Con su accionar diario contribuye a los procesos de erosión y acumulación en las costas, el surgimiento y la deposición de barreras coralinas, manglares y deposición de sedimentos. En condiciones atmosféricas normales se puede apreciar incluso sin viento, pero en presencia de los fuertes vientos de un CT, el arrastre de las masas de agua puede ser tal que las olas alcancen metros de altura.

Entre los peligros que trae acompañado un CT, La surgencia constituye la mayor amenaza para las poblaciones costeras y sus ecosistemas. Es concebida en la convergencia de los fuertes vientos con el efecto de barómetro invertido ocasionado por el gradiente de presión atmosférica. Es positiva a la derecha en el hemisferio norte (izquierda en el sur), donde el viento fluye hacia la costa y negativa donde el viento fluye hacia el mar.

La acción de todos estos fenómenos oceánicos al unísono provoca la amplificación de sus efectos. En todos ellos la geografía costera influye de forma determinante en el resultado y cómo será su accionar, así como la composición de la batimetría local y la pendiente de la plataforma continental.

Cuba al ser una isla, se ve grandemente afectada por eventos que afecten la sobreelevación del nivel del mar, y de entre ellos los CT destacan (Caravaca, 2011; Díaz García, 2008; Marín Machín, 2017). Estudios precedentes han permitido valorar los niveles de surgencia y la contribución que tiene la marea en la misma, permitiendo zonificar la peligrosidad (Marín Machín, 2017). Independientemente se han valorado los valores de oleaje causados por CT en los litorales (Caravaca, 2011). Para ello se han empleado modelos como MONSAC3 (Modelación Numérica de la Surgencia provocada por los huracanes en los alrededores de Cuba), ADICRC (ADvanced CIRCulation model), SWAN (Simulation WAves Nearshore).

El presente trabajo, aunque analiza la acción de los CT en toda el área del Caribe, se centra en la repercusión de estos fenómenos en la bahía de Cienfuegos, siendo esta el principal recurso natural y económico de la provincia de igual nombre. Esta bahía de  $90 \ Km^2$  se conecta al Mar Caribe por un estrecho y sinuoso canal de  $3 \ Km$  de largo, accidente geográfico que limita la propagación del oleaje dentro de la bahía, aunque amplifica el fenómeno de la marea.

Esta bahía ha sido fuente de numerosos estudios, enfocados principalmente a caracterizarla hidrodinámicamente. Entre ellos se encuentra el realizado por Tomzack y García (1975), el que constituyó el primer reporte de modelación hidrodinámica de bahías y lagunas costeras cubanas. En este estudio fueron caracterizados los patrones de circulación en la Bahía de Cienfuegos, (Douillet, Garcia, & Fichez, 2012), y se dieron los primeros criterios de los procesos de intercambio y renovación de las aguas. Por otro lado, trabajos como el de Díaz (2008) y Muñoz (2012) se encargaron de caracterizar hidrodinámicamente esta bahía mediante la aplicación del modelo tridimensional de circulación MARS (Model for Applications at Regional Scale). El primero encaminado a visualizar un grupo de fenómenos como la circulación de las aguas, su estratificación y factores referentes a la dinámica de las aguas, en particular: los aportes fluviales, el viento, las mareas. En el caso del trabajo realizado por Muñoz (2012) se delimitan los principales factores que determinan el movimiento de intercambio de las aguas, facilitando la interpretación de muchos fenómenos ambientales que ocurren en este ecosistema, para los cuales no existe una fundamentación científicamente adecuada. La aplicación de este modelo en la bahía suministra una herramienta útil para el diagnóstico, evaluación y el estudio predictivo de la contaminación de este ecosistema por fenómenos naturales o antropogénicos. Todos los estudios analizados anteriormente no brindaban respuestas sobre la influencia que podría tener el fenómeno de surgencia asociado a eventos meteorológicos extremos como los ciclones tropicales, en la sociedad, la economía y el medio ambiente. Era de suma importancia contar con una herramienta de pronóstico capaz de generar los peores escenarios posibles en caso de que esto ocurriera, además de servir a las autoridades de la provincia para minimizar los daños y buscar una estrategia que contrarrestara los efectos negativos asociados a este fenómeno.

Los estudios antes señalados, calcularon y simularon el comportamiento de la marea, el oleaje y las corrientes en condiciones de tormentas y determinan el valor elevación del nivel del mar a partir de la sumatoria lineal de los valores de surgencia, marea y aporte fluvial.

El hecho de calcular de manera lineal la elevación del nivel de mar al paso de CT, no permite apreciar o cuanto menos limita conocer adecuadamente, los aportes combinados de estos procesos oscilatorios al valor total de la elevación del nivel del mar y de las corrientes marinas dentro y fuera de la bahía de Cienfuegos, lo cual es justamente el **Problema Científico** de la presente investigación. Varias interrogantes acompañan a este problema científico, por ejemplo:

1. ¿Qué diferencias se alcanzan en la elevación del nivel del mar al considerar los procesos combinados respecto a los estudios previos?

2. ¿Qué influencia tiene la morfología costera, así como el dominio computacional al considerar todos los procesos oscilatorios a la vez?

3. ¿Qué implicaciones tienen las características del huracán sobre las de la surgencia y la elevación del mar?

4. ¿Qué áreas son las más afectadas durante un evento por surgencia, marea, oleaje y corriente?

Con el fin de resolver este problema científico se plantea como **Objetivo General** de esta investigación:

Modelar matemáticamente la surgencia, la marea, las corrientes y el oleaje en la bahía de Cienfuegos al paso de huracanes.

Para ello se proponen como Objetivos Específicos los siguientes:

 Implementar el modelo hidrodinámico acoplado en ADCIRC+SWAN en la bahía de Cienfuegos considerando un dominio computacional para toda la región del Caribe

2. Caracterizar el comportamiento de la marea, el oleaje y los campos de corrientes en la zona de estudio para eventos extremos seleccionados.

3. Comparar para cada caso la influencia que representa considerar los efectos combinados de la marea, las corrientes y el oleaje.

El **objeto de estudio** se centra en los procesos físicos que generan la elevación del nivel del mar, al tiempo que el **campo de acción** se corresponde con la modelación matemática de los procesos físicos que determinan la elevación del nivel del mar en la bahía de Cienfuegos al paso de huracanes.

#### Novedad científica

La modelación matemática de la surgencia, marea, corriente y el oleaje mediante la implementación del modelo numérico acoplado ADCIRC+SWAN. La elaboración de un dominio computacional para toda la región del Caribe, estable y calibrado; así como factible de utilizar debido a su alta resolución en las zonas de mayor interés, posibilita optimizar el tiempo de computo sin perder en la calidad de los resultados. Además, constituye una herramienta matemática de pronóstico que brinda una aproximación a la realidad de la ocurrencia de todos estos procesos oceánicos al unísono ante fenómenos tropicales.

### **CAPITULO I**

#### 1.1. Fenómenos oceánicos

Las ondas, (Tavera, 2006) constituyen el fenómeno físico de la propagación de una perturbación a través de un medio. Una característica fundamental de cualquier tipo de onda es que junto a la perturbación se propaga energía. El medio perturbado puede ser de naturaleza diversa como aire, agua o un trozo de metal. Las ondas mecánicas necesitan de un medio material para propagar la perturbación a lo largo de la extensión del mismo.

#### 1.1.1. Mareas

Las mareas, (Autoridad Portuaria de la Bahía de Cáliz, 2018) están relacionadas con la atracción gravitacional ejercida sobre la tierra principalmente por el Sol y la Luna. De ellos, ésta última es quién más influencia tiene sobre tales flujos. (Wong & Santos, 2016). En un sistema de dos cuerpos que rotan, unidos por una fuerza gravitatoria la forma en que se trasladan depende de la cantidad de masa que los constituyen. Si un cuerpo tiene una enorme masa y el otro muy pequeña, el cuerpo menor rotará en torno al grande, sin que este último se vea muy influenciado por la rotación de aquél de tamaño inferior. (Figueroa, 2009)

La tierra rota diariamente en torno a su propio eje, así que la zona que "pasa" frente a la Luna va cambiando durante el día. Un punto cualquiera de la Tierra desfila frente a la Luna una vez al día y por el lado opuesto a ella, también diariamente (más bien "casi", dado que hay una pequeña diferencia por el movimiento de la Luna en torno al centro común). Por lo tanto, cada punto de la Tierra tiene "protuberancias" dos veces cada día, y también dos "hundimientos" diarios. (Figueroa, 2009).



Figura 1. 1. Esquema de fuerzas de la interacción Luna-Tierra. (Xunta de Galicia, 2010).

En el día a día se pueden observar que pueden existir dos mareas al día. En este fenómeno también influyen la existencia de los continentes, los accidentes geográficos y sumado a esto el cambio de posición relativa de la Luna y el Sol a lo largo del día, hacen que la periodicidad de las mareas no sea exactamente 12 horas.(Sánchez, Minguito, & Ferrando, 2013) . En la **Figura 1.2**, la posición relativa de las elipses generadas por el sol y la Luna son la causa de los ciclos de mareas vivas y muertas que se observan cada mes. (Xunta de Galicia, 2010)

En la práctica, la variabilidad del nivel del mar, muestra un comportamiento mucho más complejo.(Bowditch, 2002). La inclinación del eje de la Tierra respecto de la elíptica, la excentricidad de las órbitas de a Luna y la Tierra, la presencia de los continentes y la variabilidad de la topografía marina introducen factores adicionales en el comportamiento que contribuyen a la variabilidad total del nivel del mar.(Xunta de Galicia, 2010)



Figura 1. 2. Vista a escala del conjunto Sol-Luna-Tierra, donde las mareas resultantes no están a escala y sí exageradas. (Xunta de Galicia, 2010).

#### 1.1.1.1. Interacción gravitacional y centro de masa

Considerándose dos cuerpos, de masa  $M_1$  y  $M_2$  que giran en torno a su centro de masa (CM) con velocidad angular *w*. La separación entre los centros de las esferas es *R*, y las distancias del CM a dichos centros son  $R_1^*$  y  $R_2^*$ , como se muestra en la **Figura 1.3**. (Pernambuco, 1988). Esta distancia viene dada por:

$$R_{1}^{*} = \frac{M_{2}}{M_{1} + M_{2}}R$$
$$R_{2}^{*} = \frac{M_{1}}{M_{1} + M_{2}}R$$



Figura 1. 3. Modelo de interacción gravitacional. (Pernambuco, 1988).

#### 1.1.1.2. La generación de mareas

La fuerza generadora de mareas en un punto dado se define como la aceleración relativa al centro de la Tierra de la unidad de masa situada en dicho punto debida a las fuerzas gravitatorias creadas por un cuerpo celeste (dígase Luna o Sol) situados a una distancia que, en general, varía con el tiempo.

Como modelo físico se considera una Tierra esférica, de masa  $M_T$ , completamente cubierta por una delgada capa de agua (hidrosfera). Supóngase la existencia de un astro próximo de masa M. Ambos cuerpos giran en torno a su CM con la velocidad angular w. No teniéndose en cuenta la velocidad angular de rotación de la Tierra en torno a su eje Norte-Sur.(Pernambuco, 1988).

A partir de la notación dada en la **Figura 1.4**, se puede demostrar que la fuerza que actúa sobre una partícula de fluido de la hidrosfera, de masa m, está dada por la expresión:

$$\vec{F}_m = -G \frac{M_T m}{R_T^3} \vec{R}_T - G \frac{M m}{d^3} \vec{d} + G \frac{M m}{R^3} \vec{R}$$

Los dos primeros términos describen, respectivamente, la atracción gravitatoria de la propia Tierra y de M sobre la partícula m. En cuanto al tercer término describe el efecto centrífugo producido por la rotación del sistema en torno al CM.



Figura 1. 4. Sistema Astro-Tierra.

Como  $R = |\vec{R}|$  y  $d = |\vec{d}|$  son mucho mayores que el radio de la Tierra,  $R_T = |\vec{R}_T|$  el primer término de la ecuación anterior sería mucho mayor que los otros dos. En este caso se podrían despreciar los dos últimos términos, quedando solo la expresión del "peso" de la partícula *m*, radial y uniforme en cualquier punto de la hidrósfera (**Figura 1.** 5). Con estas aproximaciones realizadas, la simetría de la hidrosfera sería esférica y por consiguiente no existirían mareas. (Pernambuco, 1988).



Figura 1. 5. Comportamiento de la partícula en la hidrósfera.

En consecuencia, el origen de las mareas queda asociado a los dos últimos términos. La fuerza por unidad de masa  $\vec{f}$  correspondiente a dichos términos, será la que genere las mareas:

$$\vec{f} = GM\left(\frac{\vec{R}}{R^3} - \frac{\vec{d}}{d^3}\right)$$

La fuerza  $\vec{f}$  "tira" de las partículas de la hidrosfera en la forma que, exagerada y aproximadamente, se muestra en la **Figura 1.2**. Esta distribución de fuerzas provoca una ligera deformación de la hidrosfera.

#### 1.1.1.3. Predicción de mareas

Para el estudio y predicción de las mareas, se supondrá que el nivel del mar en cada punto es la suma de una contribución periódica pura que es llamada armónico. Cada armónico tiene una frecuencia independiente de la localización donde se encuentra. Partiendo de una serie de datos de nivel del mar, se ajusta por la técnica de mínimos cuadrados la:

$$\eta = h + \sum_{i=1}^{} A_i \cos(w_i t + \varphi_i)$$

Donde *h* es el nivel medio del mar y  $A_i$ ,  $w_i$  y  $\varphi_i$  son las amplitud, frecuencia y fase del armónico correspondiente. Teniéndose los parámetros, es posible el cálculo del nivel del mar en un tiempo posterior mediante la suma de las contribuciones de todos los armónicos en un momento determinado. En la práctica, es la longitud de la serie temporal analizada la que dicta las limitaciones en el número de contribuciones armónicas que es posible calcular. (Xunta de Galicia, 2010).

#### 1.1.2. Oleaje

La velocidad y dirección del viento presentan una naturaleza irregular y aleatoria. Esto hace que la energía y cantidad de movimiento trasmitida durante la interacción viento-superficie marina siga el mismo patrón de comportamiento. De ahí que el desplazamiento vertical entorno a una posición de equilibrio de la superficie libre del mar sea irregular y aleatorio. Esto se debe a que sobre un mismo punto o área convergen varias ondas generadas en lugares y tiempos diferentes, con características y formas distintas y diversas. Esta oscilación irregular y aleatoria de la elevación de la superficie de la mar generada por viento, es conocida como oleaje. Cada ola se forma por la superposición de una cantidad aleatoria de ondas diferentes e independientes, cuyas componentes son también aleatorias.

Un oleaje de estas características y que aún se encuentra en la zona de generación se conoce como mar u oleaje de viento. Cuando este oleaje abandona la zona de generación, ya fuera de la acción de los vientos, comienzan a actuar la dispersión, la disipación, y los grupos de ondas de mayor velocidad sobrepasan a los de menor velocidad. Esto hace que este oleaje adquiera una forma más regular y menos aleatoria.

A este último se le conoce como mar u oleaje de fondo. La diferencia esencial entre ambos estados de mar es que el primero está dentro de la zona de generación y es altamente aleatorio e irregular, mientras que el segundo se puede encontrar alejado a grandes distancias de la zona de generación incluso miles de kilómetros y presenta un comportamiento más regular y monocromático. (Caravaca, 2011)

A lo largo de todas las costas, las olas representan la mayor fuente de energía en la zona litoral, parte de la energía que llega a la costa es reflejada y devuelta hacia el mar abierto, y el resto (la mayoría) se transforma para generar corrientes costeras y transporte de sedimentos y es, en última instancia, la fuerza que dirige y domina los cambios morfológicos a lo largo de este espacio de transición entre el mar y la tierra. Este es uno de los motivos por lo que el conocimiento de las fuerzas que generan las olas y su dinámica es fundamental para entender la morfología costera y gestionar las actividades y procesos que sobre ella se asientan.

