







Departamento de Ingeniería Mecánica

TRABAJO DE DIPLOMA

Titulo: Análisis estático y dinámico del chasís de triciclo de transporte público mediante simulación numérica.

Autor: Sierghell Alberto Marín Mena

Tutores: Dr. Ing. César Alberto Chagoyen Méndez Dr. Ing. Alejandro Duffus Scott

> Santa Clara, junio 2019 Copyright©UCLV







Department of Mechanical Engineering

DIPLOMA THESIS

Title: Static and dynamic analysis of the chasís of public transportation tricycle by means of numeric simulation

Author: Sierghell Alberto Marín Mena

Thesis Director: César Alberto Chagoyen Méndez, Eng. PhD Alejandro Duffus Scott, Eng. PhD



Santa Clara, june 2019 Copyright©UCLV Este documento es Propiedad Patrimonial de la Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas, y se encuentra depositado en los fondos de la Biblioteca Universitaria "Chiqui Gómez Lubian" subordinada a la Dirección de Información Científico Técnica de la mencionada casa de altos estudios.

Se autoriza su utilización bajo la licencia siguiente:

Atribución- No Comercial- Compartir Igual



Para cualquier información contacte con:

Dirección de Información Científico Técnica. Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas. Carretera a Camajuaní. Km 5½. Santa Clara. Villa Clara. Cuba. CP. 54 830 Teléfonos.: +53 01 42281503-1419

Dedícatóría

Este trabajo se lo dedico por entero a mis padres que han dedicado todo su esfuerzo y preocupación a mi formación como profesional, materializado hoy en este Trabajo de Diploma.

<u>Agradecímientos</u>

Quísíera agradecer a todas las personas que de una forma u otra han contríbuído con su ayuda, y sín la cual no hubíese sído posíble, la realízación de este trabajo, en especíal a:

... a mís padres, por su esfuerzo constante por guíarme en mí camíno y su apoyo a lo largo de estos 24 años.

... a mís abuelos Crístína por su amor incondicional y a Sergio porque desde el cielo veló por mí.

... a Dína Indíra por apoyarme y entenderme durante estos cínco años de sacríficios, porque es testigo de ello.

... al resto de mí família por su constante preocupación y apoyo.

... al Ing. Jorge Luís Díaz y su mamá Lídía López por su apoyo, caríño y consejos, por ser no solo amígos, más bíen parte de la famílía.

... a mís tutores Dr. Ing. César A. Chagoyen Méndez y Dr. Ing. Alejandro Duffus Scott por su paciencia, su preocupación, y sobre todo por ser más que tutores, dos buenos amigos.

... a mís compañeros de Uníversídad y profesores, en especíal a los profesores del laboratorío Tarea Tríunfo, al conjunto de profesores de Cíencías de Materíales y al Dr. Ing. Arnaldo Herrera, por estos cínco años compartídos.

... a mís amígos por su apoyo y por todos los buenos momentos que compartímos que fueron mucho más que los malos.

A todos muchísímas gracías.

Resumen

Con el objetivo de buscar soluciones al transporte público en las ciudades y dada la experiencia de los triciclos en Santa Clara el país decidió estandarizar y fabricar un triciclo con capacidad para seis personas. En función de esta idea se realiza un análisis estático y dinámico del chasis de este triciclo mediante simulación numérica, permitiendo su fabricación en la EMI Cor. Francisco Aguiar Rodríguez. Inicialmente se realiza una consulta del estado del arte en cuanto a parámetros constructivos de los chasis, así como los métodos de simulación de estructuras metálicas. Se realiza un análisis químico y metalográfico al material con que se fabrica el chasis. Finalmente se valora la resistencia mecánica a partir del análisis estático, modal y armónico.

Abstract

With the objective of looking for solutions to the public transportation in the cities and based on experience of the tricycles in Santa Clara, the country decided to standardize and to manufacture a tricycle with six person's capacity. In function of this idea is carried out a static and dynamic analysis of the chassis of this tricycle by means of numeric simulation allowing their production in the EMI Cor. Francisco Aguiar Rodríguez. Initially is carried out a consultation the state of the art in all to constructive parameters of the chassis as well as the methods of simulation of metallic structures. Is carried out a chemical and metallographic analysis to the material with which the chassis is manufactured, and finally the mechanical resistance is valued starting from the static, modal and harmonic analysis.

Índice

INTRODUCCIÓN	1
Capítulo I: Características generales de los chasis para vehículos	3
1.1 Chasis o Bastidores	3
1.1.1 Tipos de bastidores	4
1.1.2 Construcción del bastidor	6
1.1.2.1 Unión de los perfiles	7
1.2 Características constructivas del chasis	7
1.3 Principales características de los aceros que se utilizan en la fabricación de los chas para vehículos	is 9
1.3.1 Aceros de calidad	9
1.3.2 Aceros de construcción	9
1.4 Análisis dinámico	10
1.4.1 Análisis dinámico de sistemas de un grado de libertad	11
1.4.2 Ecuación de movimiento del sistema dinámico	11
1.4.3 Respuesta de sistemas sujetos a excitaciones armónicas	12
1.4.3.1. Respuesta no amortiguada	12
1.4.3.2. Respuesta amortiguada	13
1.4.3.3. Respuesta en estado estable	14
1.4.3.4. Respuesta resonante	14
1.5 Análisis dinámico de sistemas de múltiples grados de libertad	14
1.5.1 El Método de los Elementos Finitos	14
1.5.1.1 Problema elástico lineal	15
1.5.1.2 Matrices de propiedades estructurales	16
1.5.1.3 Matriz de amortiguamiento	17
1.6 Respuesta a excitación armónica de sistemas de múltiples grados de libertad	18
Conclusiones Parciales	19
Capítulo 2: Materiales y métodos	20
2.1 Modelo geométrico	20
2.2 Material del chasis	22
2.2.1 Análisis químico	22
2.2.2 Análisis metalográfico	22
2.2.3 Ensayo de dureza	25
2.3 Restricciones	26

2.4 Aplicación de las cargas	
2.5 Creación de la malla	
2.5.1 Validación de la malla	
2.6 Análisis numéricos empleados	
2.6.1 Análisis Estático	
2.6.2 Análisis modal	
2.6.3 Respuesta armónica	
Conclusiones Parciales	
Capítulo 3: Análisis de resultados	
3.1 Análisis Estático	
3.1.1 Criterio de Von Mises	
3.1.2 Desplazamientos totales	
3.1.3 Deformación equivalente elástica	
3.1.4 Factor de seguridad	
3.2 Análisis Modal	
3.3 Análisis de respuesta armónica	42
Conclusiones Parciales	44
Conclusiones Generales	45
Recomendaciones	45
Referencias Bibliográficas	46

INTRODUCCIÓN

Conocidos son los problemas del transporte público en nuestro país y el importante ingenio de nuestros ingenieros y técnicos para continuar explotando los vehículos. Entre las causas se encuentran la sobre explotación de los equipos, la falta de piezas de repuestos, etc. Aunque el movimiento de innovadores y racionalizadores ha ayudado a solventar la problemática del transporte la realidad es que es muy difícil el traslado de personas por medios públicos. Aunque distante de satisfacer la demanda, el transporte público, específicamente, en la provincia de Sancti Spíritus continúa reanimándose. Se recuperaron unos 40 equipos de ellos 5 ómnibus *Hyundai* provenientes de La Habana además de la entrada de los micro ómnibus *Diana* y nuevos camiones KAMAZ, estos últimos destinados a las áreas montañosas y de difícil acceso.

Dada las experiencias en otras provincias como Villa Clara con los llamados triciclos, motorinas o motonetas, la dirección del país intentó estandarizar y regularizar el uso de estos medios. Para ello, en un principio fueron importados 10 vehículos de seis plazas de procedencia China de marca LOMGIM, ensamblados en la Empresa Militar Industrial Coronel Francisco Aguiar, de Sancti Spíritus. Los conduce un personal previamente seleccionado y capacitado por especialistas de la Dirección Provincial de Transporte y fueron puestos en arrendamiento por parte de la Agencia de Taxis de Sancti Spíritus. El costo del pasaje es de dos pesos CUP por cada kilómetro.

En este momento el país está en condiciones de fabricar los chasis de dichos triciclos, abaratando costos y teniendo la posibilidad de poner en circulación una mayor cantidad de estos medios de transporte.

Para poder acometer la tarea anterior es necesario estudiar el comportamiento estático y dinámico del chasis de los triciclos, lo cual no se ha efectuado aún por parte de la Empresa. Esto es precisamente lo que se presenta en este Trabajo de Diploma, es decir, el análisis estático y dinámico del chasís de triciclo de transporte, mediante simulación numérica. Se emplean software que tienen como base o fundamento el Método de los Elementos Finitos.

El objetivo principal del análisis dinámico de estructuras es obtener los campos de desplazamientos y de esfuerzos presentes en la estructura luego de ser aplicados desplazamientos prescritos dinámicos y/o cargas dinámicas. En general se puede considerar la condición de solicitación estática como un caso particular de la condición de solicitación dinámica. En el análisis lineal de estructuras se deben distinguir entre los componentes estáticos y dinámicos de la solicitación general, y luego superponer estos efectos en virtud de la linealidad de la estructura.

El término dinámico se define como variable en el tiempo, por lo tanto, una carga dinámica es aquella en la que: la magnitud, la dirección y/o la posición varían en el tiempo. Si la frecuencia de excitación de la carga aplicada a la estructura es menor que un tercio de la primera frecuencia natural de esta, los efectos inerciales no serán importantes y se deberá considerar el caso de carga cuasi-estática en el que las fuerzas resultantes de aceleraciones casi constantes en el tiempo se pueden tratar de la misma manera que las fuerzas gravitatorias.

La estructura del chasis fue diseñada y ensamblada con las dimensiones adecuadas para la obtención de resultados fiables en dichos análisis. Los modelos de piezas fueran realizados utilizando el software de diseño Inventor 2018. Se desarrolla el análisis estático y de frecuencias, la vinculación de ambos resultados nos brindará la respuesta armónica en el software de simulación ANSYS 2018.

Al diseñar un chasis debe existir un compromiso entre la resistencia, la rigidez y el peso, sin olvidar el costo. Deben considerarse la resistencia estática y la fatiga, la estabilidad de los miembros estructurales, las vibraciones, la capacidad de carga de las uniones, la fabricación y el montaje.

Planteamiento del problema:

No se conoce el comportamiento estático ni dinámico del chasis del triciclo de trasporte público ante las cargas de operación para poder acometer la fabricación de un nuevo chasis.

