



UNIVERSIDAD CENTRAL

"MARTA ABREU" DE LAS VILLAS

VERITATE SOLA NOVIS IMPONETUR VIRILISTOGA

TESIS DE GRADO

TÍTULO: Optimización de conjuntos estructurales de edificios aporricados de hormigón armado.

Autor: Alejandro Negrín Montecelo.

Tutor: Dr. Ing. Alexis Negrín Hernández.

Curso 2009 – 2010.

Índice

Índice.....	2
RESUMEN	13
INTRODUCCIÓN	<i>i</i>
CAPÍTULO I: ANÁLISIS BIBLIOGRÁFICO.	8
1.0 Introducción.....	8
1.1 Breve reseña histórica de la optimización estructural.	8
1.1.1 Generalidades.	8
1.1.2 Desarrollo de investigaciones de optimización de estructuras en Cuba.	16
1.1.3 Desarrollo de investigaciones de optimización de estructuras en el Departamento de Ingeniería Civil de la UCLV.	17
1.3 Formulación matemática del problema de optimización de estructuras.	20
1.3.1 Problema de diseño óptimo de estructuras. (D.O.E.)	20
1.3.2 Objetivos de la optimización.	23
1.3.3 Criterios de optimización.....	25
1.3.4 Formulación matemática. Definición.	26
1.3.4.1 Función objetivo.....	28
1.3.4.2 Variables.....	29
1.3.4.3 Ecuaciones de estado.	29
1.3.4.4 Restricciones.	30
1.3.4.5 Problema interno de optimización.....	31
1.3.4.6 Problema externo.	31

1.3.4.7 Definición de prueba.....	32
1.4 Métodos de solución del problema.....	32
1.5 Optimización de conjuntos estructurales.....	35
1.6 Conclusiones parciales del Capítulo I.....	36
CAPÍTULO II: FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA.....	52
2.1 Análisis previo del problema de optimización de conjuntos estructurales de pórticos de hormigón armado.....	52
2.2 Tipos de problemas a resolver (Ejemplos ilustrativos).....	52
2.3 Elección de criterio de optimización.....	54
2.4 Elección de los parámetros asignados.....	54
2.5 Elección de las variables.....	55
2.6 Definición de la función objetivo.....	55
2.7 Identificación de las restricciones.....	62
2.8 Conclusiones parciales del Capítulo II.....	66
CAPÍTULO III: SOLUCIÓN DEL PROBLEMA.....	71
3.1 Ideas generales sobre métodos de solución del problema de optimización de estructuras de hormigón armado.....	71
3.2 Rastreo de variables.....	71
3.3 Algoritmo de solución del problema de optimización basado en la Teoría de Diseño de Experimentos.....	73
3.3.1 Introducción.....	73
3.3.2 Conceptos y definiciones básicas.....	74

3.3.3 Planes lineales.....	75
3.3.4 Polinomio lineal de simulación de la función objetivo.	75
3.3.5 El plan de gradiente unilateral I.	76
3.3.6 Experimento de factor completo 2^3	77
3.3.7 Algoritmos de solución.....	78
3.3.8 Ejemplo ilustrativo de solución de Plan de Gradiente Unilateral.....	79
3.4 Conclusiones parciales del Capítulo III.	83
CAPÍTULO IV: APLICACIONES.....	89
4.1 Introducción.....	89
4.2 Metodología de trabajo.....	89
4.3 Solución del primer ejemplo ilustrativo.	91
4.4 Solución del segundo ejemplo ilustrativo.	91
4.5 Resultados del rastreo de variables.	92
4.6 Procedimiento general para la realización del diseño óptimo de conjuntos estructurales.....	101
4.7 Comprobación de algunos criterios de optimización.	104
4.8 Conclusiones parciales del Capítulo IV.	104
Conclusiones Generales.	109
Recomendaciones.....	110
BIBLIOGRAFÍA.	113
ANEXO 1: MODELACIÓN EN STAAD.PRO 2006 DE LOS PÓRTICOS.	118

ANEXO 2: DISEÑO GEOTÉCNICO DE LOS CIMIENTOS UTILIZANDO EL DGCIM. 120

ANEXO 3: DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS CIMIENTOS UTILIZANDO HOJAS PROGRAMADAS EN MATHCAD. 121

ANEXO 4: DISEÑO ESTRUCTURAL DE LAS COLUMNAS UTILIZANDO LOS ÁBACOS. 122

Pensamiento

Todo el que deja de hacer lo que no es capaz de hacer, peca.

José Martí.

Agradecimientos

Le agradezco este trabajo a todos los que de una forma u otra me han ayudado en la realización de este trabajo.

Dedicatoria

Dedico esta tesis a mis padres.

Resumen

Resumen

En el trabajo se pretende optimizar un conjunto estructural formado por vigas, cimientos y columnas de hormigón armado (para un pórtico específico con unas condiciones de apoyo determinadas) bajo las condiciones de costo de Cuba en la actualidad. Por cuanto se busca la mayor economía en el diseño, se usará como función objetivo el costo mínimo, se modelará matemáticamente el problema definiendo: variables, restricciones y ecuaciones de estado.

Una vez planteada la formulación se aplicará un método de solución para encontrar las variables que den la solución óptima o los rangos económicos. Se piensa usar como método de solución, inicialmente, un simple rastreo de variables para definir un entorno racional de variables y luego aplicar el Método Basado en la Teoría de Diseño de Experimento.

Cuando se resuelva el problema se contará con una gran cantidad de resultados que permitirán sacar las conclusiones y recomendaciones sobre: influencia de las variables, criterios de diseño para proyectar conjuntos estructurales racionales económicamente y argumentos científico para seguir este tipo de investigación sobre optimización de conjuntos estructurales, cuestión más completa que la simple optimización de elementos individuales.

Introducción

Introducción

El desarrollo de las investigaciones en el campo de las Estructuras ha contribuido notablemente al logro de proyectos cada vez más racionales y a la vez con una evaluación más objetiva de la seguridad y de sus costos.

Se ha avanzado mucho en el campo de las normativas de cargas, cálculo estructural, modelaje de estructuras, análisis estructural, interacción suelo estructura, etc. Estamos en la etapa del Análisis y Diseño Asistido por Computadoras, pero de nada vale tener amplio y potente software estructural si no se hace una adecuada interpretación de los mismos.

Para desarrollar su trabajo, en la actualidad, el proyectista cuenta con varias herramientas: métodos analíticos, normas y manuales, programas de cómputo y resultados de la experimentación. Deben considerarse éstas como herramientas que ayudan y facilitan el proceso de cálculo, pero no son la esencia del diseño y nunca podrán sustituir el proceso creativo, el razonamiento lógico, la interpretación física del fenómeno, el análisis de invariantes y el examen crítico del problema.

Resulta muy importante no sólo dotar a los especialistas de la construcción de conocimientos necesarios para la explotación de las herramientas de cálculo, si no también crear habilidades en los mismos para poder interpretar correctamente los resultados brindados por estas ayudas y el uso de los mismos para modelar diversos problemas relacionados con el Análisis y Diseño Estructural. Además, hoy día se debe proyectar buscando siempre la variante más racional, entiéndase por ésta: la de menor costo y mejor ejecutable, nos estamos refiriendo al concepto de Diseño Óptimo de estructuras.

Antecedentes:

La historia de la optimización, como la de todas las ciencias, ha estado marcada por una serie de grandes aportes los cuales en sus respectivos momentos cambiaron, o al menos alteraron, la forma de pensar y de resolver los problemas hasta esos momentos por parte de la comunidad técnica y científica. Además, estos aportes a la vez de lograr transformaciones provocaron la aparición y posterior desarrollo de nuevas líneas y tendencias en el trabajo investigativo.

Es realmente difícil precisar el momento exacto en que surge el concepto de optimización en el ámbito del diseño en general, por esa misma razón es que se hace prácticamente imposible fijar la fecha del momento exacto en el que se emplea por primera vez dicho concepto en el diseño estructural, entendido éste en el sentido amplio de buscar la solución estructural más deseada desde cualquier punto de vista, ya sea económico, de utilidad, etcétera.

Por las razones anteriores, cualquier división de las etapas del desarrollo evolutivo de la optimización de estructuras se hace un poco arbitraria. No obstante, por razones metodológicas es bueno tratar de enmarcar y reseñar los principales períodos históricos que ha atravesado la aplicación de las técnicas de optimización matemática a la solución de los problemas de ingeniería estructural.

En este sentido se pueden señalar tres grandes etapas:

- Todo lo realizado antes del surgimiento de la Optimización Matemática como ciencia.
- Surgimiento de la Optimización Matemática como una ciencia independiente con sus principios, leyes y metodologías propias (principios de la década del 40). Este período empieza a partir de la Segunda Guerra Mundial y en él, debido principalmente a la necesidad de optimizar las materias primas sobre todo para la industria militar, comenzaron a crearse múltiples métodos de optimización, surgió una doctrina teórica seria y se desarrollaron una gran cantidad de aplicaciones y soluciones prácticas.
- Período a partir de finales de la década del 60 y principios del 70. Esta etapa está caracterizada por la aparición y posterior desarrollo de la computación. En Cuba, es en este momento cuando aparecen los primeros trabajos sobre la aplicación de estas técnicas.

Todos los antecedentes de la aplicación de la optimización estructural en Cuba y la formulación y solución del problema en columnas de hormigón armado se encuentran totalmente definidos en Negrín (1988). Dicho autor hace una amplia consulta de 134 referencias bibliográfica sobre la optimización estructural en general, teniendo en cuenta autores occidentales, de la antigua URSS, de Latinoamérica (fundamentalmente de Cuba, Perú, Brasil y México porque en esa fecha estaba algo limitado el tema en el resto del continente). Como resultado del trabajo de este autor se obtienen las expresiones para obtener las variables óptimas de una columna de hormigón armado y se demuestra que el algoritmo de solución basado en la Teoría de Diseño de Experimentos es ideal para optimizar estructuras de hormigón.

Posteriormente Castellanos (2000) actualiza toda la referenciación bibliográfica del tema (llega a consultar 204 referencias) y aplica la formulación y solución del problema para el caso de vigas de hormigón armado. Además de usar el método de solución basado en la Teoría de Diseño de Experimentos también aplica, con igual o mejor efectividad, los Algoritmos Genéticos.

Según el trabajo de Negrín (2005) se resume completamente, y de una forma más accesible al lector medio, todo lo planteado en las dos referencias bibliográficas anteriormente comentadas.

Posteriormente en el año 2006 se realizó una tesis de Maestría para resumir todo lo desarrollado y publicado en el departamento de Ingeniería Civil de la UCLV, Pérez (2006), sobre el tema de Optimización Estructural, que tiene gran valor metodológico y que podemos usar como documento guía para el trabajo.

El autor de este trabajo de diploma, junto con su tutor, hicieron la publicación Negrín H. A., Negrín M. A. (2009), con la idea de ir preparando la formulación y planteamiento del problema de la Optimización Estructural, referencia que también se puede considerar un antecedente.

De forma general se puede concluir que sobre Diseño Optimo de Estructuras hay bastantes cosas desarrolladas en Cuba, y mucho más en el resto del mundo. Pero casi totalmente las cuestiones son tratadas como optimización de elementos estructurales (columnas, vigas, cimientos) no de conjuntos, sin embargo: ***La realidad es que la obra óptima es la que menos cuesta en su conjunto, no la que sus elementos aislados cuesten menos, además, como cada elemento individual influye sobre el otro, es poco probable que el óptimo del conjunto sea la suma de los óptimos de los elementos individuales.***

Para ir evaluando esta cuestión de la optimización de los conjuntos, el tutor de este trabajo de diploma, asesoró la tesis de maestría: “Optimización de marcos estructurales de concreto armado. Particularidades para las condiciones de costo y fabricación de Honduras”, Henríquez (2008), donde se lograron algunos resultados, pero que no son aplicables totalmente a las condiciones cubanas.

Planteamiento del problema:

Como se analizó en los antecedente existen muchos trabajos de investigación y una gran cantidad de bibliografía relacionada con la optimización de vigas, columnas y en menor medida de cimientos. Todos estos problemas se resuelven utilizando técnicas y modelos matemáticos con un fuerte componente computacional, basado fundamentalmente, en Algoritmos de la Teoría de Diseño de Experimentos y Genéticos.

Queda claro que muy poco se ha adelantado en la optimización de conjuntos estructurales y que esta última es la verdadera optimización y no la de los elementos individuales.

Por tanto: estamos es un campo prácticamente virgen dentro de la optimización y es el enfoque sobre el cual plantearemos nuestra problemática investigativa.

Objetivos Generales:

1. Formular y resolver el problema de diseño óptimo de conjuntos estructurales de edificios aporticados de hormigón armado (vigas, columnas y cimientos)
2. Estructurar un procedimiento general para la realización del diseño óptimo de conjuntos estructurales.

Objetivos Específicos:

1. Realizar la actualización de la revisión y análisis crítico de la bibliografía
2. Realizar el planteamiento del problema de optimización de un pórtico (incluido el cimiento) de hormigón armado (función objetivo, declaración de variables y restricciones)
3. Resolver el problema de diseño óptimo de los diferentes elementos que conforman el pórtico, obtener criterios y recomendaciones para el diseño racional de estos elementos.
4. Aplicar los algoritmos de solución del problema de optimización que se analiza, sobre la base del rastreo de variables y la Teoría de Diseño de Experimentos, validando la eficiencia de cada algoritmo.
5. Crear hojas de cálculo para el diseño y cálculo de costos y otras cuestiones de carácter estructural para las cuales no exista software, además para los algoritmos de solución.
6. Estructurar un procedimiento general para la realización del diseño óptimo de conjuntos estructurales.
7. Realizar las recomendaciones propias para los proyectistas y diseñadores sobre el uso de las diferentes topologías estructurales y su diseño óptimo.

Preguntas de investigación:

1. ¿Se han desarrollado en el extranjero en los dos últimos años algunos otros trabajos de optimización de conjuntos estructurales?
2. ¿Cuáles son las variables que influyen, y en que medida, en el proceso de optimización de un conjunto estructural?
3. ¿Los métodos de solución sobre la base de la teoría de Diseño de experimentos son eficientes para resolver nuestro problema?
4. ¿Se puede desarrollar un procedimiento único para optimizar conjuntos estructurales?

Hipótesis:

1. Se han desarrollado en el extranjero, en los últimos dos años, algunos trabajos de optimización de conjuntos, pero estos no son totalmente aplicables a las condiciones cubanas
2. Las variables que influyen en el proceso de optimización de un pórtico de hormigón armado son:
 - En mayor medida: dimensiones del pórtico y condiciones de apoyo, peraltos y tipo de las secciones, tipo y profundidad de cimentación, propiedades físico mecánicas del suelo y costo relativo de los materiales.
 - En menor medida: ancho de las secciones, resistencia del hormigón, resistencia del acero, rectangularidad de la cimentación y tipo de carga.
3. Los algoritmos de Diseño de Experimento son eficientes para resolver este problema.
4. Se puede desarrollar un procedimiento único general para optimizar conjuntos estructurales de hormigón armado o de cualquier tipo.

Aportes:

1. Actualización de la revisión bibliográfica sobre diseño óptimo de estructuras que existe en el Departamento (Los dos últimos años, sobre todo documentos en internet).
2. Resultados concretos sobre optimización de conjuntos estructurales: influencia de las variables, recomendaciones para proyectista y futuras investigaciones.
3. Hojas de cálculo.

Compromisos de producción científica:

1. Presentación de trabajo investigativo a Forum estudiantil de Facultad en abril del 2010 con el planteamiento del problema y primeras soluciones.
2. Dos artículos en Portal Digital arqhys.com:
 - Fundamentos del diseño óptimo de estructuras. Primera parte (planteamiento del problema) (Ya publicado en septiembre del 2009)
 - Fundamentos del diseño optimo de estructuras. Segunda parte (solución del problema) (para abril del 2010)
3. Artículo en revista indizada Revista de la Construcción (Chile) con el resumen de todo el trabajo (julio 2010)

Estructuración de la tesis:

Capítulo # 1: Revisión Bibliográfica

Capítulo # 2: Formulación matemática del problema de optimización de un conjunto estructural de edificio aporticado de hormigón armado.

Capítulo # 3: Solución del problema.

Capítulo # 4: Aplicaciones (Recomendaciones, metodología de diseño, procedimiento general, etc.).

Bibliografía consultada para elaborar el diseño.

1. Castellanos J. (2000). Procedimiento General para el diseño óptimo de estructuras. Aplicaciones en vigas de hormigón armado. Tesis de grado de Doctor en Ciencias Técnicas no publicado, ISPJE, Ciudad Habana, Cuba.
2. Henríquez M. A. (2008) Optimización de marcos estructurales de concreto armado. Particularidades para las condiciones de costo y fabricación de Honduras. Tesis de Maestría no publicado, UNITEC, Tegucigalpa, Honduras
3. Negrín A. (1988). Diseño óptimo de estructuras de hormigón armado a flexo compresión. Tesis de grado de Doctor en Ciencias Técnicas no publicado, Instituto de Ingeniería de la Construcción de Kiev, Ucrania.
4. Negrín A. (2005) Un enfoque general sobre diseño óptimo de estructuras. Boletín Estadístico de la Construcción. Cámara Hondureña de la Construcción. Tegucigalpa, Honduras, 12-14
5. Negrin H. A., Negrín M. A. (2009, septiembre). Fundamentos del diseño óptimo de estructuras. Primera parte. Portal digital de arqhys.com. Consultado el 10 de diciembre, 2009, En:<http://www.arqhys.com/noticias/2009/09/fundamentos-del-diseno-optimo-de.html>
6. Pérez M. (2006). Diseño óptimo de estructuras de hormigón armado. Monografía. Tesis de Maestría no publicado, Universidad Central de Las Villas, Santa Clara, Cuba

Capitulo 1

CAPÍTULO I: ANÁLISIS BIBLIOGRÁFICO.

1.0 Introducción.

Debido al continuo desarrollo de la ciencia y la técnica en el campo de la ingeniería, se hace necesario ir introduciendo y desarrollando estudios que mejoren y perfeccionen tanto nuestros métodos actuales de trabajo como la calidad de los mismos, teniendo como premisa fundamental que estos resulten económicamente justos.

Si se tiene en cuenta la importancia de las construcciones dentro de la economía nacional se observará que éstas actualmente ocupan un volumen considerable y son, en todos los casos, factor fundamental para el desarrollo de un país dado.

Por eso es necesario exigir la aceleración del proceso científico-técnico y la transferencia de la economía al intensivo camino del desarrollo, al más racional uso del potencial productivo del país la menor utilización posible de recursos del área de divisas y sustitución de estos por materiales de producción nacional, y también un amplio mejoramiento de la calidad del trabajo.

Para la realización de estas metas es imprescindible en la ejecución de proyectos de construcción, la amplia introducción de métodos que permitan elaborar estructuras óptimas, las cuales respondan a las exigencias constructivas, siendo las más económicas y asegurando un mínimo de gastos de medios y materiales. En primer lugar, esto se debe lograr en el proceso de proyección de las estructuras con las cuales se relacionan más del 70% de las inversiones capitales en la construcción. La optimización estructural es un buen camino para lograr proyectos racionales.

1.1 Breve reseña histórica de la optimización estructural.

1.1.1 Generalidades.

Como Negrín (1988) y Catellanos (2000) enuncian en sus trabajos se puede decir que la historia de la optimización, como la de todas las ciencias, ha estado marcada por una serie de grandes aportes los cuales en sus respectivos momentos cambiaron, o al menos alteraron, la forma de pensar y de resolver los problemas hasta esos momentos por parte de la comunidad técnica y científica. Además, estos aportes a la vez de lograr transformaciones provocaron la aparición y posterior desarrollo de nuevas líneas y tendencias en el trabajo investigativo.

La aspiración humana de alcanzar la perfección en todas sus obras se ha manifestado desde siempre, en las artes, la arquitectura, la ingeniería. Es indudable que los diseñadores y constructores de la antigüedad optimizaban según criterios empíricos, limitados esencialmente por la carencia de un conjunto de doctrinas de los cálculos estructurales con una base verdaderamente científica o por las restricciones impuestas por razones de muchos otros tipos como fueron, por ejemplo, las culturales, las religiosas, etcétera.

Según Hernández (1991), Castellanos (2000) y Negrín (2005) es realmente difícil precisar el momento exacto en que surge el concepto de optimización en el ámbito del diseño en general, por esa misma razón es que se hace prácticamente imposible fijar la fecha del momento exacto en el que se emplea por primera vez dicho concepto en el diseño estructural, entendido éste en el sentido amplio de buscar la solución estructural más deseada desde cualquier punto de vista, ya sea económico, de utilidad, etcétera.

Por las razones anteriores, cualquier división de las etapas del desarrollo evolutivo de la optimización de estructuras se hace un poco arbitraria. No obstante, por razones metodológicas es bueno tratar de enmarcar y reseñar los principales períodos históricos que ha atravesado la aplicación de las técnicas de optimización matemática a la solución de los problemas de ingeniería estructural. En este sentido se pueden señalar tres grandes etapas planteadas en Castellanos (2000), Negrin (2005) y Pérez (2006):

- Todo lo realizado antes del surgimiento de la Optimización Matemática como ciencia.
- Surgimiento de la Optimización Matemática como una ciencia independiente con sus principios, leyes y metodologías propias (principios de la década del 40). Este período empieza a partir de la Segunda Guerra Mundial y en él, debido principalmente a la necesidad de optimizar las materias primas sobre todo para la industria militar, comenzaron a crearse múltiples métodos de optimización, surgió una doctrina teórica seria y se desarrollaron una gran cantidad de aplicaciones y soluciones prácticas.
- Período a partir de finales de la década del 60 y principios del 70. Esta etapa está caracterizada por la aparición y posterior desarrollo de la computación. En Cuba, es en este momento cuando aparecen los primeros trabajos sobre la aplicación de estas técnicas.

Al ser verdaderamente numerosa la cantidad de artículos, libros, ponencias, resúmenes de eventos y otras publicaciones (sobre todo a partir de 1960 y muy bien detallado en las referencias Negrín 1988 y Castellanos 2000) que sobre el tema de la optimización estructural se pueden encontrar, el panorama evolutivo que a continuación se expondrá

solo tratará los trabajos y las personalidades más importantes, es decir, aquellos que marcaron verdaderos hitos en el desarrollo de esta ciencia.

PRIMERA ETAPA

Se puede considerar a Galilei (1638), como uno de los precursores del diseño óptimo de estructuras tal y como lo entendemos hoy en día. Su análisis de la distribución tensional en vigas sometidas a flexión, aunque incorrecto, le permitió obtener la forma óptima de una viga de sección variable.

Aproximadamente medio siglo después, Bernoulli (1687), tomando como base la teoría de Galileo, aplica la hipótesis de las deformaciones planas de las secciones y la Ley de Hooke, proponiendo una distribución lineal de tensiones en secciones ortogonales a la directriz. Con su teoría aborda el problema del diseño de vigas con resistencia uniforme.

A pesar de los intentos anteriores, no se puede hablar de problemas de optimización analíticamente bien fundamentados, hasta que Parent 1708 **[todos los autores que se citarán a continuación y las fechas están tomadas directamente de las referencias Castellanos (2000) y Pérez (2006)]** descubrió el concepto de línea neutra de la sección y resolvió el problema del diseño de vigas de resistencia uniforme sometidas a cargas móviles y hasta que Lagrange 1770, reutilizando la teoría presentada por Parent analiza el diseño elástico de columnas de mínimo peso sometidas a cargas axiales. La limitación de las experiencias de Lagrange vino dada porque no consideró el peso propio del elemento en su análisis, pero su trabajo sirvió para que posteriormente Clausen 1851 resolviera acertadamente el problema obteniendo, para la acción combinada de cargas centradas y peso propio, la distribución exponencial de la sección en función de la altura.

Aproximadamente dos siglos duró esta fase inicial de desarrollo de las técnicas de optimización estructural, las cuales no se concretaron hasta el último tercio del siglo XIX e inicios del XX con los aportes de Levy 1875, Maxwell 1890 y Michell 1904.

En el año 1875 M. Levy realizó un profundo estudio sobre el diseño de cerchas y arcos de resistencia uniforme demostrando el carácter forzosamente isostático de la configuración óptima de estas estructuras. Fue C. Maxwell quien en 1890 realizó el primer gran aporte a la teoría del diseño óptimo estructural al demostrar la relación que existe, en los sistemas articulados, entre las longitudes de las barras y las tensiones permisibles de tracción y compresión.

Ya en la primera década de este siglo, exactamente en el año 1904, A. G. Michell presentó una metodología para hallar la configuración de peso mínimo con restricciones en los valores permisibles de las tensiones en las barras de estructuras articuladas bidimensionales sometidas a un solo estado de cargas. Desgraciadamente esta metodología envuelve una gran complejidad operativa, y excepto en casos muy sencillos, no encontró aplicación hasta que aparecieron las primeras computadoras.

A finales de la segunda década de este siglo se realizaron algunos trabajos, Wagner 1920, intentando resolver problemas tales como el análisis del pandeo de paneles, rigidizadores, almas y alas de perfiles metálicos con elevada resistencia y mínimos pesos, pero los resultados alcanzados no fueron realmente significativos.

F. Loleit 1930 fue el primero en establecer las premisas económicas para la producción masiva de las estructuras de hormigón y hormigón armado. El enfoque dado por Loleit definía la importancia económica que tenía para el proceso de diseño estructural, aspectos tan disímiles como la calidad de los materiales, aspectos tecnológicos de elaboración y las peculiaridades de la explotación de las estructuras. No obstante a esto, sus ideas no recibieron una ulterior aplicación y desarrollo. Durante la década del 30 entre los investigadores predominaba la tendencia de buscar soluciones simplificadas “rápidas” para encontrar las soluciones óptimas en presencia de restricciones en forma de ecuaciones que reflejaban las condiciones de resistencia de de las secciones transversales.

Aunque esta formulación del problema no presentó una gran objeción (en este período no estaban definidos los estados límites de utilización), el método de solución de dicho problema, con la utilización de la teoría de máximos y mínimos habituales (basado en el cálculo diferencial), resultó poco efectivo y esto predispuso a los investigadores para continuar en esa dirección.

Durante todos estos años y hasta el advenimiento de la Segunda Guerra Mundial, predominó entre los investigadores la tendencia de obtener sistemas estructurales de peso mínimo, con restricciones de tipo tensional, sometidos principalmente a un solo estado de carga.

SEGUNDA ETAPA

La Segunda Guerra Mundial trajo aparejado junto a sus nefastas consecuencias para la humanidad, una intensificación extraordinaria en la investigación de armamentos, y principalmente de la aeronáutica, dando un impulso a las técnicas de optimización por la gran cantidad de tipos diferente de problemas que se abordaron. La introducción de nuevos materiales y las necesidades de producción originadas por el conflicto bélico, hicieron que el diseño de los elementos estructurales fuera el de mayor importancia en un proyecto.

Fue por esta etapa cuando se pudieron alcanzar resultados verdaderamente relevantes en la aplicación de las técnicas de optimización a la ingeniería, ya que se pudieron resolver diferentes tipos de problemas, unos que consideraban como criterio el peso mínimo de los elementos, Cox y Smith 1943, y otros relacionados con la distribución óptima de material en paneles rigidizados de Zahorski 1944.

En la segunda mitad de la década del 40, Wittrick 1945; Leggett y Hopkins 1949, analizan el diseño óptimo de paneles compuestos por varias capas de materiales teniendo en cuenta el pandeo. Para su análisis consideran que el elemento estructural está determinado por un solo parámetro variable y a él asocian una restricción, normalmente formulada en términos de la carga crítica de pandeo que soporta el panel.

Es característico de este período el estudio detallado de elementos aislados y su optimización independientemente del comportamiento del sistema completo (la aplicación de estas técnicas se mantuvo restringida a problemas muy concretos y su concepción fue muy pobremente considerada en el ámbito del diseño óptimo). Los métodos utilizados solían basarse en la suposición de que en el óptimo se producen simultáneamente varios modos de fallo y operaban igualando las expresiones de las cargas críticas de inestabilidad de aquellos componentes cuyo fallo se tiene en cuenta en el análisis y de las del resto de los elementos de la estructura para obtener un sistema cuya solución determinaba hipotéticamente la respuesta de peso mínimo. No obstante a lo anterior, estos trabajos sirvieron de base para el surgimiento de dos técnicas de optimización que alcanzaron gran difusión en la década del 50: las Técnicas Intuitivas y las de Análisis Plástico.

