

UNIVERSIDAD CENTRAL “MARTA ABREU” DE LAS VILLAS  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
DEPARTAMENTO DE AUTOMÁTICA Y SISTEMAS COMPUTACIONALES



**CONTROL CINEMÁTICO EN EL ESPACIO DE TAREAS DE  
ROBOT PARALELO NEUMÁTICO EN APLICACIÓN  
DE SIMULADOR DE MOVIMIENTO**

Tesis presentada en opción al grado científico de  
Doctor en Ciencias Técnicas

EDUARDO IZAGUIRRE CASTELLANOS

Santa Clara  
2012

Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas  
Facultad de Ingeniería Eléctrica  
Departamento de Automática y Sistemas Computacionales



## **CONTROL CINEMÁTICO EN EL ESPACIO DE TAREAS DE ROBOT PARALELO NEUMÁTICO EN APLICACIÓN DE SIMULADOR DE MOVIMIENTO**

Tesis presentada en opción al grado científico de  
Doctor en Ciencias Técnicas

Autor: M. Sc., Ing. EDUARDO IZAGUIRRE CASTELLANOS

Tutor: Prof. Titular, Luis Hernández Santana, Dr. C.

Santa Clara  
2012

## AGRADECIMIENTOS

El autor agradece a todos aquellos que de una forma u otra contribuyeron a la realización de este trabajo, en particular a los compañeros del Grupo de Investigaciones de Automática, Robótica y Percepción “GARP” adjunto al Departamento de Automática y Sistemas Computacionales de la UCLV, y demás profesores de dicho departamento que colaboraron con su vital apoyo.

Especial reconocimiento al Centro de Investigación y Desarrollo de Simuladores por su disposición de facilitar los medios técnicos necesarios para el desarrollo de los experimentos e investigaciones, así como por la importante y significativa ayuda brindada por sus especialistas, directivos, y personal técnico en general.

A su tutor por la acertada dirección científica del grupo de investigaciones GARP y adecuada conducción de la estrategia investigativa llevada a cabo en este trabajo.

## DEDICATORIA

A la Revolución, por brindarme la oportunidad de realizarme como profesional.

A mi esposa, por su valioso apoyo y confianza en el éxito.

A mis hijos, para que se forjen en el camino escabroso que conduce a la sabiduría.

## SÍNTESIS

El desarrollo de esquemas de control de movimiento de robots paralelos, es un tema de gran interés en la comunidad científica internacional. Aspectos importantes como el modelado, simulación y el empleo de sistemas sensoriales constituyen hoy en día problemas abiertos. En este contexto, el trabajo de investigación consiste en la propuesta e implementación de un esquema de control cinemático en el espacio cartesiano, aplicado a un robot paralelo de tres grados de libertad, accionado por cilindros neumáticos, en aplicación de simulador industrial de movimiento, aspecto novedoso, pues no se tiene reportada una solución similar para este tipo de sistemas. En tal sentido, se enuncia y valida el sistema de ecuaciones cinemáticas del robot, se obtiene el modelo del sistema electroneumático articular mediante identificación experimental con la planta real, implementándose un esquema de control en cascada en el espacio de tareas, que permite ubicar la pose de la plataforma móvil en los valores deseados, efectuando medición directa de las variables cartesianas que definen la posición/orientación de la plataforma móvil mediante el diseño de un sistema sensorial exteroceptivo y prescindiendo del empleo del modelo dinámico inverso del robot, así como de la solución de la cinemática directa en línea. El comportamiento del sistema se corrobora mediante pruebas experimentales que permiten evaluar el cumplimiento de los requisitos establecidos, relativos a la aplicación de simulador industrial de movimiento.

# ÍNDICE

|                                                                                  |      |
|----------------------------------------------------------------------------------|------|
| Listado de Tablas                                                                | VII  |
| Listado de Figuras                                                               | VIII |
| INTRODUCCIÓN                                                                     | 1    |
| 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL MODELADO Y CONTROL DE ROBOTS PARALELOS               | 12   |
| 1.1. Características de los robots paralelos                                     | 12   |
| 1.2. Modelado de robots paralelos                                                | 16   |
| 1.2.1. Modelo cinemático inverso                                                 | 16   |
| 1.2.2. Modelo cinemático directo                                                 | 20   |
| 1.2.3. Cinemática diferencial                                                    | 22   |
| 1.2.4. Modelo dinámico                                                           | 24   |
| 1.3. Problemáticas del control de robots paralelos                               | 28   |
| 1.3.1. Control en el espacio articular                                           | 29   |
| 1.3.2. Control desacoplado                                                       | 32   |
| 1.3.3. Control en el espacio de tareas                                           | 34   |
| 1.4. Esquema de control para robot paralelo neumático de tres grados de libertad | 37   |
| 1.5. Conclusiones parciales                                                      | 38   |
| 2. MODELADO DE LA PLATAFORMA NEUMÁTICA                                           | 40   |
| 2.1. Descripción de la plataforma neumática de tres grados de libertad           | 40   |
| 2.1.1. Arquitectura del robot                                                    | 41   |
| 2.1.2. Sistemas referenciales y nomenclatura                                     | 43   |
| 2.2. Estudio cinemático                                                          | 44   |
| 2.2.1. Representación vectorial                                                  | 44   |
| 2.2.2. Modelo cinemático inverso                                                 | 45   |
| 2.2.3. Modelo cinemático directo                                                 | 50   |
| 2.2.4. Cinemática diferencial                                                    | 52   |
| 2.2.5. Análisis de singularidades                                                | 56   |
| 2.3. Validación de las expresiones cinemáticas                                   | 59   |
| 2.4. Modelación dinámica                                                         | 62   |
| 2.5. Conclusiones parciales                                                      | 67   |
| 3. CONTROL DESACOPLADO EN EL ESPACIO ARTICULAR                                   | 68   |
| 3.1. Esquema de control articular desacoplado                                    | 68   |
| 3.1.1. Planteamiento del lazo de control                                         | 70   |
| 3.2. Evaluación de la robustez                                                   | 71   |
| 3.3. Análisis por simulación mediante Matlab/Simulink-Adams                      | 73   |
| 3.4. Resultados experimentales                                                   | 75   |
| 3.5. Conclusiones parciales                                                      | 78   |

|                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4. CONTROL CINEMÁTICO EN EL ESPACIO CARTESIANO                          | 79  |
| 4.1. Control cinemático en el espacio de tareas . . . . .               | 79  |
| 4.1.1. Consideraciones sobre el controlador digital . . . . .           | 82  |
| 4.1.2. Diseño del controlador y análisis de estabilidad . . . . .       | 83  |
| 4.1.3. Simulación del esquema de control cartesiano . . . . .           | 87  |
| 4.2. Sistema sensorial exteroceptivo para medición de la pose . . . . . | 88  |
| 4.3. Resultados experimentales . . . . .                                | 93  |
| 4.4. Conclusiones parciales . . . . .                                   | 95  |
| CONCLUSIONES                                                            | 97  |
| RECOMENDACIONES                                                         | 99  |
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS                                              | 100 |
| A. ANEXO A: PROGRAMA EN MATLAB PARA LA CINEMÁTICA INVERSA               | 113 |
| B. ANEXO B: PRINCIPALES PROPIEDADES DEL PRODUCTO VECTORIAL              | 116 |
| B.1. Producto vectorial . . . . .                                       | 116 |
| B.2. Principales propiedades del producto vectorial . . . . .           | 116 |
| C. ANEXO C: OBTENCIÓN DE LA MATRIZ JACOBIANA                            | 117 |
| D. ANEXO D: DINÁMICA DEL ROBOT                                          | 119 |
| D.1. Velocidades articulares . . . . .                                  | 119 |
| D.2. Aceleraciones articulares . . . . .                                | 120 |
| D.3. Jacobianas de las articulaciones . . . . .                         | 120 |
| D.4. Ecuaciones de la dinámica . . . . .                                | 121 |

## Índice de cuadros

|      |                                                                          |    |
|------|--------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1. | Diferencias principales entre los robots series y paralelos . . . . .    | 13 |
| 1.2. | Grados de libertad y notaciones asociadas a las articulaciones . . . . . | 14 |
| 2.1. | Datos principales de operación del robot paralelo . . . . .              | 42 |
| 2.2. | Actuadores involucrados en la movilidad del robot . . . . .              | 43 |
| 2.3. | Resultados de la comparación de las curvas de validación . . . . .       | 61 |



## Índice de figuras

|       |                                                                                                               |    |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1.  | Ejemplos de robots serie IRB-1400 (a) y paralelo Tricep IRB-840 (b) . . . . .                                 | 13 |
| 1.2.  | Representación de los diferentes tipos de articulaciones . . . . .                                            | 14 |
| 1.3.  | Robot Eclipse de seis gdl y su gráfico de mecanismo paralelo . . . . .                                        | 15 |
| 1.4.  | Robot paralelo SIMPRO y arquitectura RPSU-2SPS del mecanismo . . . . .                                        | 15 |
| 1.5.  | Diagrama de bloques generalizado del modelo cinemático . . . . .                                              | 17 |
| 1.6.  | Representación de la formulación vectorial . . . . .                                                          | 18 |
| 1.7.  | Control por par calculado con acción PID . . . . .                                                            | 30 |
| 1.8.  | Control IDC en robot desacoplado (a) y de doble lazo en manipulador serie (b) . . .                           | 31 |
| 1.9.  | Control velocidad basado en el modelo dinámico de los actuadores del robots . . . .                           | 32 |
| 1.10. | Control articular basado en modelo dinámico de los actuadores electroneumáticos . .                           | 32 |
| 1.11. | Control desacoplado articular para simulador de movimiento SIMPRO . . . . .                                   | 34 |
| 1.12. | Variantes de control por modelo dinámico inverso en el espacio de tareas . . . . .                            | 35 |
| 1.13. | Control cartesiano considerando disponible la pose de la plataforma móvil . . . . .                           | 36 |
| 1.14. | Control cartesiano basado en cinemática directa (a) y sistema sensorial exteroceptivo (b)                     | 36 |
| 1.15. | Esquema de control cinemático en cascada en el espacio cartesiano . . . . .                                   | 38 |
| 2.1.  | Arquitectura del simulador, nomenclatura empleada y sistemas referenciales. . . . .                           | 42 |
| 2.2.  | Definición de las coordenadas de los puntos de la base y plataforma móvil del robot.                          | 43 |
| 2.3.  | Representación de los diagramas vectoriales cerrados en el robot . . . . .                                    | 44 |
| 2.4.  | Desplazamiento adicional $\Delta x$ que sufre la plataforma al elevarse . . . . .                             | 47 |
| 2.5.  | Elongación del vástago del pistón . . . . .                                                                   | 48 |
| 2.6.  | Aplicación de usuario en VRS para evaluación de la cinemática directa (a) e inversa (b)                       | 52 |
| 2.7.  | Sistema referencial y vectores unitarios asociados a cada extremidad activa . . . . .                         | 53 |
| 2.8.  | Poses extremas de ladeo ( $\pm 35^\circ$ ) y cabeceo ( $\pm 32^\circ$ ) en los límites del espacio de trabajo | 58 |
| 2.9.  | Modelo virtual del robot diseñado en Adams (a) y bloque con puertos de E/S (b) . . .                          | 60 |
| 2.10. | Diagrama de bloques empleado en la simulación conjunta Matlab-Adams . . . . .                                 | 61 |
| 2.11. | Variaciones en la altura de la plataforma móvil al solucionar la cinemática . . . . .                         | 62 |
| 2.12. | Variaciones en la orientación de la plataforma móvil al solucionar la cinemática . . .                        | 62 |
| 2.13. | Definición de los parámetros geométricos asociados a las extremidades actuadas . . .                          | 63 |
| 2.14. | Diagrama de bloques para la identificación dinámica del sistema electroneumático . .                          | 65 |
| 3.1.  | Esquema desacoplado de control de posición en el espacio articular . . . . .                                  | 69 |
| 3.2.  | Control de posición en el espacio articular para cada extremidad activa del robot . . .                       | 71 |
| 3.3.  | Esquema simplificado para valorar la sensibilidad del lazo cerrado a cambios en $P(s)$                        | 72 |
| 3.4.  | Diagrama de Bode de la magnitud de las funciones sensibilidad . . . . .                                       | 73 |
| 3.5.  | Diagrama de bloques utilizado para la simulación del esquema de control . . . . .                             | 74 |
| 3.6.  | Elongaciones articulares al variar por simulación la altura de la plataforma móvil . .                        | 75 |
| 3.7.  | Elongaciones y errores articulares en experimentos de altura de la plataforma móvil .                         | 76 |
| 3.8.  | Elongaciones y errores articulares durante el cabeceo de la plataforma móvil . . . . .                        | 77 |
| 3.9.  | Ilustración del error de posicionamiento en la altura de la plataforma móvil . . . . .                        | 78 |
| 4.1.  | Control cinemático en el espacio cartesiano . . . . .                                                         | 81 |
| 4.2.  | Esquema de control digital en el espacio cartesiano con aproximación del lazo interior                        | 83 |

|                                                                                                                                                          |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.3. Lugar de las raíces de $G(z)$ y Bode de lazo abierto con control integral y proporcional-integral, indicándose la estabilidad del sistema . . . . . | 87 |
| 4.4. Diagrama de bloques para la simulación del control cinemático cartesiano . . . . .                                                                  | 88 |
| 4.5. Posición/orientación de la plataforma móvil ante referencias tipo paso y sinusoidal . . . . .                                                       | 89 |
| 4.6. Diagrama de bloques del sensor inercial MTi-9 y conexión con el dispositivo de cómputo . . . . .                                                    | 90 |
| 4.7. Ubicación del sistema sensorial para la medición de la pose de la plataforma móvil . . . . .                                                        | 90 |
| 4.8. Efecto del filtro paso bajo en las mediciones de ladeo con sensor inercial . . . . .                                                                | 91 |
| 4.9. Procesamiento en Simulink de los datos de la unidad inercial de medición . . . . .                                                                  | 92 |
| 4.10. Arquitectura de hardware basada en microcontrolador empotrado . . . . .                                                                            | 93 |
| 4.11. Variaciones en la altura del robot con el esquema de control cartesiano . . . . .                                                                  | 94 |
| 4.12. Variaciones en la orientación de la plataforma con el esquema de control cartesiano . . . . .                                                      | 94 |

## INTRODUCCIÓN

La robótica paralela es la rama de la ciencia que se encarga del estudio de robots cuya estructura mecánica, que enlaza a la base fija con el elemento terminal, está compuesta por dos o más cadenas cinemáticas cerradas (Merlet, 2006b). Conocidos también como máquinas cinemáticas paralelas o manipuladores paralelos (Tsai, 2000), son empleados en un sinnúmero de aplicaciones; pudiéndose mencionar: los simuladores de conducción, posicionamiento de dispositivos pesados, tales como, antenas, radares y telescopios (Zabalza y Ros, 2007), máquinas herramientas modernas (Jun y otros, 2008; Silva y otros, 2009), aplicaciones navales (Yeh y otros, 2009), simuladores de vuelo (Campos y otros, 2008; Wang y Xie, 2009), entretenimiento y ocio (Hayes y Langlois, 2008), cirugía médica y rehabilitación (Patane y Cappa, 2011), microposicionamiento de alta precisión (Lubrano y otros, 2011) y otras tan importantes, como los simuladores de movimiento (Izaguirre y otros, 2011a,c).

En los últimos años, las aplicaciones de los robots paralelos en las esferas de la producción y los servicios ha experimentado un apreciable incremento; creciendo en general el interés de investigadores, especialistas e ingenieros por este tipo de robots (Garcia-Sanz y Casado, 2005; Alvarez y otros, 2009).

Entre sus principales ventajas se tiene, la alta exactitud de posicionamiento, debido a que el error de las articulaciones no es acumulativo, mayor rigidez en su estructura mecánica dado que comparten la carga entre todas sus extremidades, así como alta relación peso-carga, gran velocidad de movimiento y buena repetibilidad (Sebastian y otros, 2007; Ramdani y otros, 2008; Pierrot y otros, 2009).

En ese contexto, su estudio implica retos, como limitaciones en el espacio de trabajo, la existencia de varios tipos de singularidades, mayor complejidad en el proceso de modelado, dificultad en los procedimientos de simulación (Muller, 2008), así como aspectos relativos al sistema sensorial (Zubizarreta y otros, 2008). A su vez, en la misma medida que se incrementa el número de grados de libertad del robot, resulta mucho más complejo su análisis, modelado, cálculo del espacio de trabajo, control, evaluación de configuraciones singulares (Staicu, 2009; Narayanan y otros, 2010), etc.

El campo de la robótica paralela es privativo de países desarrollados, no obstante, en Cuba se cuenta con el Centro de Investigación y Desarrollo de Simuladores (SIMPRO) que diseña y fabrica simuladores industriales de movimiento. Dicha institución en colaboración con el Grupo de Automática, Robótica y Percepción (GARP) de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, ha venido desarrollando en los últimos años investigaciones conjuntas en robots paralelos accionados por cilindros neumáticos, para su empleo como simuladores industriales de movimiento, con resultados investigativos y de aplicación industrial (Rubio y otros, 2009; Izaguirre y otros, 2011a).

En particular, el área de los simuladores de movimiento ha sido la cuna de aplicación de los robots paralelos, pues ya desde el año 1931 J. E. Gwinnett patentó una de las primeras invenciones reconocidas de este tipo de arquitecturas, que estaba diseñada como plataforma de movimiento rotacional para los teatros (Gwinnett, 1931). No fue hasta 1947, que V. E. Gough aplica los principios básicos de los mecanismos de cadena cinemática cerrada para diseñar una plataforma móvil que sería empleada como máquina de prueba de calidad de neumáticos, construida a partir de 1955 (Gough y Whitehall, 1962). Años más tarde, D. Stewart propone una configuración para los simuladores de movimiento que reproducía la idea de la plataforma de extremidades ortogonales de Gough, donde la base y el elemento terminal estaban unidos por cadenas cinemáticas cerradas, naciendo la famosa configuración paralela Gough-Stewart conocida por ese nombre en la actualidad (Stewart, 1965).

En 1967, Klaus L. Cappel desarrolla un simulador de movimiento según la configuración Gough-Stewart, que fue empleado como simulador de helicópteros (Cappel, 1967), siendo los simuladores de movimiento, el campo de aplicación donde mayor éxito han cosechado los robots paralelos (Ahmad, 2006; Chaffin y otros, 2008; Lombaerts y otros, 2011). En tal sentido, se destacan novedosos simuladores de vuelo para entrenamiento de pilotos, los simuladores de vuelo de la NASA (Slob, 2008), el simulador NADS de la Universidad de Iowa (Ahmad y Papelis, 2006), y el TACOM que con capacidad de carga de 27 toneladas, logra aceleraciones verticales de magnitudes entre cuatro y seis veces la aceleración de la gravedad (Reid, 1992).

Los simuladores de movimiento también encuentran un amplio campo de aplicación en entrenamiento de conductores de vehículos (Sabrie y otros, 2004; Chiew y otros, 2008), entrenamiento de deportistas, como el simulador de ciclismo KAIST (Kwon y otros, 2001) y de manera creciente en el campo de la

rehabilitación médica (Tsoi y Xie, 2008), destacándose la plataforma de movimiento CAREN (Lees y otros, 2007), fabricada por la compañía holandesa “Motek Medical BV”.

La esfera del entretenimiento y ocio, resulta otra de las notables y recientes aplicaciones de los simuladores de movimiento, que junto al empleo de las técnicas de realidad virtual, permiten recrear gran variedad de entornos difíciles de lograr en la vida real (Sabrie y otros, 2004; Izaguirre y otros, 2011b).

Aunque parte de las investigaciones y estrategias de control desarrolladas en los robots serie se han aplicado y extendido a los robots de estructura paralela, al tratar con cadenas cinemáticas cerradas, el efecto de la interacción dinámica de los actuadores se hace más notable (Jin y Yang, 2004; Lin y Song, 2007; Brecher y otros, 2008), la obtención y solución de los modelos cinemático y dinámico se tornan consecuentemente más complejos (Merlet, 2004; Kroneis y otros, 2008), y un ligero cambio articular puede afectar la movilidad de todo el mecanismo (Rolland, 2005; Nawratil, 2009). A ello se suma, que la mayoría de los paquetes de software de simulación de probada funcionalidad en robots serie, fallan o no pueden ser aplicados con igual efectividad en robots paralelos (Ben y Romdhane, 2005).

Desde el punto de vista del control, el gobierno de cadenas cinemáticas cerradas conlleva mayores exigencias a la hora de alcanzar las especificaciones del lazo: error en estado estable, tiempo de asentamiento, porcentaje de sobreimpulso, etc. Debido a que los manipuladores paralelos manejan mucha mayor carga, generalmente sus actuadores resultan ser hidráulicos o neumáticos, con las exigencias en términos de no linealidad y complejidad del modelo dinámico multivariable que caracteriza a los mismos (Karpenko y Sepehri, 2006; Davliakos y Papadopoulos, 2007). Por todo ello se afirma, que el diseño, modelación, simulación y control de robots paralelos resulta más laborioso que los serie (Hahn, 2005; Vivas y Poignet, 2006).

Las exigencias relativas al control de tales dispositivos, enfrentan a los diseñadores al desafío de trabajar con sistemas multivariables, de arquitecturas cinemáticas complejas, complicados modelos dinámicos altamente no lineales y de alta interacción, gran integración sensorial y exigentes especificaciones para los lazos de control (Nalluri y Mallikarjuna, 2009). En el control de movimiento, la necesidad del cálculo de la cinemática directa, trae problemas asociados a la convergencia, y empleo de métodos numéricos iterativos, todavía sin solución única cerrada (Abbasnejad y otros, 2010).

Este trabajo toma como base, un simulador de movimiento de tres grados de libertad desarrollado por la empresa SIMPRO, el mismo es accionado por cilindros neumáticos de doble efecto, cuya potencia le brinda capacidad de manejar cargas superiores a dos toneladas. Su principal función es ser utilizado como simulador de conducción y para entretenimiento, por tanto la posición del elemento terminal en el espacio cartesiano es la salida más importante del sistema. La dificultad de posicionar la plataforma móvil, los inconvenientes para conocer la pose real del elemento terminal, la no linealidad de los modelos cinemático y dinámico, y los efectos de interacción dinámica de los actuadores, justifican la necesidad de esta investigación, en relación a poder controlar en tiempo real la ubicación espacial de la plataforma móvil, siguiendo los requisitos de diseño que impone una aplicación industrial de simulador de movimiento. Por consiguiente, dentro de este contexto, se definen las siguientes problemáticas:

**Carácter acoplado del sistema:** No siempre es aceptable la suposición de que el robot es una serie de eslabones dinámicamente desacoplados, de forma que el movimiento de uno de ellos no afecta a los demás (Qingsong y Li, 2010). Hay que considerar la existencia de inevitables interacciones dinámicas entre los actuadores del robot y bajo dichas consideraciones reales controlar el sistema.

**Modelos del sistema:** Las ecuaciones cinemáticas y dinámicas del sistema son multivariantes y presentan un carácter altamente no lineal. En particular, el modelo cinemático directo no presenta solución única, y hasta el momento, no existen algoritmos eficientes para hallar su solución en tiempo real (Chandra y Rolland, 2011). El modelo dinámico debe ser lo suficientemente preciso, para poder representar lo más fielmente posible la dinámica de la planta, pero en contraposición, debe poseer simplicidad para su implementación dentro del lazo a bajos períodos de muestreo.

**Actuadores del robot:** La presencia de actuadores electroneumáticos de gran potencia, los efectos de compresibilidad del aire, fuerzas de fricción, etc, hacen que se presenten fenómenos indeseables de no linealidad, perturbaciones dinámicas y variación de los parámetros del modelo (Krejnín y Krivts, 2006); resultando necesario trabajar con un modelo no lineal, o bien, un modelo lineal aproximado.

**Sistema sensorial exteroceptivo:** Efectuar la medición de la pose de la plataforma móvil en el espacio cartesiano constituye una problemática a resolver desde el punto de vista práctico, inclusive resulta

irrealizable en algunas aplicaciones (Zubizarreta y otros, 2008; Won y otros, 2009). Por demás, se debe asegurar que el sistema sensorial no interfiera en el movimiento espacial de la plataforma, y que provea la medición directa en tiempo real de la posición/orientación del elemento terminal, con un mínimo error aceptable para el tipo de aplicación.

**Esquema de control:** La necesidad de aplicar un esquema de control en el espacio cartesiano, para lograr mejor desempeño del sistema en una aplicación de simulador de movimiento, implica enfrentarse a la problemática del cálculo en línea de la cinemática directa, y disponer de un modelo dinámico preciso del robot (Kolbus y otros, 2008). A ello se suma, cumplir con las exigencias de tiempo real y tiempos de muestreo del orden de los milisegundos, característicos del sistema.

La arquitectura de control en el espacio de tareas resulta, por generalidad, más eficaz que la articular en aplicaciones de control de movimiento y seguimiento de trayectorias (Xu y Li, 2009), pues las variaciones en la pose de la plataforma móvil, son corregidas por este tipo de esquema, mejor que con el control articular (Changfeng y otros, 2007). En este campo, se reportan en la literatura varias soluciones, como el control basado en modelo, donde se asegura un buen desempeño global del robot, pero demanda un preciso y compacto modelo dinámico del sistema, no siempre alcanzable, desde el punto de vista práctico en robots paralelos (Yen y Lai, 2009). Además, un control basado en modelo dinámico inverso, impone altas exigencias al hardware de control, siendo ello, una importante limitante en sistemas robóticos con bajos tiempos de muestreo (Fumagalli y Masarati, 2009).

Bajo esquemas de control en el espacio de tareas, se destacan novedosas contribuciones, cuyas soluciones de control abarcan desde el controlador clásico PID (Garrido y otros, 2011), hasta sofisticados algoritmos inteligentes (Chen y otros, 2009), donde los diseñadores, se deben enfrentar al complejo problema de solucionar la cinemática directa en línea, aspecto que requiere de algoritmos numéricos, por lo que resulta desventajoso en aplicaciones de tiempo de real (Dehghani y otros, 2008). Una alternativa consiste, en el empleo de sistemas sensoriales para medir las coordenadas cartesianas del robot, como por ejemplo, sistemas de visión (Parnian y otros, 2008), sensores inerciales (Gao y otros, 2004), combinación de sensores exteroceptivos (Izaguirre y otros, 2011c), o integración sensorial (Parnian y otros, 2008). Una problemática asociada a la implementación práctica de dichos sistemas sensoriales, radica en que se resulta limitada su aplicación, pues interfiere en la movilidad del robot.

Una manera razonable de solucionar parte de estos inconvenientes, consiste en prescindir del modelo dinámico del robot, y evitar el cómputo de la cinemática directa en línea. Por lo tanto, diseñar esquemas de control que garanticen un posicionamiento exacto y con buenos índices de desempeño dinámico del elemento terminal en el espacio de tareas, que por demás sea factible de implementar desde el punto de vista industrial, constituye un reto para este tipo de aplicación. La factibilidad de implementación de los algoritmos de control en dispositivos empotrados, el procedimiento de modelado, diseño del sistema sensorial, y otros aspectos relacionados con las especificaciones de la aplicación concreta del control de movimiento, sumado a exigencias de tiempo real, implica afrontar no pocas dificultades en el camino de controlar tal sistema robótico; por lo cual se puede afirmar que el **objeto de investigación** se corresponde con el modelado y control de robots paralelos.

De acuerdo al sistema de coordenadas donde se definen las ecuaciones del robot y se plantea el esquema de control, las estrategias actuales de control de robot paralelos en aplicaciones de control de movimiento se han desarrollado indistintamente bajo esquemas de control en el espacio articular o en el espacio de tareas, en ambos casos, buscando mejoras en el desempeño del sistema (Kolbus y otros, 2008). No obstante, dado el carácter acoplado del sistema, las no linealidades, las variaciones dinámicas debido a fluctuaciones de la carga soportada, los efectos no deseados como: fuerzas de fricción estáticas y dinámicas presentes en la estructura mecánica, holguras en las uniones, fuerzas externas, inercia del sistema, etc, ninguno de los esquemas reportados, ya sea articular (Gao y Yang, 2008; Paccot y otros, 2009) o cartesiano (Elkady y otros, 2008; Garrido y otros, 2009) puede por sí solo resolver todas estas problemáticas, ambos presentan limitaciones matizadas en mayor o menor medida en función del tipo de aplicación (Jain y Shiferaw, 2011). Por todo ello, se hace necesario diseñar esquemas de control que, a pesar de las dificultades mencionadas anteriormente, garanticen el cumplimiento de los índices de desempeño del robot paralelo bajo estudio, de manera particular en aplicaciones relativas al control de posición; por lo cual se define que el **campo de investigación**, se enmarca en el control de la pose de un robot paralelo neumático, en aplicación industrial de simulador de movimiento, planteándose el siguiente problema científico:

**Problema científico:** Como resultado del carácter acoplado de los sistemas robóticos paralelos, las no linealidades, los efectos dinámicos por variaciones de la carga, fuerzas externas y de fricción, holguras



en las articulaciones, inercia del sistema, etc., no se dispone de un esquema de control que, posibilite lograr elevadas prestaciones en el posicionamiento del elemento terminal en el espacio cartesiano, sobre todo en una aplicación de tipo industrial, como la del simulador de movimientos SIMPRO, que impone limitaciones al control en relación a: pequeños períodos de muestreo, empleo de hardware de control empotrado y condiciones de operación en tiempo real.

Una vez realizada la revisión bibliográfica, considerando las posibles respuestas a las problemáticas científicas y después de confeccionado el marco teórico, que se describe en detalles en el capítulo uno, se plantea la siguiente hipótesis de investigación:

**Hipótesis:** *Un esquema de control cinemático en el espacio de tareas sin necesidad del modelo dinámico del robot, ni de la cinemática directa en línea, basado en sistema sensorial que provea la medición dinámica en tiempo real de la pose de la plataforma móvil, garantiza el cumplimiento de los índices de comportamiento del sistema en aplicación de simulador de movimiento, a pesar de las incertidumbres del modelo, el carácter dinámico acoplado y la no linealidad del sistema.*

Dentro de este contexto, se pretende con el trabajo de investigación, cumplir los siguientes objetivos:

**Objetivo general:** Proponer un esquema de control cinemático en el espacio de tareas para robot paralelo de tres grados de libertad accionado por actuadores neumáticos, con medición directa de las variables cartesianas, y sin el modelo dinámico del robot, para la ubicación de la plataforma móvil en los valores deseados de posicionamiento espacial, cumpliendo con los índices de desempeño del sistema, en una aplicación de simulador de movimiento.

**Objetivos específicos:**

1. Analizar los fundamentos teóricos relacionados con los procesos de modelado y control de robots paralelos en la bibliografía especializada dentro del objeto de investigación.
2. Elaborar los modelos cinemático y dinámico del sistema robótico en estudio, enfocados con vistas a establecer el control del mismo.
3. Plantear un esquema de control articular desacoplado para el posicionamiento continuo de los

actuadores neumáticos del robot paralelo de tres grados de libertad, capaz de cumplir con las especificaciones de diseño establecidas, a pesar de la interacción dinámica de los actuadores del sistema.

4. Diseñar un sistema sensorial para medir de manera directa y en tiempo real las variables espaciales que definen la pose del elemento terminal del robot bajo estudio.
5. Implementar un esquema de control cinemático en cascada en el espacio de tareas para la plataforma neumática paralela de tres grados de libertad desarrollada por SIMPRO, sin el cálculo en línea de la cinemática directa, ni del modelo dinámico del sistema.
6. Demostrar el cumplimiento de los requisitos del esquema de control, mediante pruebas experimentales en una aplicación de simulador de movimiento.

Para cumplir con los objetivos del trabajo se consideran las siguientes tareas investigativas:

- Valoración de las fuentes bibliográficas especializadas con el tema objeto de investigación.
- Obtención de los modelos matemáticos a partir del estudio cinemático-dinámico del robot.
- Diseño del esquema de control desacoplado articular para posicionamiento continuo de los actuadores del robot.
- Evaluación del comportamiento del esquema de control desacoplado en el espacio articular, ante el efecto de la interacción dinámica de los actuadores.
- Implementación de sistema sensorial exteroceptivo para medición de las coordenadas espaciales del robot.
- Valoración del desempeño del esquema de control cinemático en cascada en el espacio de tareas, en aplicación de simulador de movimiento industrial, mediante la realización de las correspondientes pruebas experimentales.

La **novedad científica** del trabajo, radica en haber obtenido un esquema de control en el espacio de tareas, con doble lazo en cascada, sin necesidad del cálculo de la cinemática directa en línea, ni del

modelo dinámico del robot, para gobernar un robot paralelo neumático de tres grados de libertad, lo cual garantiza el cumplimiento de los índices de desempeño del sistema, en relación a las exigencias de un simulador industrial de movimiento, cuya solución no se encuentra reportada en una aplicación similar para este tipo de robot paralelo.

Como principales métodos de investigación empleados, se mencionan: el **método hipotético-deductivo**, al elaborar la hipótesis de investigación a partir de los resultados derivados de la revisión bibliográfica y confección del marco teórico, y al arribar a conclusiones a partir de la hipótesis establecida y posibles resultados; el **método sistémico**, al relacionar varias problemáticas para obtener una más amplia y las soluciones correspondientes, aplicándose procedimientos de modelado y simulación para conocer y evaluar las relaciones cinemáticas y dinámicas entre los diversos elementos del sistema; el **método lógico-inductivo**, al estudiar y evaluar los casos particulares de sistemas robóticos para llegar a conocimientos generales que se relacionan y aplican en el robot bajo estudio; el **método de modelación**, para desarrollar los modelos matemáticos analíticos del sistema robótico, las relaciones entre variables y representación abstracta del comportamiento del sistema; y finalmente el **método experimental**, al efectuar las pruebas experimentales para comprobar y fundamentar los estudios realizados, así como para validar las expresiones analíticas obtenidas y evaluar el desempeño del sistema.

### Contribuciones teóricas

- Modelos del robot, lo suficientemente precisos para representar el comportamiento cinemático y dinámico-articular, que resultan debidamente validados mediante pruebas experimentales.
- Solución de control cinemático en el espacio cartesiano con doble lazo en cascada, sin necesidad del cálculo de la cinemática directa y el modelo dinámico del robot, aplicado a un robot paralelo neumático de tres grados de libertad, con mejoras en el desempeño del sistema.

### Contribuciones metodológicas

- A partir de la evaluación y refinación de los distintos métodos de modelación cinemática para estructuras robóticas paralelas, se determina y aplica procedimiento de modelación basado en

integración de método analítico con método geométrico, para obtener el conjunto de expresiones cinemáticas del robot SIMPRO de tres grados de libertad.

- Mediante análisis y valoración de diferentes herramientas de simulación, se consolida procedimiento de cosimulación, a partir del empleo de simulación conjunta Matlab-Adams para evaluar el desempeño del sistema y validar las expresiones analíticas obtenidas.

### **Contribuciones prácticas**

- Implementación de control desacoplado para robot paralelo de tres grados de libertad accionado por actuadores neumáticos, en aplicación industrial de simulador de movimiento, con evaluación de robustez ante el efecto de la interacción dinámica articular.
- Sistema sensorial implementado para realizar la medición dinámica en tiempo real de la pose de la plataforma móvil, sin interferir en la movilidad del robot, demostrando su efectividad en la medición de las coordenadas espaciales de un robot paralelo de tres grados de libertad.
- Algoritmos de control implementables en microcontroladores empotrados de bajo costo, con factibilidad de implementación desde el punto de vista práctico, y con mejoras en las prestaciones funcionales del robot en aplicación de simulador de movimiento industrial.

El informe investigativo está formado por la introducción, el desarrollo organizado en cuatro capítulos, las conclusiones, seguido de las recomendaciones relativas a investigaciones futuras, y finalmente, las referencias bibliográficas y anexos correspondientes.

En el primer capítulo se realiza un análisis de los aspectos principales relacionados con el control de robots paralelos abarcando los fundamentos teóricos básicos del modelado y esquemas de control en este tipo de robots. Se aborda el marco teórico con un enfoque dirigido a concebir el planteamiento de la hipótesis de la tesis sobre la base de una actualizada revisión bibliográfica. Se incursiona en los conceptos asociados a este campo del conocimiento, disponiendo de la base teórica para asimilar los aspectos tratados en capítulos siguientes. Finalmente, se efectúa una evaluación crítica de los esquemas de control articular y cartesiano de robots paralelos, en aplicaciones de simulador de movimiento.

En el capítulo dos se efectúa el análisis cinemático y dinámico del robot, enfocado al desarrollo de un esquema de control cinemático en el espacio de tareas. Se define la nomenclatura, sistemas de coordenadas y variables a emplear. Mediante formulación vectorial se obtienen las expresiones que describen el comportamiento cinemático del robot, las cuales son debidamente validadas mediante procedimientos de simulación y posteriores pruebas experimentales. Se verifica la no existencia de singularidades en el espacio de trabajo del robot, y se desarrolla el modelo virtual CAD del sistema robótico, el cual es empleado en las simulaciones. Se establece el modelo dinámico de los actuadores electro-neumáticos obtenido mediante identificación experimental.

En el capítulo tres se implementa un esquema de control desacoplado en el espacio articular, utilizándose las expresiones de la cinemática inversa desarrolladas en el capítulo dos. Se lleva a cabo la síntesis de los controladores acompañado de la evaluación de la robustez del lazo. Para confirmar el cumplimiento de los requisitos de diseño, se procede con la simulación del sistema de control, seguido de las correspondientes pruebas experimentales.

El capítulo cuatro sirve de continuidad para desarrollar el control cinemático en el espacio de tareas del robot. En tal sentido, se propone una arquitectura en cascada, donde el lazo interior se corresponde con el control desacoplado articular y el lazo exterior se implementa en el espacio cartesiano, diseñándose un sistema sensorial exteroceptivo para obtener información directa de la pose de la plataforma móvil. Se efectúa el análisis de estabilidad del sistema en su conjunto. Los resultados arrojados por las pruebas experimentales se incluyen al final del capítulo, demostrándose el desempeño del sistema en una aplicación de simulador de movimiento.

## CAPÍTULO 1

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL MODELADO Y CONTROL DE ROBOTS PARALELOS

En este capítulo se incursiona en los aspectos principales relativos al modelado y control de robots paralelos, características, fundamentos básicos y problemáticas asociadas al automatismo de estos sistemas. Se aborda el marco teórico con un enfoque dirigido a concebir el planteamiento de la hipótesis de la tesis sobre la base de una actualizada revisión bibliográfica. Adicionalmente se incursiona en los conceptos fundamentales en este campo del conocimiento, disponiendo de los basamentos teóricos para asimilar los aspectos que serán tratados en capítulos siguientes. Finalmente se efectúa evaluación crítica de estrategias de control de robots paralelos en aplicaciones de simulador de movimiento.

#### 1.1. Características de los robots paralelos

El término “robot paralelo” se estableció para identificar a los robots de cadena cinemática cerrada de los robots de cadena cinemática abierta (robots serie). Dado que ambos tipos de arquitecturas difieren en varios aspectos (ver tabla 1.1), el término “paralelo” se introduce en sentido topológico más que del carácter puramente geométrico, ya que los actuadores accionan en conjunto o de manera paralela, pero nada tiene que ver con la existencia de elementos alineados paralelamente (Wobbe y otros, 2008). En la figura 1.1 se ilustran dos modernos robots producidos por la firma ABB, donde puede claramente apreciarse la diferencia entre las cadenas cinemáticas abiertas y cerradas.

Los robot paralelos son también conocidos como máquinas cinemáticas paralelas o simplemente manipuladores paralelos (Merlet, 2006b), conceptualmente son aquellos cuya estructura mecánica que une la base fija con el elemento terminal está compuesta por múltiples e independientes cadenas cinemáticas cerradas donde al menos una es actuada.

Tabla 1.1: Diferencias principales entre los robots series y paralelos

| Descripción         | Robot Serie                   | Robot Paralelo                |
|---------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Modelado Dinámico   | Laborioso, complejo           | Muy laborioso y complejo      |
| Cadenas Cinemáticas | Abiertas                      | Cerradas                      |
| Espacio de Trabajo  | Amplio                        | Reducido                      |
| Error Articular     | Acumulativo                   | Promedio                      |
| Relación Peso-Carga | Buena                         | Excelente                     |
| Estructura Mecánica | Simple                        | Compleja                      |
| Cinemática Directa  | Fácil, solución única         | Difícil, múltiples soluciones |
| Cinemática Inversa  | Difícil, múltiples soluciones | Fácil, solución única         |
| Singularidades      | Pierde movilidad              | Pierde/gana movilidad         |
| Inercia             | Alta                          | Baja                          |

Estos robots poseen mayor fortaleza estructural dado que el elemento terminal es soportado en varios puntos, por demás las propias extremidades del robot suelen efectuar a la misma vez la función de sostén estructural y de actuadores. Es por ello, que su estudio implica disímiles desafíos, tales como: espacio de trabajo reducido, varios tipos de singularidades (Hesselbach y otros, 2005), dificultades en la solución de los modelos cinemático y dinámico (Gogu, 2010), exigencias relativas al control y simulación (Li y otros, 2009). A su vez en la misma medida que aumenta el número de grados de libertad del robot resulta más complejo el análisis y diseño, donde una pequeña modificación articular puede cambiar notablemente la movilidad de todo el mecanismo.