Hipótesis:

Si se utilizan software de simulación, ¿es posible conocer el comportamiento estático y dinámico del chasis?

Objetivo general:

Efectuar el análisis estático y dinámico del chasis de triciclo de transporte público mediante simulación numérica.

Objetivos específicos:

- 1. Revisión bibliográfica y recopilación de información sobre los métodos de simulación estática y dinámica de estructuras metálicas.
- 2. Elaboración de probetas para la determinación de la composición química y el análisis metalográfico del material del chasis del triciclo.
- 3. Confección del modelo geométrico del chasis del triciclo mediante un software de diseño.
- 4. Creación del modelo de elementos finitos que incluye material, cargas, condiciones de frontera, malla de elementos finitos y la validación de esta.
- 5. Obtener el comportamiento estático y dinámico del chasis del triciclo.

Capítulo I: Características generales de los chasis para vehículos

En este capítulo se describen algunos aspectos de la fabricación de chasis para automóviles existentes en el país como la gran línea de trabajo que se puede seguir para lograr el objetivo de disponer del suficiente parque automotor de transporte público de pasajeros. El país ha pasado de la importación del chasis a su fabricación nacional. Poder producirlos en el país significa poder continuar avanzando en la producción de los medios de transporte, pero es necesario evaluar con rigor económico si es viable hacerlo.

1.1 Chasis o Bastidores

En la mayoría de los casos, cuando se observa un vehículo, se desconoce por completo cada una de sus partes. Se piensa que lo más importante de todo es el motor, por ello se le suele realizar un mantenimiento periódico. No obstante, existen otras muchas partes de un vehículo que durante toda la vida útil del mismo pasan desapercibidas por completo y, sin embargo, son de vital importancia. Se habla, como no, de la carrocería y el chasis.(Ramírez, 2010)

Cualquier vehículo necesita una estructura en la que acoplar todos los componentes mecánicos, eléctricos, interiores de confort, etc., y que a su vez le confiera resistencia suficiente para soportar las solicitaciones a las que pueda estar sometido, incluido un inesperado accidente en el que, deformándose de manera programada, deberá preservar el habitáculo interior para proteger la integridad de sus ocupantes.

El chasis, es el armazón metálico sobre el que se montan y relacionan los elementos principales del automóvil: la carrocería, el motor, la transmisión y la suspensión con las ruedas.

Existen dos tipos de chasís para la fabricación de vehículos:

• Chasis independiente sobre bastidores:

El bastidor de un vehículo es el elemento capaz de soportar la carga suspendida y los efectos que actúan sobre ella, como consecuencia del trabajo que realiza el vehículo. Dicho elemento consiste en un entramado de perfiles metálicos que conforman el esqueleto del vehículo y, además de actuar de sostén y soporte, resiste el peso del resto de los componentes (carrocería, ruedas, motor y suspensiones) y las cargas estáticas y dinámicas que se originan por el funcionamiento del vehículo.(Sandar, 2013)

El diseño de carrocería con bastidor convencional o independiente permite que el bastidor se flexione o se tuerza con la carga. Los largueros del bastidor están unidos entre sí con travesaños. El travesaño más fuerte (llamado a veces puente) está montado en el frente del bastidor para soportar el motor y la suspensión delantera. Cada travesaño se remacha o se suelda en los largueros. Todos los bastidores, convencionales o unitarios, son más estrechos en la parte delantera, a fin de permitir que las ruedas puedan girar a los lados con el vehículo en marcha y, de todos modos, mantener la misma rodada (distancia entre ruedas) que en las ruedas traseras. La mayor anchura del bastidor en la parte trasera distribuye el peso de la carrocería y la carga más cerca de las ruedas traseras, para dar mayor estabilidad.

• Chasís autoportante o monocasco:

Se denomina monocasco a cierto tipo de chasis de vehículos construidos de una sola pieza como así también a las embarcaciones cuyos cascos tienen una sola pared. El vocablo monocasco, derivado de la palabra francesa «monocoque», significa «un solo caparazón» (Española, 2014)

En ambos casos el chasís sostiene la mayor parte del vehículo, la masa suspendida, que incluye el motor, la transmisión, la carrocería, el sistema de escape y la caja de dirección. El chasís es considerado como el componente más significativo de un automóvil. Es el elemento fundamental que da fortaleza y estabilidad al vehículo. Es una parte importante del automóvil que permite el armado de los demás componentes. Se clasifican en chasís con riostra, chasís sin riostra, chasís con largueros, chasís sin largueros, chasís clásico, chasís compacto y chasís en organización.

En cuanto al comportamiento mecánico hay que decir que el chasis es más rígido que la carrocería. Interesa, en el momento de choque, que la carrocería se deforme todo lo que se pueda para no transmitir la energía de la colisión a los pasajeros y por otra parte interesa que el chasis se deforme poco para no alterar las características de la conducción.



Figura I.1 Sistemas en el automóvil Fuente: Sandar, 2013

1.1.1 Tipos de bastidores

El tipo de bastidores (figura I.2) es variable en función del vehículo, del uso del mismo y de los esfuerzos que este debe soportar.

La utilización de cada tipo de bastidor en los vehículos de transportación pública depende de varios factores como pueden ser las dimensiones, rigidez, masa a transportar, proceso de fabricación. (Sandar, 2013)

En este trabajo se hace énfasis en el bastidor de larguero ya que es el que más se utiliza en vehículos industriales de transporte público y de carga, por su alta rigidez y sencillez en la fabricación.



Figura I.2 Tipos de bastidores. Fuente: Sandar, 2013

• Bastidor de larguero

Se componen de dos perfiles longitudinales, denominados largueros, unidos entre sí por varios travesaños que se disponen perpendicularmente a los largueros. Este tipo de bastidor independiente de la carrocería es suavemente rígido, lo cual lo hace ideal para el transporte de grandes cargas.

Existen tantos tipos de bastidores de larguero longitudinales como fabricantes y modelos de vehículos hay en el mercado, ya que cada vehículo está destinado a un uso concreto y cuenta con características técnicas y dimensiones propias. Además, el uso de materiales y procesos de fabricación diferentes también resultan en dimensiones específicas de los perfiles de cada bastidor. A continuación, se presentan los bastidores más utilizados en los vehículos industriales:

o Bastidor con perfil en U

Los bastidores cuyos largueros se forman a partir de perfiles en U se encuentran principalmente en tracto-camiones, camiones rígidos, autobuses y remolques, y es por eso que son los más utilizados en el conjunto de los vehículos industriales.

o Bastidor Reforzado

Este tipo de bastidores es el utilizado para camiones que transportan grandes pesos y que disponen de carrozado.

• Bastidor con perfil de doble T

Los bastidores construidos a partir de perfiles de doble T se encuentran únicamente en semirremolques y algunos modelos de remolques.

o Bastidor compuesto

Se denomina bastidor compuesto, al bastidor cuyos largueros presentan a lo largo de su longitud secciones con diferentes perfiles estructurales.

1.1.2 Construcción del bastidor

Los elementos constitutivos de este chasis son básicamente dos:

- Los largueros.
- Los travesaños.

Estos dos elementos se unen para formar la estructura integral del chasis. Los largueros son perfiles longitudinales de la estructura, son dos y en este se asientan y apoyan un sin número de elementos. Los travesaños, son los tramos transversales que están entre los largueros, por lo general son tres o cuartos dependiendo del largo del vehículo. Se puede añadir otro travesaño a la estructura siempre y cuando se lo realice bajo la supervisión de la casa constructora del chasis y del ente controlador de cada país.

Los largueros se fabrican mediante estampado de planchas de acero y frecuentemente es un perfil que tiene la sección transversal en forma de canal con una relación entre la altura de la sección transversal y el ancho de las alas del perfil. En nuestro caso son perfiles tubulares rectangulares.

Los espesores de la plancha de acero, con el que se fabrican los largueros se encuentran entre 5 y 10 mm. En calidad de materiales para la fabricación de los largueros se seleccionan aceros de bajo contenido de carbono que se estampan en frio, entre los que tenemos los aceros 15, 20, 25 y 25KP. A veces se emplea el acero al Titanio 30T (vehículo ZIL), que permite gracias a sus altas propiedades mecánicas bajar un poco (15 - 20%) el peso del bastidor.(Sandar, 2013)

Los largueros con los travesaños se unen preferentemente mediante remachado en frío, rara vez con soldadura. Los bastidores soldados son más rígidos. Sus defectos radican en la dificultad de repararlos y la presencia de tensiones residuales (de montaje) luego de la soldadura, lo que puede influir negativamente en la resistencia del bastidor.

Los bastidores remachados poseen una alta capacidad de reparación y están libres de las tensiones de montaje. Los travesaños se fijan a las alas de los largueros y a sus paredes o a ambas.

Es obligatorio ubicar travesaños en los lugares de fijación de los soportes de las ballestas del motor, de los depósitos de combustibles, en el lugar de ubicación de los ejes de los balancines

de las ballestas (para los vehículos de tres ejes), y a los propios largueros en estos lugares con frecuencia se refuerzan con insertos especiales. Los travesaños se estampan del mismo tipo de plancha de acero que se emplea en los largueros. Cuando la forma del travesaño es muy compleja se utiliza el acero de alta plasticidad.

1.1.2.1 Unión de los perfiles

La unión que recomienda el fabricante para perfiles tubulares y rectangulares es la soldadura. El tipo de soldadura que se empleará es el GMAW (Gas Metal Arc Welding o «soldadura a gas y arco metálico») es un proceso de soldadura por arco bajo gas protector con electrodo consumible. El arco se produce mediante un electrodo formado por un hilo continuo y las piezas a unir, quedando este protegido de la atmósfera circundante por un gas inerte (soldadura MIG) o por un gas activo (soldadura MAG).

Para evitar problemas de rotura de la unión por concentración de tensiones, se deben utilizar electrodos cuya resistencia a la tracción sea mayor que la resistencia a tracción de los perfiles, para garantizar que la unión no sufra rotura alguna. Por ejemplo la tensión de rotura máxima del acero ASTM 1023, usado comúnmente en estructuras, es de 448 MPa (ASTM, 2016), el electrodo que se usará deberá tener una resistencia a tracción mayor de 448 MPa. Para ello, se ha consultado documentación (ESAB, 2011) sobre electrodos que siguen la normativa AWS y se ha llegado a la conclusión de que el electrodo óptimo a usar es el E110C-G, para este caso la tensión máxima del electrodo es de 110.000 psi, lo que equivale a 758 MPa , siendo mayor que el perfil de acero.

