



UNIVERSIDAD CENTRAL "MARTA ABREU" DE LAS VILLAS
VERITATE SOLA NOBIS IMPONETUR VIRILISTOGA. 1948

Facultad de Ingeniería Eléctrica.

Departamento de Automática y Sistemas Computacionales

Trabajo de Diploma

Título: *“Sintonía de Reguladores PID en Sistemas Multivariables”*

Autor: Luis Angel Montero Fariñas

Tutora: Ing. Maria del Carmen Hernández Carús

Santa Clara

2006

“Año de la Revolución Energética en Cuba”

CON SU ENTRAÑABLE TRANSPARENCIA



Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Departamento de Automática y Sistemas computacionales



Trabajo De Diploma

Título: Sintonía de Reguladores PID en Sistemas Multivariables

Autor: **Luis Angel Montero Fariñas**

E-mail: lfarinas@uclv.edu.cu

Tutora: **Ing. Maria del Carmen Hernández Carús**

Prof. Auxiliar, Dpto. de Automática

Facultad de Ing. Eléctrica. UCLV.

E-mail: carmem@fie.uclv.edu.cu

Santa Clara

2006

"Año de la Revolución Energética en Cuba"



Hago constar que el presente trabajo fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de las Villas como parte de la culminación de los estudios de la especialidad de Telecomunicaciones y Electrónica autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

Firma del Autor

Los abajo firmantes, certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

Firma del Tutor

Firma del Jefe de Dpto.

Donde se defiende el trabajo

Firma del Responsable de Información Científico- Técnica

Tarea Técnica

1. Estudiar diferentes métodos de ajuste de controladores aplicables a sistemas multivariados publicados en la literatura sobre el tema.
2. Escoger un grupo de ellas e implementarlas a través de varios ejemplos de diseño y comparar los resultados.
3. Determinar las condiciones en que es aplicable cada una de las metodologías estudiadas, en función de sus características y detalles de implementación.
4. Elaborar un informe con los resultados del trabajo.

Resumen

En el presente trabajo de diploma se presentan diferentes técnicas para el ajuste de reguladores PID en sistemas multivariables (MIMO). Para ello se analizan en primer lugar las características esenciales de los mismos, y en un segundo momento las premisas y conocimientos básicos que se deben tener para su implementación. Se realiza una clasificación de acuerdo a la estructura de control que utilizan, ya sea control centralizado, descentralizado o desacople. Por último, se resuelven una serie de ejemplos que permiten la comparación entre los métodos donde se comprueba que los mismos son factibles para su implementación en el análisis y resolución de ejercicios en la asignatura de Control de Procesos II

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS MULTIVARIABLES (MIMO)	3
I.1 Características de los sistemas MIMO	3
I.2 Selección de las salidas controladas	4
I.3 Selección de las variables manipuladas	4
I.4 Selección de la configuración de control.	5
I.5 Selección del tipo de controlador a utilizar	7
I.6 Matriz de ganancias relativas (RGA)	8
I.6.1 Emparejamiento con la (RGA)	9
I.7 Descomposición estructural	10
I.8 Estabilidad en lazo abierto	13
I.9 Estabilidad en lazo cerrado	13
CAPÍTULO II MÉTODOS DE SINTONÍA DE REGULADORES PID EN SISTEMAS MULTIVARIABLES	15
II.1 Control descentralizado	15
II.1.1 Métodos por reajuste de parámetros	15
II.1.1.1 Método de Shinskey- McAvoy	16
II.1.1.2 Método de Luyben (BLT)	18
II.1.2 Métodos por búsqueda de la ganancia crítica	20
II.1.3 Métodos analíticos	23
II.1.3.1 Método de Wang	23
II.1.3.2 Método de Zhang	26
II.2 Control centralizado con PID	28
II.2.1 IMC modificado	28
II.2.2 Método de Menami	30
II.3 Desacoplos	32
II.3.1 Desacoplo lineal	33
II.3.2 Descomposición SVD	36
CAPÍTULO III CASOS DE ESTUDIO	39
III.1. Análisis de diferentes métodos de sintonía	39
III.1.1 Caso de estudio 1	39
III.1.1.1 Aplicando el Método de Shinskey-McAvoy	40
III.1.1.2 Aplicando el Método de Luyben (BLT)	41
III.1. 1. 3 Utilizando desacopladores	44
III.1.2 Caso de estudio 2	46
III.1.2.1 Utilizando el Método de Shinskey-McAvoy	47
III.1.2.2 Aplicando el Método de Luyben (BLT)	48
III.1. 2. 3 Aplicando desacopladores.	51
III. 1. 3 Caso de estudio 3	52
III.1. 3.1 Aplicando el método IMC modificado	53
III.2 Conclusiones sobre los métodos analizados	55
CONCLUSIONES	58

RECOMENDACIONES	59
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60
ANEXOS	62
ANEXO 1	62

INTRODUCCIÓN

Sin lugar a dudas el estudio de los sistemas multivariables es uno de los recursos que cualquier especialista en control automático debería conocer. Aunque la inmensa mayoría de los procesos que hay que controlar son de naturaleza multivariable o sea sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO), los textos de introducción al “control automático” no obstante, suelen centrarse fundamentalmente en el estudio de los sistemas monovariables o sistemas de una entrada y una salida (SISO). Evidentemente esto supone una simplificación de la realidad que en el caso de que no existan acoplamientos o interacciones fuertes entre las variables está justificada. Sin embargo existen muchos procesos prácticos donde esta hipótesis no es posible hacerla y se impone la consideración del estudio del proceso considerando de forma conjunta todas las variables que intervienen y tratando de explotar la naturaleza multivariable del problema.

El principal objetivo al diseñar un sistema de control multivariable es llegar a una estructura que minimice la interacción que existe entre unas variables y otras. Si la interacción no estuviera presente, no habría necesidad de utilizar una estrategia de control multivariable, pero esta siempre existe y en grado muy variable.

Para tratar de establecer una estrategia de control sobre un sistema multivariable hay que comenzar con una formulación del modelo de control. Se debe conocer cómo responde el proceso en presencia de determinadas entradas antes de que se cierren los lazos. Las relaciones en estado estacionario son de suma importancia porque determinan los modos de estabilidad del proceso. Sin embargo, las características dinámicas también son importantes, porque pueden producir respuestas que el modelo en estado estacionario no predice, capaces incluso de destruir la estabilidad. La información dinámica es mucho más difícil de obtener que las ecuaciones estáticas y aquí la experiencia es la mejor maestra. Pueden ser bastante útiles las simulaciones, pero pueden llevar a conclusiones erróneas cuando se basan en suposiciones erróneas o se hayan omitido propiedades desconocidas.

La interacción en un sistema de control MIMO tiene implicaciones más allá de la mera propagación de perturbaciones entre lazos. Considérese, por ejemplo, un sistema de dos entradas y dos salidas donde se han sintonizado los controladores de forma independiente. Incluso cuando las prestaciones individuales de los dos controladores sean satisfactorias, el

sistema global se hará a veces inestable cuando ambos operen de forma conjunta. Los controladores crean, por tanto, condiciones que pueden desestabilizar un sistema.

Los sistemas MIMO son objetivos de estudio fundamental en la carrera Automática, en el quinto año de la misma los estudiantes analizan el comportamiento de los mismos, la problemática fundamental que estos presentan es la interacción entre diferentes lazos de control que puedan formarse a partir de la determinación de las estrategias de control mas adecuadas una vez que se considera una planta completa con todas las implicaciones que esta puede tener y por tanto la posibilidad de comportamiento inestable.

En el momento que se plantea este proyecto hay un número limitado de estrategias de control y ajuste de controladores en sistemas MIMO que los alumnos estudian y analizan. Con vistas a las flexibilizaciones planteadas para la ejecución del plan de estudios D que entrará en vigor en los próximos años se propone realizar un análisis de estrategias no utilizadas en la docencia hasta el momento y la posibilidad de implementarlas ya sea en asignaturas obligatorias u optativas.

En el primer capítulo de este trabajo se analizan las principales características de los sistemas multivariables, además se introducen una serie de conceptos necesarios para la posterior aplicación de los métodos de sintonía.

En el segundo capítulo se presentan una serie de estrategias para la sintonía de reguladores PID en sistemas multivariables, ellas se pueden clasificar en descentralizadas, centralizadas y desacoplos. Dentro de las primeras se encuentran los métodos por reajuste de parámetros, analíticos y de búsqueda de la ganancia critica en todas ellos se ajustan solo los controladores de la diagonal principal. La segunda clasificación incluye los métodos que usan la matriz de controladores completa. La tercera se considera un híbrido entre las dos anteriores.

En el tercer capítulo se implementan algunos de los métodos presentados en el capítulo anterior. Se realizan una serie de ejemplos que permiten llegar a conclusiones sobre cada uno de ellos

CAPÍTULO I CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS MULTIVARIABLES (MIMO)

En este capítulo se describirán algunas de las principales características de los sistemas multivariantes (MIMO), se eligen las variables controladas y manipuladas y se analiza el tipo de configuración de control a utilizar, ya sea centralizado o descentralizado y las ventajas de utilizar uno u otro. Para ello nos apoyaremos en la matriz de ganancias relativas (RGA) la cual nos permitirá decidir cual sistema de control implementar y además elegir el mejor acoplamiento entre los lazos de control. En la parte final de este apartado se analizarán las condiciones necesarias para la estabilidad del sistema global.

I.1 Características de los sistemas MIMO

Un proceso cualquiera se puede representar mediante un bloque genérico con un número determinado de entradas y de salidas como el de la figura I.1. Cuando el número de éstas es superior a la unidad se denomina, sistemas multivariable, de múltiples entradas y múltiples salidas, o simplemente sistema MIMO (del inglés, *Multiple Input Multiple Output*).

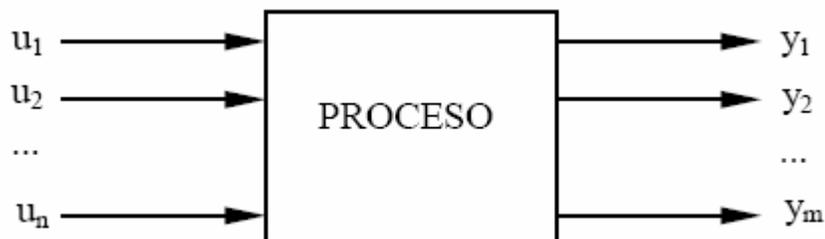


Figura I.1. Sistema de control multivariable

El control de sistemas multivariantes MIMO, es todavía uno de los más complejos problemas en gran número de aplicaciones de la ingeniería de control. Dos de las principales características que definen un sistema MIMO y lo diferencian de un sistema monovariable (SISO), son la direccionalidad y el acoplamiento. La direccionalidad en la entrada y en la salida de un sistema MIMO expresa la diferente capacidad de actuación y

medición que se puede tener según se ponderen los elementos del vector de las salidas y y el de las entradas u respectivamente.

Por otro lado el acoplamiento entre los diferentes lazos del sistema es el hecho característico de que varias salidas y_i del sistema puedan estar influidas por las entradas u_i del mismo y/o varias entradas u_i pueden influir en varias salidas y_i .

Las características de los sistemas MIMO se pueden resumir en:

- La viabilidad del control depende del proceso total, no sólo de las relaciones causa efecto de las variables individuales.
- El emparejamiento de las variables medidas y las variables controladas es una decisión de diseño.
- El número de variables manipuladas y controladas puede ser diferente.
- Los diseños de los sistemas de control multivariable son más sensibles a los errores de modelado.
- Los efectos de la interacción dificultan el diseño de los sistemas de control

I.2 Selección de las salidas controladas

Del conjunto de posibles variables de salida se eligen las que serán controladas y las que no, es decir, se decide sobre cuáles se establecerá un objetivo de control. Este paso estará condicionado por la instrumentación existente en la planta, pero si la elección se hace con total libertad puede requerir la incorporación de algún medidor, inicialmente no previsto, con el consiguiente encarecimiento de la aplicación. Lo importante de esta selección es que las variables elegidas sean independientes entre sí y constituyan un conjunto representativo de los objetivos de control.

I.3 Selección de las variables manipuladas

Del conjunto de variables de entrada hay que elegir las que son accesibles por el operador de forma manual o por el controlador de forma automatizada, y cuyo valor puede

modificarse y esta modificación sea transmitida al interior del sistema. Este paso también puede requerir la incorporación de algún actuador, inicialmente no previsto. Lo más importante de esta selección es que las variables elegidas sean independientes entre sí. También es conveniente que la selección de las variables controladas y manipuladas se haga de forma combinada.

I.4 Selección de la configuración de control.

Control multivariable centralizado o total: Incluye todas las técnicas en las que un único algoritmo de control utiliza todas las variables medidas para calcular todas las variables manipuladas de forma simultánea. Dentro de estas técnicas se encuentran los algoritmos de control cuadrático (LQR). En la figura I.3 se muestra un esquema de control centralizado.

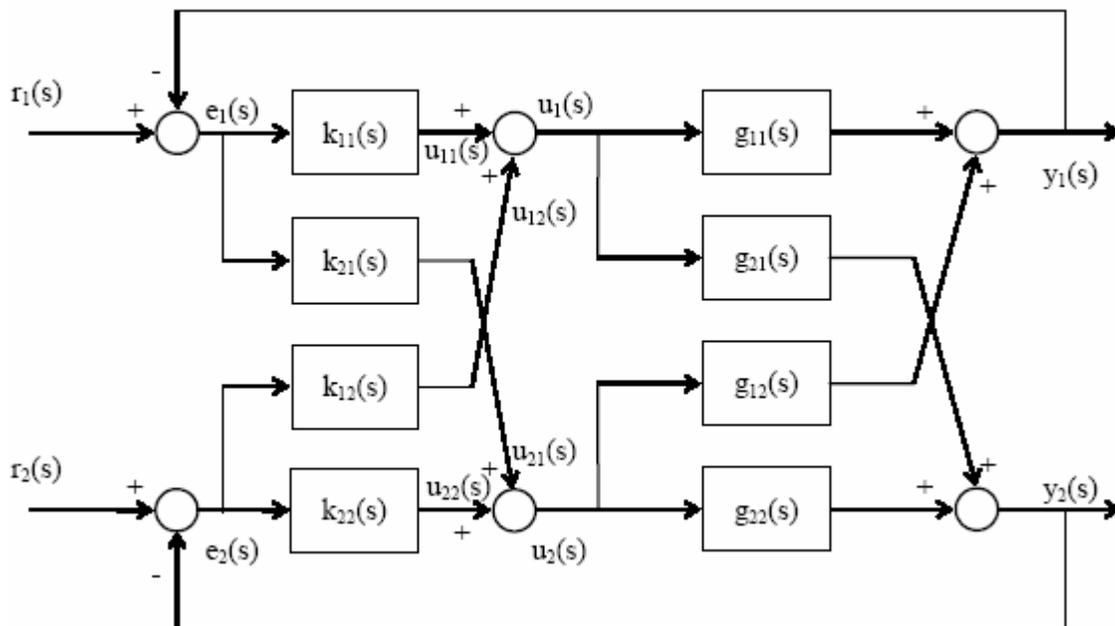


Figura I.2 sistema de control centralizado

Control descentralizado o multilazo: Corresponde a un sistema de control compuesto por controladores realimentados independientes que interconectan un subconjunto de variables de salida con otro subconjunto de variables de entrada. Estos subconjuntos no lo usa ningún otro controlador. En definitiva trata al sistema multivariable (MIMO) de n variables de

entrada como n sistemas monovariantes (SISO), aunque en el diseño de los controladores sí se tengan en cuenta la presencia de interacciones entre los distintos subsistemas.

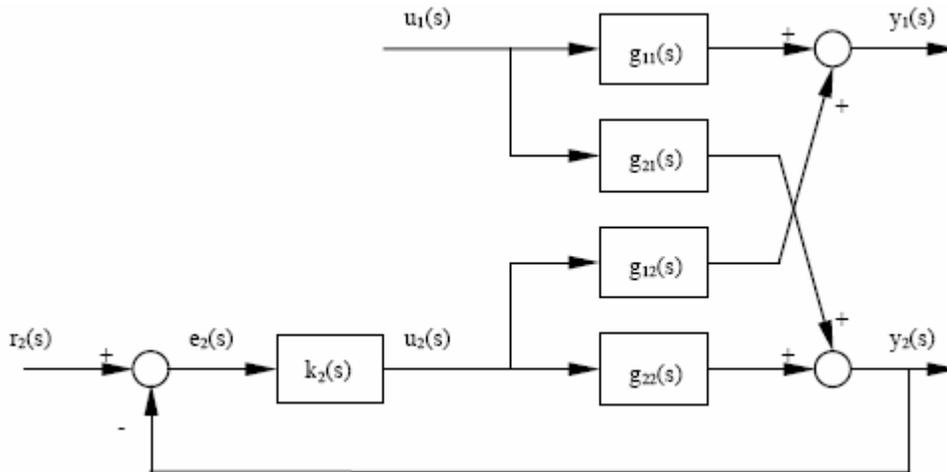


Figura I.3 sistema de control descentralizado

Aunque la decisión de usar control centralizado o descentralizado puede parecer una decisión fácil, no lo es. En cualquier proceso multivariable toda variable manipulada afectará a más de una variable controlada. Y esta influencia, denominada genéricamente interacción se manifiesta aún más cuando se cierran los lazos de control. Es necesario saber cómo afecta este tipo de interacción a la eficacia y comportamiento global del sistema, si esta interacción es excesiva parece claro que se debe emplear una estrategia como la de la figura I.2, ya que no será posible decidir emparejamientos entre variables. Tampoco se podrán emplear técnicas de ajuste propias de sistemas monovariantes (SISO) porque la descomposición del sistema MIMO de n entradas y n salidas en n sistemas SISO no estará del todo clara. En estos casos la única posibilidad es rechazar el uso de una estrategia de control descentralizado y recurrir a una de control multivariable total. Si se decide utilizar desde un primer momento esta última, el estudio de la interacción, y del emparejamiento de variables no ha de ser tan riguroso, ya que el controlador utilizará información de todas las variables controladas y actuará simultáneamente sobre todas las variables manipuladas. Pero, si por el contrario existe preferencia por emplear un control descentralizado o existen dudas sobre los beneficios de utilizar control centralizado, el análisis de la interacción será inevitable y se debe hacer de forma rigurosa. Este estudio permitirá conocer mucho más al proceso, servirá para confirmar o no la idoneidad de la elección y ayudará a ajustar el

sistema de control. Sin embargo, resulta evidente que la limitación que supone en la estructura de control el uso de una estrategia de control descentralizado, conlleva invariablemente a un deterioro de las prestaciones cuando se la compara con un control multivariable centralizado. Este sacrificio tiene que contrarrestarse con las siguientes ventajas:

1-Simplicidad del diseño: La ventaja más importante es la reducción del coste asociado a la obtención de buenos modelos de la planta, que es un prerequisite indispensable para aplicar un control multivariable. Con control descentralizado normalmente se sintoniza un controlador cada vez, con un mínimo esfuerzo de modelado, a veces en línea, seleccionando sólo unos pocos parámetros (por ejemplo la ganancia y la constante de tiempo integral en un controlador PI).