Las teorías de olas, formulaciones matemáticas que determinan los cambios en las propiedades de las olas (altura, periodo, velocidad de las partículas, etc.) cuando estas abandonan las áreas de generación y comienzan a llegar a la costa, y que permiten estimar las características de las olas en aguas someras a partir de datos de aguas profundas, se remontan al siglo XIX.(Varona-gonzález, Martínez-serrano, & Pavón-lópez, 2014). De esta forma comenzando con los trabajos clásicos de Gerstener (1802), Airy (1844), Stokes (1847), Kelvin (1887) y Helmholtz (1888), muchos científicos, ingenieros y matemáticos han postulado las diferentes formas de movimientos de las olas sobre el océano y sus interacciones con el viento, con variaciones en la complejidad y exactitud, poniéndose de manifiesto que en aguas someras la complejidad de las teorías aplicables es mayor que en aguas profundas.(Pintado et al., 2010)

#### 1.1.2.1. Tipos de oleaje

Las ondas del océano son de una amplia gama de periodos, es de interés principalmente el estudio de aquellas que son las más energéticas (generadas por viento), ya que, en un momento dado, su fuerza podría suponer un riesgo en la seguridad de las estructuras portuarias.

Cualquier descripción física adecuada del oleaje incluye la forma de su superficie y el movimiento del fluido debajo de la ola. Una ola que puede ser descrita en términos matemáticos simples se denomina ola simple. Las olas sinusoidales o armónicas simples son un ejemplo de estas, ya que el perfil de su superficie puede ser descrito por una función seno o coseno simple. Las olas compuestas que se componen de varias componentes y que son difíciles de describir se denominan olas complejas que pueden ser el resultado de la superposición de varias ondas sinusoidales. Una ola periódica es recurrente en intervalos iguales de tiempo. Una órbita de oleaje que se mueve en forma relativa a un punto fijo se denomina ola progresiva; la dirección a la que se dirige se denomina dirección de propagación del oleaje. Si una órbita sólo mantiene un movimiento ascendente y descendente en una posición fija, se denomina ola totalmente estacionaria. Una ola progresiva es llamada ola de forma permanente si se propaga sin sufrir cambios en la configuración de su superficie libre.

El oleaje de tipo SEA (Figura 1. 6. a)) se distingue por ser totalmente caótico, se produce en zonas costa afuera, las crestas son cortas y asimétricas, no cuenta con un periodo y altura bien definidos. Las olas se propagan en todas direcciones, aunque su orientación principal es la que el viento les imprime. Mientras el SWELL (Figura 1. 6. b)) está bien alineado, con las crestas y valles de las ondas formadas y se aprecia una dirección predominante. Las ondas con diferentes celeridades se solidifican al acercarse a la costa, donde se transforman por efecto del fondo.



Figura 1. 6. Oleaje tipo SEA a), y tipo SWELL b).

#### 1.1.2.2. Teoría de olas lineal

Las olas cortas son aquellas en las que la velocidad c es independiente de la profundidad del mar H, pero dependiente de la propia longitud de onda  $\lambda$ . Ondas de este estilo son las olas de viento, es decir, las olas corrientes que estamos acostumbrados a observar sobre la superficie marina. En el estudio de la teoría de ondas lineal haremos consideraciones sobre su desplazamiento vertical, período, longitud, velocidad de traslación, rotura, energía de las olas, etc.

El desplazamiento vertical de la ola o la oscilación de la superficie libre, en un sistema de coordenadas (x, y) obedece a la ecuación:

$$y = \frac{H}{2}\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right)$$

Donde el esquema y parámetros que intervienen, se representan en la Figura 1.7.

El *período T* de las olas es el tiempo transcurrido para que por un punto pasen dos crestas o dos valles sucesivos de un mismo tren de olas.

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}TH\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)}} = \frac{2\pi}{w}$$

Si el agua tiene suficiente profundidad  $h > \frac{\lambda}{2}$  el período es  $T = \frac{\lambda}{c}$ ; en las olas cortas se determina inmediatamente una vez conocidos  $\lambda$  y  $\vec{c}$ , en la forma:  $c = \frac{\lambda}{T} = \frac{gT}{2\pi}$ ;  $T = \frac{2\pi c}{g}$ .



Figura 1.7. Ola Lineal.

La longitud de onda de las olas viene dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi}Th\frac{2\pi h}{\lambda}$$

Para las olas superficiales de viento, olas cortas  $h > \frac{\lambda}{2}$ , se cumple:  $\lambda = \frac{gT^2}{2\pi}$ .

La velocidad de traslación  $\vec{c}$  de la onda, (celeridad), permite diferenciar las ondas cortas de las largas y obedece a la ecuación:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{gT}{2\pi} Th \frac{2\pi h}{\lambda}$$

En aguas profundas  $h > \frac{\lambda}{2}$ , por lo que esta ecuación se transforma en:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = f(\lambda)$$

Mientras que en aguas poco profundas  $\frac{\lambda}{20} < h < \frac{\lambda}{2}$ , queda de la forma  $c = f(h) = \sqrt{gh}$ que se corresponde con las ondas largas, en las que la velocidad de traslación depende sólo de la profundidad *h* del mar, pero es independiente de  $\lambda$ . Mientras que en canales de profundidad limitada  $c = \sqrt{g(h + H)}$ . (Chamorro Rendón, 1982).

#### 1.1.2.3. Teoría de ondas no lineales

El comportamiento de la ola no lineal como se aprecia en la Figura 1. 8 se puede describir mediante la teoría de Stokes, o mediante la teoría de la onda solitaria. (Chamorro Rendón, 1982), (López Úbeda, 2014).



Figura 1. 8. Ola no lineal (Stokes).

La teoría de Stokes para describir la ola en aguas poco profundas propone una ecuación cuyo desplazamiento vertical es de la forma:

$$y = \frac{H}{2}\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right) + \frac{3}{64}\frac{\lambda^2 H^2}{\pi^2 h^3}\cos\left(2\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi t}{T}\right)\right)$$

En la que la longitud de la onda  $\lambda$  y la celeridad son idénticas a las de la teoría lineal.

#### 1.1.2.4. Espectro de onda

Considérese primero un registro de onda en el dominio del tiempo. Esto es la elevación de la superficie  $\eta(t)$  en un punto fijo, como función del tiempo. La duración de las mediciones se denota con D. Se puede reproducir (no predecir) exactamente ese registro como la suma de un largo número de componentes armónicos de onda (series de Fourier)

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{N} a_i \cos(2\pi f_i t + \alpha_i)$$

donde  $a_i$  y  $\alpha_i$  son la amplitud y fase respectivamente, de cada frecuencia  $f_i$  =  $\frac{i}{D}(1, 2, 3, ..., N)$ , el intervalo de frecuencia es por tanto  $\Delta f = 1/D$ . El registro medido tiene información de todas las olas que pasan por el citado punto, independientemente de su dirección de propagación. Este tipo de medida se denomina medida puntual. Entonces aplicando un análisis de Fourier al registro, se puede determinar los valores de la amplitud y fase para cada frecuencia y esto dará el espectro de amplitud y fase para esta medición. Existen dos posibilidades al realizar el análisis de Fourier, una es usando la Transformada de Fourier de la función de auto-covarianza de la elevación de la superficie del mar y la otra es calculando directamente del registro las amplitudes y fases a partir de la Transformada Rápida de Fourier. En el primer caso la función de autocovarianza facilita la varianza de la variable analizada en el dominio del tiempo y más importante, provee información sobre la composición frecuencial del registro, lo que permite evaluar la función de densidad espectral a partir de la misma. Esta no es muy empleada actualmente debido a que los cálculos correspondientes, primero de la función de auto-covarianza y luego de su transformada de Fourier son bastante ineficientes comparados con los cálculos de las amplitudes directamente del registro a partir de la Transformada Rápida de Fourier, (Schrama, 2005). (Caravaca, 2011).

#### 1.1.2.5. Espectro de densidad de varianza

El espectro de densidad de varianza E(f) proporciona una descripción completa de la elevación de la superficie de ondas oceánicas en un sentido estadístico, demostrando que la elevación de la superficie puede ser vista como un proceso estacionario gaussiano. Esto implica que todas las características estadísticas del campo de ondas pueden ser expresadas en términos de este espectro.

$$E(f) = \lim_{\Delta f \to 0} \frac{1}{\Delta f} E\left\{\frac{1}{2}a_i^2\right\}$$

#### 1.1.2.6. Análisis del oleaje en el dominio de las probabilidades

Un análisis de corto plazo es el que se realiza asumiéndose determinadas condiciones para determinar parámetros estadísticos que caracterizan un estado de mar (un registro de ondas). Esas condiciones están relacionadas con la distribución temporal y espacial de la variable  $\eta(t)$  medida en el registro.

Para el caso temporal se requiere que la elevación de la superficie sea un proceso estacionario y gaussiano. Que sea estacionario implica que las condiciones que dan lugar a ese estado de mar (velocidad y dirección del viento, corrientes, etc.) y por tanto los estadísticos del proceso (por ejemplo, media y varianza) se mantengan invariables ante el paso del tiempo. Para lograr esto teniendo en cuenta el comportamiento aleatorio, irregular y altamente variable de esas condiciones y del oleaje se busca una duración de los estados de mar que sea un compromiso entre un tiempo lo suficientemente corto como para que el proceso sea al menos débilmente estacionario y lo suficientemente largo como para que contenga toda la información estadística necesaria del proceso. El tamaño de esta duración debe estimarse teniendo en cuenta, además, las particularidades de la zona y el tipo de evento que se estudia.

Para el caso espacial se requiere que el proceso sea ergódico. La ergodicidad implica que con una medición  $\eta_1(t_1)$  realizada en el punto 1, se obtienen similares resultados a mediciones realizadas en el mismo período  $\eta_2(t_2)$ ,  $\eta_3(t_3)$  ..., en puntos diferentes. Esto permite eliminar la necesidad de realizar mediciones en múltiples locaciones al ofrecer la información estadística suficiente a partir de un solo punto espacial. Los resultados de sucesivos y periódicos análisis de corto plazo generan una serie de resultados (descripción espectral y estadística) que son los parámetros de estado de mar (por ejemplo altura de ola del momento de orden cero espectral,  $H_{mo}$ , período de pico espectral,  $T_p$ , período medio,  $T_{m01}$ etc). Con ellos se construye una serie temporal de estados de mar para ser analizada a largo plazo (clima de onda).

El análisis a largo plazo del oleaje se realiza en el dominio del tiempo con las series de los parámetros estadísticos determinados en cada uno de los análisis de corto plazo. La aproximación se lleva a cabo reemplazando cada uno de los estados de mar analizados en el corto plazo, por sus valores de altura de onda significativa, período y dirección media de onda. Esto proporciona una secuencia de esos valores con intervalos entre un estado de mar y el siguiente generalmente de 3 horas. Las características estadísticas de esta serie son de gran importancia, pues permiten conocer el comportamiento del clima marítimo a largo plazo en una determinada zona.

#### 1.1.2.7. Tipos de transformaciones del oleaje en las zonas costeras

Conforme el oleaje se aproxima a la costa, los efectos que el fondo produce en el mismo comienzan a notarse; esto es, cuando la profundidad del mar es menor a la mitad de la longitud de la ola. Los efectos que se observan son variables en la altura de ola o en la dirección de propagación.

**Someramiento**. Cuando un tren de onda, con altura y longitud constante se aproxima a la costa, la variación en la batimetría de la zona altera la celeridad de las olas, transformando su energía cinética en energía potencial. La onda sufre un aumento en su altura de ola originándose una asimetría en el perfil de la ola hasta que finalmente rompe.

**Refracción**. La celeridad de un frente de olas es mayor en aguas más profundas, por lo que al acercarse a la costa y disminuir la profundidad se produce un cambio del frente de ola conocido como refracción, tendiendo a propagarse paralela a la línea de costa.

**Difracción**. En su propagación hacia la costa, el oleaje se encuentra con obstáculos naturales o artificiales que generan un cambio abrupto en la altura de la ola. Esta alteración provoca una cesión o transferencia de energía en dirección perpendicular a la propagación. A este fenómeno se le conoce como difracción. El estudio de la misma tiene una especial importancia para la planeación y diseño de estructuras marítimas, en el estudio de propagación de ondas.

**Reflexión**. Cuando el oleaje choca con un obstáculo natural o artificial se presenta el fenómeno de reflexión, causando alteraciones a las características de la ola.

La reflexión en playas, acantilados o estructuras puede cambiar por completo el oleaje incidente, dando lugar a desplazamientos de la zona de rompientes, cambios de nivel de disipación de energía o alteraciones al trasporte de sedimentos. Esto hace que, si se quiere determinar adecuadamente la morfodinámica o estabilidad de la zona, sea de gran importancia la determinación del campo de ondas que existe frente a una estructura reflejante natural o artificial.

Dentro del estudio de la reflexión, se pueden presentar dos casos extremos. El primero cuando el oleaje se propaga sobre una superficie permeable, disipando su energía gradualmente; en este caso la reflexión se considera despreciable. El segundo caso se presenta cuando el oleaje se encuentra con un obstáculo vertical impermeable; la reflexión es casi pura, no se presentan los procesos de disipación o rotura.

17

El análisis de la reflexión se puede hacer mediante fórmulas empíricas que determinan su magnitud en playas o diferentes estructuras. Una fórmula es el coeficiente de reflexión

$$C_r = \frac{H_r}{H_i}$$

Siendo  $C_r$  el coeficiente de reflexión,  $H_r$  la altura de la reflejada, y  $H_i$  la altura de ola incidente.

**Rotura**. A medida que las olas se acercan a la costa se presenta el proceso de Someramiento, aumentando gradualmente la altura de la ola. Cuando la altura de ola coincide aproximadamente con la profundidad, la ola se vuelve inestable hasta que rompe. A este proceso se le conoce como rotura, en el que se disipa una gran cantidad de energía en forma de turbulencia.

La rotura del oleaje está asociada directamente con la morfología de las playas: Descrestamiento (Spilling), Voluta (Plunging), Colapso (Collapsing) y Oscilaciones (Surfing). De estos tipos de rotura, sólo el Descrestamiento y la Voluta pueden tener lugar en aguas profundas, y se presentan cuando el oleaje supera un umbral de celeridad por corrientes de aire. En la **Figura 1.9** se presentan los cuatro tipos de rotura.



Figura 1. 9. Tipos de rotura del oleaje.

El tipo de rotura que se presenta puede estar controlado por el número de Iribarren, también conocido como parámetro de rompientes

$$Ir = \frac{\tan\beta}{\sqrt{\frac{H_0}{L_0}}}$$

Donde  $L_0$  es la longitud de onda en aguas profundas  $\left(\frac{gT^2}{2\pi}\right)$  tal que:

 $\beta$  es el ángulo de inclinación de la playa,

 $H_0$  es la altura de ola en aguas profundas.

En la **Tabla 1. 1** se presentan los cuatro tipos de rotura, de acuerdo con el número de Iribarren.

Tipo de Rotura	Número de Iribarren
Descrestamiento	lr < 1.0
Voluta	1.0 < lr < 2.6
Colapso	2.6 < lr < 3.1
Oscilación	3.1 < Ir < 4.0
No hay rotura	4.0 < Ir

Tabla 1. 1. Valores del número de Iribarren para los diferentes tipos de rotura.

#### 1.1.2. Corrientes marinas

Las corrientes son movimientos de agua que se presentan en el fondo o en la superficie del mar. (Iturralde Vinent, 2004). En este caso solo se hará referencia a las corrientes cuyos mecanismos generadores es el oleaje.

Como se mencionó anteriormente, en el proceso de rotura se disipa una cantidad de energía en forma de turbulencia, generando así las corrientes costeras. Dentro de este tipo de corrientes se puede identificar tres principales:

- Corrientes transversales. La propagación del oleaje produce un transporte de masa en la misma dirección. Este transporte se conoce como deriva litoral y fluye hacia la costa, al igual que el agua después del proceso del rompimiento.
- Corrientes longitudinales. Cuando existe un exceso en el flujo de energía asociado al proceso de rotura se presentan las corrientes longitudinales. Estas corrientes son paralelas a la costa y transporta sedimento a lo largo de la línea de costa.

 Corrientes de retorno. Cuando se presenta el proceso de reflexión, se crean corrientes que avanzan en dirección costa afuera. Estas causan transporte de sedimentos mar adentro, afectando directamente la morfología de las playas.

Las corrientes que tienen lugar en la zona costera generalmente son inducidas por el proceso de rotura.

#### 1.1.3. Surgencia

La surgencia de tormenta, (Kah Loon, 2007), es una potencial elevación en la superficie marina que acompaña a las circulaciones ciclónicas, sean extra tropicales o tropicales. Es causada por una combinación de la convergencia de los fuertes vientos con el efecto de barómetro invertido ocasionado por el gradiente de la presión atmosférica que ocurre cuando un CT (Ciclón Tropical), en especial los de categoría de huracán, se aproxima o cruza la línea costera para internarse en tierra, (Etala, 2009).



Figura 1. 10. Surgencia de tormenta.