Una vez soldada la estructura, es necesario inspeccionar cada una de las soldaduras para ver si se ha cometido algún fallo en el proceso y pueden estar defectuosa. Existen multitud de ensayos no destructivos, como partículas magnéticas, líquidos penetrantes, etc., lo que eleva el coste de fabricación. Por tanto, la inspección visual es la única que se lleva a cabo, siendo necesaria la colaboración de una persona debidamente formada para evaluar el resultado.

1.2 Características constructivas del chasis

Este epígrafe tratará sobre los componentes del chasis, destacando los travesaños y los largueros como los componentes más importantes, dado que sobre ellos se ejerce toda la carga que soporta toda la estructura y otorgan rigidez. La figura I.3 muestra sus partes principales



Figura I.3 Bastidor del triciclo Partes o piezas que componen la estructura del chasis del triciclo:

- 1. Soporte de ballestas trasero.
- 2. Tope de ballestas.
- 3. Soporte de ballestas delantero.
- 4. Soporte de fijación de la cabina.
- 5. Travesaños.
- 6. Larguero.
- 7. Soportes para el motor.
- 8. Soporte de tanque de combustible.
- 9. Protector del tanque de combustible.
- 10. Brazo de soporte de dirección.
- 11. Bajante de dirección.
- 12. Soporte para la cabina del conductor.
- 13. Soporte para rueda de repuesto.
- 14. Suporte para el freno de emergencia.

Los travesaños son perfiles tubulares cuadrados que están unidos a los largueros, cerrando la estructura y brindando rigidez. Entre el primer y segundo travesaño se encuentra el brazo de apoyo del tren delantero, todas estas uniones son realizadas mediante la soldadura. En la parte final de los largueros derecho e izquierdo del bastidor se han fijado los soportes para la fijación de las ballestas, tanto apoyo delantero como el trasero y el soporte para la fijación de los amortiguadores.

Los soportes son para los apoyos traseros y delanteros del motor. Para evitar que la transmisión rose con el soporte de ballesta delantero este perfil tubular fue modificado en forma de arco así no se ve perjudicada la integridad del bastidor.

En el chasis entre la plataforma de transporte de personas, en el soporte de ballestas traseras, se encuentra el dispositivo para la rueda de repuesto.

1.3 Principales características de los aceros que se utilizan en la fabricación de los chasis para vehículos

1.3.1 Aceros de calidad

Para la fabricación de los bastidores se utilizan aceros de calidad. Estos aceros se obtienen fundamentalmente en hornos Martín y se le exigen elevadas exigencias en cuanto a su composición química, cantidad de inclusiones no metálicas y sustancias nocivas.

El contenido de azufre y fósforo en estos aceros debe ser no mayor de 0.040 – 0.035% de cada uno. Los aceros de calidad se dividen en: de construcción e instrumentales y en aceros de propiedades especiales.

Los aceros de construcción se marcan con una cifra de dos dígitos, que significan el contenido medio de carbono en centésimas de porciento. Por ejemplo, el acero 25 contiene cerca de 0.25% de carbono. En la denominación de los aceros al carbono designados para la fundición después de las cifras que se corresponde con el contenido de carbono se coloca la letra L (en ruso) que significa de fundición, por ejemplo, 25L .(Sandar, 2013)

1.3.2 Aceros de construcción

Los aceros de construcción se emplean ampliamente durante la producción y reparación de las piezas de los vehículos, en la fabricación de los equipamientos y dispositivos de explotación y reparación no estándar. Con este fin están ampliamente difundidos, tanto los aceros al carbono, como los aceros aleados y fundamentalmente los aceros de bajo y medio contenido de carbono para ambos casos. (Ollet, 2012)

En la industria automovilística tiene una menor utilización los aceros al carbono designados para la fundición, y los aceros de construcción de baja aleación (GOST 5058-65).

Para la fabricación de las partes componentes del bastidor se utilizan fundamentalmente los que se relacionan en la tabla 1.1.

Tabla 1.1. Composición química y propiedades mecánicas de los aceros de calidad de bajo contenido de carbono (GOST 1050-60).

Manaa	Comp	osición q	uímica, ^o	Propiedades mecánicas**						
del acero	с	Si	Mn	Cr, no más	σ _B , kgf/m m ²	σ _T , kgf/m m ²	б, %	Dureza HB, no más		
15	0.12-0.19	0.17-0.37	0.35-0.65	0.25	38	23	27	140		
20	0.17-0.24	0.17- 0.37	0.35-0.65	0.25	42	25	25	156		
20 _{KP}	0.17-0.24	No más de 0.7	0.25- 0.50	0.25	39	23	27	156		
25	0.22-0.30	0.17-0.37	0.50-	0.25	46	28	23	170		

1.4 Análisis dinámico

Para determinar el comportamiento estático y modal del chasis bajo las condiciones en que funcionará el triciclo se utilizó el Método de los Elementos Finitos (MEF), el cual ha sido empleado por diferentes autores como por ejemplo Parra y Ríos Linares, que realizaron el estudio del comportamiento bajo carga de un chasis para transporte de pasajeros, dedicado al análisis estático y de fatiga, pero no al análisis dinámico. Kurdi hace también algo similar, mientras que Ingole reduce el peso del chasis, pero sólo desde el punto de vista tensional.

En algunas de estas investigaciones se analizan de forma independiente dos únicos casos de carga: la flexión y la torsión. El caso de la flexión es el caso más frecuente en la utilización normal de los vehículos. Sin embargo, la experiencia indica que las cargas en este sentido no causan deflexiones considerables, por lo tanto, no es común tener problemas de deflexión en vehículos. En el proyecto de Colomina Frances el chasis analizado está idealizado con una distribución de carga uniformemente distribuida a lo largo de toda la longitud de los largueros. (Méndez, 2013)

Respecto a las simulaciones de respuesta armónica a estructuras no muchos autores le dedicaron atención. En el trabajo de tesis de Enrique Berga Colera realizan un excelente estudio, pero no abarca más allá de un análisis estático a la estructura. De manera más profunda aborda el tema de la simulación estática la tesis de Maestro en Ciencias del ingeniero Miguel Enrique Miranda donde analizan la estructura en varios casos como modo estático, impacto por bache, viraje a la derecha, aceleración y frenado, pero no abundó el tema de las frecuencias naturales de la estructura y de su posible impacto en el buen funcionamiento de la estructura, de manera similar ocurre con Arlettis Orozco, no simula más allá del análisis estático. Solo en la tesis de grado de Fernando André Enciso Valdivia donde se desarrolla un procedimiento para el análisis dinámico de estructuras utilizando el método de los elementos finitos podemos encontrar una referencia a la respuesta armónica, en este proyecto no se obtienen resultados a la respuesta armónica, pero si a la respuesta transitoria.

Las condiciones de frontera o los apoyos tipo muelles ballesta que se emplean en este trabajo también han sido utilizados por otros autores (César A. Chagoyen Méndez), por lo que este autor considera que es adecuada su utilización.

La forma en que se aplicará la carga también ha sido utilizada por otros autores como Arlettis Orozco, de forma que este autor cree conveniente su utilización.

Los problemas dinámicos deterministas se dividen generalmente en dos grandes grupos: problemas de propagación de ondas y problemas de dinámica estructural. El primer grupo engloba a cargas de impacto u ondas explosivas, la excitación y, por lo tanto, la respuesta de la estructura presentará altas frecuencias y modos de vibración. En este tipo de problemas es importante determinar los efectos de las ondas de esfuerzos que viajan a lo largo de la estructura. En el caso de tener excitaciones con frecuencias del mismo orden que las frecuencias naturales más bajas de la estructura estaremos frente a un problema de dinámica estructural.(Valdivia, 2014)

A partir de la década de los 80, el método de los elementos finitos se convirtió en una de las herramientas más poderosas al alcance de todo tipo de ingenieros, permitiéndoles resolver

numéricamente un gran número de problemas de ingeniería. Y más aún a partir de la incorporación de la simulación de eventos mecánicos o MES (Mechanical Events Simulation) al mundo de la simulación por ordenador, que incluye la posibilidad de un análisis dinámico por medio de la simulación del movimiento (cargas y restricciones variables en el tiempo, proporcionando resultados -tensiones, desplazamientos, deformaciones, etc.- también en función del tiempo), y análisis multifenómeno (transmisión térmica, flujo de fluidos o electrostático). Así como otras mejoras añadidas a la simulación más tradicional. Sus aplicaciones van desde el campo de la automoción, la aeronáutica o la construcción, hasta el análisis de los campos del flujo de calor, magnético y de fluidos. (Ramírez, 2010)

1.4.1 Análisis dinámico de sistemas de un grado de libertad

Se define un sistema de un grado de libertad (1GDL) como aquel sistema mecánico que solo posee una coordenada generalizada, es decir, se necesita solo una coordenada para definir completamente su estado dinámico.

En esta sección del capítulo se busca presentar los principales conceptos y parámetros para el análisis dinámico de estructuras, como son: frecuencia natural, amplitud de oscilación, amortigua-miento, factor de amortiguamiento, entre otros. Se sabe que todo sistema estructural con comportamiento elástico lineal posee tres propiedades esenciales: masa, rigidez y algún mecanismo de disipación de energía. El modelo de disipación de energía más usado es el modelo viscoso y es el que se usaría para la deducción de las ecuaciones de movimiento.

1.4.2 Ecuación de movimiento del sistema dinámico

Si se modela el sistema mecánico como un bloque sometido a la acción de una fuerza variable en el tiempo $p_{(t)}$, acoplado a un resorte lineal y un amortiguador viscoso, como se muestra en la figura I.4, y se desplaza el bloque de su posición de equilibrio estático el bloque recibirá la acción de las fuerzas resistivas del resorte f_s , del amortiguador f_d y la fuerza inercial f_l .

$$f_{\rm s} + f_D + f_l = p_{\rm (t)}$$

(I.1)

Los términos a la izquierda de la ecuación I.1 son funciones de la posición del bloque o de alguna de sus derivadas, usando la segunda Ley de Newton se relacionan la fuerza inercial con la aceleración mediante la medida de inercia, *m.* ($f_l = m\ddot{u}$)



Figura I.4 Sistema masa, resorte y amortiguador de 1GDL

Al asumir un modelo de disipación de energía del tipo viscoso la fuerza f_d será la derivada de la posición \ddot{u} veces una constante de amortiguamiento c. ($f_D = c\dot{u}$)

En el caso de usar un modelo de rigidez elástico lineal, la fuerza elástica f_s será el desplazamiento u del bloque veces una rigidez constante k. ($f_s = ku$)

Introduciendo los términos definidos anteriormente dentro de la ecuación I.1 se tiene:

 $m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p_{(t)}$

La ecuación I.2 es una ecuación diferencial no homogénea lineal de segundo orden.