2-Tolerancia a fallos: El controlador obtenido por esta metodología puede diseñarse en muchos casos de forma que el sistema sea tolerante a fallos en los sensores o en los actuadores, de forma que no pierda la estabilidad ante cualquiera de estos eventos.

3-Facilidad para los operadores. El control descentralizado es más fácil de entender por los operadores, su sintonizado tiene un efecto directo y más localizado y tienden a ser menos sensibles a las perturbaciones.

1.5 Selección del tipo de controlador a utilizar

Ya decidida la estrategia a emplear, el último paso en el diseño es la elección del tipo de controlador, las limitaciones físicas de éste, etc. Si se ha elegido utilizar una estrategia de control descentralizada, la matriz que representa al controlador sólo tendrá un elemento por fila, y normalmente será diagonal. Cada uno de los elementos de la diagonal corresponderá a la síntesis de un controlador individual, que puede, por ejemplo, ser obtenido mediante alguno de los métodos descritos en el capítulo dos y tres. Si, por el contrario, se opta por una estrategia centralizada o multivariable total, la matriz controladora tendrá alguno de sus elementos de fuera de la diagonal con un valor no nulo. La matriz se puede obtener de una

vez, utilizando diferentes técnicas ó mediante alguno de los métodos que también se comentarán en el Capítulo dos y tres.

I.6 Matriz de ganancias relativas (RGA)

La matriz de ganancias relativas o RGA se ha convertido en una medida estándar de la interacción. Desde su introducción en 1966 su uso ha experimentado un gran progreso, siendo de obligada referencia cuando se tratan temas de control descentralizado. . Tal como la presentó Bristol, la RGA implicaba solamente consideraciones de estado estacionario, aunque algunos autores extienden el concepto a la denominada RGA dinámica. Aunque en gran parte de la literatura se presenta a la RGA como una técnica heurística, sin una base teórica fuerte, sigue siendo una de las técnicas de análisis más utilizada en control multivariable. Recientemente, se han establecido conexiones rigurosas entre la RGA y la estabilidad para sistemas de dos entradas y dos salidas a partir de sus funciones de transferencia. Pero siguiendo el desarrollo histórico se verá a continuación el significado de la RGA original, es decir, en estado estacionario.

Definición 1. Generalización n x n de la RGA: Para procesos con igual número de variables manipuladas y controladas igual o superior a dos, Bristol(1966) propone el siguiente algoritmo para calcular la matriz de ganancias relativas a partir de la matriz de ganancias en estado estacionario:

- 1-calcular la inversa de la matriz en estado estacionario.
- 2-trasponer la matriz anterior y multiplicar término a término sus elementos con los de la matriz de ganancias en estado estacionario.

Este procedimiento general se puede programar numéricamente en MATLAB mediante una sola sentencia:

$$Rga = mgett*(inv(ssgm))'$$

Donde: m_{gett} es la matriz de ganancias en estado estacionario previamente calculada.

I.6.1 Emparejamiento con la (RGA)

Bristol (1966) propuso, en el mismo trabajo donde presentó la RGA, la primera regla para emparejar las variables de entrada y de salida, formulada como sigue:

Definición 2. Regla número uno de emparejamiento: Emparejar cada variable controlada con aquella manipulada que presente la ganancia relativa mas cercana a la unidad

La regla propuesta es fácil y conveniente de usar, ya que sólo necesita información de estado estacionario, y el cálculo de la RGA. Esto es ciertamente una ventaja, ya que esta información puede obtenerse fácilmente durante la etapa de identificación del proceso. De la misma definición de la matriz de ganancias relativas se puede plantear:

Definición 3. Regla número dos de emparejamiento: Evitar emparejamientos que presenten ganancias relativas negativas

Podemos presentar el siguiente algoritmo para el emparejamiento:

1. Elegir de cada fila el elemento o elementos más próximos a la unidad, ordenándolos de mayor a menor proximidad. De esta forma se estará asociando una variable controlada a una o varias variables manipuladas.
2. Una vez obtenidos todos los posibles emparejamientos en todas las filas, elegir como definitivos aquéllos que aparezcan sólo en una fila.

3. Al estar haciendo la elección por filas, el paso 2 implica eliminar de las demás filas aquellos posibles emparejamientos en los que intervengan las variables manipuladas implicadas en la elección hecha en este punto.

4. Volver al paso 2 con las filas en las que aún no se haya realizado ningún emparejamiento. Si no existe ninguna fila en la que sólo aparezca un posible emparejamiento, habrá que elegir alguno de que satisfaga lo más posible la regla de emparejamiento número uno. Si como consecuencia de esta elección, alguna de las variables manipuladas no aparece en ninguna fila, deshacerla y elegir otra alternativa.

Sin embargo aún queda un gran problema: Aunque a minimizar la interacción, contribuye ampliamente un buen emparejamiento, puede favorecer que el sistema sea estable con todos sus lazos cerrados, este hecho no garantiza la estabilidad del sistema multivariable, llegando a la conclusión de que la RGA por sí sola no es capaz de resolver el problema anteriormente mencionado.

I.7 Descomposición estructural

Supóngase un sistema de n entradas que se va a controlar mediante una estrategia de control descentralizado, como el de la figura I.3. Se han cerrado $n-1$ lazos de control mediante $n-1$ controladores y se quiere analizar el proceso ‘visto’ desde la entrada no utilizada en la estrategia de control hasta la salida no utilizada. El esquema corresponde al de la figura I.4, donde se supone que el lazo i no está aún cerrado, y se quiere analizar el proceso de la entrada i a la salida i (supuesto el problema de emparejamiento ya resuelto, y colocadas en la diagonal las parejas de control entrada-salida).

En el esquema de descomposición estructural se denomina K_1 al controlador que cierra el lazo entre la salida i y la entrada i . Al conjunto de $n-1$ controladores cuyos lazos ya están cerrados se las denomina K_2 . De esta forma, la matriz de controladores se puede poner como:

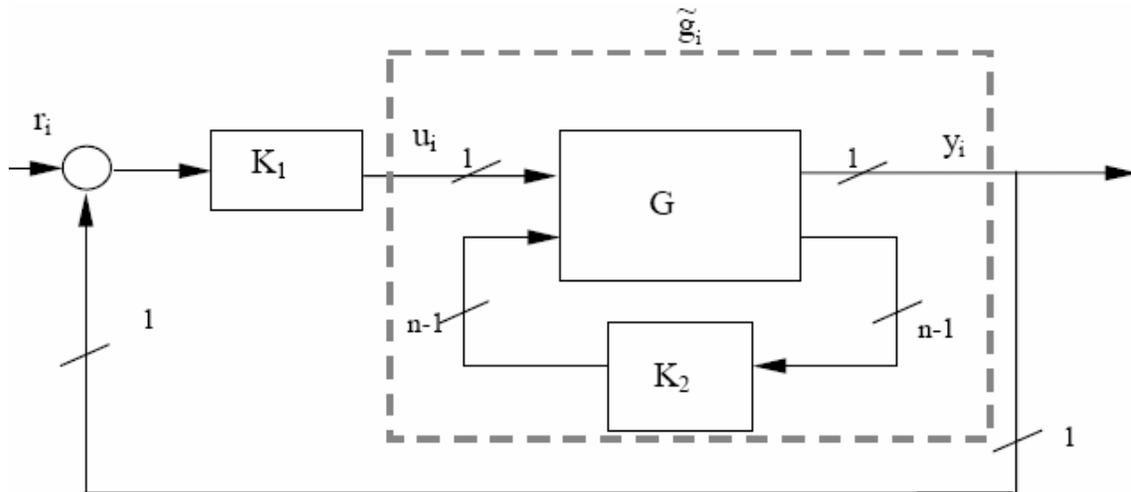


Figura I.4 descomposición estructural

$$K = \begin{pmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{pmatrix}$$

Se denomina g_{ii} al elemento (i, i) del proceso, y cuyo lazo de realimentación no está aún cerrado. Al resto de elementos de su misma fila en la matriz de funciones de transferencia del proceso se le denomina G_{12} . Al resto de elementos de la misma columna que g_{ii} se le denomina G_{21} . Y al resto de elementos de G de la diagonal principal se le denomina G_{22} . De esta forma, la matriz G se puede poner como:

$$G(s) = \begin{pmatrix} g_{ii}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{pmatrix}$$

Tal y como se muestra en la figura anterior, al proceso que resulta de cerrar los $n-1$ lazos de control y que se observa desde la entrada i a la salida i se le denomina \tilde{g}_i y se obtendría matricialmente a partir de la siguiente ecuación:

$$g(s) = g_{ii}(s) - G_{12}(s)\tilde{K}_2(s)(I + G_{22}(s)K_2(s))^{-1} G_{21}(s) \quad (3.1)$$

Donde:

g_{ii} : Es un elemento de la matriz G , es decir una función de transferencia SISO.

G_{12} : Es un vector fila de funciones de transferencia de dimensión $1 \times (n-1)$.

G_{21} : Es un vector columna de funciones de transferencia de dimensión $(n-1) \times 1$.

K_2 : Es una matriz cuadrada diagonal de dimensión $(n-1)$

I : Es la matriz identidad de orden $n-1$.

En el caso de procesos con dos entradas y dos salidas, los elementos G_{12} y G_{21} son también elementos individuales de la matriz de funciones de transferencia G , y el cálculo de los \tilde{g}_i no conlleva operaciones matriciales.

Definición 4. Funciones de transferencia $\tilde{g}_i(s)$: Sea $G(s)$ una matriz cuadrada que representa la dinámica a la que se le aplica una matriz de control diagonal $K(s)$ (control descentralizado) y donde los emparejamientos entre variables controladas y manipuladas se suponen situados en la diagonal principal. Se denomina $\tilde{g}_i(s)$ a la relación entre la entrada i y la salida i cuando se han cerrado todos los lazos menos el i .

Al contrario que una función de transferencia estándar, las funciones de transferencia \tilde{g}_i no son una propiedad intrínseca del sistema, sino que dependen de los controladores aplicados y pueden no tener una representación mediante la transformada de Laplace.

La descomposición estructural implica algunas consideraciones importantes para el control descentralizado, que a continuación se analizan. Algunas propiedades del sistema global, como la interacción, la estabilidad, etc., se pueden deducir a partir de las propiedades de los n subsistemas SISO a los que da lugar la descomposición estructural. Además, para la descomposición no se ha hecho ninguna suposición sobre G , de forma que se puede aplicar a cualquier matriz de funciones de transferencia.

I.8 Estabilidad en lazo abierto

El siguiente teorema muestra una condición de estabilidad en lazo abierto de los elementos de la descomposición estructural en lazo abierto. (Vázquez 2001)

Teorema 1: Si los elementos de G son estables en lazo abierto, y los controladores no introducen ningún polo en el semiplano derecho, cada uno de los elementos individuales son estables.

I.9 Estabilidad en lazo cerrado

Uno de los puntos importantes de la descomposición estructural es que permite dar condiciones de estabilidad en lazo cerrado similares a las de los sistema SISO (Zhu, 1996a)

Teorema 2: Un sistema con control descentralizado G es estable si y solo si las ecuaciones características de cada lazo individual

$$1 + k_i \tilde{g}_i = 0 \quad \forall i$$

no contiene ningún cero en el semiplano derecho

Obviamente, si el sistema es estable, lo serán todos sus componentes de la descomposición estructural, y viceversa. Además, la ecuación característica anterior es la misma para todos los lazos.

Aplicando el teorema de Nyquist a cada uno de los lazos individuales obtenidos en la descomposición estructural, el criterio de estabilidad queda más interesante desde el punto de vista de aplicabilidad a sistemas multivariable con control descentralizado.

Teorema 4 :Suponiendo que los elementos individuales de $G(s)$ y los subsistemas SISO independientes no contienen polos en el semiplano derecho ,el sistema con control descentralizado es estable si y solo si el contorno de Nyquist de la función de transferencia en lazo abierto equivalente $k_i \tilde{g}_i$ no tiene rodeos en sentido contrario al del camino de Nyquist del punto(-1,0),es decir

$$N(-1, k_i \tilde{g}_i)=0 \quad \forall i$$

El número de rodeos del punto crítico es cero, ya que por las hipótesis, el número de polos en el semiplano derecho de \tilde{g}_i es cero y el número de polos en el semiplano derecho del controlador es también nulo.

Consideraciones finales:

Si bien los planteamientos hechos en este primer capítulo no deben tener novedad para la mayoría de las personas que estudian esta temática y es factible encontrarlos en libros relacionados con la misma, se ha tratado de comentar algunas características, definiciones asociadas, terminología propias de los sistemas multivariables (MIMO) y aspectos necesarios a tener en cuenta por el lector para entender mejor el análisis de los métodos de sintonía.

CAPÍTULO II MÉTODOS DE SINTONÍA DE REGULADORES PID EN SISTEMAS MULTIVARIABLES

En este capítulo se presentan diversas técnicas de sintonía de controladores PID para sistemas multivariantes. Algunas de ellas son extensiones de técnicas SISO, reajustando los parámetros obtenidos en éstas, mientras que otras son técnicas puramente multivariantes, es decir, utilizan toda la información presente en la matriz de funciones de transferencia. El capítulo está dividido en tres partes: en primer lugar se analizan las técnicas de diseño cuyo objetivo consiste en la obtención de matrices de controladores PID diagonales, las que llevan implícita una estrategia de control descentralizado. Posteriormente se describen las técnicas de control centralizado, soluciones en las que la matriz de controladores es completa. Por último se incluye un apartado donde se describen los desacoplos, una solución híbrida entre las anteriores.

II.1 Control descentralizado

En este apartado se analizan, en primer lugar, dos de los métodos más ampliamente citados en la bibliografía, el de Shinskey-McAvoy y el BLT de Luyben. Estos dos se incluyen bajo el epígrafe de métodos de reajuste de parámetros. A continuación se incluye un grupo de métodos basados en la obtención de las ganancias críticas del sistema, ya sea mediante controladores proporcionales o mediante el método del relé, y con información de las dinámicas del sistema o sin ella. Por último, se describen algunos métodos analíticos.

II.1.1 Métodos por reajuste de parámetros

En este apartado se presentan el método de McAvoy-Shinskey y el BLT de Luyben. Ambos consisten en una etapa de diseño de controladores a partir de sólo los elementos de la diagonal principal de la matriz de funciones de transferencia, para posteriormente efectuar un reajuste de los parámetros de los controladores obtenidos. Este nuevo ajuste se realiza en función de algún factor utilizado, la propia ganancia relativa, en el primero de los trabajos, o el factor F , en el segundo.

II.1.1.1 Método de Shinskey- McAvoy

Uno de los primeros trabajos que trató el ajuste de los parámetros de los controladores PID para el control de sistemas multivariable fue el de McAvoy (1983), completado por Shinskey (1995). Para su descripción se tiene en cuenta la notación de la figura I.3, que representa un esquema de control descentralizado de un sistema dos por dos. La influencia que los controladores puestos en automático tienen sobre el lazo examinado, puede verse y particularizarse al caso dos por dos como:

$$\tilde{g}_1(s) = g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)k_2(s)}{1 + g_{22}(s)k_2(s)} \quad \tilde{g}_2(s) = g_{22}(s) - \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)k_1(s)}{1 + g_{11}(s)k_1(s)} \quad (2.1)$$

La primera de estas ecuaciones (2.1) puede describirse como:

$$\frac{y_1(s)}{u_1(s)} = g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)k_2(s)}{1 + g_{22}(s)k_2(s)} = g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)}{\frac{1}{k_2(s)} + g_{22}(s)} \quad (2.2)$$

Si la ganancia del controlador 2 es muy alta a la frecuencia natural del lazo 1, y con un tiempo integral relativamente corto, el término $1/k_2$ se aproxima a cero. Esta situación podría producirse, por ejemplo, si la salida y_2 fuese un caudal y la y_1 la composición. En este caso g_{11} y g_{12} tendrían las mismas dinámicas lentas y g_{21} y g_{22} las mismas dinámicas rápidas, que ya se aproximarían a $g_{21}(0)$ y $g_{22}(0)$ a la frecuencia natural del lazo 1. Entonces, se puede hacer la aproximación

$$g_{12}(s) \approx \frac{g_{12}(0)}{g_{11}(0)} g_{11}(s) \quad (2.3)$$

Con lo que la ecuación anterior puede escribirse como:

$$\frac{y_1(s)}{u_1(s)} \approx g_{11}(s) - \frac{g_{11}(s) \frac{g_{12}(0)}{g_{11}(0)} g_{21}(0)}{0 + g_{22}(0)} = g_{11}(s) \left(1 - \frac{g_{12}(0)g_{21}(0)}{g_{22}(0)} \right) = \frac{g_{11}(s)}{\lambda_{11}} \quad (2.4)$$

Esta ecuación muestra que si se sintonizara el lazo 1, su ganancia proporcional tendría que multiplicarse por un factor λ_{11} . Shinsky sugiere que si la ganancia relativa λ_{11} es menor que la unidad, la ganancia proporcional debe reducirse (al multiplicarse por λ_{11}), que no hay que reajustar cuando está próxima a la unidad, y el único problema se plantea cuando λ_{11} es mayor que uno, ya que en este caso, aunque sea necesario el reajuste, éste implica un aumento de las ganancias proporcionales, lo que podría ser perjudicial en caso de que se pusiera alguno de los lazos en manual.