La primera fue difundida principalmente por Shanley en 1952 y Gerard en 1956 y consistía en la utilización conjunta de las teorías del fallo simultáneo y la de los índices de carga. Esta técnica del fallo simultáneo, inspirada en los trabajos de la década anterior, se basaba en la suposición de que el diseño óptimo de peso mínimo es aquel en el que todos los modos de fallo de la estructura ocurren simultáneamente.

Para formular matemáticamente el problema era imprescindible que existiera una variable de diseño por modo de fallo estructural y no era posible, en general, introducir en el problema otros tipos de restricciones formuladas en términos de desplazamientos, geometría, etcétera. La bondad de la solución obtenida dependía fundamentalmente del acierto con que el diseñador seleccionara los modos de falla críticos de la estructura como son, por ejemplo, las deformaciones y las tensiones permisibles. Los resultados obtenidos con el empleo de esta teoría eran cuasi-óptimos y, no obstante a ello, se obtuvieron mejoras cualitativamente importantes en el diseño de ciertas tipologías estructurales como fueron, por ejemplo, las secciones de las barras de las cerchas, los espesores de losas, etcétera.

Los índices de carga no son sino factores que relacionan los esfuerzos que resisten los elementos con sus propiedades geométricas y resistentes de forma que su valor determine, más o menos aproximadamente, la distribución tensional permitiendo comparar, por lo tanto, la eficiencia relativa de los distintos materiales o tipologías estructurales.

El desarrollo de las técnicas del análisis plástico abre nuevas perspectivas a la optimización estructural. Heyman (1951), Foulkes (1954), Prager (1956) y Livesley (1956) analizan el diseño óptimo de pórticos planos o de estructuras de nudos articulados en régimen plástico sometidos a un estado de carga. Más tarde, Prager y Heyman (1958) y Livesley (1959), lo generalizan a múltiples estados de cargas. Estos aportes son difícilmente generalizables a otras tipologías. Es en esta fecha cuando por primera vez se introducen métodos de programación matemática en la optimización estructural, ya que el óptimo en condiciones de colapso plástico se obtiene generalmente mediante programación lineal (Método Simplex). Cuando la resolución del problema de optimización tuviese un carácter no lineal se presentaban grandes dificultades debido a la inexistencia de métodos analíticos o numéricos apropiados.

Los principios que inspirarían más tarde las concepciones modernas del diseño óptimo fueron formulados precisamente en el período 1955-1960. Klein (1955) es el primero en plantear el problema generalizado de optimización estructural como un problema estándar de programación no lineal, señalando la diferencia entre la localización geométrica de la solución entre los problemas lineales y no lineales, lo que convirtió el problema en una minimización condicionada con igualdades, que podía ser resuelta por los métodos de Multiplicadores de Lagrange.

Lamentablemente en el momento en que Klein publica su formulación en el Journal of the Operations Research Society of America no recibe una atención excepcional debido al desconocimiento de las técnicas modernas de programación matemática no lineal y a la fuerte oposición de los investigadores de la época respecto a los métodos clásicos.

Por esos años, el soviético Zajarov (1957) trató las cuestiones de estructuras estandarizadas óptimas, dando un aporte sustancial al desarrollo de la teoría del diseño óptimo aplicado a la prefabricación. Pearson (1958) integra las técnicas de análisis estructural y los métodos de optimización en un esquema coherente de diseño ya que es él quien primero desarrolla un método que obtiene simultáneamente el óptimo estructural y su mecanismo de colapso.

Schmit (1960) fue el primero en indicar que la optimización estructural debía analizarse incluyendo condiciones de diseño y de comportamiento consideradas como desigualdades, planteando modos de fallos diversos y varias hipótesis de cargas, todo lo que conducía a un problema no lineal de tanto interés como complejidad, además,

este destacado investigador introdujo en esos momentos, en el ámbito científico, la idea de ensamblar métodos de cálculo de gran potencia y generalidad como el Método de los Elementos Finitos con técnicas de programación no lineal, con el objetivo de crear sistemas avanzados de diseño óptimo con un rango de aplicación muy extenso entre los que se incluía las técnicas de optimización de la forma estructural.

En esa misma fecha (1960), él mismo realiza una serie de críticas a las teorías de modos de fallo simultáneo cuando enuncia el hecho de que el óptimo de un problema de diseño no está necesariamente condicionado por varios modos de fallo. Además de todo lo dicho, critica la tendencia establecida de optimizar exclusivamente las dimensiones de los componentes estructurales y no su geometría. Por esta etapa se acepta la potencial utilización de otras funciones objetivos como las de costo, fiabilidad, eficacia, etcétera.

TERCERA ETAPA

Esta etapa, como se señaló anteriormente, se encuentra enmarcada en el período a partir de finales de la década del 60 y principios del 70 y se extiende hasta nuestros días, estando caracterizada por la aparición y posterior desarrollo y generalización de las técnicas de computación. Es precisamente este último aspecto el que ha provocado un viraje trascendental en las investigaciones y en la aplicación de las técnicas de optimización con la creación de sofisticados softwares que prácticamente realizan el proceso de diseño óptimo sin la participación de los diseñadores. También han influenciado en ello la toma de conciencia sobre las ventajas económicas que reporta la optimización, la introducción de la enseñanza de estas técnicas en los currículos de estudio de muchas universidades del mundo y el incremento, a niveles nunca antes alcanzados, de la interrelación entre diferentes áreas de conocimiento (matemática, cibernética, ingeniería económica, ingeniería estructural, etcétera).

Todo lo antes apuntado ha generado que en estos momentos la evolución marcada por hitos aislados, claramente identificables y aparentemente inconexos, como ocurrió hasta finales de la década del 60, se haya transformado y en la actualidad su desarrollo sea, como ocurre con todas las ciencias, casi continuo y muy difícilmente enmarcable desde el punto de vista sintético y metodológico.

A partir 1960 se llevó a cabo un gran esfuerzo, por parte de diferentes grupos de investigadores, para crear algoritmos que respondieran a las nuevas exigencias a que conducían los problemas no lineales, entre los que se incluían condiciones de tipo tensional y de deformaciones y la función objetivo más empleada seguía siendo la de peso mínimo. Es en este momento cuando comienza a desarrollarse la optimización estructural como rama particular de la optimización matemática con un esquema de aplicación coherente y fácilmente definible de la siguiente forma:

Se modela el problema ingenieril en términos de programación matemática, es decir, se define la estructura en términos de un conjunto de parámetros variables que determinan sus propiedades, se plantea una función objetivo (cuanto más general más precisa será la solución que se obtiene) que depende de dichos parámetros; se comprueba el cumplimiento de un cierto número de restricciones que incluyen condiciones de diseño y de comportamiento, expresadas en forma de ecuaciones e inecuaciones que a su vez son función también de los mismos parámetros de los cuales depende la función objetivo; se aplica un método de solución de problemas de programación matemática y finalmente se pueden aplicar otras técnicas matemáticas cuyo objetivo fundamental es simplificar la solución del problema brindando una mayor cantidad de información sobre el problema resuelto, entre estas técnicas se pueden encontrar aquellas relacionadas con el análisis de sensibilidad y que, de forma general, se pueden definir como el conjunto de técnicas que permiten predecir las modificaciones que se producirán en el modelo empleado.

Según Negrín (1988 y 2009) Entre los métodos creados en esta etapa se deben destacar los siguientes:

- Métodos de búsqueda directa.
- Métodos del gradiente.
- Métodos de función penalty.
- Métodos de secuencia de problemas lineales.

Estas técnicas supusieron un avance importante en la optimización, pero alertaron sobre el grado de dificultad que aparecía cuando los problemas presentaban, al ser en su inmensa mayoría no lineales, mínimos locales. Esta complejidad se notaba más todavía debido, principalmente, a que este tipo de mínimos eran los únicos que podían detectar todos los métodos. La identificación del mínimo global, que era la solución deseada, no era sencilla y sólo se podía encontrar a partir de una inspección de los mínimos locales tarea que, al fin y al cabo, no dejaba una total seguridad sobre la eficiencia de las soluciones encontradas. Sin embargo, se consiguió diseñar, con cierto grado de refinamiento, estructuras articuladas tridimensionales, perfiles laminados de acero estructural y piezas de aviación considerando como criterio de optimización sus pesos mínimos.

De forma general, los métodos de optimización que surgieron a raíz de esta época pueden dividirse, para su mejor estudio y comprensión, en tres grupos principales Castellanos (2000):

- Las técnicas de solución de los problemas de minimización restringida.
- El planteamiento de modelos de optimización estructural.
- Otras técnicas asociadas a la optimización estructural.

Estos tres grupos de técnicas se explicarán posteriormente con mayor profundidad

1.1.2 Desarrollo de investigaciones de optimización de estructuras en Cuba.

La optimización estructural en Cuba se puede decir que comenzó de una manera “intuitiva”, desde que se comenzaron a aplicar métodos de diseño estructural sobre bases científicas. Por ejemplo el Método de los Estados Límites en Hormigón Armado se introduce y aplica en Cuba cuando en los años 1964-1965 el Profesor Pimpo Hernández ofrece una serie de conferencias sobre el tema, luego el profesor Francisco Medina, en el año 1966, ofrece el primer curso completo sobre Cálculo de Hormigón Armado, éste autor y el Profesor Leonardo Ruiz escriben el primer texto cubano sobre la temática en el año 1967.

Sobre el desarrollo de las investigaciones de optimización estructural en Cuba hay una amplia explicación en el trabajo de Negrín (1988) que posteriormente Castellanos (2000) actualiza, lográndose una renovación en Pérez (2006). Se debe señalar que estos autores analizaron con profundidad las raíces cubanas de la temática, pero hubo algunas omisiones, muy significativas, que se escaparon en dichos trabajo.

Vale destacar el primer trabajo con bases científicas publicado en la Revista Ingeniería Civil del año 1973 por el Ing. Cesar Rivero (referencia # 29): “Optimización de losas de hormigón armado”. Se plantea una aplicación sencilla, pero con una base teórica fuerte, de la programación lineal al diseño óptimo de una losa de hormigón armado apoyándose en la representación gráfica y en el uso racional de las microcomputadoras. Es un buen ejemplo del uso de las técnicas de Investigación de Operaciones para optimizar las losas de entresuelo de los edificios multifamiliares E-14. Como los costos unitarios de los materiales utilizados no fueron verificados con los vigentes en aquel año 1973, las conclusiones del trabajo no fueron elevadas a definitivas, pero indudablemente el trabajo tuvo un gran valor metodológico y debió servir como base a futuras investigaciones, que desgraciadamente no se siguieron posteriormente en esa dirección.

Posteriormente a finales de los años 70 y principios de los 80 surgen una serie de trabajos que aunque tuvieron sus limitaciones marcan el inicio del desarrollo de la optimización en Cuba. Sobre esto Negrín (1988) señala: “En los tiempos actuales (se refiere al año 1988) en Cuba podemos señalar 6 o 7 trabajos que tratan, con mayor o menor profundidad, el tema de optimización estructural sobre bases “científicas”: unos se basan en rastreo de variables, otros en el uso de la programación lineal y otro método de solución del problemas de optimización. Se debe reconocer como los primeros pero se debe analizar sus limitaciones como por ejemplo:

1. Aunque la formulación matemática fue hecha razonablemente, para la solución del problema de optimización no se tomó el método de solución ideal y más bien se “forzó” la solución. (*aquí el autor señala varios trabajos que son fundamentalmente del profesor Penado del cual solo referenciamos, en este Trabajo de Diploma, el publicado en la revista Ingeniería Estructural No 5 del año 1984*).
2. En otra serie de trabajos sobre optimización de elementos de hormigón armado a flexión, se hace la formulación matemática pero no se tiene en cuenta una restricción importantísima, y que decide el problema como es el caso de chequeo de fisuración. Aquí se analizan los trabajos: Torres (1978), Vázquez y Eguiguren (1979) (*y otros más que señala el autor pero que no se detallan en este Trabajo de Diploma por cuestiones de espacio*).

A continuación Negrín (1988) detalla algunos trabajos que se desarrollaron en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad Central de las Villas a lo cual se le dedica, por su importancia y volumen, el siguiente epígrafe.

1.1.3 Desarrollo de investigaciones de optimización de estructuras en el Departamento de Ingeniería Civil de la UCLV.

En Negrín (1988) y posteriormente en Castellanos (2000) se hace referencia a una serie de trabajos desarrollados en el departamento de Ingeniería Civil de la UCLV, pero fundamentalmente los dos autores, sólo se refieren a los trabajos que ellos asesoraron y que formaron parte luego de sus tesis doctorales y se pasaron por alto algunos que vale la pena mencionar. Se analizarán por orden cronológico.

El primer antecedente que se tiene sobre optimización estructural en el antiguo Departamento de Estructural de la UCLV es el Trabajo de Diploma de Torres (1978) sobre “*Cálculo de secciones económicas en vigas rectangulares*”. Este trabajo de diploma tuvo una rudimentaria formulación matemática y se forzó el método de solución, no obstante las conclusiones ya anunciaban que el criterio usado en Cuba, hasta ese momento, que la cuantía de acero económica para vigas era de 60-70% de la balanceada era muy alto para las condiciones de costo cubanas.

En Vázquez y Eguiguren (1979) Trabajo de Diploma sobre “*Optimización de secciones en vigas rectangulares*” se perfecciona un poco las limitaciones de Torres (1978) pero adolece todavía de una formulación matemática no completa. En este trabajo, inicialmente se resumen las ideas generales sobre diseño estructural racional o económico de vigas en flexión que aparecían en los textos cubanos para la enseñanza de Hormigón Armado de aquellos tiempos (sobre todo los libros de los profesores Francisco medina, Sixto y Leonardo Ruiz y Manuel Babé). Cabe desatacar que en la

introducción ya se comienza a usar vocabulario técnico correcto, relacionando la palabra optimización con la más económica de todas las soluciones posibles de un diseño dado. Se resume, sobre la literatura cubana de aquel entonces que:

- Sobre el tema de optimización faltaba información pero los textos básicos de hormigón armado reconocían la importancia de la temática de optimización y se estimulaba a la investigación del tema; hay muy típico de esos excelentes profesores cubanos.
- Se definía, y hasta cierto punto se enjuiciaba, el criterio de cuantía económica como el 60-70% de la cuantía Tope.

Las conclusiones finales de este trabajo tampoco se pueden llevar a definitivas por lo limitado de la formulación matemática.

A comienzos de los años 80 el profesor Negrín comienza a desarrollar una serie de trabajos de optimización de vigas de hormigón armado, tratando de resolver las limitaciones de los trabajos referentes. Todos esos trabajos y sus conclusiones se resumen en el primer capítulo de la referencia Negrin (1988) donde se concluye categóricamente que: para países productores de acero la cuantía económica si es la reconocida por los textos clásicos de hormigón armado: 60-70 % de la balanceada; para países no productores puede llegar a 40-50 %, aunque decide el criterio de fisuración como frontera límite. Posteriormente Castellanos (2000) reafirma, con una mejor formulación matemática, con más conocimiento de causa y más resultados obtenidos, todas las conclusiones planteadas por Negrín (1988). Ya como documento más acabado de toda esta temática aparecen las referencias Negrín (2005 y 2009).

Broche O. y Benítez A. (1985) en el trabajo de diploma *Optimización de cimientos y columnas de naves industriales con cubierta pesada* hacen un intento de buscar una solución racional para el proyecto de naves industriales , pero esto no se puede considerar un verdadero trabajo de optimización, fue un análisis de variantes y la aplicación de métodos racionales de diseño de columnas y cimentaciones, desarrollados por los profesores JJ Hernández y G. Quevedo.

Un trabajo de diploma que no hizo un gran aporte científico pero que sentó las bases metodológicas fue el Gutiérrez A. (1986). *Optimización de estructuras. Revisión bibliográfica*. Aquí se presenta una amplia descripción bibliográfica (64 libros y artículos) inicial del tema de optimización estructural, como preámbulo de la Tesis Doctoral del tutor. Se escribe descripción bibliográfica porque no fue una verdadera revisión con comentarios, argumentos y valoraciones. Sólo se describía la ficha bibliográfica porque el objetivo era el de recopilación para posteriormente procesar esa información. Se puede considerar esa fecha (julio de 1986) como el inicio, en el Departamento de Estructuras de la UCLV, de la etapa “científica” de la optimización estructural: se comenzó a manejar literatura actualizada, se llegó a conceptualizar el

problema a formularlo adecuadamente, dejándose de considerar como “optimización” el simple rastreo de variables.

Los aportes de los profesores JJ Hernández y G. Quevedo mencionados anteriormente se pueden resumir en las referencias: Quevedo (1983) y Hernández (1986) que son buenos antecedentes para el tema de diseño racional de cimientos y columnas respectivamente.

Dentro de la temática de diseño racional de cimientos (no se puede definir todavía como optimización) se debe señalar el trabajo Hernández R. (1999) *Optimización de cimentaciones aisladas superficiales*, un poco limitado en su formulación lo que invalida sus conclusiones, pero fue el primer intento de hacer la optimización de una cimentación bajo estricto régimen de optimización. Esto no fue logrado hasta que apreció el trabajo Chagoyén E., Negrín A., Padrón N., Cabrera M. y López L. (2009) *Diseño Óptimo de Cimentaciones Superficiales Rectangulares*. Considerado un verdadero trabajo de optimización de cimientos que en la actualidad se continúa.

El uso del algoritmo de solución del problema de optimización sobre la base del diseño de experimentos fue la novedad principal de la referencia del Negrín (1988), para esto se orientó y desarrolló el trabajo de diploma de Arechavaleta A (1987) aplicándose el mismo en la optimización de columnas de hormigón armado.

Sobre esta temática de racionalización y optimización de elementos y edificios de hormigón armado se pueden señalar las referencias(tesis de maestría):

- Hernández R. (1995). *Anteproyecto de Naves Industriales. Variante 24 m x 6*. Que no fue un trabajo de optimización pero si hizo un detallado trabajo de rastreo de variables para buscar una buena solución de proyecto.
- Mollinedo D. (1995) *.Anteproyecto de Naves Industriales. Variante 18 m x 6 m*. También un caso de rastreo de variables para buscar una solución “económica”.
- Cuba E. y Ruano M (1995). *Optimización de un pórtico de edificio social*.

Ya en el campo de la verdadera optimización, pero en este caso para estructuras metálicas, se deben mencionar los casos de Tesis de maestrías:

- Meneses J (1997). *Optimización de estructuras metálicas*.
- Martín M. (2006). *Estructuras metálicas. Diseño y optimización*.

Ambos trabajos tienen cierto valor metodológico y algunas conclusiones de consideración para el caso de optimización de proyectos de estructuras metálicas.

1.3 Formulación matemática del problema de optimización de estructuras.

(referenciado directamente de Negrín H; A. y Negrín M; A. (2009) , tutor y autor de este trabajo de diploma, y en algunos casos a Pérez (2006)

1.3.1 Problema de diseño óptimo de estructuras. (D.O.E.)

Como consecuencia de un continuo desarrollo de la ciencia y la técnica en el amplio campo ingenieril, se hace necesario en nuestro país la introducción y desarrollo de estudios e investigaciones capaces de mejorar y perfeccionar los métodos de trabajo existentes así como la calidad de los mismos, tomando como principio que estos métodos resulten económicamente satisfactorios. Si consideramos la importancia capital de las construcciones dentro de nuestra economía, y su influencia en el posterior desarrollo turístico, industrial y social del país se hace evidente el mantenimiento del potencial constructivo con que contamos en la actualidad. Razón por la cual constituye un eslabón principal la aceleración del proceso científico-técnico que induce a la economía a un intensivo avance, el uso más racional del potencial constructivo, la menor utilización de los recursos importados así como la sustitución por materiales de producción nacional, a lo que hay que agregar un mejoramiento global de la calidad del trabajo. Para llevar a hechos concretos todo lo anteriormente expuesto es necesario ante todo, que la industria de materiales de construcción

Mejora notablemente su potencial constructivo lo cual implicaría la disminución de los costos y laboriosidad existente en la construcción.

Otro aspecto fundamental es la imprescindible utilización, en la realización de proyectos de construcción, de métodos que permitan elaborar estructuras óptimas que cumplan con las exigencias constructivas, asegurando un mínimo de gastos de medios y materiales.

Las exigencias generales que rigen la formulación en principio, determinada en la proyección de estructuras se puede resumir en:

Efectividad: La proyección de edificios o construcciones debe cumplir cabalmente las funciones para las cuales fueron destinadas.

Seguridad: Los elementos de las estructuras y toda la estructura en su conjunto, sin deterioro, deberán resistir todas las acciones actuantes y las que se pueden presentar en su vida útil.

Durabilidad: Deberá garantizarse un trabajo impecable (sin fallo) de las estructuras en un plazo racionalmente establecido para su explotación. Además, este plazo debe ser lo mas largo posible.

- Tecnología:** En el caso de diseño de estructuras siempre se deberá calcular objetivamente las posibilidades existentes con respecto a la elaboración, transportación y montaje, teniendo en cuenta las comodidades en la explotación y la aceleración del proceso constructivo.
- Economía:** Los gastos de materiales, mano de obra, transporte, montaje y reparación durante la explotación (todos ellos llamados “gastos reducidos”) deberán ser mínimos.
- Exigencias estéticas:** Las estructuras deben responder plenamente a determinada concepción arquitectónica o condición estética (prefijada por los arquitectos).
- Restricciones:** Con ellas se relacionan todas las posibles restricciones en la etapa de proyección y de construcción del objeto de obra dado, limitaciones de recursos, elección de materiales, directivas implantadas relacionadas con los intereses estatales, etc.

Las exigencias mencionadas a veces se contraponen unas a otras, es decir, para poder cumplir completamente una de ellas se hace necesario incumplir algunas de las otras. De esta manera es imprescindible tener todo esto en cuenta y hacer una completa valoración de todos los factores, siempre teniendo una visión de conjunto a la hora de formular el problema; valorando todas las exigencias en su conjunto y no considerando cada una de ellas individualmente. Para el cumplimiento de estas exigencias en primer lugar se debe lograr en la proyección de estructuras un mínimo de costo en el cual se relacionan más de un 70% de las inversiones capitales en la construcción.

El problema como tal de las estructuras, es decir, su “cálculo directo” consiste en la determinación de los esfuerzos internos, tensiones, desplazamientos de los elementos, dimensionamiento y características mecánicas (sistemas de apoyos, análisis cinemática, etc.) las cuales son prefijadas. Estas magnitudes son los “parámetros de estado” que están subordinados a las leyes de la mecánica y la física (ecuaciones de equilibrio, condiciones de deformación), La solución del problema directo permite determinar la resistencia, rigidez, estabilidad de una estructura determinada y poder así llegar a conclusiones sobre su utilidad y su posterior explotación, lo cual permite que la solución obtenida constituya de hecho un cálculo de control.

Los cálculos obtenidos, que no son mas que diferentes variantes, permiten elegir los parámetros geométricos de la estructura, por ejemplo, las dimensiones de la sección transversal y la armadura , pudiéndose evaluar la solución mas acertada desde el punto de vista económico, dependiendo la misma, fundamentalmente, del arte e ingenio del proyectista. La utilización de diferentes métodos de proyección determina la

elaboración con uno u otro grado de detalles de varios proyectos estructurales, la comparación y evaluación de sus indicadores técnico-económicos.

Si para cada uno de estos proyectos (variantes) se le plantea cualquier exigencia general, utilizada en calidad de criterios de comparación (optimización), entonces el problema puede plantearse de otro modo. En el caso de diferentes variantes de diseño, los parámetros incógnitos se fijan constantes para cada variante, y sus valores son dados por la intuición y experiencia del proyectista.

El problema de creación de proyectos óptimos de estructuras es mucho mas complejo que un problema de cálculo “de control” en presencia de varias variantes y exige una reestructuración del proceso de diseño. El diseño óptimo consiste en la determinación de los valores de los parámetros variables de los elementos a diseñar, los cuales corresponden con los valores extremos (máximos o mínimos) según el criterio tomado para la “optimización”. En este caso como regla general, la valoración de varias variantes de proyecto no se hace y si se hace no lo realiza el proyectista, sino la computadora.

El problema de la obtención de parámetros óptimos de estructuras a diseñar (proyectos) surgió con el nacimiento de la mecánica de la construcción. Múltiples investigaciones teóricas en el campo de la proyección óptima de estructuras no habían tenido aplicación práctica. Esto se explica por la gran laboriosidad que lleva la obtención de la solución del problema, la complejidad que tiene la aplicación de todo un especial andamiaje matemático para llegar a la solución, todo esto hacía que el proyectista no pudiera enfrentar por si solo el problema. Sólo con la aparición de las máquinas computadoras se hizo posible la implantación de métodos matemáticos de optimización en el proceso de proyección de estructuras. Si para los cálculos de estructuras la utilización de la computación es el principal factor sobre el que se basa el aumento de la productividad del trabajo de los proyectistas, entonces el diseño óptimo de estructuras sin la computadora no es posible.

Algunos autores realizan un análisis de sistemas de estructuras de H.A., en el cual se propone la clasificación de los sistemas según 7 niveles de complejidad de la solución del problema de optimización [Hernández (1991), Navarrina (1987) y Pérez (2006)]. Además, teniendo en cuenta estos, los problemas de optimización se pueden dividir en grupos en dependencia de sus objetivos:

1. Problemas de composición óptima de la sección transversal.
2. Problemas inversos de la mecánica de la construcción:
3. Problemas de obtención del esquema geométrico óptimo de la estructura (tipología).

4. Problemas de distribución óptima de materiales para elementos de estructuras en el caso de un esquema geométrico dado.
5. Problemas sobre número óptimo de dimensiones típicas para estructuras típicas.
6. Problemas sobre diseño óptimo de sistemas de estructuras de H.A.

Estos grupos de problemas se corresponden con sus objetivos y a su vez cada grupo de problemas se subdividen según el tipo de “ecuaciones de estado” en:

- Etapa elástica de trabajo del material.
- Trabajo en etapa plástica del material.
- Trabajo en etapa elastoplástica.
- Según el tipo de construcción (metálicas, de madera, H.A.)
- Según el esquema (vigas, cerchas, pórticos, estructuras laminares, etc.)
- Según el tipo de acción actuante (permanente, permanente y temporal, móvil, dinámicas, etc.)

Los problemas también se pueden dividir según: la valoración de las condiciones de seguridad, la elección del criterio de optimización, etc. En su esencia, los problemas se pueden elaborar después que se prepare completamente la descripción matemática de los mismos.

En los problemas de D.O.E. el más alto grado de desarrollo lo han alcanzado los de mínimo peso y mínimo costo de estructuras portantes, garantizando las condiciones de seguridad; a estas se han dedicado muchas disciplinas técnicas como: materiales de la construcción, mecánica de la construcción, teoría de la ingeniería estructural, mecánica de suelos y otras.

1.3.2 Objetivos de la optimización.

El problema fundamental de la D.O.E. coincide con el problema central de la proyección de estructuras en el cual se deben fijar los parámetros del objetivo a proyectar de forma tal que no satisfagan todas las exigencias de las normas de cálculo existentes y lograr una máxima efectividad técnico-económica, haciendo que sea la mejor de todas las posibles soluciones a lograr.

Las estructuras deberán garantizar el cumplimiento de una serie de condiciones las cuales harán que el proyecto sea satisfactorio. Estas condiciones son de resistencia, estabilidad, tecnología de fabricación, montaje, transporte, deformación, figuración, etc.

La elaboración de métodos de optimización de estructuras de H.A. comenzó bastante tiempo, sin embargo, solamente en los últimos tiempos se han desarrollado métodos de solución para problemas de estructuras de H.A. por separado, es decir, por elementos. Al surgir nuevos tipos de construcción, nuevos métodos de cálculo y hasta nuevos

materiales de construcción, se hace necesario crear nuevas teorías de métodos de optimización de estructuras.