Se origina principalmente en el sector derecho del huracán, con una longitud similar al tamaño del CT que la genera y durabilidad de algunas horas, depende, entre otras causas, del tamaño y la velocidad de traslación del CT, así como de la batimetría o profundidad de la plataforma oceánica. Al desplazarse hacia la costa, la altura de la onda se incrementa notablemente al sufrir el efecto de fondo, más conocido por su término en inglés, *shoaling*. La situación se agrava cuando ocurre la fase creciente de la marea astronómica.

En aguas profundas la surgencia se manifiesta como una onda larga, donde su longitud es proporcional al radio de vientos máximos,  $(L \sim 4 \cdot R_{mw})$ , con escala espacial de varios kilómetros y temporal de varios días, en coincidencia con el tiempo de vida del CT.

#### 1.1.3.1. Efecto de barómetro invertido

En el océano abierto los cambios en la presión atmosférica provocan una respuesta inversa en el nivel del mar, conocida como barómetro invertido o equilibrio isostático; esto es que la superficie del mar baja (sube) un centímetro por cada hectopascal de incremento (disminución) en la presión atmosférica. Si la presión es alta, el aire que hay sobre el mar pesa más y "empuja" hacia abajo la superficie del agua. Si la presión es baja ocurre al revés, el peso del aire es menor y la superficie "sube" como se muestra en la **Figura 1. 11**. Este comportamiento es muy propio de las zonas litorales, donde la presencia de la costa puede provocar un alejamiento de la respuesta de barómetro invertido, lo cual se intensifica en el caso de los mares semicerrados.



Figura 1. 11. Efecto de barómetro invertido.

Como la densidad del agua de mar es 13.3 veces mayor que la del aire, a la variación de la presión en 1 mm de mercurio se corresponde un cambio en el nivel de 13.3 mm en sentido inverso. En condiciones de carencia de corrientes de aire y a una presión determinada, para un nivel horizontal a una profundidad, H, en el agua se tendrá:

#### $P_a + \rho g H = constante$

Donde P a es la presión atmosférica,  $\rho$  es la densidad del agua, g es la gravedad y H la profundidad a la que se encuentra respecto al nivel del mar de referencia. Desarrollando esta misma ecuación en otro sistema de unidades se puede observar que, en términos aproximados, un incremento de 1  $hP_a$  produce un decrecimiento del nivel del mar del orden de 1 cm.

#### 1.1.3.2. Influencia del viento

El radio de vientos máximos ( $R_{mw}$ ) asociado a los CT constituye un parámetro importante en la dinámica atmosférica y en el pronóstico de dichos organismos, (Xie, Pietrafesa, & Raman, 1997). Además, es un factor importante en la previsión del alcance de la surgencia de tormenta, ya que, debido a la intensidad de los vientos, puede ser mayor o menor el peligro de inundación y los daños que se puedan ocasionar. La vorticidad es  $2(\frac{V_{max}}{R})$ , donde  $V_{max}$  en ms<sup>-1</sup> es el valor del viento máximo definido por la siguiente ecuación:

$$V_{max} = 6.3(1013 - P_0)^{1/2}$$

donde  $P_0$ ) es la presión mínima del nivel del mar. En el pronóstico y observación de la superficie marina, el  $R_{mw}$ ) es necesario para el cálculo de la altura significativa de la ola y el período.

Al soplar el viento sobre la superficie marina, se genera el oleaje y un efecto de acumulación de las masas de agua en la zona costera. Se diferencian dos tipos de sobre-elevación del nivel del mar: por la acción directa del arrastre del viento y por su acción indirecta. Ambos fenómenos son más conocidos por sus nombres en inglés: wind setup y wave setup. Estos dos fenómenos ocurren al unísono, prevaleciendo uno por encima del otro.

Cuando se habla de una acumulación de agua por wind setup se refiere a un mecanismo capaz de arrastrar grandes volúmenes de agua hacia la zona costera debido a la acción generadora de los vientos (**Figura 1. 12**). Este fenómeno es favorecido por las costas de pendiente suave acompañadas por una amplia plataforma de fondo casi plano, como se muestra en la figura.



Figura 1. 12. Sobre-elevación del nivel del mar por arrastre del viento.

La sobre-elevación del nivel del mar por wind setup puede ser determinada por métodos estadísticos, si se poseen suficientes registros de varios años. De lo contrario se recurre a aproximaciones dinámicas, mediante las ecuaciones de aguas someras (shallow water equations):

$$\frac{\delta u}{\delta t} + u \frac{\delta u}{\delta x} + v \frac{\delta u}{\delta y} = -g \frac{\delta \xi}{\delta x} + fv - \mu \frac{\delta^2 u}{\delta z^2} - \gamma \frac{\delta^2 u}{\delta z^2}$$
$$\frac{\delta v}{\delta t} + u \frac{\delta v}{\delta x} + v \frac{\delta v}{\delta y} = -g \frac{\delta \xi}{\delta y} + fu - \mu \frac{\delta^2 u}{\delta z^2} - \gamma \frac{\delta^2 u}{\delta z^2}$$
$$\frac{\delta \xi}{\delta t} + \frac{\delta}{\delta x} [u(H+\xi)] + \frac{\delta}{\delta y} [v(H+\xi)] = 0$$

donde:

- $\{u, v\}$ : Componentes de la velocidad del fluido.
- $\{x, y, z\}$ : Coordenadas espaciales y temporal.
- $\xi$  : Sobre-elevación del nivel medio del mar.
- H : Profundidad media del acuífero.
- f : Parámetro de Coriolis.
- $\mu$ : Coeficiente de viscosidad turbulenta del aire.
- $\gamma$ : Coeficiente de viscosidad turbulenta del agua de mar.
- g: Aceleración de gravedad.

Los términos derechos de las ecuaciones los constituyen las fuerzas actuantes: la de gravedad, la de Coriolis, la tensión superficial del viento y la tensión del agua sobre el fondo marino, mientras que en la izquierda se encuentran las derivadas espacial y temporal que se corresponden con la advección del fluido en un medio no compresible.
La sobre-elevación del nivel del mar por wave setup es producida por la transferencia de movimiento de la onda a la columna de agua como un resultado de su disipación (**Figura 1. 13**). Cuando la onda se encuentra cercana a la costa transporta momentum y energía en la propia dirección en que se mueve.



Figura 1. 13. Rompimiento de oleaje causante de la sobre-elevación del nivel del mar.

En la zona de rompiente, la onda se disipa, sin embargo, el movimiento continúa y es transferido a la masa de agua. De esta manera se crea un gradiente en la superficie marina, que permite un equilibrio entre la corriente superficial y el efecto de retorno de la corriente de fondo, pero en caso de estar en presencia de vientos tormentosos suele romperse debido a que la corriente superficial es mucho más rápida. Cuando el oleaje que genera el wave setup cesa, el mismo se amortigua hasta desaparecer. Sus efectos se hacen mayores en costas acantiladas que presenten pendientes abruptas.

Conocidas la batimetría, los elementos de ola en aguas profundas y en los puntos de rompiente es posible determinar la sobre-elevación mediante la siguiente formulación:

$$\delta_b = \frac{g^{0.5} h_0^2 \tau}{64\pi (H_r)^{2.5}}$$

Donde:

 $h_0$ : Altura de la ola en aguas profundas.

 $\delta_b$ : Sobre-elevación por wave setup.

τ: Período de la ola.

 $H_r$ : Profundidad del punto de rompiente.

En Cuba las zonas de playa y amplia plataforma insular (Golfo de Batabanó, Golfo de Ana María, Golfo de Guacanayabo) son favorables para la ocurrencia de wind setup.

En dichas zonas se pueden generar inundaciones significativas ya sea por la influencia de los vientos de región sur, o al paso de CT con trayectorias paralelas y muy cercanas a la línea costera. Por otro lado, las inundaciones por wave setup han sido observadas en zonas acantiladas (Malecón Habanero, Malecón de Baracoa) producto de la interacción de la costa con eventos meteorológicos de latitudes medias y con CT que, aunque tienen menor frecuencia presentan una mayor intensidad.

## 1.1.3.3. Efecto de Coriolis

El efecto de la fuerza de Coriolis deberá considerarse siempre que se estudie el movimiento de fluidos y también el de cualquier objeto móvil sobre esferas o superficies planas en rotación. En el caso de la Tierra dicha rotación proporciona cierta aceleración (definida como aceleración de Coriolis o efecto Coriolis). Esta aceleración provoca que los sistemas ciclónicos giren hacia los polos en ausencia de una corriente fuerte de giro. Los CT en el hemisferio norte, que habitualmente se mueven al oeste en sus inicios, giran al norte (y normalmente después son empujados al este), y los ciclones del hemisferio sur son desviados en esa dirección si no hay un sistema de fuertes presiones contrarrestando la aceleración de Coriolis.

El efecto de Coriolis sobre la surgencia  $\eta_c$ ocurre cuando la tormenta obliga a las corrientes fuertes a fluir a lo largo de la línea costera. Debido a la rotación de la Tierra sólo puede ser equilibrada por la variación hidrostática en la superficie del agua, siendo su ecuación gobernante la siguiente: (Marín Machín, 2017)

$$\frac{\delta\eta_c}{\delta x} = \frac{fV}{g}$$

donde f es el parámetro de Coriolis, el cual es igual a  $2\Omega \sin \phi$ , siendo  $\Omega$  la velocidad angular



Figura 1. 14. Efecto de Coriolis.

en la rotación de la Tierra (7,272  $\cdot$  10<sup>-5</sup> radianes/s),  $\phi$  es la latitud, y V es la magnitud de la profundidad promedio de la corriente. Esta componente de la surgencia de

tormenta, puede ser importante para corrientes grandes, pero también puede actuar como factor reductor de la surgencia cuando la corriente se encuentra fluyendo en sentido contrario a la misma.

#### 1.1.3.4. Efecto de fondo

El desplazamiento de la onda sobre aguas poco profundas, hace que la velocidad de propagación de la onda disminuya, provocando un crecimiento de la misma para conservar su energía. Este proceso es el denominado efecto de fondo (shoaling) y es utilizado para describir la propagación de la onda desde aguas profundas hasta aguas poco profundas.

Partiendo de la teoría lineal se puede deducir que una onda comienza a sentir la presencia del fondo cuando la profundidad en la que se encuentra (*H*) es menor que  $\frac{L}{2}$  donde *L* es la longitud de onda. En la siguiente ecuación se observa que la energía es proporcional a la velocidad y al cuadrado de la altura de la ola ( $E \sim Ch^2$ ), lo que corrobora el planteamiento anterior a que para conservar la energía al disminuir su velocidad, debe aumentar la altura de la onda.

La fricción de fondo inducida por los esfuerzos tangenciales que se producen en la capa límite cercana al fondo da lugar a una importante disipación de energía. El mecanismo disipador de energía en aguas poco profundas es el rompiente de oleaje. Este fenómeno se produce cuando la altura alcanzada por la onda coincide aproximadamente con la profundidad. En ese momento el perfil de la onda deja de ser estable y rompe disipando una gran cantidad de energía en forma de turbulencia sobre la línea costera.

## 1.2. Modelos numéricos de predicción hidrodinámica

Debido a los grandes daños que pueden ser ocasionados por los procesos que suelen ocurrir al unísono en el mar y que, vinculados a fenómenos meteorológicos, pueden agravarse al punto de ocasionar grandes daños a las áreas y ecosistemas costeros se han desarrollado numerosos modelos operacionales para su predicción numérica. Hoy por hoy estos modelos son usados cada vez más en numerosas regiones del mundo como los mares del norte, el Golfo de México y la costa del Atlántico, Hong Kong, China entre otros. Para la predicción de la surgencia asociada a CT la mayoría de estos modelos no pueden realizarse en ausencia de suficientes facilidades computacionales. Para superar esta dificultad, la mayoría de las oficinas de pronóstico, (Wood, 2012) utilizan el método de los nomogramas de Jelesnianski (1972). para la

predicción de la surgencia asociada a CT. En otros casos como el del oleaje este tipo de modelos se realiza a partir de la solución de la de la ecuación de gobierno (ecuación de equilibrio de acción espectral con fuentes y sumideros) y condiciones de velocidad, dirección del viento, distancia que recorre sobre el mar, tiempo, batimetría y corrientes. La ecuación de gobierno es resultado de los aportes de la teoría ondulatoria lineal (fines del siglo XIX) y de los conocimientos teóricos y experimentales del crecimiento y disipación del oleaje alcanzados durante el siglo XX. Estos modelos permiten propagar los espectros teniendo en cuenta su interacción con las fuentes y sumideros de la energía presentes en el dominio del espacio-tiempo sobre el que se aplican.

#### 1.2.1. Ecuaciones de aguas someras

Cuando se simulan mareas, elevaciones del nivel del mar por acción de los vientos, y corrientes promediadas en la vertical en cuerpos de agua poco profundos y bien mezclados, se introduce un conjunto de ecuaciones que puede ser simplificado a través de las llamadas ecuaciones de aguas someras (shallow water). Las ecuaciones de shallow water tienen dos variables de pronóstico llamadas promedio vertical de la velocidad horizontal  $u_h$  y desplazamiento de la superficie marina (nivel del agua)  $\eta$ . La ecuación para  $u_h$  toma la forma:

$$\frac{\delta u_h}{\delta t} + u \cdot \nabla_h u_h + fk \times u_h = -g \nabla_h \eta - \int_{-h}^{\eta} (\tau - Ru_h) dz$$

mientras que la ecuación para  $\eta$  es:

$$\frac{\delta\eta}{\delta t} + \frac{\delta}{\delta x} \left[ \int_{-h}^{\eta} u dz \right] + \frac{\delta}{\delta y} \left[ \int_{-h}^{\eta} v dz \right] = \frac{\delta\eta}{\delta t} + \nabla_h \cdot \left[ (h+\eta) u_h \right] = 0$$

Las condiciones de frontera en el fondo y en la superficie son incorporadas por los últimos dos términos del miembro derecho de la primera de estas ecuaciones. El coeficiente de fricción de fondo *R* es usualmente dado tanto por una forma no lineal del tipo  $R = C_d \frac{\eta}{(h+\eta)} |u_h|$ o se asume constante. Por otro lado, el sistema se encuentra limitado por las condiciones de frontera impuestas por la línea costera y el océano abierto:

$$u_h \cdot n = 0$$
  $y$   $\eta = \eta_0(t)$ 

Aquí  $\eta$  representa el vector unitario perpendicular a la línea costera y  $\eta_0(t)$  son niveles de agua esperados ante la influencia de mareas y/o surgencias desde áreas adyacentes.

#### 1.2.2. Antecedentes históricos de modelos numéricos

La complejidad de procesos que causan inundaciones costeras, (Massey, Gangai, Drei-horgan, & Slover, 2007), y la necesidad de herramientas para identificar, evaluar y predecir el riesgo de las mismas en áreas costeras ha despertado interés en investigadores de todo el mundo, (Gong, Shen, Cho, & Wang, 2009), haciendo que hoy en día existan numerosos modelos para la simulación y pronóstico de huracanes y otros eventos meteorológicos. (Generaci, Oleaj, Viento, & Aplicaciones, 2007).

Para la simulación de estos procesos se utilizan los modelos dinámicos, que son considerados más modernos y se basan en la modelación matemática del fenómeno que se pretende pronosticar. (Chen, 2010; Griffies, 2006).

Estos realizan la modelación de la surgencia mediante la resolución de ecuaciones de la hidrodinámica en aguas poco profundas mediante el uso imprescindible de computadoras. Con estos modelos se aumenta el grado de objetividad en la predicción de fenómenos atmosféricos y marinos y es posible anticipar hasta largo plazo (más de 7 días). Por otro lado, necesitan de un gran volumen de información inicial, así como de poderosos recursos computacionales.

En 1976 fue introducido el modelo FEMA SURGE (Federal Emergency Management Agency), modelo implementado en 2D para la simulación de la surgencia mediante la resolución de ecuaciones diferenciales. Como variables de entrada se encuentran la batimetría, la configuración costera, condiciones de frontera, la fricción de fondo, los campos de viento y presión del huracán, entre otros.

Ya hacia principios de la década de los 90, es desarrollado un modelo bi-dimensional para pronóstico en tiempo real de la surgencia de tormenta denominado SLOSH (Sea, Lake, and Overland Surges from Hurricanes), modelo utilizado por el National Hurricane Center.