Estas recomendaciones suponen un primer paso en el reajuste, y Shinsky plantea que si $g_{12}(\omega)g_{21}(\omega) < g_{11}(\omega)g_{22}(\omega)$, con ω la frecuencia crítica, será necesario un menor reajuste que el indicado anteriormente, y algo mayor en caso de que la desigualdad anterior no se cumpla. Un mayor problema se plantea en el caso de que la suposición de que el término $1/k_2$ sea próximo a cero no sea del todo cierta, o dicho de otra forma, cuando las dinámicas de los distintos lazos implicados (dos en este caso) sean similares. Para este caso Shinsky sugiere efectuar algunos retoques en los parámetros, algunos obtenidos de forma heurística, en el sentido mostrado en la tabla 2.1, que incluye el caso anterior y que se refiere a sistemas dos por dos.

Tabla II.1 Recomendaciones de reajuste de shinsky para sistemas dos por dos.

	$0 < \lambda < 1$	$1 < \lambda < \infty$
Lazos diferentes	$\mathbf{K}_p' = \mathbf{K}_p \lambda$ (para el lazo más lento)	No modificar los parámetros
Lazos similares	$\mathbf{K}_p' = \mathbf{K}_p (0.22 + 0.78 \lambda)$	$\mathbf{K}_p' = \mathbf{K}_p (\lambda (1 - \sqrt{1 - 1/\lambda}))$
	$\mathbf{T}_i' = \mathbf{T}_i / (0.22 + 0.78 \lambda)$	$\mathbf{T}_i' = \mathbf{T}_i$
	$\mathbf{T}_d' = \mathbf{T}_d / (0.22 + 0.78 \lambda)$	$\mathbf{T}_d' = \mathbf{0}$

II.1.1.2 Método de Luyben (BLT)

El procedimiento del ‘*Biggest Log-Modulus Tuning*’o BLT (Luyben, 1992) proporciona ajustes relativamente buenos para muchos procesos, aunque tienden a ser excesivamente conservadores. Sin embargo, este hecho garantiza estabilidad y sirve como banco de prueba para comparar con otros métodos de sintonía, siendo habitual encontrarlo en cualquier trabajo de sintonía multivariable.

El procedimiento es fácil de utilizar y programar, así como fácil de entender ya que está basado en una extensión simple del criterio de Nyquist para sistemas SISO. La ecuación característica de un proceso multivariable se puede escribir como:

$$EC = |I + G(S)K(S)| = 0 \quad (2.5)$$

Donde G representa la matriz de funciones de transferencia del proceso y K la del controlador. El contorno de la EC puede dibujarse en el plano complejo, de forma que el número de rodeos al origen dado por esta gráfica debe ser igual a la diferencia entre el número de ceros y el número de polos de EC en el semiplano derecho del plano s. Si el proceso es estable en lazo abierto, G no tendrá polos en este semiplano. Además si cada uno de los elementos de K es uno de los controladores típicos (P, PI, PID) tampoco éstos aportarán ningún polo inestable. Por tanto el número de rodeos debe ser igual al número de ceros de esta función en el semiplano derecho, que indica el número de polos en lazo cerrado del sistema en este semiplano.

Debido a que la forma habitual de utilizar el criterio de Nyquist para sistemas SISO es observar el número de rodeos en torno al punto (-1,0) se define W, de forma que los trazados MIMO se interpretan de forma similar a los SISO:

$$W(S) = -1 + |I + G(S)K(S)| \quad (2.6)$$

El procedimiento del BLT implica los siguientes cinco pasos:

1. En primer lugar se calculan los parámetros de control por el método de Ziegler-Nichols para cada uno de los lazos individuales, es decir para cada g_{ii} . Para ello se necesitan la frecuencia ω_{ui} y ganancias críticas K_{ui} de cada función de transferencia SISO. Si se utilizara un PI, su ganancia proporcional y su tiempo integral serían

$$K_{ZNi} = 0.45K_{Ui} \quad Ti_{ZNi} = \frac{2\pi}{1.2\omega_{ui}} \quad (2.7)$$

Si fuese un PID se utilizaría la conocida tabla de Ziegler-Nichols de forma análoga

$$K_{ZNi} = 0.6K_{Ui} \quad Ti_{ZNi} = \frac{\pi}{\omega_{ui}} \quad Td_{ZNi} = \frac{\pi}{4\omega_{ui}} \quad (2.8)$$

2. Se elige un factor de reajuste F, que debe ser siempre mayor que la unidad, comprendido generalmente entre 1.5 y 4. Se calculan las ganancias de todos los controladores K_{pi} dividiendo las ganancias de Ziegler-Nichols K_{ZNi} por el factor F,

$$K_{Pi} = \frac{k_{ZNi}}{F} \quad (2.9)$$

Todos los tiempos integrales se calculan multiplicando los de Ziegler-Nichols T_{ZNi} por el mismo factor F. Así

$$T_{li} = T_{ZNi} F \quad (2.10)$$

Los tiempos derivativos se obtendrían dividiendo de forma análoga por el factor F.

El factor F puede considerarse como un factor de reajuste que se aplica a todos los lazos. Cuanto mayor sea F, más estable será el sistema pero más lenta serán las respuestas ante cambios de consigna y ante un rechazo de perturbaciones. El método mantiene cierto compromiso entre rendimiento y estabilidad.

3. Se hace una gráfica de W utilizando los controladores resultantes del paso anterior.
4. Cuanto más cerca esté W del punto crítico $(-1,0)$ más cerca estará el sistema de la inestabilidad.

Por otra parte, la cantidad $W/(1+W)$ será similar a la función de transferencia en lazo cerrado del problema SISO. Se define el logaritmo del módulo en lazo cerrado multivariable como:

$$L_{cm}(s) = 20 \log_{10} \left[\frac{W(S)}{1+W(S)} \right] \quad (2.11)$$

Se hace una gráfica de $L_{cm}(s)$. El máximo de esta gráfica en el rango completo de frecuencias es el mayor logaritmo del módulo (BLM), L_{cm}^{\max}

5. Se hace variar el factor F hasta que L_{cm}^{\max} sea igual a $2n$ dB, siendo n el orden del sistema. Para $n = 1$, el caso SISO, se obtiene el valor familiar de 2 dB como criterio del máximo logaritmo del módulo de la función de transferencia en lazo cerrado. Para un sistema de 2×2 , se utilizarán un valor de L_{cm}^{\max} de 4 dB, para uno de 3×3 de 6 dB y así sucesivamente.

II.1.2 Métodos por búsqueda de la ganancia crítica

En el caso monovariable existe un conjunto de métodos de diseño que buscan el ajuste del controlador o de los controladores a partir de la frecuencia y amplitud de la oscilación mantenida, producida al aumentar progresivamente la ganancia de un controlador proporcional o mediante un relé (generalmente con histéresis) en la trayectoria directa del lazo de control. En los últimos años han surgido algunos trabajos que intentan extender esta metodología a los sistemas multivariables. La tarea de encontrar un procedimiento satisfactorio para obtener controladores PID mediante este método es un problema difícil (Deshpande, 1989). En general, se coloca un relé o un controlador proporcional en todos los lazos de la planta que hace oscilar al sistema. Cuando se llega a una oscilación

mantenida se determinan el periodo y la amplitud de ésta. A partir de ellas se pueden obtener los parámetros de algún controlador, como el caso PID, aplicando algunas de las fórmulas existentes, como las de Ziegler-Nichols o las de Zhuang (1994).

En la mayoría de los trabajos las diferencias estriban en cómo se cierran los relés (de forma alternativa, secuencial, simultánea,...), en cuántos puntos del diagrama de Nyquist se obtienen, y en cómo se utilizan estos puntos para obtener los parámetros de los controladores. En la literatura se sugieren tres posibles caminos para realizar el test del relé:

1. Test en lazo simple: Se realiza una realimentación con el relé en un único lazo mientras que se dejan abiertos los demás. La principal ventaja de este método es que la estructura es muy simple y el cálculo también. Sin embargo, es muy sensible a perturbaciones comparado con otros métodos debido a los lazos abiertos. También presenta el inconveniente de su dificultad para tratar con sistemas inestables en lazo abierto.

2. Test del relé secuencial: La principal idea de este método consiste en ir realizando el test del relé lazo a lazo, y cerrar un lazo con un controlador una vez que el test se ha llevado a cabo, hasta que se ha realizado con todos los lazos. El método produce menos perturbaciones en el proceso que el anterior. Se necesita más conocimiento del modelo a priori y más cálculo.

3. Test de relé descentralizado: Todos los lazos se ponen con relé simultáneamente. Al revés que en los dos métodos previos, todos los lazos se cierran durante el proceso. El método es el menos sensible a las perturbaciones. Sin embargo, los ciclos límites resultantes son complicados y las ganancias críticas difícil de obtener.

Dentro de esta metodología están trabajos como los siguientes, que utilizan información obtenida a determinadas frecuencias, para obtener una matriz diagonal de controladores.

- Niederlinski (1971). Este trabajo se encuentra más referenciado por su criterio de estabilidad que por su método de sintonía. Tiene similitudes con el BLT de Luyben pues se

basa en una extensión del método de Ziegler-Nichols SISO al caso multivariable. Manteniendo todos los lazos cerrados simultáneamente, y sólo con control proporcional se busca una n-dupla de ganancias y frecuencias críticas, a partir de las cuales se obtienen los parámetros de los PID utilizando la tabla de Ziegler-Nichols. La relación entre las ganancias críticas de los diferentes lazos guarda cierta heurística, por lo que para conseguir buenos ajustes es necesario repetir el diseño varias veces comprobando su bondad por ensayo y error. Este método no necesita ninguna información de la matriz de funciones de transferencia, estando preparado para sintonizar controladores para procesos de los que se tiene poco conocimiento, siendo apropiado como método de laboratorio.

- Zhuang (1994). Es una extensión del anterior, sustituyendo los controles proporcionales de la etapa de diseño por relés. Las amplitudes de conmutación de los relés en cada lazo están relacionadas mediante un parámetro que debe modificarse, por ensayo y error al igual que el de Niederlinski, hasta conseguir un diseño aceptable. Además presenta otra similitud importante con el anterior, ya que tampoco necesita información de la matriz de funciones de transferencia.

-En (Halevi, 1997) se propone un método basado en el de Zhuang (1994), que pone de manifiesto la problemática de encontrar la n-dupla de ganancias críticas (ya que pueden existir infinitas que hagan al sistema entrar en oscilación mantenida). Utilizando métodos gráficos permite acotar el problema, utilizando coeficientes de peso, como los anteriores, para expresar la importancia relativa de los diferentes lazos.

- En (Toh, 1993) se introduce parte de la heurística de la metodología comentada en este apartado en un sistema experto basado en reglas. Shiu (1998) divide el diseño en dos partes: una primera fase de desacoplo entre variables para minimizar la interacción, y una segunda fase con el método del relé como si fuesen n sistemas SISO independientes.

II.1.3 Métodos analíticos

El inconveniente principal de este conjunto de métodos es su coste computacional, ya que en la mayoría de los casos, la solución se obtiene mediante un proceso iterativo, como se describe a continuación. Además existe el problema de la convergencia, es decir, en qué condiciones, tanto dinámicas como iniciales, el problema tiene solución.

II.1.3.1 Método de Wang

Cualquier método de diseño que pretenda utilizar las funciones de transferencia \tilde{g}_i necesita en su desarrollo realizar ciertas iteraciones, ya que en la expresión de estas funciones se introduce el controlador obtenido en cada una de las iteraciones como se verá en los trabajos de los distintos autores que trabajan con esta metodología. Esta es la principal dificultad de estos métodos (Maciejowski, 1989), donde se parte de unos valores de los parámetros de controladores determinados de antemano de una forma predefinida, o apoyándose en otros métodos más simples, normalmente de carácter monovariable.

Wang (2000) ha presentado un método de diseño de controladores multivariables que, en principio, no requiere iteraciones. Cada lazo es visto como un proceso independiente. Los controladores se diseñan para este proceso equivalente, el $\tilde{g}_i(s)$, en vez de para las funciones de transferencia de la diagonal principal. Como las iteraciones forman parte del proceso equivalente, son tenidas en cuenta completamente a la hora de sintonizar el controlador.

Para el caso dos por dos, se ha visto anteriormente que los procesos equivalentes son los dados por las expresiones:

$$\tilde{g}_1(s) = g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)k_2(s)}{1 + g_{22}(s)k_2(s)} \quad \tilde{g}_2(s) = g_{22}(s) - \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)k_1(s)}{1 + g_{22}(s)k_1(s)} \quad (2.12)$$

En principio, los dos controladores $k_1(s)$ y $k_2(s)$ deben diseñarse para \tilde{g}_1 y \tilde{g}_2 respectivamente, pero como éstos son funciones de los primeros, en concreto, \tilde{g}_1 función de $k_2(s)$ y \tilde{g}_2 lo es de $k_1(s)$, no se puede diseñar $k_1(s)$ hasta que no se conozca $k_2(s)$ y viceversa.

Una de las posibles soluciones es la planteada por Wang. Supone las especificaciones de cada lazo formuladas mediante la función de transferencia en lazo cerrado deseada:

$$h_{di} = \frac{\omega^2}{s^2 + 2\xi_i \omega_{ni} s + \omega_{ni}^2} e^{-sL_i} \quad \text{con } i=1,2 \quad (2.13)$$

Donde h_{di} es la función de transferencia deseada para cada lazo i , y L_i , ω_{ni} y ξ_i son el retardo, la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento deseados en cada lazo i .

Entonces, las funciones de transferencia en lazo abierto correspondientes serán:

$$q_{di}(s) = \frac{h_{di}(s)}{1 - h_{di}(s)} \quad (2.14)$$

El método de diseño consiste en determinar los $k_i(s)$ para que \tilde{g}_i (función de transferencia en lazo abierto real) se aproxime lo máximo posible a q_{di} (función de transferencia en lazo abierto deseada), es decir:

$$\tilde{g}_1(s) k_1(s) = \left(g_{11}(s) - \frac{k_2(s) g_{12}(s) g_{21}(s)}{1 + k_2(s) g_{22}(s)} \right) k_1(s) = q_{d1}(s) = \frac{\omega_{n1}^2}{s^2 + 2\xi_1 \omega_{n1} s + \omega_{n1}^2 (1 - e^{-sL_1})} e^{-sL_1} \quad (2.15)$$

Y

$$\tilde{g}_2(s) k_2(s) = \left(g_{22}(s) - \frac{k_1(s)g_{12}(s)g_{21}(s)}{1 + k_1(s)g_{11}(s)} \right) k_2(s) = q_{d2}(s) = \frac{\omega_{n2}^2}{s^2 + 2\xi_1\omega_{n2}s + \omega_{n2}^2} (1 - e^{-sL2}) e^{-sL2} \quad (2.16)$$

El método conlleva los siguientes pasos:

1. En primer lugar hay que elegir los valores de ω_n , ξ y L adecuados para cada uno de los lazos, que es equivalente a dar las especificaciones de la respuesta temporal deseada. En principio no se impone ninguna restricción a estos parámetros, aunque podrían suponer respuestas incompatibles que no se pudieran conseguir en ambos lazos simultáneamente.

2. La resolución de las ecuaciones (2.15) y (2.16). Ésta presenta varios problemas, entre los que destaca el siguiente: para cada uno de los valores de la frecuencia, las ecuaciones presentan varias soluciones, pero no todas garantizan la estabilidad del sistema en lazo cerrado, por lo que hay que implementar cierta metodología de eliminación de soluciones no deseables. Para ello utiliza un criterio gráfico, que utiliza el diagrama polar de los sistemas en lazo abierto.

3. Las soluciones producidas serán, en general, irracionales. De ahí que el tercer paso del método consista en utilizar una aproximación por mínimos cuadrados para obtener una función racional cuya respuesta en frecuencia se aproxime lo máximo posible a la de la función irracional obtenida. Para ello se propone una estructura del controlador dada por

$$\hat{k} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s} \quad (2.17)$$

Cuyos parámetros habrá que obtener. En el trabajo no se hace mención al orden de esta estructura.

4. El siguiente paso es reducir la estructura dada al controlador en el paso anterior a la de un PID típico. Para ello se vuelve a utilizar una aproximación por mínimos cuadrados en el

dominio de la frecuencia. Probablemente, los pasos 3 y 4 podrían implementarse como uno solo que obtuviese el controlador con la estructura deseada, en este caso la de un PID.

II.1.3.2 Método de Zhang

En (Zhang, 2000) se muestra otro enfoque de sintonía de controladores PI, mediante asignación de polos. El problema consiste en encontrar los parámetros de los controladores PI de forma que las raíces de la ecuación característica en lazo cerrado se sitúen en las posiciones deseadas. Si la matriz de funciones de transferencia es $G(s)$ y la de controladores $K(s)$ los polos en lazo cerrado son las soluciones de la ecuación característica.

$$EC(S) = |I + G(S)K(S)| = 0 \quad (2.18)$$

Que para un sistema dos por dos viene dada por

$$1 + g_{11}(s)k_1(s) + g_{22}(s)k_2(s) + \Delta(s)k_1(s)k_2(s) = 0 \quad (2.19)$$

donde

$$\Delta(s) = g_{11}(s)g_{22}(s) - g_{12}(s)g_{21}(s) \quad (2.20)$$

Si cada uno de los dos lazos va a tener un par de polos complejos conjugados $p_i = \sigma_i \pm j\omega_i$, donde $i = 1, 2$, las funciones de transferencia de los controladores pueden obtenerse a partir de la ecuación (4.19) que se debe satisfacer en los puntos p_1 y p_2 . Así,

$$k_1(p_1) = \frac{g_{22}(p_1)k_2(p_1) + 1}{-\Delta(p_1)k_2(p_1) - g_{11}(p_1)} \quad (2.21)$$

$$k_1(p_2) = \frac{g_{22}(p_2)k_2(p_2) + 1}{-\Delta(p_2)k_2(p_2) - g_{11}(p_2)} \quad (2.22)$$

$$k_2(p_1) = \frac{g_{11}(p_1)k_1(p_1) + 1}{-\Delta(p_1)k_1(p_1) - g_{22}(p_1)} \quad (2.23)$$

$$k_2(p_2) = \frac{g_{11}(p_2)k_1(p_2) + 1}{-\Delta(p_2)k_1(p_2) - g_{22}(p_2)} \quad (2.24)$$

Además, si se utiliza un PI, las ecuaciones de $k_1(p_1)$ y $k_1(p_2)$ no son independientes, como tampoco lo son las de $k_2(p_1)$ y $k_2(p_2)$ y deben satisfacer (Aström, 1995)

$$k_1(p_1) = kp_1 + \frac{ki_1}{p_1} = kp_1 + \frac{ki_1}{\sigma_1 + j\omega_1} \quad (2.25)$$

$$k_1(p_2) = kp_1 + \frac{ki_1}{p_2} = kp_1 + \frac{ki_1}{\sigma_2 + j\omega_2} \quad (2.26)$$

$$k_2(p_1) = kp_2 + \frac{ki_2}{p_1} = kp_1 + \frac{ki_2}{\sigma_1 + j\omega_1} \quad (2.27)$$

$$k_2(p_2) = kp_2 + \frac{ki_2}{p_2} = kp_1 + \frac{ki_2}{\sigma_2 + j\omega_2} \quad (2.28)$$

El problema consiste en resolver las ocho ecuaciones no lineales con coeficientes complejos (2.21 a 2.28), que en forma general presentarán varias posibles soluciones de las que habrá que discriminar las adecuadas. Para desechar las soluciones no deseadas, Zhang utiliza un método gráfico.