1.4.3 Respuesta de sistemas sujetos a excitaciones armónicas

Para modelar el caso de excitación armónica la parte derecha de la ecuación I.2, función de excitación, debe ser una función sinusoidal del tiempo. Se espera también que la respuesta del sistema sea sinusoidal, con diferente amplitud y cierto desfase entre la frecuencia de aplicación de la carga y la respuesta. En primer lugar, se estudiará el caso de respuesta no amortiguada para luego analizar el caso amortiguado.

1.4.3.1. Respuesta no amortiguada

La ecuación para el caso de un bloque de masa m y sujeto a una excitación del tipo sinusoidal es

$$m\ddot{u}_{(t)} + ku_{(t)} = p_{(t)}$$
 (1.3)

$$p_{(t)} = p_0 \sin \omega t \tag{1.4}$$

la función de excitación armónica $p_{(t)}$ es modelada por una carga de amplitud p_0 y una frecuencia de oscilación ω . Se observa que la ecuación II.3 es una ecuación diferencial lineal no homogénea por lo tanto la solución estará compuesta por la superposición de las soluciones particular y complementaria. La solución complementaria es la solución a la ecuación I.3 como si esta fuese una ecuación homogénea es decir $p_{(t)} = 0$ y tiene la siguiente forma

la solución particular depende de la función $p_{(t)}$ y se usa la siguiente función de prueba para la solución

$$u_p = C \sin \omega \overline{t} \tag{1.6}$$

al reemplazar I.6 en I.3 se obtiene la constante C

$$C = \frac{p_0}{k - m\bar{\omega}^2} \tag{1.7}$$

usando w² = k/m y definiendo $\beta = \omega \overline{\omega}$ se llega a

$$C = \frac{p_0}{k} \left[\frac{1}{1 - \beta^2} \right]$$
(1.8)

La solución general será la superposición de las soluciones particulares y complementarias y tiene la siguiente forma

$$u_{(t)} = u_c + u_p = A\cos\omega t + B\sin\omega t + \frac{p_0}{k} \left[\frac{1}{1-\beta^2}\right] \sin\omega \overline{t}$$
(I.9)

para encontrar el valor de las constantes A y B se usan las condiciones iniciales, en el caso de partir del reposo la solución final queda

(1.2)

(1.5)

$$u_{(t)} = \frac{p_0}{k} \left[\frac{1}{1 - \beta^2} \right] (\sin \omega \overline{t} - \beta \sin \omega t)$$
(I.10)

Analizando la ecuación I.10 el termino p₀=k representa el desplazamiento del bloque en caso la carga fuese aplicada estáticamente. El termino $\left[\frac{1}{1-\beta^2}\right]$ se conoce como factor de aplicación dinámica de la amplitud de oscilación. La función sin $\omega \overline{t}$ representa la respuesta del bloque a la frecuencia de la carga y β sin ωt representa la respuesta del sistema en su frecuencia natural. (Valdivia, 2014)

1.4.3.2. Respuesta amortiguada

Ahora se introducirá el efecto de amortiguación en la ecuación dinámica del sistema, de la misma manera se requiere una solución complementaria y una solución particular a la ecuación

$$\ddot{\mathbf{u}}_{(t)} + 2\zeta \omega \dot{\mathbf{u}}_{(t)} + \omega^2 \mathbf{u}_{(t)} = \frac{p_0}{m} \sin \omega \overline{\mathbf{t}}$$
(I.11)

para la cual se propone una solución complementaria:

$$u_c = [A\cos \omega_D t + B\sin \omega_D t] \exp(-\zeta \omega t)$$
 (I.12)

la solución particular debe modelarse como la suma de funciones sinusoidales ya que se espera un desfase entre la frecuencia de aplicación de la carga y la frecuencia de la respuesta del sistema

$$u_{p} = G_{1} \cos \omega \overline{t} + G_{2} \sin \omega \overline{t}$$
(I.13)

Para obtener la solución a la ecuación diferencial en base a las soluciones propuestas se procede del mismo modo que con el caso no amortiguado. La solución particular se introduce en la ecuación I.11 y se obtienen los valores de las constantes G₁ y G₂. Las constantes A y B procedentes de la solución complementaria y presentes en la solución general serán calculadas usando las condiciones iniciales del problema

$$u_{(t)} = [A\cos \omega_{D}t + B\sin \omega_{D}t] \exp(-\zeta \omega t) + \frac{p_{0}}{k} \left[\frac{1}{1-\beta^{2}+(2\zeta\beta)^{2}}\right] \left[(1-\beta^{2})\sin \omega t - 2\zeta\beta\sin\omega t\right]$$
(I.14)

como se explicó en el caso no amortiguado la solución complementaria depende de las condiciones iniciales, por lo tanto, representa la respuesta transitoria del sistema y debido a que está multiplicada por una función exponencial negativa su efecto tiende a decaer rápidamente. En adelante nos concentraremos en la solución estable de la ecuación I.11 representada por el segundo sumando de I.14.

La ecuación I.14 puede reescribirse e interpretarse de la siguiente manera

$$U_{(t)} = U_{(din)} + U_{(trans)} U_{(din)} = DU_{(est)}$$
(I.15)

lo que indica que la respuesta total de un sistema dinámico está compuesta por dos parcelas:

- 1. La respuesta dinámica u_(din), que se obtiene mediante la multiplicación de la respuesta estática u_(est) por el factor de aplicación dinámica D (solución particular).
- 2. La respuesta transitoria del sistema, u_(trans), que depende de las condiciones iniciales (solución complementaria).

3. El amortiguamiento disminuye la amplitud de la respuesta en el tiempo para las dos parcelas.

1.4.3.3. Respuesta en estado estable

Al expresar la segunda parte de la ecuación I.14, parcela de la ecuación que no decae en el tiempo, en términos de una amplitud y un desfase se tiene

$$u_{(t)} = \rho \sin(\omega \overline{t} - \theta) \tag{I.16}$$

donde la amplitud p es:

$$\rho = \frac{p_0}{k} \left[\frac{1}{1 - \beta^2 + (2\zeta\beta)^2} \right]^{1/2} \tag{I.17}$$

y el ángulo de desfase entre la excitación y la respuesta del sistema
$$\theta$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{2\zeta\beta}{1-\beta^2}\right] \tag{I.18}$$

1.4.3.4. Respuesta resonante

En el caso de tener un sistema sin amortiguamiento el factor de amplificación D depende de β , cuando β =1 el factor de amplificación tiende a infinito y la amplitud de oscilación se vuelve infinita. En el caso de un sistema con amortiguamiento, el factor de aplicación máximo se obtiene al diferenciar la expresión I.19 en β , obteniendo el valor máximo β_{pico} en

$$\mathsf{D} = \frac{\rho}{p_0 k} = \left[\frac{1}{1 - \beta^2 + (2\zeta\beta)^2}\right]^{1/2} \tag{I.19}$$

$$\beta_{\text{pico}} = \sqrt{1 - 2\zeta^{2}}$$

$$Dmax = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1 - 2\zeta^{2}}}$$
(I.20)
(I.21)

1.5 Análisis dinámico de sistemas de múltiples grados de libertad

La dinámica estructural tiene como fin encontrar la respuesta en el tiempo de una estructura sometida a cargas variables en el tiempo. El problema de la dinámica de estructuras es bastante antiguo y actualmente se dispone de varios métodos de solución de las ecuaciones dinámicas, cada uno depende del tipo de resultado que se desea obtener. Existen métodos que son más demandantes computacionalmente que otros por lo que se debe realizar un balance entre el costo computacional y la precisión de los resultados esperados.

Para efectuar el análisis dinámico se presupone que ya se cuenta con una matriz de rigidez, una matriz de amortiguamiento y una matriz de masa. Estas matrices pueden ser obtenidas por distintos métodos, no solo por el MEF, sino también por el método de las diferencias finitas u otros. Los métodos actuales están ajustados al MEF debido a su carácter más grafico e intuitivo. (Valdivia, 2014)

En este subcapítulo se presentan los métodos para determinar las matrices de masa y de amortiguamiento.

1.5.1 El Método de los Elementos Finitos

El Método de los Elementos Finitos (MEF) es un método numérico usado en la solución de problemas de campo, es decir, problemas en los que se requiere buscar la distribución espacial

de alguna variable, como por ejemplo: la distribución de temperaturas en una placa, la deflexión en la dirección vertical de una viga empotrada, la distribución de esfuerzos normales y deformaciones normales en la sección de una pieza de maquinaria, etc., estos problemas se conocen como problemas de contorno (Boundary Value Problem - BVP) y se modelan matemáticamente por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. A continuación, se presentarán algunos conceptos básicos del MEF.

1.5.1.1 Problema elástico lineal

El problema elástico consiste en encontrar los desplazamientos y tensiones de un sólido deformable cuando este es sometido a cargamentos externos y/o desplazamientos impuestos. En el caso del problema elástico lineal las relaciones entre los esfuerzos aplicados y las deformaciones obtenidas se pueden modelar usando funciones lineales. Para definir el estado tensional de un punto, que pertenece al cuerpo en análisis, es necesario definir un Tensor de Esfuerzos, el tensor define completamente el estado tensional del punto.

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$
(I.22)

Debido a la naturaleza simétrica de σ también puede expresarse como un vector de seis componentes en vez de los nueve anteriores:

$$\sigma = \{ \sigma_{xx} \sigma_{yy} \sigma_{zz} \tau_{xy} \tau_{xz} \tau_{yz} \}^{T}$$
(I.23)

De la misma manera se usa un tensor para definir completamente el estado de deformación de un cuerpo, este también es simétrico y puede ser expresado como un vector de seis componentes.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{Y_{xy}}{2} & \frac{Y_{xz}}{2} \\ \frac{Y_{yx}}{2} & \varepsilon_{yy} & \frac{Y_{yz}}{2} \\ \frac{Y_{zx}}{2} & \frac{Y_{zy}}{2} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$
(I.24)

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \{ \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} \frac{Y_{xy}}{2} \frac{Y_{xz}}{2} \frac{Y_{yz}}{2} \}^{\mathsf{T}}$$
(I.25)

El desplazamiento de cada punto luego de la aplicación de la carga se define por el vector

$$u = \{u_x u_z u_y\}^T$$
 (I.26)

El problema elástico consiste en determinar las quince incógnitas arriba presentadas: seis esfuerzos, seis deformaciones y tres desplazamientos en cada punto. La teoría de la elasticidad lineal presenta tres grupos de ecuaciones que resuelven el problema lineal, en total quince ecuaciones para quince incógnitas.