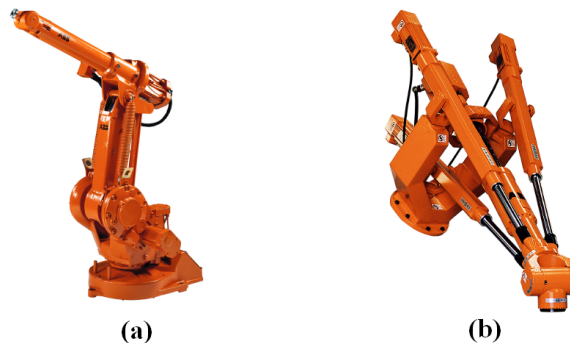


Figura 1.1: Ejemplos de robots serie IRB-1400 (a) y paralelo Tricep IRB-840 (b)

Existen innumerables configuraciones estructurales en los robots paralelos. Las combinaciones, número de cadenas cinemáticas, restricciones en el movimiento articular, etc, hacen prácticamente imposible aplicar un análisis generalizado para estas estructuras (Lu y otros, 2008). En este aspecto, la topología o arquitectura de un mecanismo paralelo define como las articulaciones, conexiones, acoplamientos y actuadores están estructurados para lograr determinados movimientos del mecanismo robótico (Merlet, 2006b). En este caso, las cadenas cinemáticas se describen generalmente por la secuencia de los pares cinemáticos (articulaciones) que la conforman, y aunque no existe una notación única capaz de describir completamente la arquitectura mecánica de los robots paralelos, la más empleada es la descrita en la tabla 1.2.

Tabla 1.2: Grados de libertad y notaciones asociadas a las articulaciones

| Articulación                      | GDL | Notación | Articulación                   | GDL | Notación |
|-----------------------------------|-----|----------|--------------------------------|-----|----------|
| Prismática ( <u>prismatic</u> )   | 1   | P        | Universal ( <u>universal</u> ) | 2   | U        |
| Rotacional ( <u>revolute</u> )    | 1   | R        | Esférica ( <u>spherical</u> )  | 3   | S        |
| Helicoidal ( <u>helical</u> )     | 2   | H        | Planar ( <u>planar</u> )       | 3   | E        |
| Cilíndrica ( <u>cylindrical</u> ) | 2   | C        |                                |     |          |

Mecanismos paralelos con idénticas cadenas cinemáticas se denotan como  $N$ -xxx, donde  $N$  es el número de cadenas cinemáticas y xxx representa el tipo de cadena (Thomas y otros, 2006). Para indicar que un par cinemático es actuado, se subraya la letra que lo clasifica, por ejemplo, la notación 2-RPS, indica que la estructura presenta dos cadenas cinemáticas compuestas por tres articulaciones donde la prismática es la activa, estando conectada a la base fija por una articulación rotacional y a la plataforma móvil por una esférica (Lu y Hu, 2006).

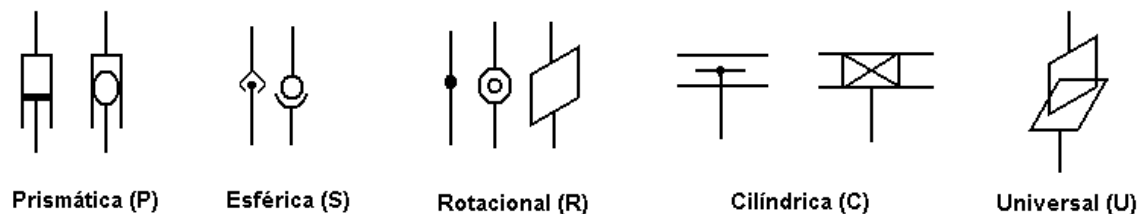


Figura 1.2: Representación de los diferentes tipos de articulaciones



En la figura 1.2 se muestran las representaciones simbólicas para los diferentes tipos de articulaciones, pudiéndose indicar de manera sencilla e intuitiva cualquier arquitectura, independientemente de su complejidad. En la figura 1.3 se observa el robot paralelo Eclipse de seis grados de libertad (gdl) desarrollado en la Universidad Nacional de Seul (Kim y otros, 2005) y su equivalente esquema estructural; presentando el mismo topología del tipo 3-RPRS.

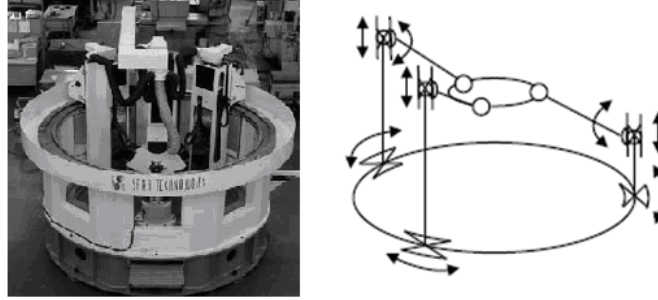


Figura 1.3: Robot Eclipse de seis gdl y su gráfico de mecanismo paralelo

Siguiéndose dicha notación, para el robot paralelo SIMPRO que se muestra en la figura 1.4-(a), donde ambas cadenas cinemáticas traseras son idénticas (tipo S-P-S), y la delantera posee topología del tipo R-P-S-U, siendo todas gobernadas por actuadores prismáticos, según se indica en la figura 1.4-(b), la arquitectura general del mecanismo quedará descrita por la nomenclatura  $R_{PSU}-2SPS$ .

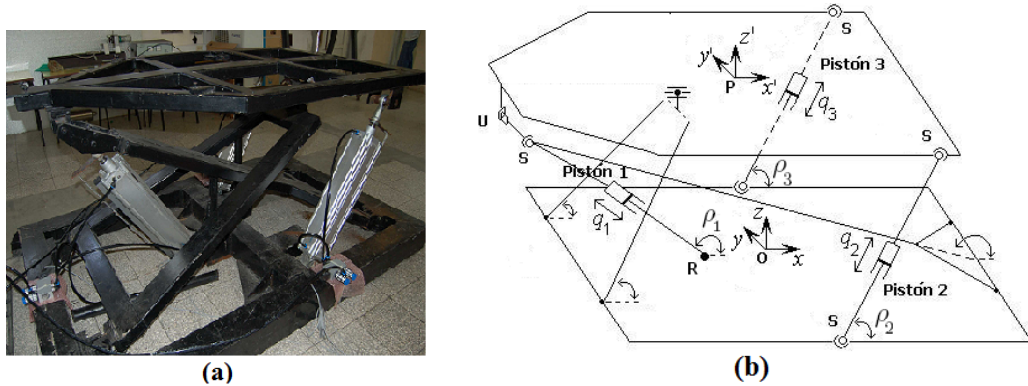


Figura 1.4: Robot paralelo SIMPRO y arquitectura  $R_{PSU}-2SPS$  del mecanismo

El estudio cinématico y modelos del sistema robótico, teniendo en cuenta las particulares características de este tipo de arquitectura, se expondrán con más detalles en el siguiente capítulo de este trabajo.

## 1.2. Modelado de robots paralelos

Una de las desventajas reconocidas de los robots paralelos radica en la dificultad en la resolución de los modelos cinemático y dinámico (Wu y otros, 2008). No obstante, el procedimiento de modelado aún siendo complejo, resulta imprescindible no solo para el desarrollo y síntesis de tales mecanismos, sino también para diseñar e implementar las más variadas estrategias de control (Chen y otros, 2009).

Las expresiones cinemáticas estudian el movimiento del robot con respecto a un sistema de referencia, sin tener en cuenta las fuerzas o pares que lo producen, estableciéndose una relación analítica entre las funciones que representan el movimiento articular y las que describen la pose del elemento terminal en el espacio de trabajo. Cuando es necesario determinar la posición y orientación del elemento terminal con respecto a un sistema de coordenadas, siendo conocidas las variables articulares y los parámetros geométricos del robot, se está en presencia del problema cinemático directo; sin embargo, cuando se quiere determinar el valor de las coordenadas articulares para una configuración conocida que debe adoptar el robot, se define el problema cinemático inverso (Chalbat y Staicu, 2009).

Por su parte, el modelo dinámico establece relaciones matemáticas entre las coordenadas cartesianas del elemento terminal, sus derivadas (velocidad y aceleración), las fuerzas y/o pares aplicados a las articulaciones y los parámetros del robot, tales como: masas de los eslabones, inercias, fricción, etc (Kroneis y otros, 2008; Yen y Lai, 2009), estableciéndose de manera directa o inversa la interrelación entre las fuerzas y/o torques que actúan sobre el mecanismo y el movimiento que en él se origina.

Dada la existencia de cadenas cerradas, la obtención de las expresiones dinámicas en este tipo de robots constituye un procedimiento muy laborioso, siendo difícil obtener muchos de los parámetros involucrados en dichas ecuaciones, aún mediante estimación en línea (Shurong y Shihuan, 2008).

### 1.2.1. Modelo cinemático inverso

La cinemática inversa permite determinar las variables que definen las coordenadas articulares del robot a partir de conocidas la posición y orientación del elemento terminal para una determinada con-

figuración del mismo en el espacio cartesiano. En el caso de los robots paralelos, dichas expresiones incluyen ecuaciones altamente acopladas, no lineales, cuya solución se complejiza notablemente con el aumento del número de grados de libertad (Cherfia y otros, 2007). No obstante, las expresiones de la cinemática inversa son de gran importancia dado que sirven como base para implementar numerosos esquemas de control (Gupta y otros, 2008), en particular resultan esenciales en el control de posición.

Un robot paralelo dado, se caracteriza por los parámetros de su configuración mecánica y las variables que definen la pose del mismo. Los parámetros de configuración expresados en forma matricial definidos por los vectores  $\overrightarrow{OA_i}|_{R_f}$  y  $\overrightarrow{PB_i}|_{R_m}$  están constituidos por las coordenadas de los puntos de unión con la base en el sistema de referencia fijo ( $R_f$ ) y los puntos de unión con la plataforma móvil en el sistema de referencia móvil ( $R_m$ ) respectivamente (Rolland, 2007). Las variables del modelo cinemático la constituyen las coordenadas articulares ( $\mathbf{q}$ ) lineales o angulares, y las coordenadas generalizadas del elemento terminal ( $\mathbf{x}$ ) que representan la posición/orientación de la plataforma móvil del robot (ver figura 1.5).

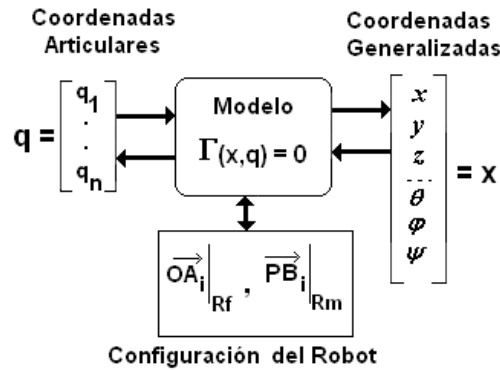


Figura 1.5: Diagrama de bloques generalizado del modelo cinemático

Luego, el modelo cinemático es una relación implícita entre los parámetros de configuración y las variables de la pose, según la expresión general:

$$\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{q}, \overrightarrow{OA_i}|_{R_f}, \overrightarrow{PB_i}|_{R_m}) = 0 \quad (1.1)$$

Indistintamente existen dos procedimientos básicos para el planteamiento del problema cinemático inverso en robots paralelos: el método analítico (basado en formulación vectorial) y el método geométrico (basado en formulación algebraica)(Merlet, 2006b). En ambos casos, es necesario tener en

cuenta si las cadenas cinemáticas comparten o no una misma articulación activa, la posible integración en el sistema de ecuaciones de las variables asociadas a las articulaciones pasivas (variables pasivas), y de manera muy importante, aspectos relativos a la geometría y arquitectura del robot.

Empleando la formulación vectorial se puede construir un sistema de ecuaciones que contendrá igual número de ecuaciones que de incógnitas, especificando la expresión vectorial cerrada que pasa por los puntos de unión de las cadenas cinemáticas con la base fija ( $A_i$ ) y la plataforma móvil ( $B_i$ ) e incluyendo los puntos de origen de los sistemas referenciales fijo y móvil, previamente definidos.

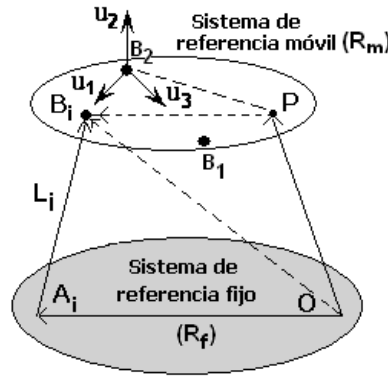


Figura 1.6: Representación de la formulación vectorial

Generalmente, para cada cadena cinemática se puede establecer una función vectorial entre los puntos  $A_i$  y  $B_i$  expresada en las coordenadas generalizadas ( $\mathbf{x}$ ), tal que  $\overrightarrow{A_i B_i} = U(\mathbf{x})$ . Entonces, de acuerdo a la figura 1.6, estableciendo  $\mathbf{R}$  como la matriz de rotación que define la orientación relativa del sistema de referencia móvil respecto al fijo, se plantea para un robot de  $n$  grados de libertad:

$$\overrightarrow{A_i B_i} = \overrightarrow{OP} + \mathbf{R} \overrightarrow{PB_i} - \overrightarrow{OA_i} ; \quad i = 1 \dots n \quad (1.2)$$

Donde, matricialmente se cumple:

$$\overrightarrow{OA_i} \Rightarrow \mathbf{OA}|_{R_f} = [\overrightarrow{OA_1}, \dots, \overrightarrow{OA_n}] \quad \text{y} \quad \overrightarrow{PB_i} \Rightarrow \mathbf{PB}|_{R_m} = [\overrightarrow{PB_1}, \dots, \overrightarrow{PB_n}]$$

De manera general, cualquier pose de la plataforma móvil que satisface las restricciones cinemáticas impuestas por la estructura del robot, es determinada por el vector  $\overrightarrow{OB_i}|_{R_f}$ , por lo que se puede plantear la ecuación:

$$\overrightarrow{OB_i}|_{R_f} = \overrightarrow{OP}|_{R_f} + \mathbf{R} \overrightarrow{PB_i}|_{R_m} ; \quad i = 1 \dots n \quad (1.3)$$

Definiendo la norma euclideana (norma cuadrada) de un espacio vectorial por la notación  $\| \cdot \|_2$ , la cual se utilizará en lo adelante, tenemos que el desplazamiento lineal que experimenta cada cadena cinemática, puede ser expresado como la dimensión del vector  $\overrightarrow{A_i B_i}$ , donde:  $L_i = \|\overrightarrow{A_i B_i}\|_2$ ; expresión que se incorpora a (1.3) para llegar a la ecuación:

$$L_i^2 = \left[ \|\overrightarrow{OP}\|_{R_f} + \mathbf{R} \overrightarrow{PB_i}|_{R_m} - \overrightarrow{OA_i}|_{R_f} \|_2 \right]^2 ; \quad i = 1 \dots n \quad (1.4)$$

Luego, a partir de (1.4), los cuadrados de las longitudes de las cadenas articuladas, se pueden definir por la siguiente expresión matricial general:

$$L_i^2 = \|\mathbf{OA}|_{R_f}\|_2^2 + \|\mathbf{PB}|_{R_f}\|_2^2 + 2 \left( \mathbf{OA}|_{R_f} + \mathbf{R}(\mathbf{PB})|_{R_m} \right) \mathbf{OP}|_{R_f} + 2\mathbf{OA}|_{R_f} \mathbf{R}(\mathbf{PB})|_{R_m} + \|\mathbf{OP}|_{R_f}\|_2^2 \quad (1.5)$$

La expresión anterior contiene términos lineales en las coordenadas del punto P, donde los términos cuadráticos, pueden desaparecer mediante manipulaciones matemáticas, quedando solamente un sistema de tres ecuaciones lineales de las coordenadas del punto P, al cual se incorpora la matriz de rotación para obtener la solución del mismo, cuando el robot presenta movimientos rotacionales (Merlet, 2006b). De esta manera, se llega al planteamiento del problema cinemático inverso, es decir, a partir de conocidas las coordenadas generalizadas del robot se calcula el vector de coordenadas articulares.

Para el caso particular del robot bajo estudio, mostrado en la figura 1.4, a partir de considerar la geometría del mecanismo, así como la arquitectura del mismo, se aplica el método analítico de formulación vectorial para el planteamiento de las ecuaciones cerradas que consideran los puntos de unión de las cadenas cinemáticas con la base fija y el elemento terminal, luego, éste método se integra con el método geométrico para la obtención de las coordenadas espaciales del robot, dado que el movimiento de elevación de la plataforma móvil presenta una trayectoria curvilínea en el espacio, lo cual complejiza el cálculo cinemático. En las secciones 2.2.1 y 2.2.2 del capítulo dos se describe en detalles el planteamiento del problema cinemático inverso efectuado bajo estas consideraciones.

### 1.2.2. Modelo cinemático directo

El modelo cinemático directo posibilita determinar la posición y orientación del elemento terminal con respecto a un sistema de coordenadas, conociendo las variables articulares y los parámetros geométricos del robot (Lu y otros, 2007). La misma es de gran interés en esquemas de control de la pose y velocidad de la plataforma móvil (Gupta y otros, 2008), pero desafortunadamente de muy difícil solución para el caso de los robots paralelos.

El procedimiento a seguir consiste en básicamente replantear (1.5) de manera inversa, obteniéndose de forma genérica un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales donde se involucran funciones de las variables espaciales y articulares del robot (Rolland, 2005). Considerando la figura 1.6 se tiene que  $\overrightarrow{OA_i}|_{R_f}$  y  $\overrightarrow{PB_i}|_{R_m}$  describen la geometría de la base y de la plataforma móvil respectivamente, por lo que la magnitud del vector  $L_i = \|\overrightarrow{A_iB_i}\|_2$ , que indica las longitudes de las cadenas cinemáticas, se puede expresar como:

$$L_i = \|\overrightarrow{OB_i}|_{R_f} - \overrightarrow{OA_i}|_{R_f}\|_2 = \|\overrightarrow{OP}|_{R_f} + \mathbf{R}\overrightarrow{PB_i}|_{R_m} - \overrightarrow{OA_i}|_{R_f}\|_2 \quad (1.6)$$

Definiendo tres puntos distintos ( $B_1, B_2, B_3$ ) para ubicar la localización de la plataforma móvil, se cumplirá que  $\overrightarrow{OB_i}|_{R_f} = [x_i, y_i, z_i]$  para  $i = 1 \dots 3$ . Estableciendo  $u_1, u_2, u_3$  como ejes coordenados del lugar donde articulan dichos puntos (ver figura 1.6), se tiene:

$$u_1 = \frac{\overrightarrow{B_1B_2}}{\|\overrightarrow{B_1B_2}\|} ; \quad u_2 = \frac{\overrightarrow{B_1B_3}}{\|\overrightarrow{B_1B_3}\|} ; \quad u_3 = u_1 \wedge u_2 \quad (1.7)$$

Dado que la plataforma móvil se considera como un cuerpo rígido que no sufre deformación durante su movimiento, entonces para cualquier punto  $B_i$  que forme parte de la misma, se puede plantear:

$$\overrightarrow{B_1B_i}|_{R_{b1}} = a_{B_i}u_1 + b_{B_i}u_2 + c_{B_i}u_3 ; \quad i = 1 \dots n \quad (1.8)$$

Donde  $a_{B_i}, b_{B_i}, c_{B_i}$  ( $i = 1 \dots n$ ) son parámetros solo dependientes de la geometría de la plataforma, siendo explícitamente deducidos a partir de  $\overrightarrow{PB_i}|_{R_m}$ , por lo tanto:

$$L_i^2 = (x_i - OA_{ix})^2 + (y_i - OA_{iy})^2 ; \quad i = 1 \dots 3 \quad (1.9)$$

$$L_i^2 = \|\overrightarrow{B_k}|_{R_{b1}} - \overrightarrow{OA_k}|_{R_f}\|_2^2 ; \quad i = 4 \dots 6 \quad (1.10)$$

Con ello se obtiene un sistema de ecuaciones algebraico que considera tres ecuaciones para las extremidades activas del robot y otras tres en términos de las variables  $x_i, y_i$ , es decir:

$$F_i = (x_i - \overrightarrow{OA_{ix}})^2 + (y_i - \overrightarrow{OA_{iy}})^2 - L_i^2 ; \quad i = 1 \dots 3 \quad (1.11)$$

$$C_i = \|\overrightarrow{B_k}|_{R_{b_1}} - \overrightarrow{OA_k}|_{R_f}\|_2 - L_i^2 ; \quad i = 4 \dots 6 \quad (1.12)$$

Para solucionar (1.11) y (1.12) es necesario disponer de al menos igual cantidad de ecuaciones que de incógnitas. Para ello, se derivan tres expresiones adicionales de restricción a partir del sistema de ecuaciones (1.13), que se obtienen de plantear dos ecuaciones que emplean la norma de los vectores que definen la localización de la plataforma (puntos  $B_i$ ) y una tercera a partir de multiplicaciones entre dichos vectores, por lo que se establece:

$$\begin{aligned} C_7 &= \left( \|\overrightarrow{B_2B_1}|_{R_f}\|_2 \right)^2 - (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = \left( \|\overrightarrow{B_2B_1}|_{R_m}\|_2 \right)^2 \\ C_8 &= \left( \|\overrightarrow{B_3B_1}|_{R_f}\|_2 \right)^2 - (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2 = \left( \|\overrightarrow{B_3B_1}|_{R_m}\|_2 \right)^2 \\ C_9 &= (x_3 - x_1)(x_2 - x_1) + (y_3 - y_1)(y_2 - y_1) + (z_3 - z_1)(z_2 - z_1) - \|\overrightarrow{B_3B_2}|_{R_m}\| \wedge \|\overrightarrow{B_3B_1}|_{R_m}\| \end{aligned} \quad (1.13)$$

El último sistema de ecuaciones se desarrolla a partir de las siguientes combinaciones de funciones:

$$F_7 = -C_7 + F_1 + F_2$$

$$F_8 = -C_8 + F_1 + F_3 \quad (1.14)$$

$$F_9 = 2C_9 + F_7 + F_8 - 2F_1$$

Para el caso analizado, donde se ha definido la localización de la plataforma móvil por los puntos  $B_1, B_2, B_3$  (modelo de tres puntos), se obtiene un sistema de nueve ecuaciones con nueve incógnitas, formado por seis ecuaciones cuadráticas y tres cuárticas (Rolland, 2007; Faugere y otros, 2006).

Como se ha podido apreciar, la cinemática directa en robots paralelos se enfoca a la obtención de un sistema complejo de ecuaciones polinómicas, difícil de manipular de manera analítica, por lo que requiere procedimientos numéricos para su solución, donde desafortunadamente no existe una solución única cerrada (Sung-Hua y otros, 2008). En la bibliografía consultada, se reportan varios métodos para

encontrar la solución de la cinemática directa; como el método de Sylvester de Eliminación Dialítico (Nalluri y Mallikarjuna, 2009), la Teoría de Screw (Gallardo y otros, 2009), la determinación los Modos de Ensamble (Assembly Modes) desarrollado por investigadores del INRIA en Francia (Merlet, 2006b), algoritmos sobre Bases de Gröbner (Faugere y otros, 2006), técnicas inteligentes basadas en redes neuronales (Dehghani y otros, 2008), y últimamente, algoritmos genéticos (Omran y otros, 2009) y formulaciones metaheurísticas (Chandra y Rolland, 2011), etc; donde garantizan al menos encontrar de una forma u otra las posibles soluciones a las ecuaciones de la cinemática directa. No obstante, a pesar de estos esfuerzos, no existen aún algoritmos que permitan la determinación de la pose correcta dentro del conjunto total de posibles soluciones; y aunque ha decrecido, la alta carga computacional sigue siendo un inconveniente para su empleo en sistemas de control con exigencias de tiempo real y/o pequeños tiempos de muestreo (Taghirad y Nahon, 2008).

### 1.2.3. Cinemática diferencial

Debido a la existencia de múltiples cadenas cerradas en robots paralelos, el análisis de la cinemática diferencial se convierte en un problema de mucho mayor complejidad que en los robots serie (Zhiyong y Ghorbel, 2006); sin embargo, varios investigadores han estudiado a profundidad la matriz Jacobiana con el objetivo de analizar las singularidades (Di-Gregorio, 2009), manipulabilidad (Merlet, 2006a), dexteridad (Guo y otros, 2008), índices de comportamiento (Sadjadian y Taghirad, 2006), y otras tantas importantes propiedades cinemáticas asociadas a este tipo de robots (Nawratil, 2009).

Lung-Wen Tsai (1945-2002) fue uno de los primeros autores que sugirió para los robots paralelos la separación de la matriz Jacobiana en dos matrices, una asociada a la cinemática inversa y otra a la directa (Tsai, 2000).

Para un robot no redundante (donde el número de grados de libertad ( $n$ ) coincide con la cantidad de actuadores), las restricciones cinemáticas impuestas por la estructura paralela pueden ser expresadas matemáticamente por la igualdad (1.15), siendo  $\Theta$  una función implícita  $n$ -dimensional del vector de



variables espaciales ( $\mathbf{x}$ ) y articulares ( $\mathbf{q}$ ) del robot.

$$\Theta(\mathbf{x}, \mathbf{q}) = 0 \quad (1.15)$$

Diferenciando (1.15) con respecto al tiempo, se encuentra la relación entre la razón de cambio de las coordenadas articulares y las velocidades del elemento terminal en el espacio cartesiano.

$$\mathbf{D}_x \Theta(\mathbf{x}, \mathbf{q}) \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}_q \Theta(\mathbf{x}, \mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = 0 \quad \forall \quad \mathbf{q} \in \mathbb{R}^n ; \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (1.16)$$

Donde  $\mathbf{D}_x$  y  $\mathbf{D}_q$  las matrices de orden  $n \times n$  que representan el operador diferencial mapeado en los espacios coordenados cartesiano y articular respectivamente. Por lo tanto se cumple:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{x}} \left( \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right) = \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} \left( \frac{d\mathbf{q}}{dt} \right) \Rightarrow \mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}}$$

siendo:

$$\mathbf{J}_x = \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{x}} \quad (1.17)$$

$$\mathbf{J}_q = -\frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{q}} \quad (1.18)$$

La existencia de dos matrices Jacobianas separadas (1.17), (1.18) resulta de gran utilidad a la hora de efectuar el análisis de configuraciones singulares para robots paralelos. Dentro de este contexto, se establecen tres tipos de singularidades, a saber, las singularidades de la cinemática inversa, cuando  $\det(\mathbf{J}_q) = 0$ ; las singularidades de la cinemática directa, cuando  $\det(\mathbf{J}_x) = 0$ ; y la denominada singularidad combinada, cuando ambos determinantes son cero (Callegari y Tarantini, 2003; Li y Xu, 2006). El estudio de las singularidades se aborda con detalle en la sección 2.2.5 del capítulo dos.

Entonces, la matriz Jacobiana convencional denotada por  $\mathbf{J}$  puede ser escrita como:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{x}} \quad ; \quad \text{siendo} : \quad \mathbf{J}_{ij} = \frac{\partial q_i}{\partial x_j} \quad (1.19)$$

Cumplíendose:  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_x$

La Jacobiana (1.19) relaciona la velocidad espacial del elemento terminal ( $\dot{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$ ) con la razón de cambio de las coordenadas articulares actuadas del robot. Es de notar, que para los robots paralelos

muchos autores prefieren emplear la notación inversa establecida para los tipo serie (donde:  $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{x}}$  ;  $\mathbf{J}_{ij} = \partial x_i / \partial q_j$ ), dada la diferencia existente entre el problema cinemático directo e inverso en ambos tipos de robots (Simaan y Shoham, 2003; Sokolov y Xirouchakis, 2007).

#### 1.2.4. Modelo dinámico

En ausencia de fuerzas de fricción y otros disturbios dinámicos, la forma generalizada de representar el modelo dinámico de un robot de  $n$  grados de libertad (Zhao y Gao, 2009) en el espacio articular es:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \quad (1.20)$$

donde:

$\mathbf{M}(\mathbf{q})$ : Matriz de inercia ( $n \times n$ ).

$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ : Matriz de fuerzas de Coriolis y Centrífugas ( $n \times 1$ ).

$\mathbf{G}(\mathbf{q})$ : Vector de fuerzas gravitacionales ( $n \times 1$ ).

$\mathbf{q}$ : Vector de coordenadas articulares ( $n \times 1$ ).

$\boldsymbol{\tau}$ : Vector de fuerzas o pares articulares aplicados ( $n \times 1$ ).

En el ámbito de aplicación de los robots paralelos los autores se esfuerzan por obtener modelos lo suficientemente representativos que puedan emplearse en el control de tales mecanismos para cumplir con las elevadas prestaciones de desempeño que dichos sistemas exigen (Yen y Lai, 2009). En tales empeños los enfoques matemáticos se dirigen al empleo de las formulaciones clásicas que han sido muy estudiadas y aplicadas en los robots serie, y luego extendidas a las particularidades que distinguen los robots de estructura paralela; en tal sentido, se recurren a los siguientes métodos:

*Método de Newton-Euler:* desarrolla las ecuaciones dinámicas del robot aplicando las leyes de la mecánica Newtoniana, empleando balances de fuerzas y momentos aplicados a todos los elementos del robot, y utilizando las relaciones cinemáticas y fuerzas de restricción para conformar el sistema de ecuaciones (Sokolov y Xirouchakis, 2007; Verdes y otros, 2009). Ello conduce a un gran número de expresiones, que exige un elevado tiempo de cómputo para el cálculo de todas las fuerzas y torques internos involucrados en el movimiento del robot, lo que limita su uso práctico en lazos de control.

*Formulación Lagrangiana:* establece un balance de energía cinética y potencial mediante las funciones de Lagrange, las cuales deben ser escritas para cada uno de los grados de libertad del robot considerando las restricciones y cinemática del mecanismo (Zubizarreta y otros, 2008; Sánchez y Reyes, 2010). Encontrar el conjunto apropiado de coordenadas generalizadas y expresarlas cinemáticamente resulta muy laborioso, por demás dicha formulación contiene muchas fuerzas de restricción desconocidas que aparecen en los multiplicadores de Lagrange cuando las variables generalizadas son introducidas al sistema de ecuaciones. Ello implica una carga computacional adicional que se incrementa notablemente mientras mayor sea la movilidad del mecanismo y debido a la existencia de cadenas cinemáticas cerradas, siendo difícil generalizar el mismo para las arquitecturas paralelas.

*Ecuaciones de Gibbs - Appell:* se sustenta en la transformación de un sistema mecánico restringido, de  $n+m$  ecuaciones diferenciales ( $n$  es el número de coordenadas generalizadas y  $m$  el de ecuaciones de restricción), en un sistema de  $n$  ecuaciones diferenciales ordinarias, a partir de separar el sistema en subconjuntos de cadenas abiertas. El uso no extendido de las ecuaciones Gibbs-Appell radica en la dificultad para la obtención, de manera sistemática, de las submatrices independiente y dependiente de la matriz de masas, siendo un procedimiento complejo para cadenas cerradas (Farhat y otros, 2007), por demás requiere de algoritmos recursivos para su solución donde la convergencia puede representar un serio inconveniente (Díaz-Rodríguez y otros, 2010).

*Principio del Trabajo Virtual:* método que adoptando el principio de D'Alembert permite formular las ecuaciones de equilibrio dinámicas, donde el efecto de las fuerzas y momentos externos durante un desplazamiento virtual compatible con las restricciones de movimiento del robot, es cero (Li y Xu, 2007). Aunque resulta el método más eficiente computacionalmente, implica el cálculo de las Jacobianas de las articulaciones y la adopción de aproximaciones dinámicas (Wu y otros, 2009; Izaguirre y otros, 2010b), lo cual constituye una desventaja.

En disímiles ocasiones se evita el desarrollo analítico de las expresiones dinámicas las cuales resultan en una combinación de ecuaciones diferenciales y expresiones algebraicas de restricción, para en su lugar utilizar paquetes de software que facilitan la descripción del comportamiento dinámico del sistema en su conjunto (Li y otros, 2009; Fumagalli y Masarati, 2009). No obstante, muchos de los software de simulación de probada efectividad en robots serie, no pueden ser aplicados de igual manera

en robots paralelos (Izaguirre y otros, 2009), por lo que hay que tener en cuenta estos aspectos a la hora de seleccionar un apropiado software para el estudio de estos robots.

En variadas aplicaciones es mejor considerar el modelo dinámico (1.20) con variables referidas al sistema de coordenadas cartesianas fijo del entorno de trabajo del robot. Cuando los datos (trayectorias, fuerzas, pares) se dan en estas coordenadas, se trabaja en el espacio de tareas (Yen y Lai, 2009).

En ausencia de singularidades, la ecuación (1.19) se puede expresar de manera inversa como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{q}} \quad (1.21)$$

Derivando (1.21) con respecto al tiempo:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{J}}^{-1} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}^{-1} \ddot{\mathbf{q}} \quad (1.22)$$

Despejando  $\ddot{\mathbf{q}}$  se tiene:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J} \ddot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{J}} \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{q}} \quad (1.23)$$

Las expresiones (1.22) y (1.23) relacionan las aceleraciones cartesianas y articulares de manera directa e inversa.

El teorema del trabajo-energía establece que el cambio en la energía cinética del robot es igual al trabajo neto efectuado por el mismo (Siciliano y Khatib, 2008). Dado que el trabajo de la resultante de las fuerzas que actúan sobre el robot modifica su energía cinética, y como el trabajo ( $\delta \mathbf{W}$ ) es el producto escalar del vector fuerza  $\mathbf{F}$  (o torque,  $\tau$ ) por el vector desplazamiento lineal “ $\delta x$ ” (o angular,  $\delta \varpi$ ), se cumple la igualdad:  $\delta \mathbf{W} = \mathbf{F} \delta x = \tau \delta \varpi$ .

En correspondencia con el principio de conservación de la energía (Beer y otros, 2008), la potencia consumida por el robot es la misma independientemente si se evalúa en el espacio cartesiano o en el articular, pudiéndose plantear:

$$\mathbf{F}_x^T \dot{\mathbf{x}} = \tau^T \dot{\mathbf{q}} \quad (1.24)$$

Siendo  $\mathbf{F}_x^T$  el vector de fuerzas y/o pares en el espacio cartesiano ejercidos en el extremo del robot expresado en el sistema de coordenadas de la base y  $\tau^T$  el vector de fuerzas y/o pares ejercidos en las articulaciones activas.

Sustituyendo (1.21) en (1.24) se obtiene:

$$\mathbf{F}_x^T \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{q}} = \tau^T \dot{\mathbf{q}} \Rightarrow \tau = \mathbf{J}^{-T} \mathbf{F}_x \quad (1.25)$$

La expresión anterior es de destacable utilidad, ya que relaciona las fuerzas y/o pares generalizados ejercidos en el extremo del robot con los ejercidos en cada una de las articulaciones.

Sustituyendo (1.23) y (1.25) en la ecuación del modelo dinámico (1.20) y considerando el efecto de las fuerzas externas ( $\mathbf{F}_{ext}$ ) sobre el sistema robótico, se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^{-T} \mathbf{F}_x &= \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{J} \ddot{\mathbf{x}} - \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{J} \dot{\mathbf{J}}^{-1} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_{ext} \\ \mathbf{F}_x &= \mathbf{J}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{J} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}^T [\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{J} \dot{\mathbf{J}}^{-1}] \mathbf{J} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{J}^T \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_{ext} \\ \mathbf{F}_x &= \mathbf{J}^T \tau = \mathbf{M}_x(\mathbf{x}) \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{G}_x(\mathbf{x}) + \mathbf{F}_{ext} \end{aligned} \quad (1.26)$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_x(\mathbf{x}) &= \mathbf{J}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{J} \\ \mathbf{C}_x(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) &= \mathbf{J}^T [\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{M}(\mathbf{q}) \mathbf{J} \dot{\mathbf{J}}^{-1}] \mathbf{J} \\ \mathbf{G}_x(\mathbf{x}) &= \mathbf{J}^T \mathbf{G}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{x}(n \times 1) &= \text{Vector coordenadas espaciales.} \end{aligned}$$

La ecuación (1.26) define el modelo dinámico del robot en coordenadas cartesianas, llegándose a una formulación equivalente a las descritas por Massimo Callegari (Callegari y otros, 2006) y Qingsong Xu (Xu y Li, 2009) en robots de arquitectura 3-RCC y 3-PRC respectivamente.

La expresión (1.26) puede emplearse para desarrollar esquemas de control basados en modelo dinámico inverso, pero exige un preciso cálculo de los parámetros dinámicos, ya que la calidad del desempeño del sistema de control es proporcional a la exactitud del modelo dinámico obtenido (Díaz-Rodríguez y otros, 2010). Adicionalmente, demanda el cómputo de gran cantidad de operaciones matriciales a ejecutar dentro del lazo de control, con inversión de matrices, imponiendo altas exigencias al hardware de control (Kroneis y otros, 2008; Paccot y otros, 2009). Para el caso del robot bajo estudio, el modelo dinámico es difícil de obtener, fuertemente no lineal y multivariable (Izaguirre y otros, 2010a).

En muchas ocasiones se considera que para desarrollar los modelos del robot, se dispone de una cinemática y dinámica perfectamente conocidas del robot, aspecto no exactamente alcanzable desde el punto de vista práctico. Todos estos elementos constituyen desventajas para su aplicación en sistemas de control de tiempo real y/o bajas razones de muestreo.

Resulta importante a la hora de desarrollar las expresiones dinámicas, la correcta selección de las coordenadas donde se planteará el modelo. En los robots paralelos es más conveniente modelar en las coordenadas del elemento terminal, aunque dichas variables deben ser estimadas, ya que en muchos casos no pueden ser directamente medidas.

### 1.3. Problemáticas del control de robots paralelos

La dificultad de realizar el control de robots paralelos, parte del hecho de que se está en presencia de un sistema multicuerpo, no lineal, dinámicamente acoplado, con parámetros inerciales variables en el tiempo, con altas exigencias en el comportamiento del sistema, elevadas prestaciones en velocidad, precisión de movimientos y capacidad de manejar grandes cargas.

Aunque la dinámica de los robots paralelos es altamente no lineal y compleja, en la literatura se reportan contribuciones enfocadas al control basado en modelo (Model-Based Control) (He y otros, 2007), donde se utiliza como premisa el cálculo de la dinámica inversa del robot para el diseño de un regulador dinámico ( Inverse Dynamics Control -IDC-) (Hua-Yi y Kuo-Hua, 2007; Staicu, 2009).

El IDC se ha empleado en esquemas de control en el espacio articular y cartesiano, sirviendo para el estudio y aplicación de diferentes variantes de control. En este contexto, se reportan investigaciones que abarcan el control clásico PID (Villarreal-Cervantes y otros, 2009; Garrido y otros, 2011), Control Predictivo (Vivas y Poignet, 2006), Control Neuronal (L. y otros, 2008), Control Adaptativo (Shang y Cong, 2009), Control Robusto (Xu y Li, 2009), Control Difuso (Stan y otros, 2009; Qing y Li, 2010), Control por Modo Deslizante (Abdellatif y otros, 2010; Jain y Shiferaw, 2011), entre otros.

No obstante, el control IDC obliga a efectuar simplificaciones dinámicas en detrimento de la re-

presentatividad de los modelos, donde no siempre es posible obtener un modelo dinámico expresado de forma cerrada, por lo que deben emplearse métodos iterativos para encontrar su solución, cuyos procedimientos numéricos (sobre todo el problema dinámico inverso) deben garantizar en la práctica la convergencia hacia la solución, siendo la eficiencia de los algoritmos de cómputo una problemática aún bajo estudio.

En estos esquemas de control, el desempeño del lazo está fuertemente determinado por lo preciso y compacto que pudiera ser el modelo dinámico obtenido, cuya solución exige elevadas prestaciones del hardware de cómputo, siendo los algoritmos difícilmente implementables en controladores industriales empotrados. Una desventaja del controlador basado en la dinámica inversa está relacionada con la robustez, donde la inexacta cancelación debido a incertumbres paramétricas (dígase inexactitudes en la matriz de inercia), dinámica no modelada, etc, pueden hacer inestable al mejor controlador, no obteniéndose el desempeño ideal esperado cuando se implementa en la práctica. A ello se suman factores muy importantes, como la razón de muestreo y el ruido presente en la medición.

### 1.3.1. Control en el espacio articular

Resulta común efectuar el control del sistema robótico a partir de gobernar dentro de su espacio de trabajo los desplazamientos articulares, por lo que se desarrolla el análisis en el sistema referencial articular. El objetivo principal de este control es diseñar un controlador que garantice que las coordenadas articulares del robot  $\mathbf{q}(t) \in \mathbb{R}^n$  sigan el movimiento deseado  $\mathbf{q}_d(t)$  lo más fielmente posible (Kolbus y otros, 2008; Qing y Li, 2010).