II.2 Control centralizado con PID

En los anteriores apartados se han descrito algunos métodos de sintonía que trataban de sintonizar controladores PID incluidos en los elementos de la diagonal principal de una matriz de control, K . En los últimos años han surgido algunos métodos para estabilizar al sistema utilizando una matriz completa, es decir sin elementos nulos. Algunos de ellos se presentan a continuación.

II.2.1 IMC modificado

Algunos trabajos como los de Lieslehto (1996b) y Nissinen (1996) plantean adaptaciones al caso multivariable de técnicas SISO basadas en la teoría del *Internal Model Control* (IMC). Así dividen el diseño MIMO en dos tareas distintas: por un lado diseñar controladores SISO para cada uno de los emparejamientos entrada-salida de forma separada, y posteriormente obtener un controlador multivariable a partir de los anteriores mediante ciertas modificaciones.

En esta técnica, se considera un proceso de n por n cuya matriz de funciones de transferencia es

$$G(s) = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \dots & g_{1n}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \dots & g_{2n}(s) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n1}(s) & g_{n2}(s) & \dots & g_{nn}(s) \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Se pretende diseñar un controlador MIMO siguiendo el siguiente procedimiento:

1. Diseñar controladores SISO $k_{ij}(s)$ para cada una de las anteriores funciones de transferencia $g_{ij}(s)$ de forma separada de forma que:

$$g_{i1} k_{i1} = g_{i2} k_{i2} = \dots = g_{in} k_{in} = q_i \quad \forall i \quad (2.30)$$

2. Calcular al controlador MIMO a partir de

$$k(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{k_{11}(s)} & \frac{1}{k_{12}(s)} & \cdots & \frac{1}{k_{1n}(s)} \\ \frac{1}{k_{21}(s)} & \frac{1}{k_{22}(s)} & \cdots & \frac{1}{k_{2n}(s)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{1}{k_{n1}(s)} & \frac{1}{k_{n2}(s)} & \cdots & \frac{1}{k_{nn}(s)} \end{pmatrix}^{-1} \quad (2.31)$$

De esta forma, puede demostrarse que, si por ejemplo para el caso dos por dos y se eligen

$$q_1(s) = g_{11}(s)k_{11}(s) = g_{12}(s)k_{12}(s) \quad y \quad q_2(s) = g_{11}(s)k_{11}(s) = g_{12}(s)k_{12}(s) \quad (2.32)$$

Se tiene

$$G(s) K(s) (I + G(s)K(s))^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{q_1(s)}{1 + q_1(s)} & 0 \\ 0 & \frac{q_2(s)}{1 + q_2(s)} \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Así, si por ejemplo se eligen

$$q_1(s) = \frac{1}{\tau_1 s} \quad q_2(s) = \frac{1}{\tau_2 s} \quad (2.34)$$

Se obtiene

$$G(s) K(s) (I + G(s)K(s))^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 + \tau_1(s)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1 + \tau_2(s)} \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Este resultado es necesario adaptarlo al caso de controladores PI, ya que la ecuación (2.30) no garantiza que el resultado sea un PI. Para ello se eligen controladores con ecuaciones:

$$K_{ij}(s) = Kp_{ij} + Ki_{ij}/s$$

Para cada una de las anteriores funciones de transferencia $g_{ij}(s)$, para lo que habrá que calcular las matrices de parámetros del PI MIMO de forma que se verifique la ecuación (2.30). A partir de éstas, se obtiene una matriz de controladores con expresión

$$K(s) = Kp + Ki s^{-1} \tag{2.36}$$

Con

$$Kp = \left(\begin{array}{cccc} \frac{1}{Kp_{11}} & \frac{1}{Kp_{12}} & \dots & \frac{1}{Kp_{1n}} \\ \frac{1}{Kp_{21}} & \frac{1}{Kp_{22}} & \dots & \frac{1}{Kp_{2n}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{Kp_{n1}} & \frac{1}{Kp_{n2}} & \dots & \frac{1}{Kp_{nn}} \end{array} \right)^{-1} \quad Ki = \left(\begin{array}{cccc} \frac{1}{Ki_{11}} & \frac{1}{Ki_{12}} & \dots & \frac{1}{Ki_{1n}} \\ \frac{1}{Ki_{21}} & \frac{1}{Ki_{22}} & \dots & \frac{1}{Ki_{2n}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{Ki_{n1}} & \frac{1}{Ki_{n2}} & \dots & \frac{1}{Ki_{nn}} \end{array} \right)^{-1} \tag{2.37}$$

Esta es una aproximación del procedimiento de los dos pasos anteriores, basado en el hecho de que a diferentes frecuencias uno de los términos de $k(s) = Kp + Ki /s$ es dominante. A bajas frecuencias $k(s) \approx Ki /s$, mientras que a altas frecuencias $k(s) \approx Kp$.

II.2.2 Método de Menami

En el trabajo de Menani y Koivo, (Menani, 1996) se presenta un procedimiento para determinar las dinámicas de procesos multivariables desconocidos mediante una combinación de cierres de lazos secuenciales y simultáneos. Una vez que se dispone de la respuesta en frecuencia del sistema $G(\omega)$ se utiliza alguna técnica para sintonizar los PID.

El procedimiento se efectúa de la siguiente manera:

- a) Se elige una frecuencia ω_d a la que el proceso MIMO n por n se va a identificar.
- b) Se conecta la salida i con la entrada j con un relé, $i = 1 \dots n, j = 1 \dots n$. Habrá un total de n^2 conexiones posibles.
- c) Para cada lazo se elige la histéresis del relé para obtener un ciclo límite con la frecuencia dada ω_d .
- d) Si los pasos b y c no logran producir n^2 ciclos límites a la misma frecuencia, se repiten estos pasos cerrando a la vez dos lazos. Este procedimiento permite llevar a cabo $\binom{n}{2}^2$ experimentos adicionales. Si aún no se consigue se pueden cerrar simultáneamente más lazos.

De esta forma se obtiene un conjunto de n^2 ecuaciones con las que se estiman la ganancia y la frecuencia límite de las $n \times n$ funciones de transferencia, mediante las ecuaciones

$$1 + N_{ii}(a_i)g_{ii}(\omega) \quad Y \quad 1 + N_{jj}(a_j)g_{jj}(\omega) \quad (2.38)$$

Con $i = 1 \dots n, \quad j = 1 \dots n \quad e \quad i \neq j$

Donde $N(a)$ es la función descriptiva, que depende de la amplitud de la señal a en la entrada de la no-linealidad, y cuyo inverso viene dada por la ecuación

$$-\frac{1}{N(a)} = \frac{\pi}{4d} \sqrt{a^2 - \varepsilon^2} - j \frac{\pi \varepsilon}{4d} \quad (2.39)$$

Siendo d la amplitud del relé, y ε el ancho de la histéresis.

Los parámetros (ε y d) de los relés deben modificarse para lograr las oscilaciones a la misma frecuencia ω_d . Una forma de hacer esto consiste en modificar el ancho de histéresis ε_{ij} de forma iterativa.

A partir de estos puntos se obtienen los parámetros del controlador mediante algún método. En este trabajo, por ejemplo se propone

$$k(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} \quad \text{con} \quad K_p = kG^{-1}(0) \quad \text{y} \quad K_i = \rho G^{-1}(0) \quad (2.40)$$

Donde κ y ρ son dos parámetros de ajuste fino, o sustituyendo $G(0)$ por $G(\omega_b)$, como se sugiere en Maciejowski (1989) donde ω_b es el ancho de banda deseado del sistema. La frecuencia ω_d elegida para los experimentos con el relé debe elegirse, por tanto, próxima a ω_b .

II.3 Desacoplos

En anteriores apartados se han descrito, por una parte métodos de diseño utilizando estrategias de control descentralizada donde se diseñaban sólo los elementos de la diagonal principal de la matriz de control K , y por otra métodos centralizados que utilizaban las matriz de control completa. Existe una tercera vía, híbrida entre las dos anteriores en la que el diseño de un control multivariable se puede afrontar (Skogestad, 1996a) combinando un controlador diagonal $K_d(s)$ con un bloque compensador $D(s)$ también conocido como red de desacoplo, de manera que el controlador manipule las variables u'_i en vez de las u_i , como se aprecia en la figura II.1. Con esta configuración se pretende que el controlador vea al proceso como un conjunto n de procesos totalmente independientes o con la interacción minimizada con respecto a la original.

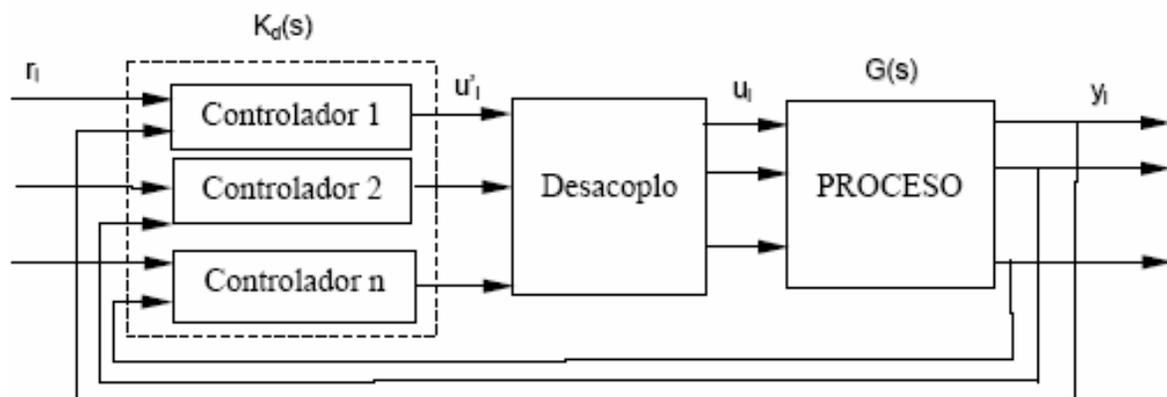


Figura II.1 Red de desacoplo con control descentralizado

La esencia del desacoplo es la imposición de una red de cálculo que cancele la interacción existente en el proceso, permitiendo el control independiente de los lazos. En teoría, puede parecer que el sistema de desacoplo necesite ser sólo un inverso del proceso para cancelar su interacción. En la práctica, la inversa no es realizable porque requeriría redes de adelanto y avances de tiempo para compensar redes de retardo y tiempos muertos. Incluso sin compensación dinámica, un desacoplo en estado estacionario posee problemas operacionales y de estabilidad.

- a) Si λ está fuera del rango $0.67 < \lambda < 1.50$ se deberá considerar el desacoplo, mediante alguno de los métodos comentados a continuación.
- b) Si λ es grande, por ejemplo $\lambda > 25$ se debe descartar el desacoplo, ya que funcionará mal y se deberán considerar otras estrategias de control.
- c) Independientemente del valor de λ puede existir una vía de interacción lo que requerirá algún tipo de desacoplo parcial.

II.3.1 Desacoplo lineal

El desacoplo lineal puede considerarse como un caso especial del uso de combinaciones de variables manipuladas. Considérese un sistema general interactuante de orden dos por dos como el de la figura II.2, en el que se muestra gráficamente la interacción entre bloques. El desacoplo lineal considera que la red de desacoplo es una matriz de funciones de transferencia $D(s)$ que da lugar al esquema general de la figura II.3. Se desea diseñar el desacoplo de forma tal que la combinación proceso-desacoplo mantenga los dos lazos como si fueran independientes. Es decir, mediante este tipo de desacoplo, a la hora del diseño, se siguen los siguientes pasos:

- a) Diseño del compensador de desacoplo, descrito por la matriz de funciones de transferencia $D(s)$ que atenúe las interacciones del proceso a controlar $G(s)$ y que facilite su control.
- b) Diseño de un controlador diagonal $K_d(s)$ (el control descentralizado) para el conjunto formado por el compensador de desacoplo y el proceso. Es decir, para el proceso descrito por la matriz de funciones de transferencia $G'(s) = G(s)D(s)$

c) El controlador multivariable resultante de este diseño estará descrito por la siguiente matriz de funciones de transferencia: $K(s) = D(s) K_d(s)$.

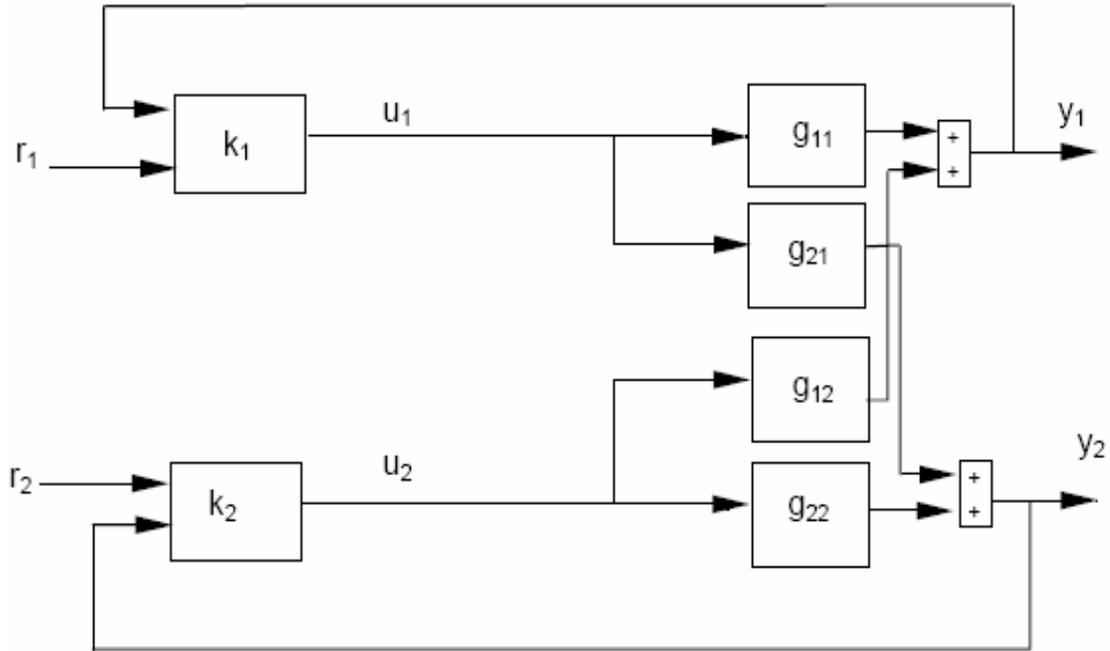


Figura II.2 sistema general dos por dos.

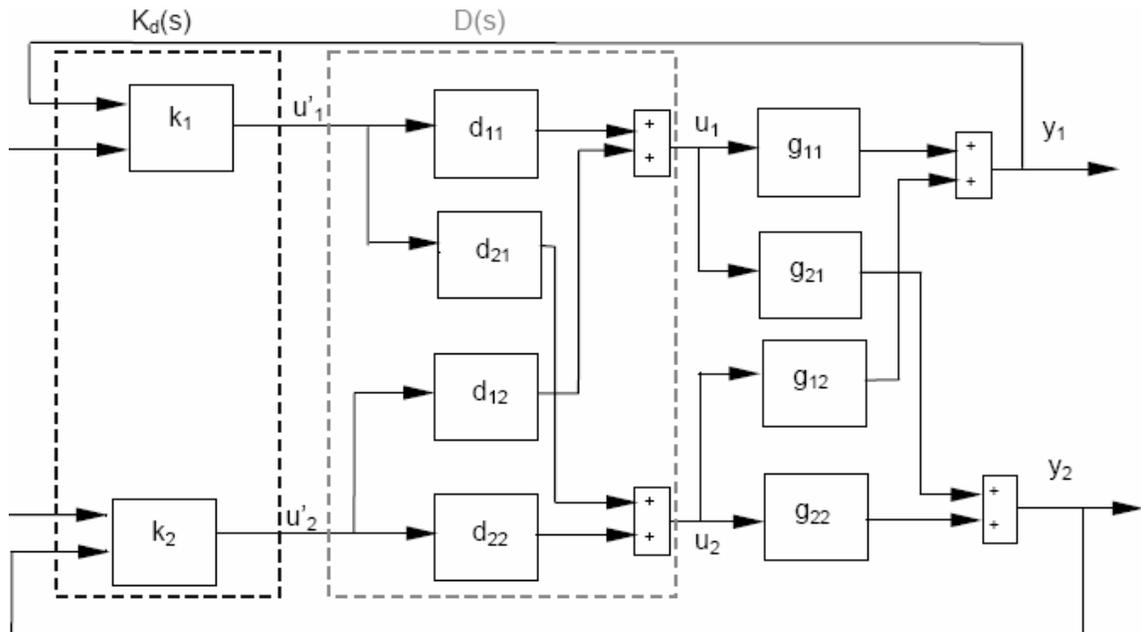


Figura II.3 sistema dos por dos con red de desacoplo.