Ecuaciones diferenciales de equilibrio. Estas ecuaciones aseguran el equilibrio entre el campo de esfuerzos interno con las fuerzas de cuerpo

$$\frac{\delta \sigma_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{xy}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{xz}}{\delta x} + b_x = 0$$

$$\frac{\delta \tau_{yx}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_{yy}}{\delta y} + \frac{\delta \tau_{yz}}{\delta x} + b_y = 0$$

$$\frac{\delta \tau_{zx}}{\delta x} + \frac{\delta \tau_{yz}}{\delta y} + \frac{\delta \sigma_{zz}}{\delta z} + b_z = 0$$
(I.27)

Ecuaciones de compatibilidad. Estas ecuaciones aseguran que los campos de deformación y desplazamiento sean compatibles, es decir, no se presenten grietas en el sólido luego de la deformación.

$$\epsilon_{xx} = \frac{\delta u}{\delta x} \quad \epsilon_{yy} = \frac{\delta v}{\delta y} \quad \epsilon_{zz} = \frac{\delta w}{\delta z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \quad \gamma_{xz} = \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta z} \quad \gamma_{yz} = \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y}$$
(1.28)

Ecuaciones constitutivas. Las ecuaciones constitutivas relacionan los esfuerzos con las deformaciones, son lineales en el caso de tener un comportamiento puramente elástico del material.

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - v(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})) \qquad \forall_{xy} = \frac{2(1+v)}{E} \mathsf{T}_{xy}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - v(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})) \qquad \forall_{xz} = \frac{2(1+v)}{E} \mathsf{T}_{xz}$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{1}{E} (\sigma_{zz} - v(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})) \qquad \forall_{zz} = \frac{2(1+v)}{E} \mathsf{T}_{yz} \qquad (1.29)$$

A las ecuaciones I.27, I.28 y I.29 se deben adicionar las condiciones de contorno para poder ser resueltas. Como se ve, las soluciones de **u**, $\boldsymbol{\epsilon}$ y $\boldsymbol{\sigma}$ deben ser funciones continuas, más conocidas como campos. (Valdivia, 2014, Pérez, 1998)

1.5.1.2 Matrices de propiedades estructurales

Es necesario definir tres propiedades estructurales para el análisis dinámico, las cuales son: masa, amortiguamiento y rigidez. Estas propiedades son definidas en forma matricial para un modelo con número finito de grados de libertad. La matriz de rigidez ya fue definida en base a una discretización por elementos finitos. A continuación, se definen las matrices de masa y amortiguamiento:

La matriz de masa es la representación discreta de la distribución continua de la masa de un sistema (R. D. Cook, 2002). Al igual que con el caso del vector de cargas nodales externas, es posible discretizar una carga o parámetro distribuido de dos diferentes modos: distribuyendo el parámetro sobre cada nodo (lumped) o usando las funciones de forma (consistent).

Matriz de masa concentrada (Lumped Mass Matrix). Esta matriz de masa se caracteriza por ser diagonal. En el caso de un elemento triangular o cuadrangular se distribuye la tercera o cuarta parte, según sea el caso, de la masa sobre cada nodo. Los efectos inerciales asociados a cada GDL traslacional son tomados en cuenta, sin embargo, los GDL rotacionales asociados a cada elemento no son considerados. La ventaja de esta matriz está en su naturaleza diagonal, que la hace mucho más rápida de invertir en el análisis modal o de integración directa.

Matriz de masa consistente (Consistent Mass Matrix). En este tipo de distribución se usan las funciones de forma del elemento para hallar la matriz de masa. Las funciones de forma aproximan el campo de desplazamientos como

$$\bar{u} = NU \quad \dot{u} = N\dot{U} \quad \ddot{u} = N\ddot{U}$$
 (I.30)

La matriz de masa consistente sí toma en cuenta los efectos inerciales debido a los grados de libertad rotacionales, es decir, es más exacta. La desventaja radica en que no es diagonal y su inversión se hace más cara en tiempo y espacio de almacenamiento desde el punto de vista computacional.

Las matrices presentadas producen errores apreciables al momento de analizar modos de vibración altos, para estos análisis es necesario recurrir a otras formulaciones como es la combinación de los métodos anteriores.

1.5.1.3 Matriz de amortiguamiento

Se conoce como amortiguamiento al fenómeno por el cual se disipa la energía, de tal manera que la amplitud de oscilación decrece. El amortiguamiento presente en la dinámica de estructuras puede ser de tipo viscoso, que depende de la velocidad **u**; de histéresis, debido a las deformaciones plásticas a nivel microscópico y de Coulomb, asociado a la fricción.

En general la matriz de amortiguamiento global del sistema no se genera del proceso de ensamble de las matrices de amortiguamiento de los elementos, como es el caso de la matriz de masa o de rigidez. La matriz de amortiguamiento representa la disipación de energía global del sistema (K. J. Bathe, 1996). El mecanismo más común usado en el análisis de estructuras es el mecanismo de amortiguamiento proporcional (Proportional Damping) o Amortiguamiento de Rayleigh. Este modelo relaciona las matrices globales M y K con C de la siguiente manera (Paz, 1992):

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \tag{I.31}$$

bajo este modelo el factor de amortiguamiento ζ queda como

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega} + \beta \omega \right) \tag{I.32}$$

Para determinar las constantes α y β es necesario definir el espectro de análisis, siendo ω_1 la primera frecuencia natural y ω_2 la máxima frecuencia de interés, usando:

$$\alpha = 2\omega_1 \omega_2 \left(\frac{\zeta_1 \omega_2 - \zeta_2 \omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \right)$$
(I.33)

$$\beta = 2(\frac{\zeta_1 \omega_2 - \zeta_2 \omega_1}{\omega_2^2 - \omega_1^2})$$
(I.34)

Se observa que la matriz **C** es función de **M** y **K**, y dependiendo del fenómeno a ser analizado se puede usar sólo el primer o segundo término de la ecuación I.31 ya que cada término amortigua diferentes modos de vibración. El término α **M** amortigua mejor los modos de vibración bajos. El término β **K** amortigua los modos de vibración más altos que son de poca importancia para la dinámica estructural ya que es considerado ruido. La figura I.5 muestra la composición de la matriz de amortiguamiento por medio de una función lineal, proporcional a la rigidez, y una

función recíproca, proporcional a la masa cada función amortigua modos de vibración diferentes. (Valdivia, 2014)



Figura I.5: Amortiguamiento proporcional o de Rayleigh.

1.6 Respuesta a excitación armónica de sistemas de múltiples grados de libertad

El análisis de respuesta armónica busca determinar la amplitud de vibración de una estructura sometida a cargas que varían sinusoidalmente en el tiempo con amplitud y frecuencia conocidas. Para analizar este tipo de problemas es necesario usar las ecuaciones de equilibrio dinámico desacopladas. El hecho de que la carga nodal varíe sinusoidalmente hace que el problema se resuelva de manera directa.

$$\bar{Z}_{i} = \frac{1}{\left[\left(1 - \beta_{i}^{2}\right)^{2} + (2\zeta i \beta i)^{2}\right]^{1/2}} \left(\frac{Pi}{\omega_{i}^{2}}\right)$$
(I.35)

la respuesta total del sistema está representada por:

$$Z_i = \bar{Z}_i \sin(\Omega t - \alpha_i) \tag{I.36}$$

El desfase α_i y la razón de frecuencias β_i son

$$\alpha_{i} = \arctan \frac{2\zeta i \beta i}{1 - \beta_{i}^{2}} \qquad \qquad \beta_{i} = \frac{\Omega}{\omega_{i}} \qquad (1.37)$$

Este tipo de análisis es más barato y rápido, debe ser aplicado para el caso de cargas armónicas o periódicas, representando estas como una serie de Fourier y luego superponiendo los resultados en virtud de la linealidad de la estructura. Es importante también saber que las cargas no deben tener desfase relativo entre ellas.

Conclusiones Parciales

- Se estudiaron los tipos de bastidores en dependencia de su geometría y perfiles de fabricación, siendo el bastidor de largueros y travesaños el más utilizado en vehículos industriales de transporte público y de carga por su rigidez y su proceso de fabricación.
- Se mostraron las partes o piezas que componen la estructura del chasis, siendo, para el estudio posterior, los soportes de ballestas los de más importancias porque en ellos se ajustarán las condiciones de contorno.
- Se analizaron los tipos de aceros usados para la fabricación de chasis según marcas automovilísticas reconocidas como la IVECO que utiliza el acero FeE 420.
- Otros autores realizan el análisis estático y modal pero no el análisis armónico, siendo este último un análisis que entrega más información ya que busca determinar la amplitud de vibración de una estructura sometida a cargas que varían sinusoidalmente en el tiempo con amplitud y frecuencias conocidas.
- El problema elástico lineal definido por sus 15 ecuaciones de gobierno más las condiciones de contorno tiene solución única, tanto en su versión dependiente del tiempo con en su versión independiente del tiempo.
- Se definieron las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez como las tres propiedades estructurales para el análisis dinámico, siendo la matriz de amortiguamiento la única que no se genera del proceso de ensamblaje de las matrices de amortiguamiento de los elementos, siendo esta la que disipa la energía global del sistema.

Capítulo 2: Materiales y métodos

En este capítulo se presenta el modelo geométrico, así como el estudio del material del chasis del triciclo realizado, el cual fue caracterizado por varios métodos. Se le realizó distintos análisis y mediciones para conocer sus propiedades mecánicas, composición química y dureza. Además, se presentan las condiciones de contorno y la aplicación de las fuerzas actuantes, parámetros necesarios para efectuar las simulaciones. Por último, se conocerán de las simulaciones a efectuar y las características de la malla de los elementos finitos de la estructura.

2.1 Modelo geométrico

El chasis estudiado se compone de dos vigas principales con refuerzos verticales distribuidos a lo largo de su longitud, unidas por travesaños en la geometría tubular rectangular (ver anexos). Una imagen real de la estructura de estudio aparece a continuación en la Foto II.1.



Foto II.1 Imagen del chasis real.