En los últimos 25 años se han desarrollado modelos más complejos tales como, WAM, WAVE-WARCH III (WW3) que consideran problemas en escala oceánica, pero con SWAN la propagación de la onda es calculada desde aguas profundas hasta la zona costera. Además, WAM, WW3 y SWAN consideran los procesos físicos de crecimiento y decrecimiento de ondas por acción del viento, interacciones no lineales y fricción con fondo. El modelo dinámico ADCIRC desarrollado como un proyecto conjunto entre USACE Engineering Research, el centro de Desarrollo de la Universidad de Notre Dame y la Universidad de Carolina del Norte (Luettich, Westerink, & Scheffner, 1992), puede ser implementado en 2D o 3D y resuelve las ecuaciones del movimiento para un fluido que se mueve en la rotación de la Tierra.

Por otro lado, existen modelos como el MIKE 21 desarrollado en 2005 que se encarga de predecir las corrientes y los niveles de agua en entornos como grandes lagos, estuarios, áreas cercanas a la costa y ríos.

## 1.2.3. Características de los modelos

Los modelos hidrodinámicos son construidos para la determinación de las características de los flujos en estuarios, bahías y zonas costeras. Dichos modelos aportan soluciones a complejas ecuaciones matemáticas en dominios y condiciones iniciales apropiadas a los sistemas en estudio, ya que se hace muy difícil su resolución por medios analíticos. Las ecuaciones matemáticas que describen estos procesos son las bien conocidas ecuaciones de Navier - Stokes aplicadas a la dinámica geofísica de los fluidos.

Con el fin de resolver estas ecuaciones diferenciales no - lineales se ha recurrido a la simplificación de las mismas a través de aproximaciones, entre las cuales destacan algunas de las usadas en el campo de la oceanografía como las ecuaciones de Boussinesq, (Generaci et al., 2007), y la aproximación hidrostática. También para la resolución de este sistema de ecuaciones se necesita de una aproximación para la turbulencia y una ecuación de estado para el agua de mar.

Existen varias formas de abordar la solución de estos modelos hidrodinámicos que se resumen en:

- Dimensiones del modelo (uni, bi o tri-dimensional).
- Esquema numérico utilizado (Elementos Finitos o Diferencias Finitas).
- Tipos de rejillas utilizadas para discretización espacial.

## 1.2.4. Dimensiones del modelo

Modelos Unidimensionales (1D):

Son generalmente utilizados, (Samuels, 2007), para describir el comportamiento de fluidos que se mueven en una sola dirección o que se desprecia el movimiento en otras direcciones porque existe un predominio de una dirección específica. Ejemplo de esto son los ríos y sistemas de canales y drenaje.

Modelos Bidimensionales (2D):

Son aplicados, (R. Luettich, 2004), a aquellos escenarios en los que las variaciones de la profundidad son pocas, con ningún cambio abrupto de la batimetría y valores medianamente constantes. El vector velocidad (variable que describe el movimiento del fluido) está dado por su componente vertical y horizontal en el plano de propagación.

Modelos Tridimensionales (3D):

Brindan una interpretación más realista del ecosistema en estudio. Son imprescindibles en aquellos lugares donde existen variaciones en la topografía (presencia de colinas y cañones subacuáticos) o el fluido presenta procesos de estratificación temporal o permanente evaluados en la vertical. Estos modelos son más costosos, desde el punto de vista computacional, debido al número de operaciones y cálculos que se incrementan para describir los procesos en la vertical. (R. Luettich, 2004).

## 1.2.5. Esquemas numéricos

La ecuación de continuidad puede ser resuelta mediante dos métodos básicos:

- Modelos de resolución mediante diferencias finitas (DF).
- Modelos de resolución mediante elementos finitos (EF).

Modelos hidrodinámicos basados en elementos finitos (EF):

Estos modelos padecen de la falta de conservación de la masa al ser aplicados en regiones dinámicamente complejas de la zona costera. Dicha condición se acrecienta a medida que la escala espacial sea más pequeña en flujos altamente advectivos. El uso de la Ecuación de Continuidad de Onda Generalizada, como aproximación, ha permitido eliminar los ruidos a escala de las subrejillas en los modelos de EF.

Los modelos costeros que emplean el método de EF suelen ser eficientes para muchas de las aplicaciones por surgencia y mareas locales, donde la conservación de la masa no es un problema. Ahora, cuando toman fuerza los procesos advectivos y la escala dinámica se hace más pequeña la falta de conservación de la masa se vuelve una impedimenta para la realización de los cálculos mediante este método. Cabe señalar que este método domina el escenario de las ecuaciones elípticas y utiliza los métodos de volúmenes finitos como enfoque principal para las aproximaciones de muchos de los problemas hiperbólicos.

Modelos hidrodinámicos basados en diferencias finitas (DF):

Son el punto de partida de la solución de Ecuaciones en Derivadas Parciales, ya sea en la teoría o en la práctica. Estos métodos han sido ampliamente usados en la solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales como, por ejemplo, la ecuación de conducción del calor, la ecuación de difusión de neutrones, la ecuación de onda.

# 1.2.6. Tipos de rejillas

Las ecuaciones hidrodinámicas son discretizadas horizontal y verticalmente en un número finito de elementos con formas diferentes. La resolución espacial de la rejilla horizontal tiene que ser suficientemente fina para poder resolver todos los procesos, lo cual significa que la rejilla debe reproducir la geometría del ecosistema que se intenta modelar y lograr un equilibrio entre este lógico objetivo y la capacidad computacional que se posee.

Los modelos numéricos varían mucho en el tipo de rejilla que utilizan para realizar la discretización horizontal del dominio de cálculo. Los modelos basados en EF suelen utilizar rejillas no estructuradas, donde los elementos de cálculo o celdas resultan ser triángulos. Estos suelen ser muy flexibles lo cual les permite adaptarse fácilmente a las irregularidades de la línea de costa, siendo muy fácil agregar mayor densidad de puntos en aquellas zonas de especial interés.



#### Figura 1. 15. Rejilla triangular.

Otro grupo de rejillas son aquellas basadas en elementos ortogonales las cuales pueden ser curvilíneas o rectangulares (Muñoz, 2011).



Figura 1. 16. Rejillas basadas en elementos ortogonales.

La decisión del tipo de rejilla que se debe utilizar, depende de los procesos que se estén describiendo, así como de la precisión que se necesite en los mismos. Tal es el caso, por ejemplo, de los modelos globales para describir los procesos en la atmósfera y las corrientes oceánicas, cuyas rejillas poseen discretizaciones espaciales de varios kilómetros y donde los procesos de pequeña escala son minimizados.

# 1.3. Antecedentes de estudios relacionados con fenómenos oceánicos en Cuba

A finales de los 70 y en la década de los 80, (Autoridad Portuaria de la Bahía de Cáliz, 2018) en nuestro país se comenzó a utilizar métodos soviéticos para el cálculo de los elementos de ola en aguas nacionales. El primer trabajo, relacionado con el oleaje extremo generado por huracanes, fue realizado para el área de Juraguá, provincia de Cienfuegos, por Zotov (1977), quien aplicó el método de Krilov a la manera recomendada en el manual SNIP (1976).

Posteriormente, se calculó por primera vez el régimen extremo de los elementos de ola para el Malecón Habanero, tomando en cuenta no solo huracanes sino también frentes fríos, con aplicación de las recomendaciones dadas en el SNIP (1982) y en el Shore Protection Manual. En 1987, el cálculo de los oleajes extremos se extendió para toda la isla. Entre 1994 y 1996, se realizó una investigación para el estudio de la posible protección del Malecón Habanero a partir de los mapas sinópticos del Archivo del Instituto de Meteorología (INSMET). En dicho trabajo se obtuvo la velocidad máxima del viento para períodos de retorno entre 10 y 1000 años y también se realiza un estudio sobre las penetraciones del mar en el período de 1919 a 1994. Como limitación se encuentra la falta de información relacionada con las inundaciones ligeras.

Ese mismo año Pérez Osorio, Casals, Díaz, Vega, y Sol (1994) realizan una caracterización hidrometeoro lógica de las inundaciones por penetraciones del mar, en el Malecón Habanero, utilizando una cronología que abarca el período desde 1970 a 1994. Partiendo de una caracterización estadística y de sus respectivos ajustes se obtienen resultados en cuanto a la cantidad de las penetraciones significativas (ligeras, moderadas y fuertes) que deben esperarse por semestres consecutivos, por temporadas invernales y por años. Presenta entre las ventajas, que es el primer trabajo que clasifica las inundaciones por penetración del mar en ligeras, moderadas y fuertes, además de utilizar una tabla espacio temporal para el cálculo del mar de leva. Sin embargo, este método no considera la dispersión angular de la energía de las olas, lo que amortigua la altura de la ola del mar de leva una vez que se origina en el área de formación de oleaje.

El estudio realizado por Mitrani (2001) se relaciona con la ocurrencia de los probables cambios climáticos globales y su posible impacto en las costas de Cuba. Se establecen las zonas de mayor exposición al incremento del nivel medio del mar por los cambios climáticos previstos, siendo las mismas pertenecientes a los tramos del Golfo de Batabanó, al Malecón Habanero y el comprendido entre Cabo Cruz y Punta María Aguilar (que incluye los Golfos de Ana María y Guacanayabo)

Pérez et al. (2004) elaboraron el Atlas de Inundaciones Costeras por penetraciones del mar para los 5 municipios costeros de Ciudad de La Habana donde se obtuvieron 3 mapas con los planos de inundación. El estudio analizó una serie cronológica de 103 años (1901 - 2003) y la ocurrencia de 68 casos de inundaciones en el área de estudio.

A partir del año 2009 autores del Instituto Nacional de Meteorología (INSMET) han puesto en marcha los modelos de viento MM5 y el de oleaje WW3 acoplados para pronosticar oleaje generado por huracanes en mares alrededor de Cuba. Como casos de estudios fueron generados los campos de viento y oleaje asociados al paso de los huracanes Iván del 2004, y Paloma del 2008.

Por último, cabe destacar el Macro proyecto realizado por Cruz et al. (2012), el cual fue elaborado como una petición del Consejo de Defensa Nacional (CDN) para

caracterizar las zonas costeras en dependencia del grado de peligrosidad que presentaran ante un fenómeno meteorológico extremo. En este trabajo se utilizó el método cartográfico para la obtención de la cota de inundación, y el modelo dinámico MONSAC3 para el cálculo de la surgencia.

# 1.3.1. Antecedentes de estudios relacionados con fenómenos oceánicos en Cienfuegos

El primer reporte de modelación hidrodinámica de bahías y lagunas costeras cubanas, lo realizaron Tomzack y García (1975), quienes desarrollaron un modelo tridimensional para el estudio de la dinámica y estabilidad de las aguas en la Bahía de Cienfuegos, a fin de evaluar el impacto de estos procesos en las pesquerías de camarón, que históricamente ha sido un importante recurso económico de esta provincia. También se caracterizaron los patrones de circulación en la Bahía de Cienfuegos y dieron los criterios de los procesos de intercambio y renovación de las aguas. No obstante, esta investigación no tuvo continuidad en su desarrollo debido al limitado desarrollo del país y en general de los medios informáticos a nivel mundial, además del alto costo computacional, lo cual fue un factor determinante en que no se pudiera desarrollar un modelo hidrodinámico capaz de predecir los vertidos accidentales y evaluar los proyectos que suponen cambios en la circulación estuarina y en la calidad de las aguas o los sedimentos.

En el año 2006 fue desarrollado en el Centro de Estudios Ambientales de Cienfuegos (CEAC) un modelo lineal de propagación de oleaje para las aguas interiores de la bahía, que parte de la determinación de la longitud del *fetch*. Se define el *fetch* como la distancia en línea recta por agua sobre la cual sopla el viento con velocidad y dirección constante. Obteniendo los datos del viento se calcula mediante aproximación lineal la altura de la onda al final de ese *fetch*. Este método no tiene en cuenta la profundidad por lo cual puede obtener resultados muy inexactos. Fue diseñado principalmente como herramienta de predicción de oleaje en caso de huracanes para obtener estimaciones de la altura y energía del oleaje en la costa de la bahía con un consumo mínimo de tiempo.

Posteriormente Díaz (2008) implementa el modelo tridimensional regional MARS con el fin de simular las características hidrodinámicas de la bahía de Cienfuegos. La implementación de este modelo permitió la visualización de un grupo de fenómenos como la circulación de las aguas en tres dimensiones, la estratificación de las aguas, así como la importancia relativa de un grupo de factores de fuerza sobre la dinámica de la bahía de Cienfuegos, en particular: el aporte fluvial, el viento, las mareas. Por otro lado, su alto grado de operatividad hace que pueda ser aplicado en tiempo real a la predicción de escenarios de vertidos accidentales, dándole un alcance superior a todos los otros métodos y modelos utilizados con anterioridad en este escenario.

A partir del año 2008 se comenzó a utilizar por especialistas del CEAC el modelo SWAN. Este ha sido utilizado hasta el presente en modo estacionario y primera aproximación en los estudios de Peligro, Vulnerabilidad y Riesgo (PVR) que se vienen desarrollando en Cuba desde 2005. En este caso el objetivo con SWAN fue determinar los campos de oleaje y la sobre-elevación de la mar provocada por oleaje generado por huracanes en la costa de toda la provincia. Los resultados permitieron estimar valores de oleaje en toda la costa de la provincia Cienfuegos. También se determinó la contribución del oleaje a la sobre-elevación total del mar, elaborándose mapas de peligro por inundaciones costeras.

La modelación matemática del oleaje generado por ciclones tropicales en la bahía y costa de la provincia de Cienfuegos permitió conocer las características y la magnitud de la acción destructiva de este fenómeno dependiendo de la intensidad del huracán que afecte la zona. Para ello se utilizó el modelo de oleaje SWAN en modo estacionario y dinámico, el cual mostró una gran sensibilidad en las variables que condicionan el oleaje.

Muñoz (2011) en su tesis doctoral desarrolló un trabajo encaminado a caracterizar hidrodinámicamente la Bahía de Cienfuegos y la influencia que ejerce en los procesos ecológicos del sistema. Se delimitan los principales factores que determinan el movimiento de intercambio de las aguas, facilitando la interpretación de muchos fenómenos ambientales que ocurren en este ecosistema, para los cuales no existe una fundamentación científicamente adecuada. Para el desarrollo de esta investigación se utilizó el modelo MARS (Model for Applications at Regional Scale) con el fin de evaluar y predecir la contaminación de este ecosistema por fenómenos naturales o antropogénicos.

Por último, se encuentra la tesis de grado de Machín (2014) y el artículo de la misma que aún se encuentra en proceso de publicación, donde se modela numéricamente la surgencia sobre la bahía de Cienfuegos utilizando el modelo de circulación oceánica ADCIRC. Para la obtención de los campos de sobre-elevación por surgencia y marea se utilizaron tres casos de estudio: el huracán Lili (octubre del 1996), el huracán Michelle (octubre del 2001) y el huracán Dennis (julio del 2005). La aplicación de este modelo en zonas semi-cerradas como la bahía de Cienfuegos dio paso a que se contara con una herramienta capaz de pronosticar la surgencia y la describiera detalladamente los procesos dinámicos que ocurren en estos ecosistemas.

# 1.4. Conclusiones parciales

La surgencia de tormenta, las corrientes, unida al incremento notable de la altura de la onda al acercarse a la zona costera, la fase creciente de la marea puede provocar una sobre-elevación de varios metros que genere peligrosas inundaciones costeras por la penetración del mar en tierra.

Los modelos basados en elementos finitos suelen utilizar rejillas no estructuradas donde los elementos de cálculo suelen ser triángulos. Su gran flexibilidad les permite adaptarse fácilmente a las irregularidades de la línea costera, siendo muy fácil agregar mayor densidad de puntos en aquellas zonas de especial interés.

Se escoge el modelo ADCIRC-SWAN para realizar la modelación matemática de esta investigación por su alta resolución, la facilidad con que trabaja en las zonas costeras de difícil acceso y por ser ampliamente utilizado a nivel mundial con resultados satisfactorios.

# **CAPITULO II**

## Materiales y métodos

## 2.1. Zona de estudio

El Caribe (ver **Figura 2.1**) es una región conformada por el mar Caribe, sus islas y las costas que rodean a este mar. La región se localiza al sureste de América del Norte, al este de América Central y al norte de América del Sur.

El mar Caribe es un mar abierto en el océano Atlántico tropical, situado al este de América Central y al norte de América del Sur, (Marín Machín, 2017), cubriendo la superficie de la placa del Caribe. También es llamado mar de las Antillas por estar ubicado al sur y al oeste del arco antillano.