En este campo se puede mencionar el control PD con referencia de posición y velocidad (1.27) y el control PD con compensación de gravedad (1.28) (Elkady y otros, 2008).

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}_p \mathbf{e} + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}} \quad (1.27)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}_p \mathbf{e} + \mathbf{K}_D \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}(\mathbf{q}_d) \quad (1.28)$$

Una variante resulta el control PD con retroalimentación dinámica (1.29), donde si el modelo obtenido

es suficientemente exacto, los términos de error de velocidad y posición son inicialmente cero.

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{C}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)\dot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}(\mathbf{q}_d) + \mathbf{K}_p\mathbf{e} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}} \quad (1.29)$$

En este caso, se obtiene un controlador muy similar al control por par calculado (Paccot y otros, 2009) mostrado en la figura 1.7, donde:

$$\mathbf{F} = \mathbf{M}(\mathbf{q}) \left[ \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_p\mathbf{e} + \mathbf{K}_I \int \mathbf{e} \, dt + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}} \right] + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \quad (1.30)$$

Cuya función de mando resulta:  $\mathbf{u} = \ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_p\mathbf{e} + \mathbf{K}_I \int \mathbf{e} \, dt + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}}$

Siendo:  $\mathbf{K}_D = \text{diag}\{2\xi\omega_1, \dots, \omega_i, \dots, 2\xi\omega_n\}$ ;  $\mathbf{K}_P = \text{diag}\{\omega_1^2, \dots, \omega_i, \dots, \omega_n^2\}$ ;  $\mathbf{K}_I < \mathbf{K}_D\mathbf{K}_P$

La razón de amortiguamiento ( $\xi$ ) se puede fijar entre 0,9 y 1 para evitar sobrecrestas y proveer un pequeño tiempo de establecimiento, mientras la frecuencia ( $\omega_i$ ) se selecciona distante de la frecuencia de resonancia mecánica del sistema.

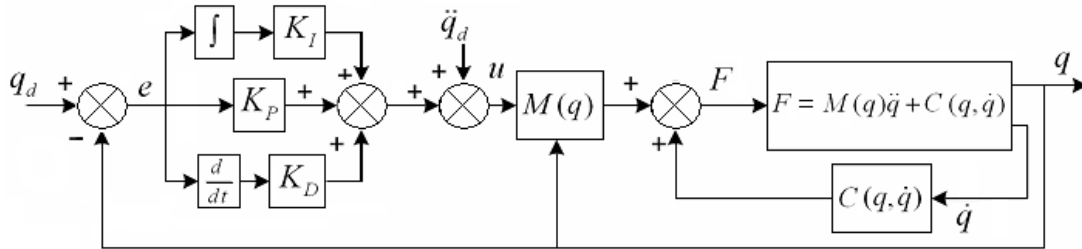


Figura 1.7: Control por par calculado con acción PID

El control por par calculado basado en PID presenta limitaciones asociadas a la ganancia proporcional del controlador, pues al aumentar la misma para reducir el error en estado estable, se incrementa el ancho de banda del sistema y el robot se ve afectado por señales de alta frecuencia que pueden provocar resonancia mecánica en el mismo. Se introducen además, señales de ruido de alta frecuencia que afectan la estabilidad del lazo, degradando su robustez, en particular para aplicaciones de control de movimiento.

En otras publicaciones se demuestra que con un doble lazo se mejora el desempeño del sistema robótico; en tal sentido, Zhiyong Yang desarrolla un control en cascada en el espacio de estado, basado en



un modelo dinámico muy exacto - ver figura 1.8-(a)-, pero su estrategia se aplica a un robot planar de dos gdl accionado por motores, cuyo modelo dinámico no acoplado resulta fácil de obtener (Yang y otros, 2008). Por su parte, Garrido y colaboradores (Garrido y otros, 2009) exploran la variante de doble lazo buscando mejoras en el comportamiento global del sistema, efectuando experimentos con control clásico PD y PI en un prototipo de robot manipulador serie, siguiendo el esquema de la figura 1.8-(b).

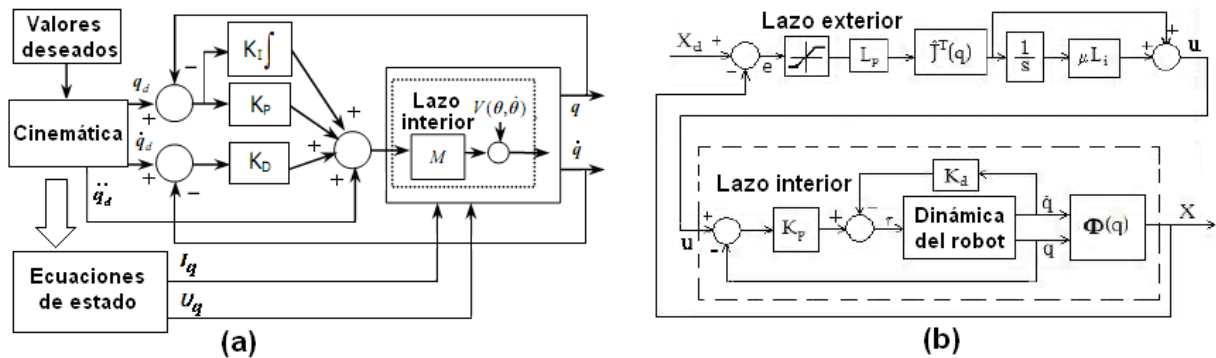


Figura 1.8: Control IDC en robot desacoplado (a) y de doble lazo en manipulador serie (b)

Muchos autores explotan las ventajas del control por modelo, considerando la cinemática y dinámica perfectamente conocidas, aspecto no siempre alcanzable desde el punto de vista práctico. Este control exige buena estimación de parámetros dinámicos y el comportamiento del sistema es fuertemente dependiente de la exactitud del modelo dinámico obtenido, siendo ello una desventaja.

Una variante resulta en diseñar el esquema de regulación a partir de considerar el modelo de los actuadores del robot, considerando como perturbaciones los efectos de la dinámica de la estructura mecánica; en este caso, se presenta en la figura 1.9 un esquema de control donde se utiliza el modelo de los actuadores hidráulicos (Chin y otros, 2008), en aplicación de control de movimiento de una máquina herramienta.

Por su parte, Jinwoo Jun demuestra la funcionalidad de un control en cascada considerando también el modelo de los actuadores del robot, aunque lo aplica en un robot serie (Jun y otros, 2010). En ambos casos, se puede apreciar que se logran buenos desempeños del sistema en control de movimiento, mejorándose el comportamiento del robot en seguimiento de trayectoria.

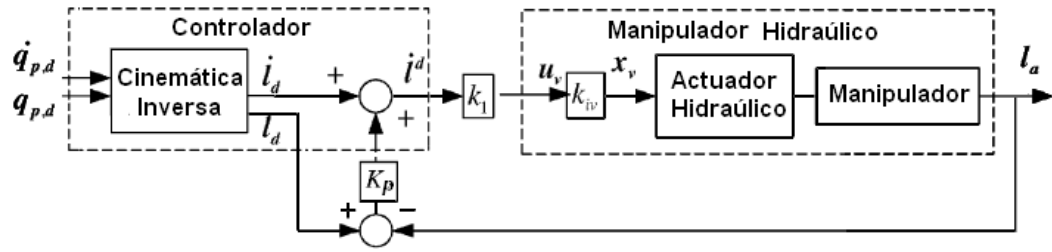


Figura 1.9: Control velocidad basado en el modelo dinámico de los actuadores de robots

Una propuesta similar a la de la figura 1.9 es expuesta por E. Rubio, al considerar un control continuo articular para un robot paralelo de dos grados de libertad, diseñándose el controlador por el método de ubicación de polos a partir del modelo dinámico de los actuadores electroneumáticos del robot, el cual es obtenido por identificación experimental (Rubio, 2007); según el esquema de la figura 1.10.

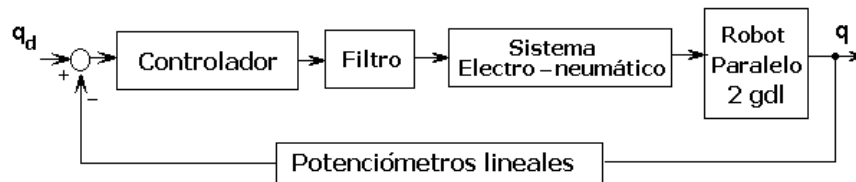


Figura 1.10: Control articular basado en modelo dinámico de los actuadores electroneumáticos

Considerar el modelo dinámico de los actuadores del robot en vez del modelo dinámico del sistema robótico en su totalidad, permite trabajar con un modelo menos complejo, se evita el cómputo de la dinámica inversa del robot dentro del lazo de control, siendo ventajoso en aplicaciones de tiempo real y pequeños tiempos de muestreo, como es el caso del robot paralelo SIMPRO. La solución de control deberá ser evaluada en términos de robustez para evitar que el efecto de las interacciones dinámicas no modeladas degraden las especificaciones de comportamiento logradas en el diseño, al menos en el rango de frecuencias de operación del robot.

### 1.3.2. Control desacoplado

En muchas aplicaciones no es siempre aceptable la suposición de que la arquitectura del robot se puede asumir como una serie de eslabones dinámicamente desacoplados. Considerando la inevitable

presencia de interacciones dinámicas entre los actuadores, se recurre a estrategias para controlar el sistema a pesar de los efectos indeseables sobre el lazo de dichas perturbaciones.

El control desacoplado articular es empleado con eficacia en robots paralelos altamente acoplados de hasta seis grados de libertad, donde resultados reportados en la literatura demuestran mejoras del desempeño del robot en aplicaciones de control de trayectoria, considerando el modelo dinámico de los actuadores del robot (Ogbobe y otros, 2010; Yang y otros, 2011).

Los procedimientos de desacople dinámico imponen restricciones a la geometría y limitaciones en la capacidad de carga del robot (Chen y McInroy, 2004), siendo preferible considerar la existencia real de las interacciones dinámicas y diseñar un controlador acompañado de un proceso de análisis de robustez como vía para eliminar o reducir los efectos indeseables del acople dinámico para la aplicación en cuestión. En este contexto, el empleo del modelo dinámico de actuadores neumáticos basado en identificación experimental, provee resultados destacados en el posicionamiento continuo del robot SIMPRO empleando controlador desacoplado articular (Izaguirre y otros, 2011a), siendo debidamente corroborado con pruebas experimentales.

En el caso de aplicaciones con actuadores neumáticos, se deben enfrentar las consecuencias de la no linealidad que provoca movimientos no uniformes de los pistones cuando se realizan avances lentos con carga aplicada y a los efectos indeseables debido a la compresibilidad del aire en las cámaras del pistón. En este ámbito, existen trabajos previos relacionados con identificación, modelado y control desacoplado de actuadores electro-neumáticos, con resultados satisfactorios en plataforma neumática de dos grados de libertad de aplicación industrial (Rubio y otros, 2007, 2009). Luego, una solución factible se hace extensiva al caso del simulador de movimiento de tres gdl (ver figura 1.11), teniéndose presente la mayor complejidad estructural que caracteriza el mecanismo, así como el efecto dinámico de interacción, dado el carácter acoplado del sistema.

Por consiguiente, el diseño de un controlador desacoplado articular deberá enfocarse no solo a cumplir con los índices de desempeño del sistema, sino que también va acompañado de un análisis de sensibilidad del lazo para preservar las especificaciones de comportamiento a pesar del carácter acoplado del sistema.

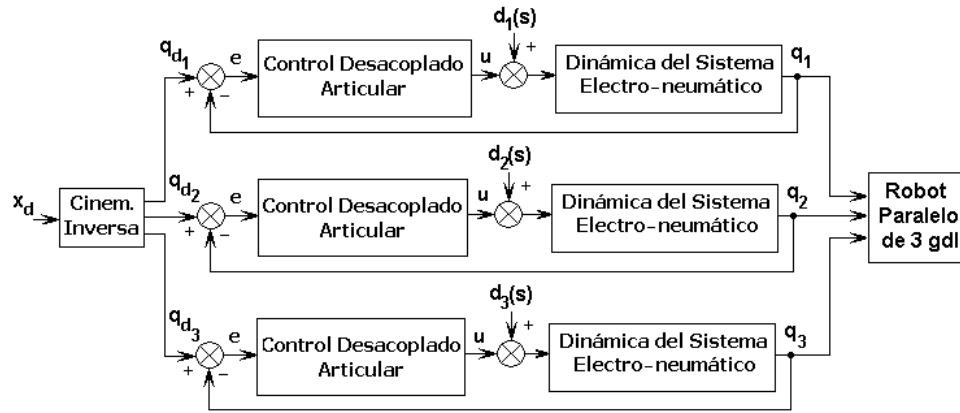


Figura 1.11: Control desacoplado articular para simulador de movimiento SIMPRO

### 1.3.3. Control en el espacio de tareas

El control en el espacio de tareas (o espacio cartesiano), es particularmente aplicable a los mecanismos paralelos (Callegari y otros, 2006; Xu y Li, 2009). Teóricamente, dado que la pose del elemento terminal es el estado del mecanismo, el control cartesiano asegura un control retroalimentado de dicho estado con una mejor precisión que el control articular, en particular cuando se dispone de información rápida y precisa de la pose alcanzada por la plataforma móvil, ya sea mediante el cálculo en línea de la cinemática directa, o bien gracias a un sistema sensorial que provea la medición real de la pose del robot (Izaguirre y otros, 2011c).

El control cartesiano es muy eficaz en la vecindad de singularidades, donde una configuración articular conduce a varias posturas del elemento terminal y en el peor de los casos, un disturbio en la trayectoria articular puede modificar la ubicación del elemento terminal sin que se hayan producido cambios en la configuración articular (Arteaga y otros, 2006). Estas variaciones no son observadas por el control en el espacio articular mientras que el cartesiano es capaz de hacerlo. Adicionalmente, el control cartesiano puede minimizar, o cancelar en el mejor de los casos, los posibles movimientos parásitos del elemento terminal y torques internos, producidos por la existencia de articulaciones pasivas en cadenas cinemáticas cerradas (Elkady y otros, 2008).

El objetivo del control en el espacio de tareas es garantizar el movimiento de la plataforma móvil  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  de manera que siga la señal deseada de entrada  $\mathbf{x}_d(t)$  tan fielmente como sea posible; donde

el error regulado es el existente entre la pose real y la deseada de la plataforma móvil, garantizándose un mejor desempeño del robot sobre todo cuando las especificaciones son dadas en el espacio cartesiano (Yen y Lai, 2009); gracias a ello se logra un posicionamiento preciso del elemento terminal, resultando muy apropiado para aplicaciones de control de posición y trayectoria.

En tal sentido, Qingsong Xu estudia diversas estrategias de control bajo esquema de control cartesiano (Xu y Li, 2009). Una considera regulador PD clásico (figura 1.12-a) y la otra variante de control robusto (figura 1.12-b), pero ambas presentan la desventaja de depender de la solución del modelo dinámico inverso y tener que evaluar la cinemática directa dentro del lazo de control.

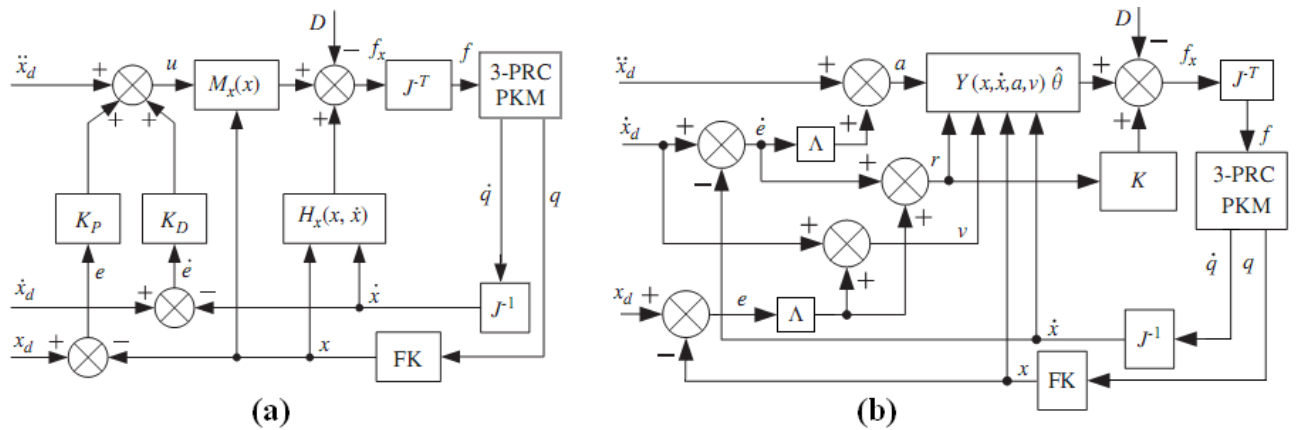


Figura 1.12: Variantes de control por modelo dinámico inverso en el espacio de tareas

En sus trabajos el francés Flavien Paccot, demuestra las ventajas del control en el espacio de tareas respecto al articular en robots paralelos y evalúa estrategias de control PID simple (figura 1.13-a) y por par calculado (figura 1.13-b), considerando siempre disponible la información de la pose de la plataforma móvil, por lo que no propone variantes de sistema sensorial, aún reconociendo la dificultad que implica la medida directa de la ubicación del elemento terminal del robot (Paccot y otros, 2009).

Por su parte, S. Bellakehal propone un sistema de control cartesiano con evaluación de la cinemática directa (figura 1.14-a) y una variante para evitar la misma empleando sistema sensorial basado en imagen (figura 1.14-b), pero incorpora en el lazo los algoritmos de adquisición y procesamiento de imágenes en tiempo real (Bellakenal y otros, 2011), por lo que no reduce significativamente las exigencias de cómputo que se logran al prescindir del cálculo de la cinemática directa.

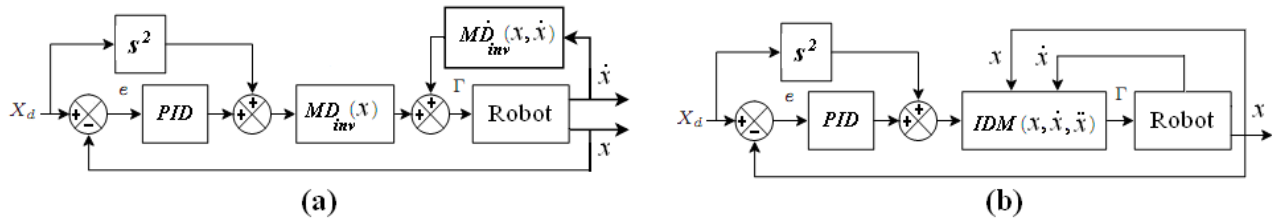


Figura 1.13: Control cartesiano considerando disponible la pose de la plataforma móvil

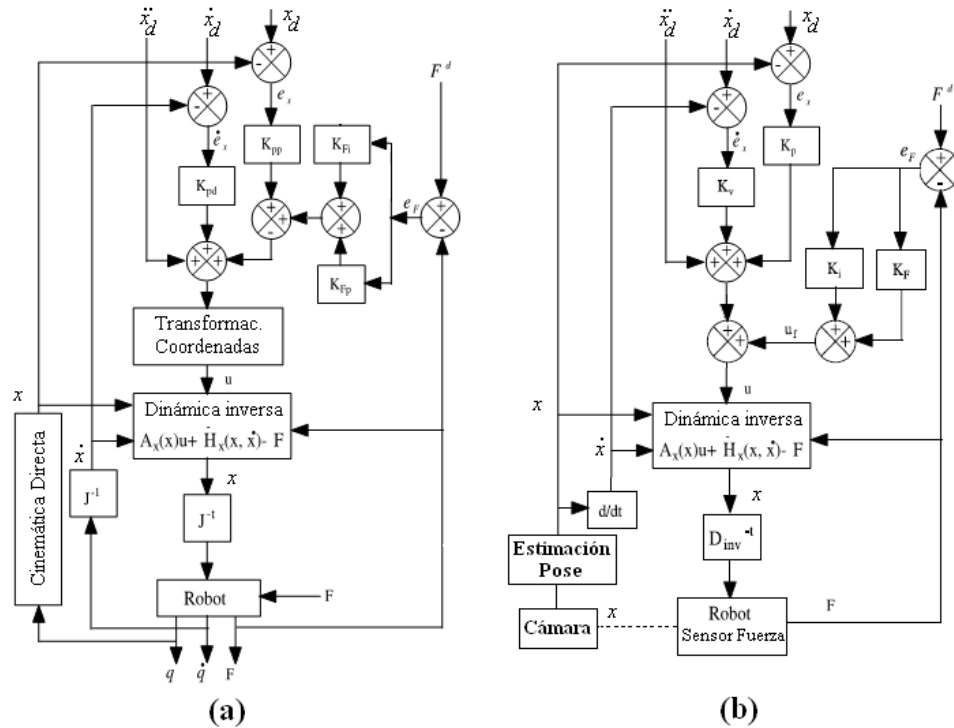


Figura 1.14: Control cartesiano basado en cinemática directa (a) y sistema sensorial exteroceptivo (b)

Cuando el robot debe seguir un predeterminado movimiento del elemento terminal sometido al efecto de fuerzas externas, se emplea el denominado control de impedancia (Gupta y otros, 2008; L.Bruzzzone y Callegari, 2010), el cual consiste básicamente en un control de fuerza que resulta particularmente efectivo en el espacio cartesiano.

El empleo de esquemas de control por modelo dinámico inverso, aunque brinda buenos resultados en el comportamiento del sistema, implica la obtención de ecuaciones dinámicas, procedimiento laborioso, cuyo modelo es fuertemente no lineal, multivariable, y requiere gran número de operaciones matriciales a ejecutar dentro del lazo de control, siendo su solución sensitiva a los errores numéricos

de redondeo debido a la aritmética de punto flotante. El empleo de la cinemática directa en línea es desventajoso, dado la problemática de encontrar la solución válida dentro del conjunto total de posibles soluciones, a lo cual se suma la carga computacional que exigen los algoritmos numéricos (ver sección 1.2.2). Todos estos aspectos requieren de un alto esfuerzo de cómputo limitando su uso en lazos de control con exigencias de tiempo real y/o pequeños tiempos de muestreo.

#### 1.4. Esquema de control para robot paralelo neumático de tres grados de libertad

A partir del estudio efectuado en relación al control de robots paralelos, se implementa un esquema de control cinemático en el espacio de tareas, que permite dar respuesta a la hipótesis científica planteada.

El esquema de control debe garantizar la ubicación de la plataforma móvil en el espacio de tareas en una aplicación de simulador de movimiento industrial, exigiendo una solución compleja para los lazos articulares motivado por la no linealidad de los actuadores electro-neumáticos y el efecto indeseable de la interacción dinámica de los mismos dado el carácter acoplado del robot. Bajo estas consideraciones, se debe posicionar correctamente la plataforma móvil en el espacio cartesiano ante exigencias de una aplicación industrial de tiempo real, con pequeños tiempos de muestreo, y facilidad de implementación práctica en hardware de control empujado.

Partiendo de los resultados investigativos reportados con sistema de control servovisual 2D y 3D basado en imagen aplicado a manipulador serie (Hernández y otros, 2010), se fundamenta una solución factible para el caso del simulador de movimiento SIMPRO de 3 gdl, con resultados experimentales que demuestran la efectividad del esquema propuesto (González-Rodríguez y otros, 2011).

Teniendo en cuenta que la aplicación en cuestión consiste en un control de movimiento, se plantea la necesidad de desarrollar los modelos cinemáticos y dinámicos orientados ambos a este tipo de control, resultando de interés que el esquema propuesto, prescindiera del cómputo en línea de la cinemática directa y de la necesidad de emplear un modelo dinámico altamente preciso del robot.

Dentro de este contexto, se concibe un sistema sensorial exteroceptivo que provee información en

tiempo real de la pose del robot sin interferir en el movimiento espacial del mismo. El sistema sensorial está basado en el empleo de unidad inercial de medición y encoders ópticos, siendo implementado por la necesidad de evadir el cálculo en línea de la cinemática directa del robot, en consecuencia con lo analizado en la sección 1.2.2. Bajo estas consideraciones, se establece una arquitectura de doble lazo en cascada según se muestra en la figura 1.15, donde se logra la disponibilidad en tiempo real de la información correspondiente a las variables cartesianas del robot.

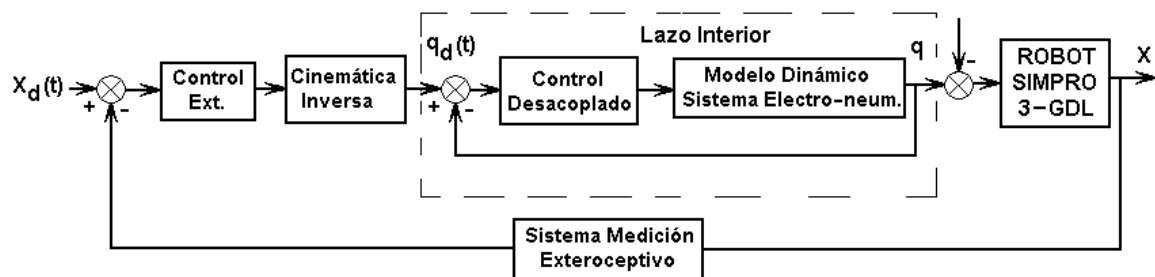


Figura 1.15: Esquema de control cinemático en cascada en el espacio cartesiano

Dado que las especificaciones se dan en el espacio de tareas y el control se lleva a cabo a nivel articular, resulta necesario disponer del modelo cinemático inverso del robot. El control del lazo interior se implementa de forma desacoplada a nivel articular a partir de considerar el modelo dinámico del sistema válvula-actuador electroneumático del robot. Por su parte, el lazo exterior se implementa en el espacio cartesiano, minimizando el error entre la pose deseada y la real de la plataforma móvil.

En el siguiente capítulo se desarrollan los modelos del robot con vistas a la síntesis del esquema de control propuesto anteriormente.

### 1.5. Conclusiones parciales

Presentado el marco teórico y luego de un análisis crítico de la bibliografía consultada, se arriban a las siguientes conclusiones.

- A pesar de las ventajas de los robots paralelos, su estudio implica enfrentarse a disímiles desafíos, como la existencia de varios tipos de singularidades, dinámica acoplada y no lineal,



exigencias relativas a la simulación, y dificultades en la obtención de los modelos cinemático y dinámico.

- Aún existiendo varios procedimientos para solucionar la cinemática directa en robots paralelos, no se ha encontrado ningún algoritmo que determine la pose válida del robot dentro del conjunto de posibles soluciones, lo cual implica que debe evitarse su empleo en sistemas de control de tiempo real; aunque resulta de utilidad en este caso, para los procedimientos de simulación.
- La metodología de integración de los métodos vectorial y algebraico posibilita la obtención del sistema de ecuaciones que describe el comportamiento cinemático inverso del robot y su solución, planteado con vistas al control del sistema.
- El control de robots paralelos basados en modelo dinámico resulta fuertemente dependiente de la exactitud del modelo dinámico que se obtiene, el cual, por demás, genera alta laboriosidad analítica, y es altamente no lineal, multivariable y acoplado.
- Es posible desarrollar un control desacoplado para el robot en estudio, bajo la condición de que la síntesis del controlador garantice la robustez necesaria de los lazos articulares, para atenuar los efectos de la interacción dinámica de los actuadores.
- El control en el espacio de tareas resulta más efectivo que el control en el espacio articular en robots paralelos, sobre todo en aplicaciones de seguimiento de trayectorias y control de movimiento, no obstante, la precisión del modelo dinámico, eficiencia computacional e implementación práctica son factores a considerar en el diseño del lazo.
- Se puede desarrollar para el robot SIMPRO, un esquema de control cinemático en el espacio de tareas, sin necesidad del modelo dinámico del robot, ni de la cinemática directa en línea, basado en sistema sensorial que provea la medición en tiempo real de la pose de la plataforma móvil, a pesar de las incertidumbres del modelo, el carácter dinámico acoplado y la no linealidad del sistema, y que garantice el comportamiento del sistema en aplicación de simulador de movimiento.

## CAPÍTULO 2

### MODELADO DE LA PLATAFORMA NEUMÁTICA

En el presente capítulo se lleva a cabo el análisis cinemático que se utilizará para la síntesis del sistema de control. En tal sentido, se definen los sistemas de coordenadas, las variables y la nomenclatura a emplear. Mediante formulación vectorial se obtienen las expresiones que describen el comportamiento cinemático del robot, las cuales son debidamente validadas mediante procedimientos de simulación. Se demuestra la no existencia de singularidades en el espacio de trabajo del simulador de movimiento, lo cual es corroborado mediante pruebas experimentales. Finalmente, se obtiene el modelo dinámico del sistema electro-neumático, siguiendo procedimiento de identificación experimental.

#### 2.1. Descripción de la plataforma neumática de tres grados de libertad

El simulador de movimiento es fabricado en el Centro de Investigación y Desarrollo de Simuladores -SIMPRO-, empresa de gran prestigio y experiencia en este tipo de producciones, que en conjunto con el grupo de investigaciones GARP de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas ha venido desarrollando investigaciones en el campo del control de tales dispositivos mecánicos.

El robot paralelo de tres grados de libertad (figura 1.4), está compuesto por una base fija que se une a la plataforma móvil mediante tres cadenas cinemáticas independientes accionadas por cilindros neumáticos, cuyos desplazamientos lineales proporcionan los tres gdl con que cuenta el sistema. Definidos como ladeo (rotación alrededor del eje  $x'$ ), cabeceo (rotación alrededor del eje  $y'$ ) y elevación (desplazamiento a lo largo del eje  $z'$ ); representados por las variables  $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $h$  respectivamente, según se aprecia en la figura 2.1.

Como actuadores se emplean cilindros neumáticos de desplazamiento lineal, que convierten la energía

del aire comprimido en trabajo mecánico, tecnología que se ha venido aplicando en los robots paralelos que requieren de un posicionamiento continuo (Chen y Hwang, 2005; Mattiazzo y otros, 2007). Son económicos, de respuesta rápida, buena relación potencia-peso y de fácil mantenimiento. Trabajan con aire comprimido, fuente de energía no contaminante, abundante, de fácil transporte y almacenamiento, sin peligro de combustión y que sufre poca alteración con la temperatura (Krejinin y Krivts, 2006).

Gracias a la elongación controlada de los actuadores prismáticos se logra la orientación y elevación deseadas de la plataforma móvil en el espacio cartesiano y con ello simular movimientos que representan distintos escenarios virtuales visualizados en un monitor LCD ubicado en el interior de la cabina, desde donde el usuario puede observar un determinado mundo virtual. El sistema de control debe garantizar de forma automática la ubicación del elemento terminal del robot en la pose deseada, en correspondencia con la representación visual mostrada al usuario. Luego, las señales provenientes del entorno virtual sirven como punto de consigna para los lazos de control que gobiernan a los pistones, garantizando posicionar y orientar en tiempo real la plataforma móvil.

El sistema posee la capacidad de simular el movimiento de vehículos aéreos, marítimos, terrestres; ligeros y pesados, por lo que sirve como medio de entrenamiento. Gracias a la posibilidad que brinda de recrear diferentes entornos virtuales, la plataforma de simulación también puede ser empleada como medio de juego y entretenimiento en parques de diversiones, hoteles y centros recreativos; gozando de gran demanda tanto dentro como fuera del país. En la Tabla 2.1 se muestran de manera resumida los datos técnicos y principales especificaciones del simulador.

### 2.1.1. Arquitectura del robot

La cadena cinemática central del tipo  $RPSU$  es gobernada por el pistón uno, según se aprecia en la figura 2.1; en la parte trasera las uniones de la plataforma móvil con la base fija son soportadas por dos cadenas cinemáticas idénticas del tipo  $2-SPS$ , accionadas por los pistones número dos y tres.

Adicionalmente a las tres cadenas cinemáticas actuadas, dicho mecanismo posee dos cuerpos rígidos entrecruzados que están unidos a la base fija mediante articulaciones pasivas de tipo rotacional, y al

Tabla 2.1: Datos principales de operación del robot paralelo

| Descripción del Parámetro                | Especificación                    |
|------------------------------------------|-----------------------------------|
| Máxima elevación de la plataforma móvil  | 430 mm                            |
| Altura mínima de la plataforma móvil     | 1070 mm                           |
| Ángulo de ladeo de la plataforma móvil   | $\pm 17^\circ$                    |
| Ángulo de cabeceo de la plataforma móvil | $\pm 15^\circ$                    |
| Máxima elongación de los actuadores      | 500 mm                            |
| Aceleración máxima de los actuadores     | $980 \text{ mm/s}^2$              |
| Masa total del robot                     | 1034 kg                           |
| Relación carga útil-masa del robot       | 2,18                              |
| Cilindros neumáticos (doble efecto)      | Festo, DNC-125-500                |
| Servo-válvulas                           | Proporcional de flujo, MPYE-5-3/8 |

elemento terminal mediante articulaciones pasivas cilíndrica y universal respectivamente. Los mismos proporcionan estabilidad y rigidez mecánica a la estructura del robot, pero a su vez restringen la movilidad del mecanismo, es decir, imposibilitan la rotación alrededor del eje  $z'$  (guiñada) y el desplazamiento a lo largo de los ejes  $x'$  y  $y'$ .

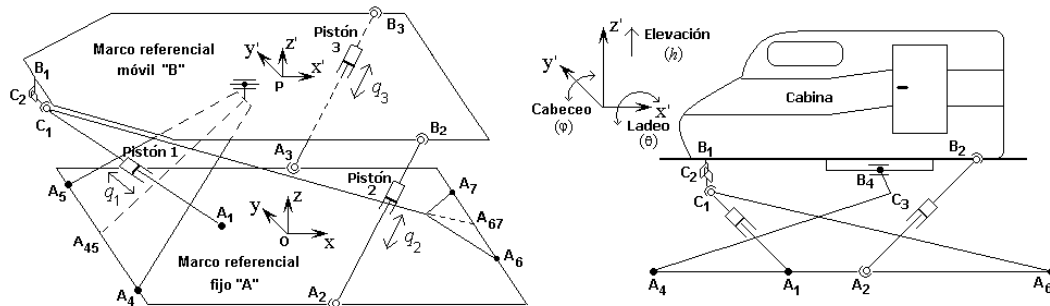


Figura 2.1: Arquitectura del simulador, nomenclatura empleada y sistemas referenciales.

Como se puede apreciar, se estudia un robot de estructura mecánica compleja, donde para lograr los grados de libertad con que cuenta el sistema, resulta necesario el accionar conjunto de sus extremidades actuadas, según se muestra en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2: Actuadores involucrados en la movilidad del robot

| Movimiento de la Plataforma | Actuadores involucrados |
|-----------------------------|-------------------------|
| Elevación ( $h$ )           | Pistones 1-2-3          |
| Ladeo ( $\theta$ )          | Pistones 2-3            |
| Cabeceo ( $\varphi$ )       | Pistones 1-2-3          |

### 2.1.2. Sistemas referenciales y nomenclatura

Para obtener las expresiones que describen el comportamiento cinemático, se procede a ubicar los sistemas de referenciales fijo y móvil, así como se define la nomenclatura y variables del robot.

El sistema de coordenadas fijo  $Oxyz$  se ubica en el centro de la base del robot con el eje  $z$  apuntando verticalmente hacia arriba y el eje  $x$  hacia la parte trasera, de manera análoga se coloca el sistema de coordenadas móvil  $Px'y'z'$  coincidentemente en el centro de la plataforma móvil y con el eje  $z'$  normal a la misma (ver figura 2.1). Por conveniencia las direcciones de los vectores unitarios de  $z$  y  $z'$  apuntan ambos en el mismo sentido y dirección, en consonancia con representaciones descritas en la bibliografía especializada (Angeles, 2007; Brezina, 2010).

Para efectuar el análisis cinemático se establecen las coordenadas de los puntos de pivoteo, del plano de la base y de la plataforma móvil, y demás puntos intermedios según el esquema de la figura 2.2.

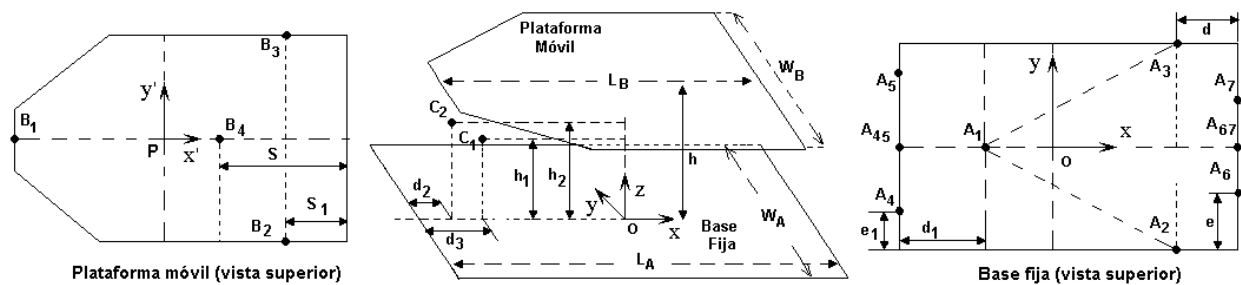


Figura 2.2: Definición de las coordenadas de los puntos de la base y plataforma móvil del robot.

Considerando la simetría de los puntos con respecto a los ejes coordenados, se define su localización particular evaluando (en mm) las expresiones siguientes en el espacio cartesiano.

$$\begin{aligned}
A_1 &= \left[-\frac{1}{2}L_A + d_1, 0, 0\right]^T & B_1 &= \left[-\frac{1}{2}L_B, 0, h\right]^T & C_1 &= \left[-\frac{1}{2}L_A + d_3, 0, h_1\right]^T \\
A_2 &= \left[\frac{1}{2}L_A - d, -\frac{1}{2}W_A, 0\right]^T & B_2 &= \left[\frac{1}{2}L_B - S_1, -\frac{1}{2}W_B, h\right]^T & C_2 &= \left[-\frac{1}{2}L_A + d_2, 0, h_2\right]^T \\
A_3 &= \left[\frac{1}{2}L_A - d, \frac{1}{2}W_A, 0\right]^T & B_3 &= \left[\frac{1}{2}L_B - S_1, \frac{1}{2}W_B, h\right]^T & P &= [0, 0, h]^T
\end{aligned}$$

## 2.2. Estudio cinemático

### 2.2.1. Representación vectorial

La formulación vectorial resulta un método analítico muy intuitivo, que permite mediante procedimiento geométrico, desarrollar un sistema de ecuaciones cinemáticas con igual cantidad de ecuaciones e incógnitas (Zhao y otros, 2005; Rolland, 2007).

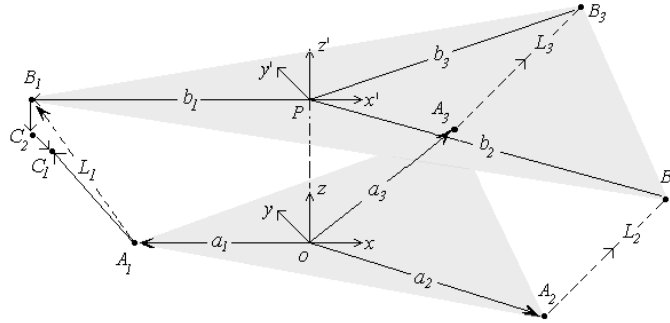


Figura 2.3: Representación de los diagramas vectoriales cerrados en el robot

Según el esquema vectorial de la figura 2.3, cada lazo articular estará gobernado por la ecuación vectorial cerrada siguiente:

$$\vec{p} + \vec{b}_i = \vec{a}_i + \vec{L}_i ; i = 1 \dots 3 \quad (2.1)$$

siendo:

$$\vec{p} = \vec{OP} = [P_x, P_y, P_z]^T - [O_x, O_y, O_z]^T$$

$$\vec{a}_i = \vec{OA}_i \Rightarrow |\vec{a}_i| = \|\vec{OA}_i\|_2 = \sqrt{(A_{ix} - O_x)^2 + (A_{iy} - O_y)^2 + (A_{iz} - O_z)^2}$$

$$\vec{b}_i = \vec{PB}_i \Rightarrow |\vec{b}_i| = \|\vec{PB}_i\|_2 = \sqrt{(B_{ix} - P_x)^2 + (B_{iy} - P_y)^2 + (B_{iz} - P_z)^2}$$

$$\vec{L}_i = \overrightarrow{A_i B_i} \Rightarrow |\vec{L}_i| = \|\overrightarrow{A_i B_i}\|_2 = \sqrt{(B_{ix} - A_{ix})^2 + (B_{iy} - A_{iy})^2 + (B_{iz} - A_{iz})^2}$$

La norma del vector  $\vec{L}_i$  representa la elongación experimentada por cada extremidad actuada, por consiguiente, la pose alcanzada por el elemento terminal es una función de su magnitud.