Para la realización del modelado de la estructura del chasis se pueden utilizar diferentes softwares entre ellos:

Autodesk Inventor es un software paramétrico 3D de Autodesk, que se utiliza principalmente para el diseño y la simulación o animación de modelos espaciales. El software se utiliza mucho en el campo de CAD (Computer Aided Design) para los componentes mecánicos. Los componentes individuales se construyen por separado y montados posteriormente en ensambles, para después generar dependencias entre superficies, alineaciones y puntos, para hacer pruebas de animación y simulaciones (Reyes Chaviano, 2018). Para realizar las simulaciones correspondientes fue utilizado el software **ANSYS 18.0**. El primer paso para trabajar con dicho software es la importación del modelo previamente elaborado en Inventor. El programa a partir de este archivo, automáticamente genera la misma estructura en su interfaz, lo que hace posible una metodología de trabajo más fácil, porque el ANSYS está preparado para la simulación y no para el diseño.

ANSYS básicamente se compone de tres fases. La primera de ellas se denomina *Preproceso* y comprende todas las acciones anteriores a la resolución de la estructura. Definir bien el tipo de elemento, los materiales, las secciones, construir bien la estructura a estudiar, y tratar de que el mallado esté bien hecho son tareas fundamentales para la obtención de buenos resultados. La segunda fase se denomina *Solución* y en ella se define el caso de carga y se calcula la estructura. La tercera fase se denomina *Postproceso* y comprende todas las acciones posteriores a la resolución del modelo. El programa arrojará resultados que deben ser analizados. Esta fase es clave y requiere espíritu crítico (Redondo Martín, 2017).

Una imagen del modelo geométrico del chasis aparece en la Figura II.1



Figura II.1: Modelo geométrico del chasis a analizar.

2.2 Material del chasis

En el capítulo anterior se expresaron los aceros más usados en la fabricación de chasis, pero se desconocía el verdadero acero del nuestro. Por tanto, fue necesario realizar un análisis químico para determinar según su composición cuál era el tipo de acero, y para un estudio completo se procedió a realizar una metalografía, siendo este estudio necesario para determinar las propiedades físicas como tensión de fluencia.

2.2.1 Análisis químico

La composición química del chasis fue obtenida por el método de análisis espectral de emisión atómica-semicuantitativo. Método que consiste en detectar la absorción o emisión de radiación electromagnética de ciertas energías, y relacionar estas energías con los niveles de energía implicados en una transición cuántica. De esta forma, se pueden hacer análisis cuantitativos o cualitativos de una enorme variedad de sustancias. Éstos, conocidos como análisis espectrales consisten específicamente en el estudio de una luz previamente descompuesta en radiaciones monocromáticas mediante un prisma o una red de difracción. (Argeo, 1960). En la Tabla 2.1 se muestra la composición química del acero del chasis, obtenida por el método de análisis espectral referido anteriormente.

Tabla 2.1. Composición química del acero del chasis (%).

С	Si	Mn	Р	S	Ti	Nb	Со	W	Pb
0.256	0.024	0.974	0.011	0.012	0.019	0.003	0.005	0.002	0.005

Según la composición química, el material analizado se corresponde a un acero aleado AISI 1025. Es notable el contenido de titanio (0.019) que posee este acero que no aparece en el AISI 1025 estandarizado. El manganeso (0.974) está por encima del contenido del acero estándar (0.3 a 0.6 %). En la referencia (*AISI 1025 steel, cold drawn, high temperature, stress relieved, 32-50 mm(1.25-2 in) round*, 2016) aparece la composición estándar de este acero.

El alto contenido de manganeso propicia que el material adquiera mayor dureza superficial y núcleo con resiliencia (Malishev A., 1975). La utilización del titanio permite una alta resistencia a la corrosión y resistencia a la fatiga, además el uso del titanio permite la reducción del tamaño de grano (Guliáev, 1978, Lide, 2016).

2.2.2 Análisis metalográfico

El análisis metalográfico se realizó con la ayuda de un microscopio óptico metalográfico, marca NOVEL (figura II.2) de fabricación alemana con cámara fotográfica digital incorporada, con estilo de platina invertida y con diferentes tipos de objetivos (x5, x10, x40, x100, hasta x800). En la figura II.3 se muestra la probeta a la que se le practicó el análisis metalográfico.



Figura II.2: Microscopio óptico alemán marca NOVEL



Figura II.3: Muestra del perfil utilizado en los largueros del chasis lista para la metalografía

Utilizando aumento 100X se compara directamente la microestructura vista en el microscópico con los patrones a escala. Si con un aumento de 100 X la microestructura tiene tamaño de grano que se encuentre fuera de los números límites de la escala de los patrones, se usa un aumento distinto a 100 X. Se busca con el aumento dado el número adecuado y se lleva usando la Tabla 2.2 al valor equivalente a 100 X.

Au	mento	Та	mar	io d	e g	ran	o A	ST	Μ										
Χ	100	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Χ	25	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10								
Χ	50			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10						

Tabla 2.2. Conversión a tamaño de grano con un aumento de 100X.

Χ	200	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Χ	400			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Χ	800					1	2	3	4	5	6	7	8

El acero analizado que a 400 X tiene por la escala, tamaño de grano 7, tiene sobre la base de 100 X, un tamaño de grano de 11, también a 800x tiene un tamaño de grano 5 coincidiendo en línea vertical con el mismo número que la escala 100x (según Tabla 2.2).



Figura II.4: Microestructura del perfil a 200x.



Figura II.5: Microestructura del perfil a 400x.



Figura II.6: Microestructura del perfil a 800x.

Para evaluar el tamaño de grano de forma más segura se usará otro método diferente a los señalados en la tabla 2.2, entonces se usará la siguiente fórmula:

D = Dr + K

(II.1)

Donde:

- D: Tamaño de grano a 100 X.
- Dr: Tamaño de grano en la escala patrón a un aumento diferente a 100X
- K: Coeficiente de corrección [6,64 log (Aumento/ 100)]

El tamaño de grano se evalúa en números enteros. Si al realizar el cálculo el resultado es un número fraccionario se redondea al entero anterior si la fracción es menor que 0.5. Si a 400 X el acero tiene tamaño de grano 7, para determinar el valor a 100X tenemos:

Dr = 7

K = 6,64 log 400 / 100

Según la fórmula II.1:

D = 7 + 3.997= 10.997≈ 11.

Por tanto, el tamaño de grano correspondiente a la muestra es de 11 y estamos en presencia de un **acero de grano fino**.

2.2.3 Ensayo de dureza

La dureza se determinó con un durómetro de marca Heckert del año 1989 de fabricación alemana. En la Tabla 2.3 se reflejan los resultados de las mediciones realizadas.

Mediciones	Dureza HB
1	161.12
2	159.89
3	158.67
4	170.89
5	160.55
Media	162.22
Desviación estándar	4.41

Tabla 2.3. Valores de dureza de la muestra en cinco mediciones.

Los valores de S, son calculados a partir de la ecuación II.2.

$$S = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}\right]^{1/2}$$
(II.2)
$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n}$$
(II.3)

Donde:

- $\bar{x} = Valor medio$
- *n* = Número de mediciones
- X_i = Valor de cada medición de dureza

Según el valor medio de la dureza se puede determinar el valor de la tensión de fluencia del material analizado:

$$\sigma_f = \bar{x}_\sigma \times 3.4$$
 (Callister, 1999)

Sustituyendo los valores en la ecuación II.4, se tiene:

 $\sigma_f = 162.22 \times 3.4 = 551.55$ MPa.

2.3 Restricciones

El modelo de suspensión que se utiliza en este implemento es un conjunto de suspensión de ballestas de tipo semielíptica con 1 eje que contiene ejes de balancín, cajas impresas, ballestas, tensores y brazo molecular con ejes tubulares, así como ruedas de tamaño 4.50x12.

Las restricciones se encuentran sobre los balancines de los soportes de la suspensión (ver figuras II.7, II.8, II.9). Se seleccionó una restricción desplazada en el eje z, porque la estructura tiene la tendencia a desplazarse hacia abajo cierta magnitud por la acción de las ballestas cuando estas están soportando algún peso. El valor de la elongación máxima del sistema de ballestas fue calculado mediante la ecuación (Dobrovolsky, 1982):

$$\lambda = \frac{kPl^3}{4Eibh^2} \tag{II.5}$$

(II.4)

Donde:

- k= 1.25÷1.5
- P, peso a soportar, siendo 1'000 kg/2 = 500 kg.
- I, es la longitud entre los soportes de las ballestas (761 mm).
- E, módulo de elasticidad longitudinal, y su valor corresponde a 2x10⁶ kg/cm².
- i, es la cantidad de hojas de ballestas en el sistema de suspensión (4).
- b, es el ancho de las hojas de ballestas en el sistema de suspensión (64 mm).
- h, espesor de las hojas de ballestas en el sistema de suspensión (5 mm).

Por tanto, el valor de la elongación máxima es de 53.8 mm



Figura II.7: Ubicación de la restricción en los apoyos traseros de las ballestas.



Figura II.8: Ubicación de la restricción en los apoyos delanteros de las ballestas.

El valor de la elongación máxima del sistema de amortiguación delantero mediante muelles con espiras de sección redonda fue calculado mediante la ecuación (Dobrovolsky, 1982):

$$\lambda = \frac{4P}{\pi d^2} (1 + 2c^2) \frac{l\cos^2\alpha}{G}$$

Donde:

- P, es el esfuerzo del muelle siendo 1000kg/2=500 kg
- d, diámetro del alambre (varilla en cm): 0.5 cm
- c, índice del muelle: 5
- I, longitud del muelle (cm): 35 cm
- α, ángulo de la hélice: 10°
- G, módulo de cizalladura: 8x10⁵ kg/cm²

Por tanto, la elongación máxima del sistema de amortiguación delantero mediante muelles con espiras de sección redonda es de **5.513 cm** o lo que es igual a **55.13 mm**.



Figura II.9: Ubicación de la restricción en el apoyo del tren delantero.

2.4 Aplicación de las cargas

Se realizará un análisis considerando la estructura sometida a la carga máxima. Según los parámetros de fabricación la estructura soporta unos 1'000 kg, siendo ésta su carga neta. En este valor se encuentran el peso del motor, sistema de transmisión, el peso del propio chasis,

el peso del combustible y el peso de seis personas, cada uno de 100 kg. Estas cargas serán distribuidas en dos zonas; la primera zona dedicada a la ubicación del motor, la segunda zona será para la distribución uniforme del resto de la carga.