Este trabajo de cálculo debe ser conjunto entre ingenieros y matemáticos, ya que existen innumerables métodos matemáticos que aventajan el desarrollo alcanzado por la construcción en nuestros días. Esto hace que el fenómeno de la optimización tenga un desarrollo continuo.

En resumen, podemos decir que el problema de optimización consiste en, dado el tipo de elemento a construir y conociendo el estado de cargas, lograr la mejor solución que satisfaga todas las exigencias (fisuración, deformación, estabilidad, etc.) y que evalúe correctamente las exigencia de economía, durabilidad, seguridad, factores arquitectónicos y constructivos.

Enfoque general.

La teoría de diseño óptimo de estructuras es un problema muy complejo, el cual, con frecuencia, erróneamente lo relacionamos con un problema elemental que se limita a escoger algunas variables de diseño, evaluarlas y tomar la mejor. Pero el diseño óptimo es sustancialmente un proceso mas difícil con un amplio basamento matemático relacionado con la solución de un complejo de múltiples y diferentes cuestiones muy importantes entre los cuales tenemos:

1. Formulación de los criterios de optimización, teniendo en cuenta las exigencias tecnológicas, de seguridad, durabilidad, económicas, etc.
2. Formulación de un conjunto de limitaciones que deben cumplirlos parámetros de las estructuras debiendo garantizar su buena explotación, facilita la producción fabril y otras.
3. Cálculo de los volúmenes de gastos reales que aparecen en la etapa de proyección y elaboración de las estructuras para la construcción y explotación de las mismas.
4. Cálculos de las condiciones reales de trabajo de las estructuras con el máximo de aproximación entre esquema estructural y el modelo físico real existente (relación entre el esquema de análisis y la estructura real.
5. Elaboración de un plan de variantes de diseño, garantizando que se pueda hallar rápidamente y con exactitud la variante óptima.
6. Elaboración de un plan general de proyección estructural que permita a los proyectistas dar solución rápidamente a innumerables cuestiones y obtener realmente la variante óptima.

Podemos apreciar entonces que la optimización de estructuras no es una “búsqueda ciega” entre distintas variantes de solución de un proyecto dado sino un complejo problema en el que influyen infinidad de factores que inciden en la correcta solución del

problema y que para lograrlo es necesario una sólida base científica. Para ello se hace imprescindible formular matemáticamente el problema (modelaje matemático), siendo este el paso más importante del proceso. Es necesario aclarar que sin el uso de la computación es imposible resolver ningún problema de optimización.

Paralelamente a todo lo anteriormente expuesto es necesario ir optimizando las cuestiones relacionadas con factores arquitectónicos, tecnologías de fabricación, montaje, transportación, etc. Es muy importante tener en cuenta también las condiciones particulares que existen en las distintas regiones del país, los cambios en el proceso de industrialización de los elementos, el aseguramiento de los materiales en las diferentes regiones (lo que hace que surja el criterio de “optimización zonal”) y la complejidad de elaboración en dependencia de las condiciones climáticas.

De esta manera, la optimización es el arma para el perfeccionamiento de las estructuras, de la cual se encargan lo “Métodos de Proyección Óptima”, estas deben ir perfeccionándose sobre la base de la ampliación tanto del enfoque teórico como de la experimentación.

1.3.3 Criterios de optimización.

La esencia en la optimización de estructuras es la elección del criterio de optimización para las soluciones previstas, de dicho criterio depende directamente que se obtengan resultados que verdaderamente sean los óptimos. Además, se deben hacer estructuras considerando las exigencias de economía, tecnología, durabilidad, seguridad, etc.

Las exigencias de economía se deben plantear para lograr el valor mínimo de la suma de todos los gastos en la construcción de una estructura, limitando al mismo tiempo los gastos de recursos materiales y energéticos.

Las exigencias tecnológicas se deben ver como las exigencias a las limitaciones en la suma de los gastos de trabajo en las etapas de fabricación, transportación, montaje y facilidad de construcción en general.

Las exigencias de seguridad son las encargadas de la no aparición de ningún estado límite a causa de las cargas actuantes. En la mayoría de los casos esto se cumple aplicando en el diseño las normas de cálculos existentes.

Las exigencias de durabilidad se reducen a que en presencia de un agente agresivo externo, las construcciones no deben recibir debilitamientos complementarios o llegar a un estado de inutilidad para la explotación. Para esto se toman medidas especiales de protección como en el caso de reparaciones periódicas, teniéndose en cuenta los

gastos de dichas reparaciones al evaluar el criterio general de optimización (siempre que el criterio sea el de “costo mínimo”).

Dentro de la amplia gama de criterios de optimización (se puede utilizar todo) tenemos, entre muchos otros:

- Mínimo costo total: Es el más usado en nuestra esfera y su esencia estriba en las exigencias de economía a partir de la cual se debe lograr el valor mínimo de la suma de todos los gastos para la construcción de una estructura.
- Mínimo peso: Debe lograrse un diseño cuya estructura sea la mas aligerada posible. Este criterio se usa generalmente en la aviación.
- Mínimo gasto de armaduras: Este criterio tiene su mayor aplicación en lugares donde escasea el acero.
- Mínimo gasto de hormigón: Este aspecto se debe tener en cuenta en los lugares donde los recursos para su elaboración no abundan.
- Mínimo gasto de encofrado: Este criterio se lleva a cabo en lugares donde no existan los recursos maderables necesarios para llevar a cabo una construcción que los requiera.
- Mínimo costo de transportación y montaje: Logra que la obra se ejecute lo más cerca posible de la fuente de materia prima en el caso del transporte y en el caso del montaje logra una eficiente planificación de los equipos.
- Mínimo espacio funcional útil: Este criterio encuentra su mayor uso en los proyectos arquitectónicos ya que aquí se trata de optimizar el espacio tomado como función objetivo, el área del local e imponiendo diferentes restricciones, por ejemplo en el caso de un aula:
 - Espacio entre alumnos.
 - Espacio libre necesario para el tránsito del profesor.
 - Distancia mínima del alumno a la pizarra.Es decir que se imponen estas restricciones al espacio útil.

1.3.4 Formulación matemática. Definición.

Como se define en las referencias Negrín (2005) y Negrin H; A. y Negrín M; A. (2009) este es el paso más importante en el proceso de optimización y sólo se podrá obtener respuesta correcta si la formulación matemática del problema se hace con toda la rigurosidad que se requiere.

En este paso es donde el ingeniero juega el papel predominante, la cuestión no está en saber muchos métodos de optimización (aunque también es importante), sino en

conocer profundamente el problema que se quiere resolver y dominar todos sus matices con una amplia visión de conjunto, valorándose correctamente todas las invariantes del problema.

Por ejemplo, si el problema es la optimización de una viga, en la formulación matemática va implícita: la correcta elección de la función objetivo y los factores que la componen (sin olvidar ninguno), la elección de las variables, las ecuaciones de diseño (a flexión y cortante), los criterios de deformación y fisuración y la forma de calcularse, las restricciones que provienen de las especificaciones, las restricciones arquitectónicas, los requerimientos de fabricación, etc. Y para cada uno de estos factores no olvidar ningún detalle por mínimo que sea.

Con este ejemplo se podrá notar que para hacer una correcta formulación del problema es mucha la información que se necesita y muchas las cuestiones a tener en cuenta, por tal razón, el grado de preparación del ingeniero y su experiencia son vitales para enfrentar una tarea de este tipo, claro, el hecho de conocer la problemática en toda su extensión facilita un adecuado enfoque del problema.

Para ir conociendo esta problemática en detalles, comencemos formulando varios conceptos que darán más luz sobre lo que se quiere ilustrar.

El problema de optimización de una estructura se formula de la siguiente forma:

$$z = f(x_i) \dots\dots\dots \text{mínimo.} \tag{1.1}$$

$$g(x_i) \leq b_i; \quad \phi(x_i) \leq b_i; \quad \Delta(x_i) \leq b_i \tag{1.2}$$

A la expresión 1.1 se le llama “función objetivo” (criterio de optimización) y es la función a la cual hay que hallarle un mínimo o un máximo según el criterio de optimización que se vaya a emplear: gasto total mínimo, mínimo gasto de acero, peso mínimo, etc.

Las expresiones 1,2 son el conjunto de restricciones en correspondencia con las exigencias de gasto mínimo de material, de seguridad y de todas las demás que deben cumplir los parámetros de los elementos (constructivos, arquitectónicos, tecnológicos, etc.) y que dependen de x_i .

En las expresiones 1.1 y 1.2, x_i es el conjunto de variables que afectan la función objetivo. Para un problema de costo mínimo en viga rectangular pueden ser por ejemplo: h, b, f_c', f_y . cuantía, dimensiones del encofrado, etc. Z en un caso de costo mínimo sería la suma de todos los gastos para construir y poner en explotación un elemento o estructura dada; b_i, b_i, b_i son los valores límites de las restricciones 1.2.

1.3.4.1 Función objetivo.

La función objetivo puede tener dos formas:

- 1.- Función objetivo escalar: Cuando predomina un solo criterio de optimización, ejemplo: costo mínimo.
- 2.- Función objetivo vectorial: Cuando existen varios criterios de optimización, ejemplo: $C_{total} = CB + CA + CE + \dots \dots \dots .etc.$ y peso total mínimo.

Ejemplo de función objetivo.

En un problema dado de diseño óptimo de una viga rectangular en flexión se puede plantear como función objetivo:

$$C_{total} = CB + CA + CE + CAC + CM + CI + \dots \dots \dots \quad (1.3)$$

Donde :

C_{total} Costo total.

CB Costo de hormigón.

CA Costo de armadura principal.

CE Costo de encofrado

CAC Costo de acero de los cercos.

CM Costo de montaje

CI Costo de izaje

Como se puede apreciar, la función objetivo (1.3) es extremadamente compleja y muy difícil de obtener. En la actualidad la mayoría de los autores la enfocan de una forma aproximada y más sencilla:

$$C_{total} = CB + CA + \varphi CB + \varphi CA \quad (1.4)$$

Donde φ es un coeficiente que pone el costo de los otros factores en función de los costos del hormigón o del acero. Pero esto es sólo una aproximación para la cual hay que suponer y prefijar muchos valores, incluso muchos autores solamente con el costo

del hormigón más el costo del acero, obteniendo con ello resultados muy aproximados pero valederos.

1.3.4.2 Variables.

Parámetros variables: Son aquellos que pueden tomar diferentes valores en el proceso de optimización; para un problema de costo mínimo en vigas puede ser: $b, h, f'_c, f_y, A_s, A'_s$

De forma general se pueden plantear como $x_1; x_2; x_3; x_4; x_5; x_6$ ó

$$x_1, \dots, x_6$$

Estos parámetros variables se dividen en:

1.- Parámetros variables externos: Son aquellas variables que no dependen de otras o sea que se fijan antes de comenzar el problema.

$$x_1, \dots, x_n \quad \text{En nuestro caso: } b, h, f'_c, f_y$$

2.- Parámetros variables internos: Son aquellas variables que dependen de las variables externas, denotadas de la siguiente forma:

$$x_{n+1}, \dots, x_1 \quad \text{En nuestro caso: } A_s, A'_s$$

El número de parámetros variables internos (m) se determina por:

$$m = 1 - n$$

1.3.4.3 Ecuaciones de estado.

De la formulación general se nota que la función objetivo depende directamente de los parámetros variables que entran en el proceso. Estas variables son parámetros que dependen de varios factores, que tienen dependencias entre sí y que además, sufren restricciones por varias exigencias ya comentadas. De forma general esas dependencias y restricciones son expresadas en forma de inequaciones y se les llama restricciones. Algunos autores llaman “ecuaciones de estado” a todas aquellas restricciones que deben cumplir las variables para hacer cumplir los requisitos de: resistencia, estabilidad, deformación, etc. En fin de cuentas, las ecuaciones de estado son aquellas que rigen el diseño propiamente dicho y que dicho sea de paso son más complejas que las demás restricciones. Desde el punto de vista matemático ellas obran

de la misma forma que las restricciones. Un ejemplo de ecuaciones de estado puede ser:

$$\sum P = 0, \quad 0.85f'_c ab = f_y A_s \quad (1.5)$$

$$\sum M = 0, \quad M_u = 0.85f'_c ab \left(-0.5a' \right) \quad (1.6)$$

1.3.4.4 Restricciones.

Como ejemplo de restricciones en el diseño a flexión y/o flexocompresión tenemos:

$$M_u \leq \phi M_n; \quad \omega_{fis} \leq \phi; \quad \Delta \leq \Lambda$$

Es decir, el cumplimiento de los estados límites. Aunque es bueno señalar que a veces estos en un problema son ecuaciones de estado y no restricciones.

Otras restricciones del problema

- $h < h_{\min}$ (para no usar refuerzo en compresión)
- $\rho > \rho_{balanceada}$ (para lograr diseños útiles)
- $\rho > \rho_{\min}$
- $\Delta < H/1000$ En columnas y tímpanos.
- $h \geq 1.5b$ Peralto mínimo
- $h \leq 4b$ Peralto máximo.
- $\rho > 20\% \rho_{\limite}$ (depende de la norma del país)
- Rango lógico a utilizar de las variantes, es decir, los valores reales constructivos con los que se trabaja.
- Gálibos máximos para facilitar el izaje y transportación.
- Y otras muchas. (todas estas restricciones han estado establecidas en función de los códigos e hipótesis establecidas en su momento)

De la cuidadosa elección de las restricciones en un problema dado depende en gran medida toda la formulación matemática, la correcta solución del problema y lo más importante: que los resultados sean valederos.

Las restricciones, atendiendo a los parámetros, también se dividen en internas y externas, que son las aplicadas respectivamente a los parámetros.

Restricciones externas:

Son aquellas que se imponen a los parámetros variables externos y tienen la forma de:

$$f_i \in \{x_1, \dots, x_n\} \geq 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (1.7)$$

$n = \#$ de restricciones

Caso particular:

$$d_{1i} \leq x_i \leq d_{2i} \quad i = 1, \dots, n \quad (1.8)$$

(Valor mín.) (Valor máx.)

Restricciones internas:

Son aquellas que se aplican a los parámetros variables internos y tiene la forma de:

$$f_i \in \{x_{n+1}, \dots, x_l\} \quad i = n + 1, \dots, l \quad (1.9)$$

Donde el número de restricciones internas (m) se determina por:

$$m = l - n$$

1.3.4.5 Problema interno de optimización.

El problema interno de optimización consiste en obtener el valor óptimo de los parámetros internos x_{n+1}, \dots, x_l que cumplen las restricciones y se logre un mínimo de la función objetivo. En este caso las variables externas son fijadas. El problema interno de optimización se expresa como:

$$\text{Encontrar un mínimo de } Y \in \{x_1, \dots, x_l\} \quad (1.10)$$

Cumpléndose las restricciones de x_{n+1}, \dots, x_l y dado x_1, \dots, x_n .

1.3.4.6 Problema externo.

El problema externo de optimización consiste en determinar el valor de las variables externas x_1, \dots, x_n que cumplen las restricciones externas y de todas las posibles soluciones de los problemas internos de optimización y elegir la solución con el mínimo valor de la función objetivo.

Entonces se define el problema como:

Encontrar el mínimo de:

$$\min_{x_1, \dots, x_n} Y(x_1, \dots, x_n) \quad (1.11)$$

Cumpléndose que:

$$f_i(x_1, \dots, x_n) \leq 0 \quad (1.12)$$

1.3.4.7 Definición de prueba.

Prueba (Para los métodos Heurísticos de solución y los basados en Diseño de Experimentos):

Se le llama así al conjunto de operaciones siguientes:

- Suposición de los valores de las variables externas.
- Comprobación de las restricciones externas (en caso de no cumplir, la prueba, cesa).
- Solución del problema interno.
- Cálculo de los valores de la función objetivo.

1.4 Métodos de solución del problema.

Según Castellanos (2000) y Negrín (2005) con la formulación matemática realizada se debe pasar a la obtención de la variable óptima del diseño, es decir, encontrar el valor mínimo de la función y que cumpla plenamente con las restricciones antes mencionadas. Para ello hay que auxiliarse de los métodos de matemáticos de optimización que existen y que son muchos. Cada uno de ellos es aplicable para condiciones determinadas de un problema dado, es decir, no se puede aplicar arbitrariamente para cualquier caso. La selección de alguno de los métodos conocidos depende de la naturaleza del problema y del modelo matemático que lo describe.

Algunos autores recomiendan realizar la formulación matemática, en función de que cumpla exigencias de aplicación de uno de los métodos matemáticos existentes y prefijados de antemano. Otros se oponen por completo y plantean formular matemáticamente el problema y luego escoger el método de no existir un apropiado, entonces trabajar coordinadamente con matemáticos para su creación.

Entre los métodos a usar se pueden mencionar, entre muchos otros, métodos de multiplicadores de Lagrange, programación lineal, programación no lineal, programación dinámica, método de Monte Carlo, métodos de matriz de fuerza, método heurística, etcétera. Sobre los métodos de optimización a usar, efectividad y posibilidades reales de utilización se tratará posteriormente en una serie de trabajos.

De forma general y según sus características los métodos de optimización pueden ser analíticos o numéricos.

En los primeros la búsqueda del óptimo se realiza a través de una investigación de todos los valores estacionarios contenidos dentro o en el entorno de la región de validez de las soluciones. Se define como región de validez al espacio que contiene los puntos de diseños factibles, es decir, aquellos puntos que cumplen todas las restricciones impuestas. Posteriormente se discriminan los mínimos relativos de entre todas las soluciones obtenidas para encontrar el mínimo absoluto.

Las técnicas numéricas localizan el óptimo a través de un examen de puntos estacionarios de discontinuidad y del contorno de la región de validez. Además, suponen que la función objetivo es unimodal en la región de búsqueda.

Los métodos numéricos se basan en una evaluación sucesiva (métodos iterativos) de la función objetivo, y algunas veces de su gradiente, en una serie de puntos hasta localizar la situación del óptimo.

En la solución del problema de optimización existen en la actualidad dos corrientes: las que afirman que los llamados “métodos exactos” son los que se deben aplicar obteniéndose como resultado una solución “única y exacta”, y los que defienden la aplicación de métodos eucarísticos afirmando que la solución del problema depende, entre otras cosas, de los datos de entrada, por lo que no es única. Por las razones anteriores, la solución más confiable desde el punto de vista de la formulación matemática sería la primera pero en detrimento de ella, está la mayor necesidad de un profundo conocimiento de los métodos de investigación de operaciones y de una rigurosa y completa formulación matemática, aspecto que normalmente no está al alcance de la mayoría de los ingenieros, siendo la segunda vertiente mas acogida por los proyectistas debido a los resultados obtenidos en la práctica, pero esta todavía depende mucho de la experiencia y la intuición.

La mayoría de los problemas en el mundo real tienen varias soluciones y algunos tienen infinitas soluciones. El propósito de la optimización es encontrar o identificar la mejor solución posible, entre todas las soluciones potenciales, para un problema dado, en términos de algún o algunos criterios de efectividad o desempeño. La selección de las variables estarán restringidas por ecuaciones o inecuaciones algebraicas llamadas restricciones, de forma tal que el objetivo no es encontrar el mejor valor posible sino el mejor valor permitido por las restricciones.

Existen numerosas estrategias de optimización que van desde sofisticados procedimientos matemáticos (tanto analíticos como numéricos) hasta la simple pero inteligente aplicación de la aritmética.

Asumiendo que un problema de optimización está definido de alguna manera, una clasificación general de los métodos de optimización es la siguiente:

- Métodos Analíticos: Uso del cálculo diferencial
- Métodos Numéricos: Algoritmos
- Otros: Métodos gráficos, métodos experimentales, estudio de casos.

Si la restricción no existe, o es una restricción de igualdad, con menor o igual número de variables que la función objetivo entonces, el cálculo diferencial, da la respuesta, ya que solo se trata de buscar los valores extremos de una función.

Se puede ver, por lo dicho en el párrafo anterior, que la teoría de la optimización es matemática por naturaleza. Típicamente involucra la maximización o minimización de una función (a veces desconocida) que representa el desempeño de algún sistema. Esto se resuelve encontrando los valores de las variables (cuantificables y controlables) que hacen que la función alcance su mejor valor. A fin de entender como operan los algoritmos se requieren conocimientos de álgebra lineal y cálculo diferencial con varias variables.

Algunos de los problemas de la teoría de optimización se pueden resolver por las técnicas clásicas del cálculo avanzado (tales como métodos Jacobianos y el uso de multiplicadores de Lagrange). Sin embargo, la mayoría de los problemas de optimización no satisfacen las condiciones necesarias para ser resueltos de esta manera. Muchos de los otros problemas, pese a poder ser tratados con las técnicas clásicas, se resuelven más eficazmente si se utilizan métodos diseñados para cada caso particular. A través de la historia de las matemáticas se ha construido una colección de tales técnicas. Algunas han sido olvidadas y reinventadas, otras recibieron poca atención hasta que las computadoras las hicieron utilizables.

En la actualidad hay una amplia utilización de los algoritmos genéticos, métodos Heurísticos, Meta heurísticos y inteligencia artificial para dar solución al problema de optimización estructural. Ejemplos muy recientes e ilustrativos son los trabajos (que posteriormente se analizarán con más detalles en el capítulo II):

1. Payá I. (2007). *Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado*. Tesis de grado de Doctor, Universidad Politécnica de Valencia, España
2. Payá I., González-Vidosa y Yepes V (2008). *Influencia del empleo de vigas planas y del tipo de hormigón en el diseño óptimo de pórticos de edificación*. Revista Hormigón y Acero, Edición 2008, Vol. 59 (248): 43-52) en Abril.
3. Yepes V., González-Vidosa F., Alcalá J. y Perea C (2007). *A parametric study of optimum Herat-retaining walls by Simulated Annealing*. Engineering Structures. Available online at www.sciencedirect.com

4. Yepes V., González-Vidosa F., Alcalá J., Perea C., y Payá I. (2008). *Optimization of Reinforced Concrete Structures by Simulated Annealing*. Simulated Annealing , Book edited by : Cher Ming Tan, P-420, Tech Education and Publishing, Vienna, Austria.

Estos cuatro trabajos es lo más novedoso que aparece en la literatura internacional sobre la temática que se investiga en este trabajo de diploma.

1.5 Optimización de conjuntos estructurales.

Sobre optimización de conjuntos estructurales, de toda la amplia búsqueda bibliográfica que se ha hecho, se ha encontrado, como los que más destacan:

1. Cuba E. y Ruano M (1995) referencia # 5. Este trabajo es una tesis de maestría donde se pretende hacer una optimización de un edificio social. La formulación matemática no es completa, aunque se tiene en cuenta el costo de las vigas, las columnas y los cimientos, pero sólo se toma costo de materiales. Los ejemplos desarrollados (de tres pórticos) son casos hipotéticos pues su objetivo es obtener resultados de la optimización y no conclusiones y recomendaciones definitivas para los proyectistas. El método de solución del problema es "rudimentario" usándose el simple rastreo de variables, donde puede quedar fuera la solución óptima. No obstante a lo anterior se presentan una conclusiones muy interesantes planteándose que la solución óptima esta cuando la relación:

$$\frac{I_v H}{I_c L} \approx 6 - 10$$

Donde:

I_v e I_c = las inercias brutas de las vigas y las columnas respectivamente

H = la altura de las columnas

L = luz de las vigas

Esta conclusión es novedosa, pero el rango que se propone es demasiado

Grande, está claro que hay que reducirlo ampliando la investigación a

muchos casos más, para ello habrá que hacer un diseño de experimentos

y analizar el tamaño de la muestra que es representativo.

2. Henríquez M. A. (2008) referencia # 8. Es un trabajo de maestría, sin concluir, sobre diseño de conjuntos estructurales de pórticos de hormigón armado teniendo en cuenta también los cimientos. Es un trabajo inicial y es sólo válido

para las condiciones de costo de Honduras en el año 2008, sus resultados pueden arrojar luz sobre las variables que más influyen en el proceso, pero los resultados numéricos obtenidos no son aplicables a las condiciones cubanas.

3. Payá I. (2007) referencia # 23. Es una tesis doctoral desarrollada en la Universidad Politécnica de Valencia. El objetivo fundamental es demostrar que los métodos heurísticos sirven para resolver el problema de optimización de estructura. Aplica varios métodos y cumple su objetivo. Este trabajo tiene un gran valor metodológico y matemático, trabaja con más de 150 variables y logra obtener muy buenas soluciones, incluso mínimos locales, pero no se tienen en cuenta los cimientos, y ellos deciden bastante en el costo de la edificación.
4. Payá I., González-Vidosa y Yepes V (2008) referencia # 24. Es un artículo muy interesante escrito con los resultados de la tesis doctoral anteriormente comentada, pero haciendo más hincapié en los resultados obtenidos de las variables racionales de la sección transversal de la viga y la calidad del hormigón.
5. Yepes V., González-Vidosa F., Alcalá J. y Perea C (2007) referencia # 32 es el resultado de varios trabajos, de gran nivel matemático e ingenieril, que se desarrollan en la Universidad Politécnica de Valencia. Usan fundamentalmente los métodos heurísticos, meta heurísticos y procesos de simulación para resolver el problema de optimización de estructuras.
6. Yepes V., González-Vidosa F., Alcalá J., Perea C., y Payá I. (2008) referencia # 33. Este puede considerarse el resumen y procedimiento general de los trabajos desarrollados por estos autores y comentados anteriormente.

1.6 Conclusiones parciales del Capítulo I.

1. Se ha hecho un breve recuento de la historia de la optimización en general donde se puede resumir que en ingeniería estructural el desarrollo mayor se alcanza a partir de los años 80.
2. Hay una gran cantidad de trabajos realizados en el departamento de Ingeniería Civil de la UCLV, con mayor o menor precisión científica, pero que garantiza un historial y experiencia en materia de optimización estructural.
3. Hay muchos trabajos sobre optimización estructural aplicados a elementos individuales pero muy pocos que tiene en cuenta la optimización del conjunto, y mucho menos que incluya los cimientos en ello.
4. Hay muchos resultados y recomendaciones para los proyectistas para diseñar estructuras racionales, pero todavía falta mucho para llegar a una verdadera y total optimización, aunque esta creado el aparato matemático-computacional en varios trabajos realizados con anterioridad y que se referencian aquí, pero que desgraciadamente todavía no pueden ser aplicados por el proyectista medio.

5. El problema de optimización de estructuras es muy complejo y la mayoría de los métodos clásicos de solución no son aplicables. No obstante la literatura internacional si deja claramente definido que los Métodos Heurísticos, los Métodos basados en la Teoría de Diseño de experimentos y la Inteligencia Artificial son ideales para optimizar estructuras, encontrándose siempre , al menos, un mínimo local cuando no el global.

Capítulo 2

CAPÍTULO II: FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA.

2.1 Análisis previo del problema de optimización de conjuntos estructurales de pórticos de hormigón armado

De la amplia literatura reseñada en este trabajo y en otros de mayor envergadura como: Castellanos (2000), Negrin (2005) y Pérez (2006) se pudo demostrar, como se plantea en el Capítulo I, que muy pocos autores se han dedicado a la optimización de conjuntos estructurales. Sólo se mencionan los casos de Cuba E. y Ruano M (1995), Henríquez (2008), Payá I. (2007) y Payá I., González-Vidosa y Yepes V (2008) por citar algunos.

Todos estos trabajos tienen su valor científico, pero en los casos de mayor nivel técnico y matemático no se considera el caso del cimientado en la estructura y en los casos donde se considera los cimientados la solución técnica no es la “más exacta” con una formulación no completa lo que limita las conclusiones obtenidas.

Ya se ha reiterado que la verdadera optimización no es la del elemento individual, si no aquella donde el costo total de la estructura sea mínimo. No necesariamente el costo mínimo de una estructura se logra teniendo todas las variables que influyen en su costo mínimo individual, incluso pudieran no estar ni en sus rango económicos individuales.