Empleando la notación mostrada en la figura 2.3, así como la definición de los puntos efectuada en la sección 2.1.2, el modelo cinemático del robot se desarrolla a partir del planteamiento y solución de las ecuaciones cerradas vectoriales enunciadas según (1.2), para cada extremidad activa del robot.

### 2.2.2. Modelo cinemático inverso

De manera general, en la robótica paralela el sistema de ecuaciones cinemáticas es altamente no lineal y su solución resulta compleja (Cherfia y otros, 2007); en este sentido, el sistema robótico estudiado no es una excepción. No obstante, el planteamiento del problema cinemático inverso constituye un paso importante para desarrollar los esquemas de control (Sabrie y otros, 2004; Zhao y otros, 2005).

Dado que el robot está diseñado para realizar funciones de simulador de movimiento, logrando controlar la posición de cada actuador por separado se tendrá el efecto deseado sobre la pose del elemento terminal. Por consiguiente, las ecuaciones de la cinemática inversa, servirán para conocer los valores adecuados de las elongaciones de los cilindros en cada instante de tiempo, en correspondencia con la orientación y posición deseadas de la plataforma móvil, dadas en el espacio cartesiano. Dichas expresiones relacionan analíticamente las coordenadas articulares del robot a partir de conocidas las variables espaciales; por lo tanto, en correspondencia con la expresión general (1.1), se puede plantear:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & \dots & q_n \end{bmatrix}^T = f_1(x, y, z, \theta, \varphi, \psi) = \Gamma^{-1} \quad (2.2)$$

Para representar la orientación del elemento terminal, se emplean los ángulos de Euler en el convenio ZYX (roll-pitch-yaw) (Jeon y J., 2008; Chalbat y Staicu, 2009).

$${}^{xyz}\mathbf{R}_{x'y'z'} = {}^A\mathbf{R}_B = \mathbf{R}_{(z,\psi)}\mathbf{R}_{(y,\varphi)}\mathbf{R}_{(x,\theta)} \quad (2.3)$$

$${}^A\mathbf{R}_B = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & 0 & \sin(\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Dada las características de la estructura mecánica, no existe movimiento de guiñada, por lo tanto la plataforma alrededor del eje  $z$  no experimenta rotación ( $\psi = 0$ ); quedando definida la matriz de rotación (2.4) como:

$${}^A\mathbf{R}_B = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi)\sin(\theta) & \sin(\varphi)\cos(\theta) \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi)\sin(\theta) & \cos(\varphi)\cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

El planteamiento del modelo cinemático inverso se desarrolla analíticamente mediante procedimiento geométrico, para lo cual se emplea la formulación vectorial desarrollada en el epígrafe 2.2.1, obteniéndose un sistema de ecuaciones cinemáticas con igual cantidad de ecuaciones e incógnitas.

Las coordenadas de los puntos  $A_i$  de la base fija son conocidas, y dependen únicamente de la geometría y dimensiones del robot; mientras los puntos  $B_i$  pertenecen al sistema de referencial móvil y sus coordenadas dependen de la pose de la plataforma móvil.

Partiendo de la expresión general (1.2) y considerando que para el robot bajo estudio se cumple en particular la ecuación vectorial cerrada (2.1), se plantea en términos de las coordenadas generalizadas de la plataforma móvil, la ecuación:

$$\overrightarrow{A_i B_i} = \overrightarrow{OP} + {}^A\mathbf{R}_B \overrightarrow{PB_i} - \overrightarrow{OA_i} ; \quad i = 1 \dots 3 \quad (2.6)$$

Debido a que la cadena cinemática del pistón central presenta una configuración articular diferente del resto de las extremidades actuadas, es necesario considerar la ecuación adicional:

$$\overrightarrow{A_1 B_1} = \overrightarrow{A_1 C_1} - \overrightarrow{C_2 C_1} - \overrightarrow{B_1 C_2} \quad (2.7)$$

Como las expresiones generales de restricción (1.13) se incorporan al problema cinemático; para el robot SIMPRO se derivan las siguientes ecuaciones de restricción:

$$\|\overrightarrow{PB_1}\|_2 = \sqrt{(B_{1x} - P_x)^2 + (B_{1y} - P_y)^2 + (B_{1z} - P_z)^2} - 1045 = 0$$



$$\begin{aligned}
\|\vec{PB}_2\|_2 &= \sqrt{(B_{2x} - P_x)^2 + (B_{2y} - P_y)^2 + (B_{2z} - P_z)^2} - 1022 = 0 \\
\|\vec{PB}_3\|_2 &= \sqrt{(B_{3x} - P_x)^2 + (B_{3y} - P_y)^2 + (B_{3z} - P_z)^2} - 1022 = 0 \\
\sqrt{\left(\|\vec{B_1B_2}\|_2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\|\vec{B_2B_3}\|_2\right)^2} &= \sqrt{\left(\|\vec{B_1B_3}\|_2\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\|\vec{B_2B_3}\|_2\right)^2} - 9450^2 = 0
\end{aligned} \quad (2.8)$$

Para proporcionar estabilidad y rigidez mecánica a la estructura robótica, su diseño incluye dos cuerpos rígidos entrecruzados entre la base fija y la plataforma móvil; por consiguiente, cuando la misma se eleva, realmente experimenta una traslación curvilínea en el plano  $x$ - $z$  y no una traslación pura a lo largo del eje  $z$ . Ello se indica en la figura 2.4-(a), donde se ilustra la traslación curvilínea, mediante la intercepción de la recta  $B'B''$  con la circunferencia de radio  $r$  (radio de giro del punto B), cuya magnitud es constante y conocida.

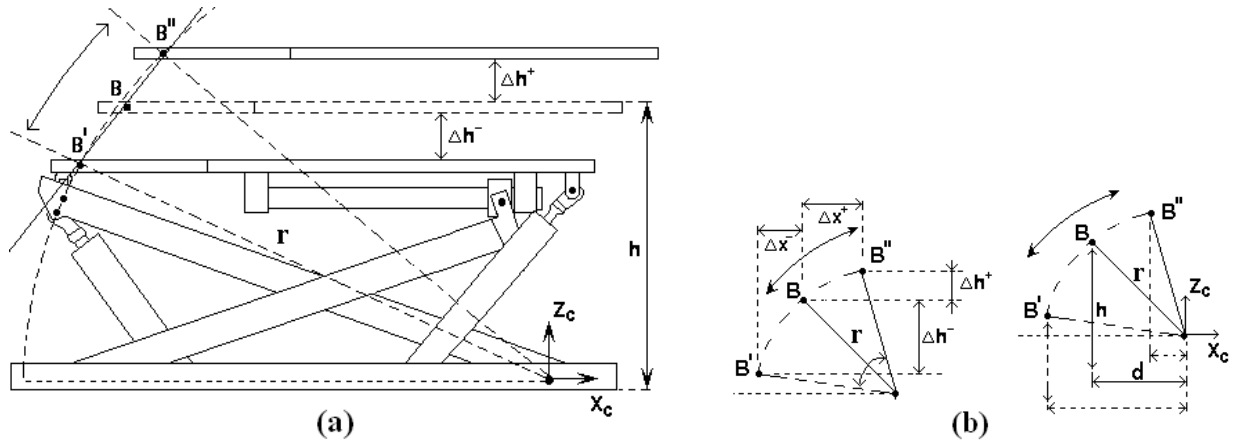


Figura 2.4: Desplazamiento adicional  $\Delta x$  que sufre la plataforma al elevarse

La expresión (2.9), se obtiene de las ecuaciones en coordenadas cartesianas de los triángulos rectángulos que se forman durante el movimiento curvilíneo, según se muestra en la figura 2.4-(b), donde se cumple la igualdad trigonométrica:  $d = \sqrt{r^2 - h^2}$ . Los valores de incremento ( $\Delta h^+$ ) o decremento ( $\Delta h^-$ ) en la elevación de la plataforma, se sustituyen en (2.9) para calcular el desplazamiento  $\Delta x$ , a partir de conocer la altura inicial  $h$  que posee la misma.

$$\Delta x = \sqrt{r^2 - h^2} - \sqrt{r^2 - (h \pm \Delta h)^2} \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) se incorpora solución del problema cinemático inverso, ya que permite previamente reajustar los valores de las coordenadas de los puntos  $B_i$  de la plataforma móvil, antes de proceder con el cómputo de la orientación de la plataforma. De esta manera, mediante composición de movimientos (de traslación primero, y de rotación después), es posible calcular la solución del problema cinemático inverso.

Considerando la expresión general (2.6) así como (2.7), se establecen las expresiones vectoriales para cada extremidad activa del robot.

$$\overrightarrow{A_1C_1} = \overrightarrow{OP} + {}^A\mathbf{R}_B \overrightarrow{PB_1} - \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{B_1C_2} + \overrightarrow{C_2C_1} \quad (2.10)$$

$$\overrightarrow{A_2B_2} = \overrightarrow{OP} + {}^A\mathbf{R}_B \overrightarrow{PB_2} - \overrightarrow{OA_2} \quad (2.11)$$

$$\overrightarrow{A_3B_3} = \overrightarrow{OP} + {}^A\mathbf{R}_B \overrightarrow{PB_3} - \overrightarrow{OA_3} \quad (2.12)$$

Como la posición inicial  $L_{oi}$  de los vástagos es conocida, resulta posible calcular el desplazamiento que experimenta cada actuador ( $\Delta q_i$ ) según el gráfico de la figura 2.5, considerando que:

$$\Delta q_i = \Delta L_i - L_{oi} \quad (2.13)$$

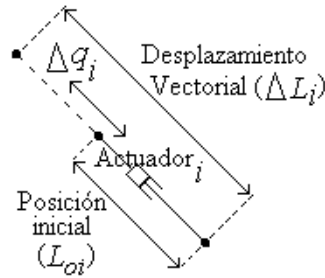


Figura 2.5: Elongación del vástago del pistón

Conocidos los ángulos de ladeo ( $\theta$ ), cabeceo ( $\varphi$ ), y la elevación ( $h$ ) de la plataforma, se pueden calcular las elongaciones correspondientes a los vástagos de los pistones, que se corresponde con la solución del valor de  $L_i$  del problema cinemático inverso, definido de manera general por (1.1) y de manera particular para el robot SIMPRO, por las ecuaciones (2.10) a la (2.12).

La magnitud del vector  $\vec{L}_i$  depende de la orientación y posición del elemento terminal, que se evalúa en (2.13) para obtener la elongación de los actuadores neumáticos como una función no lineal de las variables espaciales del robot. Luego, el comportamiento cinemático inverso del robot paralelo queda finalmente definido por:

$$\begin{aligned} L_1 &= \sqrt{(2076 - \lambda_0 - 940 \cos \varphi)^2 + (740 + h + 940 \sin \varphi)^2} \\ L_2 &= \sqrt{(1397 - \lambda_0 + 720 \cos \varphi + \lambda_1)^2 + \lambda_2^2 + (\lambda_3 - \lambda_4)^2} \\ L_3 &= \sqrt{(1397 - \lambda_0 + 720 \cos \varphi - \lambda_1)^2 + \lambda_2^2 + (-\lambda_3 - \lambda_4)^2} \end{aligned} \quad (2.14)$$

siendo:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \sqrt{1672^2 - 1720h - h^2} & \lambda_1 &= 500 \sin \theta \sin \varphi & \lambda_2 &= 500 \cos \varphi - 500 \\ \lambda_3 &= 500 \sin \theta \cos \varphi & \lambda_4 &= 720 \sin \varphi + 945 + h \end{aligned}$$

Sustituyendo las expresiones (2.14) en (2.13) se obtiene el sistema de ecuaciones que permite calcular el vector de coordenadas articulares del robot  $[q_1, q_2, q_3]^T$ , a partir de conocidas las variables que definen la pose de la plataforma móvil  $[h, \theta, \varphi]^T$ , quedando planteado de esta forma el problema cinemático inverso.

$$\begin{aligned} q_1 &= L_1 - L_{01} \\ q_2 &= L_2 - L_{02} \\ q_3 &= L_3 - L_{03} \end{aligned} \quad (2.15)$$

El sistema de ecuaciones anterior presenta la característica que los coeficientes varían en función de la posición en que se encuentre la plataforma móvil. Por lo tanto, a la hora de efectuar el control, los valores de  $L_{oi}$  permiten ajustar las ecuaciones cinemáticas en dependencia del punto de operación o elongación inicial que se desee definir para los actuadores. En el anexo A, se muestra el programa en Matlab que calcula las expresiones de la cinemática inversa del robot.

### 2.2.3. Modelo cinemático directo

La cinemática directa se puede ver aplicada en esquemas de control de la pose y velocidad del elemento terminal en el espacio de tareas para conocer la posición/orientación del robot a partir de las variables articulares (Merlet, 2006b; Gupta y otros, 2008). Debido al movimiento altamente acoplado que caracteriza a los robots paralelos, encontrar una única solución a la cinemática directa constituye hoy en día una de las problemáticas más difíciles de resolver (Jamwal y otros, 2010; Abbasnejad y otros, 2010), requiere de procedimientos numéricos para su solución, involucra un alto número de operaciones y brinda como resultado múltiples soluciones, constituyendo un inconveniente para su empleo en sistemas de control en tiempo real (Chen y Hwang, 2005; Gao y Yang, 2008). El empleo de paquetes de software y técnicas de inteligencia artificial han sido opciones empleadas para lograr obtener las soluciones de la cinemática directa (Rolland y Chandra, 2009), pero todavía no existe ningún algoritmo que determine la pose válida dentro del conjunto total de posibles variantes, siendo ello un problema abierto en este campo.

Las expresiones de la cinemática directa permiten determinar la pose del elemento terminal a partir de conocidas las variables articulares y los parámetros geométricos del robot (Lu y otros, 2007). En consonancia con la expresión general (1.1), se puede plantear, que la pose de la plataforma móvil queda determinada por el vector de posición  $\vec{p} = \vec{OP} = [P_x \ P_y \ P_z]^T$  y los ángulos de orientación  $\theta$  y  $\varphi$ .

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x & y & z & \theta & \varphi & \psi \end{bmatrix}^T = f_2(q_1, q_2, \dots, q_n) = \Gamma \quad (2.16)$$

Para plantear el análisis del problema cinemático directo conceptualizado en (1.5), se parte de la expresión general (2.6), la cual se puede escribir de la forma:

$$\begin{bmatrix} \vec{L}_1 \\ \vec{L}_2 \\ \vec{L}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{OP}|_{xyz} \\ \vec{OP}|_{xyz} \\ \vec{OP}|_{xyz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{PB}_1|_{xyz} \\ \vec{PB}_2|_{xyz} \\ \vec{PB}_3|_{xyz} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \vec{OA}_1|_{xyz} \\ \vec{OA}_2|_{xyz} \\ \vec{OA}_3|_{xyz} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Dado que  $L_i^2 = [\vec{OP} + {}^A\mathbf{R}_B \vec{PB}_i - \vec{OA}_i]^T [\vec{OP} + {}^A\mathbf{R}_B \vec{PB}_i - \vec{OA}_i]$ , a partir de (2.17) se plantea:

$$L_1^2 = (r_{11}b_{1x} + r_{12}b_{1y} + r_{13}b_{1z} + a_{1x})^2 + (r_{21}b_{1x} + r_{22}b_{1y} + r_{23}b_{1z} + a_{1y})^2 + (P_z + r_{31}b_{1x} + r_{32}b_{1y} + r_{33}b_{1z} + a_{1z})^2 \quad (2.18)$$

$$L_2^2 = (r_{11}b_{2x} + r_{12}b_{2y} + r_{13}b_{2z} + a_{2x})^2 + (r_{21}b_{2x} + r_{22}b_{2y} + r_{23}b_{2z} + a_{2y})^2 + (P_z + r_{31}b_{2x} + r_{32}b_{2y} + r_{33}b_{2z} + a_{2z})^2 \quad (2.19)$$

$$L_3^2 = (r_{11}b_{3x} + r_{12}b_{3y} + r_{13}b_{3z} + a_{3x})^2 + (r_{21}b_{3x} + r_{22}b_{3y} + r_{23}b_{3z} + a_{3y})^2 + (P_z + r_{31}b_{3x} + r_{32}b_{3y} + r_{33}b_{3z} + a_{3z})^2 \quad (2.20)$$

Que expresada en forma compacta queda:

$$L_i^2 = (r_{11}b_{ix} + r_{12}b_{iy} + r_{13}b_{iz} + a_{ix})^2 + (r_{21}b_{ix} + r_{22}b_{iy} + r_{23}b_{iz} + a_{iy})^2 + (P_z + r_{31}b_{ix} + r_{32}b_{iy} + r_{33}b_{iz} + a_{iz})^2 ; \quad i = 1 \dots 3 \quad (2.21)$$

Combinando las expresiones de la (2.18) a la (2.20) y considerando que dada la simetría del robot respecto al eje y, se cumple que  $b_{2x} = b_{3x}$ ,  $b_{2y} = -b_{3y}$  y  $b_{2z} = b_{3z}$ ; luego de simplificar y sustituir los valores de las coordenadas, se llega a:

$$(3320h + 2,75 \times 10^5 \sin \theta - 4,06 \times 10^5) \sin \varphi + [(-1000h + 1,25 \times 10^5) \sin \theta - 7,4 \times 10^4] \cos \varphi + 5 \times 10^5 \cos \theta + 10h - 149150 - L_1^2 + L_2^2 = 0 \quad (2.22)$$

$$(3320h - 2,75 \times 10^5 \sin \theta - 4,06 \times 10^5) \sin \varphi + [(1000h - 1,25 \times 10^5) \sin \theta - 7,4 \times 10^4] \cos \varphi + 5 \times 10^5 \cos \theta + 10h - 149150 - L_1^2 + L_3^2 = 0 \quad (2.23)$$

$$[(2000h - 2,5 \times 10^5) \cos \varphi - 5,5 \times 10^5 \sin \varphi] \sin \theta - L_2^2 + L_3^2 = 0 \quad (2.24)$$

Las ecuaciones (2.22) a la (2.24), considerando las restricciones (2.8) y la expresión (2.13), se incorporan en conjunto para solucionar la cinemática directa del robot. En este sentido, fue desarrollada en el paquete de software Virtual Robot Simulator (VRS) la aplicación de usuario mostrada en la figura 2.6-(a) para la evaluación de la cinemática directa del robot (Izaguirre y otros, 2009). La misma calcula y visualiza las poses alcanzadas por la plataforma móvil a partir de previamente ingresar los valores de las variables articulares en la correspondiente ventana de diálogo creada para este fin.

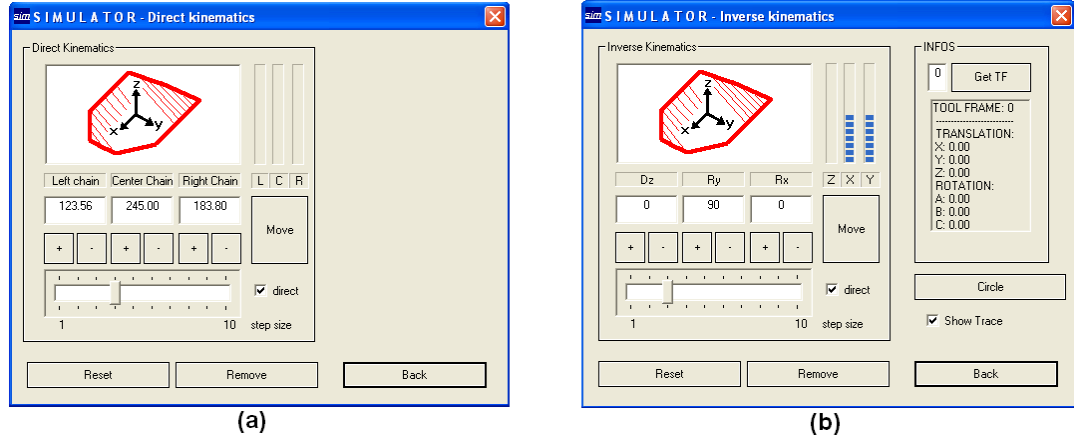


Figura 2.6: Aplicación de usuario en VRS para evaluación de la cinemática directa (a) e inversa (b)

#### 2.2.4. Cinemática diferencial

Estableciendo  $v_p = [v_{p,x} \ v_{p,y} \ v_{p,z}]^T$  como la velocidad líneal de la plataforma móvil y  $\omega_p = [\omega_{\theta,x} \ \omega_{\varphi,y} \ \omega_{\psi,z}]^T$  como la velocidad angular de la misma; entonces la razón de cambio de la posición y orientación en el espacio cartesiano del elememto terminal queda definida por el vector 6-dimensional ( $\dot{x}$ ) compuesto por dichas variables.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} v_p \\ \omega_p \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} v_{p,x} \\ v_{p,y} \\ v_{p,z} \\ \omega_{\theta,x} \\ \omega_{\varphi,y} \\ \omega_{\psi,z} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

En el epígrafe 1.2.3 del capítulo uno se analiza, para el caso de los robots paralelos, la separación de la matriz Jacobiana en dos matrices definidas por (1.17) y (1.18), para las cuales se cumple la igualdad:

$$J_q \dot{q} = J_x \dot{x} \quad (2.26)$$

Así es posible relacionar las velocidades lineales  $v_p$  y angulares  $\omega_p$  del elemento terminal con la razón de cambio respecto al tiempo de las variables articulares.

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J} \left( \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right) = \mathbf{J} \begin{bmatrix} v_p \\ \omega_p \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Para cada extremidad activa del robot se define un sistema referencial local  $A_i(x_i, y_i, z_i)$  asociado a su base, figura 2.7-(a). Dado que las extremidades del robot poseen orientaciones diferentes con respecto al sistema de referencia fijo  $O(x, y, z)$ , se considera un nuevo sistema rotado alrededor del eje  $y_i$  un ángulo  $\pm\rho_i$ , que posee idéntico origen que  $A_i(x_i, y_i, z_i)$  pero con los vectores unitarios denotados por  $(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)$  orientados de manera que el vector unitario  $\hat{z}_i$  apunte en la misma dirección que  $\overrightarrow{A_i B_i}$  coincidiendo así con la elongación articular  $q_i$ , según se ilustra en la figura 2.7-(b).

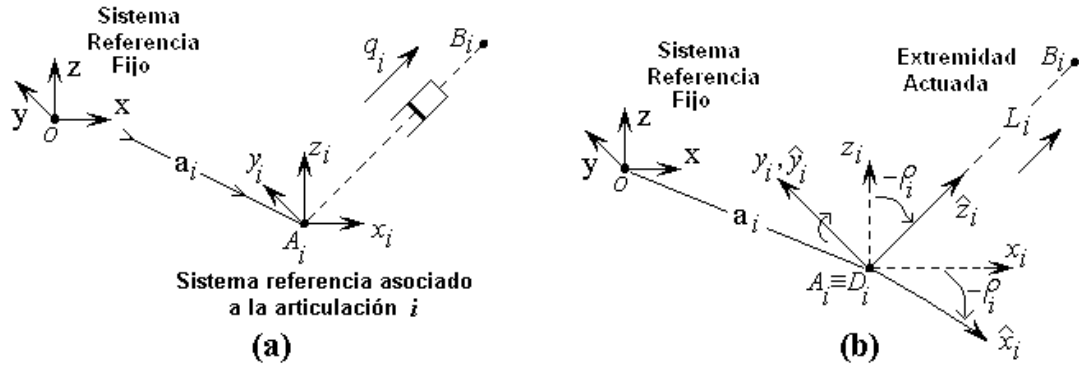


Figura 2.7: Sistema referencial y vectores unitarios asociados a cada extremidad activa

Para conocer la orientación relativa de cada extremidad robótica respecto al sistema de referencia fijo, se calculan los ángulos  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ , haciendo uso de la expresión (13) del Anexo B.

$$\rho_1 = \cos^{-1} \left( \frac{\overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{OA_1} \cdot \overrightarrow{A_1 B_1}}{\|\overrightarrow{OA_1}\|_2 \|\overrightarrow{A_1 B_1}\|_2} \right) \quad (2.28)$$

$$\rho_2 = \cos^{-1} \left( \frac{\overrightarrow{OA_2} \cdot \overrightarrow{A_2 B_2} + \overrightarrow{OA_2} \cdot \overrightarrow{A_2 B_2} + \overrightarrow{OA_2} \cdot \overrightarrow{A_2 B_2}}{\|\overrightarrow{OA_2}\|_2 \|\overrightarrow{A_2 B_2}\|_2} \right) \quad (2.29)$$

$$\rho_3 = \cos^{-1} \left( \frac{\overrightarrow{OA_3} \cdot \overrightarrow{A_3 B_3} + \overrightarrow{OA_3} \cdot \overrightarrow{A_3 B_3} + \overrightarrow{OA_3} \cdot \overrightarrow{A_3 B_3}}{\|\overrightarrow{OA_3}\|_2 \|\overrightarrow{A_3 B_3}\|_2} \right) \quad (2.30)$$

En la cinemática diferencial se definen las matrices Jacobianas para establecer las relaciones existentes entre las velocidades de movimiento del elemento terminal y la razón de cambio de las coordenadas articulares. Teóricamente la formulación analítica de las mismas requiere de procedimientos matemáticos complicados (Lu y Hu, 2007; Yang y O'Brien, 2008). En este caso, se procederá a obtener las Jacobianas a partir de diferenciar y algebraicamente manipular las expresiones vectoriales cinemáticas cerradas del robot paralelo SIMPRO.

En lo adelante se define la notación  $(\times)$  para indicar la operación producto vectorial. Luego, definiendo  $\vec{\omega}_i$  como el vector velocidad angular de la extremidad  $i$  del robot con respecto al sistema de referencia fijo, a partir de diferenciar la expresión vectorial cerrada (2.1), se plantea:

$$v_p + \omega_p \times \vec{b}_i = L_i \vec{\omega}_i \times \hat{z}_i + \dot{L}_i \hat{z}_i ; i = 1 \dots 3 \quad (2.31)$$

Haciendo uso de la propiedad vectorial (6) mostrada en el Anexo B, se multiplica a ambos lados de (2.31) por el vector unitario  $\hat{z}_i$ , con el objetivo de eliminar la variable pasiva  $\vec{\omega}_i$ , obteniéndose:

$$v_p \hat{z}_i + (\omega_p \times \vec{b}_i) \hat{z}_i = \dot{L}_i$$

La velocidad angular  $\omega_p$  está referida al sistema de referencia móvil, para conocer la misma respecto al marco referencial fijo se emplea la matriz de rotación (2.5).

$$\begin{aligned} \dot{L}_i &= v_p \hat{z}_i + \left[ \left( {}^A \mathbf{R}_B \right) \omega_p \times \vec{b}_i \right] \hat{z}_i \Rightarrow \dot{L}_i = v_p \hat{z}_i + ({}^A \omega_p \times \vec{b}_i) \hat{z}_i \\ \dot{L}_i &= \left[ v_p + ({}^A \omega_p \times \vec{b}_i) \right] \hat{z}_i = v_{Bi} \hat{z}_i \end{aligned} \quad (2.32)$$

Puesto que se asume que la plataforma móvil mantiene su rigidez durante el movimiento, entonces la velocidad lineal de la misma coincide con la velocidad lineal  $v_{Bi}$  de los puntos de pivoteo  $B_i$  que articulan cada extremidad activa con la plataforma móvil, cumpliéndose  $\dot{\mathbf{q}}_i = v_{Bi} \hat{z}_i$ . Luego, aplicando la propiedad (9) del producto vectorial (ver Anexo B) se puede matricialmente plantear (2.32) de forma compacta como:

$$\dot{\mathbf{q}}_i = v_p \hat{z}_i + (\vec{b}_i \times \hat{z}_i) {}^A \omega_p ; i = 1 \dots 3 \quad (2.33)$$

La parte izquierda de (2.33) indica la razón de cambio de las variables articulares, mientras que en la derecha se representan la velocidad lineal y angular de la plataforma móvil respectivamente. Luego,



mediante comparación de (2.33) y (2.26) se deriva que:

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Conociendo que  $\mathbf{J}_q = I_{3 \times 3}$  se desarrolla la ecuación (2.33) para cada cadena cinemática ( $i = 1 \dots 3$ ), teniendo en cuenta que las restricciones de movimiento lineal implican que  $v_{p,x} = v_{p,y} = 0$  y las de movimiento angular que  $\omega_{\psi,z} = 0$ , lo cual se sustituye en (2.25), para llegar a la expresión:

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial h} & \frac{\partial q_1}{\partial \theta} & \frac{\partial q_1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial q_2}{\partial h} & \frac{\partial q_2}{\partial \theta} & \frac{\partial q_2}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial q_3}{\partial h} & \frac{\partial q_3}{\partial \theta} & \frac{\partial q_3}{\partial \varphi} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Replanteándose (2.27) como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1 \\ \dot{\mathbf{q}}_2 \\ \dot{\mathbf{q}}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{q}_1}{\partial h} & \frac{\partial \mathbf{q}_1}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{q}_1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_2}{\partial h} & \frac{\partial \mathbf{q}_2}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{q}_2}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \mathbf{q}_3}{\partial h} & \frac{\partial \mathbf{q}_3}{\partial \theta} & \frac{\partial \mathbf{q}_3}{\partial \varphi} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_{ij} = \frac{\partial \mathbf{q}_i}{\partial \mathbf{x}_j}} \begin{bmatrix} v_{p,z} \\ \omega_{\theta,x} \\ \omega_{\varphi,y} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Los elementos correspondientes a la Jacobiana (2.35) se encuentran desarrollados en el Anexo C, donde puede observarse que la matriz Jacobiana del robot ( $\mathbf{J}$ ) coincide con la matriz Jacobiana de la cinemática directa ( $\mathbf{J}_x$ ), puesto que  $\mathbf{J}_{3 \times 3} = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_x$ , relacionándose las velocidades de la plataforma móvil con las velocidades de las articulaciones activas del robot.

En el análisis efectuado las matrices Jacobianas se han obtenido a partir de diferenciar directamente la ecuación vectorial cerrada (2.1), a similar resultado se llega diferenciando la expresión (2.6).

### 2.2.5. Análisis de singularidades

La aparición de singularidades limita la movilidad del mecanismo, atenta contra la controlabilidad y puede degradar el comportamiento del lazo (Chalbat y Staicu, 2009; Madusudanan y otros, 2010). Por lo tanto resulta de interés demostrar la no existencia de configuraciones singulares, aún cuando se tuvo especial atención durante el diseño y construcción del mecanismo por parte de la entidad fabricante SIMPRO de no desarrollar una arquitectura mecánica provista de posibles configuraciones singulares.

Con el fin de completar el estudio del comportamiento cinemático global del simulador de movimiento, se procede en este epígrafe a llevar a cabo el análisis de singularidades, para lo cual se efectúa el análisis enfocado a diferentes procedimientos que permiten evaluar de una forma u otra la posible presencia de singularidades en el robot.

#### **Evaluación del determinante de las Jacobianas**

En el epígrafe 2.2.4 se definieron las matrices Jacobianas del robot, de gran utilidad a la hora de efectuar el análisis de las configuraciones singulares, puesto que deben evaluarse ambos determinantes.

Dado que  $\mathbf{J}_q$  es igual a la matriz identidad -ver ecuación(2.34)-, su determinante es la unidad, descartándose la existencia del tipo de singularidad asociada a la cinemática inversa.

Por otra parte, conocidos los elementos de la matriz (1.17) desarrollados en el Anexo C, se procede a evaluar el determinante de dicha matriz mediante programa desarrollado en Matlab para calcular simbólicamente el mismo, no encontrándose soluciones reales para las variables espaciales que hicieran cero el determinante. A resultado equivalente arribó Jih-Hua Chin en estudios con un robot paralelo hidráulico de parecida arquitectura (Chin y otros, 2008).

Desde otro punto de vista, para evitar que el determinante de (1.17) sea nulo, las columnas de dicha matriz deben ser linealmente independientes. La dependencia lineal se logra estructuralmente cuando las cadenas cinemáticas poseen igual arquitectura, quedando la condición de singularidad fuertemente subordinada a las dimensiones de los cuerpos rígidos y eslabones que componen dichas cadenas y a su simetría. En el robot SIMPRO, las cadenas traseras son ambas idénticas (2-SPS) pero simétricas

respecto al eje  $x$ , mientras que la cadena central es diferente. Si se analizan los tres vectores unitarios que apuntan a lo largo de las mismas, se garantizará que  $\det(\mathbf{J}_x) \neq 0$  ya que se cumplirá que las columnas de (1.17) sean linealmente independientes. Similares resultados son reportados por Y. Lu en estudios con robots paralelos asimétricos de topología 2-UPU+X (Lu y Hu, 2006).

### **Evaluación del número de condición**

El número de condición  $k(\mathbf{J})$  de la matriz Jacobiana definido como el cociente entre el mayor y el menor valor singular (2.37), es empleado como indicador para determinar la cercanía de la pose del robot a una singularidad (Bandyopadhyay y Ghosal, 2008). Aunque el mismo no define matemáticamente de manera exacta la distancia a la singularidad para robots que poseen movimientos combinados de traslación y rotación, es de reconocer que la evaluación del número de condición es aceptado como un indicador válido para el estudio de singularidades, pues presenta la gran ventaja de que mediante un simple valor numérico se puede describir esta importante propiedad (Merlet, 2006a).

$$1 \leq k(\mathbf{J}) = \frac{\sigma_{max}(\mathbf{J})}{\sigma_{min}(\mathbf{J})} \leq \infty \quad (2.37)$$

Dada la dificultad en obtener los valores singulares de manera simbólica, se efectúa la evaluación numérica de la matriz Jacobiana para diferentes poses de la plataforma móvil, calculándose los valores singulares a partir de solucionar la ecuación:  $\det(\sigma^2 I - \mathbf{J}^T \mathbf{J}) = 0$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden  $n \times n$  (Wu y otros, 2007). Los resultados obtenidos del cálculo numérico de los valores singulares no mostraron magnitudes del número de condición indicativos de cercanía a la singularidad.

### **Evaluación mediante herramienta de software**

Investigaciones previas con el robot contemplan el estudio cinemático y simulación empleando el software VRS de probada efectividad en aplicaciones robóticas (Mellado y otros, 2003). En este contexto, se desarrolló una aplicación de usuario para resolver la cinemática y conjuntamente explotar las potencialidades gráficas y de programación asociadas al mismo (Izaguirre y otros, 2009).

En la figura 2.6-(a) se muestra la ventana de diálogo empleada para la ejecución de la aplicación de usuario correspondiente a la cinemática directa, gracias a la cual se puede calcular la posición/orientación de la plataforma móvil, partiendo de la configuración conocida de las coordenadas

articulares del robot. La misma fue utilizada para obtener y evaluar las posibles poses alcanzadas por la plataforma móvil para diferentes valores de las variables articulares, haciendo variar desde la posición inicial hasta el valor máximo (500 mm) la elongación de los actuadores prismáticos del simulador.

Los estudios con VRS (Izaguirre y otros, 2009) no mostraron posturas singulares en las simulaciones correspondientes a la cinemática directa, que abarcaron toda la elongación de los pistones del robot.

### **Evaluación mediante pruebas experimentales**

Finalmente se procedió a corroborar la no existencia de configuraciones singulares mediante experimentos de laboratorio generalizados a todo el espacio de trabajo del robot, sometiendo a los actuadores del mismo a desplazarse continuamente en todo su recorrido, siguiendo filosofía de experimento empleada por Yasuda (Yasuda y otros, 2000). Experimentalmente se confirma que el robot controlado, puede ubicar su plataforma móvil en poses extremas (ver figura 2.8), no detectándose en ningún caso la presencia de singularidades, inclusive en las fronteras del espacio de trabajo. Por demás, se corroboran los resultados de las simulaciones efectuadas con VRS.



Figura 2.8: Poses extremas de ladeo ( $\pm 35^\circ$ ) y cabeceo ( $\pm 32^\circ$ ) en los límites del espacio de trabajo

No obstante, desde el punto de vista práctico, se tiene especial atención en no generar señales de posicionamiento para la plataforma móvil con excesiva amplitud, por lo que el universo de control quedará acotado a un entorno reducido de espacio de trabajo. Dichas especificaciones aparecen recogidas en la Tabla 2.1 donde se aprecia que los ángulos de ladeo y cabeceo están restringidos a los valores de  $\pm 17^\circ$  y  $\pm 15^\circ$  respectivamente, prestaciones que están especificadas por debajo de las máximas capacidades de operación real del robot.

La evaluación del determinante de las matrices Jacobianas y del número de condición, el modelo cinemático directo evaluado en VRS mediante herramientas gráficas de simulación, y las pruebas experimentales efectuadas, proveen la garantía del comportamiento global del robot sin presencia de singularidades en su espacio de trabajo.

### 2.3. Validación de las expresiones cinemáticas

Dada la complejidad de las expresiones cinemáticas, el carácter altamente no lineal, así como su importancia a la hora de implementar el control del sistema, se procede a verificar las mismas mediante herramientas de simulación, a partir del modelo CAD del robot desarrollado para tales fines.

El ADAMS -Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems-, software diseñado para estudiar el comportamiento dinámico de sistemas multicuerpos, ofrece variedad de opciones para el estudio, diseño y análisis de estructuras dinámicas complejas. Gracias a sus potencialidades se ha convertido en herramienta de probada efectividad en la modelación, simulación y validación de ecuaciones cinemáticas y dinámicas en robots paralelos (Selvakumar y otros, 2009).

Mediante procedimientos numéricos, el mismo cuenta con módulos de simulación donde se encuentran agrupadas las herramientas matemáticas y de visualización del sistema que se pretende analizar, ello permite estudios integrales de estructuras robóticas gracias a un conjunto de funcionalidades disponibles. Cuenta además con interfaz gráfica (Adams/View) para facilitar el diseño de modelos.

Adams es capaz de exportar el modelo CAD del robot como bloque hacia el Simulink del Matlab, incrementando notablemente la funcionalidad a la hora de efectuar los procesos de simulación, diseño y análisis, dado que se pueden integrar en simulación conjunta las potencialidades y herramientas de ambos softwares (Xu y Li, 2009).

El modelo virtual del simulador de movimiento de estructura paralela se muestra en la figura 2.9-(a). Se prestó especial atención en efectuar el modelado geométrico de las partes integrantes del robot, considerando las dimensiones físicas, articulaciones, cuerpos rígidos, etc. así como las coordenadas de

localización de todos y cada uno de los puntos de anclaje y pivoteo, empleándose iguales valores a los utilizados para desarrollar las expresiones cinemáticas analíticas. El sistema en su conjunto se simula mediante el empleo del modelo virtual de la plataforma confeccionado en Adams, que se exporta como subsistema al Matlab/Simulink con los puertos de entrada-salida según se muestra en la figura 2.9-(b).

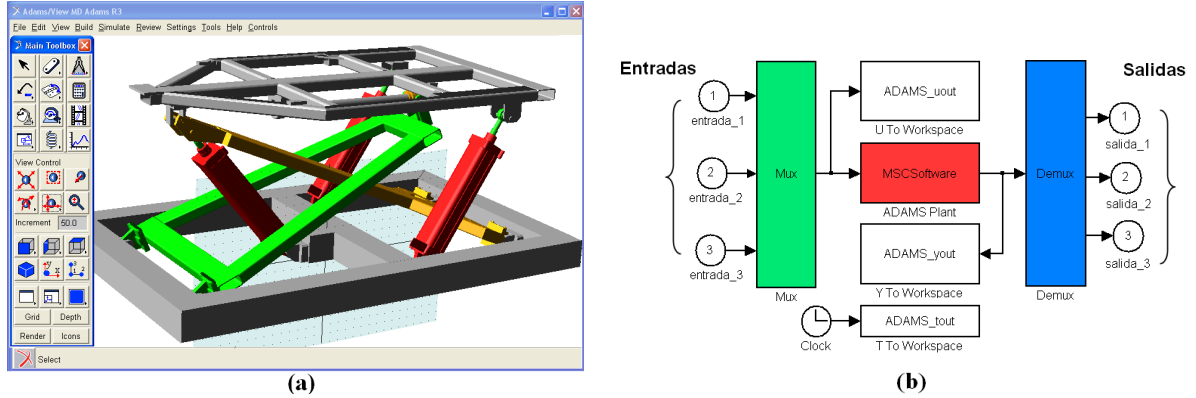


Figura 2.9: Modelo virtual del robot diseñado en Adams (a) y bloque con puertos de E/S (b)

Para validar las ecuaciones cinemáticas, se programa en el Matlab/Simulink las señales a seguir por la plataforma móvil para las variables de altura  $h(t)$ , ladeo  $\theta(t)$  y cabeceo  $\varphi(t)$ ; las mismas se obtienen a partir de funciones sinusoidales continuas y derivables, generándose para valores de frecuencia de  $\omega = 0, 1 \text{ rad/seg}$  que pueden ser seguidos dinámicamente por el robot.

$$h(t) = 75\beta_0(0,15 + \beta_1)(0,15 + \beta_2) + 100 \quad (2.38)$$

$$\theta(t) = 12 \cos(\omega t^2)(0,1 + \beta_1)^2 - 5 \quad (2.39)$$

$$\varphi(t) = 9 \sin(\omega t^2)(0,1 + \beta_0)^2 - 5 \quad (2.40)$$

donde:  $\beta_0 = \cos \omega t^2$ ;  $\beta_1 = \sin(4\omega t)$ ;  $\beta_2 = \cos(4\omega t)$

Para variar la altura se aplica a la plataforma móvil un desplazamiento entre 50 y 155 mm a lo largo del eje  $z'$ , siguiendo una trayectoria de tipo sinusoidal definida por (2.38). Las variaciones en el ladeo y cabeceo responden a las expresiones (2.39) y (2.40) respectivamente; dichas funciones producen variaciones sinusoidales entre  $10^\circ$  y  $-18^\circ$  para el ladeo y entre  $6^\circ$  y  $-15^\circ$  para el cabeceo.