Zona 1:

El peso del motor y sus accesorios: alrededor de 40 kg, al multiplicarlo por la aceleración de la gravedad, se obtiene el valor de la fuerza a aplicar. Dividiendo este valor entre los 4 apoyos, se obtiene la fuerza en cada soporte del motor. En la figura II.10 se muestra la ubicación de las cargas debido al peso del motor y sus accesorios.

Peso del motor y accesorios: 40 kg x 9.8 m/s² = 392 N

Fuerza en cada apoyo: 392 N /4 = 98 N



Figura II.10: Ubicación de las cargas debido al peso del motor y sus accesorios.

✤ Zona 2:

La aplicación de la siguiente carga será una carga distribuida, debido a que la fuerza es ejercida en toda la superficie de los perfiles tubulares rectangulares de los largueros y travesaños, por tanto, se resta a los 1'000 Kg de carga neta, los 40 kg del motor y sus accesorios:

Fuerza: (1'000 kg - 40 kg) x 9.8 m/s² = 9'417.6 N

El área de aplicación de la carga consiste en la suma de todas las áreas superficiales donde la carga es aplicada. La figura II.11 muestra el área mencionada.

- Área de los largueros x2: 95'611.4 mm²
- Área de los travesaños x2: 24'000 mm²
- Área del larguero más pequeño: 18'000 mm²

Área total: 257'222.8 mm²

Carga distribuida: $\frac{9417.6N}{0.257m^2}$ = 36612.62 Pa = 0.0366 MPa



Figura II.11: Aplicación de la carga distribuida en la estructura.

2.5 Creación de la malla

En todos los programas de elementos finitos se debe crear una malla en el modelo a analizar, es decir, dividir en elementos muy pequeños (discretizar) las partes que componen el modelo, en este caso perfiles tubulares rectangulares y cuadrados, para poder aplicar todas las condiciones impuestas en cada uno de esos elementos. Cuanto más pequeño sea el tamaño del elemento, más fina será la malla y más fiables serán los resultados, pero más tardará el ordenador en llegar a la solución. En nuestro caso la malla utilizada es la malla media, porque la malla fina tiende a ser más precisa en los resultados, pero demora mucho más, y este parámetro tiende a aumentar los costos, la malla gruesa es todo lo contrario siendo un poco menos precisa pero más rápida; por tanto, se decide tener lo mejor de ambos con la selección de tipo de malla media.

La figura II.12 muestra el mallado de la estructura, la cual cuenta con 309'104 nodos para un total de 78'563 elementos.



Figura II.12: Mallado de la estructura.

2.5.1 Validación de la malla

La malla media tiene diferentes tamaños según el tipo de elemento, el software por defecto hace un estudio de geometría y en dependencia de la complejidad de los elementos, se toma el tamaño y la geometría de la malla, esta puede ser cuadrada o triangular y a la vez se puede hacer una malla más fina donde se encuentran los concentradores de tensiones.

Para asegurar que los resultados de la simulación sean fiables se hace necesario realizar la validación de malla. Para ello se seleccionó un lugar geométrico de la estructura a medir la variable tensiones Von-Mises para diferentes tamaños de malla y así comparar los valores y obtener el porciento de error cometido. Las figuras II.13, II.14, II.15, muestran los resultados a comparar.

En la Tabla 2.4 se muestra la comparación de los valores de la tensión von Mises para distintos tamaños de malla.



Figura II.13: Valor de la tensión von Mises con malla gruesa



Figura II.14: Valor de la tensión von Mises con malla media



Figura II.15: Valor de la tensión von Mises con malla fina

Tabla 2.4: Comparación de la tensión von Mises para distintos tamaños de malla.

Malla	Posición del Nodo (X,Y,Z) mm	σ _z (MPa)	Diferencia (%)
Gruesa	663.5849, 160.2369, -684.0058	12.646	0.29
Media	663.5849, 160.2369, -684.0058	12.684	0.0003≅0
Fina	663.5849, 160.2369, -684.0058	12.688	

Dada la baja diferencia porcentual, menor del 5%, se puede afirmar que la malla seleccionada para analizar la estructura del chasis, es la correcta.

2.6 Análisis numéricos empleados

Para poder llegar al resultado esperado, fue necesario implementar varios análisis: uno Estático, uno Modal, y finalmente uno de Respuesta Armónica ¿en qué consisten estos análisis?

2.6.1 Análisis Estático

f=

Las estructuras sometidas a cargas estáticas, tales como las representadas por el peso propio de la estructura y las cargas de uso, suelen modelarse como estructuras hiperestáticas linealmente elásticas, para las cuales es válido el principio de superposición. Esto permite relacionar las fuerzas y las deformaciones a través de la fórmula simple:

donde f es el vector de fuerzas externas aplicadas a la estructura, u es el vector de deformaciones de los puntos de aplicación de dichas fuerzas (grados de libertad), y k es la matriz de rigidez, definida como:

$$k = [k_{ij}] \tag{11.7}$$

en la cual los elementos denotan la fuerza en *i* cuando en *j* se da un desplazamiento unitario.

Con este análisis se buscan los resultados de deformaciones totales, esfuerzos Von Mises, tensiones equivalentes y el factor de seguridad, este último parámetro es el cociente entre el valor calculado de la capacidad máxima de un sistema y el valor del requerimiento esperado real a que se verá sometido. Por este motivo es un número mayor que uno, que indica la capacidad en exceso que tiene el sistema por sobre sus requerimientos. En este sentido, es común, y en algunos casos imprescindible, que los cálculos de dimensionado de elementos o componentes de maquinaria, estructuras constructivas, dispositivos en general, incluyan un coeficiente de seguridad que garantice que, bajo desviaciones aleatorias de los requerimientos previstos, exista un margen extra de prestaciones por encima de las mínimas estrictamente necesarias.

Es necesario realizar un análisis estático previo ya que estas cargas estáticas inducen distribuciones de esfuerzos previos que a su vez modifican la rigidez de la estructura.

2.6.2 Análisis modal

El objetivo del Análisis modal en la mecánica estructural es determinar las frecuencias naturales y modos de oscilación de un objeto o estructura durante vibración libre. Es común utilizar el

(II.6)

Método de los Elementos Finitos (MEF, o FEM por sus siglas en inglés) para desarrollar el análisis porque, como en otros cálculos usando el MEF, el objeto que se analiza puede tener formas arbitrarias y los resultados de los cálculos son aceptables. Los tipos de ecuaciones que surgen del análisis modal son vistas en sistemas propios. La interpretación física de los valores propios y vectores propios, los cuales vienen de resolver el sistema, representan las frecuencias y modos de vibrar correspondientes. A veces, los únicos modos deseados son los correspondientes a las menores frecuencias porque pueden ser los modos predominantes en la vibración del objeto.

2.6.3 Respuesta armónica

Se usan los análisis armónicos para determinar la respuesta del estado firme de una estructura lineal a cargas que varían sinusoidalmente (armónicamente) con el tiempo, permitiendo verificar si el diseño superará la resonancia con éxito, fatiga, y otros efectos dañinos por las vibraciones forzadas.

Este análisis calcula sólo el estado firme, las vibraciones forzadas de una estructura. Las vibraciones transeúntes que ocurren al principio de la excitación, no se considera en un análisis armónico.

En este análisis todas las cargas, así como la respuesta de la estructura, varían sinusoidalmente a la misma frecuencia. Un análisis armónico típico calculará la respuesta de la estructura a las cargas cíclicas por encima de un rango de frecuencia (un barrido del seno) y obtiene un gráfico de alguna cantidad de la respuesta (normalmente los desplazamientos) contra la frecuencia. La cresta respuesta es identificada desde el grafico de respuestas vs frecuencias, entonces las excitaciones son revisadas en estos picos o crestas de frecuencias.

Conclusiones Parciales

- A partir del análisis químico se pudo conocer que el tipo de acero del chasis era AISI 1025. Mediante la metalografía se determinó el tamaño de grano de la estructura cristalina.
- Con el ensayo de dureza se determinó el valor medio de dureza y a partir de ella se calculó la tensión de fluencia del material de 551.56 MPa.
- La elongación máxima del sistema de ballestas es de 53.8 mm. Al introducir este valor en el modelo, se logra acercar más la simulación a la realidad del sistema de restricciones del chasis.
- Las cargas fueron distribuidas en casi la totalidad del chasis estando divididas en dos zonas: una en los soportes del motor y el resto a lo largo de los largueros y travesaños.
- La malla a utilizar es una malla media la cual fue validada con diferencia entre los valores de la tensión von Mises para las tres mallas muy inferiores al 5%.

Capítulo 3: Análisis de resultados

En este capítulo se muestran los resultados del análisis del chasis simulado. También se comparan los resultados obtenidos con los valores límites del material para poder conocer si el chasis es capaz de resistir las cargas a que está sometido.

3.1 Análisis Estático

3.1.1 Criterio de Von Mises

El material empleado en este modelo es un acero AISI 1025, cuya tensión de fluencia es de 551.56 MPa. El comportamiento real de este material es dúctil. Las teorías de falla para materiales dúctiles no comparan límites de tracción, comparan límites de elasticidad. Por tanto, los resultados serán comparados con valores de fluencia. Cualquier elemento del modelo cuya tensión sobrepase los 551.56 MPa, según el criterio de plastificación de Von Mises, estará en la zona plástica; pero si no sobrepasa el valor límite de 551.56 MPa, significa que no ha llegado a la fluencia, por lo que se aceptará como válido el ensayo. La figura III.1 muestra los resultados del análisis de tensiones equivalentes von Mises.



Figura III.1: Tensión equivalente von Mises

El valor máximo de la tensión von Mises es de 61.745 MPa y se encuentra en el interior de la estructura, en la unión de dos elementos. Como se puede apreciar el valor máximo no

sobrepasa el valor de tensión de fluencia del material que es 551.56 MPa, por tanto, el chasis soporta las cargas a que fue sometido.

3.1.2 Desplazamientos totales



Figura III.2: Desplazamientos resultantes

El valor máximo de los desplazamientos es de 53.98 mm y ocurre en los soportes del motor y sus accesorios. Es un valor que se puede reducir si se realizan modificaciones estructurales como agregar otro tirante similar a los soportes traseros. Se debe recordar que se introdujo una restricción que simula las suspensiones de ballestas que permitía un desplazamiento de 53.38 mm. Si restamos el valor obtenido de 53.98 del impuesto por las ballestas se obtiene 0.6 mm de desplazamiento en los soportes del motor.