El problema de optimizar conjuntos estructurales se hace bien difícil por varias razones:

1. Al variar las dimensiones de la sección transversal de los elementos (que son variables muy importantes) cambia notablemente el análisis estructural y las solicitaciones que las cargas provocan sobre la estructura, ya que las relaciones de rigideces cambian.
2. Al variar las dimensiones también cambian notablemente los valores de las cargas pues las vigas influyen sobre las columnas y estas sobre los cimientados lo que influye notablemente en el diseño y en la solución óptima

Para validar todo lo antes expuesto es que se desarrollan los siguientes problemas ilustrativos.

2.2 Tipos de problemas a resolver (Ejemplos ilustrativos).

En este trabajo se desarrollaron dos ejemplos en el que se logró optimizar el costo mínimo de ambos.

Se trató de que fueran casos distintos para ver como influiría la optimización en cada uno por separado.

Ambos son pórticos compuestos por viga, columnas y cimientos aislados; que estarán sometidos a cargas permanentes, cargas temporales y cargas ecológicas de viento. Tendrán además continuidad entre la viga y las columnas y estas a su vez empotradas a los cimientos.

En el primer ejemplo se buscó un pórtico que tuviera como característica principal el predominio de la carga de viento. Para esta variante se decidió modelar un pórtico que tuviera una altura adecuada en relación con su luz para facilitar la incidencia del viento.

En el segundo ejemplo se buscó un caso donde tuviera más predominio la carga permanente y la temporal. Para ello se modeló un pórtico de igual luz que el primero pero con una altura menor.

Téngase en cuenta que las dimensiones propuestas no tienen un fin específico, determinado desde el punto de vista arquitectónico, ya que el objetivo fundamental, con estos ejemplos, es buscar la solución óptima en sus diseños.

El esquema de ambos ejemplos se muestra en las figuras 2.1 a) y 2.1 b).

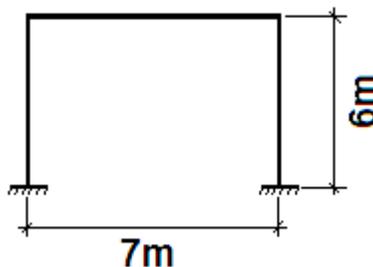


Figura 2.1 a) Ejemplo 1 con predominio del viento.

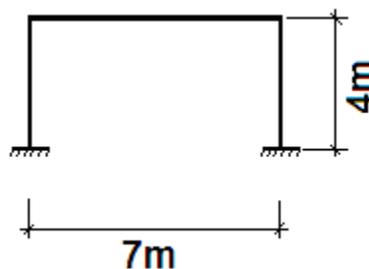


Figura 2.1 b) Ejemplo 2 con predominio de carga permanente y uso.

2.3 Elección de criterio de optimización.

Como se señaló en el capítulo 1 de esta tesis, existen varios criterios de optimización que dependen de la finalidad que se quiera obtener. En este trabajo, se eligió el criterio de optimización que más se adapta a las condiciones cubanas y que es la minimización del costo total.

Tomando como base la idea anterior, se persigue el objetivo general de encontrar la combinación de las variables de diseño que, cumpliendo con todas las restricciones y con todos los estados límites, determinen el diseño estructural de **mínimo costo total**.

2.4 Elección de los parámetros asignados.

Como ya se mencionó los parámetros asignados tienen una gran importancia en un problema de optimización estructural y no varían a lo largo del proceso de optimización. Además de que estos influyen sobre el rango económico de las variables de diseño. Los parámetros asignados de este trabajo se eligieron a partir de la experiencia de algunos ingenieros de forma tal que fueran lo más cercano a la realidad. Para los ejemplos resueltos que aquí se exponen, se eligieron los parámetros siguientes:

1. Altura de columnas: 6m para el ejemplo 1 y 4m para el ejemplo 2.
2. Luz de la viga: 7m.
3. Intercolumnios: 5m.
4. Tipo de cargas: permanentes, temporales y ecológica de viento:
 - Carga permanente de 32Kn/m debido a una solución de cubierta de losa, relleno, mosaicos. Además de una carga adicional por tabiques.
 - Carga temporal: 0.8Kn/m² para el ejemplo 1 y 2Kn/m² para el ejemplo 2 (casos de drenaje libre y por tragantes respectivamente).
 - Carga de viento para las condiciones del occidente del país y un sitio expuesto.
5. Tipología de los elementos: columnas y vigas rectangulares y cimentación aislada compuesta por vaso y pedestal.
6. Condiciones de apoyo: Continuidad entre columnas y viga, columnas empotradas a los cimientos.
7. Tipo de encofrado: metálicos.
8. Forma de fabricación: "in situ".
9. Ancho de viga y columnas: 28cm.
10. Resistencia del acero principal: $f_y = 420\text{Mpa}$.
11. Resistencia del acero de los cercos: $f_y = 300\text{Mpa}$.
12. Diámetro de los cercos: 10mm
13. Perfil del suelo:

- $\gamma = 16.5 \text{Kn/m}^3$
 - $C = 40 \text{Kpa}$
 - $\phi = 0$
 - $E_0 = 10000 \text{Kpa}$
14. Excavación para la cimentación: mecanizada.
 15. Elaboración y colocación de las armaduras: manual.
 16. Elaboración del hormigón: hecho en planta.
 17. Colocación del hormigón: con bomba.
 18. Rehinchos: mecanizadamente.
 19. El diámetro para las barras de refuerzo de la cimentación : 16mm

2.5 Elección de las variables.

Como ya se conoce, los parámetros variables pueden tomar diferentes valores en el proceso de optimización. Para lograr una correcta elección de estas variables, se debe conocer principalmente, cual es el criterio de optimización seleccionado y que variables influyen en el mismo.

Para resolver los dos ejemplos de esta tesis se eligieron solo cinco variables, ya que un mayor número de estas hace que el problema de optimización sea mucho más complejo, además de que requiere de más tiempo y de softwares más eficientes. También hay que aclarar que el algoritmo de solución de los ejemplos desarrollados en este trabajo se realizó a mano.

Las variables elegidas fueron las siguientes:

1. Peralto de la viga (h_v). Expresada matemáticamente por X_1
2. Peralto de la columna (h_{col} o X_2)
3. Resistencia a compresión del hormigón (f_c o X_3).
4. Profundidad de cimentación (H_c o X_4).
5. Rectangularidad de la base de la cimentación (m o X_5).

2.6 Definición de la función objetivo.

La función objetivo depende, evidentemente, del criterio de optimización que se vaya a utilizar, que como se planteó en el epígrafe **2.3**; el criterio seleccionado fue el de **mínimo costo total**. Por lo que la función objetivo define la función a la cual se le determina el costo mínimo total.

En este trabajo, a diferencia de otros autores citados en el capítulo **1**, se formulará la función objetivo teniendo en cuenta casi todas las actividades realizadas en la

ejecución de una obra; abarcando lógicamente las relacionadas con los pórticos de los ejemplos mencionados. Para ello se utilizó el *PRECONS II* según MICONS (2008), obteniendo los costos por renglones variantes.

La función objetivo para este problema es, la suma total de todos los costos relacionados con la cimentación, columnas y viga.

Debido a su extensión se pondrán los costos separados por elementos estructurales, quedando de la siguiente forma:

$$C_{total} = C_{cim} + C_{col} + C_{viga} \quad (2.1)$$

Donde:

C_{total} : Costo total (\$).

C_{cim} : Suma de los costos de la cimentación (\$).

C_{col} : Suma de los costos de las columnas (\$).

C_{viga} : Suma de los costos de la viga (\$).

1. Costos de la cimentación:

$$C_{cim} = C_{exc} + C_{ecp} + C_{cecp} + C_{ebpp} + C_{cebpp} + C_{ehpp} + C_{chpp} + C_r \quad (2.2)$$

Donde:

C_{exc} : Costo de la excavación (\$).

C_{ecp} : Costo de elaboración de los cercos del pedestal (\$).

C_{cecp} : Costo de colocación y ensamblaje de los cercos del pedestal (\$).

C_{ebpp} : Costo de elaboración de barras del plato y pedestal (\$).

C_{cebpp} : Costo de colocación y ensamblaje de barras del plato y pedestal (\$).

C_{ehpp} : Costo de elaboración de hormigón del plato y pedestal (\$).

C_{chpp} : Costo de colocación del hormigón del plato y pedestal (\$).

C_r : Costo del rehincho (\$).

El costo de la excavación se obtiene por la siguiente expresión:

$$C_{exc} = B \cdot L \cdot H_c \cdot C_{uexc} \quad (2.3)$$

Donde:

B, L : Dimensiones de la base de la cimentación (m).

H_c : Profundidad de cimentación (m).

C_{uexc} : Costo unitario de la excavación, que depende del tipo de suelo, el área de la sección, la profundidad y la tecnología utilizada (\$/m³).

El costo de elaboración de los cercos del pedestal se obtiene:

$$C_{ecp} = l_{cerp} \cdot n_{cerp} \cdot p_{cerc} \cdot C_{uec} \quad (2.4)$$

Donde:

l_{cerp} : Longitud de un cerco, que depende de las dimensiones del pedestal (m).

n_{cerp} : Cantidad de cercos, que depende de la altura y el ancho del pedestal.

p_{cerc} : Peso por metro lineal de las barras de acero, que depende del diámetro (Kg/m).

C_{uec} : Costo unitario de elaboración de cercos, que depende del tipo de cerco, y del peso de los mismos (\$/ton).

El costo de colocación y ensamblaje de los cercos del pedestal se obtiene:

$$C_{cecp} = l_{cerp} \cdot n_{cerp} \cdot p_{cerc} \cdot C_{ucec} \quad (2.5)$$

Donde:

C_{ucec} : Costo unitario de colocación y ensamblaje de cercos, que depende del tipo de cerco, de su peso y del elemento estructural a colocar (\$/ton).

El costo de elaboración de barras del plato y pedestal se determina:

$$C_{ebpp} = (l_{bB} \cdot n_{bB} + l_{bL} \cdot n_{bL} + l_{bp} \cdot n_{bp}) \cdot p_b \cdot C_{ueb} \quad (2.6)$$

Donde:

l_{bB} : Longitud de la barra de refuerzo del plato en dirección a B (m).

n_{bB} : Cantidad de barras en dirección a B.

l_{bL} : Longitud de la barra de refuerzo del plato en dirección a L (m).

nbL : Cantidad de barras en dirección a L.

lbp : Longitud de barra de refuerzo del pedestal, incluye longitud de anclaje y acero de espera (m).

nbp : Cantidad de barras del pedestal.

pb : Peso por metro lineal de las barras de acero, que depende del diámetro (Kg/m).

$Cueb$: Costo unitario de elaboración de barras de refuerzo, que depende del tipo de barra y del peso de las mismas (\$/ton).

El costo de colocación y ensamblaje de barras del plato y pedestal se determina:

$$Ccebpp = (lbB \cdot nbB + lbL \cdot nbL + lbp \cdot nbp) \cdot pb \cdot Cucebc \quad (2.7)$$

Donde:

$Cucebc$: Costo unitario de colocación y ensamblaje de barras de refuerzo, que depende del diámetro de las barras y del tipo de cimentación (\$/ton).

El costo de elaboración de hormigón del plato y pedestal se obtiene por la expresión:

$$Cehpp = (B \cdot L \cdot hp + bc \cdot lc \cdot hped) \cdot Cueh \quad (2.8)$$

Donde:

hp : Peralto del plato.

bc, lc : Dimensiones de la sección del pedestal.

$hped$: Altura del pedestal (m).

$Cueh$: Costo unitario de elaboración de hormigón, que depende de su resistencia y la tecnología de elaboración (\$/m³).

El costo de colocación del hormigón del plato y pedestal se determina:

$$Cchpp = (B \cdot L \cdot hp + bc \cdot lc \cdot hped) \cdot Cuchc \quad (2.9)$$

Donde:

$Cuchc$: Costo unitario de colocación del hormigón, que depende de la tecnología empleada y del tipo cimentación a hormigonar (\$/m³).

El costo del rehincho se obtiene de la siguiente forma:

$$C_r = \beta \cdot L \cdot H_c - (B \cdot L \cdot h_p + bc \cdot lc \cdot h_{ped}) \cdot \bar{C}_{ur} \quad (2.10)$$

Donde:

\bar{C}_{ur} : Costo unitario de rehincho, que depende de la tecnología empleada, el tipo de relleno, el área y la profundidad a rellenar ($\$/m^3$).

2. Costos de las columnas:

$$C_{col} = C_{ec} + C_{ecc} + C_{cecc} + C_{ebc} + C_{cebc} + C_{ehcol} + C_{chcol} \quad (2.11)$$

Donde:

C_{ec} : Costo de encofrado de las columnas, que incluye el pedestal (\$).

C_{ecc} : Costo de elaboración de cercos para las columnas (\$).

C_{cecc} : Costo de ensamblaje y colocación de cercos en las columnas (\$).

C_{ebc} : Costo de elaboración de barras de refuerzo en columnas (\$).

C_{cebc} : Costo de ensamblaje y colocación de barras de refuerzo en columnas (\$).

C_{ehcol} : Costo de elaboración de hormigón para las columnas (\$).

C_{chcol} : Costo de colocación de hormigón en las columnas (\$).

El costo del encofrado en columnas se obtiene:

$$C_{ec} = \beta (bc + lc) \cdot h_{ped} + 2(bc_{col} + hc_{col}) \cdot H \cdot \bar{C}_{uenc} \quad (2.12)$$

Donde:

bc_{col}, hc_{col} : Dimensiones de la sección de las columnas (m).

H : Altura de las columnas (m).

\bar{C}_{uenc} : Costo unitario del encofrado para columnas, que depende del tipo de encofrado, de la altura y las dimensiones de la sección del elemento ($\$/m^2$).

El costo de elaboración de cercos para las columnas se obtiene:

$$C_{ecc} = lc_{erc} \cdot nc_{erc} \cdot pc_{erc} \cdot C_{uec} \quad (2.13)$$

Donde:

$lcerc$: Longitud de un cerco, que depende de las dimensiones de la sección de las columnas (m).

$ncerc$: Cantidad de cercos, que depende de la altura y el ancho de las columnas.

El costo de colocación y ensamblaje para los cercos de las columnas se determina:

$$C_{cccc} = lcerc \cdot ncerc \cdot pcerc \cdot C_{ucec}$$

(2.14)

El costo de elaboración de barras de refuerzo en columnas se determina:

$$C_{ebc} = lbc \cdot nbc \cdot pb \cdot C_{ueb} \quad (2.15)$$

Donde:

lbc : Longitud del acero longitudinal en las columnas, incluye acero de espera (m).

nbc : Cantidad de barras longitudinales en las columnas, que dependen del diseño estructural del elemento.

El costo de ensamblaje y colocación de barras de refuerzo en columnas se obtiene:

$$C_{cebc} = lbc \cdot nbc \cdot pb \cdot C_{ucebc} \quad (2.16)$$

Donde:

C_{ucebc} : Costo unitario de colocación y ensamblaje de barras longitudinales en columnas, que depende del diámetro de las barras (\$/ton).

El costo de elaboración de hormigón para las columnas se determina:

$$C_{ehcol} = bcol \cdot hcol \cdot H \cdot C_{ueh} \quad (2.17)$$

El costo de colocación de hormigón en columnas se obtiene:

$$C_{chcol} = bcol \cdot hcol \cdot H \cdot C_{uchcol} \quad (2.18)$$

Donde:

C_{uchcol} : Costo unitario de colocación de hormigón, que depende de la tecnología empleada y la altura de la columna (\$/m³).

3. Costos de la viga:

$$C_{viga} = C_{ev} + C_{ecv} + C_{cecv} + C_{ebv} + C_{cebv} + C_{ehvig} + C_{chvig} \quad (2.19)$$

Donde:

C_{ev} : Costo de encofrados de la viga (\$).

C_{ecv} : Costo de elaboración de cercos para la viga (\$).

C_{cecv} : Costo de ensamblaje y colocación de cercos en la viga (\$).

C_{ebv} : Costo de elaboración de barras de refuerzo en vigas (\$).

C_{cebv} : Costo de ensamblaje y colocación de barras de refuerzo en vigas (\$).

C_{ehvig} : Costo de elaboración de hormigón para la viga (\$).

C_{chvig} : Costo de colocación de hormigón en la viga (\$).

El costo de encofrado de la viga se determina:

$$C_{ev} = (2 \cdot h_v + b_v) \cdot L_v \cdot C_{uencv} \quad (2.20)$$

Donde:

h_v, b_v : Dimensiones de la sección de la viga (m).

L_v : Luz de la viga (m).

C_{uencv} : Costo unitario del encofrado para vigas, que depende del tipo de encofrado, de la luz y dimensiones de la sección del elemento ($\$/m^2$).

El costo de elaboración de cercos para la viga se obtiene:

$$C_{ecv} = l_{cerv} \cdot n_{cerv} \cdot p_{cerc} \cdot C_{uec} \quad (2.21)$$

Donde:

l_{cerv} : Longitud del cerco, que depende de las dimensiones de la sección de la viga (m).

n_{cerv} : Cantidad de cercos, que depende de la distribución del refuerzo a cortante.

El costo de ensamblaje y colocación de los cercos para la viga se obtiene:

$$C_{cecv} = l_{cerv} \cdot n_{cerv} \cdot p_{cerc} \cdot C_{ucec} \quad (2.22)$$

El costo de elaboración de barras de refuerzo en vigas se determina:

$$C_{ebv} = l_b \cdot n_b \cdot p_b \cdot C_{ueb} \quad (2.23)$$

Donde:

lbv : Longitud del acero longitudinal en la viga, incluye acero de espera (m).

nbv : Cantidad de barras longitudinales en la viga, que depende del diseño estructural de la misma.

El costo de ensamblaje y colocación de barras longitudinales en la viga se obtiene:

$$Ccebv = lbv \cdot nbv \cdot pb \cdot Cucebv \quad (2.24)$$

Donde:

$Cucebv$: Costo unitario de colocación y ensamblaje de barras longitudinales en vigas, que depende del diámetro de las barras (\$/ton).

El costo de elaboración de hormigón para la viga se determina:

$$Cehvig = bv \cdot hv \cdot Lv \cdot Cueh \quad (2.25)$$

El costo de colocación de hormigón en la viga se obtiene:

$$Cchvig = bv \cdot hv \cdot Lv \cdot Cuchv \quad (2.26)$$

Donde:

$Cuchv$: Costo unitario de colocación de hormigón, que depende de la tecnología empleada y la altura a la que se encuentra la viga (\$/m³).

2.7 Identificación de las restricciones

Ya se conoce que las variables de diseño dependen de las restricciones, lo que hace que se limite el libre movimiento de estas variables en el proceso de optimización. Para una mayor comprensión, se definirán las restricciones del problema de esta tesis, separando las restricciones o ecuaciones de estado de las demás restricciones. Recuérdese que las ecuaciones de estado son las restricciones que rigen el diseño de los elementos y las demás restricciones pueden estar dadas por cuestiones constructivas, económicas, tecnológicas, etc.

Para la modelación, análisis y diseño estructural de los pórticos utilizados en esta tesis, se utilizaron programas computacionales y ayudas de diseño que facilitaran y aceleraran el proceso de optimización. Para ello se utilizó el **STAAD.Pro 2006**(ver **anexo 1**), para la modelación y obtención de los resultados del análisis. Se trabajó con el programa **Dgcim** (ver **anexo 2**), para el diseño geotécnico de los cimientos y una hoja de cálculo en **Mathcad** para su diseño estructural (ver **anexo 3**). Para el diseño

de las columnas, se utilizó las ayudas de diseño por ábacos (**ver anexo 4**). Para el diseño de las vigas a flexión, fisuración y deformación, se utilizó una hoja de cálculo en **Excel** conformada por el autor de este trabajo (**ver anexo 5**), mientras que el diseño a cortante también fue facilitado por el **STAAD.Pro 2006**.

Con lo anteriormente comentado, es evidente saber que todos los programas y ayudas de diseño utilizados, tienen todas las ecuaciones de estado implícitas en sus algoritmos. Por lo que creemos que no es necesario mencionarlas todas, y sólo se mencionarán las más importantes.

1. Ecuaciones de estado en cimientos:

a) Ecuaciones de estado para el diseño geotécnico de los cimientos:

El programa Dgcim está conformado sobre la base del Método de los Estados Límites, donde se deben cumplir condiciones para el 1^{er} y el 2^{do} Estado Límite.

De forma general estas son las restricciones:

- Chequeo del vuelco:

$$FSV = \frac{\sum \text{Momentos estabilizantes}}{\sum \text{Momentos desestabilizantes}} \geq 1.5 \quad (2.27)$$

- Chequeo del deslizamiento:

$$H^* \leq N^* \text{tg} \varphi^* + 0.75b' \text{C}^* \quad (2.28)$$

- Capacidad de carga:

$$Q_{br}^* = l' b' (q b r^*) \quad (2.29)$$

- Asentamientos:

$$S_{CA} \leq S_{LimA} \quad (2.30)$$

- Linealidad:

$$p \leq R' \quad (2.31)$$

b) Ecuaciones de estado para el diseño estructural de los cimientos:

- Peralto por punzonamiento:

$$\tau_{pz}^* \leq \Phi R_{pz}^* \quad (2.32)$$

- Peralto por cortante:

$$T_{rL}^* \leq T_{b1L}^* \gamma_s, \text{ y } T_{rB}^* \leq T_{b1B}^* \gamma_s \quad (2.33)$$

- Peralto por flexión positiva:

$$M_L^* \leq M_{fisL}^*, \text{ y } M_B^* \leq M_{fisB}^* \quad (2.34)$$

- Peralto por flexión negativa:

$$M_{negL}^* \leq M_{fisL}^*, \text{ y } M_{negB}^* \leq M_{fisB}^* \quad (2.35)$$

- Refuerzo inferior:

$$M_L^* \leq M_{resL}^* \text{ Y } M_B^* \leq M_{resB}^* \quad (2.36)$$

- Adherencia:

$$\frac{T_r^*}{0.9nph} \leq \tau^*_d \quad (2.37)$$

- Área mínima:

$$A \geq A_{min} \quad (2.38)$$

Donde:

$$A_{minL} = \frac{0.04 f'cBd}{fy}, \text{ y } A_{minB} = \frac{0.04 f'cLd}{fy}$$

$$A_{minL} = 0.002 Bh, \text{ y } A_{minB} = 0.002 Lh$$

2. Ecuaciones de estado para el diseño estructural en columnas:

Las restricciones de las columnas están tomadas del enfoque del ACI 2002.

- Resistencia:

$$Mu \leq \phi Mn \quad (2.40)$$

$$Pu \leq \phi Pn \quad (2.41)$$

- Cuantía mínima:

$$\rho \geq \rho_{min} \quad (2.42)$$

Donde:

$$\rho_{min} = 1\%$$

- Cuantía máxima:

$$\rho \leq \rho_{max} \quad (2.43)$$

Donde:

$$\rho_{\max} = 8\%$$

3. Ecuaciones de estado para el diseño estructural en vigas:

La hoja de cálculo en **EXCEL** para el diseño de las vigas, fue confeccionada tomando en cuenta los criterios de diseño del ACI, al igual que el diseño a cortante tomado del **STAAD.Pro 2006**.

- Resistencia a flexión:

$$M_u \leq \phi M_n \quad (2.44)$$

- Resistencia a cortante:

$$V_u \leq \phi V_n$$

(2.45)

- Chequeo de fisuración:

$$a_f \leq a_{fk} \quad (2.46)$$

Donde:

$$a_{fk} = 0.30mm$$

- Chequeo de deformación:

$$\Delta \leq \Delta_{\text{adm}} \quad (2.47)$$

Donde:

$$\Delta_{\text{adm}} = \frac{L_v}{240}$$

- El módulo de deformación del hormigón se tomará igual a $E_c = 4800\sqrt{f'_c}$ en Mpa.

Restricciones constructivas para los elementos del pórtico:

- Los peraltos de las vigas tendrán los siguientes valores: 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80,85 y 90cm. Es decir: $50 \text{ cm} \leq X_1 \leq 90 \text{ cm}$.
- Los peraltos de las columnas tendrán los siguientes valores: 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75 y 80cm. ($30 \text{ cm} \leq X_2 \leq 80 \text{ cm}$).

- Las resistencias a compresión del hormigón serán: 20, 25, 30 y 35Mpa. ($20 \text{ Mpa} \leq X_3 \leq 35 \text{ Mpa}$).
- Las profundidades de cimentación tendrán los siguientes valores: 0.5, 1, 1.5 y 2m. ($0.5 \text{ m} \leq X_4 \leq 2 \text{ m}$).
- La rectangularidad de la base de la cimentación tendrá los valores siguientes: 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1. ($0.5 \leq X_5 \leq 1$).
- Los diámetros de las barras longitudinales para las columnas y vigas serán: 12, 16, 20 y 25mm. Que se pudieran definir más que restricciones, como parámetros asignados internos.
- El espaciamiento de los cercos de las columnas y el pedestal no será mayor de:
 - 16Φ del acero principal.
 - 48Φ del cerco.
 - b.
- En zonas donde no se requiera acero por cálculo el espaciamiento no será mayor de:
 - $0.75d$.
 - 45cm.
- El espaciamiento mínimo de los cercos será: 10cm.
- El recubrimiento en vigas y columnas será de: 4cm.
- Para la colocación de las barras longitudinales en vigas no se admitirán más de dos camadas.
- El corte de barras en las vigas se realizará:
 - $2/3L$ para el acero positivo, llegando dos barras a los apoyos.
 - $1/3L$ para el acero negativo, llegando dos barras al centro de la luz.

2.8 Conclusiones parciales del Capítulo II

1. Se ha realizado la formulación matemática según aconsejan los “clásicos” de la materia como lo son Krakovsky, M. (1981), Navarrina F. (1987) y Hernández, S. (1991), pero llevando el nivel de los costos hasta el detalle, cuestión esta no tomada por otros autores que por lo general toman el costo de los materiales solamente. Además se tiene en cuenta el costo total (en pesos) no como la mayoría de los autores que consideran el costo por metro lineal de elemento; no teniendo en cuenta el despiece, es decir la variación del acero a lo largo del elemento.
2. Se hace aplicar todas las restricciones posibles a las variables, tanto de estados de resistencia, de servicios, constructivos, etc. Se recalca el caso de lo importante que es tener en cuenta para las vigas las restricciones de: flexión, cortante, fisuración y deformación; que la mayoría de los autores no tienen en cuenta.

3. Se presentan dos problemas tipo que permiten valorar dos combinaciones de cargas distintas: una con mayor predominio de la flexión que la otra. No es necesario analizar el caso del sismo porque éste, al igual que el viento, define un marcado predominio del momento flector. La combinación de carga si influye en el proceso de optimización pudiéndose definir dos grandes grupos: predominio de la flexión y predominio de la compresión. En este caso, aunque en el ejemplo **2** domina la carga permanente más la temporal, todavía se está en predominio de la flexión, pero con menor efecto que en el ejemplo **1**.
4. Se recalca que el objetivo de los ejemplos ilustrativos no es la solución de un problema eminentemente práctico, si no dar solución al problema de optimización y lograr resultados que permitan hacer conclusiones de índole general para la posterior continuación del trabajo.

Capítulo 3

CAPÍTULO III: SOLUCIÓN DEL PROBLEMA.

3.1 Ideas generales sobre métodos de solución del problema de optimización de estructuras de hormigón armado.

Con la formulación matemática realizada se debe pasar a la obtención de la variante óptima del diseño, es decir, encontrar los valores de las variables que den el valor mínimo de la función objetivo y que cumpla plenamente con las restricciones enumeradas en el Capítulo II. Para ello hay que auxiliarse de los métodos de matemáticos de optimización que existen y que son muchos. Cada uno de ellos son aplicables para condiciones determinadas de un problema dado, es decir, no se puede aplicar arbitrariamente para cualquier caso (error muy frecuente en los primeros trabajos de optimización estructural que se hicieron y se describen en el capítulo I).

Algunos autores recomiendan realizar la formulación matemática, en función de que cumpla exigencias de aplicación de uno de los métodos matemáticos existentes y prefijados de antemano. Otros se oponen por completo y plantean formular matemáticamente el problema y luego escoger el método, de no existir uno apropiado, entonces trabajar coordinadamente con matemáticos para su creación. Pensamos que este último es el camino correcto a seguir.