Si el planteamiento anterior se expresa matemáticamente, las relaciones entre las dos salidas y las dos nuevas entradas vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$y_1(s) = (d_{11}(s)g_{11}(s) + d_{21}(s)g_{12}(s))u_1'(s) + (d_{12}(s)g_{11}(s) + d_{22}(s)g_{12}(s))u_2' \quad (2.41)$$

$$y_2(s) = (d_{21}(s)g_{22}(s) + d_{11}(s)g_{21}(s))u_1'(s) + (d_{12}(s)g_{21}(s) + d_{22}(s)g_{22}(s))u_2' \quad (2.42)$$

Se desea diseñar el desacoplo de forma tal que la combinación proceso-desacoplo mantenga los dos lazos como si fueran independientes. Por tanto, se busca que

$$\left. \frac{\partial y_1}{\partial u_2'} \right|_{u_1'} = 0 \quad \text{y} \quad \left. \frac{\partial y_2}{\partial u_1'} \right|_{u_2'} = 0 \quad (2.43)$$

Es decir, se debe realizar el desacoplo de forma que un cambio en la salida del controlador 1, $u_1'(s)$, produzca un cambio en $y_1(s)$ pero no en $y_2(s)$. De forma similar, un cambio en la salida del controlador 2, $u_2'(s)$, debe producir un cambio en $y_2(s)$ pero no en $y_1(s)$.

A partir de las expresiones (2.41) y (2.42), las (2.43) se traducen en las dos siguientes:

$$d_{12}(s)g_{11}(s) + d_{22}(s)g_{12}(s) = 0 \quad (2.44)$$

y

$$d_{21}(s)g_{22}(s) + d_{11}(s)g_{21}(s) = 0 \quad (2.45)$$

Se tienen dos ecuaciones y cuatro incógnitas, d_{11} , d_{12} , d_{21} y d_{22} , existiendo dos grados de libertad, lo que significa que se deben fijar dos de ellas antes de calcular el resto. Un procedimiento general es fijar d_{11} y d_{22} a la unidad. Siguiendo este procedimiento se obtiene:

$$d_{12}(s)g_{11}(s) + g_{12}(s) = 0 \quad (2.46)$$

y

$$d_{21}(s)g_{22}(s) + g_{21}(s) = 0 \quad (2.47)$$

De esta forma

$$d_{12}(s) = -\frac{g_{12}(s)}{g_{11}(s)} \quad (2.48)$$

y

$$d_{21}(s) = -\frac{g_{21}(s)}{g_{22}(s)} \quad (2.49)$$

Estas ecuaciones representan el diseño de las ecuaciones para un sistema interactuante de dos por dos, recordando que $d_{11}(s)$ y $d_{22}(s)$ son la unidad.

Cuando el orden del numerador es mayor que el denominador, se puede utilizar lo que se denominan desacoplos en estado estacionario, consiste en calcular los desacoplos de acuerdo con alguna estrategia de las antes comentadas para después aplicar únicamente la ganancia en estado estacionario de cada una de las expresiones obtenidas, de forma que los elementos d_{11} , d_{12} ,... sean sólo ganancias. Este método es el primero que se debe probar aunque, incluso aunque no se de la situación de órdenes comentada. Lógicamente, cuanto más complejas sean las dinámicas de las distintas funciones de transferencia que componen el sistema menor será la probabilidad de obtener un desacoplo en estado estacionario con éxito.

II.3.2 Descomposición SVD

Otra posibilidad de obtención de desacoplo, consiste en aprovechar las propiedades ortonormales de las matrices U y V de la descomposición en valores singulares (Desphande, 1989) de la matriz de ganancias en estado estacionario del proceso $G(0)$.

Consiste en colocar la matriz de valores singulares por la izquierda U^T entre el proceso y el controlador y la matriz de valores singulares por la derecha V entre el controlador y el proceso, con el objetivo de realizar los cambios de coordenadas correspondientes y de que el controlador mida y manipule las variables u'_i en lugar de las variables u_i , como se aprecia en la figura II.5. Con esta configuración se pretende que, al menos en el estado estacionario, el controlador vea al proceso como un conjunto de n ganancias independientes (los n valores singulares de $G(0)$).

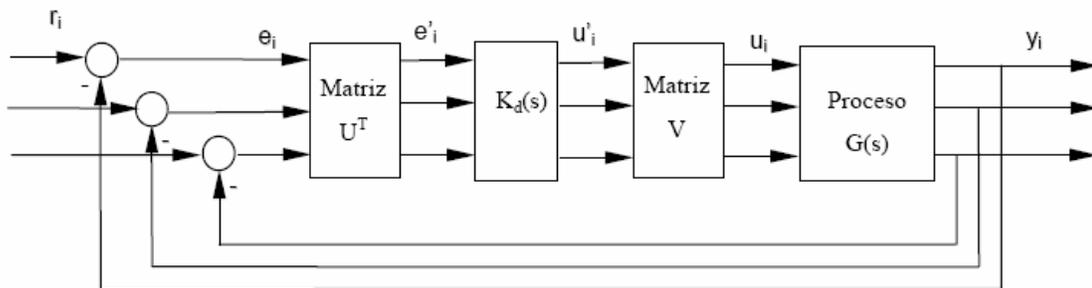


Figura II.5 Descomposición SVD

Los pasos a seguir son:

- 1) Descomposición en valores singulares de la matriz de ganancias en estado estacionario del proceso

$$G(0) = U \Sigma v^T \quad (2.50)$$

- 2) Diseño de un controlador diagonal $K_d(s)$ (control descentralizado) para el conjunto formado por el proceso y las matrices de valores singulares. Es decir para el proceso descrito por la matriz de funciones de transferencia

$$G' = U^T G(s) V \quad (2.51)$$

- 3) El controlador multivariable resultante de este diseño estará descrito por la siguiente matriz de funciones de transferencia.

$$K(s) = V K_d(s) U^T \quad (2.52)$$

Consideraciones finales:

Con la terminación de este capítulo hemos dejado clasificados, de forma general, los métodos de ajuste que consideramos que pudieran ser de mayor aplicación dentro de los cursos que sobre esta materia se imparten en la carrera de Automática, teniendo en cuenta los conocimientos previos que ellos requieren. Se comentó la metodología usada en cada uno de ellos, en el capítulo siguiente se implementan algunos de ellos.

CAPÍTULO III CASOS DE ESTUDIO

En este capítulo se realiza un análisis de algunos de los métodos de sintonía de reguladores PID descritos en el capítulo anterior a través de ejemplos que pueden servir para la comparación entre ellos. Se describen las características y posibilidades de sintonía. Para lograr estos objetivos nos apoyaremos en el MATLAB y la herramienta TITO.[ver anexo1]

III.1. Análisis de diferentes métodos de sintonía

Se utilizan tres modelos de plantas multivariables tomados del texto básico de la asignatura Control de Procesos de la carrera de Automática [Stephanopoulos], con dos de ellos se analizarán tres métodos de sintonía y con un tercero se para trabaja un cuarto método que requiere características en el modelo que los primeros no cumplen.

III.1.1 Caso de estudio 1

Ejemplo 3.1 página 545

Para regular la composición del producto destilado y de fondo de una columna de destilación se usan como variables de manipulación, el reflujo y el flujo de vapor y las siguientes relaciones se obtienen experimentalmente:

$$\bar{x}_D = \frac{0.35e^{-1s}}{(20s+1)(25s+1)} \bar{R}(s) + \frac{0.5e^{-2.5s}}{(15s+1)(10s+1)} \bar{V}(s)$$

$$\bar{x}_B = \frac{0.85e^{-2s}}{(40s+1)(50s+1)} \bar{R}(s) - \frac{0.90e^{-1s}}{(30s+1)(40s+1)} \bar{V}(s)$$

Por tanto la matriz de transferencia es:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{0.35e^{-s}}{(20s+1)(25s+1)} & \frac{0.5e^{-2.5s}}{(15s+1)(10s+1)} \\ \frac{0.85e^{-2s}}{(40s+1)(50s+1)} & \frac{-0.90e^{-s}}{(30s+1)(40s+1)} \end{pmatrix}$$

Todos los métodos involucrados en este estudio tienen como premisa la obtención de la matriz de ganancias relativas (RGA), por tanto este constituye el primer paso en el trabajo y se muestra la misma a continuación:

$$RGA = \begin{matrix} & m_1 & m_2 \\ \begin{pmatrix} -0.08 & 1.08 \\ 1.08 & -0.08 \end{pmatrix} & y_1 \\ & y_2 \end{matrix}$$

Como puede observarse el mejor acople resulta el del mando uno (reflujo de vapor $\bar{R}(s)$) con la salida dos (composición del producto de fondo \bar{x}_B) y el mando dos (flujo de vapor $\bar{V}(s)$) con la salida uno (composición del producto destilado \bar{x}_D).

III.1.1.1 Aplicando el Método de Shinskey-McAvoy

Después de elegir el mejor acople el segundo paso consiste en ajustar cada lazo de forma independiente para lograr una buena estabilidad relativa, así que tomamos como premisa que el margen de fase sea 45° , y que los reguladores estén en modo PID, para ajustar cada lazo de forma individual, se utiliza el método Morilla y Dormido (2000). (Puede usarse cualquier método de sintonía SISO)

Se obtienen los siguientes parámetros para los dos controladores:

$$\begin{matrix} Kp_1=54.28 & T_{i1}=74.88 & T_{d1}=7.48 \\ Kp_2=13.54 & T_{i2}=37.3 & T_{d2}=3.73 \end{matrix}$$

Al cerrar los lazos simultáneamente se obtiene para el lazo uno un $MF_1=37.85^\circ$ mientras que para el lazo dos el $MF_2=38.45^\circ$ como se observa las prestaciones de cada lazo SISO, aún cuando se mantienen en el rango que se considera buena la estabilidad, cambian.

Como los lazos tienen dinámicas diferentes y $\lambda=1.08$ se sugiere no modificar los parámetros de los controladores (ver la tabla II.1). En la figura III.1 se observa la respuesta del sistema cuando se cierran los lazos simultáneamente.

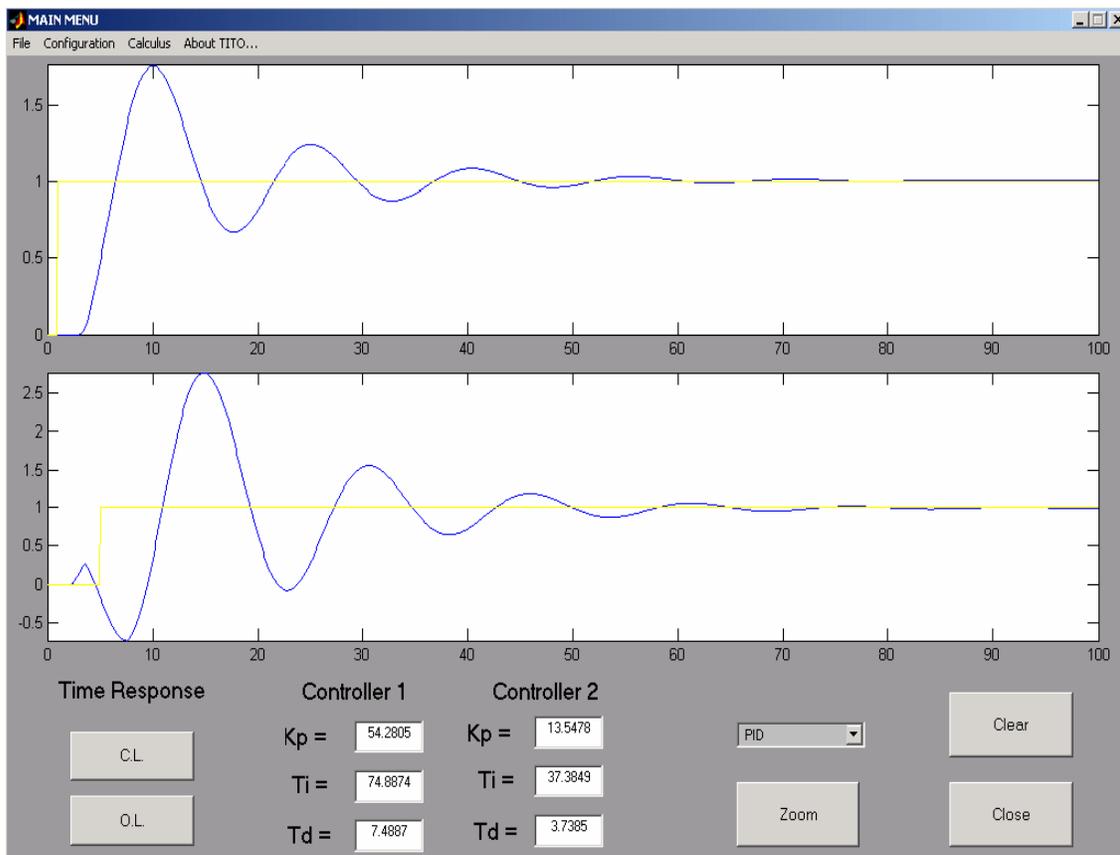


Figura III. 1 Respuesta temporal ejemplo 3.1. Método de Shinskey-McAvoy

III.1.1.2 Aplicando el Método de Luyben (BLT)

Luego de elegir el mejor acople ajustamos cada lazo de forma independiente por el método de Ziegler-Nichols.

Se obtienen los siguientes valores de ganancia y frecuencia para oscilaciones sostenidas:]

$$K_{u1}=22.07547 \text{ con } W_{u1}=0.258$$

$$K_{u2}=54.1320 \text{ con } W_{u2}=0.15$$

Como utilizaremos un regulador PI, según 2.7, se obtienen los siguientes parámetros para los controladores:

$$Kp_1=24.36 \quad T_{i1} =20.25$$

$$Kp_2=9.93 \quad T_{i2}=34.6$$

Con estos parámetros el sistema global se hace inestable, el $MF_1=-11^\circ$ y $MF_2=8.86^\circ$ (ver figura III.4), es necesario entonces hacer un proceso iterativo de nuevos cálculos de los parámetros de los controladores hasta llegar a una mejor respuesta del sistema.

Primera aproximación de F

$$F =2$$

En la figura III.2 se muestra la grafica de L_{cm} contra la frecuencia w para este valor del parámetro de reajuste. Este valor supuesto de F esta cerca del requisito de diseño de 4 dB en L_{cm} pero aun no lo cumple.

Segunda aproximación de F

$$F =2.1$$

Como podemos observar en la figura III.3, cuando $F = 2.1$ se obtiene 4 dB como altura máxima del pico resonante por lo que este valor de F cumple con el requisito de diseño. Aplicando este factor de reajuste, los parámetros de sintonización para cada lazo son:

$$Kp_2=24.36 / 2.1=11.6 \quad T_{i1}=20.25 * 2.1= 42.525$$

$$Kp_1=9.93 / 2.1=4.728 \quad T_{i2}=34.6 * 2.1= 72.66$$

Con estos nuevos valores en los parámetros de los controladores aún cuando no se alcanza en ambos lazos resultados similares en calidad, $MF_1 = 8^\circ$ y $MF_2 = 34^\circ$, la situación cambia drásticamente. En la figura III.4 se presentan las graficas ante entrada paso, del sistema antes y después de reajustar con el parámetro $F = 2.1$.

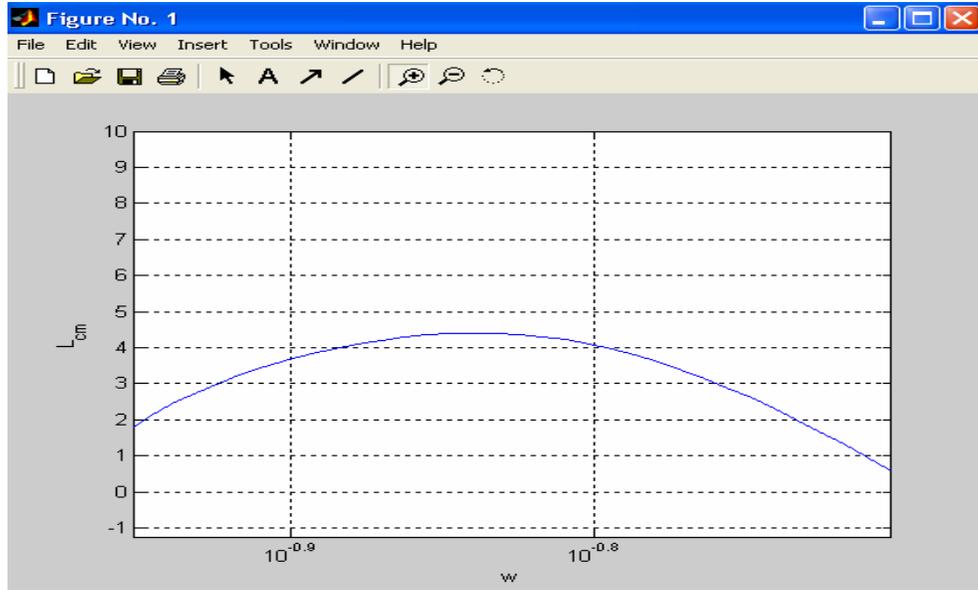


Figura III. 2: Método de Luyben, $F = 2$.