3.1.3 Deformación equivalente elástica

La deformación equivalente elástica es de 3.9794.10⁻⁴ y aparece en la misma región donde en los anteriores resultados se mostró más vulnerable, y este chequeo no quedó exento de esta situación; manifestando que esta es la región más vulnerable pero no llega a la rotura.



Figura III.3: Deformaciones elásticas equivalentes

3.1.4 Factor de seguridad

El factor de seguridad es el cociente entre el valor calculado de la capacidad máxima de un sistema y el valor del requerimiento esperado real a que se verá sometido. Por este motivo es un número mayor que uno, que indica la capacidad en exceso que tiene el sistema por sobre sus requerimientos.

En este sentido, en ingeniería, arquitectura y otras ciencias aplicadas, es común, y en algunos casos imprescindible, que los cálculos de dimensionado de elementos o componentes de maquinaria, estructuras constructivas, instalaciones o dispositivos en general, incluyan un coeficiente de seguridad que garantice que, bajo desviaciones aleatorias de los requerimientos previstos, exista un margen extra de prestaciones por encima de las mínimas estrictamente necesarias. En nuestro caso el valor es de 4.0489.



Figura III.4: Factor de seguridad

3.2 Análisis Modal

En este epígrafe serán mostradas las frecuencias naturales y los modos de vibración para la condición *free-free*.



Figura III.5: Modo 1 de vibración

Este primer modo de vibración corresponde a la flexión alrededor del eje X sobre el plano YZ. Alrededor de la zona de color azul se produce el giro de la estructura, además, el valor máximo de deformación corresponde al extremo más alejado de los largueros.



Figura III.6: Modo 2 de vibración

El segundo modo de vibración corresponde a la flexión alrededor del eje Y, sobre el plano XZ. De manera similar al modo 1, la mayor deformación ocurre en los extremos de los largueros.



Figura III.7: Modo 3 de vibración

El tercer modo de vibración corresponde a la flexión de la estructura alrededor del eje Z, sobre el plano XZ. En este caso los valores máximos de deformación se alternan entre los soportes traseros de las ballestas. Puede aparecer cierta torsión, pero no bien definida.



Figura III.8: Modo 4 de vibración

El cuarto modo corresponde a la flexión de la estructura en dos zonas (azul) alrededor del eje X, sobre el plano YZ. El máximo valor deformación corresponde nuevamente al extremo más alejado de los largueros, aunque se alterna con el soporte para el tren delantero.



Figura III.9: Modo 5 de vibración

El quinto modo de vibración corresponde a la torsión de la estructura alcanzándose el valor máximo en el extremo superior del soporte del tren delantero.

En la Tabla 3.1 se puede apreciar un resumen de los resultados numéricos del análisis modal de la estructura del chasis.

Modos	Frecuencia [Hz]	Max. deformación (mm)	Tipo de Modo
1	7.3657	6.397	Flexión
2	10.227	5.9316	Flexión
3	18.776	7.4765	Flexión
4	43.98	7.4587	Flexión
5	44.514	8.2233	Torsión

Tabla 3.1: Resumen de los resultados numéricos del análisis modal

3.3 Análisis de respuesta armónica

A continuación, se muestran los resultados gráficos y numéricos del análisis armónico. En la figura III.10 se muestra la variación de la amplitud de deformación con las diferentes excitaciones de frecuencias, mientras que en la Tabla 3.2 aparecen los resultados numéricos.



Figura III.10: Variación de la amplitud de deformación con las diferentes excitaciones de frecuencias

Frecuencia (Hz)	Amplitud (mm)
11.081	0.22018
14.795	7.4634e-002
18.510	0.57103
22.225	2.3872e-002
25.940	3.833e-003
29.655	2.8382e-003
33.370	7.4626e-003
37.084	1.3163e-002
40.799	2.4919e-002
44.514	790.76

Tabla 3.2. Resultados	tabulados	del	nrimer	aráfico
Tabla S.Z. Nesullauus	labulauus	uei	primer	yranco

En la figura III.11 se muestra la variación de la amplitud de las tensiones con las diferentes excitaciones de frecuencias, mientras que en la Tabla 3.3 aparecen los resultados numéricos.



Figura III.11: Variación de la amplitud de las tensiones con las diferentes excitaciones de frecuencias

Frecuencia (Hz)	Amplitud (MPa)
11.081	4.3969e-002
14.795	1.2635e-002
18.510	7.6093e-003
22.225	2.1964e-003
25.940	1.0204e-003
29.655	3.5808e-003
33.370	6.5636e-003
37.084	1.1661e-002
40.799	2.754e-002
44.514	8.6082

Tabla 3.3: Resultados tabulados del segundo gráfico

En el primer gráfico de respuesta de frecuencia el eje horizontal es de la Frecuencia en Hertz y el eje vertical es del Desplazamiento en milímetros. En el segundo gráfico de respuesta de frecuencias el eje horizontal corresponde de manera igual que en el primero a la Frecuencia (Hz) pero el eje vertical corresponde a la Amplitud (MPa). El pico de desplazamientos ocurre en la frecuencia 44.514 Hz la cual coincide con el quinto modo de frecuencia natural (de Torsión), con un valor elevado de 790.76 mm. De manera similar ocurre en el segundo gráfico, encontrándose el mayor valor en dicha frecuencia. El valor máximo de amplitud de tensiones corresponde a 8.6082 MPa valor muy inferior a la tensión de fluencia del material. Es decir, si la estructura oscila en dicho modo de frecuencia, específicamente a unos 44.514 Hz, la estructura no fallará desde el punto de vista de la resistencia, pero presentará grandes desplazamientos. Con respecto a este resultado se puede decir que es difícil que estos desplazamientos lleguen a surgir sin la ocurrencia de rotura en la base debido a las dimensiones que posee el soporte del tren delantero (altura de 628.778 mm).

Conclusiones Parciales

- Los resultados obtenidos en la simulación estática demuestran que la estructura soporta las cargas estáticas a que fue sometida, siendo el máximo valor del criterio von Mises de 61.745 MPa. Esto conlleva a que la estructura trabaje con un factor de seguridad de 4.04.
- Se encontraron las frecuencias naturales de la estructura durante la vibración libre que van desde 11.081 hasta 44.514 Hz.
- Se estudió la respuesta armónica de la estructura para la excitación en el rango de 11.081 Hz a 44.514 Hz. Se ha trazado gráficamente la variación de tensiones y la amplitud del desplazamiento con respecto a la frecuencia.

Conclusiones Generales

- Se elaboraron probetas y se estudió el material mediante un análisis químico y metalográfico obteniendo como resultado que el acero del chasis es similar a un acero AISI 1025 con una estructura granular fina con tamaño de grano 11.
- En el análisis estático se demostró que la estructura es resistente a la carga máxima a la que puede estar sometida, dejando un margen de seguridad de 4 entre la tensión de fluencia del material y el valor máximo de tensión von Mises que ocurre en la estructura.
- Se obtuvieron las frecuencias naturales de la estructura durante la vibración libre que van desde 11.081 hasta 44.514 Hz, así como los modos de oscilación. Los cuatro primeros modos son de flexión y el último es de torsión.
- Mediante el análisis de respuesta armónica se encontraron las variaciones de amplitud de deformaciones y la amplitud de tensiones respecto al rango de frecuencias naturales que previamente fueron encontrados con el análisis modal. Según este análisis los mayores desplazamientos ocurren bajo la frecuencia del quinto modo, que es claramente un modo de torsión de la estructura.

Recomendaciones

- Realizar una modificación en los soportes del motor agregándole tirantes y volver a simular para comprobar que disminuye el valor los desplazamientos.
- Convertir el modelo geométrico a una estructura soldada y estudiar el comportamiento del chasis bajo esta condición.
- Realizar un estudio del estado transitorio como continuación del análisis dinámico.

Referencias Bibliográficas

- AISI 1025 steel, cold drawn, high temperature, stress relieved, 32-50 mm(1.25-2 in) round (2016). Available at: http://www.matweb.com.
- Argeo, A. (1960) 'El análisis químico cualitativo y cuantitativo', *Introducción a la quimica industrial: Fundamentos químicos y tecnológicos.* Andrés Bello ed.
- ASTM (2016) Handbook of Comparative World Steel Standards. Third Edition edn.
- Callister, W. (1999) Introducción a la ciencia e ingenieria de materiales. Reverté.
- Dobrovolsky (1982) Elementos de Máquinas. Moscú: MIR.
- ESAB (2011) Catálogo de productos.
- Española, R. A. (2014) 'Diccionario de la lengua española'.
- Guliáev, A. P. (1978) Metalografía. (II vols). Moscú: MIR.
- K. J. Bathe (1996) Finite Element Procedures. NJ: Englewood Cliffs.
- Lide, D. R. (2016) CRC Handbook of Chemistry and Physics. Boca Ratón (FL).
- Malishev A., N. G., Shuvalou Yu. (1975) Tecnologia de los metales. Moscú: Editorial MIR.
- Méndez, C. A. C. (2013) 'Ingeniería Comportamiento estático y modal del chasis de un ómnibus modernizado', Ingeniería Mecánica, 16.
- Ollet, M. 'Construcción de los chasis para vehículos'.
- Paz, M. (1992) Dinámica Estructural. Teoría y Cálculo. Reverté, S.A.
- Pérez, T. N. M. (1998) El método de los elementos finitos aplicado en la solución de problemas de mécanica de materiales en una dimensión. Universidad Autonómica de Nuevo Leon, nuevo leon.
- R. D. Cook, D. S. M., M. E. Plesha, R.J. Witt, (2002) *Concepts and Applications of Finite Element Analysis.* Madison: John Wiley and Sons,.
- Ramírez, A. J. (2010) *Diseño y análisis de un chasis tipo CARCROSS mediante el método de elementos finitos.* UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID, LEGANÉS.
- Redondo Martín, R. (2017) *Diseño y simulación de chasis tubular para vehiculo tipo fórmula.* Universidad Politecnica de Madrid, Madrid.
- Reyes Chaviano, G. (2018) Evaluación por el método de elementos finitos, el diseño de una torre para aerogeneradores de baja potencia para la fábrica de Antenas. Universidad Central Marta Abreu de Las Villas, Santa Clara.
- Sandar, R. M. H. (2013) *Caracterización del acero del chasis de un ZIL 131 y sus posibles modificaciones.* Universidad Central Marta Abreu de Las Villas, Santa Clara
- Valdivia, F. A. E. (2014) PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO DE ESTRUCTURAS USANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS. Universidad Católica de Perú, Perú.

Anexos