La validación de las ecuaciones cinemáticas se efectúa mediante cosimulación Matlab-Adams según el diagrama de bloques de la figura 2.10. En el Matlab/Simulink se programa el bloque con las ecua-

ciones de la cinemática inversa expresadas en (2.14), al mismo se aplican como entradas las señales de altura  $h(t)$ , ladeo  $\theta(t)$  y cabeceo  $\varphi(t)$ , funciones que provocan variaciones sustanciales en las elongaciones de los actuadores, lo que permite evaluar el comportamiento del robot desde el punto de vista cinemático en prácticamente todo el recorrido de los cilindros neumáticos. Las salidas del bloque de la cinemática, correspondiente a las variables articulares ( $q_1, q_2, q_3$ ) se ingresan como desplazamientos deseados al modelo virtual del robot desarrollado en Adams, el cual devuelve las variaciones experimentadas en la pose del robot, que se utilizan para comparar con las trayectorias deseadas iniciales.

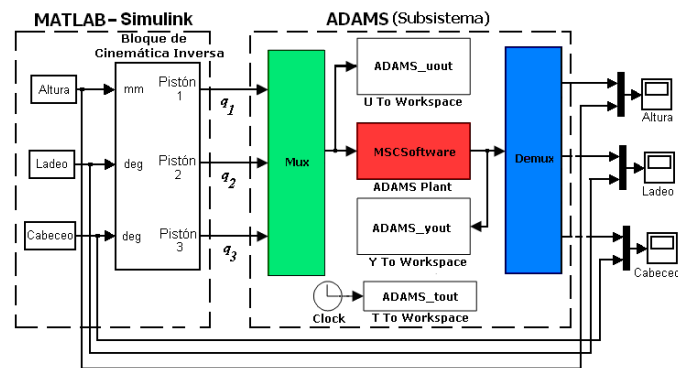


Figura 2.10: Diagrama de bloques empleado en la simulación conjunta Matlab-Adams

Los resultados de la validación arrojados por la cosimulación muestran de manera evidente la estrecha relación existente entre las curvas obtenidas de la solución de las expresiones analíticas y de la salida del modelo virtual en Adams, según se observa en las figuras 2.11 y 2.12. Para evaluar la similitud entre las mismas se procede a calcular para cada variable el error cuadrático medio y la desviación cuadrática media del error (en porciento) obteniéndose los valores que se indican en la Tabla 2.3, lo cual corrobora la validez del sistema de ecuaciones correspondientes a la cinemática del robot.

Tabla 2.3: Resultados de la comparación de las curvas de validación

| Descripción                            | Altura ( $mm$ ) | Ladeo ( $^{\circ}$ ) | Cabeceo ( $^{\circ}$ ) |
|----------------------------------------|-----------------|----------------------|------------------------|
| Rango de variación                     | 105,63          | 28,43                | 21,18                  |
| Error cuadrático medio                 | 2,4207          | 0,2239               | 0,5722                 |
| Error cuadrático medio normalizado (%) | 2,29            | 0,78                 | 2,70                   |

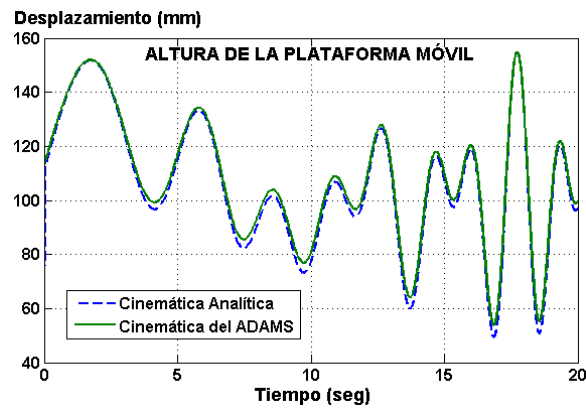


Figura 2.11: Variaciones en la altura de la plataforma móvil al solucionar la cinemática

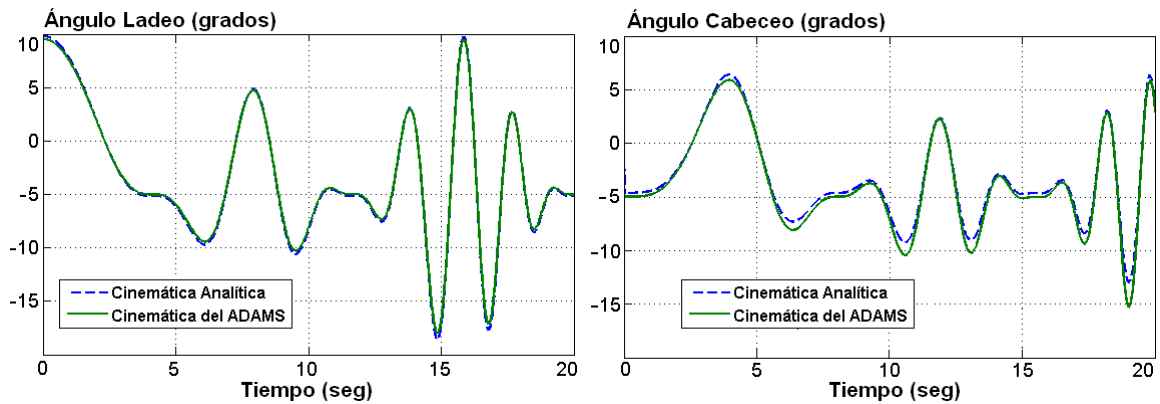


Figura 2.12: Variaciones en la orientación de la plataforma móvil al solucionar la cinemática

## 2.4. Modelación dinámica

En la sección 1.2.4 se analizaron los métodos para la obtención del modelo dinámico en robots paralelos. En referencia a la ecuación (1.20) se plantea el modelo dinámico del robot según el principio del trabajo virtual, cuya principal ventaja es su eficiencia computacional. Ello requiere del cálculo de las Jacobianas de las articulaciones, que deben ser obtenidas a partir de sucesivas diferenciaciones de las ecuaciones de posición referidas a los centros de masa de los cilindros y vástagos de las extremidades activas del robot.

Como el elemento terminal debe ser posicionado y orientado en el espacio cartesiano teniendo en cuenta las características de movimiento deseadas, las coordenadas de localización de la plataforma



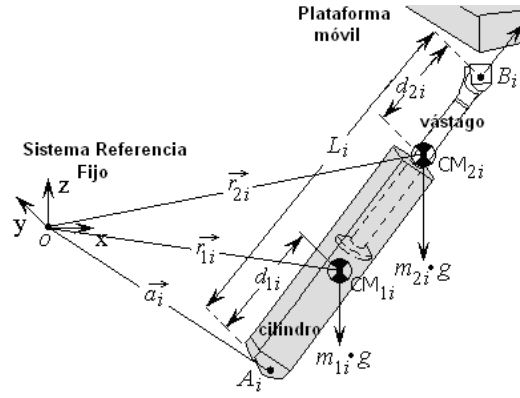


Figura 2.13: Definición de los parámetros geométricos asociados a las extremidades actuadas

móvil quedarán definidas por la posición, velocidades y aceleraciones de las variables articulares, así como por los parámetros dimensionales del robot, longitud, masas e inercias de sus elementos (Izaguirre y otros, 2010a). Luego, utilizando los subíndices 1 y 2 para definir las ecuaciones vectoriales asociadas a los cilindros y vástagos respectivamente, se enuncian las expresiones de posición articular siguiendo la notación mostrada en la figura 2.13.

$$\vec{r}_{1i} = \vec{a}_i + d_{1i} \hat{z}_i \quad i = 1 \dots 3 \quad (2.41)$$

$$\vec{r}_{2i} = \vec{a}_i + (L_i - d_{2i}) \hat{z}_i \quad i = 1 \dots 3 \quad (2.42)$$

El vector unitario  $\hat{z}_i$  que apunta a lo largo de cada extremidad del robot (ver figura 2.7-b) se emplea para expresar las ecuaciones (2.41) y (2.42) en el sistema referencial articular local  $D_i(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)$ .

Las velocidades de los centros de masa del cilindro y vástago se logran diferenciando (2.41) y (2.42).

$$\vec{v}_{1i} = d_{1i} \vec{\omega}_i \times \hat{z}_i \quad (2.43)$$

$$\vec{v}_{2i} = (L_i - d_{2i}) \vec{\omega}_i \times \hat{z}_i + \dot{L}_i \hat{z}_i \quad (2.44)$$

Y las aceleraciones en cada cadena articulada actuada, a partir de diferenciar (2.43) y (2.44).

$$\vec{\dot{v}}_{1i} = d_{1i} \vec{\dot{\omega}}_i \times \hat{z}_i + d_{1i} \vec{\omega}_i \times (\vec{\omega}_i \times \hat{z}_i) \quad (2.45)$$

$$\vec{\dot{v}}_{2i} = (L_i - d_{2i})(\vec{\dot{\omega}}_i \times \hat{z}_i) + (L_i - d_{2i}) \vec{\omega}_i \times (\vec{\omega}_i \times \hat{z}_i) + 2\dot{L}_i(\vec{\omega}_i \times \hat{z}_i) + \ddot{L}_i \hat{z}_i \quad (2.46)$$

Las variables  $\dot{L}_i$  y  $\ddot{L}_i$  indican la velocidad y aceleración respectivamente del movimiento de desplazamiento de los vástagos.

Las expresiones de la (2.41) a la (2.46) son punto de partida para la obtención del modelo dinámico del robot, cuyo desarrollo se muestra en el Anexo D de forma resumida. A pesar de la adopción de determinadas aproximaciones dinámicas, el mismo presenta un carácter fuertemente no lineal y multivariable (Izaguirre y otros, 2010b), por lo que su empleo para el diseño de un controlador IDC implicará un preciso cálculo de los parámetros dinámicos (la calidad del desempeño del control resulta proporcional a la exactitud del modelo) y demandará el cómputo de operaciones matriciales a ejecutar dentro del lazo de control, con inversión de matrices, imponiendo altas exigencias al hardware de control. Por consiguiente, se decide prescindir del mismo y en su lugar utilizar el modelo dinámico de los actuadores del robot a partir de datos de entrada-salida obtenidos mediante identificación experimental con la planta real, y bajo estas condiciones efectuar la síntesis de los controladores articulares.

La modelación dinámica del lazo articular se fundamenta en que las extremidades activas en los robots paralelos, además de servir para soportar estructuralmente la plataforma móvil, cumplen también la función de elementos actuadores o motrices, cuyas características y comportamiento juegan un rol importante en el desempeño dinámico del robot (Kolbus y otros, 2008). Para el robot SIMPRO, la velocidad y aceleración de los actuadores lineales tienen incidencia directa en la velocidad y aceleración con que se logra el posicionamiento continuo de la plataforma móvil, por consiguiente, el modelo dinámico de los mismos se empleará para el control del mecanismo.

La dinámica de los actuadores electro-neumáticos es altamente no lineal, debido fundamentalmente a la compresibilidad del aire, la baja viscosidad del gas, el comportamiento no lineal del flujo de aire a través de las válvulas y la existencia de fuerzas de fricción estáticas y dinámicas entre el cilindro y el pistón, lo cual provoca perturbaciones al sistema y dificulta el control de los mismos (Hahn, 2005; Krejnin y Krivts, 2006).

Una solución para el control continuo de actuadores electroneumáticos fue desarrollada por E. Rubio, quien presenta un método para la modelación dinámica basada en identificación experimental aplicada a este tipo de sistemas (Rubio, 2007), cuyas experiencias previas realizadas con plataforma neumática

de dos grados de libertad, se extienden ahora al simulador de movimiento de tres grados de libertad de mayor complejidad y carácter acoplado. El modelo analítico del actuador lineal electroneumático, considera el subdimensionamiento de la válvula y las constantes de tiempo del cilindro, de modo que describe con mayor exactitud la dinámica real del sistema, definiéndose el modelo por la expresión:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\frac{A_1 G_1 / C_1}{\tau_1 s + 1} + \frac{A_2 G_2 / C_2}{\tau_2 s + 1}}{s \left( M s + F_v + \frac{A_1 K_{1y} / C_1}{\tau_1 s + 1} + \frac{A_2 K_{2y} / C_2}{\tau_2 s + 1} \right)} \quad (2.47)$$

Donde las constantes de tiempo se calculan como:  $\tau_1 = \frac{K_{1p}}{C_1}$  ;  $\tau_2 = \frac{K_{2p}}{C_2}$

$P_1, P_2$ : Presiones aplicadas en las cámaras de los cilindros (Pa)

$A_1, A_2$ : Área del pistón en cada cámara ( $m^2$ )

$M$ : Masa (kg)

$F_v$ : Fricción viscosa (N s/m)

$Y$ : Posición del vástago (m)

Las constantes  $G_1, G_2$  en ( $kg/s m^2$ ) y  $C_1, C_2$  en ( $kg/s Pa$ ) se obtienen de las derivadas parciales de las ecuaciones que consideran el flujo másico de aire a través de la válvula proporcional de flujo:  $q_m = f(x, P_{ent}, P_{sal})$ . Por su parte, las constantes  $K_{1p}, K_{2p}$  en ( $kg/Pa$ ) y  $K_{1y}, K_{2y}$  en ( $kg/m$ ) son obtenidas mediante diferenciación de la ecuación de estado de los gases ideales respecto a la presión y el volumen de aire, dependientes de la posición del pistón (Rubio y otros, 2007).

En tal sentido, se identifica dinámicamente el sistema válvula-pistón de cada extremidad activa del robot, para lo cual se emplea el diagrama mostrado en la figura 2.14, controlándose el lazo cerrado a un período de muestreo de un milisegundo (ms).

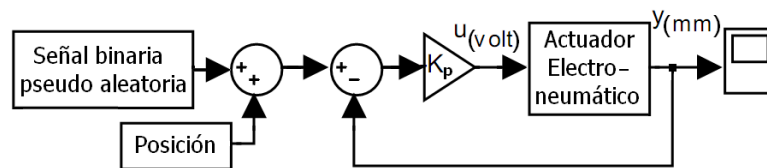


Figura 2.14: Diagrama de bloques para la identificación dinámica del sistema electroneumático

Debido a la mayor complejidad estructural del sistema robótico, la identificación se realiza alrededor del valor de posición central de cada cilindro, donde los polos complejos están más próximos al origen del plano del lugar de las raíces, en correspondencia con la dinámica más exigente del actuador.

La frecuencia y amplitud de la señal binaria pseudo aleatoria (PRBS) de entrada, así como el valor de ganancia proporcional  $K_p$ , se escogen para garantizar que el sistema robótico responda persistentemente excitado. La función transferencial del subsistema válvula-pistón que relaciona la posición del actuador  $Y(s)$  con el voltaje de entrada aplicado a la servoválvula  $U(s)$  adquiere la forma de la ecuación de tercer orden (2.48), donde  $\omega_n$  y  $\zeta$  representan la frecuencia natural no amortiguada y razón de amortiguamiento respectivamente del sistema, mientras que  $K_e$  indica la ganancia.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_e}{s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} = G_D(s) \quad (2.48)$$

El resultado de la identificación experimental indica que el mejor porcentaje de ajuste se logra con una estructura ARMAX; llegándose a la obtención de un modelo reducido de tercer orden con un polo en el origen, representado por las siguientes funciones transferenciales:

$$\text{Pistón 1 : } \frac{Y_1(s)}{U_1(s)} = \frac{245,94}{s(s^2 + 7,726s + 253)} \quad (2.49)$$

$$\text{Pistones 2 y 3 : } \frac{Y_2(s)}{U_2(s)} = \frac{Y_3(s)}{U_3(s)} = \frac{2008,3}{s(s^2 + 7,276s + 1349)} \quad (2.50)$$

Los modelos obtenidos caracterizan dinámicamente el comportamiento del sistema válvula-pistón, por lo que se emplean para el diseño de los controladores, aspecto que se tratará en la sección 3.1.1 correspondiente al capítulo tres.

## 2.5. Conclusiones parciales

Efectuado el análisis cinemático y dinámico del robot bajo estudio, con vistas al control del mismo en una aplicación industrial, se pueden concluir los siguientes aspectos:

- Las ecuaciones de la cinemática inversa y de la dinámica articular obtenidas, describen el comportamiento del robot de manera suficientemente precisa, por lo que pueden ser utilizadas en el control del sistema robótico.
- Los resultados arrojados del procedimiento de cosimulación Matlab-Adams, prueban la validez de las ecuaciones analíticas del modelo cinemático del robot.
- Se demuestra la garantía del comportamiento global del simulador de movimiento sin presencia de configuraciones singulares en el espacio de trabajo.
- El modelo dinámico del robot presenta un carácter fuertemente no lineal, multivariable, requiere del cálculo preciso de los parámetros dinámicos y demanda el cómputo de operaciones matriciales dentro del lazo de control; prescindiéndose del mismo y en su lugar se empleará el modelo dinámico de los actuadores del robot.
- El modelo dinámico del sistema válvula-pistón basado en identificación dinámica experimental con la planta real, sirve para la síntesis de los controladores y posterior implementación del esquema de control articular desacoplado del robot.

## CAPÍTULO 3

### CONTROL DESACOPLADO EN EL ESPACIO ARTICULAR

En este capítulo se presenta la implementación de un control cinemático desacoplado en el espacio articular, como continuidad a los resultados de modelación desarrollados en el capítulo dos. En tal sentido, se lleva a cabo el diseño de los controladores de manera independiente para cada lazo de control articular y se verifica el nivel de robustez del sistema de control mediante evaluación de la función sensibilidad del lazo. Para confirmar el cumplimiento de los requisitos de diseño, se procede con la simulación del sistema de control, seguido de las correspondientes pruebas experimentales.

#### 3.1. Esquema de control articular desacoplado

Dadas las prestaciones para las cuales está diseñado el simulador, los valores deseados de la pose de la plataforma móvil vienen dados en el espacio de tareas. Sobre esta base, la solución de control requiere de la obtención de la posición deseada de cada articulación, mediante la solución de la cinemática inversa del robot, a partir de conocer la pose deseada. Luego, se implementa un control desacoplado en el espacio articular, de probada robustez, que garantiza el cumplimiento de las especificaciones de diseño, a pesar de los efectos de la interacción dinámica entre las diferentes cadenas articuladas del sistema.

En la figura 3.1 se muestra el esquema de control desacoplado, el cual consiste en un controlador PI y un filtro de segundo orden en cascada con el objetivo de compensar los polos complejos conjugados de la planta. Además, se incluye un filtro Butterworth con frecuencia de corte de 80 Hz que brinda la garantía de que la válvula de flujo no sea excitada por encima de su ancho de banda, de manera que el controlador no amplificará las señales de alta frecuencia protegiendo la servoválvula.

Las relaciones cinemáticas inversas del robot (2.14) permiten conocer el valor individual de las elongaciones deseadas de los pistones (variables articulares) en función de la pose del elemento terminal en cada instante de tiempo; garantizando ubicar a la plataforma móvil en la orientación y elevación deseadas.

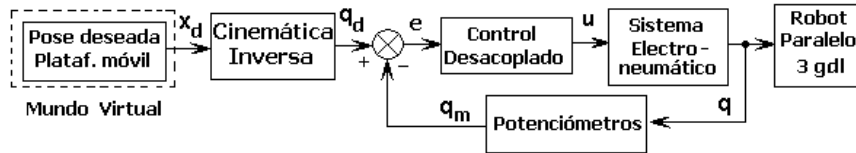


Figura 3.1: Esquema desacadado de control de posición en el espacio articular

Obsérvese que no se hace uso del modelo dinámico del robot, lo cual sería muy laborioso e implicaría trabajar con un modelo fuertemente no lineal y multivariable; trayendo aparejado el cálculo de la dinámica inversa del robot dentro del lazo de control (Cheah y otros, 2006; Wang y otros, 2009), procedimiento cuya solución resulta sensitiva a los errores numéricos de redondeo debido a la aritmética de punto flotante y que por demás requiere un alto número de operaciones matriciales a ejecutar. Estos aspectos se consideran como limitantes para su aplicación en sistemas de control de tiempo real y pequeños tiempos de muestreo, como precisamente lo constituye el caso de aplicación industrial del robot SIMPRO.

Los lazos de control articular se implementan de manera independiente para cada cadena cinemática actuada y desde el punto de vista industrial, están compuestos por controladores empotrados, basados en dsPIC 30F4013, cuya señal de mando se envía hacia las válvulas proporcionales de flujo MPYE-5-3/8. Las señales de referencia de posición se reciben desde un ordenador donde están disponibles las escenas del mundo virtual.

Como actuadores se emplean tres cilindros neumáticos FESTO DNC-125-500 de doble efecto, cuyos desplazamientos lineales producen los movimientos espaciales de la cabina. Las elongaciones de los vástagos de los cilindros son sensadas por potenciómetros lineales, tipo MLO-POT-500-TLF, de  $\pm 0,01$  mm de precisión, cuyas señales de salida sirven como retroalimentación a los lazos de control, para lograr desplazamientos precisos de los vástagos, garantizando la correcta orientación de la plataforma móvil en cada instante de tiempo.

### 3.1.1. Planteamiento del lazo de control

Una solución factible para el control continuo de actuadores electro-neumáticos fue desarrollada por Rubio (Rubio y otros, 2009), que propone un método para la modelación, identificación y control de este tipo de sistemas. Dicho controlador es implementado con buenos resultados en un simulador de conducción de dos grados de libertad de estructura mecánica simple y desacoplada (Rubio y otros, 2009). Para la extensión de la aplicación al caso del simulador de movimiento de tres gdl, hay que tener en cuenta la mayor complejidad estructural que caracteriza el mecanismo, donde para lograr cada uno de los grados de libertad, es necesario el accionamiento en conjunto de sus extremidades actuadas (ver tabla 2.2 del capítulo dos), así como el efecto de la interacción dinámica entre los actuadores, dado el carácter acoplado del sistema.

En este caso, el controlador debe garantizar en lazo cerrado un par de polos (complejos conjugados) dominantes de manera que satisfagan las especificaciones de tiempo de establecimiento menor o igual a 0,5 segundos para entrada escalón, con un mínimo de sobrecresta, rechazo del sistema a perturbaciones y acción integral incorporada, de modo que el sistema sea tipo dos y garantice capacidad de seguimiento a referencias tipo rampa con cero error en estado estable.

A partir de la localización deseada de los polos de lazo cerrado, se procede a sintetizar el controlador, donde la función de transferencia propuesta para el mismo adquiere la forma:

$$\frac{u(s)}{e(s)} = \frac{K_p (s^2 + a_1 s + a_0) (s + a)}{s (s^2 + b_1 s + b_0)} = G_C(s) \quad (3.1)$$

Considerando (2.48) y (3.1) la ecuación característica de lazo cerrado queda planteada como:

$$P_{lc}(s) = (s^2 + b_1 s + b_0) s^2 + K_p K_e (s + a) = 0$$

Mientras que la ecuación característica deseada es de la forma:

$$P_d(s) = (s^2 + 2\xi \omega s + \omega^2)(s + \omega_a)^2 = 0$$



El sistema en lazo cerrado es dominado por un par de polos complejos conjugados donde se fijan la frecuencia natural no amortiguada ( $\omega = 10$  rad/s) y razón de amortiguamiento ( $\xi = 0,7$ ) deseadas para el sistema en lazo cerrado. Con dichos índices de comportamiento se obtienen las siguientes funciones de transferencia correspondientes a los controladores para cada uno de los pistones.

$$\text{Controlador Pistón 1 : } \frac{u_1(s)}{e_1(s)} = \frac{72,3(s^2 + 7,726s + 253)(s + 2,78)}{s(s^2 + 80s + 2044)} \quad (3.2)$$

$$\text{Controladores Pistones 2 y 3 : } \frac{u_{2,3}(s)}{e_{2,3}(s)} = \frac{8,85(s^2 + 7,726s + 1349)(s + 2,78)}{s(s^2 + 80s + 2044)} \quad (3.3)$$

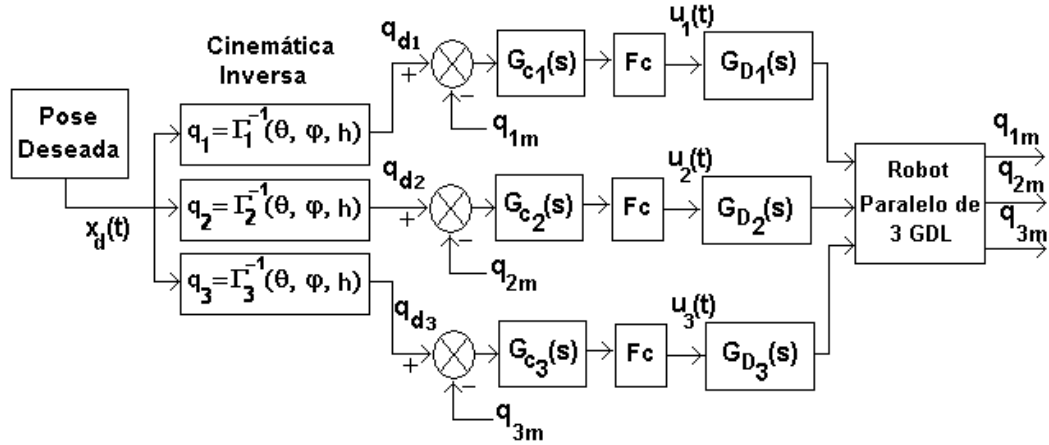


Figura 3.2: Control de posición en el espacio articular para cada extremidad activa del robot

### 3.2. Evaluación de la robustez

La solución de un controlador independiente para cada articulación, considera las características cinemáticas y dinámicas particulares de cada extremidad activa del robot. La síntesis de los controladores lleva aparejado el correspondiente análisis de sensibilidad, para que el sistema de control responda con la suficiente robustez a las perturbaciones dinámicas, es decir, sin el degradamiento de las especificaciones logradas en el diseño (Izaguirre y otros, 2011a).

Para evaluar la robustez del sistema ante la posible influencia de los efectos dinámicos de interacción entre los actuadores, se procede a cuantificar el valor que adquiere la función sensibilidad de la salida del lazo debido a variaciones en la función transferencial  $Y(s)/U(s)$  correspondiente al modelo del sistema electro-neumático obtenido. Se considera que dichas perturbaciones, aunque desconocidas, son acotadas, y se presentan como incertidumbres dinámicas no modeladas que tienden a afectar la función transferencial del modelo nominal de la planta. Por consiguiente, se debe descartar la presencia de valores picos en la amplitud de dicha función sensibilidad en el rango de las bajas frecuencias, o al menos, dentro del rango de frecuencias de operación del robot (Dorf y Bishop, 2008).

Sin pérdida de generalidad, se puede replantear el esquema de control de la figura 3.1 por el lazo compuesto por el controlador  $K(s)$  y el sistema electro-neumático  $P(s)$  según la figura 3.3.

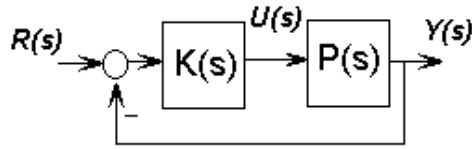


Figura 3.3: Esquema simplificado para valorar la sensibilidad del lazo cerrado a cambios en  $P(s)$

Para conocer la variación que experimenta la salida de lazo cerrado  $H(s)$  ante cambios en la función transferencial de la planta  $P(s)$ , se calcula la correspondiente función sensibilidad  $S_P^H$  como:

$$S_P^H = \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right) \frac{P}{H} = [1 + P(s)K(s)]^{-1} \quad (3.4)$$

siendo:  $H(s) = P(s)K(s) [1 + P(s)K(s)]^{-1}$

Para analizar el comportamiento de la sensibilidad de la salida respecto a cambios en la función transferencial de la planta  $P(s)$ , se evalúan los valores de magnitud de la misma según se muestra en el diagrama de Bode de la figura 3.4, donde además se grafican comparativamente las sensibilidades de lazo abierto y lazo cerrado.

Se puede observar los valores pequeños que caracterizan a la magnitud de la función sensibilidad de la salida  $|S_P^H|_{j\omega}$ , en particular en el rango de frecuencias de operación del robot (bajas frecuencias).

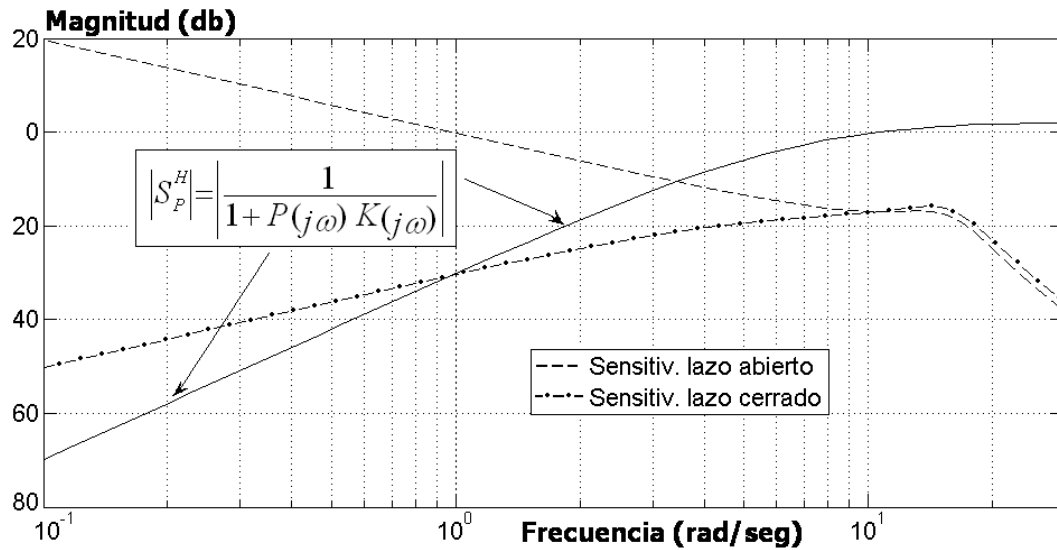


Figura 3.4: Diagrama de Bode de la magnitud de las funciones sensibilidad

La misma alcanza un valor de -38 db para la frecuencia de  $W(j\omega) = 0,82$  rad/seg, lo cual constituye un valor aceptable de atenuación, sobre todo cuando los valores típicos de frecuencia de trabajo del robot, están por debajo de dicho valor en la aplicación práctica industrial.

Gracias a ello se verifica que el controlador diseñado garantiza la robustez necesaria del sistema ante posibles cambios en los parámetros de la planta, brindando garantía del buen comportamiento del sistema en lazo cerrado en el rango de bajas frecuencias, cumpliendo los requisitos de diseño para la aplicación dada. Se debe prestar atención, en garantizar la explotación del simulador dentro de un ancho de banda lo menor posible, para evitar problemas con la dinámica no modelada en altas frecuencias. Dicha aseveración, es sustentada con las pruebas experimentales, donde se manifiesta un deterioro del comportamiento del lazo, a medida que se incrementa la frecuencia de la señal de entrada.

### 3.3. Análisis por simulación mediante Matlab/Simulink-Adams

El software Adams, empleado con efectividad en la validación de las expresiones cinemáticas, es también utilizado para efectuar las simulaciones del robot paralelo, antes de proceder con las pruebas

experimentales. Para ello, se utiliza el modelo virtual mostrado en la figura 2.9, que se exporta como subsistema al Matlab/Simulink, implementándose el diagrama de bloques que se muestra en la figura 3.5, con el que se ejecutan las pruebas de cosimulación.

El esquema de control desacoplado considera la ecuación (3.2) para el controlador del pistón uno (actuador delantero) y la (3.3) para los controladores correspondientes a los pistones traseros dos y tres. A partir de los parámetros obtenidos de la identificación dinámica se implementan los modelos del sistema electroneumático válvula-pistón, procediendo con la ecuación (2.49) para el sistema electroneumático del actuador central y con (2.50) para los actuadores traseros.

En el Matlab se ejecuta el algoritmo de control que genera la señal de posicionamiento articular, la cual se aplica como entrada al bloque del modelo virtual del robot desarrollado en Adams. Las salidas de este bloque correspondientes a la elongación articular medida por el Adams se retroalimenta a los controladores para generar la señal de error.

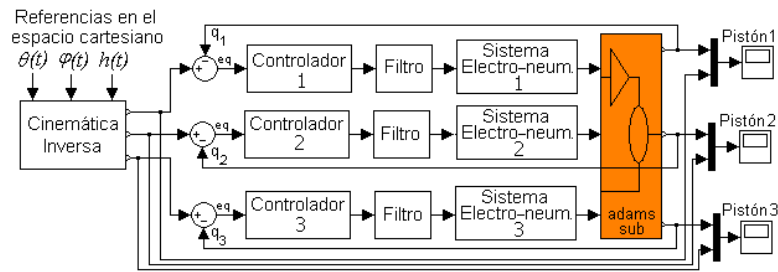


Figura 3.5: Diagrama de bloques utilizado para la simulación del esquema de control

Durante la simulación se procede a aplicar alrededor de la altura media de la plataforma, un tren de pulsos de amplitud 100 mm a lo largo del eje  $z'$  con un período de ocho segundos. Según los resultados arrojados por el bloque de cinemática inversa, dichas variaciones en la altura de la plataforma provocan desplazamientos en el pistón uno entre 125 y 192 mm, y en los pistones dos y tres entre 251 y 374 mm, constituyendo los valores de referencia articulares para cada extremidad activa del robot. Las variaciones en el tiempo de las posiciones articulares se ilustran en la figura 3.6 conjuntamente con la salida de cada lazo de control.

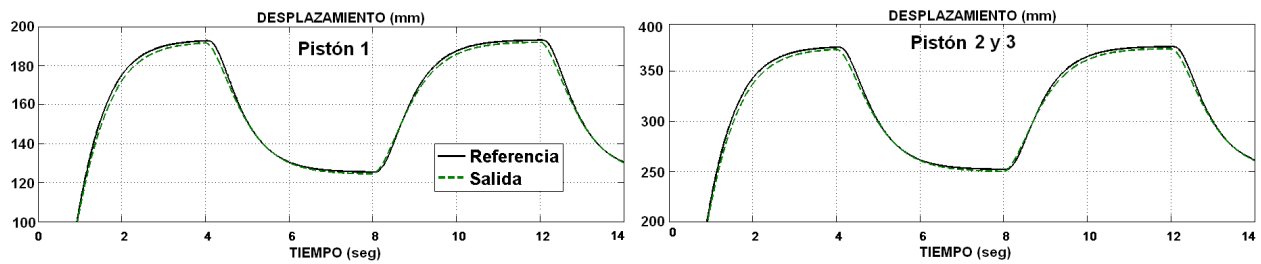


Figura 3.6: Elongaciones articulares al variar por simulación la altura de la plataforma móvil

### 3.4. Resultados experimentales

Las pruebas experimentales se llevaron a cabo aplicando indistintamente variaciones en la altura y cabeceo de la plataforma móvil, dado que constituyen los grados de libertad del robot que involucran el accionar de todos los actuadores (ver tabla 2.2). La amplitud de los movimientos garantizan elongaciones apreciables en los vástagos de los pistones hasta aproximadamente el 74 % de su recorrido. En tal sentido, se comprueban los índices de desempeño del sistema de control de posición en términos del comportamiento del error articular, mínimo de sobrecresta y tiempo de asentamiento.

Se dispuso de una PC para ejecutar desde el Matlab/Simulink las acciones de control y generar las curvas deseadas para la altura y cabeceo, en correspondencia con el mundo virtual. Una tarjeta Humu-soft MF624 de 16 entradas/salidas analógicas se emplea para recibir las mediciones articulares desde los potenciómetros lineales y para enviar las señales de mando hacia las válvulas proporcionales de flujo. El control en tiempo real del sistema se realiza con el ambiente de tiempo real del Matlab (Real-Time Windows Target)

#### Variaciones en la altura de la plataforma móvil

Las variaciones de altura se efectúan alrededor del valor medio de elevación de la plataforma equivalente a 1285 mm, con lo cual se garantiza posicionar los cilindros en la mitad de su recorrido. Alrededor de dicha posición se hace variar la elevación de la plataforma móvil aplicando un tren de pulsos de 100 mm de amplitud y ocho segundos de período, esta variación luego de pasar por el bloque de cinemática inversa produce las correspondientes elongaciones articulares deseadas cuyas curvas experimentales se muestran en la figura 3.7, junto a los errores articulares.

Al igual que Karpenko (Karpenko y Sepehri, 2006), la señal de entrada de referencia de posición se pasa por un prefiltro de segundo orden con tiempo de establecimiento  $\leq 1$  seg, garantizando una entrada de referencia suave; evitando con ello posibles oscilaciones en la salida y excesiva amplitud en la señal de mando que pudiera dañar la estructura mecánica del robot.

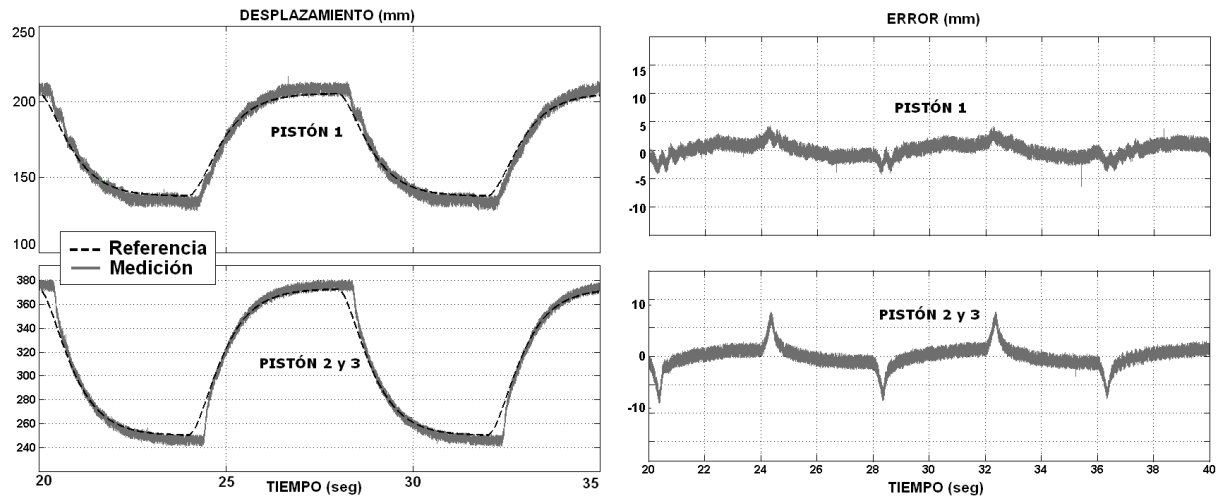


Figura 3.7: Elongaciones y errores articulares en experimentos de altura de la plataforma móvil

### Variaciones en la orientación de la plataforma móvil

Para proceder con los experimentos en la orientación de la plataforma móvil, igualmente se ubica el elemento terminal a una altura inicial de 1285 mm. Alrededor de dicha posición se hace rotar la misma alrededor del eje  $y'$ , produciendo el movimiento de cabeceo, para lo cual se aplica un tren de pulsos de ocho grados de amplitud y seis segundos de período.

Los valores deseados y reales de las elongaciones de los vástagos de los pistones, así como los errores articulares se grafican en la figura 3.8.

Analizando las figuras 3.7 y 3.8, se puede apreciar que el valor del error articular en estado estable es cero. Las pequeñas oscilaciones (alrededor de  $\pm 1,8$  mm) se deben al efecto de varias fuentes de error, tales como: tolerancias del mecanismo, fricción, desajustes de fábrica, ruidos en los sensores, etc, pero dicha magnitud no resulta significativa, siendo perfectamente compatible con la aplicación en cuestión.