Entre los métodos a usar se pueden mencionar, entre muchos otros, métodos de multiplicadores de Lagrange, Programación Lineal, Programación no Lineal, Programación Dinámica, método de Monte Carlo, Diseño de Experimentos, Algoritmos Genéticos, etc. *Los métodos de optimización a usar, efectividad y posibilidades reales de utilización, son las cuestiones que deben ocupar a los matemáticos, los ingenieros deben ocuparse de la modelación del problema ingenieril.*

3.2 Rastreo de variables

El rastreo de variables es muy importante a la hora de resolver un problema de optimización estructural, ya que brinda una noción acerca de la influencia de las variables sobre la función objetivo y sobre todo te da algunos criterios sobre los rangos económicos. Además, también el rastreo te ayuda a la hora de escoger las variables del punto de aproximación inicial. Pero con el desarrollo que va tomando la optimización estructural no debe ser en método a seguir, por lo laborioso que es, además porque en un rastreo “ciego”, sin tener experiencia previa, la solución óptima puede quedar fuera al no darlo como rango de valores posibles.

Para realizar un rastreo para analizar la influencia de una variable en específico, se deben seleccionar los valores de las restantes variables y mantenerlos constantes durante todo el rastreo e ir variando los valores de la variable en cuestión. Para una

mayor comprensión, a continuación se pondrá un ejemplo de uno de los rastreos realizados en el ejemplo 1 de este trabajo:

Ejemplo:

Se quiere ver la influencia que tiene el peralto de la columna sobre el costo total.

Como se explicó anteriormente se mantienen las restantes variables constantes durante el rastreo.

h_v: 0.8m.

f_c: 20Mpa.

H_c: 0.5m.

m: 1.

El peralto de las columnas tomarán los siguientes valores: 0.30, 0.35, 0.40, 0.45, 0.50m.

Los resultados del rastreo son:

h _{col} (m)	Costo Total (\$)
0.30	597.04
0.35	607.04
0.40	627.29
0.45	630.84
0.50	676.45

Como se puede observar, estos resultados muestran que el aumento del peralto de la columna hace que crezca el valor de la función objetivo de **mínimo costo total**. Por lo que ya se tiene la certeza de que el valor óptimo del peralto de la columna para este ejemplo puede ser 0.30m.

Un problema de optimización de este tipo no se puede resolver realizando un rastreo total de las variables, ya que existirían una gran cantidad de combinaciones, que dificultaría notablemente llegar a la solución correcta. Además de que el problema se volvería muy largo y engorroso. Debido a esto es que se necesita de un método de solución para resolver estos problemas.

En el siguiente epígrafe se explicará el algoritmo de solución utilizado en esta tesis, así como las posibles variantes a utilizar en problemas de optimización de este tipo.

3.3 Algoritmo de solución del problema de optimización basado en la Teoría de Diseño de Experimentos.

3.3.1 Introducción.

El método utiliza los principios de la teoría del diseño de experimentos para obtener funciones lineales, que simulan matemáticamente los problemas de optimización del diseño estructural, luego se utiliza el método clásico de movimiento por el antigradiente para conducir la solución hacia el valor óptimo.

El primero en aplicar este método para el diseño óptimo de estructuras fue el ruso Dr. Ing. M. B. Krakovsky (1981). En su libro, que puede ser considerado un clásico en la materia, el autor expone las bases matemáticas y argumenta, en todos los casos, con ejemplos de prueba. Los ejemplos realizados manualmente, sin la ayuda de ningún utilitario de la computación, se refieren al diseño óptimo de diferentes tipos de elementos de hormigón armado y pretensado: losas, vigas, columnas, etc. Usa diferentes algoritmos de solución del problema externo de optimización detallando, cada uno, en capítulos parte y demostrando su total efectividad.

Luego el cubano Dr. Ing. A Negrín (2008) le hizo algunos aportes al método, referentes a la determinación de la dirección del antigradiente cuando no se cumple alguna restricción (aplicando la función “penalty”) y al movimiento según el antigradiente y lo aplica al diseño óptimo de elementos a flexo compresión. A diferencia de Krakovsky este autor realiza todos sus cálculos totalmente automatizado con la ayuda de la computación y demuestra, una vez más, la eficiencia del algoritmo basado en la teoría de Diseño de Experimentos para optimizar estructuras, por cuanto en todos los casos se logra obtener un mínimo global.

Posteriormente el empleo de esta técnica de optimización se retoma en los trabajos Arechavaleta A (1987) y Castellanos (2000) reiterándose la eficiencia y operatividad de la misma y desarrollándose un sistema computacional, con cierto nivel, para uso profesional no solo para fines investigativos.

3.3.2 Conceptos y definiciones básicas.

a) Prueba: Son el conjunto de las siguientes operaciones:

1. Suposición de los valores de las variables externas
2. Comprobación del cumplimiento de las restricciones a las variables externas (si alguna no cumple la prueba cesa)
3. Solución del problema interno de optimización
4. Cálculo del valor de la función objetivo

b) $X^{(k, j)}$: diseño, punto o prueba definido por una combinación de los parámetros variables donde: k es el número de la iteración del algoritmo y j las pruebas dentro de cada corrida k. Se designa como:

$$X^{(k, j)} = f (P_i^{(k, j)} , Q_i^{(k, j)})$$

c) $X^{(0, 0)}$: punto de comienzo de la iteración, punto de aproximación inicial o simplemente diseño inicial, se designa por:

$$X^{(0, 0)} = f (P_i^{(0, 0)} , Q_i^{(0, 0)})$$

Los valores de $Q_i^{(k, 0)}$ de las variables de diseño se fijan según diferentes criterios:

- Para $k = 0$, a partir de experiencias previas que posea el proyectista en la realización de diseños de ese tipo, o tomando como base algunas expresiones aproximadas o criterios para mantener rangos racionales de las variables (con esto se logra ahorrar tiempo de cómputo, incluso sin ninguna experiencia el algoritmo encuentra el mínimo global, pero en mayor número de pruebas)
- Para $k > 0$ se detallará más adelante. Siempre el conjunto de variables asumidas para el diseño inicial $Q_i^{(k, 0)}$ y el conjunto de parámetro asignados $P_i^{(k, 0)}$ deben cumplir todas las restricciones impuestas.

d) Punto preferible: Al punto x^{\leftarrow} se le llama “preferible” en comparación con x^{\rightarrow} , si al evaluar la función objetivo (suponiendo costo mínimo) se obtiene que:

$$Y(x^{\leftarrow}) \leq Y(x^{\rightarrow})$$

3.3.3 Planes lineales.

Plan lineal o matriz de planeamiento: es una matriz donde cada fila define una prueba diferente, es decir, un juego de valores de las variables de diseño para una prueba dada y el número de columnas indica la cantidad de dichas variables. Por lo tanto, el plan lineal agrupa un conjunto de vectores $X^{(k, j)}$, donde el valor máximo de j se corresponde con el número de filas de la matriz.

Existen distintos tipos de planes lineales, si se definen por grado de complejidad se pueden enunciar: planes de gradientes unilaterales, planes de gradientes centrales, planes experimentales compuestos de Box y Wilson y de Plackett y Burman. A mayor complejidad matemática mayor número de pruebas pero mayor exactitud en los cálculos. **Inicialmente se usará el más fácil de todos los planes lineales: el plan de gradiente unilateral I y luego los de Box y Wilson.**

3.3.4 Polinomio lineal de simulación de la función objetivo.

La función objetivo que generalmente se adopta en la mayoría de los problemas reales de optimización estructural es altamente no lineal, no derivable y dependiente de varias variables discretas. Todo esto dificulta grandemente el análisis matemático de la misma (obtención de mínimos locales y globales, cálculo del gradiente, etc). Por tanto, la estrategia general de este método de optimización es obtener un polinomio que simule a la función objetivo. La forma de realizar las pruebas para lograr la mayor precisión posible en el cálculo de los coeficientes de dichos polinomios, con el menor número de pruebas posibles, es uno de los objetivos básicos de los planes lineales.

El polinomio tiene la forma:
$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i \quad (3.1)$$

Donde:

b_i son coeficientes que se debe obtener utilizando uno de los planes lineales

x_i = valor normado del parámetro externo obtenido por la expresión:

$$x_i = \frac{f_i - x_i}{a_i} \tag{3.2}$$

x_i = valores dimensionales de las i variables

a_i = paso o salto de variación de la variable x_i

3.3.5 El plan de gradiente unilateral I.

Este plan se representa en la tabla 3.1. En la prueba cero (inicio de la aproximación) el valor normado de todos los parámetros externos son iguales a cero. En la prueba i ($i = 1, \dots, n$) el valor normado del parámetro \bar{x}_i es igual a $(a + 1)$; los valores de los restantes parámetros son cero. Según los resultados de las pruebas, los valores de los coeficientes b_i en la aproximación (3.1) se determinan por las fórmulas:

$$b_0 = y_0; \quad b_i = y_i - y_0; \quad (i = 1, \dots, n); \tag{3.3}$$

Donde: y_i es el valor de la función objetivo en la prueba i .

Tabla 3.1 Plan de gradiente unilateral I.

	Matriz de Planificación				
# de pruebas	\bar{x}_1	\bar{x}_2	\bar{x}_n	y_i
0	0	0	0	y_0
1	+1	0	0	y_1
2	0	+1	0	y_2
.....
n	0	0	+1	y_n

3.3.6 Experimento de factor completo 2^3 .

Esta matriz fue la utilizada en la solución de los dos ejemplos de esta tesis y forma parte de los planes experimentales compuestos de Box y Wilson.

Tabla 3.2 Experimento de factor completo 2^3 .

	<i>Matriz de Planeamiento</i>									
# de prueba	\bar{x}_0	\bar{x}_1	\bar{x}_2	\bar{x}_3	$\bar{x}_1\bar{x}_2$	$\bar{x}_1\bar{x}_3$	$\bar{x}_2\bar{x}_3$	$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$...	y_i
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	...	y_1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	...	y_2
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	...	y_3
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	...	y_4
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	...	y_5
6	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	...	y_6
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	...	y_7
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	...	y_8

Según los resultados de las pruebas, los valores de los coeficientes b_i en la aproximación (3.1) se determinan por las fórmulas:

$$b_0 = y_0; \quad b_1 = \frac{-y_1 + y_2 - y_3 + y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8}{8}; \quad (i=1, \dots, n); \quad (3.4)$$

3.3.7 Algoritmos de solución.

Paso 1: Realizar la prueba 0 (j =0)

a) Se fija el punto de aproximación inicial y se hace el diseño comprobándose el cumplimiento de todas las restricciones.

b) Se calcula el valor de la función objetivo para esta prueba.

Paso 2: Se realiza el llamado **procedimiento A** realizando las pruebas desde $j = 1, \dots, n$ para el $k = 1$.

a) Se hace el diseño de los puntos definidos por el plan lineal elegido

b) Se calcula el valor de la función objetivo para cada prueba

Paso 3: Se calculan los coeficientes b_i del polinomio lineal de simulación y los coeficientes l_i del vector de composición del antigradiente.

- Hay que encontrar un b_z tal que $b_z = \max |b_i|, i = 1, \dots, n$, lo que significa que se ha de encontrar el mayor valor absoluto de los coeficientes b_i
- Hay que determinar el vector l_i tal que $l_i = - (b_1, \dots, b_n)/b_z$. En este vector el máximo de los $l_i = \pm 1$. Esto ocurre cuando los valores modulares de b_i y b_z coinciden.

Paso 4: Se realiza el llamado **procedimiento B** o movimiento en el sentido del antigradiente.

Con el vector de composición del antigradiente calculado se procede a movimiento en dirección del mismo (donde la función objetivo decrece).

El movimiento en el sentido del antigradiente de la función se logra mediante la conformación de una nueva matriz, que es llamada *matriz de movimiento*. Los componentes del vector l_i se utilizarán en la obtención de los valores normados $x^{(k, i)} = Ok (l_i, \lambda)$ que conformarán dicha matriz.

En la anterior expresión:

λ : conjunto de valores, tal que $\lambda \in N, \lambda = 1, \dots, m$ (m es la prueba donde la función objetivo comienza a aumentar).

Ok: redondeo de la multiplicación (l_i, λ) . Se recomienda redondear hacia el valor entero más cercano.

La matriz de movimiento orientará una nueva variación de las variables con respecto al punto de aproximación inicial y constará de la misma cantidad de columnas que la anterior, pero la cantidad de filas se corresponderá con el valor máximo de λ .

El procedimiento B para cuando la función objetivo crezca en un valor de $\lambda = m$, aparece un punto no preferible que es la condición de parada para la iteración k.

Paso 5: Se elige un nuevo punto de aproximación inicial que sería la prueba anteriormente realizada que tenga el menor valor de la función objetivo. Se toma $k = k + 1$ y se comienza de nuevo por el Paso 2. El algoritmo termina cuando en un $k + 1$ no se logre una disminución de la función objetivo con respecto al k.

3.3.8 Ejemplo ilustrativo de solución de Plan de Gradiente Unilateral.

Este ejemplo no forma parte de la solución de los problemas de este trabajo, pero se considera importante explicarlo detalladamente para tener una mayor comprensión del tema.

TOMADO DIRECTAMENTE DE REFERENCIA Krakovsky, M. B. (1981).

Se trata de un problema de optimización de una viga rectangular a flexión con variables:

- $x_1 = b$, $x_2 = h$ y $x_3 = f'_c$
- La función objetivo es el costo del acero más costo de hormigón por metro lineal de viga.
- Todos las demás posibles variables se le dan como parámetros asignados
- Se plantean todas las restricciones de resistencia a la flexión.
- El ancho varia de 2 en 2 centímetros desde 10 hasta 25 centímetros, los múltiplos de 5 también se tiene en cuenta.
- El peralte varia de 5 en 5 centímetros desde 25 hasta 80 centímetros
- La resistencia del hormigón varia en 50 kg/cm^2 desde 150 hasta 500.

Tabla 3.3 Resultados del algoritmo de solución.

k	$X^{(k,0)}$	Proc	j	Parámetros normados			Valores de las variables			Costo y
				\bar{x}_1	\bar{x}_2	\bar{x}_3	$x_1(b)$ cm	$x_2(h)$ cm	$x_3(f\ c)$ kg/cm ²	\$
-	-	-	0	0	0	0	20	45	200	4,57
1	20 45 200	A	1	+1	0	0	22	45	200	4,87
			2	0	+1	0	20	50	200	4,91
			3	0	0	+1	20	45	250	4,46
		B	4	-1	-1	0	18	40	200	4,44
			5	-2	-2	+1	16	35	250	4,16
			6	-2,5	-3	+1	15	30	250	4,44
2	16 35 250	A	1	+1	0	0	18	35	250	4,30
			2	0	+1	0	16	40	250	4,16
			3	0	0	+1	16	35	300	3,97
		B	4	-0,5	0	+1	15	35	300	3,95
			5	-1	0	+2	14	35	350	3,79
			6	-2	0	+3	12	35	400	3,65
			7	-3	0	+4	10	35	450	3,69
3	12 35 400	A	1	+1	0	0	14	35	400	3,92
			2	0	+1	0	12	40	400	3,54
			3	0	0	+1	12	35	450	3,64
		B	4	-1	0	0	10	35	400	NR

4	12	A	1	+1	0	0	14	40	400	3,85
			2	0	+1	0	12	45	400	3,46
			3	0	0	+1	12	40	450	3,61
	40	B	4	-1	0	0	10	40	400	3,57
400										
5	12	A	1	+1	0	0	14	45	400	3,90
			2	0	+1	0	12	50	400	3,73
			3	0	0	+1	12	45	450	3,54
	45	B	4	-1	-1	0	10	40	400	3,57
400										

Tabla 3.4 coeficientes b_i y l_i .

k	Coeficientes b_i				Coeficientes l_i		
	Costo min	\bar{x}_1	\bar{x}_2	\bar{x}_3	\bar{x}_1	\bar{x}_2	\bar{x}_3
1	4,57	0,30	0,34	-0,11	-0,88	-1	0,32
2	4,16	0,14	0	-0,19	-0,74	0	1
3	3,65	0,27	-0,11	-0,01	-1	0,41	0,04
4	3,54	0,31	-0,08	0,07	-1	0,26	-0,22
5	3,46	0,44	0,27	0,08	-1	-0,61	-0,18

En las tablas 3.3 y 3.4 se muestran las condicionales y los resultados de la solución del problema dado usando en el algoritmo de solución el plan de gradiente unilateral I. En la tabla 3.3 se dan los resultados y condicionales de cada una de las pruebas y en la tabla 3.4 se dan los coeficientes b_i del polinomio lineal de simulación y los coeficientes l_i del vector de composición del antigradiente.

Se toma como punto de aproximación inicial $x^{(0,0)} = (20, 45, 200)$, se diseña el mismo chequeando todas las restricciones y se calcula el costo $y = 4,57$ \$. Para desarrollar el procedimiento A se utiliza la tabla 3.1 de plan de gradiente unilateral; se realizan las pruebas en los puntos $x^{(1,j0)}$ ($j = 1,2,3$) obteniéndose sus costos.

Por las expresiones **(3.3)** se obtienen los coeficientes b_i de la siguiente manera:

- $b_0 = 4,57$
- $b_1 = 4,87 - 4,57 = 0,30$
- $b_2 = 4,91 - 4,57 = 0,34$
- $b_3 = 4.46 - 4,57 = -0,11$

Entonces el $b_z = \max |b_i| = 0,34$.

$$\text{El vector } l_i = -\frac{b_i}{|b_z|} = -\frac{(b_1, \dots, b_n)}{|b_z|} = -\frac{(0,30, 0,34, -0,11)}{0,34} = (-0,88, -1, 0,32)$$

Todos los valores de b_i y l_i para los $k (1, \dots, 5)$ se muestran en la tabla **3.4**.

El movimiento según el antigradiente para $k = 1$ (procedimiento B) se hace cumpliendo las pruebas $j = 4, 5, 6$. Para la realización de estas se obtiene que $\lambda_j = 1, 2, 3$ que son las pruebas en todos los puntos próximos a la dirección del antigradiente. Por ejemplo:

Para $\lambda_j = 1$ se obtiene:

$$x^{(1,4)} = Ok (-0,88; -1; 0,32) = (-1; -1; 0);$$

Para $\lambda_j = 2$ se obtiene:

$$x^{(1,5)} = Ok (-1,76; -2; 0,64) = (-2; -2; 1);$$

Para $\lambda_j = 3$ se obtiene:

$$x^{(1,6)} = Ok (-2,64; -3; 0,96) = (-2,5; -3; 1).$$

Como la variable b tiene en cuenta los valores múltiplos de 5, se considera el caso de $\bar{x}_1 = -2,5$ obtenida del redondeo de $-2,64$.

De los resultados de las distintas pruebas se tiene que: $y(x^{(1,0)}) > y(x^{(1,4)}) > y(x^{(1,5)})$ pero $y(x^{(1,6)}) > y(x^{(1,5)})$ la función objetivo comienza a crecer y se para el Procedimiento B. Se elige un nuevo punto de aproximación inicial que será el de menor costo (4,16\$) punto $x^{(1,5)} = (16, 35, 250)$. Se comienza el paso $k = 2$ con $x^{(2,0)} = x^{(1,5)}$.

Se realizan los demás pasos del algoritmo para $k = 2, \dots, 5$ procediendo de manera análoga a lo ya explicado. En el punto $x^{(3,4)}$ no se cumple una restricción interna de colocación de barras en la sección por eso se paró el procedimiento B, pues el movimiento realizado disminuyendo b no se debe seguir. *Se debe señalar que si ese proceso se hace por computadora, hay que dar algún valor a la función objetivo pues*

la condición de parada es: $y(x^{(k, j+1)}) > y(x^{(k, j)})$ y al no existir valor toma cero que es menor que cualquier número positivo y el algoritmo sigue moviéndose en una región donde no se cumple una restricción. Se recomienda aquí aplicar el método de las multas: se le da a la función objetivo un valor alto, por ejemplo el mayor costo que hay en memoria.

En la prueba $x^{(5,6)}$ se para el algoritmo completamente porque no se logra un costo menor que el menor de las pruebas para $k = 4$. Por tal razón el mínimo valor de la función objetivo es de 3,46 \$ para $y(x^{(4,2)})$ que es un mínimo local, no se encontró el mínimo global. Para mejorar los resultados se debe aplicar un plan lineal de mayor complejidad, pero de más exactitud.

3.4 Conclusiones parciales del Capítulo III.

1. Existen numerosos métodos de optimización, pero no todos son aplicables a cualquier caso, la literatura internacional más reciente recomienda: los algoritmos genéticos otros métodos heurísticos y meta heurísticos, la inteligencia artificial y en este trabajo se reitera el basado en la teoría de Diseño de Experimentos recomendados por Krakovsky, M. B. (1981) y Negrin A (1988).
2. El rastreo de variables es muy importante a la hora de un problema de investigación, porque muestra la influencia de cualquier variable sobre la función objetivo; pero solo se debe usar como método opcional para algún trabajo previo de investigación, nunca para realizar verdaderos procesos de Diseño Optimo de Estructuras.
3. Se han realizado trabajos de optimización estructural de elementos individuales, donde se ha demostrado la eficiencia del método de solución basado en la Teoría de Diseño de Experimentos; pero ninguno para Optimizar conjuntos estructurales.
4. Existen diferentes planes lineales para aplicar la Teoría de Diseño de Experimentos, donde se explicó con un ejemplo el Plan de Gradiente Unilateral I y se mostró el Experimento de Factor Completo 2^3 ; siendo utilizado, este último, en la solución de los ejemplos abordados en este trabajo.
5. Se explicó detalladamente los pasos del algoritmo de solución del método de optimización utilizado en esta tesis, que puede servir como metódica general; dejándose claro dos procedimientos: el procedimiento A que lo define un plan lineal dado y el procedimiento B que es el movimiento por el antigradiente.
6. Se demostró con el ejemplo ilustrativo del Plan de Gradiente Unilateral, que se obtuvo en la solución un mínimo local y no un mínimo global; por lo que debe aplicarse un plan lineal de mayor complejidad, aunque este es ideal para combinar con otros planes, sobre todo si algunas variables van tomando su valor óptimo.

Capítulo 4

CAPÍTULO IV: APLICACIONES.

4.1 Introducción.

En capítulos anteriores, se ha definido la formulación matemática del problema, seleccionando los parámetros asignados, variables de diseño, criterio de optimización y función objetivo. También se escogió el método de solución basado en la Teoría de Diseño de Experimentos. Luego de tener definidos todos los anteriores aspectos, solo queda resolver los ejemplos propuestos, demostrar la eficiencia del método de solución utilizado y estructurar un procedimiento general en problemas de este tipo.

4.2 Metodología de trabajo.

Todo problema tiene su metodología de trabajo para llegar a su solución. En este epígrafe se pretende dar una explicación de todos los pasos que se realizaron para llegar a la solución de los dos ejemplos tratados. La metodología que se explicará a continuación, parte luego de tener confeccionada la formulación matemática de los ejemplos abordados en esta tesis. También se explicará los pasos a seguir hasta la obtención del valor de la función objetivo, quedando estructurados de la siguiente forma:

1. Inicialmente se eligió el plan lineal de Experimento de factor completo 2^3 para seguir su algoritmo de solución.
2. Se asignaron valores iniciales a las variables de diseño para fijar el punto de aproximación inicial.
3. Se procedió a la modelación de los pórticos mediante el **STAAD.Pro 2006**. Los aspectos a modelar fueron los siguientes:
 - Modelación de las dimensiones y geometría de los elementos.
 - Modelación de las propiedades de los materiales.
 - Modelación de los apoyos a tierra y vínculos entre elementos.
 - Modelación de las cargas y sus posibles combinaciones.
 - Se consideró el efecto Pdelta en el análisis, para considerar la amplificación de momentos por esbeltez.
4. Luego se procedió a realizar el diseño de los elementos, para los cuales fueron utilizadas diferentes herramientas de cálculo.

Para el diseño de los cimientos se procedió de la siguiente forma:

- Se obtuvieron los resultados obtenidos del análisis del **STAAD.Pro 2006(ver anexo 1)**.
- Se utilizó el programa **Dgcim** para realizar el diseño geotécnico, en el cual se modelaron todos los parámetros del suelo, obteniéndose los resultados del área de la base por el 1er y 2do Estado Límite (**ver anexo 2**).

- Luego se realizó el diseño estructural mediante una hoja de cálculo en **Mathcad**, donde se obtuvieron los resultados del peralte de la base y la distribución de barras de refuerzo (**ver anexo 3**).
- Se analizó los pedestales como columnas cortas.

Para el diseño de las columnas se procedió de la forma siguiente:

- Se obtuvieron los resultados del análisis según la combinación crítica de diseño mediante el **STAAD.Pro 2006**.
- Se utilizaron los ábacos realizados según Negrín (2007) como ayudas de diseño, donde se obtuvieron las cuantías necesarias en cada caso y se realizó la distribución de las barras longitudinales (**ver anexo 4**).
- Los cercos se determinaron por especificaciones según Negrín (2007).

Para el diseño de las vigas se procedió de la siguiente manera:

- Al igual que en los demás elementos se obtuvo los resultados de las solicitaciones mediante el **STAAD.Pro 2006**.
 - Luego se realizó el diseño a flexión y se chequearon los estados de utilización: fisuración y deformación usando hojas de cálculo confeccionadas según los criterios de revisión del ACI 2002 (**ver anexo 5**).
 - El diseño a cortante fue obtenido del **STAAD.Pro 2006**.
5. Se calculó el despiece de todos los elementos para tener el volumen de acero total.
 6. Después de tener el diseño estructural de todos los elementos, se procedió a calcular el valor de la función objetivo de esta forma:
 - Se confeccionó una hoja de cálculo en **EXCEL (ver anexo 6)** para la obtención de todos los costos unitarios según la formulación de la función objetivo, esto se realizó mediante el PRECONS II según MICONS (2008).
 - Se procedió al cálculo de todos los volúmenes de trabajo que intervinieran en los renglones variantes definidos anteriormente. Para ello se creó una hoja de cálculo en **EXCEL (ver anexo 7)**.
 - Luego se determinaron los costos totales completando la hoja en **EXCEL** del anexo 6 y obteniendo así el primer valor de la función objetivo.

4.3 Solución del primer ejemplo ilustrativo.

Como se explicó en el capítulo 2, el ejemplo 1 se modeló con un predominio de la carga de viento. Ya que se desea ver la influencia que esto tiene en la optimización.

Para su solución se utilizó como ya se dijo, el método de optimización basado en la Teoría de Diseño de Experimentos y específicamente la aplicación del plan lineal de Experimento de Factor Completo 2^3 .

En el anexo 8, se pueden ver los resultados del algoritmo de solución y la tabla de los coeficientes b_i y l_i . Por motivos de extensión, no se va a explicar detalladamente el algoritmo, pero es necesario comentar que para este ejemplo específicamente; se combinó el plan lineal de Experimento de Factor Completo 2^3 con el plan de Gradiente unilateral y se detuvo el algoritmo en un procedimiento A, debido a que todas las variables habían alcanzado sus valores óptimos. **(Ver anexo 8)**.

El método utilizado para la solución de este problema arrojó los siguientes resultados:

Tabla 4.1. Resultados de las variables óptimas para el ejemplo 1.

hv (cm)	hcol (cm)	f'c (Mpa)	Hc (m)	m	Costo mín. Total (\$)
80	30	25	0.5	1	595.11

Como se puede apreciar en la tabla anterior, se presentan las combinaciones de variables que hicieron que el valor de la función objetivo fuera el mínimo posible. Hay que tener claro que estas variables no son las óptimas para cada elemento individual, sino para el conjunto, que es el objetivo de este trabajo. También hay que aclarar que la solución encontrada es un mínimo local, no uno global que es la verdadera solución, aunque un mínimo global es una buena solución y denota eficiencia en el algoritmo de solución.

4.4 Solución del segundo ejemplo ilustrativo.

A diferencia del ejemplo 1, en este predominan las cargas permanentes y uso. También se utilizó el mismo plan lineal del ejemplo anterior, pero no fue necesario combinarlo **(ver anexo 9)**.