Limita al norte con las llamadas Antillas Mayores —Cuba, La Española (Haití y República Dominicana) y Puerto Rico, ubicadas al sur del Trópico de Cáncer, al este con las Antillas Menores (meridiano 60° O), al sur con Venezuela, Colombia y Panamá (paralelo 9° N), y al oeste con México, Belice y Guatemala (meridiano 88° O), y Honduras, Nicaragua y Costa Rica (meridiano 84° O).



Figura 2. 1. Batimetría del Mar Caribe.

## 2.1.2. Principales características

El mar Caribe es un mar situado a lo largo de la placa del Caribe, (Marín Machín, 2017). Se estima que tiene una edad entre 160 a 180 millones de años y se formó por

una fractura horizontal que dividió al supercontinente llamado Pangea en la Era Mesozoica. La superficie del mar Caribe se divide en 5 cuencas oceánicas separadas por algunas cadenas montañosas submarinas. La presión que ejerce la placa Sudamericana al oriente del Caribe, hace que la región de las Antillas menores tenga una alta actividad volcánica,14 destacándose eventos como la erupción volcánica del monte Pelée en 1902, que fue la causante de mayor cantidad de víctimas mortales durante el siglo XX.

El océano Atlántico entra en el Caribe a través del paso de Anegada entre las Antillas Menores y las islas Vírgenes, y el paso de los Vientos localizado entre Cuba y Haití, la cual es una importante ruta entre los Estados Unidos y el canal de Panamá. El canal de Yucatán comunica el mar Caribe con el golfo de México entre la península de Yucatán, en México y la isla de Cuba.

Los puntos más profundos se encuentran en la depresión de las Islas Caimán alcanzando 7.686 m. A pesar de esto, el mar Caribe es considerado un mar relativamente poco profundo en comparación con otros grandes cuerpos de agua.

El suelo submarino del mar Caribe tiene una sola fosa oceánica: la fosa de las Caimán, ya que la fosa de Puerto Rico, aunque se encuentra próxima, se halla en el costado opuesto de la isla homónima, en el océano Atlántico abierto; aun así, ambas ponen el área en un alto riesgo de terremotos. Los terremotos submarinos plantean la amenaza de generar tsunamis que podrían tener efectos devastadores en las islas. Los datos históricos científicos revelan que durante los últimos 500 años han ocurrido en el área doce terremotos con una magnitud superior a 7,5 en la escala de Richter.

En promedio, la salinidad del mar Caribe es de 35 a 36 partes por mil y la temperatura superficial es de 28 °C,20 mientras que en el fondo del mar el agua alcanza una temperatura de 4 °C.

Las corrientes del Caribe transportan cantidades considerables de agua desde el océano Atlántico a través de los pasos orientales en las Antillas Menores hacia el noroeste para salir al golfo de México a través del canal de Yucatán. En promedio, entre un 15 y 20% del agua de la superficie que entra hacia el Caribe es proveniente de las aguas dulces de los estuarios de los ríos Orinoco y Amazonas, conducidas hacia el noroeste por la corriente Caribeña.21 Por otra parte, el agua descargada por el Orinoco durante los meses de lluvia genera grandes concentraciones de clorofila en la zona oriental del mar.

En el área comprendida entre el norte de Venezuela, Colombia y Nicaragua se presenta durante casi todo el año una corriente circular que gira en el sentido contrario a las manecillas del reloj. Esta corriente se genera por las fuertes precipitaciones en la región, las cuales también pueden reducir la temperatura y aumentar la salinidad y la densidad del agua, aportando algunos nutrientes al agua como nitrógeno, fósforo y otros utilizados por las plantas.

La vertiente hidrográfica del mar Caribe es una de las más extensas del mundo.25 El río más largo que desemboca en él es el Magdalena, que cruza a Colombia desde el Macizo Colombiano a lo largo de unos 1.540 km. El Magdalena a su vez recibe el caudal de otros ríos como el Cauca y Cesar.

Los estuarios que se forman en la desembocadura de los ríos al mar crean ecosistemas y condiciones de vida especiales. Las condiciones ecológicas básicas en este medio son: una salinidad que fluctúa a lo largo del año, aporte de aguas dulces, cargadas con materia orgánica y nutrientes, los cuales contribuyen a la productividad biológica y también cargadas con sedimentos que enturbian el medio, e influencia permanente de aguas marinas costeras que en el Caribe son más claras y menos fértiles que las de cualquier estuario.

Uno de esos estuarios es la bahía de Cienfuegos, (Caravaca, 2011), que está localizada en los 22 ° 09'Latitud Norte y 80 ° 27'Longitud Oeste en la costa sur de Cuba, **Figura 2.2**, descrita por Jacobo de la Pezuela en su diccionario, como "la tercera en magnitud de la isla y la primera por su limpieza, abrigo, profundidad y fácil defensa".



Figura 2. 2. Mapa de la bahía de Cienfuegos.

El clima del Caribe está influido por las corrientes oceánicas del Golfo y de Humboldt. La ubicación tropical del mar ayuda a que el agua se mantenga a una temperatura alta moderada, en un rango entre 21 y 32,2 °C durante el año (70 y 90 °F).

El Caribe es el lugar de origen de algunos huracanes del hemisferio occidental. La temporada de huracanes del Caribe se presenta entre los meses de junio a diciembre, y con mayor fuerza entre agosto y septiembre. En promedio anualmente se producen cerca de 9 tormentas tropicales y 5 alcanzan la intensidad de huracán. De acuerdo con el Centro Nacional de Huracanes en el Caribe ocurrieron 385 huracanes entre 1494 y 1900. Las corrientes de aire que se desarrollan en la costa oeste de África hacen su recorrido a través del océano Atlántico, algunas de estas se convierten en tormentas tropicales e incluso pueden convertirse en huracanes del Atlántico, especialmente en áreas de baja presión del Caribe oriental.

## 2.2. Implementación del modelo

Para los cálculos deseados de los parámetros surgencia, oleaje, marea y corriente se emplea el modelo acoplado ADCIRC+SWAN (ADvanced CIRCulation model+ Simulating WAves Nearshore). El primer modelo, (D. R. A. Luettich, 2000), por separado resuelve las ecuaciones del movimiento para un fluido en la Tierra en rotación y el segundo, (The SWAN team, 2006), es un modelo de propagación del oleaje espectral que simula la energía contenida en las ondas en su propagación desde superficies oceánicas hasta zonas costeras, (D. R. A. Luettich, 2000; The SWAN team, 2006).

Las ecuaciones empleadas en ADCIRC están basadas en la ecuación de presión hidrostática y las aproximaciones de Boussinesq. Además, han sido discretizadas en el tiempo mediante elementos finitos (EF) y en el espacio con diferencias finitas (DF). Dicho modelo puede ser implementado para dos dimensiones (2D) o para tres dimensiones (3D), (R. Luettich, 2004). En cualquiera de los casos la elevación es obtenida a partir de la resolución de la ecuación de continuidad integrada en la profundidad tomando como base las ecuaciones de continuidad de ondas generalizadas (GWCE por sus siglas en inglés), mientras que la velocidad es obtenida mediante la solución de las ecuaciones de movimiento en 2D o 3D. ADCIRC utiliza como sistemas de coordenadas el Cartesiano, en unidades de longitud, y el Esférico, expresado en unidades de latitud y longitud.

El método de EF utilizado por el modelo es una técnica que convierte las ecuaciones del modelo en una forma discreta y permite trabajar mediante el uso de elementos de computo sobre las irregularidades de mallas no estructuradas. La función matemática que describe el comportamiento físico/estadístico de la elevación de la superficie del mar es el espectro de densidad de energía/varianza  $E(f, \theta)$  obtenido para condiciones estacionarias de velocidad, dirección, *fetch* y duración del viento, profundidad y corrientes marinas. El modelo matemático que expresa la variación del espectro según varíen las condiciones que lo generan es la ecuación de equilibrio de acción espectral con fuentes y sumideros. Esta es la ecuación diferencial en derivadas parciales, de primer orden y primer grado, no homogénea. Representa la evolución-variación del espectro según varíen las conda-onda causantes del oleaje. Describe la propagación de ondas de viento en el mar.(Pintado et al., 2010)

## 2.2.1 Modelo SWAN

SWAN, (Wood, 2012) incluye la posibilidad de considerar una gran cantidad de los procesos a los que se ve sometido el oleaje durante su propagación:

- Someramiento
- Refracción
- Difracción (no es sentido restringido)
- Disipación por fondo
- Rotura
- Generación del oleaje por viento
- Disipación por decrestamiento (whitecapping)
- Interacciones del oleaje con la corriente
- Modelado de obstáculos

También presenta algunas limitantes como pueden ser que el modelado de la difracción se realiza en un sentido restringido, no se tiene en cuenta la difracción, aunque pueden modelarse obstáculos y no calcula corrientes inducidas por el oleaje, pero sí pueden ser introducidas como entrada. Por tanto, calcula el efecto de la corriente en el oleaje, pero no al revés.

Esto implica que el modelo dará resultados de mayor grado de fiabilidad en zonas que no presenten grandes obstáculos ni construcciones que produzcan mucha difracción, no se presenten cambios bruscos de profundidad (reflexión), y además abarque una zona relativamente amplia.

## 2.2.1.1. Análisis de la ecuación de gobierno

Usualmente los modelos de onda determinan en vez de la evolución de la densidad de energía, la evolución de la densidad de acción  $N(\vec{x}, t; \sigma, \theta)$ , en espacio  $\vec{x}$  y tiempo t. Esto se hace porque  $N(\vec{x}, t; \sigma, \theta)$  que se define como  $N = E/\sigma$  se conserva durante su propagación en presencia de corrientes marinas a diferencia de la densidad de energía E, que en ese caso no se conserva. La corriente considerada uniforme respecto a la coordenada vertical se denota como  $\vec{U}$ . La evolución de la densidad de acción N es gobernada por la ecuación de equilibrio de acción, que se lee como:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla_{\vec{x}} \cdot \left[ \left( \vec{c}_g + \vec{U} \right) N \right] + \frac{\partial c_\sigma N}{\partial \sigma} + \frac{\partial c_\theta N}{\partial \theta} = \frac{S_{tot}}{\sigma}$$
(2.1)

El lado izquierdo es la parte cinemática de esta ecuación. El primer término representa la razón de cambio local de la densidad de acción en el tiempo. Su segundo término denota la propagación de la energía de la onda en el  $\vec{x}$ -espacio geográfico bidimensional, con la velocidad de grupo  $\vec{c}_g = \partial \sigma / \partial \vec{k}$  seguida por la relación de dispersión  $\sigma^2 = g |\vec{k}| \tanh(|\vec{k}|d)$  donde  $|\vec{k}|$  es el vector número de onda y *d* la profundidad del agua. El tercer término representa el efecto del cambio de la frecuencia radián debido a variaciones en la profundidad y corrientes medias. Las cantidades  $c_{\sigma}$  y  $c_{\theta}$  son las velocidades de propagación en el espacio espectral. El lado derecho contiene  $S_{tot}$  que es el término de las fuentes y sumideros.  $S_{tot}$  representa todos los procesos físicos que generan disipan o redistribuyen la energía de la onda.

## 2.2.1.2. Procesos que influyen en la energía de la onda

2.2.1.2.1. La energía de la onda se ve afectada o variada en las aguas someras por seis procesos que contribuyen en  $S_{tot}$ :

$$S_{tot} = S_{in} + S_{nl3} + S_{nl4} + S_{ds,w} + S_{ds,b} + S_{ds,br}$$
(2.2)

Estos términos denotan:

 $S_{in}$  crecimiento de la onda por el viento,

 $S_{nl3}$  y  $S_{nl4}$  transferencia no lineal de energía a través de interacciones onda-onda de tercer y cuarto orden,

 $S_{ds,w}$  decaimiento de la onda por *whitecapping*,

 $S_{ds,b}$  decaimiento de la onda por fricción con el fondo,

 $S_{ds,br}$  rompimiento de la onda inducido por el fondo.

2.2.1.2.2. Transferencia de energía por el viento

Basándose en el mecanismo lineal y exponencial, el crecimiento de la onda debido al viento se describe comúnmente como la suma de ambos componentes:

$$S_{in}(\sigma,\theta) = A + B * E(\sigma,\theta)$$
(2.3)

donde A y B dependen de la frecuencia y dirección de la onda, y de la velocidad y dirección del viento. El crecimiento lineal lo describe A, y BE el exponencial.

Los términos A y B viene dados de la siguiente forma

$$A = \frac{1.5 * 10^{-3}}{2\pi g^2} (U_* m \acute{a} x [\theta - \theta_w])^4 H$$

donde,  $\theta_w$  es la dirección del viento, H es un filtro para evitar el crecimiento a frecuencias inferiores a las de Pirson-Moskowitz, y  $U_*$  es la velocidad de fricción.

$$B = m\acute{a}x[0; 0.25 \frac{\rho_a}{\rho_w} \left( 28 \frac{U_*}{C_{ph}} \cos[\theta - \theta_w] \right) - 1]$$

#### 2.2.1.2.3. Proceso de whitecapping

Este proceso está controlado primariamente por el peralte de las ondas. Las formulaciones de *whitecapping* están basadas en un modelo base-pulso, reformulado por el grupo WAMDI (1988) en términos del número de onda (mucho más que en la frecuencia) hasta ser aplicable en profundidad de agua finita:

$$S_{ds,w}(\sigma,\theta) = -\Gamma \tilde{\sigma} \frac{k}{\tilde{k}} E(\sigma,\theta)$$
(2.4)

donde  $\tilde{\sigma}$  y  $\tilde{k}$  denotan la frecuencia media y el número de onda medio, respectivamente, y el coeficiente  $\Gamma$  es dependiente del peralte total de la onda.

## 2.2.1.2.4. Fricción de fondo

La fricción de fondo se aprecia fundamentalmente en aguas poco profundas, este fenómeno es debido al movimiento orbital de las partículas del líquido inducido por las ondas superficiales que se extienden llegando al fondo del mar. Esto hace que aparezca una interacción entre las ondas de superficie y el fondo que va a depender de las características del mismo. Para mares en plataformas continentales con fondos arenosos el mecanismo dominante parece ser la fricción con el fondo la cual se puede expresar generalmente como:

$$S_{ds,b} = -C_b \frac{\sigma^2}{g^2 s h^2 k d} E(\sigma, \theta)$$
(2.5)

en la que  $C_b$  es el coeficiente de fricción con el fondo. Para el cálculo de este término se ha de tener en cuenta variaciones en las condiciones del fondo en áreas costeras ya sea en cuanto a textura, rugosidad o variaciones en bruscas en la batimetría. Para el caso de SWAN el coeficiente  $C_b$  va a depender generalmente del movimiento orbital en el fondo.

#### 2.2.1.2.5. Rompimiento inducido por el fondo

La disipación total de energía debido a este tipo de rompimiento de la onda puede ser modelado con la cantidad de agua resultante luego de la rotura de la ola (bore). Aunque perdió su simetría geométrica mantiene un movimiento cuasi-cerrado de las partículas de agua y un frente turbulento prácticamente vertical. Este tipo de esquema basado en el bore es utilizado en SWAN para modelar disipación de energía en ondas aleatorias. La razón media de disipación de energía por unidad horizontal de área debido al rompimiento de la onda  $D_{tot}$  es expresado como:

$$D_{tot} = -\frac{1}{4} \alpha_{Bj} Q_b \left(\frac{\tilde{\sigma}}{2\pi}\right) H_{max}^2 = \alpha_{Bj} Q_b \tilde{\sigma} \frac{H_{max}^2}{8\pi}$$
(2.6)

en la cual en SWAN  $\alpha_{Bj} = 1$  y  $Q_b$  es la fracción de ondas rompientes determinada por:

$$\frac{1-Q}{\ln Q_b} = -8\frac{E_{tot}}{H_{máx}^2}$$

en la que  $H_{m\acute{a}x}$  es la altura máxima de onda que puede existir a la profundidad dada y  $\tilde{\sigma}$  es la frecuencia media. El valor de  $D_{tot}$  depende críticamente del parámetro de rompimiento  $\gamma = H_{m\acute{a}x}/d$  (en la que  $H_{m\acute{a}x}$  es el máximo posible de altura individual de onda en la profundidad local d). En SWAN existen dos valores disponibles para  $\gamma$ , uno constante  $\gamma = 0,73$  y definido como el valor medio del conjunto de datos; y el otro variable.