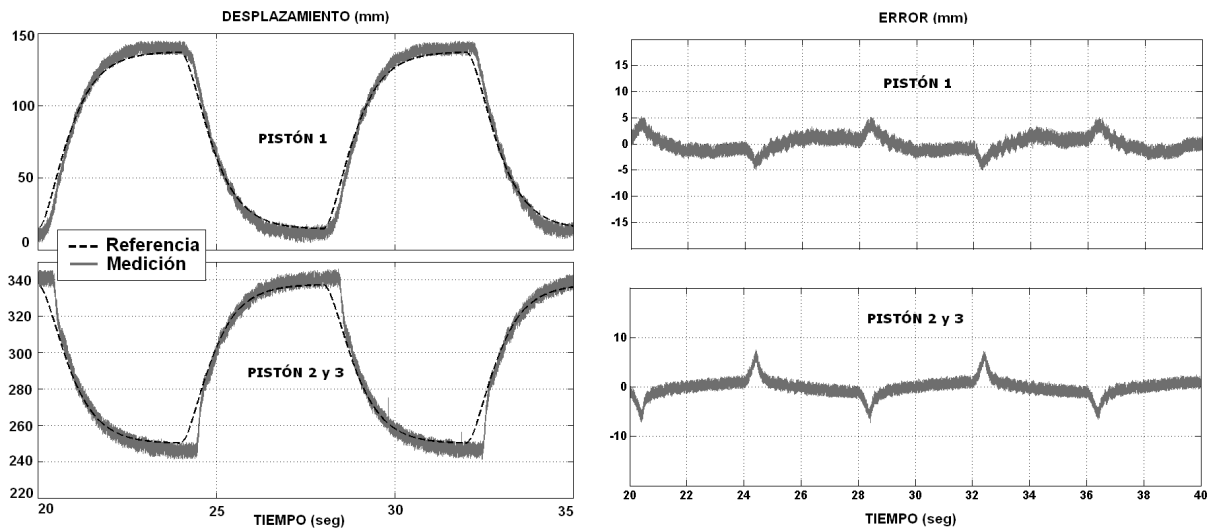


Figura 3.8: Elongaciones y errores articulares durante el cabeceo de la plataforma móvil

El control cinemático en el espacio articular ofrece varias ventajas, dado que consiste en un control del tipo desacoplado, la carga computacional de los controladores es reducida y perfectamente implementable en el hardware de control con aplicación práctica industrial en tiempo real y a bajos períodos de muestreo. Gracias a la presencia de lazos de control articular independientes, el diseño de los reguladores resulta más sencillo, con formulaciones muy similares. La escalabilidad y flexibilidad constituyen otros de sus atributos.

No obstante, resulta necesario evaluar la magnitud del error en la ubicación espacial de la plataforma móvil que provee este esquema de control. Para ello se procede a comparar las señales de referencia provenientes del mundo virtual con la pose real alcanzada por el robot. La figura 3.9 ilustra el error cartesiano de posición que aparece en la altura de la plataforma móvil empleando el esquema de control articular desacoplado, al aplicar un tren de pulsos de 100 mm amplitud y 10 segundos de período, a partir de una altura inicial de 250 mm. Es de notar, que la magnitud de los mismos se incrementa ante seguimiento de señales de entrada dinámicamente más exigentes.

Dichos errores, que desafortunadamente el esquema de control articular no puede corregir por sí solo, demuestran que la plataforma móvil no es eficazmente posicionada en el espacio cartesiano, solo con la implementación del control desacoplado articular.

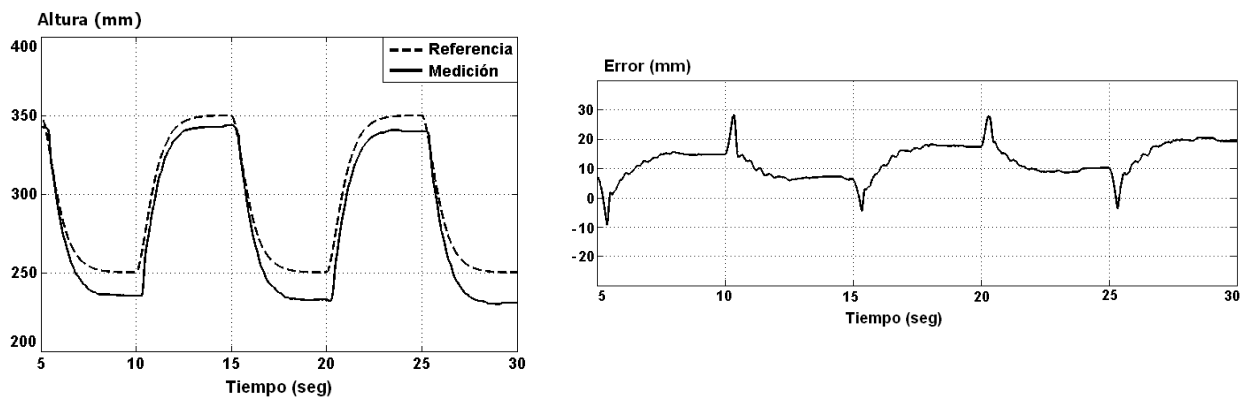


Figura 3.9: Ilustración del error de posicionamiento en la altura de la plataforma móvil

### 3.5. Conclusiones parciales

Presentado el control cinemático desacoplado en el espacio articular, el trabajo conjunto de simulación Matlab/Simulink-Adams, así como y las correspondientes pruebas experimentales, se enuncian las siguientes conclusiones:

- Se consolida procedimiento de cosimulación Matlab-Adams, lo cual queda fundamentado durante el diseño de los controladores y simulación del comportamiento integral del sistema robótico en su conjunto.
- El lazo de control articular desacoplado atenúa las perturbaciones producto de la interacción dinámica de los actuadores, dentro del rango de frecuencias de operación del robot, lo cual se verifica mediante análisis de robustez.
- El sistema de control de posición desacoplado es capaz de seguir los valores deseados articulares con cero error en estado estable, logrando cumplir además con el resto de las especificaciones de diseño establecidas, según queda corroborado por los resultados experimentales.
- Se demuestra que el control desacoplado articular por sí solo, no es capaz de ubicar en el espacio cartesiano la plataforma móvil según los requisitos establecidos para el sistema, pues aparecen errores no deseados de posicionamiento espacial incompatibles con la aplicación.



## CAPÍTULO 4

### CONTROL CINEMÁTICO EN EL ESPACIO CARTESIANO

En este capítulo se aplica un esquema de control cinemático en el espacio de tareas, con arquitectura en cascada, donde el lazo exterior se implementa en el espacio cartesiano, utilizando un sistema sensorial exteroceptivo para obtener información de la pose de la plataforma móvil, evitando así evaluar la cinemática directa del robot. Los resultados arrojados por las pruebas experimentales demuestran que el comportamiento del sistema, cumple las especificaciones de diseño establecidas, para la aplicación de simulador de movimiento.

#### 4.1. Control cinemático en el espacio de tareas

En el capítulo anterior se demuestra como la plataforma móvil no es eficazmente controlada solo con el control desacoplado articular. Para resolver dicha problemática, se propone un esquema en cascada en el espacio de tareas, considerando la ventaja que introduce una arquitectura de doble lazo, donde se minimiza el error entre la pose deseada y la real en el espacio cartesiano; garantizando un mejor control de movimiento del robot en el espacio 3D (Hernández y otros, 2011). Es de notar, que en dicha solución de control, no se utiliza el complejo modelo dinámico del sistema robótico, solo se emplea el modelo de dinámico de los actuadores, debidamente obtenido mediante identificación experimental con la planta real.

La meta principal del control de movimiento en el espacio cartesiano, consiste en diseñar un controlador cuya señal de mando  $\mathbf{u}(t)$  garantice que las coordenadas generalizadas que definen la pose del elemento terminal  $\mathbf{x}(t)$  en el espacio de tareas, sigan lo más fielmente posible el valor deseado de posición espacial  $\mathbf{x}_d(t)$ , cumpliendo además con los índices de desempeño fijados para el sistema (Kolbus y otros, 2008). El control cartesiano difiere del articular, en que el error regulado resulta de la

diferencia entre la pose deseada y la real del elemento terminal, lográndose un mejor desempeño del robot sobre todo en aplicaciones de control de movimiento y seguimiento de trayectorias.

Dado que el vector de entrada  $[h_d \ \theta_d \ \varphi_d]^T$  establece la posición del centro de referencia móvil del elemento terminal, para controlar el estado deseado se define el error cartesiano  $\mathbf{e}_x(t)$ , medido en el espacio de tareas.

$$\mathbf{e}_x(t) = \mathbf{x}_d(t) - \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_h \\ \mathbf{e}_\theta \\ \mathbf{e}_\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_d(t) \\ \theta_d(t) \\ \varphi_d(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h(t) \\ \theta(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix}$$

La señal de mando generada en cada instante de tiempo, ubica la pose de la plataforma móvil en dirección tal, que el error  $\mathbf{e}_x(t)$  tiende a cero, por consiguiente, la ley de control garantiza:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}_x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_h & \mathbf{e}_\theta & \mathbf{e}_\varphi \end{bmatrix}^T = 0$$

En la formulación del problema de control, se considera conocido el vector de coordenadas espaciales del robot, gracias a la medición de la pose de la plataforma móvil en cada instante de tiempo. El valor deseado de la elongación articular  $\mathbf{q}_d(t)$  no se conoce de manera directa; hay que obtenerlo de calcular la señal de mando  $\mathbf{u}(t)$  y la solución de la cinemática inversa del robot, formulada en la sección 2.2.2.

La figura 4.1 muestra el esquema de control, el mismo está compuesto por dos lazos en cascada, el lazo interior actúa directamente como control de posición articular, siendo diseñado para cumplir con las especificaciones de diseño y con la capacidad de atenuar los efectos indeseables de interacción dinámica entre los actuadores, en el rango de frecuencias de operación del robot (ver sección 3.2). El lazo exterior (*control cinemático cartesiano*), tiene la función de compensar el error cartesiano que aparece debido a las imprecisiones del modelo, tolerancias y juego libre de las uniones, variaciones en la carga, minimizando el error de posicionamiento espacial del robot.

Obsérvese que no se requiere el modelo dinámico del robot, ni el cálculo de la cinemática directa, cuyo procedimiento de solución es un inconveniente para la implementación práctica en tiempo real, aspecto discutido en las secciones 1.2.2 y 2.2.3.

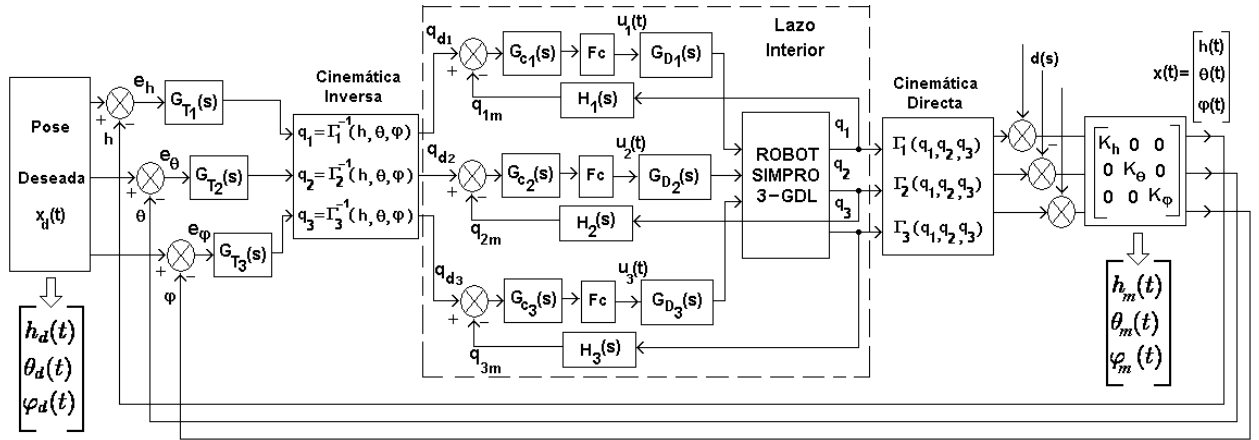


Figura 4.1: Control cinemático en el espacio cartesiano

El lazo interior presenta arquitectura de control abierta, donde es posible sintetizar diferentes tipos de controladores, en dependencia de los criterios especificados para el lazo, siempre en función de la aplicación.

El empleo de variantes de control PID, son muy utilizadas en robots industriales, no solo por lo sencillo de implementar, sino también porque requiere de muy pocas exigencias en relación al hardware de control (Elkady y otros, 2008), siendo un fuerte candidato en aplicaciones de tiempo real. También se emplea el control por par calculado (Davliakos y Papadopoulos, 2007), ecuación (4.1), donde se definen las matrices de ganancia definidas positivas  $\mathbf{K}_d = \text{diag}\{2\xi\omega_1, \dots, \omega_i, \dots, 2\xi\omega_n\}$  y  $\mathbf{K}_p = \text{diag}\{\omega_1^2, \dots, \omega_i, \dots, \omega_n^2\}$ , para lograr el comportamiento deseado en lazo cerrado, equivalente a un sistema de segundo orden críticamente amortiguado, con frecuencia natural  $\omega_i = \sqrt{K_p}$  y razón de amortiguamiento  $\xi = 0,5K_d/\sqrt{K_p}$ , garantizándose que  $\mathbf{e}_q(t) \rightarrow 0$ , cuando  $t \rightarrow \infty$ .

$$\mathbf{F} = \mathbf{M}(\mathbf{q})[\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e}] + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) \quad (4.1)$$

Los casos antes mencionados, se caracterizan por emplear la señal de error articular existente entre la posición deseada y la real  $\mathbf{e}_q(t) = \mathbf{q}_d(t) - \mathbf{q}(t)$ , de modo que se cumplan con las especificaciones de diseño. Usualmente se acostumbra tomar  $\xi = 1$ , de manera que el sistema responda críticamente amortiguado.

De manera similar, para el caso del esquema de la figura (4.1), se cumple que el valor de la frecuencia natural  $\omega_i$  determina la velocidad de respuesta de lazo articular (lazo interior). Por consiguiente, el mismo se diseña de manera que es dominado por un par de polos complejos conjugados, donde se seleccionan la frecuencia natural no amortiguada ( $\omega_i$ ) y la razón de amortiguamiento ( $\xi$ ), para que el lazo articular responda de forma no oscilatoria y con la suficiente velocidad de respuesta.

En este caso, el efecto dinámico del lazo externo es independiente del interno, para el cual se cumple que:  $q(t) = q_d(t) \quad \forall t > 0$  (Hernández y otros, 2011). Ello implica, que desde del punto de vista práctico, se pueden efectuar las aproximaciones dinámicas para el diseño del controlador externo, que se muestran en el siguiente epígrafe.

#### 4.1.1. Consideraciones sobre el controlador digital

El sistema de control será implementado en un controlador digital, y el diseño del regulador se efectúa en el dominio discreto (Izaguirre y otros, 2011c). En este caso, desde el punto de vista práctico, se procede con una simplificación dinámica del lazo interior, similar a las empleadas en control visual para seguimiento en un plano (Bonfe y otros, 2002), y control servo-visual 3D de brazo robótico serie (Hernández y otros, 2008), aunque en esta última aplicación, el esquema de control está concebido como tipo regulador, es decir, sigue disturbio, y no posee la capacidad de seguimiento de trayectoria.

En el esquema de la figura 4.1 el efecto dinámico del lazo interior es independiente del externo; donde en condición estable de operación, el control de posición en el espacio articular satisface la condición:

$$q(t) = q_d(t) \cong 0, (n \times 1) \quad \forall t > 0 \quad (4.2)$$

En tal caso, el diseño digital del controlador externo se efectúa considerando que la dinámica del lazo interior puede ser aproximada por uno o dos instantes de muestreo del lazo exterior (Hernández y otros, 2011), por lo que la igualdad (4.2) se modifica por (4.3). Bajo esta consideración, se plantea el sistema de control digital equivalente simplificado, que se muestra en la figura 4.2.

$$q(k) = q_d(k - 1) ; \quad \forall k > 0 \quad (4.3)$$

Åström establece que un valor razonable para la frecuencia de muestreo se define entre 10 y 30 veces el valor del ancho de banda deseado del sistema en lazo cerrado (Astrom y Wittenmark, 1997). Para el simulador de movimiento este valor se encuentra alrededor de 0,1 Hz, por lo que el período de muestreo puede quedar establecido en 300 ms como valor máximo aceptable.

En el esquema de la figura 4.2 el bloque  $K_M(z)$  representa el sistema de medición que provee información directa de la posición/orientación de la plataforma móvil en cada instante de tiempo, elemento de suma importancia a la hora de implementar el esquema de control cartesiano propuesto. Considerar el modelo digitalizado del lazo interior, resulta complejo (Takashi y otros, 2007), por lo que bajo las condiciones de aproximación dinámicas establecidas, el diseño del controlador digital resulta mucho más simple.

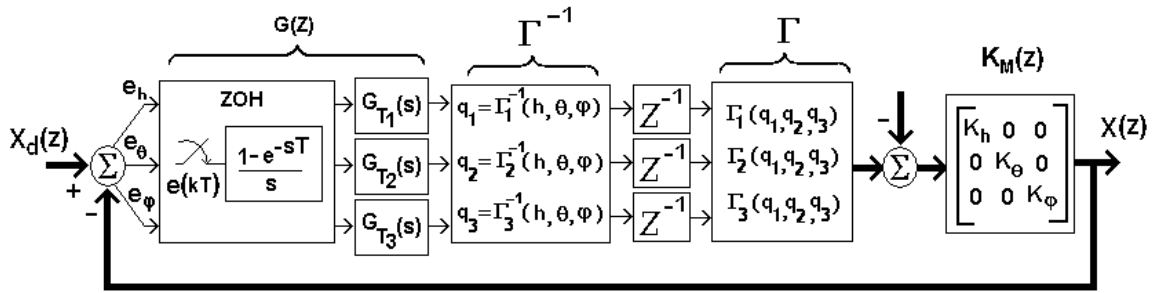


Figura 4.2: Esquema de control digital en el espacio cartesiano con aproximación del lazo interior

#### 4.1.2. Diseño del controlador y análisis de estabilidad

Considerando que el error inicial  $e_x(0)$  es suficientemente pequeño, existe una configuración articular del robot para la cual se cumple la igualdad (4.2). Dado que, se busca que el error de posicionamiento espacial sea cero en estado estable, se define la ley de control (4.4).

$$U(z) = \mathcal{Z} \left[ \mathbf{K_I} \int e_x(t) \right] = \mathbf{K_I} \left[ \frac{X_d(z) - X(z)}{1 - z^{-1}} \right] \quad (4.4)$$

Donde  $\mathbf{K_I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  es la matriz simétrica de ganancia integral:

$$\mathbf{K_I} = \begin{bmatrix} K_{I_1} & 0 & 0 \\ 0 & K_{I_2} & 0 \\ 0 & 0 & K_{I_3} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

La señal que recibe el controlador del lazo exterior, considera el incremento a efectuar en las coordenadas cartesianas del robot, como resultado de la medición directa de la posición/orientación de la plataforma móvil. Luego, la condición inicial del integrador es la posición inicial del sistema, y en la medida que va integrando, se van obteniendo las coordenadas absolutas cartesianas, que se ingresan al bloque de la cinemática inversa, para obtener los nuevos valores de las coordenadas absolutas articulares, que llevarán a cero el error cartesiano gracias al efecto de la acción integral.

Solucionando la cinemática inversa  $\Gamma^{-1}$  se obtiene  $q_d$ , mientras que las coordenadas espaciales se miden gracias al arreglo sensorial que se analizará en la sección 4.2. Dado que la relación entradas-salidas del sistema sensorial presenta comportamiento lineal, la matriz de medición queda definida como:

$$\mathbf{K_M} = \begin{bmatrix} K_h & 0 & 0 \\ 0 & K_\theta & 0 \\ 0 & 0 & K_\varphi \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Para ilustrar el comportamiento de la estabilidad del sistema de control, se implementa un controlador integral, donde la función transferencial digital  $G(z)$  para un período muestreo de 60 ms, adquiere la forma:

$$\mathbf{G}(z) = A_0 \frac{0,06 \mathbf{K_I} z^{-1}}{(1 - z^{-1})} \quad (4.7)$$

El término  $A_0$  se emplea como factor de atenuación para reducir el efecto de posibles cambios bruscos a la entrada del sistema, debido a variaciones en la señal de referencia de posición  $\mathbf{X}_d(z)$ .

A partir de las expresiones (4.3), (4.6) y (4.7); el esquema de control mostrado en la figura 4.1 puede ser implementado por el equivalente simplificado de la figura 4.2.

Por consiguiente, la función transferencial de lazo cerrado queda establecida como:

$$\frac{0,06 \mathbf{K_I} \mathbf{K_M} z^{-2}}{(1 - z^{-1})} [\mathbf{X_d}(z) - \mathbf{X}(z)] = \mathbf{X}(z) \quad (4.8)$$

Que en la forma de la función transferencia de pulso, se expresa:

$$\frac{\mathbf{X}(z)}{\mathbf{X_d}(z)} = \frac{0,06 K_I K_M z^{-2}}{1 + z^{-1} + 0,06 K_I K_M z^{-2}} \quad (4.9)$$

Solucionando y aplicando la transformada  $\mathcal{Z}$  inversa, se obtiene:

$$\mathbf{X}((k+2)T) - \mathbf{X}((k+1)T) = -0,06 \mathbf{K_I} \mathbf{K_M} \mathbf{X}(kT) + 0,06 \mathbf{K_I} \mathbf{K_M} \mathbf{X_d}(kT) \quad (4.10)$$

Representando (4.10) en el espacio de estado.

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ (-0,06 \mathbf{K_I} \mathbf{K_M})_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ (0,06 \mathbf{K_I} \mathbf{K_M})_{3 \times 3} \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} u(k) \quad (4.11)$$

siendo:

$$\mathbf{G} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 0_{3 \times 3} & & & \mathbf{I}_{3 \times 3} & & \\ \hline & & & & & \\ (-0,06 \mathbf{K_I} \mathbf{K_M})_{3 \times 3} & & & \mathbf{I}_{3 \times 3} & & \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0,06 K_{I_1} K_h & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,06 K_{I_2} K_\theta & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0,06 K_{I_3} K_\varphi & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \left[ \begin{array}{ccc} 0_{3 \times 3} \\ \hline (0,06 \mathbf{K_I} \mathbf{K_M})_{3 \times 3} \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \hline 0,06 K_{I_1} K_h & 0 & 0 \\ 0 & 0,06 K_{I_2} K_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0,06 K_{I_3} K_\varphi \end{bmatrix}$$

De acuerdo a la expresión (4.11), se establece que el sistema de control resulta desacoplado para cada coordenada cartesiana que define la pose de la plataforma móvil, cumpliéndose:

$$\begin{bmatrix} x_{1_h}(k+1) \\ x_{2_h}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,06K_{I_1}K_h & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1_h}(k) \\ x_{2_h}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,06K_{I_1}K_h \end{bmatrix} h_d(k) \quad (4.12)$$

$$\begin{bmatrix} x_{1_\theta}(k+1) \\ x_{2_\theta}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,06K_{I_2}K_\theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1_\theta}(k) \\ x_{2_\theta}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,06K_{I_2}K_\theta \end{bmatrix} \theta_d(k) \quad (4.13)$$

$$\begin{bmatrix} x_{1_\varphi}(k+1) \\ x_{2_\varphi}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,06K_{I_3}K_\varphi & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1_\varphi}(k) \\ x_{2_\varphi}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0,06K_{I_3}K_\varphi \end{bmatrix} \varphi_d(k) \quad (4.14)$$

Considerando la ecuación (4.12) se obtiene el diagrama de las raíces para el lazo de altura mostrado en la figura 4.3-a). En este caso, los polos y ceros de lazo cerrado se ubican mediante la correcta selección de los valores de ganancia, siendo el sistema estable para  $K_{I_i}K_h = 3$ , diseño que garantiza una respuesta ligeramente sobreamortiguada. Similares resultados se logran en términos de estabilidad para el ladeo y cabeceo.

Demostrada la estabilidad para el caso de un controlador integral, se añade un cero al regulador con el fin de mejorar el desempeño del sistema, por lo que la función transferencial  $G(z)$  adquiere la forma:

$$G(z) = A_0 \frac{0,06(1 + 0,2 z^{-1})}{(1 - z^{-1})} \quad (4.15)$$

La estabilidad en este caso se logra para valores de  $K_{I_i}K_h < 50$ , mostrándose en la figura 4.3-b) el diagrama de las raíces de lazo cerrado para  $K_{I_i}K_h = 20$ .

Diagramas de Bode de lazo abierto para controladores integral y proporcional-integral, se muestran comparativamente en la figura 4.3-c), donde para éste último se aprecian buenos indicadores de estabilidad del sistema, con márgenes de ganancia y de fase de 15 db y 69 grados respectivamente.



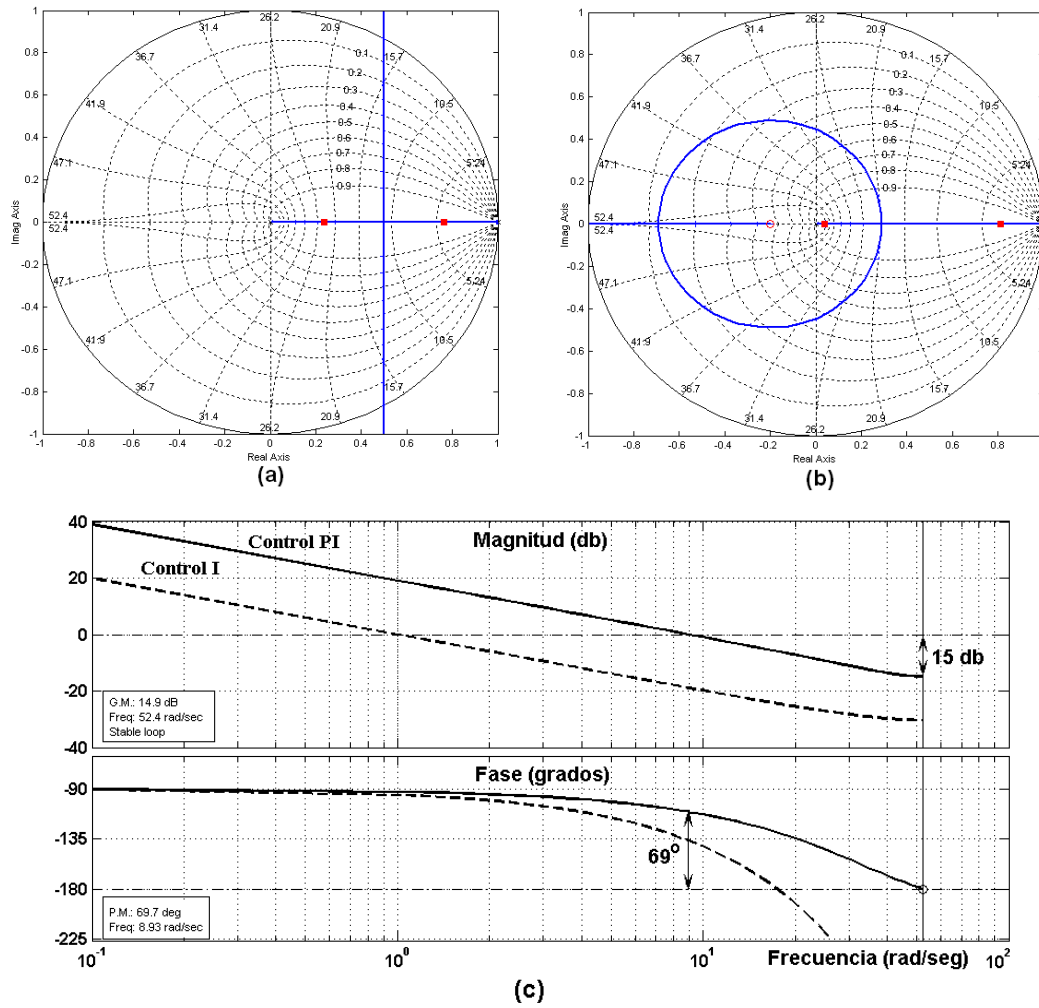


Figura 4.3: Lugar de las raíces de  $G(z)$  y Bode de lazo abierto con control integral y proporcional-integral, indicándose la estabilidad del sistema

#### 4.1.3. Simulación del esquema de control cartesiano

La simulación se efectúa de acuerdo al diagrama de bloques mostrado en la figura 4.4, donde se emplea el modelo CAD del robot desarrollado en Adams, que es exportado hacia el Matlab/Simulink, luego de definidos los correspondientes puertos de E/S. En el lazo exterior se implementa la ley de control (4.4) con  $K_h K_{I_1} = K_\theta K_{I_2} = K_\varphi K_{I_3} = 3$  y las relaciones de la cinemática inversa (2.14 y 2.15), mientras que en el lazo interior (control desacoplado articular), se consideran las ecuaciones (2.49, 2.50) y (3.2, 3.3) para los modelos del sistema electro-neumático y controladores de cada lazo respectivamente.

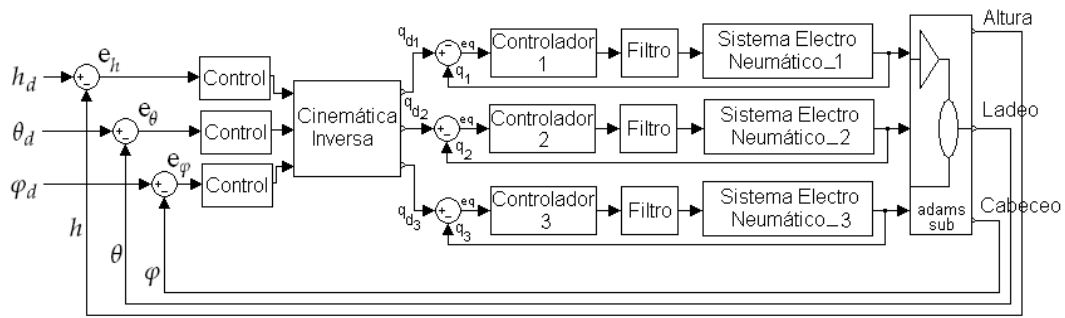


Figura 4.4: Diagrama de bloques para la simulación del control cinemático cartesiano

Los sensores virtuales del modelo geométrico del Adams proveen la información de la pose de la plataforma móvil, cuyas señales sirven de retroalimentación al lazo externo.

Resultados arrojados durante la simulación de los lazos de altura, ladeo y cabeceo, se muestran para entradas tipo paso en la parte superior de la figura 4.5, y en la inferior ante seguimiento de entradas sinusoidales en la orientación.

## 4.2. Sistema sensorial exteroceptivo para medición de la pose

En los epígrafes 1.2.2 y 2.2.3 correspondientes a los capítulos uno y dos respectivamente, se refiere como el cálculo en línea de la cinemática directa exige altas prestaciones del hardware de cómputo, lo cual constituye una desventaja para aplicaciones con exigencias de tiempo real. De ahí que el principal desafío, al establecer un esquema de control en el espacio de tareas, radica en poder conocer la pose del elemento terminal sin el uso de las expresiones de la cinemática directa.

Una alternativa consiste en la medición directa de la posición/orientación de la plataforma móvil. Ello es considerado un reto dada la dificultad que implica desde el punto de vista práctico implementar un sistema sensorial sin interferir en el movimiento espacial del robot (Won y otros, 2009; Bellakenal y otros, 2011), siendo en muchas aplicaciones una problemática aún sin resolver (Paccot y otros, 2009).

Dado el pequeño tamaño y peso, bajo costo, alta precisión, resolución y buen ancho de banda, los sensores inerciales han ampliado su ámbito de aplicación a la medición de movimiento (Gunthner,

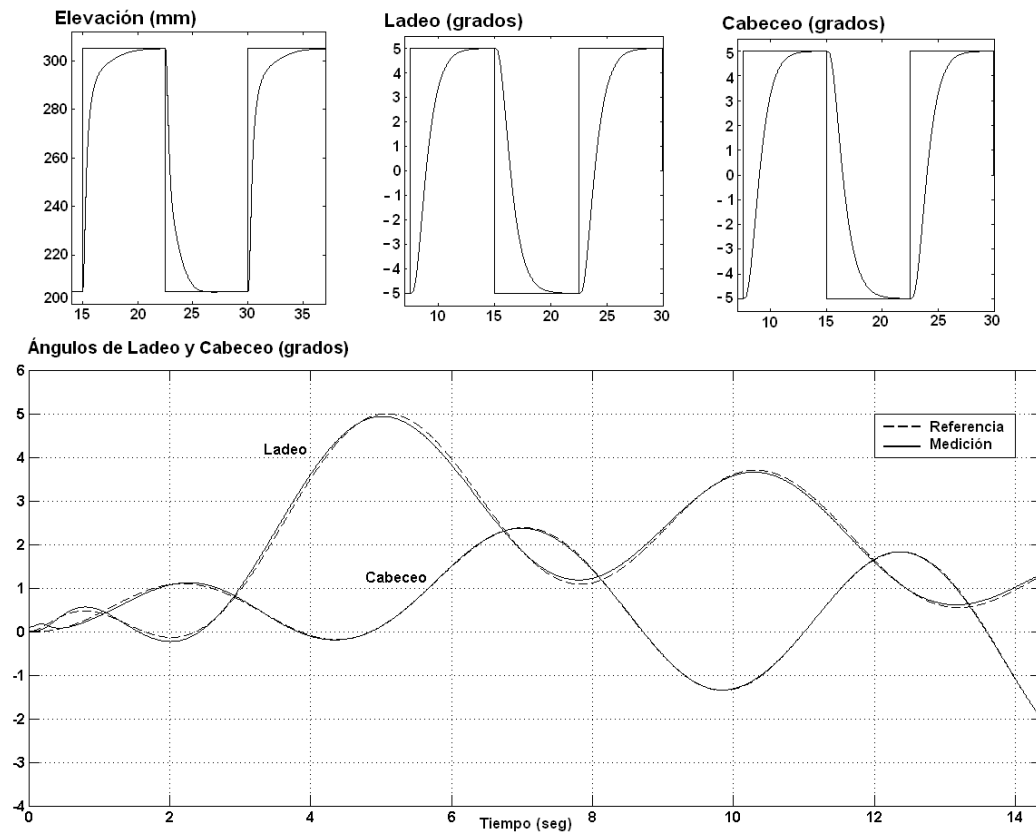


Figura 4.5: Posición/orientación de la plataforma móvil ante referencias tipo paso y sinusoidal

2008) y medición cinemática 3D (Cutti y otros, 2008), específicamente en el campo de la robótica suelen aparecer integrados a otros dispositivos de medición absoluta para mejorar sus prestaciones (Donovan y otros, 2007; Changfeng y otros, 2007).

Investigaciones publicadas por Jian Gao (Gao y otros, 2008) reportan la efectividad del empleo de sensores inerciales en la medición dinámica de posición en robot paralelo. Por su parte, N. Parnian demuestra la mejora en la calidad de la medición en aplicaciones de seguimiento de movimiento al emplear unidad inercial en conjunto con sistema de visión (Parnian y otros, 2008).

En este contexto, se propone la implementación de un sistema sensorial basado en una unidad inercial de medición (IMU), en combinación con encoder ópticos, para obtener la información en tiempo real de la pose de la plataforma móvil (Izaguirre y otros, 2011d,c). Para ello se dispone de unidad de medición inercial MTi-9 Xsens, que mide la orientación de la plataforma móvil, siguiendo el diagrama

de bloques mostrado en la figura 4.6.

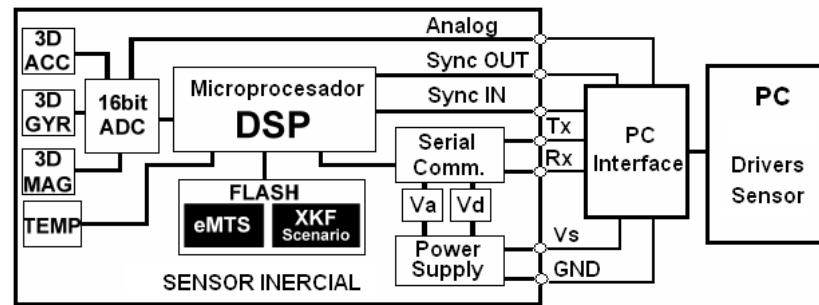


Figura 4.6: Diagrama de bloques del sensor inercial MTi-9 y conexión con el dispositivo de cómputo

Un arreglo de encoders ópticos incrementales (tipo LX-EP-40) proveen la información de la elevación absoluta de la plataforma móvil que es finalmente calculada mediante relaciones trigonométricas. Con ello se evade calcular la elevación mediante la sucesiva integración de los acelerómetros de la IMU, evitando el error acumulativo y el ruido característico de la medición.

La figura 4.7 muestra la ubicación de los elementos del sistema sensorial, donde se presta atención en que los mismos no interferieran en el movimiento espacial de la plataforma.

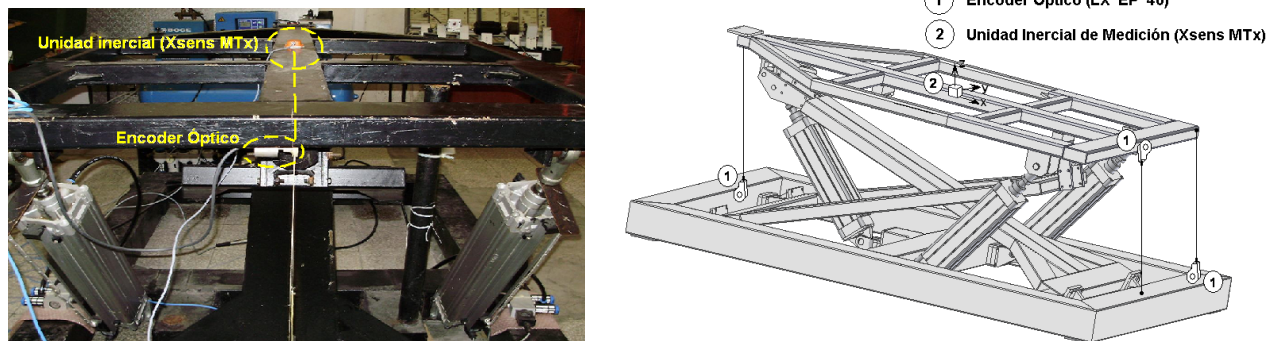


Figura 4.7: Ubicación del sistema sensorial para la medición de la pose de la plataforma móvil

Para minimizar los errores de montaje de la IMU, se instala coincidentemente con el centro del sistema de referencia móvil y correctamente alineada, así como se calibran los giróscopos para minimizar los errores de orientación.

Las mediciones provenientes de la IMU, poseen componentes de ruido de alta frecuencia que se sola-

pan con los datos reales, por lo que se diseña un filtro Butterworth paso bajo de segundo orden, para eliminar las señales ruidosas de la medición. Los efectos ventajosos de la aplicación de filtros paso bajo en mediciones con sensores inerciales, se encuentran reportados en la literatura, demostrándose su funcionalidad en la medición de movimiento (Gao y otros, 2004). En la figura 4.8 se muestran los resultados obtenidos de la aplicación de un filtro de segundo orden, a distintas frecuencias de corte, donde la mejor respuesta se obtuvo para frecuencia de corte de 2 rad/seg.

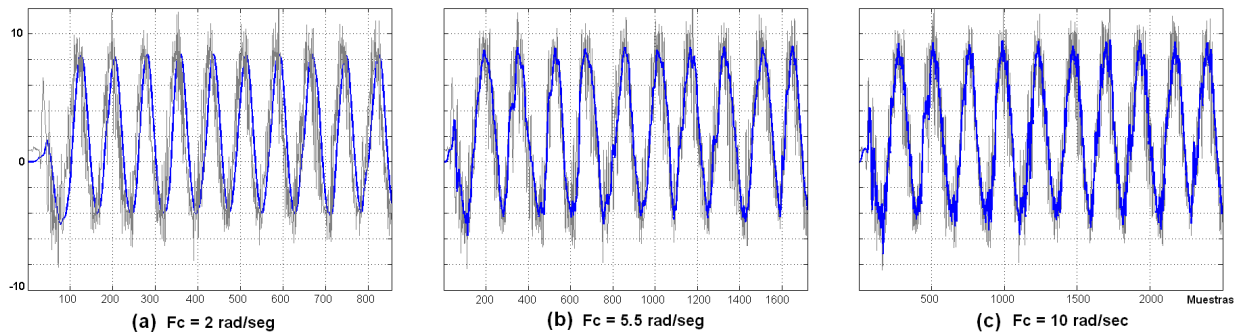


Figura 4.8: Efecto del filtro paso bajo en las mediciones de ladeo con sensor inercial

Los datos de la IMU se leen mediante enlace RS-232, programándose la comunicación de bajo nivel dentro de una función del Matlab (S-function), evitándose utilizar las funciones API (Application Programming Interfaces) del sistema operativo MS-Windows, que no operan en tiempo real. Para la creación de la función, se emplea plantilla de código fuente en lenguaje C que incluye funciones definidas por Simulink, adicionándose aspectos referentes a la cantidad de E/S, definición de variables, inicialización del puerto de comunicación, etc. El código se ejecuta en cada período de muestreo, e incluye la identificación y lectura de la trama de datos y conversión de formato. En dependencia de la cantidad de datos a leer, tamaño del paquete, y procesamiento de la trama, se puede configurar el período de muestreo a valores de 5, 10 y 20 ms indistintamente. En las pruebas experimentales se obtienen los datos calibrados del sensor inercial a un período de muestreo de 20 ms, lo cual es admitido como valor aceptable, para el caso de la aplicación industrial de tiempo real correspondiente al sistema de control del robot.

La figura 4.9 muestra el diagrama de bloques en Simulink que atiende el subsistema de medición inercial, responsable de efectuar la lectura en tiempo real de los datos del sensor inercial.