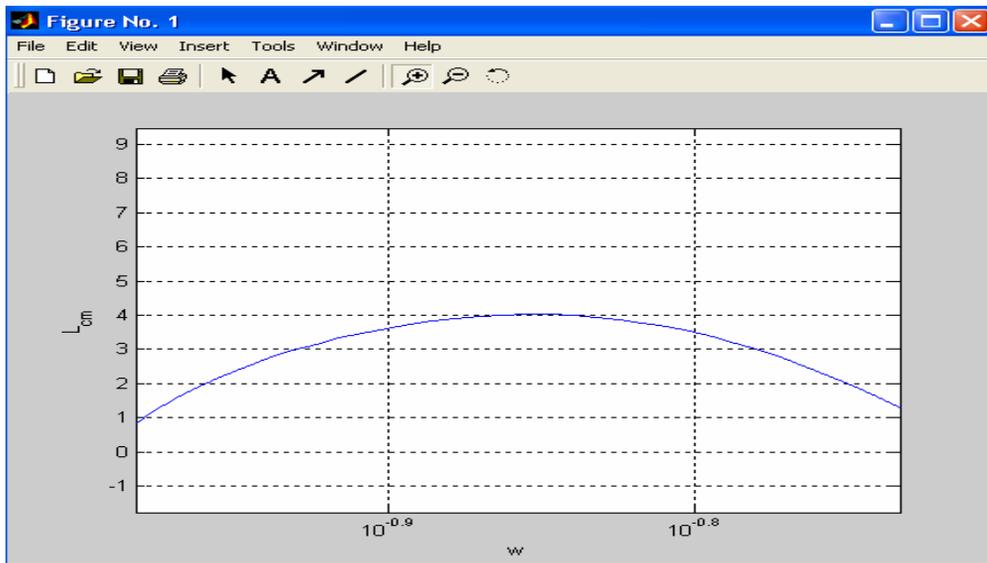


Figura III. 3: Método de Luyben, $F = 2.1$

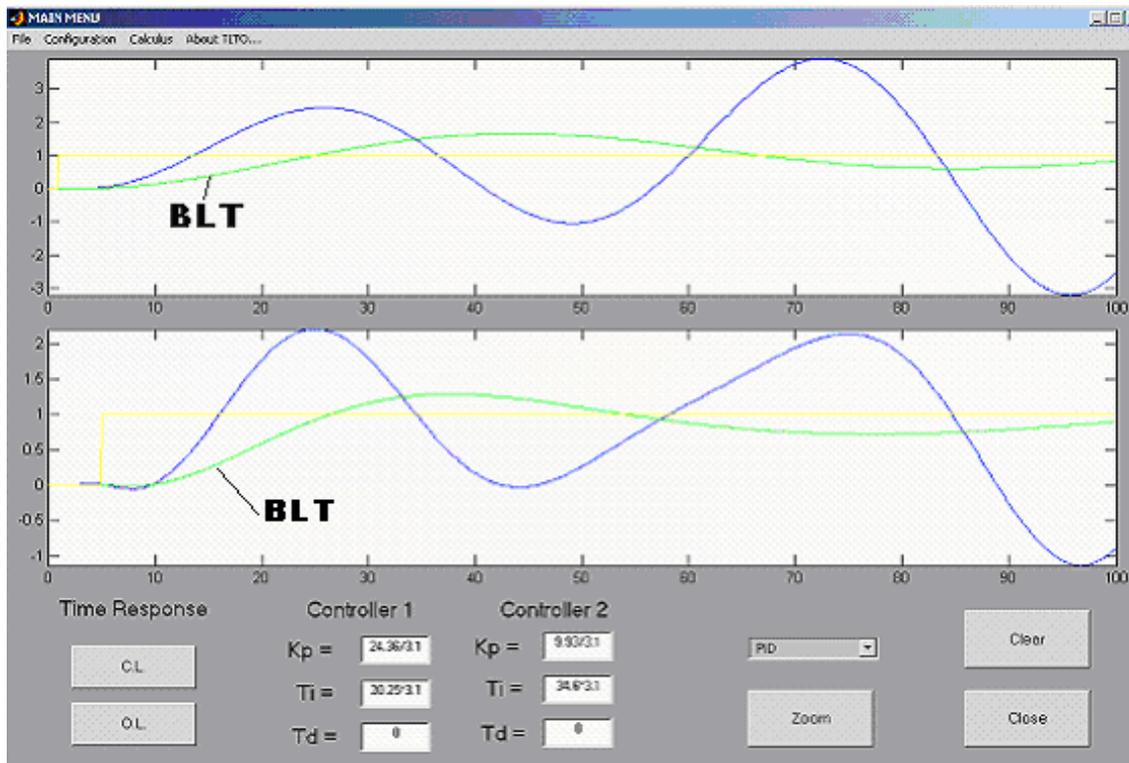


Figura III. 4 Respuesta temporal ejemplo 3.1. Método de Luyben (BLT)

III.1. 1. 3 Utilizando desacopladores

Utilizando las ecuaciones de la 2.41 a la 2.49 del capítulo anterior se calculan los desacopladores recordando que $d_{11} = d_{22} = 1$. Usamos el desacoplo en estado estacionario.

$$d_{12}(s) = -\frac{g_{12}(0)}{g_{11}(0)} = 1.05 \quad d_{21}(s) = -\frac{g_{12}(s)}{g_{22}(s)} = -0.70$$

En la figura III.5 se puede observar la estructura del desacoplo

Para concluir se aplica cualquiera de los métodos de control descentralizado que se expusieron anteriormente.

Utilizando el método de Shinskey-McAvoy con reguladores PID y margen de fase de 45° se obtienen $MF_1 = 52^\circ$ y $MF_2 = 45.4^\circ$ como se puede apreciar las especificaciones están mas cerca del diño SISO (comparando con el diseño sin desacoplo del apartado III.1.1.2) La respuesta temporal del sistema puede verse en la figura III.6.

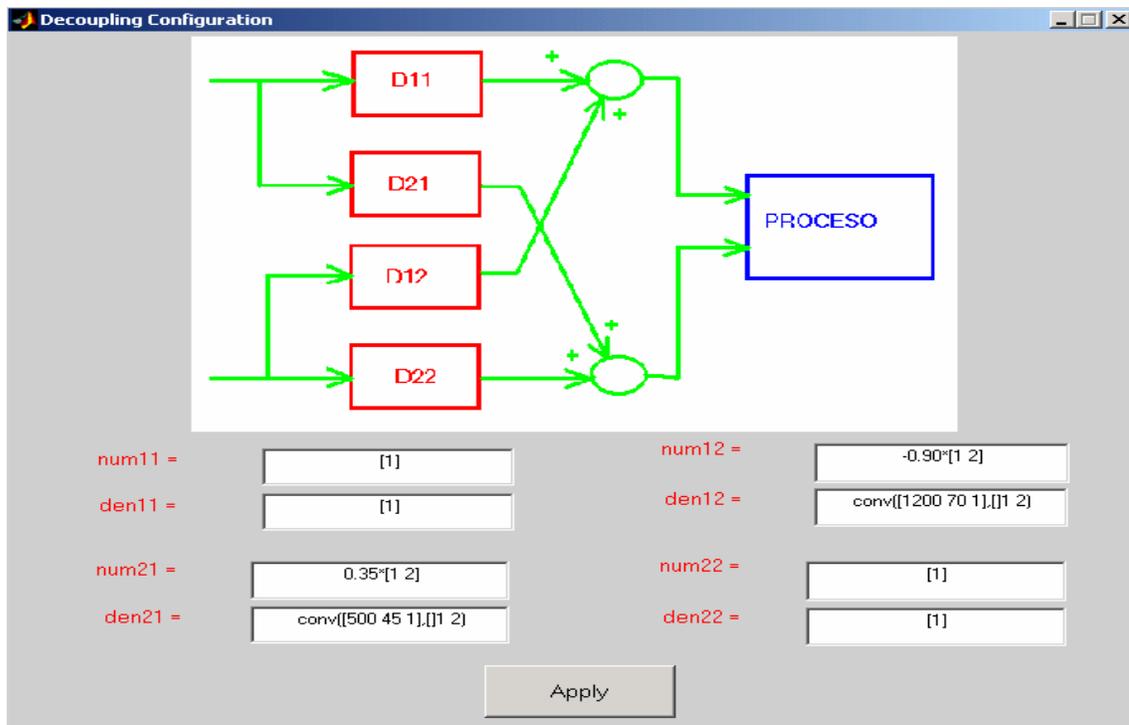


Figura III. 5 Esquema de desacople del ejemplo 3. 1.

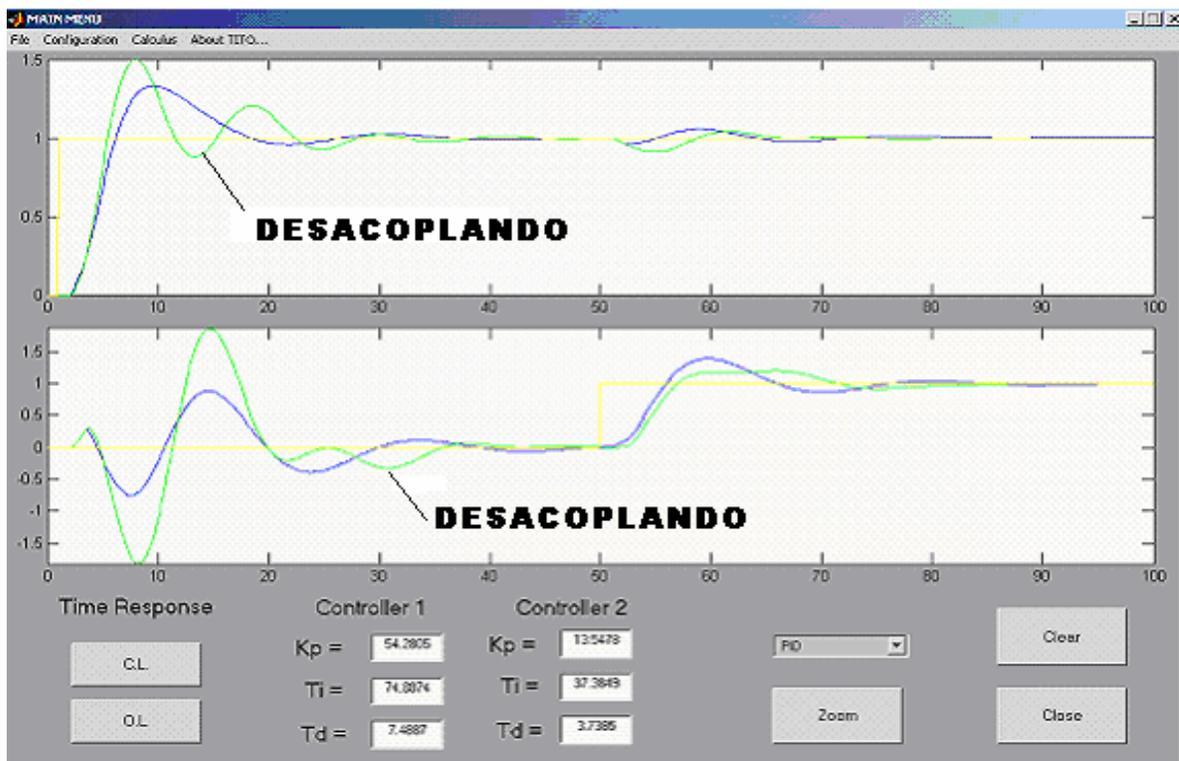


Figura III. 6 Respuesta temporal ejemplo 3.1. Desacoplando

III.1.2 Caso de estudio 2

Ejemplo 3.2 página 545

Para regular la composición del producto destilado y de fondo de una columna de destilación se usan como variables de manipulación, el reflujo y el flujo de vapor y las siguientes relaciones se obtienen experimentalmente:

$$\bar{x}_D = \frac{0.60e^{-1.1s}}{(5s+1)(2s+1)} \bar{R}(s) + \frac{0.5e^{-1s}}{(6s+1)(3s+1)} \bar{V}(s)$$

$$\bar{x}_B = \frac{0.30e^{-1.3s}}{(5s+1)(s+1)} \bar{R}(s) - \frac{0.5e^{-1s}}{(5s+1)(s+1)} \bar{V}(s)$$

Por tanto la matriz de transferencia es:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{0.60e^{-1.1s}}{(5s+1)(2s+1)} & \frac{0.5e^{-s}}{(6s+1)(3s+1)} \\ \frac{0.30e^{-1.3s}}{(5s+1)(s+1)} & \frac{-0.5e^{-s}}{(5s+1)(s+1)} \end{pmatrix}$$

Primero se calcula la RGA

$$\text{RGA} = \begin{matrix} & \begin{matrix} m_1 & m_2 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} -0.05 & 1.05 \\ 1.05 & -0.05 \end{pmatrix} & \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \end{matrix} \end{matrix}$$

Como puede observarse el mejor acople resulta el del mando uno (reflujo de vapor $\bar{R}(s)$) con la salida dos (composición del producto de fondo \bar{x}_B) y el mando dos (flujo de vapor $\bar{V}(s)$) con la salida uno (composición del producto destilado \bar{x}_D).

III.1.2.1 Utilizando el Método de Shinskey-McAvoy

Después de elegir el mejor acople el segundo paso consiste en ajustar cada lazo de forma independiente para lograr una buena estabilidad relativa, así que tomamos como referencia un margen de fase 45° , y los reguladores en modo PID, para ajustar cada lazo de forma individual, se utiliza el método Morilla y Dormido (2000). (Recordando que puede utilizarse cualquier método de sintonía de sistemas SISO)

$$\begin{aligned} Kp_1 &= 5.75 & T_{i1} &= 4.6 \\ Kp_2 &= 3.728 & T_{i2} &= 7.13 \end{aligned}$$

Cuando se cierran los lazos de forma simultanea

Se obtiene $MF_1=43.37^\circ$ y $MF_2=1.4^\circ$ respectivamente. Como se puede observar los márgenes de fase con los lazos interactuando están alejados de los obtenidos para lazos independientes.

Como la dinámica de los lazos es similar y $\lambda=1.05$ se propone seguir la siguiente relación para reajustar los controladores (ver tabla II.1):

$$Kp' = Kp \left(1 - \sqrt{1 - 1/\lambda} \right)$$

$$ti' = ti$$

De donde

$$Kp_1=4.49 \quad y \quad Kp_2=2.90$$

Para estos nuevos valores de ganancia se obtienen $MF_1= 50.5^\circ$ y $MF_2=15.17^\circ$. La estabilidad del sistema mejora aunque no se llega a las especificaciones iniciales. En la figura III.7 se puede observar el comportamiento del sistema ante una entrada paso, antes y después del reajuste.

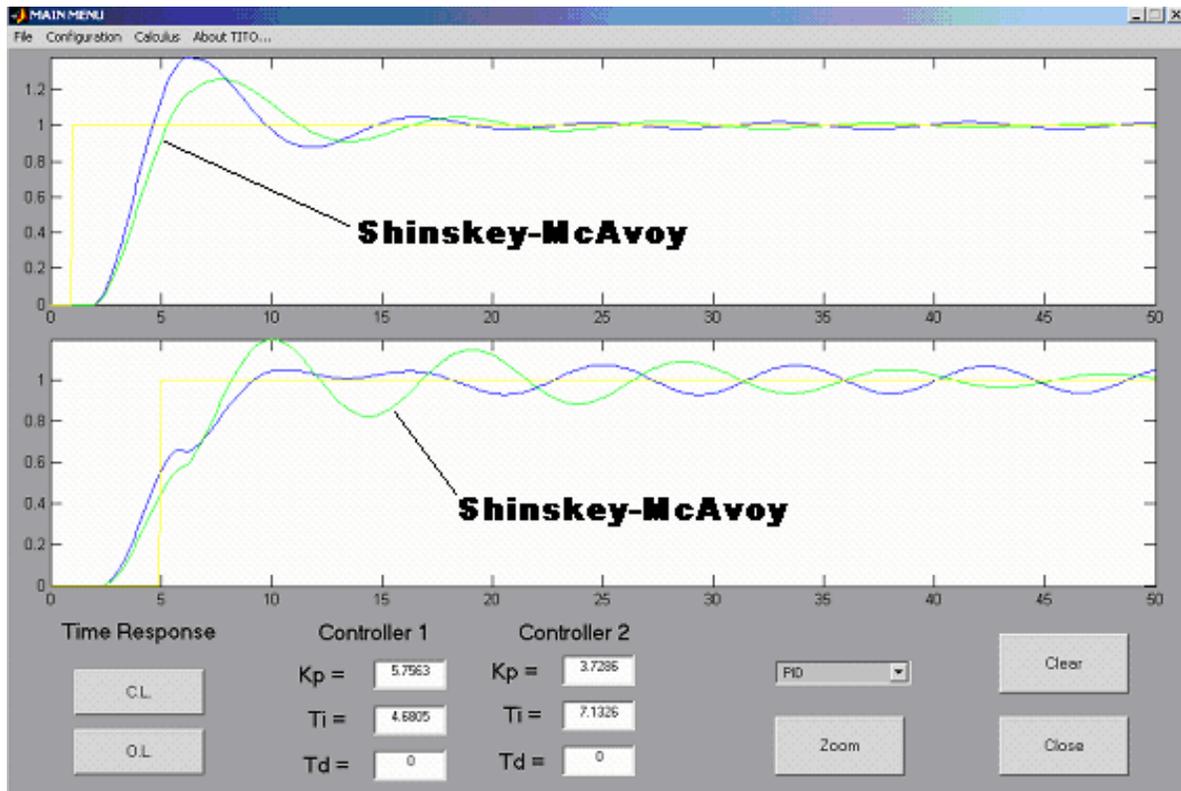


Figura III.7: Respuesta temporal ejemplo 3.2. Método de Shinskey-McAvoy

III.1.2.2 Aplicando el Método de Luyben (BLT)

Luego de elegir el mejor acople ajustamos cada lazo por el método de Ziegler-Nichols:
Se obtienen valores de ganancias de oscilaciones sostenidas

$$K_{u1} = 20.636413 \text{ con } W_{u1} = 0.899$$

$$K_{u2} = 20.222223 \text{ con } W_{u2} = 0.703$$

Utilizando un regulador PI con la ecuación 2.7 obtenemos los parámetros de los controladores

$$K_{p1} = 9.28 \quad T_{i1} = 5.86$$

$$K_{p2} = 9.1 \quad T_{i2} = 7.39$$

Con estos parámetros el sistema global se hace inestable, el $MF_1=25.61^\circ$ y $MF_2=-41.44^\circ$ (ver figura III.10), es necesario entonces hacer un proceso iterativo para calcular los nuevos parámetros de los controladores hasta llegar a una mejor respuesta del sistema.

Primero F =2.5

La figura III.8 se muestra la grafica de L_{cm} contra la frecuencia w para este valor del parámetro de reajuste. La altura del pico resonante ocurre a $L_{cm} =2$ dB a .Este valor supuesto de F esta algo alejado del requisito de diseño de 4 dB en L_{cm} .