La fracción de los rompientes inducidos por la profundidad  $Q_b$  está determinada en SWAN con:

$$Q_{b} = \begin{cases} 0, & para \ \beta \leq 0,2 \\ Q_{0} - \beta^{2} \frac{Q_{0} - \frac{\exp(Q_{0} - 1)}{\beta^{2}}}{\beta^{2} - \frac{\exp(Q_{0} - 1)}{\beta^{2}}} & para \ 0,2 < \beta < 1 \\ 1, & para \ \beta \geq 1 \end{cases}$$

Por último, la disipación para una componente espectral por unidad de tiempo se calcula con:

$$S_{ds,br}(\sigma,\theta) = \frac{D_{tot}}{E_{tot}} E(\sigma,\theta) = -\frac{\alpha_{Bj}Q_b\tilde{\sigma}}{\beta^2\pi} E(\sigma,\theta)$$
(2.7)

## 2.2.1.2.6. Interacción no lineal entre ondas

Al interactuar grupos de tres o cuatro ondas ya sea de forma compleja o no lineal transfieren energía a ondas con más alta o más baja frecuencia. En aguas profundas e intermedias las interacciones de cuatro-onda (llamadas cuadrupletas) son las dominantes mientras que en aguas someras interacciones tres-onda (llamadas triadas) tienen mayor influencia.

#### **Cuadrupletas**

Para calcular el aporte de las cuadrupletas SWAN emplea la aproximación llamada técnica FD-RIAM que permite determinar el cambio en la frecuencia y los cambios en la forma del espectro a medida que la profundidad decrece.

La interacción cuadrupleta en aguas de profundidad finita es tomada idéntica a la transferencia de la cuadrupleta en aguas profundas multiplicada por un factor de escala:

$$S_{nl4}^{pf} = R(k_p d) S_{nl4}^{ap}$$

donde los supra-índices pf y ap de  $S_{nl4}$  significan profundidad finita y aguas profundas respectivamente, mientras que el término  $R(k_nd)$  está dado por:

$$R(k_pd) = 1 + \frac{C_{senh1}}{k_pd} (1 - C_{senh2}k_pd)e^{C_{senh3}k_pd}$$

donde  $k_p$  es el número de onda del pico del espectro LONSWAP, los valores de los coeficientes son  $C_{senh1} = 5,5$ ;  $C_{senh2} = 6/7$  y  $C_{senh3} = -1,25$ . En el límite hacia aguas someras  $k_p \rightarrow 0$ , y la transferencia no lineal tiende a infinito.

#### Triple interacción

Las interacciones triada onda-onda transfieren energía de las frecuencias más bajas hacia las más altas, resultando frecuentemente en armónicos mayores. La transferencia de energía puede tener lugar sobre relativamente corta distancia, y puede convertir inmediatamente un espectro de pico simple en un espectro de picos múltiples.

En SWAN se emplea en cada dirección espectral:

$$S_{nl3} = S_{nl3}^{-}(\sigma,\theta) + S_{nl3}^{+}(\sigma,\theta)$$

Donde:

$$S_{nl3}^{+}(\sigma,\theta) = m \acute{a}x[0,\alpha_{EB}2\pi cc_{g}J^{2}|sen \beta|\{E^{2}\left(\frac{\sigma}{2},\theta\right) - 2E\left(\frac{\sigma}{2},\theta\right)E(\sigma,\theta)\}]$$

у

$$S_{nl3}^{-}(\sigma,\theta) = -2S_{nl3}^{+}(2\sigma,\theta)$$

en la que  $\alpha_{EB}$  es un coeficiente ajustable de proporcionalidad y  $\beta$  es la bi-fase.

#### 2.2.1.3. Obstáculos

SWAN puede estimar la trasmisión de la onda a través de una estructura (lineal) tal como un rompeolas o dique. Se asume que el obstáculo es estrecho comparado con el tamaño de la celda. Si el tamaño del obstáculo es grande comparado con el de la celda, preferiblemente este se modelará como una característica batimétrica. Para obstáculos estrechos, el patrón de ondas se ve afectado de manera que reducirá la altura de ondas pudiendo estas propagarse a través o sobre el obstáculo a lo largo y ancho del mismo, además provocará la reflexión y difracción en sus extremos.

Generalmente los obstáculos tienen un área transversal que es bastante pequeña para ser resuelta en la rejilla batimétrica en SWAN, dándose la connotación al obstáculo de una línea en el área computacional.

## 2.2.2. ADCIRC

El software de modelización ADCIRC (*ADvanced CIRculation Model for Oceanic, Coastal and Estuarine Waters*), (Generaci et al., 2007) es un Sistema de programas computacionales para resolver problemas de circulación y transporte en flujos de superficie libre dependientes del tiempo, ya sea utilizando el método de elementos finitos en el espacio, y permitiendo el uso de mallas altamente flexibles o no estructuradas, (Generaci et al., 2007). Dicho modelo pasee numerosas aplicaciones entre ellas se puede mencionar la predicción de tormentas e inundaciones, la modelización de mareas y circulación por viento, estudios de transporte de larvas, operaciones marinas cerca de la costa, estudios de disposición de material y viabilidad de operaciones de dragado, (Aggarwal, 2004; VLADIMIROVICH ALYMOV, 2005).

#### 2.2.2.1. Ecuaciones del modelo

De forma general, ADCIRC resuelve las ecuaciones para un fluido en movimiento sobre la tierra en rotación. Estas ecuaciones son planteadas y formuladas utilizando los principios de presión hidrostática y las aproximaciones de Boussinesq. Para un modelo simple en el que solo se necesitan niveles y velocidades de mareas, ADCIRC resuelve específicamente dos conjuntos de ecuaciones: la Ecuación Generalizada para Continuidad de Olas (GWCE por sus siglas en inglés) y las ecuaciones de momento.

Se puede obtener la ecuación GWCE a partir de un conjunto de ecuaciones para el desplazamiento y velocidad. Para el caso de dos dimensiones, estas ecuaciones en su forma conservativa, son:

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} + \frac{\partial UH}{\partial x} + \frac{\partial VH}{\partial y} = 0$$
(2.8)

$$\frac{\partial UH}{\partial t} + \frac{\partial UUH}{\partial x} + \frac{\partial UVH}{\partial y} - fVH$$

$$= -H \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p_s}{\rho_0} + g(\xi - \alpha \eta) + M_x + D_x + B_x + \frac{\tau_{sx}}{\rho_0} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_0} \right]$$
(2.9)

$$\frac{\partial VH}{\partial t} + \frac{\partial VUH}{\partial x} + \frac{\partial VVH}{\partial y} - fUH$$

$$= -H \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{p_s}{\rho_0} + g(\xi - \alpha \eta) + M_y + D_y + B_y + \frac{\tau_{sy}}{\rho_0} - \frac{\tau_{by}}{\rho_0} \right]$$
(2.10)

donde:

- $\xi =$  elevación
- $\alpha$  = factor de elasticidad de la tierra ( $\alpha$  = 0,69)

 $B_{x,y}$  = fuerza baroclínicas

 $D_{x,y}$  = momentos de dispersión

 $\eta(x, y, t) =$  potencial de equilibrio newtoniano

 $M_{x,y}$  = difusión horizontal de momentos

U(x, y, t), V(x, y, t) = velocidades horizontales

Definiendo el potencial de equilibrio como:

$$\eta(\lambda,\varphi,t) = \sum_{n,j} C_{j_n} f_{j_n}(t_0) L_j(\varphi) \cos\left[\frac{2\pi(t-t_0)}{T_{j_n} + j\lambda + V_{j_n}(t_0)}\right]$$
(2.11)

donde:

 $\lambda, \varphi =$  longitud y latitud en grados, respectivamente

j = 0, 1, 2 = especie de la marea (j = 0, de declinación; j = 1, diurna; j = 2, semidiurna)

 $C_{jn}$  = constante que caracteriza la amplitud del constituyente n de la especie j

 $V_{in}$  = argumento astronómico dependiente del tiempo

 $L_0 = 3sin^2\varphi - 1$ 

 $L_1 = sin\left(2\varphi\right)$ 

 $L_2 = cos^2 \varphi$ 

 $t_0 =$  tiempo referencial

 $T_{jn}$  = periodo del constituyente *n* de la especie j.

Derivando la ecuación 2.8 con respecto al tiempo y las ecuaciones 2.9 y 2.10 con respecto a x y y respectivamente, se puede obtener después de sustituir:

$$\frac{\partial^{2}\xi}{\partial t^{2}} + \tau_{0}\frac{\partial\xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left\{-\frac{\partial UUH}{\partial x} - \frac{\partial UVH}{\partial y} + fVH - H\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{p_{s}}{\rho_{0}} + g(\xi - \alpha\eta)\right] + M_{x} + D_{x} + B_{x} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_{0}} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_{0}} + \tau_{0}UH\right\} + \frac{\partial}{\partial y}\left\{-\frac{\partial UVH}{\partial x} - \frac{\partial VVH}{\partial y} + fUH - H\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{p_{s}}{\rho_{0}} + g(\xi - \alpha\eta)\right] + M_{y} + D_{y} + B_{y} + \frac{\tau_{sy}}{\rho_{0}} - \frac{\tau_{by}}{\rho_{0}} + \tau_{0}VH\right\} = 0$$

$$(2.12)$$

Nótese que en la ecuación 2.12 se añadió también una constante  $\tau_0$ . Como siguiente paso, se expanden los términos de difusión horizontal de momentos  $M_x$  y  $M_y$  en las ecuaciones 2.9, 2.10 y 2.12 y se obtienen las ecuaciones 2.13, 2.14 y 2.15. El término  $E_{h2}$  es un coeficiente generalizado de difusión.

$$\frac{\partial^{2}\xi}{\partial t^{2}} + \tau_{0} \frac{\partial\xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -\frac{\partial UUH}{\partial x} - \frac{\partial UVH}{\partial y} + fVH - H \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p_{s}}{\rho_{0}} + g(\xi - \alpha \eta) \right] + D_{x} + B_{x} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_{0}} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_{0}} + \tau_{0}UH \right\}$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left\{ -\frac{\partial UVH}{\partial x} - \frac{\partial VVH}{\partial y} + fUH - H \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{p_{s}}{\rho_{0}} + g(\xi - \alpha \eta) \right] + D_{y} + B_{y} + \frac{\tau_{sy}}{\rho_{0}} - \frac{\tau_{by}}{\rho_{0}} + \tau_{0}VH \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ E_{h2} \left( \frac{\partial^{2}UH}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}UH}{\partial y^{2}} \right) \right]$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ E_{h2} \left( \frac{\partial^{2}VH}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}VH}{\partial y^{2}} \right) \right] = 0$$

$$(2.13)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} - fV$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p_s}{\rho_0} + g(\xi - \alpha \eta) \right] + \frac{1}{H} \left[ E_{h2} \left( \frac{\partial^2 UH}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 UH}{\partial y^2} \right) \right] + \frac{D_x}{H}$$

$$+ \frac{B_x}{H} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_0 H} - \frac{\tau_{bx}}{\rho_0 H}$$
(2.14)

49

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} - fU$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p_s}{\rho_0} + g(\xi - \alpha \eta) \right] + \frac{1}{H} \left[ E_{h2} \left( \frac{\partial^2 VH}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 VH}{\partial y^2} \right) \right] + \frac{D_y}{H}$$

$$+ \frac{B_y}{H} + \frac{\tau_{sy}}{\rho_0 H} - \frac{\tau_{by}}{\rho_0 H}$$
(2.15)

Finalmente, se incluye en las ecuaciones un tensor de arrastre. Se definen los siguientes términos:

$$\tau_* \equiv \frac{C_f (U^2 + V^2)^{1/2}}{H}$$
$$f' \equiv f + \tau_* \sin \gamma$$
$$\tau'_* \equiv \tau_* \cos \gamma$$

donde  $C_f = g/C^2$  (*C* es el coeficiente de fricción de Chezy) y  $\gamma$  es el ángulo entre el vector de velocidad y el vector de esfuerzo. Reemplazando estos últimos términos en las ecuaciones 2.13, 2.14, 2.15, expandiendo las derivadas parciales y reorganizando términos se obtiene el conjunto de ecuaciones finales:

$$\frac{\partial^{2}\xi}{\partial t^{2}} + \tau_{0} \frac{\partial\xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( U \frac{\partial\xi}{\partial t} - UH \frac{\partial U}{\partial x} - VH \frac{\partial U}{\partial y} - f'VH - H \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p_{s}}{\rho_{0}} + g(\xi - \alpha \eta) \right] - E_{h2} \frac{\partial^{2}\xi}{\partial x \partial t} + D_{x} + B_{x} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_{0}} + (\tau_{0} - \tau_{*}')UH)$$

$$+ (\tau_{0} - \tau_{*}')UH) \qquad (2. 16)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left( V \frac{\partial\xi}{\partial t} - UH \frac{\partial V}{\partial x} - VH \frac{\partial V}{\partial y} - f'UH - H \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p_{s}}{\rho_{0}} + g(\xi - \alpha \eta) \right] - E_{h2} \frac{\partial^{2}\xi}{\partial y \partial t} + D_{y} + B_{y} + \frac{\tau_{sy}}{\rho_{0}} + (\tau_{0} - \tau_{*}')VH) = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} - f'V \qquad (2.17)$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p_s}{\rho_0} + g(\xi - \alpha \eta) \right] + \frac{1}{H} \left[ E_{h2} \left( \frac{\partial^2 UH}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 UH}{\partial y^2} \right) \right] + \frac{D_x}{H}$$

$$+ \frac{B_x}{H} + \frac{\tau_{sx}}{\rho_0 H} - \tau'_* U$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} - f'U = -\frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{p_s}{\rho_0} + g(\xi - \alpha \eta) \right] + \frac{1}{H} \left[ E_{h2} \left( \frac{\partial^2 VH}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 VH}{\partial y^2} \right) \right] + \frac{D_y}{H} + \frac{B_y}{H} + \frac{\tau_{sy}}{\rho_0 H} - \tau'_* V$$
(2.18)

La ecuación 2.16 es la GWCE mencionada anteriormente y las ecuaciones 2.17 y 2.18 son ecuaciones de momentos en *x* y *y* respectivamente. Posteriormente, se utiliza el método de Galerkin de residuos ponderados para obtener expresiones ponderadas por una función  $\phi_i$  e integradas sobre un dominio  $\Omega$ . La ecuación generalizada GWCE final es:

$$\left(\frac{\partial^{2}\xi}{\partial t^{2}},\phi_{i}\right)_{\Omega} + \left\langle\tau_{0}\frac{\partial\xi}{\partial t},\phi_{i}\right\rangle_{\Omega} + \left\langle gh\frac{\partial\xi}{\partial x},\frac{\partial\phi_{i}}{\partial x}\right\rangle_{\Omega} + \left\langle gh\frac{\partial\xi}{\partial y},\frac{\partial\phi_{i}}{\partial y}\right\rangle_{\Omega} + E_{h2}\left(\frac{\partial^{2}\xi}{\partial x\partial t},\frac{\partial\phi_{i}}{\partial x}\right)_{\Omega} + E_{h2}\left(\frac{\partial^{2}\xi}{\partial y\partial t},\frac{\partial\phi_{i}}{\partial y}\right)_{\Omega} \\
= \left\langle U\frac{\partial\xi}{\partial t},\frac{\partial\phi_{i}}{\partial x}\right\rangle_{\Omega} + \left\langle V\frac{\partial\xi}{\partial t},\frac{\partial\phi_{i}}{\partial y}\right\rangle_{\Omega} + \left\langle W_{x},\frac{\partial\phi_{i}}{\partial x}\right\rangle_{\Omega} + \left\langle W_{y},\frac{\partial\phi_{i}}{\partial y}\right\rangle_{\Omega} \\
- \int_{\Gamma_{Q}}\left(\frac{\partial Q_{n*}}{\partial t} + \tau_{0}Q_{n*}\right)\phi_{i}d\Gamma$$
(2. 19)

donde  $Q_{n*}$  es el flujo de la frontera y  $\Gamma$  es la frontera del dominio  $\Omega$ . Los términos  $W_x$  y  $W_y$  se definen como:

$$W_x \equiv -UH \frac{\partial U}{\partial x} - VH \frac{\partial U}{\partial y} + f'VH - \frac{g}{2} \frac{\partial \xi^2}{\partial x} - gH \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p_s}{\rho_0 g} - \alpha \eta \right] + D_x + B_x + \frac{\tau_{sx}}{\rho_0} + (\tau_0 - \tau'_*)UH$$

$$W_{y} \equiv -UH\frac{\partial V}{\partial x} - VH\frac{\partial V}{\partial y} + f'UH - \frac{g}{2}\frac{\partial\xi^{2}}{\partial y} - gH\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{p_{s}}{\rho_{0}g} - \alpha\eta\right] + D_{y} + B_{y} + \frac{\tau_{sy}}{\rho_{0}} + (\tau_{0} - \tau'_{*})VH$$

La notación ( ) se define como

$$\langle a, b \rangle = \iint_{\Omega} a \ b \ d\Omega$$

De igual forma las ecuaciones finales del momento son

$$\left( \frac{\partial U}{\partial t}, \phi_i \right)_{\Omega} - \left\langle f'V, \phi_i \right\rangle_{\Omega} + E_{h2} \left( \frac{\partial UH}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\phi_i}{H} \right) \right)_{\Omega} + E_{h2} \left( \frac{\partial UH}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\phi_i}{H} \right) \right)_{\Omega}$$

$$= \left\langle \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p_s}{\rho_0} + g(\xi - \alpha \eta) \right] - \frac{\tau_{sx}}{\rho_0 H} + \tau'_* U, \phi_i \right\rangle_{\Omega}$$

$$- \left\langle U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y}, \phi_i \right\rangle_{\Omega} + \left\langle \frac{D_x}{H} + \frac{B_x}{H}, \phi_i \right\rangle_{\Omega}$$

$$(2.20)$$

$$\left\langle \frac{\partial V}{\partial t}, \phi_i \right\rangle_{\Omega} - \left\langle f'U, \phi_i \right\rangle_{\Omega} + E_{h2} \left\langle \frac{\partial VH}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\phi_i}{H} \right) \right\rangle_{\Omega} + E_{h2} \left\langle \frac{\partial VH}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\phi_i}{H} \right) \right\rangle_{\Omega}$$

$$= \left\langle \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{p_s}{\rho_0} + g(\xi - \alpha \eta) \right] - \frac{\tau_{sy}}{\rho_0 H} + \tau'_* U, \phi_i \right\rangle_{\Omega}$$

$$- \left\langle U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y}, \phi_i \right\rangle_{\Omega} + \left\langle \frac{D_y}{H} + \frac{B_y}{H}, \phi_i \right\rangle_{\Omega}$$

$$(2.21)$$

ADCIRC resuelve las ecuaciones 2.19, 2.20 y 2.21 para cada nodo *i*, obteniendo valores de elevación  $\xi$  y de velocidad *U*,*V*.