Los resultados de este ejemplo fueron:

Tabla 4.2. Resultados de las variables óptimas para el ejemplo 2.

h _v (cm)	h _{col} (cm)	f'c (Mpa)	H _c (m)	m	Costo mín. Total (\$)
75	30	25	0.5	1	501.99

4.5 Resultados del rastreo de variables.

Ya sabemos que el rastreo de variables permite ver la influencia de estas sobre la función objetivo.

En este epígrafe se muestran diferentes gráficas, de las cuales se puede ver la influencia de cada variable sobre el costo total.

Para poder ver también como varía la solución de optimización para cada variante, se separaron los resultados para cada ejemplo. También se muestran conclusiones después de cada gráfica, analizando los resultados obtenidos.

Resultados del rastreo de variables para el ejemplo 1:

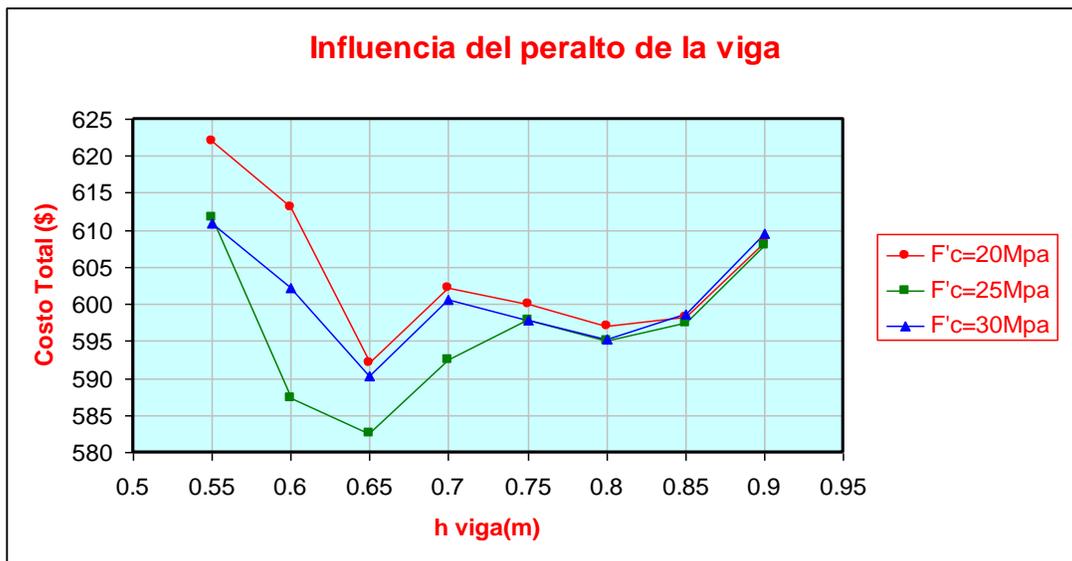


Figura 4.1. Influencia del peralte de la viga en el ejemplo 1.

- Se puede apreciar que se definen dos mínimos: en $h_v = 0.65\text{m}$ y $h_v = 0.80\text{m}$.
- Se observa el mínimo global en $h_v = 0.65\text{m}$, valor que coincide con las propuestas de elemento individual dados por Castellanos (2000) y Negrín (2005) que lo fijan entre $L/10$ a $L/12$. ($700\text{cm}/65\text{cm} = 10,77$)
- Se observa que el peralto óptimo para las diferentes resistencias es el mismo.
- Existe un comportamiento similar entre las tres curvas mostradas.
- La resistencia a compresión del hormigón de 25Mpa , es la más económica para todos los peraltos de la viga.
- En la gráfica no se representa el Costo total para $h_v = 0.5\text{m}$, debido al no cumplimiento de una restricción para este valor de peralto. Para este caso, el peralto de la viga no cumplió por deformación.

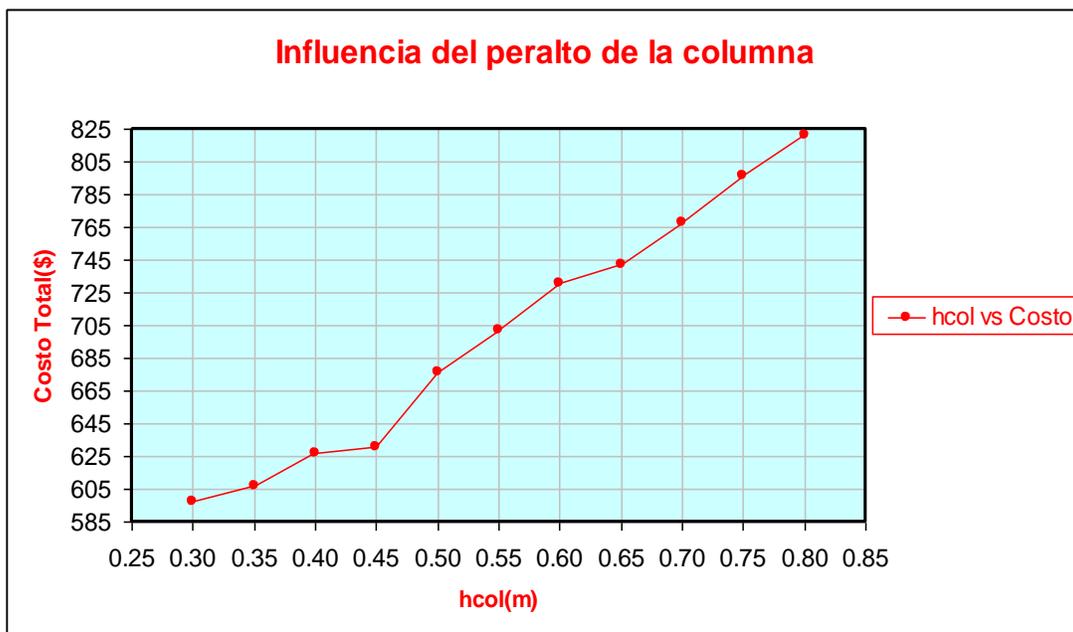


Figura 4.2. Influencia del peralto de las columnas en el ejemplo 1.

- Se observa como el valor óptimo del peralto de la columna es el menor posible, conclusión totalmente contraria a lo expresado en todos los trabajos anteriores (Hernández J (1986) y Negrín (2008)) sobre peralto óptimo de columnas, tratado como elemento individual.
- A diferencia del peralto de la viga, sólo se define un mínimo en $h_{col} = 0.30\text{m}$.
- El peralto de la columna es un ejemplo claro de cómo influyen unas variables sobre otras en el costo total, sobre todo si influyen en el análisis estructural al

variarse las rigideces relativas de los elementos. Al aumentar esta variable, aumentan las solicitaciones en la cimentación, por lo que hay un incremento de las dimensiones del plato y evidentemente del costo de cimentación. También hay una influencia en el costo de las vigas, debido al incremento del refuerzo negativo.

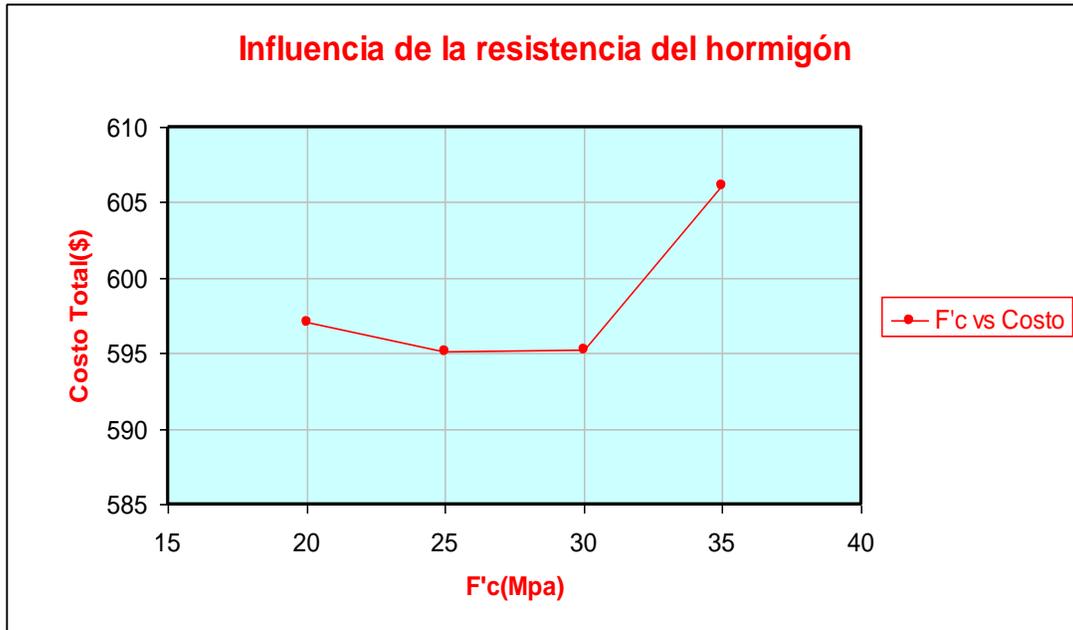


Figura 4.3. Influencia de la resistencia del hormigón en el ejemplo 1.

- Se puede observar como existe una similitud entre 25MPa y 30Mpa en el costo total.
- Aunque no se aprecia, por cuestiones de escala, existe un mínimo en 25Mpa.
- Se aprecia un salto brusco entre 30 y 35Mpa, esto se debe que a partir de 30Mpa, no se obtienen cambios considerables en los diseños de los elementos, por lo que aumentan los precios de hormigonado y no se obtienen reducciones de áreas de secciones, peraltos y aceros de refuerzo.
- A menos que haya un marcado predominio de la compresión las resistencias del hormigón óptima no son los valores mayores, es suficiente con usar 25 Mpa, menor valor que permite la Norma Cubana por cuestiones de agresividad del medio. Esto coincide con lo propuesto en trabajos anteriores Hernández J. (1986), Negrín (1988) y Catellanos (2000).

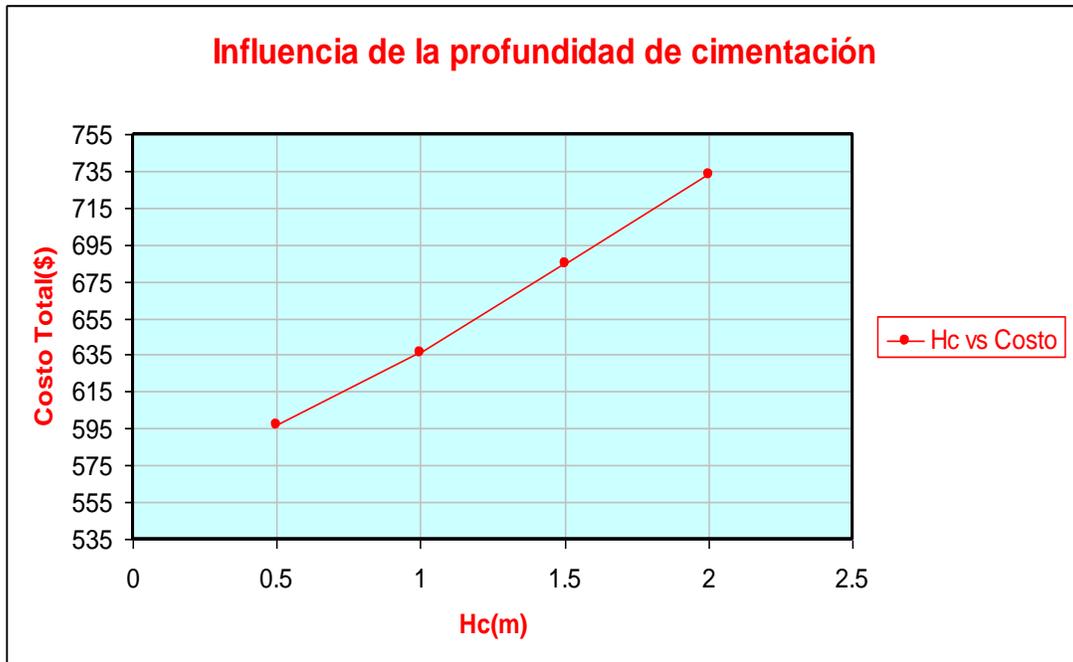


Figura 4.4. Influencia de la profundidad de cimentación en el ejemplo 1.

- Se aprecia cómo el valor óptimo de la profundidad de cimentación es el menor posible. Esto posibilita el menor costo de excavación y rehincho. En un futuro trabajo esto debiera analizarse con costos de otros países que usen tecnología mas desarrollada pues los costos cubanos de excavación y rehincho son muy grandes y deciden notablemente en esta variable.
- Se define un solo mínimo en $H_c = 0.5\text{m}$. En realidad debe ser el menor posible que posibilite lograr los detalles constructivos.
- Se puede observar un comportamiento casi lineal de esta variable, esto puede deberse a que ella solo influye en el costo de la cimentación, no existiendo influencia sobre las demás variables.
- Se observa cómo existe el mayor salto de costo entre un valor de variable y otro. Esto demuestra que la profundidad de cimentación es la variable que más influye en el valor de la función objetivo. Recalcándose la marcada influencia del costo de excavación y rehincho.

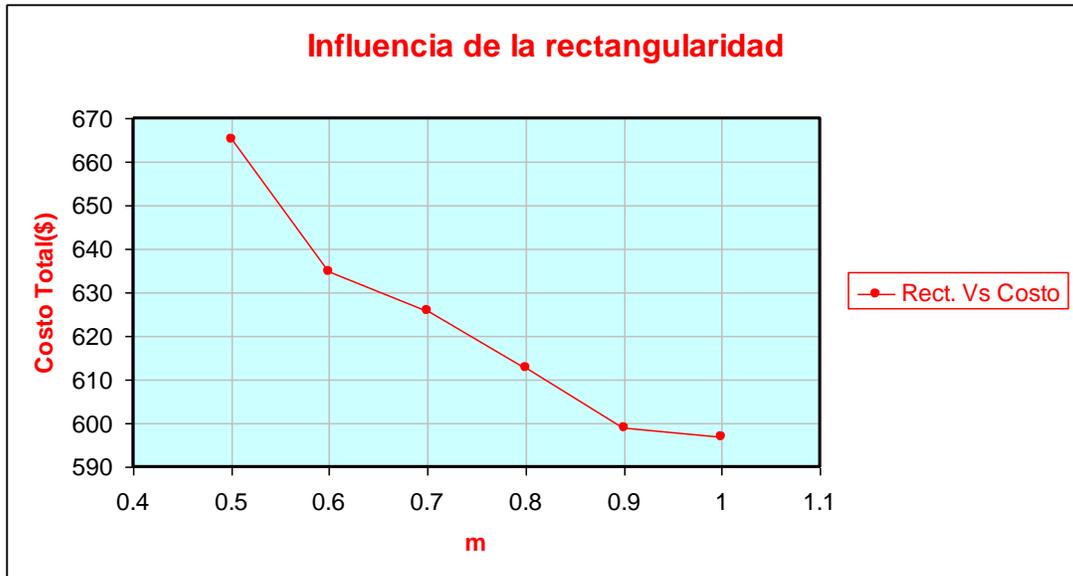


Figura 4.5. Influencia de la rectangularidad de la base de la cimentación en el ejemplo 1.

- Se observa cómo el acercamiento a la rectangularidad a 1, posibilita el menor costo posible. Esto depende de la excentricidad de las cargas.
- Se define un mínimo en $m = 1$ que no se puede tomar como absoluto. Se debe analizar, en trabajos futuros, con mayores valores de momento, es decir mayor excentricidad de la carga.
- Se aprecia una caída brusca del costo total de $m = 0.5$ a $m = 0.6$.

Resultados del rastreo de variables para el ejemplo 2:

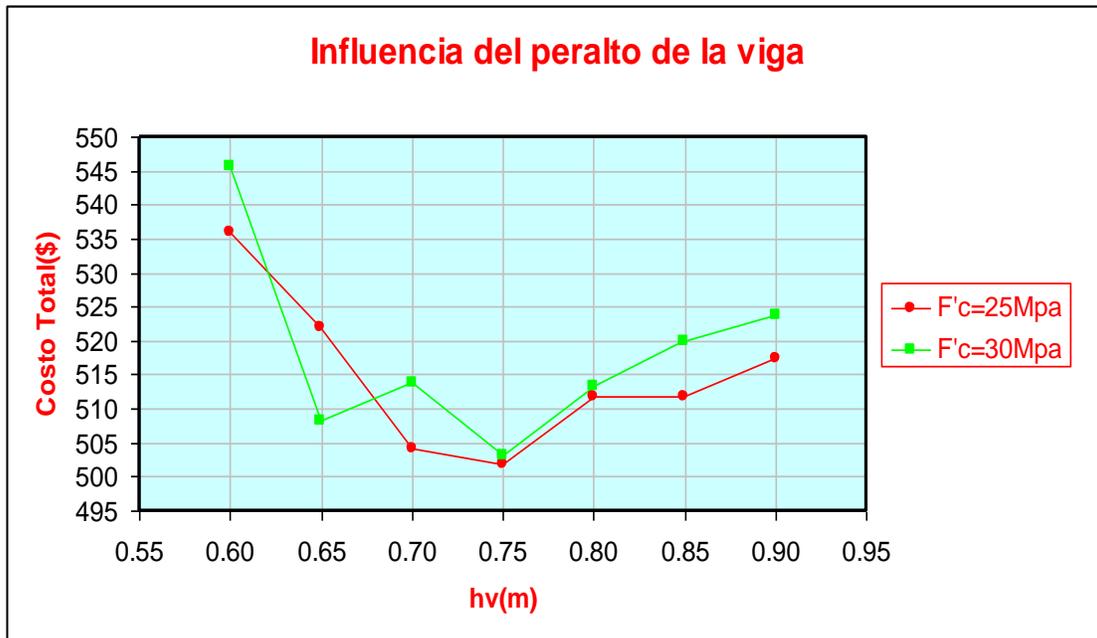


Figura 4.6. Influencia del peralto de la viga en el ejemplo 2.

- Se observa que la curva $F'c = 25\text{Mpa}$, tiene definido un mínimo en $h_v = 0.75\text{m}$.
- Se observa cómo en la mayoría de los puntos, el costo total de 25Mpa es menor que 30Mpa .
- Para ambas resistencias el peralto óptimo es 0.75m . Sigue siendo un valor cerca de $L/10$.
- Las curvas parten desde $h_v = 0.60\text{m}$, debido al no cumplimiento de la deformación en peraltos inferiores.

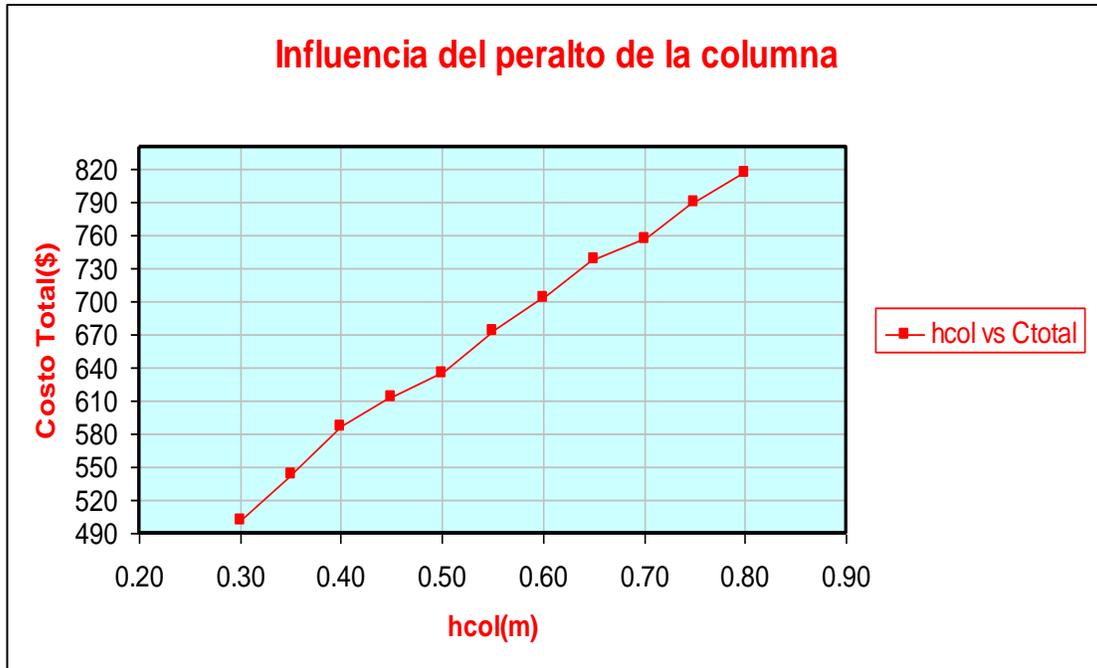


Figura 4.7. Influencia del peralto de las columnas en el ejemplo 2.

- Se aprecia al igual que el ejemplo 1, cómo el peralto óptimo es el menor posible.
- Se define también un mínimo en $hcol = 0.30m$.
- Son validas todas las conclusiones definidas, para la misma variable, en el ejemplo 1.

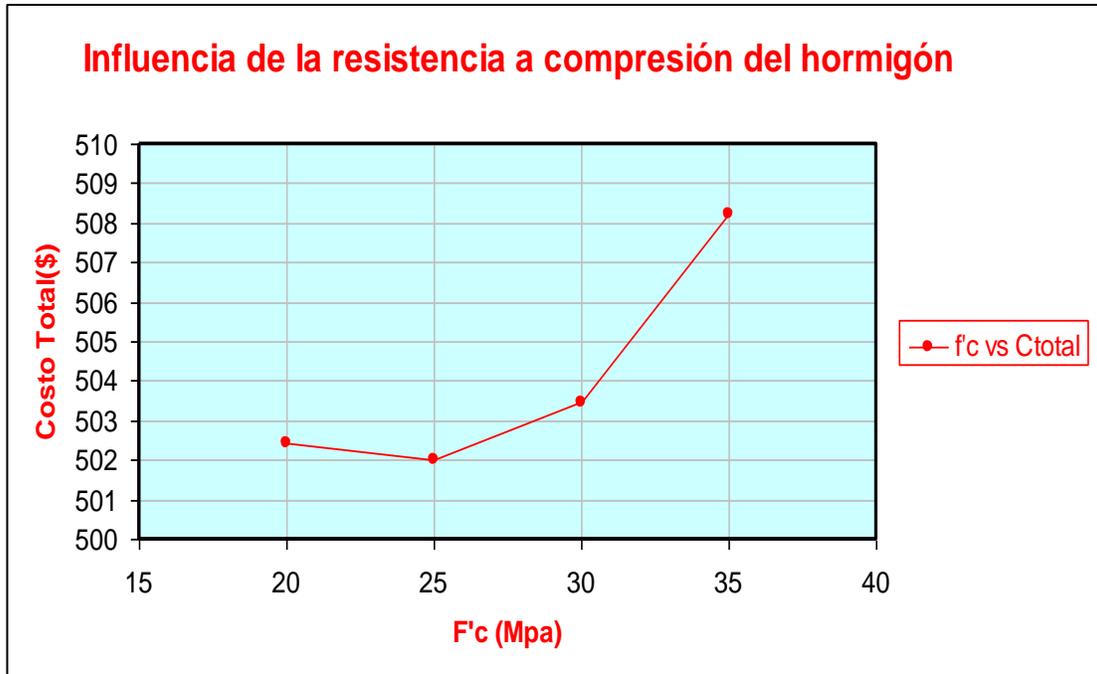


Figura 4.8. Influencia de la resistencia del hormigón en el ejemplo 2.

- Se define un mínimo en 25Mpa.
- Hay una mayor diferencia de costo entre las diferentes resistencias.
- Sigue existiendo un incremento brusco del costo total a partir de 30Mpa.
- Son validas todas las conclusiones definidas, para la misma variable, en el ejemplo 1.

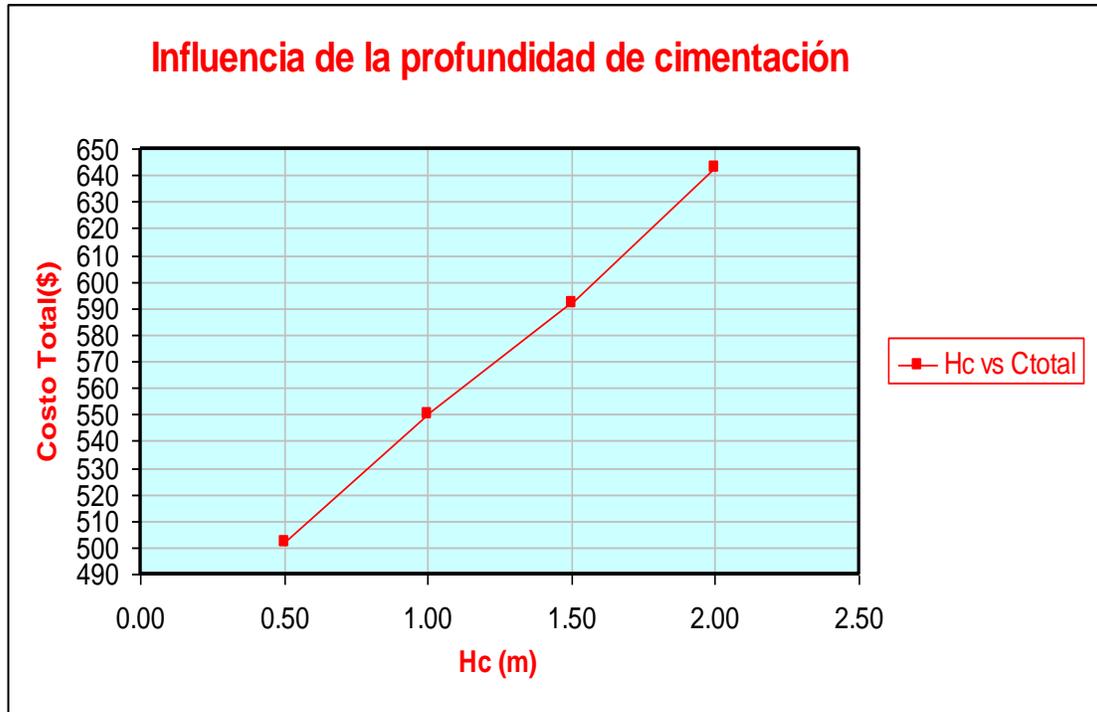


Figura 4.9. Influencia de la profundidad de cimentación en el ejemplo 2.

- La profundidad de cimentación óptima sigue siendo la menor posible.
- También existe un mínimo en $H_c = 0.50\text{m}$.
- Se mantiene el comportamiento casi lineal.
- Existe al igual que el ejemplo 1, los mayores saltos de costo entre un valor y otro de H_c .
- Son validas todas las conclusiones definidas, para la misma variable, en el ejemplo 1.

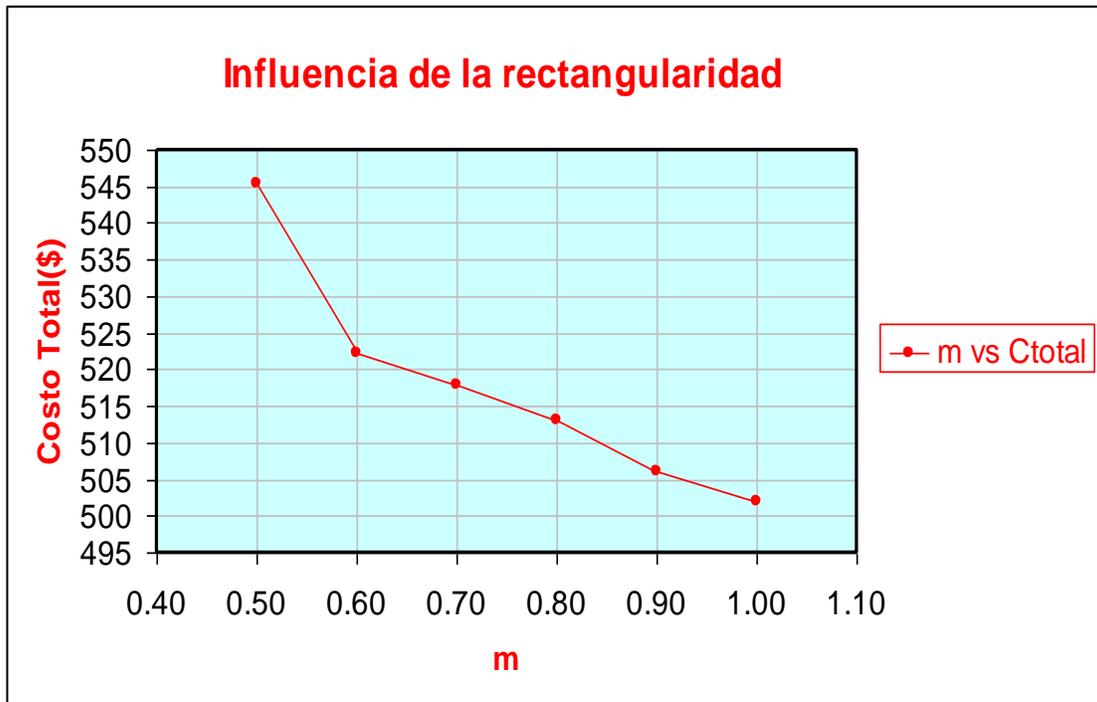


Figura 4.10. Influencia de la rectangularidad de la base de la cimentación en el ejemplo 2.