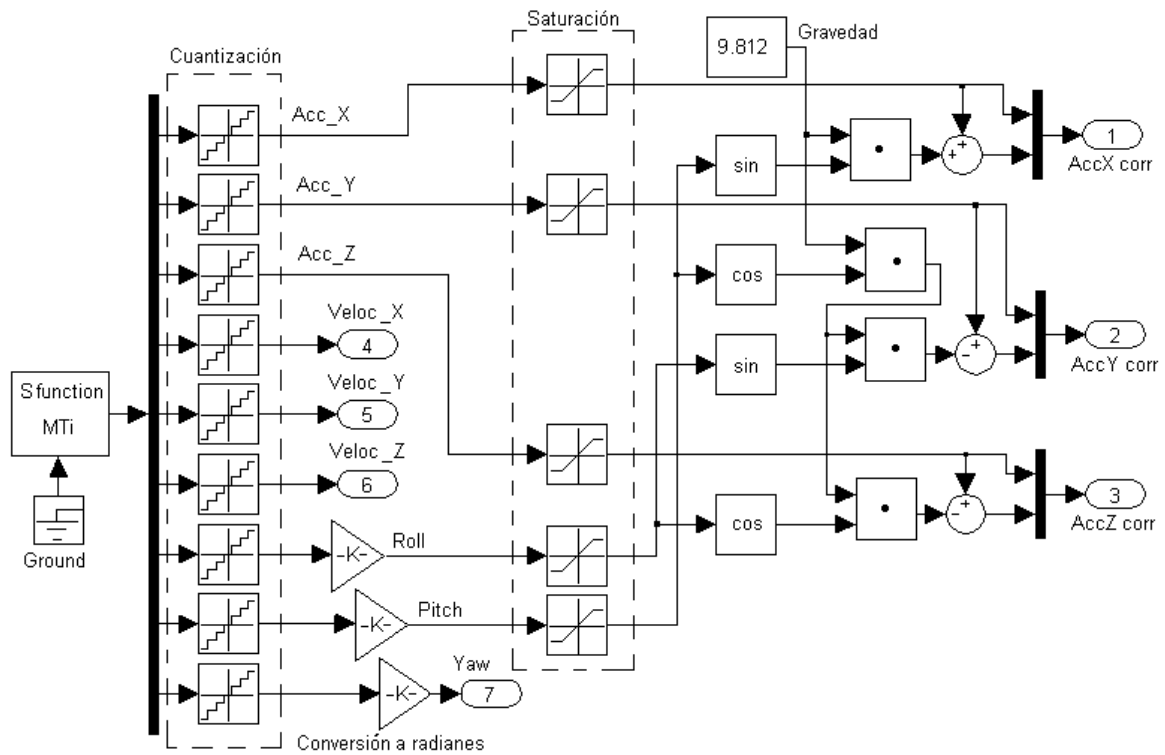


Figura 4.9: Procesamiento en Simulink de los datos de la unidad inercial de medición

Por su parte, los encoders ópticos se disponen en un arreglo de tres unidades, posibilitando la medición de la elevación absoluta de la plataforma y adicionalmente los ángulos de cabeceo yladeo, para en caso de necesidad, corregir en integración con la IMU, la orientación alcanzada por la plataforma móvil. La información de los encoders ópticos, se procesa en un bloque que contiene las funciones trigonométricas que permiten calcular los referidos ángulos de orientación, a partir de las distancias sensadas por los mismos en el plano de medición.

Gracias a la combinación de los encoders ópticos y el sistema inercial, se dispone de la medición dinámica de la posición/orientación de la plataforma móvil, estando disponible dicha información para llevar a cabo el control cartesiano en tiempo real del sistema.

Los lazos de control se implementan de manera independiente para cada cadena cinemática, y están compuestos por controladores que reciben las señales de referencia desde un ordenador donde están disponibles las escenas del mundo virtual. Los algoritmos de control se programan en un controlador empotrado basado en microprocesador dedicado dsPIC 30F4013 a 120 MHz, cuya arquitectura de

hardware se muestra en la figura 4.10.

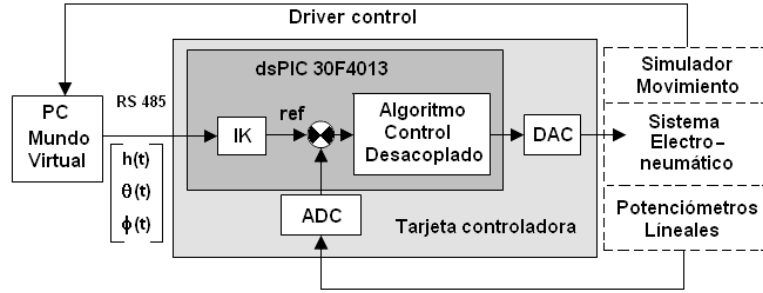


Figura 4.10: Arquitectura de hardware basada en microcontrolador empotrado

### 4.3. Resultados experimentales

Las pruebas experimentales se llevan a cabo con el propósito de valorar el desempeño del lazo de control en el espacio cartesiano, así como el comportamiento del sistema sensorial implementado, en una aplicación de simulador de movimiento.

Los algoritmos de control se desarrollan en el Matlab/Simulink con el ambiente de tiempo real (Real-Time Windows Target). La elevación absoluta de la plataforma móvil se mide mediante la combinación de encoders ópticos, mientras que la unidad inercial provee la información de la orientación.

Para llevar a cabo las pruebas experimentales, se somete primeramente a la plataforma a seguir señales de entrada tipo paso, para todos los grados de libertad del sistema. En la figura 4.11 se muestran los resultados obtenidos en la elevación de la plataforma, donde se observa minimizado el error cartesiano de posicionamiento, si se compara al obtenido en la figura 3.9.

Posteriormente, se aplican señales de referencia sinusoidales definidas por las expresiones (4.16), (4.17), (4.18) para la altura, ladeo y cabeceo respectivamente, para una frecuencia  $\omega=1$  rad/seg.

$$h_{ref}(t) = 100 \sin(t) + 10 \sin(22\omega t) - 15 \sin(3,3\omega t) + 220 \quad (mm) \quad (4.16)$$

$$\theta_{ref}(t) = \sin(0,3\omega t) - \sin(\omega t) - 10 \sin(1,2\omega t) \quad (grados) \quad (4.17)$$

$$\varphi_{ref}(t) = \sin(0,3\omega t) - \sin(\omega t) + 4 \sin(1,2\omega t) \quad (grados) \quad (4.18)$$

La figura 4.12, muestra las mediciones obtenidas con encoders lineales, de manera particular para la orientación, durante los experimentos con el esquema de control cartesiano. Similares resultados se logran con el uso de la unidad inercial de medición (Izaguirre y otros, 2011c).

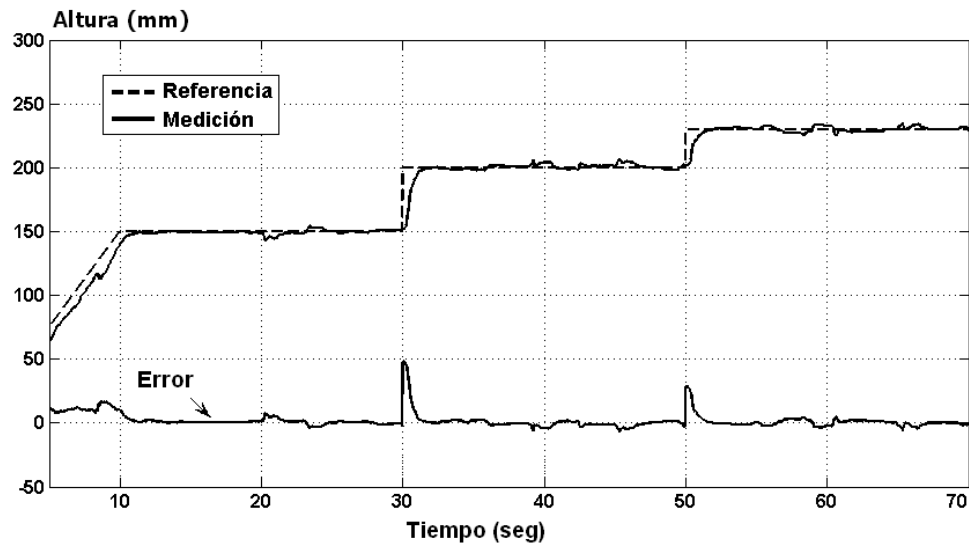


Figura 4.11: Variaciones en la altura del robot con el esquema de control cartesiano

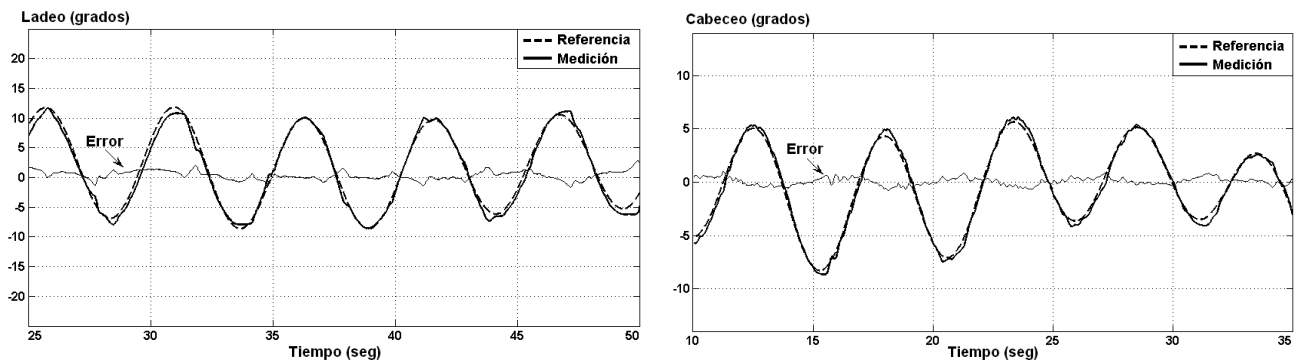


Figura 4.12: Variaciones en la orientación de la plataforma con el esquema de control cartesiano

Con el doble lazo en cascada se logran mejoras en el desempeño del sistema en relación al posicionamiento de la plataforma móvil. El comportamiento del sistema es superior al caso del control desacoplado articular, el error en estado estable es cero, lográndose una respuesta transiente que cumple con las especificaciones de diseño, arrojando resultados muy similares a los obtenidos teóricamente



mediante cosimulación Matlab-Adams (Izaguirre y otros, 2011c). El esquema de control permite la inclusión de una compensación lineal de realimentación directa (feedforward compensation) para mejorar el comportamiento del sistema en aplicaciones de seguimiento de trayectoria, en caso que se desee garantizar un buen seguimiento a señales de referencia de mayores exigencias dinámicas.

El esquema de control provee flexibilidad de modificar el controlador del lazo exterior (sin modificar el interior) y viceversa, buscando determinados objetivos de comportamiento global del sistema, como por ejemplo, control de fuerza, atenuación de disturbios externos, etc.

#### 4.4. Conclusiones parciales

Presentado el esquema de control cinemático en cascada en el espacio de tareas, e implementado el sistema sensorial exteroceptivo para medición de la pose de la plataforma móvil, se concluye que:

- Se demuestra que el empleo combinado de una unidad inercial y encoders ópticos permite obtener la información de la pose de la plataforma móvil en tiempo real y con la precisión necesaria para la aplicación, por lo que se considera una solución factible como sistema de medición exteroceptivo para el robot paralelo SIMPRO de tres grados de libertad.
- El sistema de control en cascada posibilita que el lazo interior satisfaga los requisitos de precisión relativos a la posición articular del robot, mientras que el lazo exterior facilita la minimización del error cartesiano de la plataforma móvil, en aplicación de simulador de movimiento.
- El control en cascada implementado garantiza una mejora sustancial en la ubicación espacial de la plataforma móvil del robot paralelo, a pesar de las incertidumbres, interacción dinámica y errores de modelado.
- La arquitectura de doble lazo propuesta brinda la flexibilidad de implementar varias estrategias de control, mediante la modificación del controlador del lazo cartesiano exterior, sin necesidad de cambiar el lazo interior de control articular.

- Se garantiza la efectividad del esquema de control cinemático en el espacio de tareas, demostrándose la estabilidad del mismo, cuyos resultados en el comportamiento del sistema son debidamente corroborados mediante pruebas experimentales.
- El esquema de control cinemático en el espacio de tareas, es estable, lo cual ha sido demostrado analítica y experimentalmente.

## CONCLUSIONES

Como resultado final arrojado por esta investigación, tenemos que se propone un esquema de control en el espacio cartesiano, que cumple con los requisitos especificados para la aplicación de simulador de movimiento industrial, en un robot paralelo de tres grados de libertad accionado por actuadores neumáticos, lo cual queda comprobado mediante pruebas experimentales. A partir de estos resultados, se plantean las conclusiones generales siguientes:

- A partir de la valoración efectuada del marco teórico relativa a los procedimientos de modelado y control de robots paralelos, se establece que la solución con vistas al control de movimiento del robot bajo estudio debe desarrollarse en el espacio cartesiano efectuando medición de la pose del robot, prescindiendo del modelo dinámico del robot y de la cinemática directa.
- Los modelos cinemático y dinámico articular obtenidos del robot paralelo, representan el comportamiento funcional del sistema, permiten la concepción del esquema de control, y además resultan validados mediante pruebas experimentales.
- El esquema de control articular desacoplado basado en el modelo dinámico de los actuadores del robot, obtenido mediante identificación experimental con la planta real, es capaz de cumplir con las especificaciones de diseño en el posicionamiento continuo articular a pesar del efecto de las perturbaciones debido a la interacción dinámica de los actuadores.
- El sistema sensorial basado en unidad inercial y encoder ópticos para la medición dinámica en forma directa de la posición/orientación de la plataforma móvil, demostró su funcionalidad como sistema de medición exteroceptivo para el robot paralelo SIMPRO de tres grados de libertad en aplicación industrial de control de movimiento en tiempo real.
- Con las pruebas experimentales, se demuestra que el esquema de control cinemático en el espacio de tareas, garantiza el desempeño requerido del sistema, por lo que constituye una solución

factible de control para el posicionamiento continuo de la plataforma móvil en el espacio cartesiano, en aplicación industrial de simulador de movimiento con bajos períodos de muestreo.

- El esquema de control cinemático en cascada, diseñado en el espacio de tareas para el robot paralelo de tres grados de libertad accionado por actuadores neumáticos, basado en medición directa de las variables cartesianas, sin la necesidad de la solución de la cinemática directa, ni del modelo dinámico inverso del robot, cumple con las especificaciones de diseño, para la ubicación de la plataforma móvil, en el espacio cartesiano en aplicación industrial de tiempo real.
- El trabajo realizado sienta las bases para llevar a cabo el estudio de otras estrategias de control incluyendo el empleo de la cinemática diferencial, con posibilidad de prealimentar la derivada de la posición e implementando variantes de control en el espacio de tareas, facilitando con ello el desarrollo de trabajos futuros de investigación.

Con las conclusiones presentadas se satisfacen los objetivos del trabajo y se justifica plenamente la necesidad de la investigación, quedando corroborada la hipótesis inicial establecida.

## RECOMENDACIONES

Como principales recomendaciones del presente trabajo se proponen:

- Evaluar estrategias de control, modelado e identificación bajo el mismo esquema, buscando mejoras en las prestaciones y desempeño del simulador en un contexto más amplio de aplicación, como el caso de seguimiento de trayectorias dinámicamente más exigentes.
- Efectuar estudios relacionados con el mejoramiento del sistema sensorial para la medición de la pose de plataforma móvil y el empleo de filtros de Kalman para la corrección dinámica de la medición.
- Efectuar el estudio de otros esquemas de control, incluyendo el empleo de la cinemática diferencial, con posibilidad de prealimentar la velocidad, implementando variantes de esquemas de control en el espacio de tareas.
- Enfocar trabajos futuros de investigación en la mejora de índices de robustez del sistema ante otras incertidumbres que pueden afectar el lazo, como variaciones dinámicas debido a fuerzas externas, ruidos en la medición, etc.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abbasnejad, G., Zarkandi, S., Imani, M., 2010. Forward Kinematics Analysis of a 3-PRS Parallel Manipulator. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 1 (61), 329–335.
- Abdellatif, H., Kotlarski, J., Ortmaier, T., Heimann, B., 2010. Chapter 4: Practical Model-based and Robust Control of Parallel Manipulators using Passivity and Sliding Mode Theory. En: *Robotics 2010 Current and Future Challenges*. InTech Publisher, Vienna, Austria, pp. 63–84.
- Ahmad, O., January 22-26 2006. Design of Simulator Scenarios to Study the Effectiveness of Electronic Stability Control Systems. En: *85th Annual Meeting of the Transportation Research Board*. Washington, DC, pp. 79–86.
- Ahmad, O., Papelis, Y. E., 2006. Comprehensive Management of Simulator Research Subjects. En: *First Driving Simulation Conference of Asia and Pacific*. Tsukuba, Japan, pp. 2–10.
- Alvarez, C., Saltaren, R., Aracil, R., Garcia, C., 2009. Concepción, Desarrollo y Avances en el Control de Navegación de Robots Submarinos Paralelos: El Robot Remo-1. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 6 (3), 92–100.
- Angeles, J., 2007. *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems Theory, Methods, and Algorithms*, 3rd Edition. Springer.
- Arteaga, M. A., Castillo-Sánchez, A., Parra-Vega, V., 2006. Cartesian Control of Robots without Dynamic Model and Observer Design. *Automatica*, 42 (3), 473–480.
- Astrom, K. J., Wittenmark, B., 1997. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*, 3rd Edition. Prentice Hall, ISBN:7-303-05008.
- Bandyopadhyay, S., Ghosal, A., 2008. An Algebraic Formulation of Kinematic Isotropy and Design of Isotropic 6-6 Stewart Platform Manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 43 (3), 591–616.
- Beer, F., Johnston, E. R., Clausen, W., 2008. *Vector Mechanics for Engineers: Dynamics*, 7th Edition. McGraw-Hill, New York, ISBN-13: 978-970-10-6102-2.
- Bellakenal, S., Andreff, N., Mezouar, Y., Tadjine, M., 2011. Force/Position Control of Parallel Robots using Exteroceptive Pose Measurements. *Mecanica*, 46 (1), 195–205.
- Ben, S., Romdhane, L., 2005. A Software Package for Parallel Mechanisms Modeling and Simulation. En: *International Workshop on Computational Kinematics*. Cassino, Italy.
- Bonfe, M., Mainardi, E., Fantuzzi, C., 2002. Variable Structure PID Based Visual Servoing for Robotic Tracking and Manipulation. En: *Proceedings of the IEEE Conference on Intelligent Robots and Systems*. Lausanne, Switzerland, pp. 396–401.

- Brecher, C., Ostermann, T., Friedrich, D., 2008. Control Concept for PKM considering the Mechanical Coupling between Actors. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48 (3), 427–436.
- Brezina, L., 2010. Optimization of a Parallel Mechanism design with respect to a Stewart Platform Control Design, 1st Edition. Dissertation of Ph. D Thesis, Brno University of Technology.
- Callegari, M., Palpacelli, M.-C., Principi, M., 2006. Dynamics Modelling and Control of the 3-RCC Translational Platform. *Mechatronics*, 16 (10), 589–605.
- Callegari, M., Tarantini, M., 2003. Kinematic Analysis of a Novel Translational Platform. *Journal of Mechanical Design*, 125 (2), 308–315.
- Campos, A., Quintero, J., Saltaren, R., Ferre, M., Aracil, R., Sept 22-26 2008. An Active Helideck Testbed for Floating Structures based on a Stewart-gough Platform. En: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Nice, France, pp. 3705–3710.
- Cappel, K. L., January 26 1967. Motion Simulator. En: United States Patent No. 3,295,224. The Franklin Institute, Philadelphia, pp. 1–12.
- Chaffin, W. P., Martin, D., Jonghwa Yoon, B., 2008. Memory-Based Human Motion Simulation for Computer-Aided Ergonomic Design. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 38 (3), 513–527.
- Chalbat, D., Staicu, S., 2009. Kinematics of a 3-PRP Planar Parallel Robot. *UPB Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering*, 71 (1), 3–16.
- Chandra, R., Rolland, L., 2011. On Solving the Forward Kinematics of 3RPR Planar Parallel Manipulator using Hybrid Metaheuristics. *Applied Mathematics and Computation*, 217 (22), 8997–9008.
- Changfeng, L., Lining, S., Dongsheng, Q., Yanwu, L., May 23-25 2007. Error Analysis and Compensation of Precision Parallel Robot for Sensor Locating in ICF. En: *2nd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, ICIEA 2007*. China, pp. 1297–1306.
- Cheah, C. C., Liu, C., Slotine, J. J. E., 2006. Adaptive Jacobian Tracking Control of Robots with Uncertainties in Kinematic, Dynamic and Actuator Models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51 (6), 1024–1029.
- Chen, C.-K., Hwang, J., 2005. Iterative Learning Control for Position Tracking of Pneumatic Actuated X-Y Table. *Control Engineering Practice*, 13 (12), 1455–1461.
- Chen, R., Lihong Ren, L., Ding, Y., Sept 10-11 2009. Neuroendocrine-based Intelligent Control of a 6-DOF Parallel Robot with Redundant Drivers. En: *Control and Decision Conference, CCDC 2008*. China, pp. 2152–2155.
- Chen, Y., McInroy, J., 2004. Decoupled Control of Flexure-jointed Hexapods using Estimated Joint-space Mass-inertia Matrix. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12 (3), 413–421.

- Cherfia, A., Zaatri, A., Giordano, M., 2007. Kinematics Analysis of a Parallel Robot with a Passive Segment. *Engineering Journal of Chile*, 15 (2), 141–148.
- Chiew, Y., Jalil, M., Hussein, M., Feb 22-25 2008. Motion Cues Visualisation of a Motion Base for Driving Simulator. En: *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics ROBIO 2008*. Bangkok, Thailand, pp. 1497–1502.
- Chin, J.-H., Suna, Y.-H., Cheng, Y.-M., 2008. Force Computation and Continuous Path Tracking for Hydraulic Parallel Manipulator. *Control Engineering Practice*, 16 (6), 697–709.
- Cutti, A. G., Giovanardi, A., Rocchi, L., Davalli, A., Sacchetti, R., 2008. Ambulatory Measurement of Shoulder and Elbow Kinematics through Inertial and Magnetic Sensors. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 46 (2), 169–178.
- Davliakos, I., Papadopoulos, E., July 27-29 2007. Model-Based Position Tracking Control for a 6-dof Electrohydraulic Stewart Platform. En: *15th Mediterranean Conference on Control and Automation*. Athens, Greece, pp. 31–37.
- Díaz-Rodríguez, M., Mata, V., Valera, A., Page, A., 2010. A Methodology for Dynamic Parameters Identification of 3-DOF Parallel Robots in terms of Relevant Parameters. *Mechanism and Machine Theory*, 45 (9), 1337–1356.
- Dehghani, M., Ahmadi, M., Khayatian, A., Eghtesad, M., Farid, M., June 11-13 2008. Neural Network Solution for Forward Kinematics Problem of HEXA Parallel Robot. En: *American Control Conference, ACC-2008*. Seattle, Washington, USA, pp. 4214–4219.
- Di-Gregorio, R., 2009. A Novel Method for the Singularity Analysis of Planar Mechanisms with more than one Degree of Freedom. *Mechanism and Machine Theory*, 44 (1), 83–102.
- Donovan, K. J., Kamnik, R., Keeffe, D. T., Lyons, G. M., 2007. An Inertial and Magnetic Sensor Based Technique for Joint Angle Measurement. *Journal of Biomechanics*, 40 (12), 2604–2611.
- Dorf, R., Bishop, R., 2008. *Modern Control Systems*, 11th Edition. Prentice Hall, ISBN-13: 978-0-13-145-733-1.
- Elkady, A., Elkobrosy, G., Hanna, S., Sobh, T., 2008. Cartesian Parallel Manipulator Modeling, Control and Simulation, 1st Edition. InTech Education and Publishing (Eds.) Austria, ISBN:978-3-902613-40-0.
- Farhat, N., Díaz, M. A., Mata, V., June 18-21 2007. Dynamic Parameter Identification of Parallel Robots Considering Physical Feasibility and Nonlinear Friction Models. En: *12th IFToMM World Congress*. Besançon, France, pp. 12–19.
- Faugere, J.-C., Merlet, J. P., Rouillier, F., 2006. On Solving the Direct Kinematics Problem for Parallel Robots. *Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, Research Report*, No. 5923, INRIA, Sophia-Antipolis, 2 (1), 1–21.
- Fumagalli, A., Masarati, P., 2009. Real-time Inverse Dynamics Control of Parallel Manipulators using General-purpose Multibody Software. *Multibody System Dynamics*, 22 (1), 47–68.



- Gallardo, J. A., Arroyo-Ramírez, B., Rojas-Garduño, H., 2009. Kinematics of a Five Degrees of Freedom Parallel Manipulator using Screw Theory. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 45 (7-8), 830–840.
- Gao, G., Yang, N., 2008. Design and Implementation of Control System for a Novel Parallel Robot Mechanism. En: *IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control ICNSC'08*. Hainan, China, pp. 932–937.
- Gao, J., Webb, P., Gindy, N., 2004. Investigation of an Inertial Sensor Based Dynamic Position Measurement System for a Parallel Kinematic Machine. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 26 (4), 293–310.
- Gao, J., Webb, P., Gindy, N., 2008. Evaluation of a Low-cost Inertial Dynamic Measurement System. En: *IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics*. Chengdu, China, pp. 1–5.
- García-Sanz, M., Casado, M. M., 2005. Herramientas para el Estudio de Robots de Cinemática: Simulador y Prototipo Experimental. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 2 (2), 73–81.
- Garrido, R., Canul, E., Soria, A., May 12-17 2009. Task Space Robot Control using an Inner PD Loop. En: *IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA '09*. Kobe, Japan, pp. 1268–1272.
- Garrido, R., Soria, A., Trujano, M., 2011. Chapter 2: Visual PID Control of a Redundant Parallel Robot. En: *PID Control, Implementation and Tuning*. InTech Publisher, Vienna, Austria, pp. 91–96.
- Gogu, G., 2010. *Structural Synthesis of Parallel Robots*, 1st Edition. Springer Dordrecht Heidelberg London, ISBN-13: 978-140-205-102-9.
- González-Rodríguez, R., Hernández, L., Izaguirre, E., A., R., 2011. Estrategia de Control para Robots Manipuladores con Realimentación Visual y Plataforma Electro-neumática de 3 gdl. *Revista de Ingeniería Mecánica*, 14 (3), 245–257.
- Gough, V., Whitehall, S., 1962. Universal Tire Test Machine. En: *9th International Technical Congress F.I.S.I.T.A.* Vol. 117. USA, pp. 117–135.
- Gunthner, W., 2008. *Enhancing Cognitive Assistance Systems with Inertial Measurement Units*, 1st Edition. Springer Berlin / Heidelberg, ISBN-13: 978-354-0-769-965.
- Guo, J., Liu, Y., Shi, J., G., C., 2008. Analysis on the Processing Dexterity of Parallel Robot Based on Matlab. En: *1st International Conference on Intelligent Robotics and Applications: Part I*. Springer-Verlag, Berlin., pp. 208–215.
- Gupta, A., O'Malley, M. K., Patoglu, V., Burgar, C., 2008. Design, Control and Performance of Ricewrist: A Force Feedback Wrist Exoskeleton for Rehabilitation and Training. *The International Journal of Robotics Research*, 27 (2), 233–251.

- Gwinnett, J. E., January 20 1931. Amusement Device. En: United States Patent No. 1,789,680. Kent, Washington, pp. 1–7.
- Hahn, H., 2005. Mathematical Modeling, Control, Computer Simulation and Laboratory Experiments of a Spatial Servopneumatic Parallel Robot. *Nonlinear Dynamics*, 40 (1), 387–417.
- Hayes, M., Langlois, R. G., September 21-22 2008. Atlas Motion Platform Generalized Kinematic Model. En: 2nd International Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators. Montpellier, France, pp. 227–234.
- He, J., Jiang, H., Cong, D., Ye, Z., Han, J., 2007. A Survey on Control of Parallel Manipulator. *Key Engineering Materials*, 339 (2), 307–313.
- Hernández, L., Izaguirre, E., Rubio, E., Urquijo, O., 2011. Kinematic Task Space Control Scheme for 3-DOF Pneumatic Parallel Robot. En: *Intelligent Mechatronics: Chapter V*. 1st Edition, InTech Education and Publishing, Vienna, Austria, ISBN:978-953-307-300-2, pp. 67–84.
- Hernández, L., Rubio, E., J., G., Sahli, H., Gonzalez, R., 2008. A Decoupled Control for Visual Servoing of Camera-in-hand Robot with 2D Movement. En: *Proceedings of the 2008 Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference*. Cuernavaca, Mexico, pp. 304–309.
- Hernández, L., Sahli, H., Gonzalez, R., 2010. Vision Based 2D and 3D Control of Robot Manipulators. En: *Robot Manipulators Trends and Development*. InTech Publisher, Vienna, Austria, pp. 441–462.
- Hesselbach, J., Bier, C., Campos, A., Lowe, H., 2005. Direct Kinematic Singularity Detection of a Hexa Parallel Robot. En: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Barcelona, Spain, pp. 3238–3243.
- Hua-Yi, C., Kuo-Hua, C., 2007. A Real-Time NURBS Motion Interpolator for Position Control of a Slide Equilateral Triangle Parallel Manipulator. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 34 (4), 724–735.
- Izaguirre, E., Hernández, L., Moya, J. L., Guerra, J. A., Feb. 3-5 2010a. Kinematics and Dynamic Modeling of Motion Platform. En: *Proceedings of the Cuba-Flanders Workshop on Machine Learning and Knowledge Discovery, CF-WML-KD2010*. ISBN:578-959-250-574-2, Santa Clara, Cuba, pp. 381–386.
- Izaguirre, E., Hernández, L., Prieto, P. J., Guerra, J. A., Marzo 25-27 2010b. Modelo Dinámico Basado en el Principio del Trabajo Virtual para Robot Paralelo. En: *Memorias del 1er Taller Universidad Alcalá Henares-CES, UAH-CES-2010*. ISBN:978-84-8138-878-7, Santiago de Cuba, Cuba, pp. 34–40.
- Izaguirre, E., Hernández, L., Rubio, E., Prieto, P. J., Hernández, A., 2011a. Control Desacoplado de Plataforma Neumática de 3-gdl utilizada como Simulador de Movimiento. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 8 (4), 345–356.

- Izaguirre, E., Hernández, L., Rubio, E., Prieto, P. J., Urquijo, O., Guerra, J. A., 2011b. Análisis Cinemático y Control Articular Aplicado a Simulador de Movimiento de Estructura Paralela. *Revista Científica de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones*, 32 (3), 1–12.
- Izaguirre, E., Hernández, L., Rubio, E., Urquijo, O., 2011c. Cartesian Control of a 3-DOF Electro-pneumatic Actuated Motion Platform with Exteroceptive Pose Measurement. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 8 (4), 120–128.
- Izaguirre, E., Hernández, L., Urquijo, O., Machado, A., Garcia, D., 2011d. Sistema Sensorial para Medición de la Pose de Robot Paralelo en Control Cartesiano. En: XIV Convention of Electrical Engineering, CIE-2011. Santa Clara, Cuba, pp. 1–6.
- Izaguirre, E., Mellado, M., Hernández, L., Valera, A., Guerra, J. A., 2009. Modeling and Simulation of Parallel Robot of 3 dof with Virtual Robot Simulator. En: 13th International Convention and Fair, SIA-2009. International Convention Center, Havana, Cuba.
- Jain, A., Shiferaw, D., 2011. Comparision of Joint Space and Task Space Integral Sliding Mode Controller Implementations for a 6-DOF Parallel Robot. En: Recent Researches in Multimedia Systems, Signal Processing, Robotics, Control and Manufacturing Technology. Wisconsin, USA, pp. 163–169.
- Jamwal, P., Xie, S., Tsoi, Y., Aw, K. C., 2010. Forward Kinematics Modelling of a Parallel Ankle Rehabilitation Robot using Modified Fuzzy Inference. *Mechanism and Machine Theory*, 45 (11), 1537–1554.
- Jeon, D., J., K., September 21-22 2008. Development of the Eclipse-II Motion Simulator. En: 2nd International Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators. Montpellier, France, pp. 235–239.
- Jin, Q., Yang, T.-L., 2004. Synthesis and Analysis of a Group of 3 Degree of Freedom Partially Decoupled Parallel Manipulators. *ASME Journal of Mechanical Design*, 126 (2), 301–306.
- Jun, J., Kanaoka, K., Kawamura, S., 2010. Cascaded Feedback Control Scheme for Trajectory Tracking of Robot Manipulator Systems with Actuator Dynamics. *Advanced Robotics*, 24 (5-6), 879–902.
- Jun, W., Jinsong, W., Tiemin, L., Liping, W., Liwen, G., 2008. Dynamic Dexterity of a Planar 2-DOF Parallel Manipulator in a Hybrid Machine Tool. *Robotica*, 26 (1), 93–98.
- Karpenko, M., Sepehri, N., 2006. Development and Experimental Evaluation of a Fixed-gain Nonlinear Control for a Low-cost Pneumatic Actuator. *IEEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 143 (1), 629–640.
- Kim, J., Jin Sung, K., Sun Ho, K., 2005. Motion Planning for Redundant Parallel Kinematic Mechanism using Joint Torque Distribution. En: 1st International Conference on Manufacturing, Machine Design and Tribology. Seoul, Korea, pp. 1–6.

- Kolbus, M., Wobbe, F., Schumacher, W., 2008. Enhanced Motion Control Concepts on Parallel Robots, 11th Edition. InTech Education and Publishing (Eds.) Institute of Control Engineering, Germany, ISBN:978-3-902613-41-7.
- Krejnin, G. V., Krivts, I. L., 2006. Pneumatic Actuating Systems for Automatic Equipment, 2nd Edition. CRC Press Taylor and Francis Group, ISBN:2964-0-8493-2964-7.
- Kroneis, J., Muller, P. A., Liu, S., 2008. Dynamic Modeling and Identification of a Complex-structured Parallel Robot. En: 17th World Congress of the International Federation of Automatic Control. Seoul, Korea, pp. 4361–4366.
- Kwon, D.-S., Yang, G.-H., Lee, C.-W., Shin, J.-C., Park, Y., Jung, B., May 21-26 2001. Kaist Interactive Bicycle Simulator. En: IEEE International Conference on Robotics and Automation. Seoul, Korea, pp. 2313–2318.
- Li, Y., Yong, W., Zhenghong, C., Sept 1-3 2008. Research on Trajectory Tracking of a Parallel Robot Based on Neural Network PID Control. En: IEEE International Conference on Automation and Logistics, ICAL 2008. Qingdao, China, pp. 504–508.
- L.Bruzzzone, L., Callegari, M., 2010. Application of the Rotation Matrix Natural Invariants to Impedance Control of Rotational Parallel Robots. *Advances in Mechanical Engineering*, 2010 (1), 1–9.
- Lees, A., Vanrenterghem, J., Barton, G., Lake, M., 2007. Kinematic Response Characteristics of the CAREN Moving Platform System for use in Posture and Balance Research. *Medical Engineering and Physics*, 29 (3), 629–635.
- Li, C., Yang, B., Cai, G., May 23-24 2009. Optimization Design of 3-TPT Parallel Robot based on ADAMS Simulation Technology. En: International Workshop on Intelligent Systems and Applications. USA, pp. 71–86.
- Li, Y., Xu, Q., 2006. Kinematic Analysis and Design of a New 3-DOF Translational Parallel Manipulator. *Journal of Mechanical Design*, 128 (3), 729–737.
- Li, Y., Xu, Q., 2007. Design and Development of a Medical Parallel Robot for Cardiopulmonary Resuscitation. *IEEE/ASME Transaction on Mechatronics*, 12 (3), 265–273.
- Lin, Y.-J., Song, S.-M., 2007. A Comparative Study of Inverse Dynamics of Manipulators with Closed-chain Geometry. *Journal of Robotic Systems*, 7 (4), 507–534.
- Lombaerts, T., Chu, Q., Mulder, J., Joosten, D., 2011. Modular Flight Control Reconfiguration Design and Simulation. *Control Engineering Practice*, 19 (6), 540–554.
- Lu, Y., Hu, B., 2006. Analysis of Kinematics and Solution of Active/Constrained Forces of Asymmetric 2UPU-X Parallel Manipulators. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 220 (4), 1819–1830.
- Lu, Y., Hu, B., 2007. Unified Solving Jacobian/Hessian Manipulators with n-SPS Active Legs and a Passive Constrained Leg. *ASME Journal of Mechanical Design*, 129 (1), 1161–1169.

- Lu, Y., Hu, B., Li, S. H., Tian, X. B., 2008. Kinematics-Statics Analysis of a Novel 2SPS+PRRPR Parallel Manipulator. *Mechanism and Machine Theory*, 43 (9), 1099–1111.
- Lu, Y., Hu, B., Shi, Y., 2007. Kinematics Analysis and Statics of a 2SPS+UPR Parallel Manipulator. *Multibody System Dynamics*, 18 (4), 619–636.
- Lubrano, E., Bouri, M., Clavel, R., May 9-13 2011. Ultra-high-precision Industrial Robots Calibration. En: *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Shanghai International Conference Center, China, pp. 228–233.
- Madusudanan, S. N., Sourish, C., Hrishi, S., Venkat, N. K., August 15-18 2010. Kinematic, Static and Workspace Analysis of a 6-PUS Parallel Manipulator. En: *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering*. Montreal, Canada, pp. 1297–1306.
- Mattiazzo, G., Mauro, S., Pastorelli, S., Sorli, M., June 18-21 2007. A Pneumatically Actuated Motion Simulator. En: *12th IFToMM World Congress*. Besançon, France, pp. 1–6.
- Mellado, M., Correcher, C., Catret, J. V., Puig, D., 2003. Virtual Robot: An open general-purpose simulation tool for Robotics. En: *International Conference on Modelling and Simulation, ESM-03*. Napolés, Italy, pp. 155–162.
- Merlet, J. P., 2004. Solving the Forward Kinematics of a Gough-type Parallel Manipulator with Interval Analysis. *International Journal of Robotics Research*, 23 (3), 221–236.
- Merlet, J. P., 2006a. Jacobian, Manipulability, Condition Number and Accuracy of Parallel Robots. *Journal of Mechanical Design*, 128 (1), 199–207.
- Merlet, J. P., 2006b. *Parallel Robots*, 2nd Edition. Springer, France, ISBN-13: 978-1-4020-4133-4.
- Muller, A., September 21-22 2008. Consequences of Kinematics Imperfections for the Control of Redundantly Actuated Parallel Manipulators. En: *2nd International Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators*. Montpellier, France, pp. 211–216.
- Nalluri, M., Mallikarjuna, R., 2009. Dimensional Synthesis of a spatial 3-RPS Parallel Manipulator for a Prescribed Range of Motion of Spherical Joints. *Mechanism and Machine Theory*, 44 (1), 477–486.
- Narayanan, M. S., Chakravarty, S., Shah, H., Krovi, N., August 15-18 2010. Kinematic, Static and Workspace Analysis of a 6-PUS Parallel Manipulator. En: *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. Montreal, Canada, pp. 1–8.
- Nawratil, G., 2009. New Performance Indices for 6-dof UPS and 3-dof RPR Parallel Manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, 44 (1), 208–221.