# 2.2.3. Acople ADCIRC+SWAN

La malla no estructurada del modelo de Oleaje espectral SWAN y el modelo de circulación de aguas poco profundas ADCIRC han sido integrados en una combinación acoplada SWAN+ADCIRC. Los componentes de ambos modelos acoplados son aplicados a una misma malla no estructurada, comparten una infraestructura computacional paralela y corren secuencialmente en el tiempo pasando la información dinámicamente a través del caché local. El modelo acoplado es eficiente para miles de núcleos computacionales.

Entre las principales características del modelo resaltan la propagación de oleaje en mallas finas, el acoplamiento integral de fricción inferior, el arrastre del viento basado en

sectores de tormenta y el control de errores con limitadores en la velocidad de la propagación espectral. Para el estudio que se realiza en este trabajo se empleó la malla mostrada en la **Figura 2. 3**, que posee 112414 elementos y 60968 nodos, la cual fue corrida en el clúster de la Universidad Central Marta Abreu de Las Villas, utilizando 16 procesadores para ello, siendo equivalente a 2 nodos.



Figura 2. 3. Malla empleada.

Para la corrida del modelo acoplado se necesita un mínimo unos seis archivos de entrada fundamentales:

**fort. 14:** Este archivo describe la estructura de la malla y las condiciones de frontera para la elaboración de la misma. Requiere del número de elementos y de nodos, así como las distribuciones de los arcos, es decir, los que corresponden a ríos, a cayos, la frontera oceánica y la línea costera.

**fort. 15:** Contiene la mayoría de los parámetros necesarios para la corrida del ADCIRC. Aquí se establecen las condiciones incorporadas por el usuario de acuerdo con los resultados que se pretenden obtener.

**fort. 13:** Este archivo contiene atributos nodales, que pueden variar espacialmente. Para cada atributo, se especifican uno o más valores en cada nodo. El número de valores y su(s) significado(s) varía según el atributo. Se crea con la rutina *make\_fort13.pl* de *Our Perl* y solo son empleados dos atributos: p*rimitive\_weighting in continuity-\_equantion*, sea Surface *height above geoid*. **fort. 22:** Lee los archivos de entrada meteorológica (velocidad de viento y presión atmosférica) cuando el parámetro NWS indica el forzamiento meteorológico en el archivo fort.15. Se utilizaron los *best track* de los correspondientes ciclones descarándose de <u>http://ftp.nhc.noaa.gov</u>, luego se emplea la rutina de *asgs\_best2fcst.pl* y luego este fichero es introducido en el *aswip* y se convierte en NWS20.

**fort. 26:** Contiene los parámetros de tiempo de ejecución SWAN, así como los detalles de "acoplamiento" entre ADCIRC y SWAN. Este archivo es necesario para ejecutar el modelo ADCIRC + SWAN.

Swaninint: Archivo de inicialización de SWAN. En este archivo se especifican los archivos de entrada que procesará el modelo SWAN.

## 2.2.4. Forzantes del modelo

#### 2.2.4.1. Marea

Actuaron como forzantes del modelo la acción de las mareas en la zona del Caribe y de la bahía principalmente siendo impuestas por ADCIRC mediante la variación espacial en el tiempo de los niveles de agua a través de las fronteras abiertas en el dominio del modelo. Este modelo hidrodinámico también incluye términos extras que representan la marea potencial newtoniana y correcciones en la recepción de datos de la misma y en los factores determinantes en su oscilación. Estos términos aparecen en la ecuación de movimiento como gradientes espaciales sustraídos del gradiente espacial de la elevación de la superficie libre. En áreas de plataformas continentales el gradiente de la elevación de la superficie libre es mucho más grande que los términos extras, y por consiguiente estos son despreciados. Sin embargo, este gradiente suele ser muy pequeño en aguas profundas, lo que significa que al ser incluidas en el modelo grandes áreas de aguas profundas, estos términos pasarían a ser significativos.

En la bahía de Cienfuegos la marea tiene un carácter semidiurna e irregular, con amplitud media de 0,27 m. (Muñoz Caravaca, 2011).

Para la simulación de la marea se utilizaron las 13 constituyentes utilizadas en ADCIRC para el análisis de armónicos **Tabla 2.1**.

Constituyente de la marea	Amplitud	Frecuencia	Fase
2N2	0	0.000138796	122.3
К1	0.141565	0.000029211	286.4
К2	0.03004	0.0001458423	30.2
L2	0	0.0001431581	52.6
M2	0.24334	0.0001405189	88.4
MU2	0	0.0001355937	72.2
N2	0.046398	0.0001378796	82
NU2	0	0.0001382329	83.6
01	0.100514	0.0000675977	329.6
P1	0.046834	0.0000725229	290
Q1	0.019256	0.0000649585	334.2
S2	0.112841	0.0001454441	32.6
T2	0	0.0001452450074	88.4

Tabla 2. 1. Constituyentes de marea empleadas en ADCIRC.

## 2.2.4.2. NWS

Este parámetro controla si la velocidad o la tensión del viento, la tensión de la radiación de onda y la presión atmosférica se utiliza para forzar ADCIRC. También se puede modificar el parámetro B de RMAX y Holland utilizando el programa ASWIP que es el programa de procesamiento auxiliar ASWIP.F. Con este se generó el archivo de entrada fort.22 para NWS = 20 desde un NWS = 9 archivo de entrada formateado.

Los parámetros de huracán se leen desde el archivo de entrada de forzamiento meteorológico de un solo archivo. Se supone que la primera entrada en el archivo de

entrada de forzado meteorológico de un solo archivo corresponde al comienzo de la ejecución del modelo (por ejemplo, el tiempo de inicio en frío). La velocidad del viento y la presión atmosférica se calculan en las ubicaciones exactas de los nodos de malla de elementos finitos, (Wood, 2012) y se acoplan directamente a ADCIRC en cada paso de tiempo utilizando la formulación asimétrica de vórtice de huracán según el modelo de viento de gradiente de Holland.

Se asume que el archivo de entrada corresponde con el formato ATCF *Best Track* que es el empleado aquí. Las pistas históricas, las pistas de retransmisión en tiempo real y las pistas de pronóstico en tiempo real se pueden encontrar en este formato. Esta opción utiliza los radios a velocidades de viento específicas (34, 50, 64, 100 nudos) informadas en los cuatro cuadrantes (NE, SE, SW, NW) de la tormenta para calcular el radio de los vientos máximos en función del ángulo azimutal. La fórmula de Garret se utiliza para calcular la tensión del viento a partir de la velocidad del viento.

## 2.2.5. Calibración del modelo

De la región del Caribe se tomaron cuatro puntos de manera intencionada ya que en las coordenadas reales de estos se tienen valores de marea registrados por la National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA). De estos cuatro puntos Lime Tree Bay, Mayaguez, Port Isabel y San Juan la Puntilla se extrajeron los valores de mareas correspondientes a un periodo de cinco días que fueron comparados con los obtenidos en el modelo para esos mismo cinco días de la fecha correspondiente a cada boya, **Figura 2. 4**. Los datos tomados tienen una frecuencia de registro horaria, lo cual se corresponde con los simulados.



Figura 2. 4. Ubicación de las boyas tomadas como referencia.

# 2.3. Casos de estudio

Los casos de estudio se resumen a los siguientes huracanes:

- Dennis (corrido entre el 7 de julio y el 10 de julio de 2005).
- Lili (corrido entre el 17 de octubre y el 20 de octubre de1996).

Los casos seleccionados se corresponden con huracanes cuya trayectoria es cercana a la provincia de Cienfuegos y el ojo del huracán ha provocado surgencia en la bahía de Cienfuegos. También se han considerado estos huracanes por cuanto han sido evaluados en tesis anteriores, que son sujetas de mejoras a partir de la definición del problema científico de esta investigación.

# 2.3.1. Breve descripción de los casos de estudio

## Dennis

El huracán Dennis se formó a partir de la cuarta Depresión Tropical, la cual se gestó en el seno de una fuerte onda tropical en la tarde del 4 de julio a unos 95 Km al este de Granada, grupo sur de las Antillas Menores. En la **Figura 2.5** se puede observar la trayectoria que tomó el huracán.

La depresión se movió al oeste (W) por la periferia de la dorsal subtropical con ganancia en organización e intensidad. En la mañana del siguiente día se clasificó como la tormenta tropical Dennis, a la vez que inclinaba la trayectoria hacia el oeste noroeste (WNW). En su traslado por aguas cercanas a Cuba fue ganando en intensidad y llegó a ser un huracán de categoría 4 reportándose una presión mínima de 951 HPa y vientos máximos de 220 Km/h.



Figura 2.5. Trayectoria del huracán Dennis.

Con movimiento entre el WNW y el NW a razón de unos 28 Km/h cruzó en la noche del día 7 por la provincia Granma donde se registraron vientos sostenidos con velocidades de hasta 70 Km/h, superiores en rachas y la altura de las olas reportadas fue superior a los 6 m.

Se debilitó al cruzar la provincia de Granma, pero recuperó su intensidad al trasladarse sobre la zona sur de Cuba, llegando a penetrar por un punto justo al W de Punta Mangles Altos, Matanzas con categoría 4 el día 8 a la 1:30 pm. Sobre el territorio matancero, se dirigió en un rumbo entre el WNW y el NW con una velocidad de traslación de 21 Km/h. Su centro pasó por la Ciénaga de Zapata muy cerca de los municipios cienfuegueros Abreus y Aguada de Pasajeros y del municipio matancero Jagüey Grande; además cruzó por Calimete y Unión de Reyes.

Los vientos huracanados de Dennis al pasar cerca de Cienfuegos se extendieron en promedio hasta unos 40 Km a la derecha de la trayectoria afectando Cumanayagua, Cienfuegos, Abreus, Aguada de Pasajeros, el sur de Rodas y de Palmira. En el resto de la provincia, se mantuvieron con fuerza de Tormenta Tropical.

#### Lili

Este organismo se formó en el seno de una Onda Tropical en el Caribe occidental, muy cerca de Cabo Gracias a Dios. El día 17 de octubre alcanza la categoría 1 a 53 Km de Punta del Este (Isla de la Juventud) con un rumbo próximo entre el norte noreste (NNE) y el noreste (NE) (**Figura 2. 6**). En la madrugada del día siguiente el huracán inclina su movimiento casi al este (E), aproximándose a Bahía de Cochinos, con una velocidad de traslación cercana a los 15 Km/h. El centro de mínima presión del vórtice de Lili entra al territorio insular aproximadamente a las 8:00 am, por un punto situado entre Playa Larga y Playa Girón, específicamente entre Punta Perdiz y la Caleta del Rosario en la costa oriental de Bahía de Cochinos. Continúa su movimiento estable en dirección este noreste (ENE), sobre la ciénaga oriental de Zapata, Cienfuegos y Villa Clara.



Figura 2.6. Trayectoria del huracán Lili.

A las 9:00 am, el centro del huracán se encontraba en el extremo occidental de la provincia de Cienfuegos, en los límites entre los municipios de Aguada y Abreus. En horas de la tarde se registró sobre la provincia de Cienfuegos una presión mínima central de 980,9 HPa reportándose una racha máxima de viento de 166 Km/h.

# **Conclusiones parciales**

- Se caracteriza la región de estudio y sus principales peculiaridades a los fines de la simulación de elevación del nivel del mar, la marea y las corrientes marinas.
- Se implementa para los efectos de esta tesis una malla de cálculo, dominio computacional lo suficientemente amplia, que considera todo el mar Caribe y el Golfo de México.
- 3. Se fundamentan los casos de estudios a desarrollar en esta investigación.
# **CAPITULO III**

### 3.1. Análisis de los valores de marea

En orden de realizar las Figura 3.1 a), b), c) y d), se muestran las comparaciones realizadas entre los valores del modelo y los obtenidos por boyas de la NOAA a tiempo real.



Figura 3. 1. Comparación entre los valores de marea de la NOAA y los obtenidos con el modelo.

Para la realización de la comparación que se muestra en la **Tabla 3. 1** se tuvieron en cuenta como medidores el cálculo de los valores de los coeficientes de correlación de Pearson, Spearman y tau de Kendall, así como el valor del error cuadrático medio.

	Coeficiente de Correlación de Pearson	Coeficiente de Correlación de Spearman	Coeficiente de Correlación tau de Kendall	Error cuadrático medio
Lime Tree Bay	0.78	0.71	0.50	0.003
Mayagüez	0.74	0.74	0.54	0.006
Port Isabel	0.74	0.75	0.55	0.014
San Juan Ia Puntilla	0.85	0.83	0.64	0.030

Tabla 3. 1. Comparación entre los valores reales y los obtenidos.

Los valores obtenidos de dichos coeficientes de correlación muestran cuánto se asemeja a la realidad el modelo siendo todos valores positivos y por encima de 0.5 dando veracidad al modelo creado. Estos valores de comparación sirven para la calibración del modelo trabajado.

En la **Figura 3.2** se muestran los valores en metro del nivel del mar de dos puntos por un periodo de 15 días. Uno de ellos situado dentro de la bahía y otro en la zona fuera de la bahía. Los valores expresados en la gráfica se corresponden con resultados consultados con otras bibliografías (Marín Machín, 2017; Muñoz Caravaca, 2011).



Figura 3. 2. Comportamiento de niveles de elevación del Mar.

Durante este periodo los valores de elevación del nivel del mar fuera de la bahía alcanzaron máximos de 0.297 m y mínimos de -0.266 m. Mientras que en la zona interior de la región de estudio se observan máximos de 0.334 m y mínimos de -0.310 m. Los valores que se muestran en la **Figura 3.2** dentro de la bahía son mayores que fuera de la misma debido a un ligero efecto de amplificación de la onda al pasar el canal de entrada (Muñoz Caravaca, 2011) comportándose de la misma forma que el canal real comprobándose la veracidad del modelo.

# 3.2. Análisis de los niveles de elevación del mar durante el paso de los ciclones tropicales

Para el análisis de los niveles de marea se tomaron tres puntos de interés dentro de la bahía y uno fuera. Estos puntos se encuentran denotados por nombres como Reina, Bahía, Base de Submarinos y Entrada canal.

### Dennis:

El valor máximo de elevación del nivel del mar (ver **Figura 3. 3**) en el interior de la bahía, para las estaciones predefinidas, se alcanza en la de referencia Reina, seguido en orden decreciente por Bahía y Base de Submarinos. Este valor es de 0.95 m para Reina y 0.75 m para los otros dos puntos de observación.