Segundo F =3.1

Como podemos observar de la figura III.9 cuando $F = 3.1$ se obtiene 4 dB como altura máxima del pico resonante por lo que este valor de F cumple con el requisito de diseño. Aplicando este factor de reajuste, los parámetros de sintonización para cada lazo son:

$$Kp_1=9.28 / 3.1=2.993$$

$$T_{i1} =5.86 * 3.1= 18.166$$

$$Kp_2=9.1 / 3.1=2.935$$

$$T_{i2}=7.39 * 3.1= 22.9$$

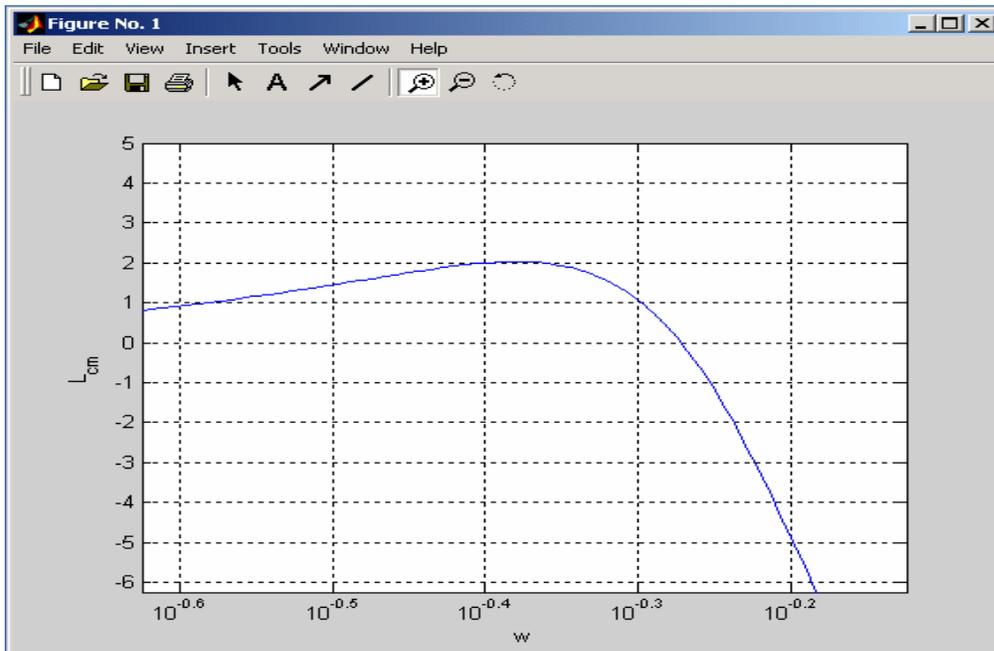


Figura III. 8: Método de Luyben, F =2.5.

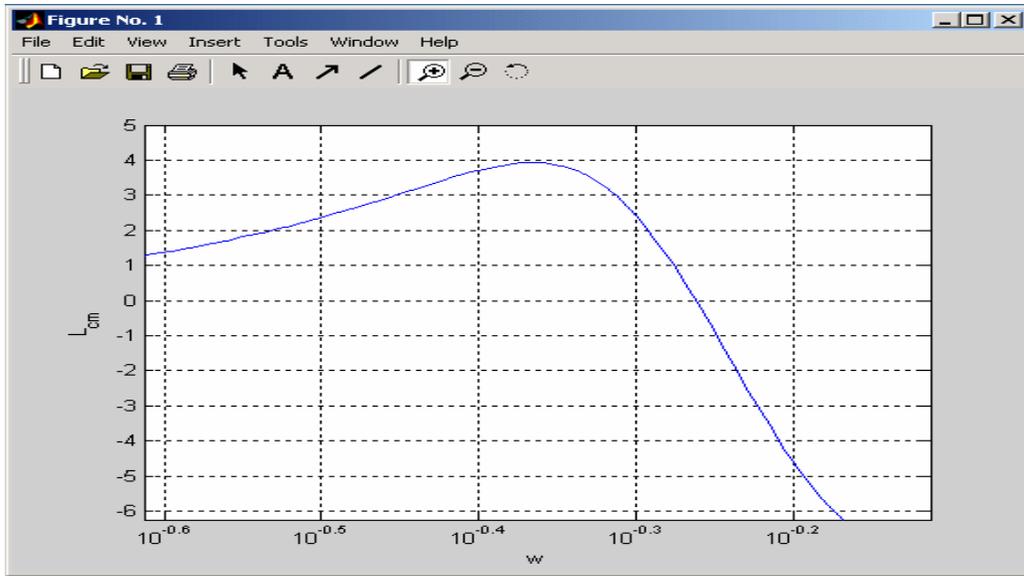


Figura III.9: Método de Luyben $F = 3.1$

Con estos nuevos valores en los parámetros de los controladores se alcanza en ambos lazos mejores resultados en calidad, $MF_1=96.87$ y $MF_2=25.07$, por lo que la situación cambia. En la figura III.10 se presentan las graficas ante entrada paso, del sistema antes y después de reajustar con el parámetro $F=3.1$.

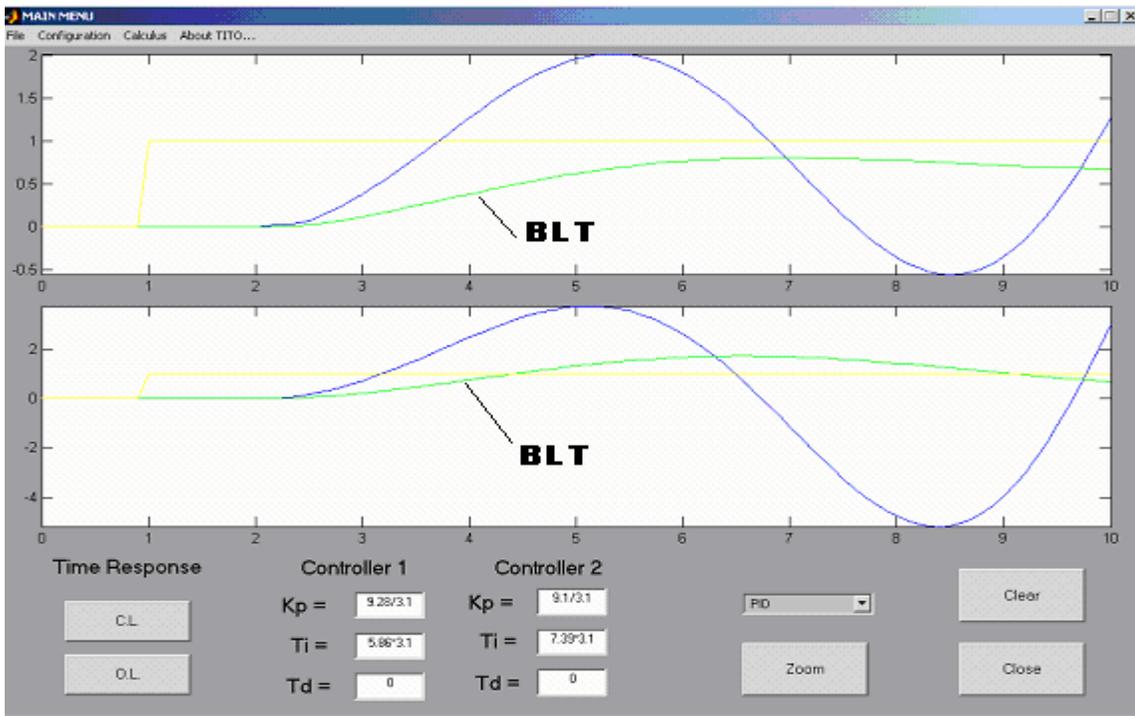


Figura III. 10 Respuesta temporal ejemplo 3.2. Método de Luyben (BLT)

III.1. 2. 3 Aplicando desacopladores.

Utilizando las ecuaciones de la 2.41 a la 2.49 del capítulo anterior se calculan los desacopladores. Usamos el desacoplo en estado estacionario recordando que $d_{11} = d_{22} = 1$.

En la figura III.9 se observa la estructura del mismo.

$$d_{12}(s) = -\frac{g_{12}(0)}{g_{11}(0)} = 1.66 \qquad d_{21}(s) = -\frac{g_{12}(s)}{g_{22}(s)} = -1.20$$

Finalmente utilizando el método Luyben (BLT), con controladores PI y un factor de reajuste $F = 3.1$ se obtiene $MF_1 = 53^\circ$ y $MF_2 = 26^\circ$.

En la figura III.10 se puede apreciar la respuesta temporal del sistema antes y después de desacoplar, como se puede ver el sistema responde mas rápidamente después del desacoplo.

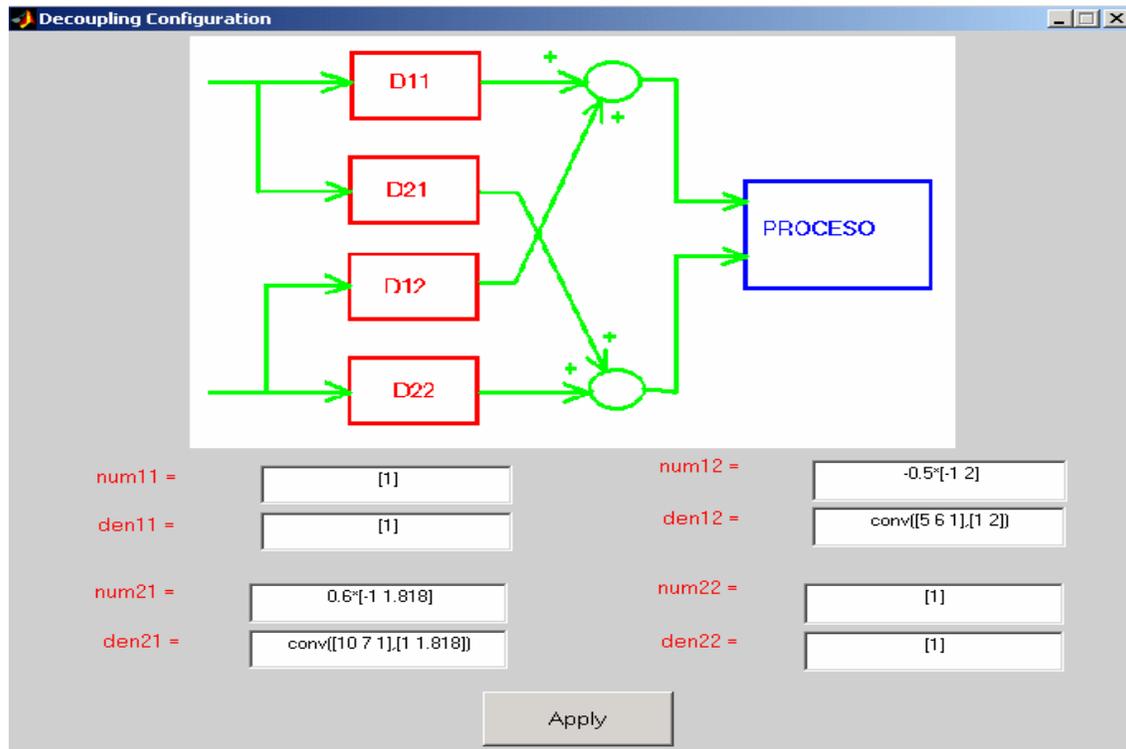
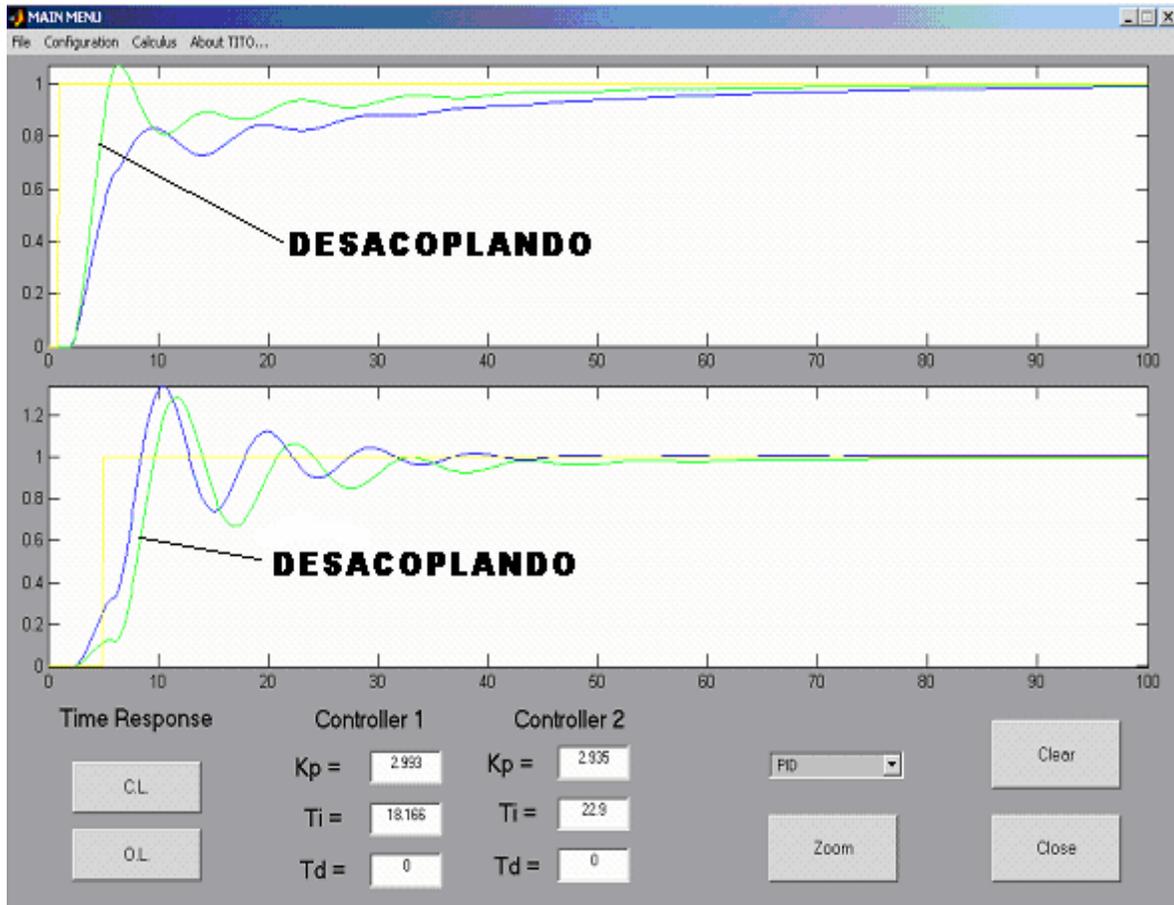


Figura III. 11: Esquema de desacoplo del ejemplo 3. 2



III. 12: Respuesta temporal ejemplo 3.2. Desacoplado

III. 1. 3 Caso de estudio 3

Ejemplo 3. 3 página 544

Las siguientes ecuaciones diferenciales describen el comportamiento de un proceso MIMO.

$$\bar{y}_1(s) = \frac{1}{s+1} \bar{m}_1(s) + \frac{5}{3s+1} \bar{m}_2(s)$$

$$\bar{y}_2(s) = 10\bar{m}_1(s) - \frac{0.8}{10s+1} \bar{m}_2(s)$$

La matriz de transferencia es:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{1}{S+1} & \frac{5}{3S+1} \\ 10 & \frac{-0.8}{10S+1} \end{pmatrix}$$

Como en todos los demás métodos se calcula la matriz de ganancias relativas (RGA)

$$\text{RGA} = \begin{pmatrix} m_1 & m_2 \\ 0.22 & 0.78 \\ 0.78 & 0.22 \end{pmatrix} \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \end{matrix}$$

El mejor acople es el del mando uno con la salida dos y el mando dos con la salida uno.

III.1. 3.1 Aplicando el método IMC modificado

Se desea diseñar una matriz de controladores tal que:

$$g_{11}(s)k_{11}(s) = g_{12}(s)k_{12}(s) = \frac{1}{s}$$

$$g_{21}(s)k_{21}(s) = g_{22}(s)k_{22}(s) = \frac{1}{5s}$$

Para lograr que el lazo uno y el lazo dos tengan constantes de tiempo de uno y cinco segundos respectivamente. Con estas premisas se obtienen los siguientes controladores que como puede apreciarse no responden al modelo de los clásicos que se conocen pero que pueden implementarse sin ninguna dificultad:

$$K_{11} = \frac{1}{10S} \quad K_{12} = -\frac{1.24}{S(3S+1)} \quad K_{21} = \frac{0.2}{S(S+1)} \quad K_{22} = \frac{0.04}{S(3S+1)}$$

La respuesta del sistema ante una entrada paso se muestra en la figura III.13.

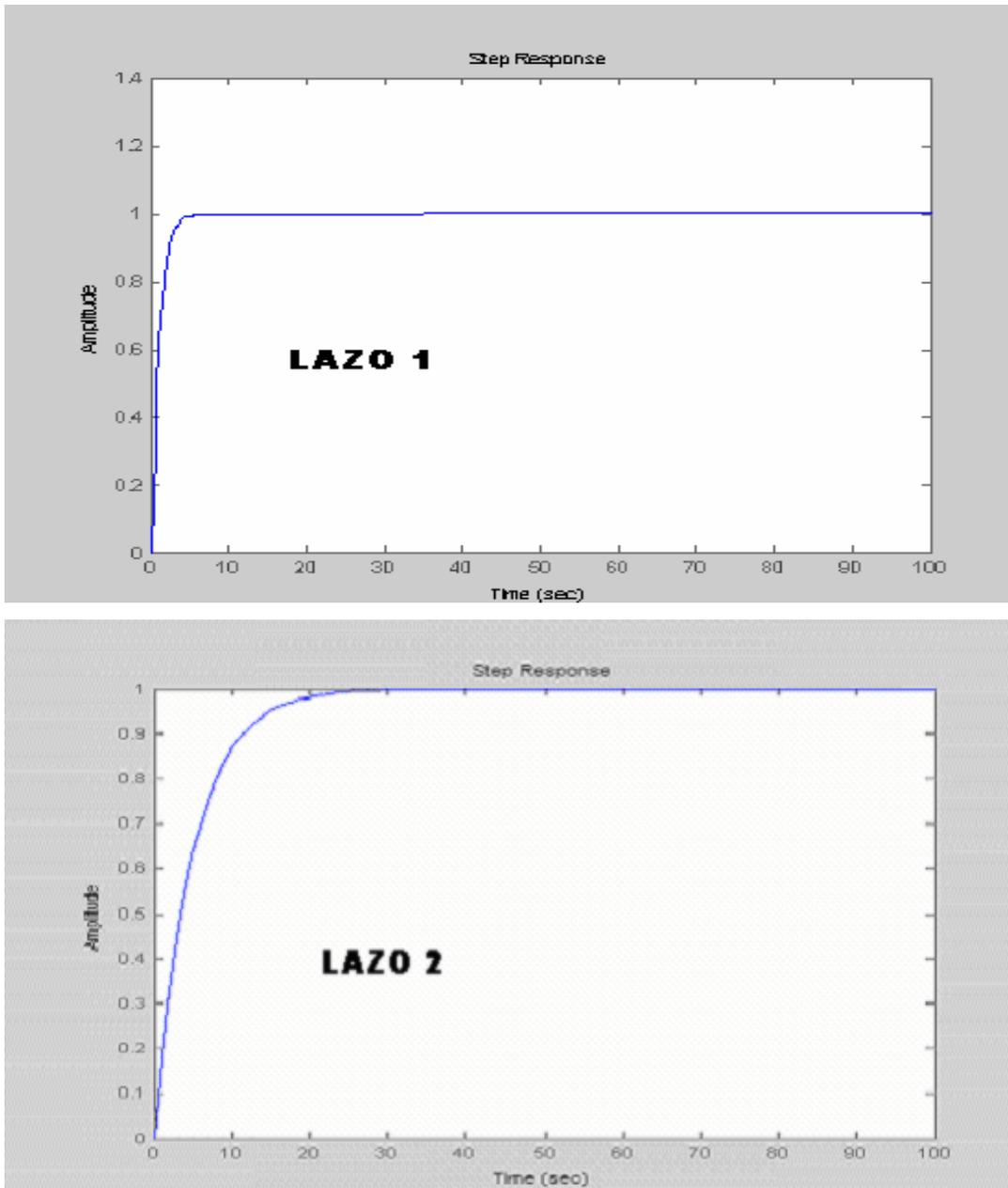


Figura III.13 Respuesta temporal del ejemplo 3. 3

Para la implementación de un método de control centralizado hay que tomar muy en cuenta la interacción, pues si esta no es excesiva no sería necesario utilizar uno de estos métodos que involucran cuatro controladores en vez de dos.