- Se observa también cómo el acercamiento de la rectangularidad a 1, posibilita el menor costo posible.
- Se define un mínimo en $m = 1$.
- Se aprecia al igual que el ejemplo 1, una caída brusca del costo total de $m = 0.5$ a $m = 0.6$.

4.6 Procedimiento general para la realización del diseño óptimo de conjuntos estructurales.

Como se había comentado en el Capítulo I la verdadera optimización no es la del elemento individual, si no aquella donde el costo total de la estructura sea mínimo. No necesariamente el costo mínimo de una estructura se logra teniendo todas las variables que influyen en su costo mínimo individual, incluso pudieran no estar ni en sus rangos económicos individuales. Se analizó también que muy pocos autores se han dedicado a la optimización de conjuntos estructurales, sólo hay 4 o 5 trabajos sobre la temática. Todos estos trabajos tienen su valor científico, pero en los casos de mayor nivel técnico y matemático no se considera el caso del cemento en la estructura y en los casos donde se considera los cimientos la solución técnica no es la “más

exacta” con una formulación no completa, lo que limita las conclusiones obtenidas. Se debe agregar a esto que no hay ningún software integral que permita resolver el problema en cuestión.

Para comenzar a dar solución a la problemática antes planteada se realizó este Trabajo de Diploma con un segundo objetivo muy bien definido: Estructurar un procedimiento general para la realización del diseño óptimo de conjuntos estructurales. El cumplimiento de ese objetivo se logra en todo lo desarrollado en los Capítulos II, III y IV que podemos resumir y generalizar con el resumen que se presentará a continuación.

1. El diseño óptimo de un conjunto estructural debe comenzar fijando las variables que intervienen en el proceso, que generalmente pueden ser: las dimensiones de las secciones transversales de los elementos, las calidades de los materiales, la profundidad de cimentación, la rectangularidad, etc.
2. Fijar el rango lógico de variación de cada una de las variables. Para ello se puede valer de experiencias previas, recomendaciones de rangos económicos, criterios constructivos y arquitectónicos, etc.
3. Analizar una serie de variantes de diseño, no haciendo un “rastreo ciego” de variables, si no siguiendo la búsqueda según el algoritmo basado en la Teoría de Diseño de Experimentos: un procedimiento A, según un plan lineal dado y un procedimiento B según el movimiento por el antigradiente, buscando la variante de menos costo de la estructura. Eso presupone hacer varias pruebas hasta que el algoritmo llegue a su condición de parada, en ese momento se ha encontrado un mínimo global, y en el peor de los casos una buena solución encontrando un mínimo local.
4. Cada prueba presupone los siguientes pasos (metodología empleada en el epígrafe **4.2**):
 - Calcular todos los esquemas de carga. Aquí hay que tener en cuenta que en la siguiente prueba, si hay variación de las variables que tiene que ver con las dimensiones de la sección, hay que volver a calcular el esquema de carga permanente o generar el peso propio según el software de análisis que se vaya a usar.
 - Hacer el análisis estructural usando un software profesional dado : STAAD, SAP, FRAME-3D u otro existente.
 - Diseñar, con la combinación crítica de carga, las vigas a flexión y cortante por el software elegido.
 - Chequear estados de utilización (fisuración y deflexión) a través de hojas de cálculo, por ejemplo las que se desarrollaron para realizar este trabajo de diploma y que se presenta en el Anexo **5**. Las hojas de cálculo deben ser

utilizadas porque la generalidad de los softwares profesionales no chequean este estado.

- Diseñar, con la combinación crítica de carga, las columnas a flexo compresión y acero transversal por especificación. Hay que tener mucho cuidado con el uso de los softwares para usar en este diseño, la mayoría de ellos solo da diseño de secciones con acero distribuido, cosa totalmente antieconómico cuando hay predominio de la flexión (caso que casi siempre predomina para las condiciones cubana). Se recomienda entonces usar hojas de cálculo, con diagramas de interacción, que se han elaborado en el Departamento de Ingeniería Civil, pero que fácilmente pueden ser confeccionadas por el propio proyectista. En este trabajo se usaron ayudas de diseño ya confeccionadas y que aparecen reseñadas en Negrín A. (2007).
 - Hacer el diseño geotécnico (chequeo de estabilidad, vuelco, deformación, linealidad, etc.), con las combinaciones de carga crítica, de la cimentación obteniéndose las dimensiones del cimiento. Esto se debe hacer con programas como el **Ddcim** o las hojas de cálculo equivalentes.
 - Hacer el diseño estructural del cimiento obteniéndose el peralte (por punzonamiento, cortante, etc.) y el acero por flexión, con las combinaciones de carga crítica. Esto se debe hacer con diferentes softwares, como hojas de cálculo en **Mathcad**. Con todos los elementos diseñados, hacer el despiece usando hojas de cálculo que aligeren el trabajo. Los puntos de momentos nulos y longitudes de barras se deben hacer de forma práctica e ingenieril, sin caer en detalles específicos tal como recomienda Nilson A. (2000).
 - Calcular los costos de los elementos, según la función objetivo elegida, que debe ser lo más detallada posible teniendo en cuenta todos los costos (de materiales, elaboración, transportación, etc.). Hacer una hoja de cálculo para determinar estos costos o utilizar una ya existente, como la desarrollada en este trabajo y que se muestra en el Anexo 6.
5. Cuando el algoritmo cese por condición de parada cumplida (Costo de prueba $n+1$ mayor que Costo de n en $k+1$ mayor que k), la variante que tenga el menor costo será la óptima, entonces se desarrolla completamente la variante obtenida, llevándola a proyecto ejecutivo, hasta la confección de los planos y la memoria descriptiva.

4.7 Comprobación de algunos criterios de optimización.

En el Capítulo I, se pudo ver algunos criterios de optimización planteados por autores que han trabajado en problemas de optimización de conjuntos estructurales. Según Cuba E. y Ruano M (1995), el rango de rigidez para la solución óptima de un edificio aporricado está entre 6 y 10. Entiéndase por relación de rigidez a: inercia de la viga por altura de columna entre inercia de la columna por luz de la viga. En el presente trabajo, se obtuvo estas relaciones de rigidez, obteniéndose los siguientes resultados:

Para el ejemplo 1: $\frac{I_v \cdot H}{I_c \cdot L_v} = 16.25$, con $h_v = 0.80\text{m}$ (mínimo local obtenido de la solución del algoritmo).

Para el ejemplo 1: $\frac{I_v \cdot H}{I_c \cdot L_v} = 8.72$, con $h_v = 0.65\text{m}$ (mínimo global obtenido del rastreo de variables).

Para el ejemplo 2: $\frac{I_v \cdot H}{I_c \cdot L_v} = 8.84$

Se puede observar que el resultado para el ejemplo 1 está fuera del rango propuesto por Cuba E. y Ruano M (1995), sin embargo la solución del mínimo global sí se encuentra dentro del rango. El resultado para el ejemplo 2 también está dentro del rango.

4.8 Conclusiones parciales del Capítulo IV.

1. Se explicó la metodología empleada para este trabajo y se estructuró un procedimiento general.
2. Se analizaron los resultados obtenidos del rastreo de variables para los dos ejemplos, pudiendo realizar las comparaciones siguientes:
 - Se pudo observar cómo las variables óptimas fueron las mismas, con excepción del peralto de la viga que varió en 5cm uno del otro.
 - La influencia de las variables sobre la función objetivo fue similar.
 - Se vio cómo en el rastreo del peralto de la viga en el ejemplo 1 se obtuvieron dos mínimos, mientras que en el ejemplo 2 se definió solo uno.
 - Es obvio que ambos ejemplos poseen similares soluciones, pero esto se debe a la similitud que tienen sus parámetros asignados.
3. Las conclusiones anteriores demuestran que la solución óptima para cualquier ejemplo dado, depende de los parámetros asignados. Por lo que existe una

solución única para una variante específica, con parámetros asignados específicos.

4. Del plan lineal utilizado en los ejemplos de esta tesis, se puede decir que siempre encuentra al menos un mínimo local. Esto se pudo ver en la solución del ejemplo 1, en el cual del rastreo de variables se obtuvo un mínimo global en $h_v = 0.65m$, obteniéndose un Costo Total de 582.60 pesos.
5. En la solución del ejemplo 1, se demostró que se pueden combinar varios planes lineales, para este caso específico se combinó el plan lineal de Experimento de Factor Completo 2^3 , con el plan de Gradiente Unilateral. Estas combinaciones son utilizadas cuando algunas variables van tomando su valor óptimo en el algoritmo de solución.
6. Se realizó una comparación de la relación de rigidez, según el rango propuesto por Cuba E. y Ruano M (1995), donde se vio que las soluciones para los dos ejemplos mostrados se incluían en este rango. Esto teniendo en cuenta la solución del mínimo global para el ejemplo 1. Lo anteriormente explicado demuestra ciertamente que el valor de la relación de rigidez puede estar entre 7 y 8.

Conclusiones Generales

Conclusiones Generales.

1. La optimización de conjuntos estructurales de hormigón armado es un tema poco tratado en el país, e incluso en el mundo. Se han realizado algunos trabajos de este tipo pero aplicando, métodos muy rudimentarios o métodos con un enfoque puramente matemático y no ingenieril.
2. Para resolver problemas de optimización de conjuntos estructurales, se debe tener muy bien definidos: el criterio de optimización que responda a las necesidades o intereses del proyectista, las variables que verdaderamente influyan en el diseño de todos los elementos que compongan el conjunto, los parámetros asignados que lógicamente influirán en la solución final, todas las restricciones posibles que limiten el movimiento de las variables y el método de solución seleccionado, que responda eficientemente con las exigencias de solución del problema dado.
3. Los métodos de optimización basado en la Teoría de Diseño de Experimentos, son eficientes para resolver problemas de este tipo, ya que su solución muestra al menos, un mínimo local de la función objetivo.
Son también eficientes, según la literatura consultada, los métodos heurísticos, meta heurísticos y la inteligencia artificial.
4. Dentro de las variables que influyen en el proceso de optimización de conjuntos estructurales, influye en mayor medida la profundidad de cimentación, el peralte de las vigas y en menor medida las calidades del hormigón, el peralte de la columna y la rectangularidad de los cimientos. Alguno de los parámetros asignados también son importantes.
5. Según los costos unitarios vigentes en el país y para pórticos como los desarrollados en esta tesis; se pueden mencionar algunos criterios sobre rangos económicos de algunas variables, que aunque no son definitivos, influyen en la optimización y ayudan al proyectista a la hora de elegir el punto de aproximación inicial.

En las vigas el rango económico puede estar entre $L/11$ y $L/9$. Los anchos de los elementos como las vigas y las columnas pueden ser los menores posibles. También los peraltos de las columnas en estructuras de baja altura pueden ser pequeños.

Las resistencias a compresión del hormigón no deben ser ni altas ni bajas, es decir buscar una resistencia media. En la cimentación, puede ser una solución económica escoger profundidades pequeñas, teniendo en cuenta que la profundidad de cimentación para estos casos, es la variable que más influye en

la optimización. Puede tener en cuenta también que la relación de rigidez entre la viga y las columnas esté entre 7 y 8.

6. En un problema de optimización estructural existe una solución única para una variante específica, por lo que los resultados de la optimización van a depender fundamentalmente de los parámetros asignados.
7. Se pudo estructurar un procedimiento general para la realización de diseño óptimo de conjuntos estructurales, siguiendo esta metodología y con ciertos consejos, un proyectista puede hacer un diseño óptimo de estructuras según la finalidad que desea obtener. Por supuesto que debe dominar programas de computación para realizar el análisis estructural, los diseños de los elementos, además debe elaborar hojas de cálculo que le faciliten la obtención de los costos.
8. Hasta tanto no se avance más en este tipo de investigación, el proyectista debe seguir este procedimiento general para la optimización de conjuntos estructurales, para eso debe estar muy bien entrenado en el análisis y diseño automatizado de estructuras.

Recomendaciones

Recomendaciones.

1. Continuar el trabajo, siguiendo el procedimiento general dado, variando varios de los parámetros asignados como: luces, alturas, combinaciones de carga (con mayor o menor predominio de la flexión y la compresión), costo de otros países (sobre todo donde la excavación y el rehincho se haga totalmente mecanizado), intercolumnio, tipo de acero, etc.
2. Se recomienda realizar un análisis más profundo en cada elemento, fundamentalmente en los cimientos, debido a que existen factores que pueden ser decisivos en la optimización. Ejemplo de estos pueden ser:
 - Analizar el comportamiento no lineal del suelo en el asentamiento, esto tiene como resultados, menores dimensiones de la base de la cimentación.
 - Analizar también un modelo que considere la interacción suelo – estructura, esto trae como consecuencia, la variación de las solicitaciones que llegan al cimiento en función de la rigidez del suelo.
 - Analizar otros tipos de suelo, ya sean puramente friccionales o cohesivos - friccionales (este último es el que más se adapta a perfiles reales de suelo).
 - Utilizar otros tipos de barras de refuerzo en la cimentación.
3. Comenzar a vincular este trabajo a métodos de solución como: algoritmos genéticos, métodos heurísticos e inteligencia artificial. Para ello se debe crear un grupo multidisciplinario (de investigadores y grupo de trabajo científico estudiantil) donde trabajen especialistas de estructuras, matemáticos y cibernéticos para llegar a desarrollar software profesionales al alcance del proyectista medio.
4. Incorporar alguno de los resultados de este trabajo a la docencia, fundamentalmente en la de postgrado, específicamente en la asignatura de la Maestría de Estructuras “Teoría de Seguridad y Optimización”.
5. Dar a conocer en diferentes publicaciones las novedades de este trabajo, por cuanto se logran algunos resultados que no aparecen en ninguna bibliografía de la consultada.
6. Realizar en un futuro trabajos de este tipo, pero con fines más prácticos que den solución a problemas existentes en la construcción; como los excesivos gastos de materiales y el incremento de los precios de los mismos. Esto se puede lograr analizando edificios sociales como: escuelas, hospitales, edificios típicos por construir, hoteles, etc.

Bibliografía

BIBLIOGRAFÍA.

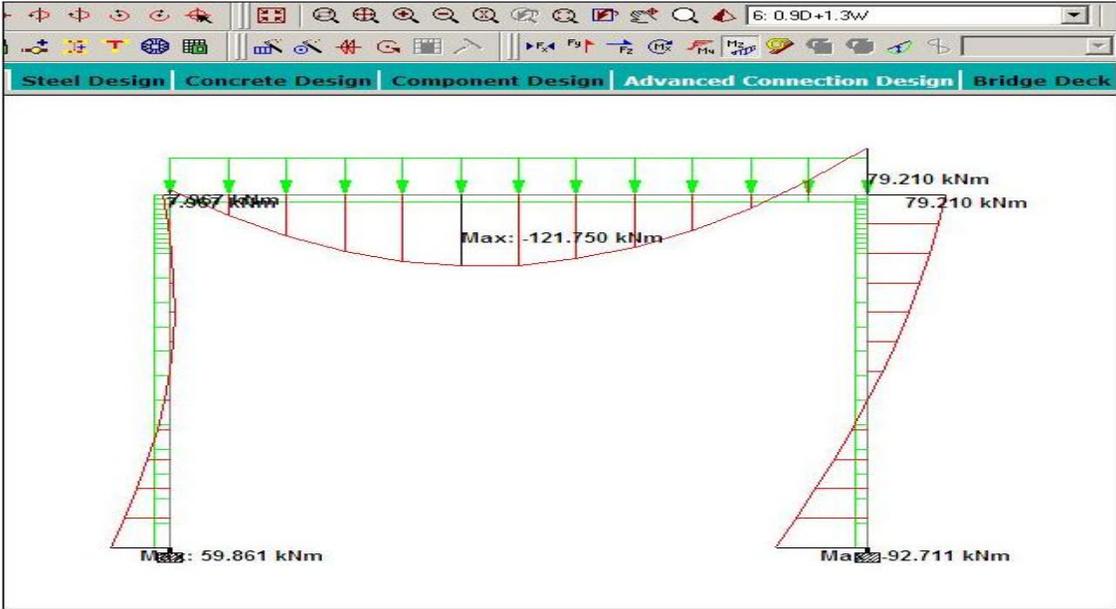
1. ACI 318-02 (2002). “*Building Code Requirements For Structural Concrete and Commentary*”.
2. Arechavaleta A (1987). *Uso de algoritmo de búsqueda para el diseño óptimo de columnas*. Trabajo de Diploma no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
3. Broche O. y Benítez A. (1985). *Optimización de cimientos y columnas de naves industriales con cubierta pesada*. Trabajo de Diploma no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
4. Castellanos J. (2000). *Procedimiento General para el diseño óptimo de estructuras. Aplicaciones en vigas de hormigón armado*. Tesis de grado de Doctor en Ciencias Técnicas no publicado, ISPJE, Ciudad Habana, Cuba.
5. Cuba E. y Ruano M (1995). *Optimización de un pórtico de edificio social*. Trabajo de grado de Maestría no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
6. Chagoyén E., Negrín A., Padrón N., Cabrera M. y López L. (2009). *Diseño Óptimo de Cimentaciones Superficiales Rectangulares. Formulación*. Revista de la Construcción, Volumen 8, No 2, Pontificia Universidad Católica de Chile, Chile.
7. Gutiérrez A. (1986). *Optimización de estructuras. Revisión bibliográfica*. Trabajo de Diploma no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
8. Henríquez M. A. (2008). *Optimización de marcos estructurales de concreto armado. Particularidades para las condiciones de costo y fabricación de Honduras*. Trabajo de grado de Maestría no publicado, Universidad Tecnológica Centroamericana, Tegucigalpa, Honduras.
9. Hernández, J. J. (1986). *Optimización de secciones para columnas de naves industriales*. Revista Ingeniería Estructural, 7(3).
10. Hernández R. (1995). *Anteproyecto de Naves Industriales. Variante 24 m x 6*. Trabajo de grado de Maestría no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
11. Hernández R. (1999). *Optimización de cimentaciones aisladas superficiales*. Trabajo de diploma no publicado, UCLV, Santa Clara.
12. Hernández, S. (1991). *Métodos de Diseño Óptimo de Estructuras*. Madrid: Paraninfo, S.A.
13. Krakovsky, M. B. (1981). *Recomendaciones para el diseño óptimo de estructuras de hormigón armado*. Moscú: Instituto de Investigaciones Científicas del Hormigón Armado de la URSS.

14. Martín M. (2006). *Estructuras metálicas. Diseño y optimización*. Trabajo de grado de Maestría no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
15. Meneses J (1997). *Optimización de estructuras metálicas*. Trabajo de grado de Maestría no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
16. MICONS (2008) *Precios para la Construcción. PRECONS II*. Ministerio de la Construcción. Ciudad de La Habana. Cuba.
17. Mollinedo D. (1995). *Anteproyecto de Naves Industriales. Variante 18 m x 6 m*. Trabajo de grado de Maestría no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
18. Navarrina Martínez, F. (1987). *Optimización de formas continuas*. Tesis doctoral no publicada, UPC (Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona), Barcelona.
19. Negrín A. (1988). *Diseño óptimo de estructuras de hormigón armado a flexo compresión*. Tesis de grado de Doctor en Ciencias Técnicas no publicado. Instituto de Ingeniería de la Construcción de Kiev, Ucrania.
20. Negrín A. (2005) *Un enfoque general sobre diseño óptimo de estructuras*. *Boletín Estadístico de la Construcción*. Cámara Hondureña de la Construcción. Tegucigalpa, Honduras, 12-14.
21. Negrín A. (2007). *Comportamiento de Estructuras de Concreto*. Monografía para curso de Diseño Estructural, UNITEC, Tegucigalpa, Honduras.
22. Negrin H; A. y Negrín M; A. (2009). *Fundamentos del diseño óptimo de estructuras. Primera parte*. Portal digital de arqhys.com. Consultado el 10 de diciembre, 2009, En:<http://www.arqhys.com/noticias/2009/09/fundamentos-del-diseno-optimo-de.html>
23. Nilson H. A. (2000). *Diseño de Estructuras de Concreto Reforzado*. México: Ed. Limusa, 604 p.
24. Payá I. (2007). *Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado*. Tesis de grado de Doctor, Universidad Politécnica de Valencia, España.
25. Payá I., González-Vidosa y Yepes V (2008). *Influencia del empleo de vigas planas y del tipo de hormigón en el diseño óptimo de pórticos de edificación*. *Revista Hormigón y Acero*, Edición 2008, Vol. 59 (248): 43-52) en Abril.
26. Penado, R. M. (1984). *Análisis económico de vigas rectangulares de hormigón armado en flexión*. (1^{ra} Parte). *Revista Ingeniería Estructural*, 5(1).
27. Pérez M. (2006). *Diseño óptimo de estructuras de hormigón armado*. *Monografía*. Trabajo de grado de Maestría no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
28. Quevedo G., Lima R. y Bien Trang (1983) *Rectangularidad económica en cimentaciones superficiales aisladas*. *Revista Ingeniería Estructural ISPJAE*, Cuba 208-219.

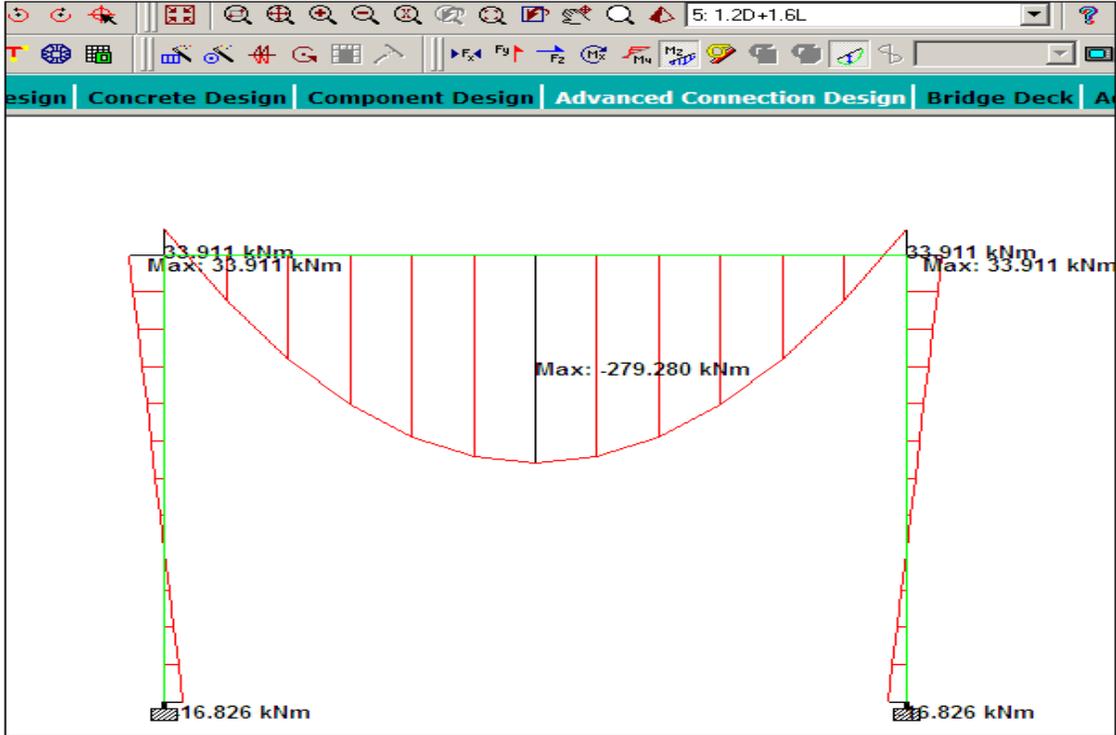
29. Quevedo G. (1994). *Diseño de Cimentaciones Superficiales. Manual del Proyectista*. Universidad central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
30. Rivero C. (1973). *Optimización de losas de hormigón armado*. Revista Ingeniería Civil, Volumen XXIV, No. 5 (Septiembre-Octubre), La Habana, Cuba 387-405.
31. Torres R. (1978). *Cálculo de secciones económicas en vigas rectangulares*. Trabajo de Diploma no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
32. Vázquez M, y Eguiguren C. (1979). *Optimización de secciones en vigas rectangulares*. Trabajo de Diploma no publicado, Universidad Central de las Villas, Santa Clara, Cuba.
33. Yepes V., González-Vidosa F., Alcalá J. y Perea C (2007). *A parametric study of optimum Herat-retaining walls by Simulated Annealing*. Engineering Structures. Available online at www.sciencedirect.com
34. Yepes V., González-Vidosa F., Alcalá J., Perea C., y Payá I. (2008). *Optimization of Reinforced Concrete Structures by Simulated Annealing*. Simulated Annealing, Book edited by: Cher Ming Tan, P-420, Tech Education and Publishing, Vienna, Austria.

AREXOS

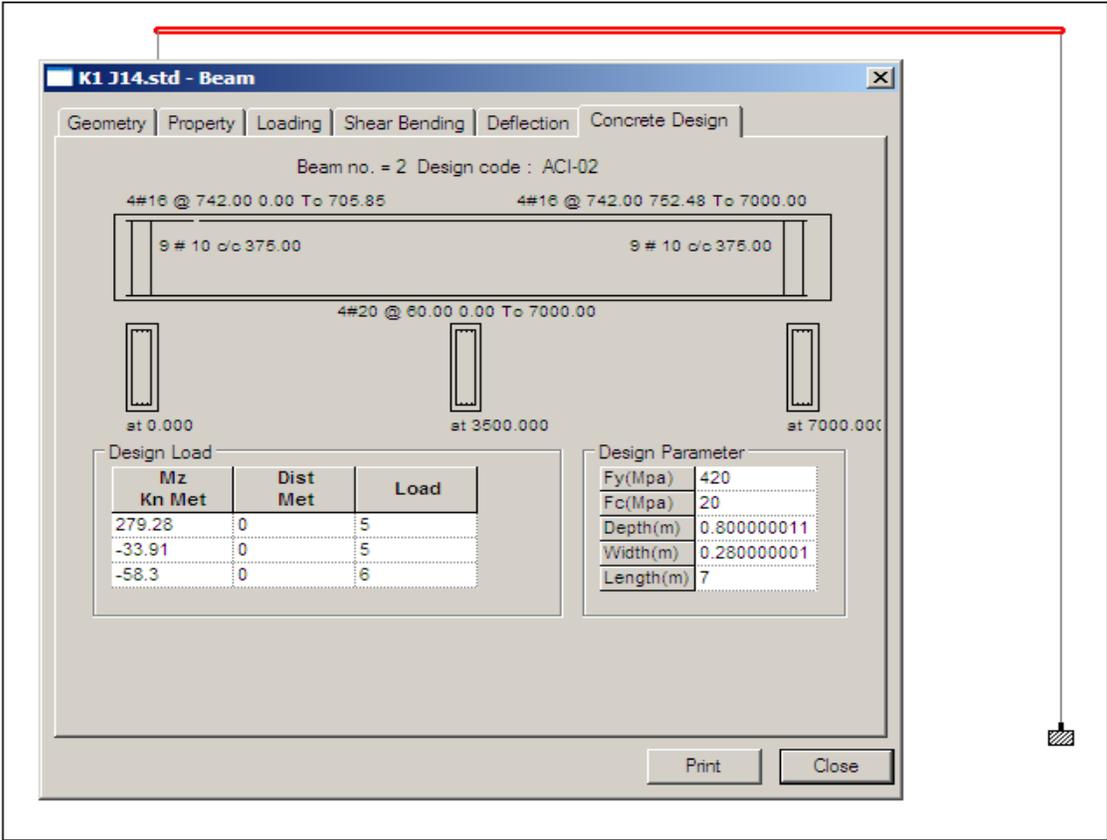
ANEXO 1: MODELACIÓN EN STAAD.PRO 2006 DE LOS PÓRTICOS.