- Ogbobe, P., ZhengMao, Y., Hongzhou, J., Yang, C., Junwei, H., 2010. Modal Space Decoupled Controller for Hydraulically Driven 6-dof Parallel Robot. En: 2nd International Conference on Mechanical and Electronics Engineering (ICMEE). Kyoto, Japan, pp. 280–284.
- Omran, A., Bayoumi, M., Kassem, A., El-Bayoumi, G., 2009. Optimal Forward Kinematics Modeling of Stewart Manipulator using Genetic Algorithms. Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering, 3 (4), 280–293.
- Paccot, F., Andreff, N., Martinet, P., 2009. A Review on the Dynamic Control of Parallel Kinematics Machines: Theory and Experiments. International Journal of Robotics Research, 28 (3), 395–416.
- Parnian, N., Won, S. P., Golnaraghi, F., 2008. Position Sensing Using Integration of a Vision System and Inertial Sensors. En: 34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics, IECON 2008. Orlando, Florida, pp. 3011–3015.
- Patane, F., Cappa, P., 2011. A 3-DOF Parallel Robot with Spherical Motion for the Rehabilitation and Evaluation of Balance Performance. IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 19 (2), 157–166.
- Pierrot, F., Baradat, C., Nabat, V., Company, O., Krut, S., Gouttefarde, M., 2009. Above 40g Acceleration for Pick-and-Place with a New 2-dof PKM. En: IEEE International Conference of Robotics and Automation (ICRA-09). Kobe, Japan, pp. 1794–1800.
- Qing, H. C., Li, F., 2010. Study on Control Algorithm of 3-DOF Parallel Robot. Applied Mechanics and Materials Advances in Science and Engineering, (40-41), 774–777.
- Qingsong, X., Li, Y., 2010. Development and Assessment of a Novel Decoupled XY Parallel Micropositioning Platform. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 15 (1), 125–135.
- Ramdani, N., Gouttefarde, M., Pierrot, F., Merlet, J. P., 2008. First Results on the Design of High Speed Parallel Robots in Presence of Uncertainty. En: IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS-08. Nice, France, pp. 2410–2415.
- Reid, A. A., 1992. Safety Assessment of TACOM's Crew Station/Turret Motion Base Simulator. Research, Development and Engineering Center, Technical Report No.13549, 1 (2), 1–63.
- Rolland, L., 2005. Certified Solving of the Forward Kinematics Problem with an Exact Algebraic Method for the General Parallel Manipulator. Advanced Robotics, 19 (9), 995–1025.
- Rolland, L., 2007. Synthesis of the Forward Kinematics Problem Algebraic Modeling for the General Parallel Manipulator Displacement-based Equations. Advanced Robotics, 21 (9), 1071–1092.
- Rolland, L., Chandra, R., Sept 14-16 2009. Forward Kinematics of the 3RPR Planar Parallel Manipulators using Real Coded Genetic Algorithms. En: 24th International Symposium on Computer and Information Sciences, ISCIS-2009. Guzelyurt, Turkey, pp. 381–386.
- Rubio, E., 2007. Modelación, Identificación y Control de Actuadores Lineales electro-neumáticos para Aplicaciones Industriales. Tesis Doctoral, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas.

- Rubio, E., Hernández, L., Aracil, R., Saltaren, R., Guerra, J., 2009. Implementation of Decoupled Model-Based Controller in a 2-DOF Pneumatic Platform used in Low-Cost Driving Simulators. En: Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference -Cerma 2009-. Morelos, Mexico, pp. 338–343.
- Rubio, E., Hernández, L., Aracil, R., Saltarén, R., 2007. Modelado, Identificación y Control de Actuadores Lineales Electro-neumáticos. Aplicación en Plataforma de Dos Grados de Libertad. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 4 (4), 58–69.
- Sabrie, E., Dufourand, P., Gosselin, C., June 14-18 2004. Kinematic and Dynamic Analysis of a New Rotational Motion Simulator. En: ROMANSY 2004. Montreal, Canada.
- Sadjadian, H., Taghirad, H. D., 2006. Kinematic, Singularity and Stiffness Analysis of the Hydraulic Shoulder: a 3-dof Redundant Parallel Machine. *Advanced Robotics*, 20 (7), 763–781.
- Sebastian, J. M., Traslosheros, A., Angel, L., Roberti, F., Carelli, R., 2007. Parallel Robot High Speed Object Tracking, 1st Edition. Springer Berlin, Heidelberg, ISBN:978-354-07-425-86.
- Selvakumar, A. A., Anant, K. A., Narayanan, T. L., Sivaramakrishnan, R., 2009. Simulation and Kinematic Analysis of Tri-Glide Parallel Manipulator. *International Journal of Mechanics and Solids*, 4 (1), 127–135.
- Shang, W., Cong, S., 2009. Nonlinear Adaptive Task Space Control for a 2-DOF Redundantly Actuated Parallel Manipulator. *Nonlinear Dynamics*, 99 (1-2), 12–19.
- Shurong, N., Shihuan, W., Sept 1-3 2008. The Performance Analysis of Parallel Mechanism 4-RPR(RR). En: IEEE International Conference on Automation and Logistics, ICAL 2008. Qingdao, China, pp. 1314–1318.
- Siciliano, B., Khatib, O., 2008. Handbook of Robotics, 1st Edition. Springer, ISBN:978-3-540-957-4.
- Silva, M. M., Bruls, O., Swevers, J., Desmet, W., Brussel, H.-V., 2009. Computer-aided Integrated Design for Machines with Varying Dynamics. *Mechanism and Machine Theory*, 44 (9), 1733–1745.
- Simaan, N., Shoham, M., 2003. Geometric Interpretation of the Derivatives of Parallel Robots Jacobian Matrix with Application to Stiffness Control. *Journal of Mechanical Design*, 125 (1), 33–42.
- Slob, J., August 2008. State of the Art Driving Simulators, a Literature Survey. En: DCT report, Control Systems Technology Group. Eindhoven University of Technology, pp. 1–19.
- Sánchez, S. P., Reyes, C. F., 2010. Chapter 8: Cartesian Control for Robot Manipulators. En: Robot Manipulators Trends and Development. InTech Publisher, Vienna, Austria, pp. 165–211.
- Sokolov, A., Xirouchakis, P., 2007. Dynamics Analysis of a 3-DOF Parallel Manipulator with RPS Joint Structure. *Mechanism and Machine Theory*, 42 (2), 541–557.

- Staicu, S., 2009. Recursive Modelling in Dynamics of Agile Wrist Spherical Parallel Robot. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 25 (2), 409–416.
- Stan, S. D., Balan, R., Maties, V., Rad, C., 2009. Kinematics and Fuzzy Control of ISOGLIDE3 Medical Parallel Robot. *Mechanika*, 75 (1), 62–66.
- Stewart, D., January 3 1965. A Platform with 6 Degrees of Freedom. En: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part 1*, 15, pp. 1–15.
- Sung-Hua, C., Chin-I, H., F., L.-C., 2008. Applying a Nonlinear Observer to solve Forward Kinematics of a Stewart Platform. En: *IEEE International Conference on Control Applications*. San Antonio, Texas, pp. 1183–1188.
- Taghirad, H. D., Nahon, M. A., 2008. Dynamic Analysis of a Macro-Micro Redundantly Actuated Parallel Manipulator. *Advanced Robotics*, 22 (4), 949–981.
- Takashi, M., Toshinori, F., Kazutoshi, S., Kenj, K., Toshiharu, K., 2007. Development of a Digital Control System for High-performance Pneumatic Servo Valve. *Precision Engineering*, 31 (2), 156–161.
- Thomas, U., Maciuszek, I., Wahl, F. M., 2006. A Unified Notation for Serial, Parallel, and Hybrid Kinematic Structures. En: *Technical Report Research of Institute for Robotics and Process Control*, Technical University of Braunschweig. Braunschweig, Germany, pp. 1–6.
- Tsai, L. W., 2000. *Robot Analysis. The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators*, 1st Edition. John Wiley and Sons, Inc., ISBN:0-471-32593-7.
- Tsoi, Y. H., Xie, S. Q., 2008. Design and Control of a Parallel Robot for Ankle Rehabilitation. En: *15th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice*. Auckland, New-Zealand, pp. 515–520.
- Verdes, D., Stan, S.-D., Manic, M., Balan, R., Matie, V., May 21-23 2009. Kinematics Analysis, Workspace, Design and Control of 3-RPS and TRIGLIDE Medical Parallel Robots. En: *2nd conference on Human System Interactions HSI-2009*. Catania, Italy, pp. 103–108.
- Villarreal-Cervantes, M. G., A., C.-V. C., J., A.-G., April 14-17 2009. Structure-Control Mechatronic Design of the Planar 5R 2-DOF Parallel Robot. En: *Proceedings of IEEE International Conference on Mechatronics*. Malaga, Spain, pp. 1–6.
- Vivas, A., Poignet, P., 2006. Control Predictivo de un Robot Paralelo. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 3 (4), 46–53.
- Wang, H., Xie, Y., 2009. Adaptive Jacobian Position/force Tracking Control of Free-flying Manipulators. *Robotics and Autonomous Systems*, 57 (2), 173–181.
- Wang, J., Wu, J., Wang, L., You, Z., 2009. Dynamic Feed-forward Control of a Parallel Kinematic Machine. *Mechatronics*, 19 (3), 313–324.



- Wobbe, F., Kolbus, M., Schumacher, W., 2008. Automation and Robotics. InTech Education and Publishing, ISBN:978-3-902613-41-7, Germany.
- Won, S., Golnaraghi, H. P. F., Melek, W. W., 2009. A Fastening Tool Tracking System using an IMU and a Position Sensor with Kalman Filters and a Fuzzy Expert System. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56 (5), 1782–1792.
- Wu, J., Li, T., Liu, X., Wang, L., 2007. Optimal Kinematic Design of a 2-DOF Planar Parallel Manipulator. *Tsinghua Science and Technology*, 12 (3), 269–275.
- Wu, J., Wang, J., Wang, L., Li, T., 2009. Dynamics and Control of a Planar 3-DOF Parallel Manipulator with Actuation Redundancy. *Mechanism and Machine Theory*, 44 (x), 835–849.
- Wu, J., Wang, J., Wang, L., Shao, H., 2008. Dimensional Synthesis and Dynamic Manipulability of a Planar 2-DOF Parallel Manipulator. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 222 (3), 1061–1069.
- Xu, Q., Li, Y., 2009. Dynamic Modeling and Robust Control of a 3-PRC Translational Parallel Kinematic Machine. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 25 (3), 630–640.
- Yang, C., Huang, Q., Han, J., 2011. Decoupling Control for Spatial six-degree-of-freedom Electro-hydraulic Parallel Robot. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 28 (1), 14–23.
- Yang, Y., O'Brien, J., 2008. Finding Unmanipulable Singularities in Parallel Mechanisms using Jacobian Decomposition. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 53 (1), 3–19.
- Yang, Z., Wu, J., Mei, J., Gao, J., Huang, T., 2008. Mechatronic Model Based Computed Torque Control of a Parallel Manipulator. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 5 (1), 123–128.
- Yasuda, T., Nenchev, D. N., Aida, K., Tamura, E., 2000. Experiments with a Parallel Robot with Singularity-perturbed Design. En: 26th Annual Conference of the IEEE, Industrial Electronics Society, IECON 2000. Nagoya , Japan, pp. 217–222.
- Yeh, T.-J., Su, C. Y., Wang, W.-J., 2009. Modelling and Control of a Hydraulically Actuated 2-dof Inertial Platform. *Journal of Systems and Control Engineering*, 219 (2), 405–417.
- Yen, P. L., Lai, C. C., 2009. Dynamic Modeling and Control of a 3-DOF Cartesian Parallel Manipulator. *Mechatronics*, 19 (3), 390–398.
- Zabalza, I., Ros, J., 2007. Aplicaciones Actuales de los Robots Paralelos. En: 8th Latin American Congress of Mechanical Engineering. Cusco, Perú.
- Zhao, X., Huang, T., Hu, S. J., 2005. Conceptual Design and Dimensional Synthesis for a 3-DOF Module of the TriVariant a Novel 5-DOF Reconfigurable Hybrid Robot. *IEEE Transactions on Robotics*, 21 (3), 449–456.
- Zhao, Y., Gao, F., 2009. Dynamic Formulation and Performance Evaluation of the Redundant Parallel Manipulator. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 25 (4-5), 770–781.

- Zhiyong, W., Ghorbel, F. H., 2006. Control of Closed Kinematic Chains using a Singularly Perturbed Dynamics Model. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 128 (1), 142–151.
- Zubizarreta, A., Cabanes, I., Marga, M., Pinto, C., 2008. Control of Parallel Robots using Passive Sensor Data. En: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Nice, France, pp. 2398–2403.

## Anexo A

### ANEXO A: PROGRAMA EN MATLAB PARA LA CINEMÁTICA INVERSA

```
clc, clear all
% Variables que definen la posición inicial de la plataforma móvil.
h=1070;
h_low=1070; % Altura plataf. móvil en su posición baja (low)
h_med=1285; % Altura plataf. móvil en su posición media
h_high=1500; % Altura plataf. móvil en su posición alta (high)
r1=1880; % Radio rotación (mm) del cuerpo rígido 1 (forma T)
r2=1770; % Radio rotación (mm) del cuerpo rígido 2 (forma delta)
% Definición de las variables principales
O=[0;0;0]; % Origen del sistema de Ref. Fijo
A1=[-250;0;0]; % Base del Pistón 1 -orig-
A2=[275;-500;0]; % Base del Pistón 2 -orig-
A3=[A2(1);-A2(2);A2(3)]; % Base del Pistón 3 -orig-
B1=[-940;0;h]; % Pto B1 de la plataf. móvil
B2=[720;-500;h]; % Pto B2 de la plataf. móvil
B3=[B2(1);-B2(2);h]; % Pto B3 de la plataf. móvil
C1=[-786;0;h-210]; % Pto de pivoteo C1
C2=[-864;0;h-153]; % Pto de pivoteo C2
C3=[590;0;h-310]; % Pto de pivoteo C3
C4=[540;0;h-150]; % Pto de pivoteo C4
A45=[-1005;0;0]; % Pto medio entre A4 y A5 de la base
A67=[-A45(1);0;0]; % Pto medio entre A6 y A7 de la base
% Longitudes iniciales de las extremidades actuadas.
A1C1=[C1(1)-A1(1);C1(2)-A1(2);C1(3)-A1(3)];
A1C2=[C2(1)-A1(1);C2(2)-A1(2);C2(3)-A1(3)];
A1B1=[B1(1)-A1(1);B1(2)-A1(2);B1(3)-A1(3)];
A2B2=[B2(1)-A2(1);B2(2)-A2(2);B2(3)-A2(3)];
A3B3=[B3(1)-A3(1);B3(2)-A3(2);B3(3)-A3(3)];
Lin1=norm(A1C1);
Lin2=norm(A2B2);
Lin3=norm(A3B3);
dist_A1C1=norm(A1C1); % Magnitud del vector A1C1
dist_A1B1=norm(A1B1); % Magnitud del vector A1B1
dist_A2B2=norm(A2B2); % Magnitud del vector A2B2
dist_A3B3=norm(A3B3); % Magnitud del vector A3B3
disp(' **** CINEMATICA INVERSA ****')
hnew=input('Introd. valor altura plataforma \n Altura=');
ladeo=input('Introd. valor (en grados) ángulo ladeo \n Ladeo=');
cabeceo=input('Introd. valor (en grados) ángulo cabeceo \n Cabeceo=');
% Conversión de grados a radianes de los ángulos
phi=-cabeceo/57.3; cita=-ladeo/57.3;
% Desplazam. dx al elevarse la plataforma
dx1=sqrt(r1^2-(h-210)^2)-sqrt(r1^2-(h-210+hnew)^2);
% Matriz Rotación convenio ZYX
MR=[cos(phi) sin(cita)*sin(phi) sin(phi)*cos(cita);
```

```

0          cos(cita)          -sin(cita);
-sin(phi)  cos(phi)*sin(cita) cos(phi)*cos(cita)];
% Nuevas coordenadas del robot que varían su altura
B1(3)=B1(3)+hnew; B2(3)=B2(3)+hnew; B3(3)=B3(3)+hnew;
C1(3)=C1(3)+hnew; C2(3)=C2(3)+hnew;
% Nuevas coord. del robot que varían su desplazam. en el eje x
B1(1)=B1(1)+dx1; B2(1)=B2(1)+dx1; B3(1)=B3(1)+dx1;
C1(1)=C1(1)+dx1; C2(1)=C2(1)+dx1;
P=[dx1;0;h+hnew]; % Desplazam. y Altura del pto P, origen sist.ref. móvil
% Conformación de los puntos del vector OP
OP=[P(1)-O(1);P(2)-O(2);P(3)-O(3)];
% Vectores de cierre: Cadena Cinemática Central
OA1=[A1(1)-O(1);A1(2)-O(2);A1(3)-O(3)];
PB1=[B1(1)-P(1);B1(2)-P(2);B1(3)-P(3)];
B1C2=[C2(1)-B1(1);C2(2)-B1(2);C2(3)-B1(3)];
C2C1=[C1(1)-C2(1);C1(2)-C2(2);C1(3)-C2(3)];
A1B1=OP+MR*PB1-OA1; % Vector de cierre central ecuac. 1
A1C1=A1B1+B1C2+C2C1; % Vector de cierre central ecuac. 2
L1=norm(A1C1); % Valor del Vector A1C1
% Vectores de cierre: Cadena Cinemática IzquierdaTrasera
OA2=[A2(1)-O(1);A2(2)-O(2);A2(3)-O(3)];
PB2=[B2(1)-P(1);B2(2)-P(2);B2(3)-P(3)];
A2B2=OP+MR*PB2-OA2; % Vector de cierre izquierdo
L2=norm(A2B2); % Valor del Vector A2B2
% Vectores de cierre: Cadena Cinemática Derecha Trasera
OA3=[A3(1)-O(1);A3(2)-O(2);A3(3)-O(3)];
PB3=[B3(1)-P(1);B3(2)-P(2);B3(3)-P(3)];
A3B3=OP+MR*PB3-OA3; % Vector de cierre izquierdo
L3=norm(A3B3); % Valor del Vector A3B3
% Desplazamientos en los vástagos de los cilindros
disp('Desplazamientos en los vástagos de los cilindros')
q1=L1-Lin1 % Desplazam. (elongación) del pistón 1 (central)
q2=L2-Lin2 % Desplazam. (elongación) del pistón 2 (izquierdo)
q3=L3-Lin3 % Desplazam. (elongación) del pistón 3 (derecho)
% Desplazam. experimentados en cada cadena extremidad actuada
L1=q1+Lin1; % Elongación total cadena cinemática central
L2=q2+Lin2; % Elongación total cadena cinemática izquierda
L3=q3+Lin3; % Elongación total cadena cinemática derecha
break
% CINEMÁTICA INVERSA SIMBOLICA
clear cita phi MR L1 L2 L3 q1 q2 q3
syms cita phi z MRi MRj MRk
% Matriz Rotación convenio ZYX
MR=[cos(phi) sin(cita)*sin(phi) sin(phi)*cos(cita);
0 cos(cita) -sin(cita);
-sin(phi) cos(phi)*sin(cita) cos(phi)*cos(cita)];
% Desplazam. dx al elevarse la plataforma
dx1=sqrt(r1^2-(h-210)^2)-sqrt(r1^2-(h-210+z)^2);
% Nuevos valores de puntos que varían su altura y desplazam. en el eje x
B1=[-940+dx1;0;h+z]; % Pto B1 de la plataforma móvil
B2=[720+dx1;-500;h+z]; % Pto B2 de la plataforma móvil
B3=[B2(1);-B2(2);B2(3)]; % Pto B3 de la plataforma móvil
C1=[-786+dx1;0;h+z-210]; % Pto de pivoteo C1

```

```

C2=[-864+dx1;0;h+z-153]; % Pto de pivoteo C2
P=[dx1;0;h+z]; % Desplazam. y Altura del pto P, origen del sist ref. móvil
OP=[P(1)-O(1);P(2)-O(2);P(3)-O(3)]; % Conformación del vector OP
% Vectores de cierre: Cadena Cinemática Central
PB1=[B1(1)-P(1);B1(2)-P(2);B1(3)-P(3)];
B1C2=[C2(1)-B1(1);C2(2)-B1(2);C2(3)-B1(3)];
C2C1=[C1(1)-C2(1);C1(2)-C2(2);C1(3)-C2(3)];
A1B1=OP+MR*PB1-OA1; % Vector de cierre central ecuac. 1
A1C1=A1B1+B1C2+C2C1; % Vector de cierre central ecuac. 2
L1=sqrt(A1C1(1)^2+A1C1(2)^2+A1C1(3)^2); % Variación del Vector A1C1
%L1=sqrt(A1B1(1)^2+A1B1(2)^2+A1B1(3)^2); % Variación del Vector A1B1
% Vectores de cierre: Cadena Cinemática Izquierda
PB2=[B2(1)-P(1);B2(2)-P(2);B2(3)-P(3)];
A2B2=OP+MR*PB2-OA2; % Vector de cierre izquierdo
L2=sqrt(A2B2(1)^2+A2B2(2)^2+A2B2(3)^2); % Variación del Vector A2B2
% Vectores de cierre: Cadena Cinemática Derecha
PB3=[B3(1)-P(1);B3(2)-P(2);B3(3)-P(3)];
A3B3=OP+MR*PB3-OA3; % Vector de cierre izquierdo
L3=sqrt(A3B3(1)^2+A3B3(2)^2+A3B3(3)^2); % Variación del Vector A3B3
% Ecuac. simbólicas de las elongac. en cada extremidad actuada
q1=L1-Lin1; % Elongación cadena cinemática central
q2=L2-Lin2; % Elongación cadena cinemática izquierda
q3=L3-Lin3; % Elongación cadena cinemática derecha

```

## Anexo B

### ANEXO B: PRINCIPALES PROPIEDADES DEL PRODUCTO VECTORIAL

#### B.1. Producto vectorial

Considere una base ortonormal del espacio vectorial  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ; donde existen los vectores  $\vec{u} = [u_x, u_y, u_z]^T$  y  $\vec{w} = [w_x, w_y, w_z]^T$ . Entonces, el producto vectorial o producto cruz, denotado por  $\vec{u} \times \vec{w}$  (o bien  $\vec{u} \wedge \vec{w}$ ) se calcula como:

$$\vec{u} \times \vec{w} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_y w_z - w_y u_z \\ u_z w_x - w_z u_x \\ u_x w_y - w_x u_y \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

O mediante el cálculo del determinante:

$$\vec{u} \times \vec{w} = \det \begin{vmatrix} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \\ u_x & u_y & u_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix} = \vec{x} \begin{vmatrix} u_y & u_z \\ w_y & w_z \end{vmatrix} - \vec{y} \begin{vmatrix} u_x & u_z \\ w_x & w_z \end{vmatrix} + \vec{z} \begin{vmatrix} u_x & u_y \\ w_x & w_y \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} u_y w_z - w_y u_z \\ u_z w_x - w_z u_x \\ u_x w_y - w_x u_y \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

#### B.2. Principales propiedades del producto vectorial

1.  $(\vec{u} \times \vec{w}) \cdot \vec{v} = (\vec{u} \times \vec{v}) \cdot (\vec{w} \times \vec{v})$
2.  $\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{u}) \cdot (\vec{u} \times \vec{w}) = 0$
3.  $(k \vec{u}) \times \vec{w} = k (\vec{u} \times \vec{w}) = \vec{u} \times (k \vec{w})$
4.  $\vec{u} \times (k_1 \vec{v} + k_2 \vec{w}) = (k_1 \vec{u} \times \vec{v}) + (k_2 \vec{u} \times \vec{w})$
5.  $(\vec{u} \times \vec{w}) = -(\vec{w} \times \vec{u})$
6.  $(\vec{u} \times \vec{u}) = 0$  y  $(\vec{u} \cdot \vec{u}) = 1$
7.  $(\vec{u} \times \vec{w})^2 = |\vec{u}|^2 |\vec{w}|^2 - (\vec{u} \cdot \vec{w})^2$
8.  $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$
9.  $\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{w}) = 0$  ;  $\vec{w} \cdot (\vec{u} \times \vec{w}) = 0$
10.  $\vec{v} \times (\vec{u} + \vec{w}) = (\vec{v} \times \vec{u}) + (\vec{v} \times \vec{w})$
11.  $\vec{v} \times (\vec{u} \times \vec{w}) = \vec{u} (\vec{v} \cdot \vec{w}) - \vec{w} (\vec{v} \cdot \vec{u})$
12.  $(\vec{u} \times \vec{w}) \times \vec{v} = -\vec{v} \times (\vec{u} \times \vec{w}) = \vec{v} \times (\vec{w} \times \vec{u})$
13.  $\cos \rho = \frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{|\vec{u}| |\vec{w}|} = \frac{u_x w_x + u_y w_y + u_z w_z}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} \sqrt{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}}$  ; (define el ángulo  $\rho$  entre dos vectores)

## Anexo C

### ANEXO C: OBTENCIÓN DE LA MATRIZ JACOBIANA

#### Matriz Jacobiana

Diferenciando con respecto al tiempo las expresiones cinemáticas (2.2) se establece el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \frac{dq_1}{dt} \\ \frac{dq_2}{dt} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{dq_n}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_1}{\partial \psi} \\ \cdot & \frac{\partial g_2}{\partial y} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{\partial g_3}{\partial z} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_4}{\partial \theta} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_5}{\partial \varphi} & \cdot \\ \frac{\partial g_i}{\partial x} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial g_6}{\partial \psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{d\psi}{dt} \end{bmatrix} \quad (C.1)$$

La ecuación (C.1) puede expresarse en notación matricial como:

$$\dot{q} = J\dot{x}, (J_{ij} = \frac{\partial g_i}{\partial x_j}) \quad (C.2)$$

Siendo  $\dot{q}$  el vector  $n$ -dimensional de las velocidades articulares,  $\dot{x}$  la velocidad espacial del centro de masa de la plataforma móvil y  $J$  la matriz Jacobiana cuyos elementos resultan funciones no lineales del vector posición/orientación del elemento terminal relativo al sistema de coordenadas móvil  $x = [x, y, z, \theta, \varphi, \psi]^T$ . Dadas las restricciones de movimiento del simulador el vector de posición/orientación en el espacio cartesiano de la plataforma móvil se representa por el vector 3-dimensional  $x = [h, \theta, \varphi]^T$ , por lo que la matriz Jacobiana (C.1) adquiere la forma particular:

$$\begin{bmatrix} \frac{dq_1}{dt} \\ \frac{dq_2}{dt} \\ \frac{dq_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial h} & \frac{\partial g_1}{\partial \theta} & \frac{\partial g_1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial g_2}{\partial h} & \frac{\partial g_2}{\partial \theta} & \frac{\partial g_2}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial g_3}{\partial h} & \frac{\partial g_3}{\partial \theta} & \frac{\partial g_3}{\partial \varphi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dh}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\varphi}{dt} \end{bmatrix} \quad (C.3)$$

De acuerdo con las expresiones (2.14) y (2.15) los elementos de la matriz Jacobiana (C.3) son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q_1}{\partial h} &= \frac{1}{2} \frac{\frac{(\lambda_0 + 940c(\varphi) - 2076)(-1720 - 2h)}{\lambda_0} + 1480 + 2h + 1880s(\varphi)}{\sqrt{(2076 - \lambda_0 - 940c(\varphi))^2 + (740 + h + 940s(\varphi))^2}} \\ \frac{\partial q_2}{\partial h} &= \frac{1}{2} \frac{\frac{(\lambda_0 - 720c(\varphi) - \lambda_1 - 1397)(-1720 - 2h)}{\lambda_0} + 1890 + 2h - 1440s(\varphi) + \lambda_6}{\sqrt{(1397 - \lambda_0 + 720c(\varphi) + \lambda_1)^2 + \lambda_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)^2}} \\ \frac{\partial q_3}{\partial h} &= \frac{1}{2} \frac{\frac{(\lambda_0 - 720c(\varphi) + \lambda_1 - 1397)(-1720 - 2h)}{\lambda_0} + 1890 + 2h - 1440s(\varphi) - \lambda_6}{\sqrt{(1397 - \lambda_0 + 720c(\varphi) - \lambda_1)^2 + \lambda_2^2 + (\lambda_3 - \lambda_4)^2}} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial q_1}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial q_2}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \frac{(-1000\lambda_0 - 72 \times 10^4 c(\varphi) + 1000\lambda_1 + 1182^2) c(\theta) s(\varphi) - 1000\lambda_2 s(\theta) + \lambda_5(\lambda_3 + \lambda_4)}{\sqrt{(1397 - \lambda_0 + 720c(\varphi) + \lambda_1)^2 + \lambda_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)^2}}$$

$$\frac{\partial q_3}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \frac{(1000\lambda_0 - 72 \times 10^4 c(\varphi) + 1000\lambda_1 - 1182^2) c(\theta) s(\varphi) - 1000\lambda_2 s(\theta) - \lambda_5(\lambda_4 - \lambda_3)}{\sqrt{(1397 - \lambda_0 + 720c(\varphi) - \lambda_1)^2 + \lambda_2^2 + (\lambda_4 - \lambda_3)^2}}$$

$$\frac{\partial q_1}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \frac{(1976^2 - 1880\lambda_0 - 1330^2 c(\varphi))(s(\theta)) + (1180^2 + 1880h + 1330^2 s(\varphi))(c(\varphi))}{\sqrt{(2076 - \lambda_0 - 940c(\varphi))^2 + (740 + h + 940s(\varphi))^2}}$$

$$\frac{\partial q_2}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \frac{(2794 - 2\lambda_0 + 1440c(\varphi) + 2\lambda_1)(-720s(\varphi) + \lambda_3) + 2(\lambda_3 + \lambda_4)(-720c(\varphi) - \lambda_1)}{\sqrt{(1397 - \lambda_0 + 720c(\varphi) + \lambda_1)^2 + \lambda_2^2 + (\lambda_3 + \lambda_4)^2}}$$

$$\frac{\partial q_3}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \frac{(2794 - 2\lambda_0 + 1440c(\varphi) - 2\lambda_1)(-720s(\varphi) - \lambda_3) + 2(\lambda_4 - \lambda_3)(-720c(\varphi) + \lambda_1)}{\sqrt{(1397 - \lambda_0 + 720c(\varphi) - \lambda_1)^2 + \lambda_2^2 + (\lambda_4 - \lambda_3)^2}}$$

donde:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \sqrt{1672^2 - 1720h - h^2} & \lambda_1 &= 500 \operatorname{sen}(\theta) \operatorname{sen}(\varphi) \\ \lambda_2 &= (500 \cos(\theta) - 500)^2 & \lambda_3 &= 500 \operatorname{sen}(\theta) \cos(\varphi) \\ \lambda_4 &= 720 \operatorname{sen}(\varphi) + 945 + h & \lambda_5 &= 1000 \cos(\varphi) \cos(\theta) \\ \lambda_6 &= 1000 \cos(\varphi) \operatorname{sen}(\theta) \end{aligned}$$



## Anexo D

### ANEXO D: DINÁMICA DEL ROBOT

#### D.1. Velocidades articulares

Las ecuaciones de movimiento (2.41) a la (2.46) descritas en la sección 2.4 son enunciadas en el sistema referencial local articular, sirviendo de base para obtener las velocidades lineales y angulares de la plataforma móvil.

Definiendo  $v_{b_i}$  como la velocidad de los puntos de unión ( $B_i$ ) de la plataforma móvil con los extremos de las cadenas cinemáticas actuadas (ver figura 2.1), a partir de diferenciar con respecto al tiempo la ecuación vectorial (2.1) y conociendo (ver sección 2.2.4) que  $v_p$  y  $\omega_p$  representan la velocidad lineal y angular respectivamente de la plataforma móvil, se tiene:

$$v_{b_i} = v_p + \omega_p \times \vec{b}_i \quad (D.1)$$

La matriz de rotación  ${}^{D_i}\mathbf{R}_O$  permite calcular la orientación relativa del sistema de referencia  $O(x,y,z)$  respecto al local  $D_i(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)$ , pudiéndose plantear  ${}^{D_i}v_{b_i} = ({}^{D_i}\mathbf{R}_O)v_{b_i}$ . Luego, la velocidad de los puntos  $B_i$  de pivoteo de la plataforma móvil expresada en términos de la velocidad de la extremidad  $i$ -ésima ( ${}^{D_i}v_{b_i}$ ) se obtiene derivando la ecuación (2.1) y tomando la parte derecha de la misma:

$${}^{D_i}v_{b_i} = L_i {}^{D_i}\vec{\omega}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i + \dot{L}_i {}^{D_i}\hat{z}_i \quad (D.2)$$

Despejando la velocidad angular  ${}^{D_i}\omega_i$  de la ecuación (D.2) se tiene:

$${}^{D_i}\vec{\omega}_i = \frac{{}^{D_i}\hat{z}_i \times {}^{D_i}v_{b_i}}{L_i} = \frac{1}{L_i} \begin{bmatrix} - {}^{D_i}\hat{z}_i|_z {}^{D_i}v_{b_i}|_y + {}^{D_i}\hat{z}_i|_y {}^{D_i}v_{b_i}|_z \\ {}^{D_i}\hat{z}_i|_z {}^{D_i}v_{b_i}|_x - {}^{D_i}\hat{z}_i|_x {}^{D_i}v_{b_i}|_z \\ {}^{D_i}\hat{z}_i|_y {}^{D_i}v_{b_i}|_x + {}^{D_i}\hat{z}_i|_x {}^{D_i}v_{b_i}|_y \end{bmatrix} \quad (D.3)$$

Sustituyendo (D.3) en (2.43) y (2.44), desarrollando la multiplicación vectorial se llega a:

$${}^{D_i}v_{1_i} = d_{1i} {}^{D_i}\vec{\omega}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i = \frac{d_{1i}}{L_i} \begin{bmatrix} {}^{D_i}v_{b_i}|_x \\ {}^{D_i}v_{b_i}|_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (D.4)$$

$${}^{D_i}v_{2_i} = (L_i - d_{2i}) {}^{D_i}\vec{\omega}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i + \dot{L}_i {}^{D_i}\hat{z}_i = \frac{1}{L_i} \begin{bmatrix} (L_i - d_{2i}) {}^{D_i}v_{b_i}|_x \\ (L_i - d_{2i}) {}^{D_i}v_{b_i}|_y \\ L_i {}^{D_i}v_{b_i}|_z \end{bmatrix} \quad (D.5)$$

## D.2. Aceleraciones articulares

Para calcular la aceleración de los puntos  $B_i$  de la plataforma móvil se procede a diferenciar (D.1) y (D.2) obteniéndose:

$$\vec{v}_{b_i} = \dot{v}_p + \dot{\omega}_p \times \vec{b}_i + \omega_p \times (\omega_p \times \vec{b}_i) \quad (D.6)$$

$${}^{D_i}\vec{v}_{b_i} = L_i {}^{D_i}\dot{\vec{\omega}}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i + L_i {}^{D_i}\vec{\omega}_i \times ({}^{D_i}\vec{\omega}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i) + 2\dot{L}_i {}^{D_i}\vec{\omega}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i + \ddot{L}_i {}^{D_i}\hat{z}_i \quad (D.7)$$

De D.6 se pueden despejar las aceleración lineal  $\ddot{L}_i$  y angular  ${}^{D_i}\dot{\vec{\omega}}_i$ :

$$\ddot{L}_i = {}^{D_i}\dot{v}_{b_i}|_z + L_i {}^{D_i}\vec{\omega}_i^2 \quad (D.8)$$

$${}^{D_i}\dot{\vec{\omega}}_i = \frac{1}{L_i} {}^{D_i}\hat{z}_i \times {}^{D_i}\vec{v}_{b_i} - \frac{2\dot{L}_i}{L_i} {}^{D_i}\vec{\omega}_i = \frac{1}{L_i} \left( {}^{D_i}\hat{z}_i \times {}^{D_i}\vec{v}_{b_i} - 2\dot{L}_i {}^{D_i}\vec{\omega}_i \right) \quad (D.9)$$

Diferenciando (D.4) y (D.5) se obtienen las aceleraciones de los centros de masa del cilindro y el vástago:

$${}^{D_i}\vec{v}_{1i} = d_{1i} {}^{D_i}\dot{\vec{\omega}}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i + d_{1i} {}^{D_i}\vec{\omega}_i \times ({}^{D_i}\vec{\omega}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i) \quad (D.10)$$

$${}^{D_i}\vec{v}_{2i} = (L_i - d_{2i}) \left( {}^{D_i}\dot{\vec{\omega}}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i \right) + (L_i - d_{2i}) {}^{D_i}\vec{\omega}_i \times ({}^{D_i}\vec{\omega}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i) + 2\dot{L}_i ({}^{D_i}\vec{\omega}_i \times {}^{D_i}\hat{z}_i) + \ddot{L}_i {}^{D_i}\hat{z}_i \quad (D.11)$$

## D.3. Jacobianas de las articulaciones

Escribiendo la ecuación (D.1) de forma matricial se tiene:

$$v_{b_i} = \mathbf{J}_{b_i} \dot{\mathbf{x}} \quad (D.12)$$

Las matrices Jacobianas de las articulaciones relacionan el movimiento articular (expresado en el sistema referencial  $D_i$ ) respecto al vector ( $\dot{\mathbf{x}}$ ) de movimiento de la plataforma móvil, por lo tanto se cumple:

$${}^{D_i}v_{b_i} = {}^{D_i}\mathbf{J}_{b_i} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} {}^{D_i}J_{b_i}|_x \\ {}^{D_i}J_{b_i}|_y \\ {}^{D_i}J_{b_i}|_z \end{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}, \quad \text{siendo: } {}^{D_i}\mathbf{J}_{b_i} = ({}^{D_i}\mathbf{R}_O) \mathbf{J}_{b_i} \quad (D.13)$$

Quedando definidas las matrices Jacobianas de las articulaciones para el cilindro y el vástago respectivamente, por:

$$\begin{bmatrix} {}^{D_i}v_{1i} \\ {}^{D_i}\omega_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{D_i}J_{1i}|_v \\ {}^{D_i}J_{1i}|\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_p \\ \omega_p \end{bmatrix} \quad i = 1 \dots 3 \quad (D.14)$$

$$\begin{bmatrix} {}^{D_i}v_{2i} \\ {}^{D_i}\omega_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{D_i}J_{2i}|_v \\ {}^{D_i}J_{2i}|\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_p \\ \omega_p \end{bmatrix} \quad i = 1 \dots 3 \quad (D.15)$$

Que expresadas en forma compacta quedan:

$${}^{D_i}\dot{\mathbf{x}}_{1i} = ({}^{D_i}\mathbf{J}_{1i}) \dot{\mathbf{x}} \quad (D.16)$$

$${}^{D_i}\dot{\mathbf{x}}_{2i} = ({}^{D_i}\mathbf{J}_{2i}) \dot{\mathbf{x}} \quad (D.17)$$

#### D.4. Ecuaciones de la dinámica

Siendo  $\mathbf{f}_e$  y  $\mathbf{n}_e$  las fuerzas y momentos externos respectivamente ejercidos sobre el centro de masa de la plataforma móvil; el vector de las fuerzas resultantes y de inercia ejercidas en el centro de masa de la plataforma móvil se calcula según:

$$\widehat{\mathbf{F}}_p = \begin{bmatrix} \widehat{\mathbf{f}}_p \\ \widehat{\mathbf{n}}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_e + \mathbf{m}_p \mathbf{g} - \mathbf{m}_p \dot{\mathbf{v}}_p \\ \mathbf{n}_e + {}^A\mathbf{I}_p \dot{\boldsymbol{\omega}}_p + \boldsymbol{\omega}_p \times {}^A\mathbf{I}_p \boldsymbol{\omega}_p \end{bmatrix} \quad (\text{D.18})$$

La matriz  ${}^A\mathbf{I}_p = ({}^A\mathbf{R}_B)({}^B\mathbf{I}_p)({}^B\mathbf{R}_A)$  denota la inercia de la plataforma móvil calculada respecto a su propio centro de masa, siendo  $\mathbf{m}_p$  la masa de la plataforma móvil y  $\mathbf{g}$  la gravedad. De forma similar las fuerzas de inercia y fuerzas externas ejercidas en los centros de masa de las extremidades actuadas, y referidas al propio sistema de referencia de la extremidad activa se definen:

$$\text{Para el cilindro : } {}^{D_i}\widehat{\mathbf{F}}_{1i} = \begin{bmatrix} {}^{D_i}\widehat{\mathbf{f}}_{1i} \\ {}^{D_i}\widehat{\mathbf{n}}_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_{1i} ({}^{D_i}\mathbf{R}_O) \mathbf{g} + m_{1i} {}^{D_i}\dot{\mathbf{v}}_{1i} \\ {}^{D_i}\mathbf{I}_{1i} {}^{D_i}\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^{D_i}\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^{D_i}\mathbf{I}_{1i} {}^{D_i}\boldsymbol{\omega}_i) \end{bmatrix} \quad i = 1 \dots 3 \quad (\text{D.19})$$

$$\text{Para el vástago : } {}^{D_i}\widehat{\mathbf{F}}_{2i} = \begin{bmatrix} {}^{D_i}\widehat{\mathbf{f}}_{2i} \\ {}^{D_i}\widehat{\mathbf{n}}_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_{2i} ({}^{D_i}\mathbf{R}_O) \mathbf{g} + m_{2i} {}^{D_i}\dot{\mathbf{v}}_{2i} \\ {}^{D_i}\mathbf{I}_{2i} {}^{D_i}\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^{D_i}\boldsymbol{\omega}_i \times ({}^{D_i}\mathbf{I}_{2i} {}^{D_i}\boldsymbol{\omega}_i) \end{bmatrix} \quad i = 1 \dots 3 \quad (\text{D.20})$$

Considerando  $(\boldsymbol{\tau})$  el vector de fuerzas generalizadas aplicadas por los actuadores, la ecuación general de la dinámica del robot queda enunciada como:

$$\mathbf{J}^T \boldsymbol{\tau} + \widehat{\mathbf{F}}_p + \sum_{i=1}^3 \left[ ({}^{D_i}\mathbf{J}_{1i})^T {}^{D_i}\widehat{\mathbf{F}}_{1i} + ({}^{D_i}\mathbf{J}_{2i})^T {}^{D_i}\widehat{\mathbf{F}}_{2i} \right] = 0 \quad (\text{D.21})$$

Finalmente, el modelo dinámico se obtiene de sustituir (D.18), (D.19) y (D.20) en (D.21).