Los valores registrados por (Marín Machín, 2017) para este organismo, son: máximo 0.69 m, mínimo: -0.16 m y amplitud: 0.85 m al tiempo que en este trabajo se alcanzan máximo 0.95 m, mínimo: -0.04 m y amplitud: 0.90 m. Se hace notar que los valores obtenidos en este trabajo son mayores para este evento.



Figura 3. 3. Nivel de elevación del nivel del mar al paso de Dennis.

### Lili:

El valor máximo de elevación del nivel del mar (ver **Figura 3. 4**) en el interior de la bahía, para las estaciones predefinidas, se alcanza en la de referencia Base de Submarinos, seguido en orden decreciente por Reina y Bahía. Estos valores son es de 1.28 m, 1.21 m y 1.19 m para Base de Submarinos, Reina y Bahía respectivamente.

Los valores registrados por (Marín Machín, 2017) para este organismo, son: máximo 0.72 m, mínimo: -0.11 m y amplitud: 0.82 m al tiempo que en este trabajo se alcanzan máximo 1.28 m, mínimo: 0.002 m y amplitud: 1.28 m. Se hace notar que los valores obtenidos en este trabajo son mayores para este evento.



Figura 3. 4. Nivel de elevación del nivel del mar al paso de Lili.

### 3.3. Análisis del oleaje generado por ciclones tropicales

Los ciclones tropicales son fenómenos meteorológicos que afectan a nuestro país en gran medida principalmente en zonas costeras donde las grandes olas ponen en peligro las estructuras y la vida tanto animal como humana. El estudio de los niveles de oleaje en la zona sur de Cuba más específicamente en la provincia de Cienfuegos ha sido tratado y modelada con anterioridad, pero no de forma conjunta con la marea y surgencia generada por un CT. Para el estudio de este proceso oceánico se tomaron valores dentro y fuera de la bahía durante las corridas realizadas para tres casos de estudio para la comparación del comportamiento del oleaje en cada zona.

### Dennis:

Para el caso del huracán Dennis la corrida del modelo se realizó por tres días y a partir de que ya se encontraba el huracán formado y en su tercer día de trayectoria. Ya desde el primer día de simulación comienzan a verse elevaciones del nivel del mar.

En la **Figura 3.5** se ve como a medida que se acerca a la bahía, el huracán se puede ver como el resguardo de la bahía impide valores de oleaje tan grandes como en el exterior, pero no deja de comportarse de la misma forma que la zona externa. Se alcanzan valores máximos fuera de la bahía de 6.49 m luego de que sucede el receso causado por el paso del ojo sobre la bahía y dentro de 2.48 m antes del paso del ojo. Luego de esto en un periodo de poco más de un día se recuperan los valores normales del oleaje.



Figura 3. 5. Comparación del oleaje en Dennis dentro y fuera de la bahía.

En dicho huracán el lóbulo norte y el sur de la bahía tienen un comportamiento como se muestra en la **Figura 3. 6** similar en cuanto a las olas que se generan. La batimetría de la región, así como la geografía de la bahía tendrán una influencia en el oleaje de forma moderada. El principal factor del comportamiento del oleaje será el arrastre causado por los vientos del huracán que al encontrarse en zona al norte del Ecuador debido al efecto de Coriolis van a soplar en contra de las manecillas del reloj. La trayectoria seguida por el huracán Dennis al pasar al sur de Cienfuegos seguía un movimiento WNW y NW que luego fue inclinándose más al NW. Este movimiento y debido a la distancia a la que pasó el centro del huracán de la provincia hizo que los vientos que azotaron la bahía siguieran la misma dirección de su movimiento. Causando

un arrastre en la dirección de la ciudad de Cienfuegos en un primer momento viéndose que los valores de oleaje en ambos lóbulos siguen un comportamiento similar destacándose la zona N debido a la batimetría y la geografía. Al paso del ojo la fuerza del viento disminuye causando una disminución en los valores de oleaje. Luego del paso del ojo y ya con el fenómeno meteorológico siguiendo un movimiento más al NW, los vientos favorecieron más el arrastre a la región N.



Figura 3. 6. Comparación entre el lóbulo Norte y Sur de la bahía durante el huracán Dennis.



Figura 3. 7. Máximos de altura de ola significativa al paso de Dennis por Cienfuegos.

La Figura 3. 7 se representa la altura de ola significativa en el momento en que se alcanzan los máximos dentro de la bahía. Estos valores se corresponden con los

mostrados por (Caravaca, 2011) para los CT categoría 5, aunque Dennis fuese categoría 4.

## Lili:

Para el caso del huracán Lili la corrida del modelo se realizó por tres días y a partir de que ya se encontraba el huracán formado y en su tercer día de trayectoria. Este fue uno de los huracanes más fuertes en azotar la isla.

La **Figura 3. 8** muestra como el comportamiento de los niveles de oleaje dentro de la bahía en comparación con el exterior no se ven tan alterados debido en gran medida al resguardo que brinda la geografía cienfueguera llegando en el interior a los 2.31 *m*. En la zona ya saliendo del canal y un poco adentrada en el mar el gran arrastre de las masas de agua favoreció los valores de oleaje pudieron llegar a los 13.8 *m*. En este huracán el periodo de tiempo necesario para que se recuperaran los valores normales del oleaje estuvo cerca de un día.



Figura 3.8. Comparación del oleaje en Lili dentro y fuera de la bahía.

El huracán Lili al paso por la provincia de Cienfuegos seguía un movimiento ENE. Este movimiento causó que en un primer momento los vientos del frente del fenómeno meteorológico causaran un arrastre de las masas de agua en dirección que favoreciera el máximo de oleaje en el lóbulo N de la bahía. Durante el paso del ojo la fuerza del viento disminuye causando un periodo con valores más bajos de oleaje. Luego del paso del ojo por el territorio los vientos tuvieron una dirección contraria a la anterior beneficiando los niveles de oleaje en la zona S de la bahía de ahí el comportamiento descrito en la **Figura 3. 9**.



Figura 3. 9. Comparación entre el lóbulo Norte y Sur de la bahía durante el huracán Lili.

La Figura 3. 10 se representa la altura de ola significativa en el momento en el que Lili alcanza los máximos dentro de la bahía. Estos valores se corresponden con los mostrados por (Caravaca, 2011) para los CT categoría 3, aunque Lili fue categoría 2. Las áreas de mayor afectación coinciden con las de mayor importancia socioeconómica para la provincia, la ciudad y su zona industrial.



Figura 3. 10. Máximos de altura de ola significativa al paso de Lili por Cienfuegos.

El resultado obtenido para ambos organismos tropicales muestra un aumento de los valores medios de altura significativa de las olas y de la elevación del nivel del mar. Se asocia este resultado a las siguientes consideraciones:

- La implementación de un modelo acoplado como ADCIRC SWAN incorpora por sí mismo los aporte combinados de la marea y el oleaje, al tiempo que ambos inciden sobre las corrientes marinas, tanto en su forma de desarrollo como en su magnitud y distribución espacial.
- 2. El modelo computacional o malla de cálculo, a diferencias de las investigaciones anteriores, amplía el dominio de una bahía a toda la región del Gran Caribe. Esto permite que el organismo tropical se desarrolle en toda su extensión antes de entrar a la bahía de Cienfuegos, con lo cual se garantiza que la marea, el oleaje y las corrientes lleguen ya estabilizadas a este dominio de mayor interés.

# 3.4. Comportamiento de las corrientes en el canal de la bahía de Cienfuegos

Al paso de un huracán los vientos causan, como ya se ha dicho, un gran arrastre de las masas de agua, y con esto un aumento en la fuerza de arrastre y en las velocidades de las corrientes marinas. Los fuertes vientos, como los asociados a CT van a tener mayor influencia determinando la dirección y sentido que va a tener una corriente.

Para el estudio realizado, se pudo apreciar como en el momento en que los huracanes se encuentran azotando la provincia de Cienfuegos, las corrientes en el canal de la bahía entorpecen el desagüe y drenaje de la bahía al mar. Se puede apreciar en las **Figuras 3. 11** y **3. 12** el comportamiento de las corrientes va a contribuir al aumento de los niveles del mar dentro de la bahía e impide el vertimiento hacia afuera.

Al realizarse un análisis de la trayectoria del huracán Dennis por la provincia, es posible apreciar como el embate de los vientos va a tener una dirección casi constante desde el mar Caribe al interior de la bahía. Esta dirección va a ir variando el ángulo de incidencia sobre el canal a medida que avance el huracán encontrándose máximos en las velocidades de las corrientes a aproximadamente la mitad del paso del fenómeno por la provincia. Este comportamiento de los vientos trae consigo los resultados obtenidos y mostrados en la **Figura 3. 11**. En esta figura se muestra la escala de velocidad de las corrientes y la altura significativa de las olas simultáneamente.

Similarmente ocurre con el huracán Lili el cual presenta una trayectoria que causa que los vientos, aunque varíen el ángulo con que inciden sobre el canal y cause que fluctúen los valores de corriente durante el paso del huracán, impidan el desagüe de la bahía contribuyendo a la sobre elevación del nivel del mar (ver Figura 3. 12).



Figura 3. 11. Comportamiento de las corrientes al paso de Dennis por Cienfuegos.



Figura 3. 12. Comportamiento de las corrientes al paso de Lili por Cienfuegos.

Posteriormente al paso de ambos huracanes el tiempo que le toma a la bahía recuperar sus niveles habituales del nivel del mar no va a exceder en ninguno de los dos casos los dos días (ver Figura 3.13 y 3.14). Apreciándose que en el proceso de vaciado las velocidades de las corrientes pueden ser superiores a las que se presentan durante el fenómeno.



Figura 3. 13. Comportamiento de las corrientes tras el paso de Dennis por Cienfuegos.



Figura 3. 14. Comportamiento de las corrientes tras el paso de Lili por Cienfuegos

# Conclusiones

- El modelo computacional o malla de cálculo elaborada permite que el organismo tropical se estabilice y desarrolle computacionalmente en toda su extensión, con lo cual se garantiza que la marea, el oleaje y las corrientes lleguen ya consolidadas a la bahía de Cienfuegos.
- La implementación de un modelo acoplado como ADCIRC + SWAN incorpora por sí mismo los aportes combinados de la marea y el oleaje, al tiempo que ambos inciden sobre las corrientes marinas, tanto en su forma de desarrollo como en su magnitud y distribución espacial.
- 3. Los campos de elevación del nivel del mar simulados en esta tesis son numéricamente superiores a los obtenidos en investigaciones anteriores.

# Recomendaciones

Implementar modelos anidados que permitan aumentar la resolución de bahías como la de Cienfuegos sin un aumento excesivo del costo computacional.

Forzar la frontera oceánica con flujo externo.

Tener en cuenta la elevación del mar debido al cambio climático.

# Bibliografia

#### Aggarwal, M. (2004). STORM SURGE ANALYSIS USING NUMERICAL AND STATISTICAL, (August).

Autoridad Portuaria de la Bahía de Cáliz. (2018). Calendario de mareas.

- Bowditch, N. (2002). Tides and Tidal Current. *The American Practical Navigator*, 896. https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004
- Caravaca, L. (2011). " Modelación matemática del oleaje generado por huracanes en la bahía y costa de la provincia Cienfuegos ."
- Chamorro Rendón, L. J. (1982). Energía de las olas. *Ingeniería e Investigación*, (4), 58–62. https://doi.org/10.1021/jp201665u
- Chen, Y. (2010). COUPLING OF WAVE AND CIRCULATION MODELS FOR PREDICTING STORM-INDUCED WAVES, SURGES, AND COASTAL INUNDATION.
- Díaz García, O. (2008). Modelación Hidrodinámica de la Bahía de Cienfuegos.
- Douillet, P., Garcia, O. D., & Fichez, R. (2012). Flushing time in the Cienfuegos Bay , Cuba, (August). https://doi.org/10.1111/j.1939-7445.2012.00126.x
- Etala, P. (2009). On the accuracy of atmospheric forcing for extra-tropical storm surge prediction, 49–61. https://doi.org/10.1007/s11069-009-9377-0
- Figueroa, D. (2009). Ondas y mareas. *Biología Marina y Oceanografía. Conceptos y Procesos*, 161–176.
- Generaci, L. O. S. M. D. E., Oleaj, D. E., Viento, D. E., & Aplicaciones, F. (2007). Los modelos de Generación de oleaje de vientos, 47–74.
- Gómez, Dr. Roberto; Caravaca, Lic. Lester; Muñoz, M.Sc. Alain; Alonso, M.Sc. Tatiana; Olael, Lic. Eugenio; Gómez, Tec. Fidel; Estupiñán, Lic. Luis; Barcia Sardiñas, M.Sc. Sinaí; León González, I. O. (2011). ESTUDIO DE PELIGRO, VULNERABILIDAD Y RIESGO POR DESATRES DE INUNDACIÓN POR PENETRACIONES DEL MAR, INUNDACIÓN POR INTENSAS LLUVIAS Y AFECTACIONES POR FUERTES VIENTOS.
- Gong, W., Shen, J., Cho, K., & Wang, H. V. (2009). A numerical model study of barotropic subtidal water exchange between estuary and subestuaries (tributaries) in the Chesapeake Bay during northeaster events. *Ocean Modelling*, 26(3–4), 170–189.

https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2008.09.005

- Griffies, S. M. (2006). SOME OCEAN MODEL FUNDAMENTALS, 19-73.
- Iturralde Vinent, M. (2004). Corrientes marinas del Caribe.
- Kah Loon, C. (2007). TSUNAMI AND STORM SURGE MODELING IN BAY OF BENGAL, (November).
- López Úbeda, I. (2014). Ondas Superficiales en el Mar, 1–28.
- Luettich, D. R. A. (2000). A ( PARALLEL ) AD VANCED CIRC ULATION MODEL FOR OCEANIC , COASTAL AND ESTUARINE WATERS, 1994–2000.
- Luettich, R. (2004). Formulation and Numerical Implementation of the 2D / 3D ADCIRC Finite Element Model Version 44 . XX, 1–74.
- Marín Machín, M. C. (2017). Modelación de la surgencia en la bahía de Cienfuegos .
- Massey, W. G., Gangai, J. W., Drei-horgan, E., & Slover, K. J. (2007). History of Coastal Inundation Models, *41*(1), 7–17.
- Muñoz Caravaca, A. (2011). Modelación Hidrodinámica de la Bahía de Cienfuegos. Análisis y Aplicación a la Gestión Ambinetal.
- Pernambuco, F. De. (1988). Las mareas oceánicas, 38(8).
- Pintado, E. G., Malvárez, G., & Navas, F. (2010). Los modelos de propagación de oleaje, simulación morfodinámica y las tig, 861–872.
- Samuels, P. (2007). Evaluation of Inundation Models.
- Sánchez, M., Minguito, M., & Ferrando, A. (2013). Oscilaciones de largo periodo : Marea Meteorológica.
- Schrama, E. J. O. (2005). Three algorithms for the computation of tidal loading, 707–714. https://doi.org/10.1007/s00190-005-0436-3
- Tavera, D. H. (2006). Ondas superficiales, 7, 81–88.
- The SWAN team. (2006). IMPLEMENTATION MANUAL SWAN Cycle III version 40.51.
- Varona-gonzález, H. L., Martínez-serrano, L., & Pavón-lópez, J. (2014). Estudio del oleaje generado por un huracán de categoría 5 en la costa sur de las provincias orientales de Cuba A Study on the Waves Generated by a Category 5 Hurricane in the Southern Coast

of the Cuban Eastern Provinces, 15(1), 1–11.

- VLADIMIROVICH ALYMOV, V. (2005). INTEGRATED MODELING OF STORM SURGES DURING HURRICANES ISABEL, CHARLEY, AND FRANCES.
- Wong, Z. E., & Santos, J. L. (2016). Relación entre las oscilaciones del nivel del mar del Océano Pacífico y las variaciones del nivel del mar en la costa del Ecuador, (May 2016).
- Wood, T. (2012). Development of a Finite Elemnts Mesh for the Chespeake and Delaware bays, (April).
- Xie, L., Pietrafesa, L. J., & Raman, S. (1997). Interaction between surface wind and ocean circulation in the Carolina Capes in a coupled low-order model, *17*(97), 1483–1511.
- Xunta de Galicia. (2010). Las Mareas. *MeteoGalicia*, 1–5. Retrieved from http://www.meteogalicia.gal/datosred/infoweb/meteo/docs/predicion/mareas/mareas\_ es.pdf