Ejemplo de solicitaciones obtenidas para el diseño de las columnas.

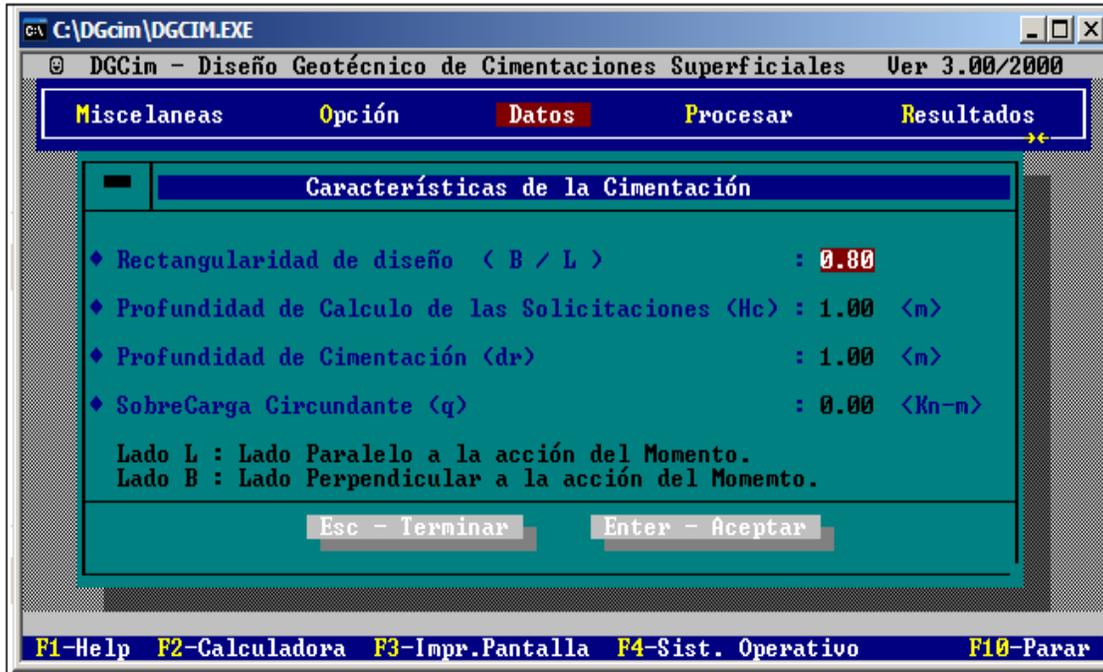


Ejemplo de solicitaciones obtenidas para el diseño de las vigas.



Ejemplo del diseño a cortante de las vigas.

ANEXO 2: DISEÑO GEOTÉCNICO DE LOS CIMIENTOS UTILIZANDO EL DGCIM.

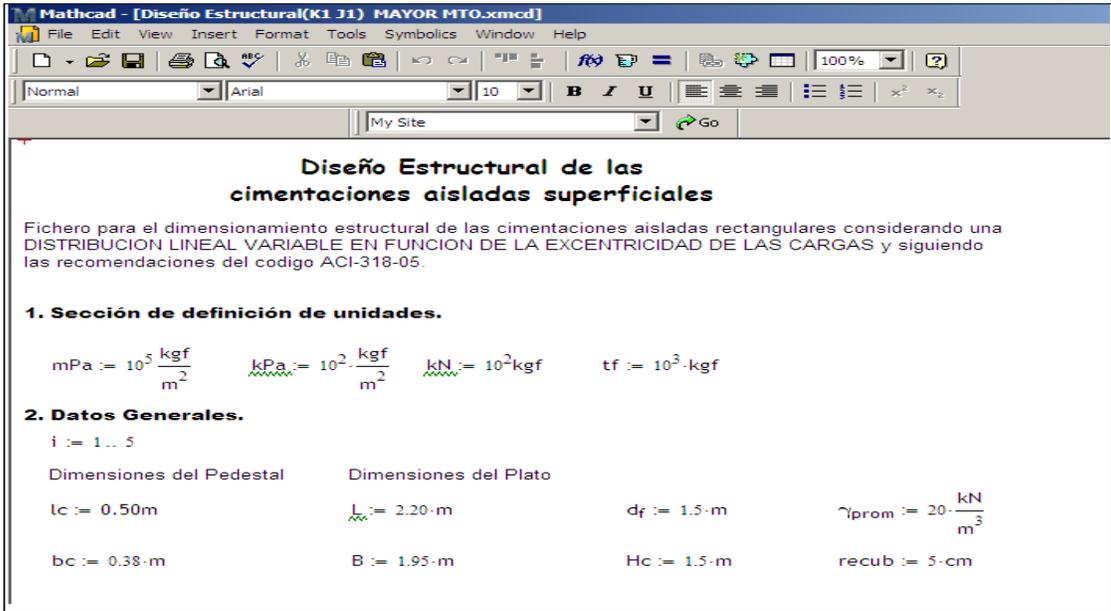


Ejemplo de la modelación de la cimentación.

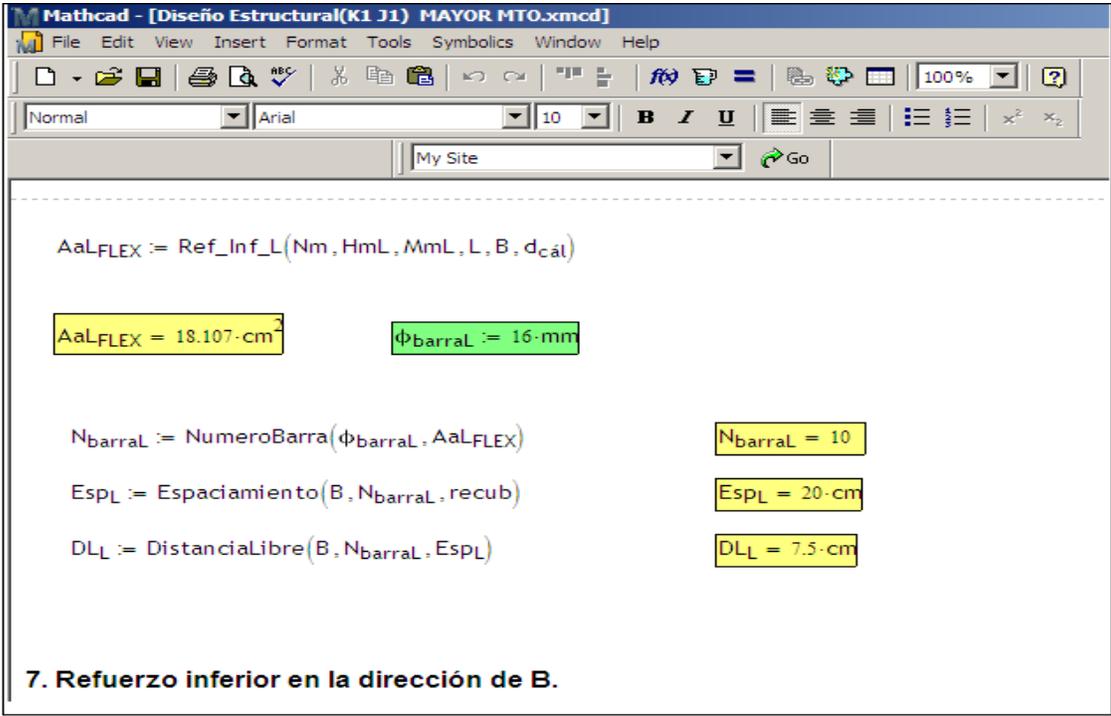


Ejemplo de los resultados del diseño geotécnico.

ANEXO 3: DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS CIMIENTOS UTILIZANDO HOJAS PROGRAMADAS EN MATHCAD.

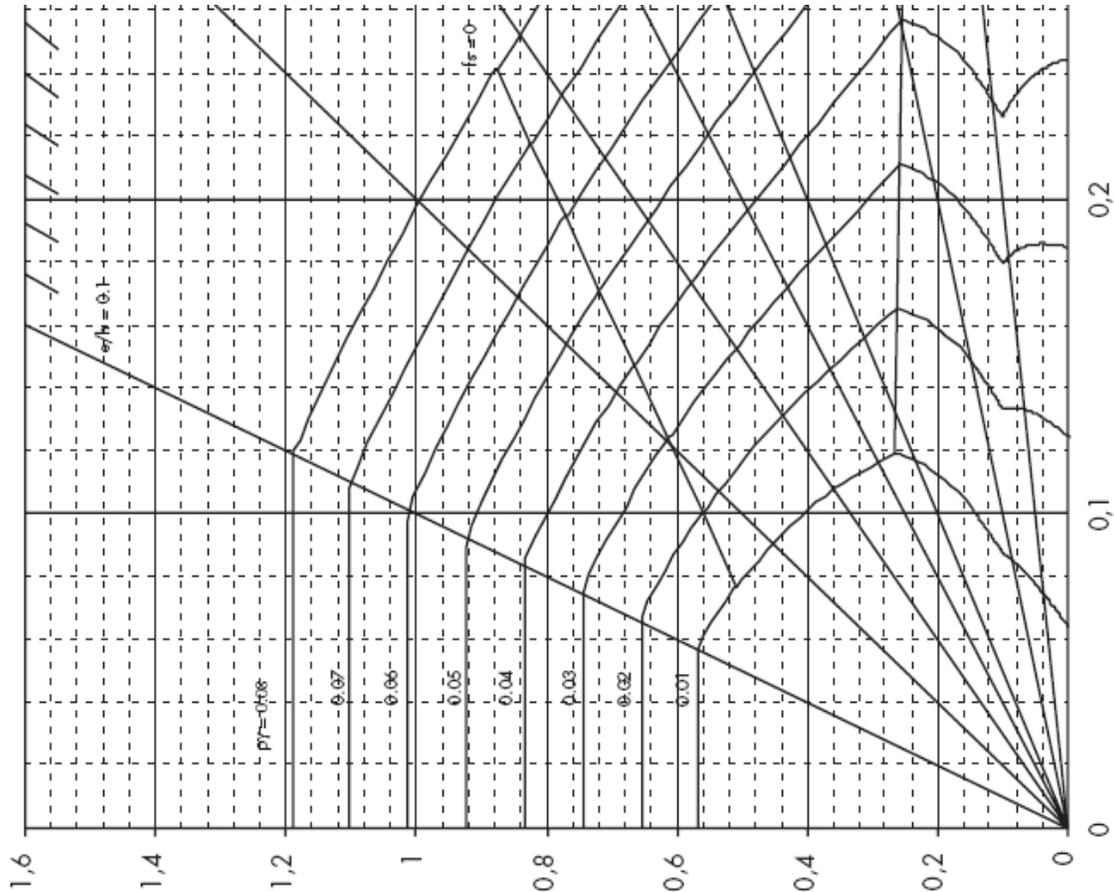


Ejemplo del inicio del diseño estructural de los cimientos.



Ejemplo de los algunos resultados obtenidos en el diseño estructural de los cimientos.

ANEXO 4: DISEÑO ESTRUCTURAL DE LAS COLUMNAS UTILIZANDO LOS ÁBACOS.



Ejemplo del diseño estructural de columnas.

Se puede obtener el área de acero requerida, al entrar con los pares ordenados:

$$\left(\frac{Pu}{f'c \cdot b \cdot h}; \frac{Mu}{f'c \cdot b \cdot h^2} \right), \text{ obteniendo la cuantía requerida.}$$

ANEXO 5: DISEÑO ESTRUCTURAL DE LAS VIGAS UTILIZANDO HOJAS EN EXCEL.

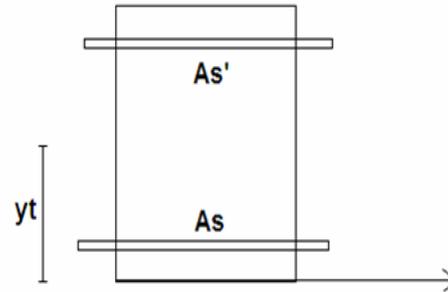
Datos de Entrada		Valores	Resultados	
Fc'(Mpa)	25	d(m) = 0.645	Wr = 0.0928	
Fy(Mpa)	420	$\mu T = 0.088$	As'(cm2) por Esp = 5.68	
recubrimiento(cm)	4	Resultados en Azul	Tipo de barra a utilizar	Cantidad
h(m)	0.70		Barras $\Phi 20$ mm	2
b(m)	0.28		As(cm2) = 9.98	
Mu+(Kn.m)	230		Tipo de barra a utilizar	Cantidad
M+(Kn.m)Sin Mayorar	186		Barras $\Phi 20$ mm	4
Carga muerta(Kn/m)	36.7		Diametro en pulgadas	3/4
Carga viva(Kn/m)	4		Distribución de Barras	
% corta duración	100		Lleva una sola camada	
% larga duración	0		Cantidad Máx de Barras en una Fila:	5
Luz de la viga(m)	7		Seleccione la distribución deseada	
Diametro del cerco	3/8		Cantidad de Barras en la 1ra Camada:	4
Suponer ds(cm)	5.5		Cantidad de Barras en la 2da Camada:	0
Suponer d'(cm)	5.5		Distribución Correcta	
Grieta permisible(mm)	0.30		ds(cm)real = 5.91	
Flecha permisible	L/240		d(cm)real = 64.10	
(Δ)cm =	2.92		d'(cm) = 5.91	
Datos Automáticos	Valores			
μ_{lim}	0.3184			
wb	0.425			
Wr = 0.75Wb	0.319			

Ejemplo del diseño a flexión de las vigas.

Chequeo de Fisuración	
Resultados	
As(cm2)real =	11.36
Cuántia geométrica =	0.0063
Coef.de equivalencia =	8.33
Zf(cm) =	57.69
Fs(Mpa) =	283.84
dc(mm) =	59.05
# de barras equiv. =	4
A(mm2) =	8267.00
af(mm) =	0.295
Cumple con la Fisuración	

Ejemplo del chequeo de fisuración.

88	Resultados para Momento Positivo		
89	$y_t(\text{cm}) = 34.42$		
90	$I_{ut}(\text{cm}^4) = 905409.92$		
91	$f_r(\text{Mpa}) = 3.10$		
92	$M_{fis}(\text{Kn.m}) = 81.55$		
93	Sección Fisurada		
94	$x(\text{cm}) = 16.92$		
95	$I_{fis}(\text{cm}^4) = 260942.99$		
96	$I_e(\text{cm}^4) = 306399.93$		
97	Resultados para Momento Negativo		
98	$y_t(\text{cm}) = 35.00$		
99	$I_{ut}(\text{cm}^4) = 870854.01$		
100	$f_r(\text{Mpa}) = 3.10$		
101	$M_{fis}(\text{Kn.m}) = 77.13$		
102	Sección no Fisurada		
103	$x(\text{cm}) = \text{No hace falta}$		
104	$I_{fis}(\text{cm}^4) = \text{No existe}$		
105	$I_e(\text{cm}^4) = 870854.01$		
106	Inercia Efectiva Ponderada = 475736.16		
107	$\Delta I_D(\text{cm}) = 0.70$		
108	$\Delta I_L(\text{cm}) = 0.08$		
109	$\Delta I_d D(\text{cm}) = 1.21$		
110	$\Delta I_d L(\text{cm}) = 0.00$		
111	$\Delta T(\text{cm}) = 1.29$		
112	Cumple con la Deformación		



Ejemplo del chequeo de deformación.

ANEXO 6: CÁLCULO DE LOS COSTOS UNITARIOS Y TOTALES UTILIZANDO HOJAS EN EXCEL.

	A	B	C	D	E
1	Descripción	UM	Cantidad	Costo Unitario	Total
2	Cimientos				
3	Excavaciones para la Cimentación(mecanizada)	m3	9.12	0.39	3.56
4	Elaboración manual de cercos				
5	De 10mm de diámetro	t	0.00524	485.65	2.54
6	De 12mm de diámetro	t		423.59	0
7	Colocación y Ensamblaje de cercos en pedestales				
8	De 10mm de diámetro	t	0.00524	196.20	1.03
9	De 12mm de diámetro	t		51.51	0
10	Elaboración manual de barras rectas				
11	De 16mm de diámetro	t	0.11299	384.85	43.48
12	De 20mm de diámetro	t		383.15	0
13	Elaboración manual barras dobladas				
14	De 16mm de diámetro	t	0.01962	393.64	7.72
15	De 20mm de diámetro	t		391.93	0
16	Colocación y Ensamblaje de barras rectas o dobladas				
17	Hasta 16mm en cimientos aislados	t	0.13261	104.74	13.89
18	Más de 16mm en cimientos aislados	t		78.22	0
19	Hormigón fundido in situ vertido con bomba(Plato)	m3	2.28	10.07	22.96
20	Hormigón de 20Mpa premezclado hecho en planta	m3		44.84	0.00
21	Hormigón de 25Mpa premezclado hecho en planta	m3	2.28	49.06	111.86
22	Hormigón de 30Mpa premezclado hecho en planta	m3		52.27	0
23	Hormigón de 35Mpa premezclado hecho en planta	m3		55.04	0
24	Rehinchos compactado mecanizadamente	m3	6.53	8.45	55.18
25	Costo de Cimentación				262.22

Ejemplo de los costos para la cimentación.

25	Costo de Cimentación				262.22
26	Columnas				
27	Encofrado Metálico para Pedestal y Columnas	m2	20.31	4.24	86.11
28	Elaboración manual de cercos				
29	De 10mm de diámetro	t	0.02988	485.65	14.51
30	De 12mm de diámetro	t		423.59	0
31	Colocación y Ensamblaje de cercos en columnas				
32	De 10mm de diámetro	t	0.02988	99.09	2.96
33	De 12mm de diámetro	t		49.31	0
34	Elaboración manual de barras rectas				
35	De 12mm de diámetro	t	0	387.48	0.00
36	De 16mm de diámetro	t	0.08046	384.85	30.97
37	De 20mm de diámetro	t	0	383.15	0.00
38	De 25mm de diámetro	t	0	383.15	0.00
39	Colocación y Ensamblaje de barras rectas o dobladas				
40	Hasta 16mm en columnas	t	0.08046	37.00	2.98
41	Más de 16mm en columnas	t	0	28.73	0.00
42	Hormigón fundido in situ vertido con bomba(Pedestal y Columnas)	m3	1.83	9.40	17.20
43	Hormigón de 20Mpa premezclado hecho en planta	m3	0	44.84	0.00
44	Hormigón de 25Mpa premezclado hecho en planta	m3	1.83	49.06	89.78
45	Hormigón de 30Mpa premezclado hecho en planta	m3		52.27	0
46	Hormigón de 35Mpa premezclado hecho en planta	m3		55.04	0
47	Costo de Columnas				244.51

Ejemplo de los costos para las columnas.

48	Vigas				
49	Encofrado Metálico para Viga	m2	11.76	6.29	73.97
50	Elaboración manual de cercos				
51	De 10mm de diámetro	t	0.02045	485.65	9.93
52	De 12mm de diámetro	t		423.59	0
53	Colocación y Ensamblaje de cercos en vigas				
54	De 10mm de diámetro	t	0.02045	99.09	2.03
55	De 12mm de diámetro	t		49.31	0
56	Elaboración manual de barras rectas				
57	De 12mm de diámetro	t	0	387.48	0.00
58	De 16mm de diámetro	t	0	384.85	0.00
59	De 20mm de diámetro	t	0.09431	383.15	36.13
60	De 25mm de diámetro	t	.0	383.15	0
61	Colocación y Ensamblaje de barras rectas o dobladas				
62	Hasta 16mm en vigas	t	0	37.00	0.00
63	Más de 16mm en vigas	t	0.09431	28.73	2.71
64	Hormigón fundido in situ vertido con bomba(Vigas)	m3	1.37	9.40	12.88
65	Hormigón de 20Mpa premezclado hecho en planta	m3	0	44.84	0.00
66	Hormigón de 25Mpa premezclado hecho en planta	m3	1.37	49.06	67.21
67	Hormigón de 30Mpa premezclado hecho en planta	m3		52.27	0
68	Hormigón de 35Mpa premezclado hecho en planta	m3		55.04	0
69	Costo de Vigas				204.86
70	COSTO TOTAL				711.59

Ejemplo de los costos para las vigas y costo total.

ANEXO 7: CÁLCULO DE LOS VOLÚMENES DE UTILIZANDO HOJAS EN EXCEL.

Cálculo de Costos			
Cimentación			
Datos:		Resultados	
L=	2.05	Exc=	4.20
B=	2.05	Cant.cercos=	2
Hc=	0.50	Long.cerco=	6.24
ht=	0.25	Peso cerco=	3.49
lc=	0.55	Barras Rectas(Plato)	
bc=	0.38	Long.barras=	70.20
No.barrasL=	9	Peso barras=	108.95
No.barrasB=	9	Barras Dobladas(Pedestal)	
		Long.barras=	8.64
		Peso barras=	13.41
		Vhgon Plato=	2.10
		Rehincho=	2.00
Columnas			
Datos:		Resultados	
b=	0.28	Venc=	18.45
hcol=	0.45	Cant cercos=	46
		Long.cerco=	53.36
		Peso cerco=	29.88
Acero Principal			
Cant barras1	Diámetro(mm)	Long.barra=	6.48
4	16	Peso barras1=	80.46
Cant barras2	Diámetro(mm)	Peso barras2=	0.00
0	16	Vhgon=	1.62

Ejemplo del cálculo de los volúmenes de trabajo para la cimentación y las columnas.

	A	B	C	D
22	Acero Principal			
23	Cant barras1	Diámetro(mm)	Long.barra=	6.48
24	4	16	Peso barras1=	80.46
25	Cant barras2	Diámetro(mm)	Peso barras2=	0.00
26	0	16	Vhgon=	1.62
27	Viga			
28	Datos:		Resultados	
29	b=	0.28	Venc=	13.16
30	hcol=	0.80	Long.cerco=	35.34
31	Cant cercos=	19	Peso cerco=	19.79
32	Acero Negativo			
33	Cant barras	Diámetro(mm)	Long.barra=	15.92
34	2	16	Peso barras=	24.71
35	Acero Positivo			
36	Cant barras	Diámetro(mm)	Long.barra=	25.80
37	4	20	Peso barras=	57.66
38			Vhgon =	1.57

Ejemplo del cálculo de los volúmenes de trabajo para las vigas.

ANEXO 8: RESULTADOS DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN DEL EJEMPLO 1 UTILIZANDO HOJAS EN EXCEL.

Matriz de Planeamiento para el ejemplo 1															
K	X(k,0)	Proced.	j	Parámetros normados					Valores de las Variables					Costo Total(\$)	
				X1	X2	X3	X4	X5	hv(cm)	hcol(cm)	F'c(Mpa)	Hc(m)	Rect.		
1	70	A	0	0	0	0	0	0	70	45	25	1	0,8	711,59	
			1	-1	-1	-1	1	1	65	40	20	1,5	0,9	762,13	
			2	1	-1	-1	-1	-1	75	40	20	0,5	0,7	674,04	
			3	-1	1	-1	-1	1	65	50	20	0,5	0,9	686,23	
			4	1	1	-1	1	-1	75	50	20	1,5	0,7	814,84	
			5	-1	-1	1	1	-1	65	40	30	1,5	0,7	826,19	
			6	1	-1	1	-1	1	75	40	30	0,5	0,9	619,88	
			7	-1	1	1	-1	-1	65	50	30	0,5	0,7	763,75	
	45	B	8	1	1	1	1	1	75	50	30	1,5	0,9	798,61	
			9	0	0	0	-1	0	70	45	25	0,5	0,8	657,41	
			10	1	-1	0	-2	1	75	40	25	0,5	0,9	646,33	
			11	1	-1	0	-3	1	***	***	***	***	***	***	
			12	1	-2	-1	-4	2	75	35	20	0,5	1	611,44	
			13	1	-2	-1	-5	2	***	***	***	***	***	***	
			14	2	-2	-1	-6	3	80	35	20	0,5	1	607,04	
			15	2	-3	-1	-7	3	80	30	20	0,5	1	597,04	
	25	B	16	2	-3	-1	-8	4	***	***	***	***	***	***	
17			3	-4	-1	-9	4	85	30	20	0,5	1	598,23		
0,8	A	1	-1	-1	-1	0	1	75	30	20	0,5	1	600,11		
		2	1	-1	-1	0	-1	85	30	20	0,5	0,9	610,87		
		3	-1	1	-1	0	-1	75	35	20	0,5	0,9	621,07		
		4	1	1	-1	0	1	85	35	20	0,5	1	616,72		
		5	-1	-1	1	0	1	75	30	25	0,5	1	597,76		
		6	1	-1	1	0	-1	85	30	25	0,5	0,9	604,66		
		7	-1	1	1	0	-1	75	35	25	0,5	0,9	618,24		
		8	1	1	1	0	1	85	35	25	0,5	1	615,73		
		30	B	9	-1	0	1	0	0	75	30	25	0,5	1	597,76
				10	-2	0	2	0	0	70	30	30	0,5	1	600,64
20	A	1	1	0	0	0	0	85	30	20	0,5	1	598,23		
		2	0	0	1	0	0	80	30	25	0,5	1	595,11		

Tabla de coeficientes bi y Li										
K	Coeficientes bi					Coeficientes li				
	X1	X2	X3	X4	X5	X1	X2	X3	X4	X5
1	-16,37	22,65	8,90	57,23	26,50	0,286	-0,396	-0,155	-1	0,463
2	1,35	7,30	-1,55	0	-3,07	-0,185	-1	0,212	0	0,42
3	1,19	0	-1,93	0	0	0,617	0	-1	0	0

ANEXO 9: RESULTADOS DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN DEL EJEMPLO 2 UTILIZANDO HOJAS EN EXCEL.

Matriz de Planeamiento para el ejemplo 2														
K	X(k,0)	Proced.	j	Parámetros normados					Valores de las Variables					Costo Total(\$)
				X1	X2	X3	X4	X5	hv(cm)	hcol(cm)	F'c(Mpa)	Hc(m)	Rect.	
1	70	A	0	0	0	0	0	0	70	45	25	1	0,8	706,93
			1	-1	-1	-1	1	1	65	40	20	1,5	0,9	731,36
	45		2	1	-1	-1	-1	-1	75	40	20	0,5	0,7	607,52
			3	-1	1	-1	-1	1	65	50	20	0,5	0,9	700,16
	25		4	1	1	-1	1	-1	75	50	20	1,5	0,7	809,52
			5	-1	-1	1	1	-1	65	40	30	1,5	0,7	767,82
			6	1	-1	1	-1	1	75	40	30	0,5	0,9	583,71
			7	-1	1	1	-1	-1	65	50	30	0,5	0,7	775,93
	1		8	1	1	1	1	1	75	50	30	1,5	0,9	771,35
			B	9	0	-1	0	-1	0	70	40	25	0,5	0,9
	10			1	-2	0	-2	1	75	35	25	0,5	1	543,50
	11			1	-3	0	-3	1	75	30	25	0,5	1	501,99
0,8		12	2	-4	0	-4	1	80	30	25	0,5	1	511,71	

Tabla de coeficientes bi y li										
K	Coeficientes bi					Coeficientes li				
	X1	X2	X3	X4	X5	X1	X2	X3	X4	X5
1	-25,40	45,82	6,28	51,59	-21,78	0,492	-0,888	-0,122	-1	0,422