III.2 Conclusiones sobre los métodos analizados

Shinskey-McAvoy:

1- Tanto en la obtención del modelo como en el reajuste de los parámetros de control Shinskey ofrece una serie de recomendaciones (ver tabla II.1) que deben ser tenidas en cuenta para un primer acercamiento a un ajuste adecuado. Estas recomendaciones suponen un mínimo esfuerzo de cálculo, lo que implica una clara ventaja de este método respecto a otros métodos.

2- La complejidad del modelo influye en la cantidad de nuevos reajustes que son necesarios hacer.

Luyben (BLT):

1-El método necesita de varias iteraciones para la obtención de los parámetros y cierta ayuda de tipo gráfico. Necesita del trazado sucesivo de la curva del $L_{cm}(s)$ para conseguir la única especificación de diseño, un valor determinado para el pico de resonancia.

2- La extensión de un método monovariante a la sintonía de un controlador para un sistema multivariante puede no ser totalmente adecuada. El único parámetro de ajuste F puede resultar insuficiente para lograr una buena respuesta temporal.

3- Se ha mostrado, a través de varios ejemplos, que por lo general se obtienen diseños con respuestas lentas.

4- No se tiene control sobre las especificaciones, tal y como ocurría con el método de Shinskey, con el que guarda muchas similitudes.

5- Es fácil de implementar, ya que no necesita grandes cálculos.

5- Aunque utiliza el método SISO de Ziegler-Nichols, sería extensible a cualquier otro método de sintonía.

IMC modificado:

1- Las condiciones de la ecuación (2.30), referidas a la igualdad de las relaciones por multiplicación de las funciones de transferencia y los controladores no siempre podrán cumplirse.

2- La estabilidad del diseño no constituye un criterio a tener en cuenta, ni se analiza cómo las especificaciones impuestas a un lazo afectan al otro.

3- Si el modelo del sistema presenta retardos en el tiempo, es necesario realizar una aproximación de éste, lo que degrada el resultado final obtenido.

4- En el trabajo original no se extiende la metodología a sistemas que presenten en su matriz de funciones de transferencia elementos de orden mayor que uno, lo que puede ser una limitación, probablemente en las condiciones de la ecuación (2.30).

Desacoplos:

La idea del desacoplo utilizada puede parecer brillante desde el punto de vista teórico pero pueden presentarse serias dificultades para llevarla a la práctica, esto conduce a la posible utilización de estrategias más simples.

Dentro de las dificultades anteriormente citadas están:

- a) Alta sensibilidad ante los errores de modelado y a las incertidumbres
- b) No garantiza un buen rechazo a las perturbaciones
- c) A los ceros de transmisión que pudiera tener el proceso se suman los ceros del compensador.

Algunos de estos inconvenientes se puede eliminar aplicando desacoplos parciales como el de la figura III.11; en los sistemas de dos por dos se implementa sólo uno de los dos desacoplos. Este hecho rompe efectivamente el lazo formado por los dos controladores. Además, se evita que los problemas originados en el primer lazo se propaguen al segundo, aunque los originados en el segundo aún pueden pasar al primero pero no pueden volver de él.

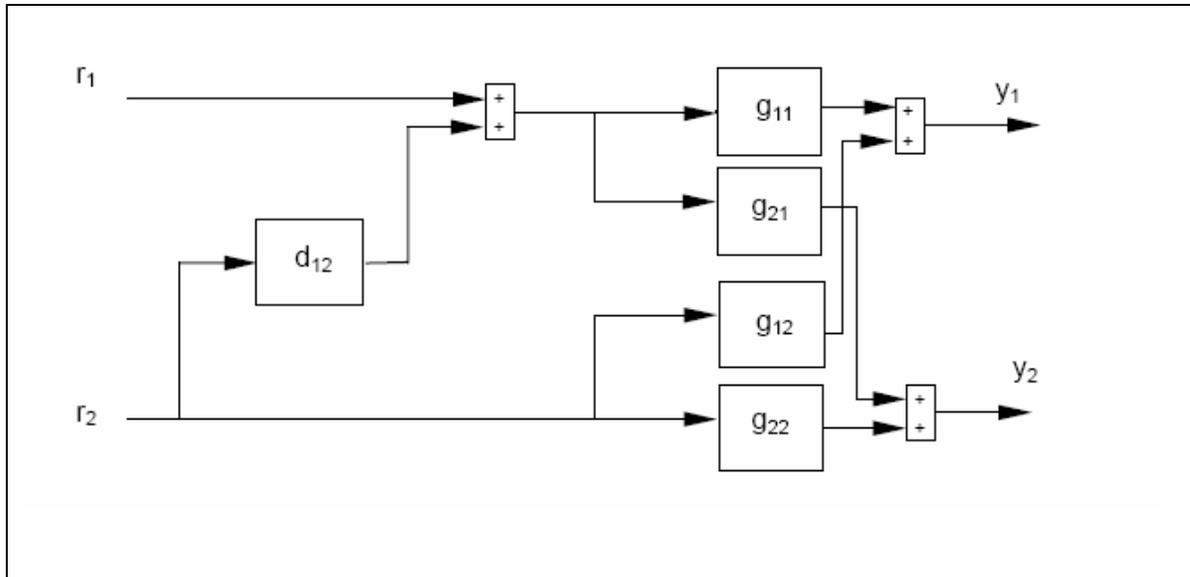


Figura III.11: desacoplo parcial

El diseño, la implementación y el ajuste de los desacoplos parciales es muy similar a los de los controladores feedforward.

Consideraciones finales

Ninguno de los métodos analizados presenta unas especificaciones de diseño claras, de forma que se pudiese cuantificar, una vez sintonizados los controladores, el acercamiento o alejamiento de dichas especificaciones. Aun en los casos donde se propone alguna especificación, muchas veces no se cumple con ella después de aplicar las metodologías descritas.

No queda establecido por los autores los criterios de convergencia que se utilizan en los métodos donde se necesitan iteraciones sucesivas.

CONCLUSIONES

Al concluir el trabajo de diploma podemos concluir lo siguiente:

- 1 Los resultados de este trabajo son de inmediata aplicación en los estudios de pre y postgrado de la especialidad de Automática.
- 2 Existe una amplia gama de métodos y formas de acercamiento a la temática de ajuste de controladores en sistemas multivariables, lo que hace imposible abarcarlas todas con profundidad en el corto plazo que se realiza un trabajo de diploma
- 3 Basados en la posible aplicación inmediata de los resultados de este trabajo, se explicaron en él, con mayor detalle, los métodos que no requieren introducción de conceptos nuevos no impartidos en pregrado, por lo tanto, sobre la base de los conocimientos que los estudiantes de la carrera tienen en el momento de estudiar esta temática, en el 5to año, en la asignatura Control de Procesos II, puedan ser de fácil comprensión y aplicación.
- 4 Aun cuando en el trabajo se ha utilizado el *software* nombrado TITO, que fue facilitado por su autor, también es factible implementar en el Matlab cualquiera de los métodos, por tanto no se requiere de ningún esfuerzo adicional en nuestros laboratorios para su utilización.

RECOMENDACIONES

1. Se sugiere a los miembros de la disciplina Sistemas de Control que analicen la posibilidad de incluir en el Tema “Sistemas Multivariables” que se imparte en la asignatura Control de Procesos II, los métodos de sintonía de controladores y con ello, estos que hemos presentado aquí.
2. Se recomienda elaborar un material de propósito docente donde se explique esta temática que hemos encontrado dispersa en artículos y trabajos investigativos de diferentes autores.
3. En futuros trabajos, aplicar y comprobar otros métodos de los mencionados pero no probados en este.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aström, K. J.; Hägglund, T. (1995): "*PID controllers: Theory, design and tuning*" (2nd). Research Triangle Park, NC: Instrument Society of America.

Bristol, E. H. (1966): "*On a new measure of interations for multivariable process control*". IEEE Trans. Auto. Cont., AC-11, pp. 133-134.

Deshpande, B. (1989): "*Multivariable process control*". Instrument Society of America

Halevy, Y.; Palmor, Z.; Efrati, T. (1997): "*Automatic tuning of desentralized PID controllers for MIMO process*". J. Proc. Cont. Vol. 7 N° 2, pp. 119-128 Elsevier Science, Ltd.

Lieslehto, J. (1996): "*MIMO controller desing using SISO controller desing methods*". 13th IFAC World Congress.

Luyben, W.L. (1992): "*Practical destillation control*". Editor W.L Luyben.

Maciejowski, J.M. (1989): "*Multivariable feedback design*" Addison- Wesley.

McAvoy, T. (1983): "*Interation analysis.principles and aplicaciones*". Instrument Society of America.

Menani, S.; Koivo, H. (1996): "*Relay tuning of multivariable PI controllers*". 13th IFAC World Congress, pp. 139-144.

Morilla, F.; Dormido, S. (2000): "*Methodologies for the tuning of PID controllers in the frequency domain*". Proceedings of PID'00.

Niederlinski, A. (1971): “*A heuristic Approach to the design of linear multivariable interacting control systems*”. Automatic, Vol. 7, pp. 691-701.

Nissinen, A.; Koivo, H.; Huhtelin, T. (1996): “*Multivariable PI control of industrial paper machine headboxes*”. 13th IFAC World Congress, Vol.7, pp. 367-372.

Shinskey (1995): “*process Control Systems*”.MacGraw-Hill.

Shiu, S.J.; Hwang, S. (1998): “*Sequential design method for multivariable decoupling and multiloop PID controllers*”, Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 37, N° 1, pp. 107-119.

Skogestad, S (1996): “*Multivariable feedback control*”.John Wiley and sons.

Toh, K.; Devanathan, R.(1993): “*An expert autotuner for multiloop SISO controllers*”. Control Eng. Practice, Vol. 1, N° 6
pp. 999-1008.

Vázquez, F (2001): “*Diseño de reguladores PID para sistemas MIMO con control descentralizado*”.

Wang, Q.; Lee, T; Fung, H. (2000): “*Independent design of multiloop controllers taking into account multivariable interactions*”

Zhang, Y; Wang, Q.; Astrom, K. (2000): “*Dominant pole placement for multiloop control Systems*”

ANEXOS

ANEXO 1

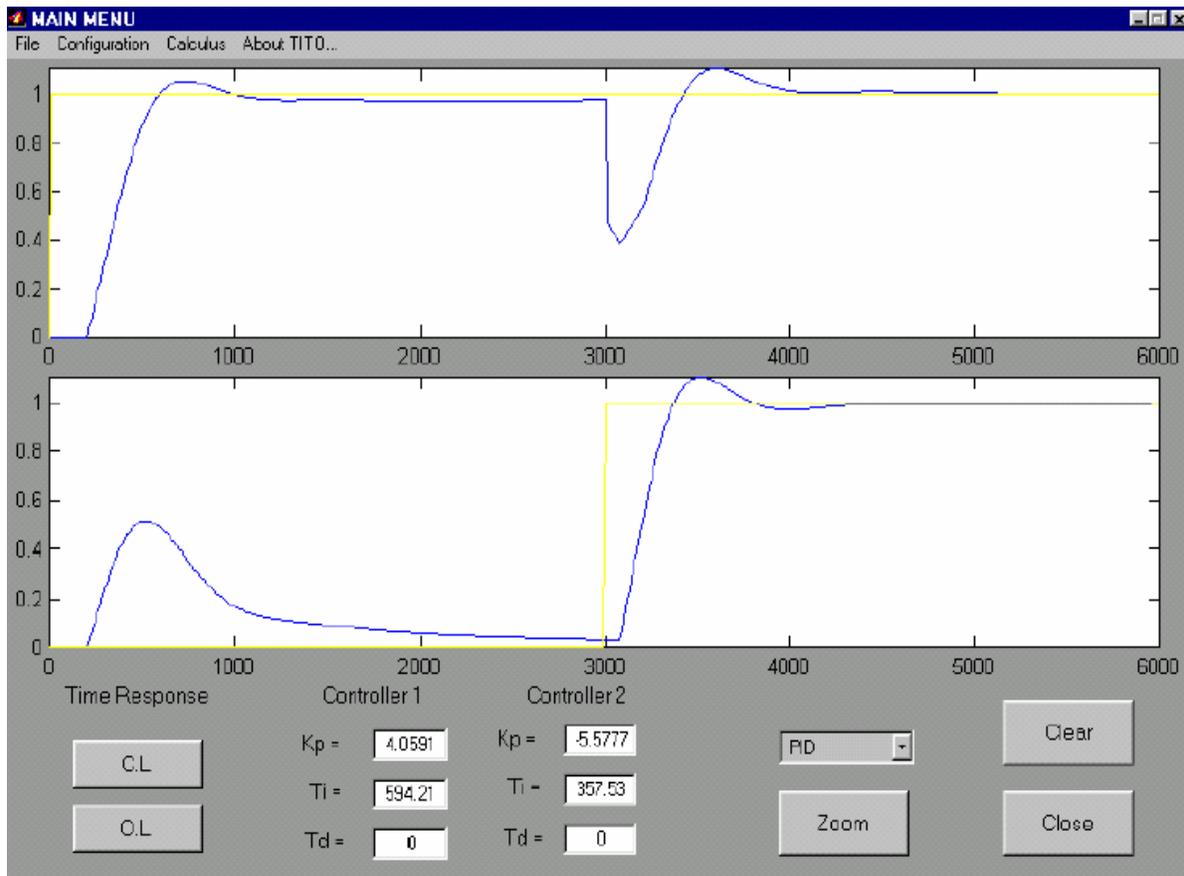
**TITO:
ENTORNO PARA SIMULACIÓN, ANÁLISIS
Y SINTONÍA DE SISTEMAS CON
CONTROL DESCENTRALIZADO 2X2**

En este documento se presenta el entorno TITO de Francisco J. Vázquez (Madrid, 2001). En la dirección <http://www.uco.es/~in2vasef/> podrá conseguir la versión más actualizada. La utilidad del entorno se resume en los siguientes puntos:

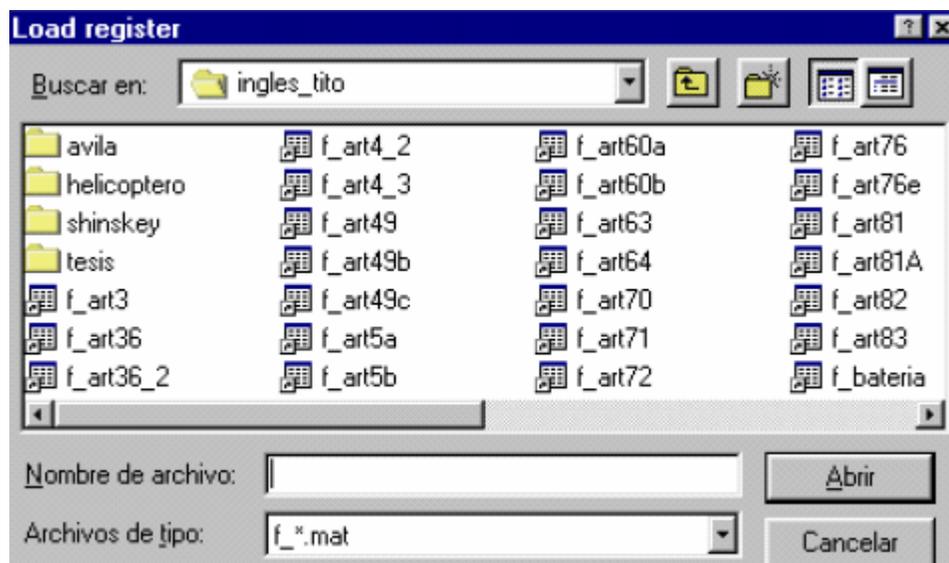
Permite la simulación de sistemas con control descentralizado con dos entradas y dos salidas, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado con controladores PID, con el fin de analizar la respuesta temporal del sistema multivariable 2 x 2 antes y después de incorporar la estrategia de control.

Proporciona medidas de la interacción, estabilidad y robustez como RGA, número de condición, DNA, márgenes de fase y ganancia, etc que dan una medida de la bondad del diseño.

Sirve de plataforma para la sintonía de los dos controladores PID. Además permite las comparaciones de los diseños



Pantalla principal del entorno



Ventana de recuperación de datos almacenados

Process Configuration

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{\text{num11}}{\text{den11}} e^{-t_{o11} s} & \frac{\text{num12}}{\text{den12}} e^{-t_{o12} s} \\ \frac{\text{num21}}{\text{den21}} e^{-t_{o21} s} & \frac{\text{num22}}{\text{den22}} e^{-t_{o22} s} \end{bmatrix}$$

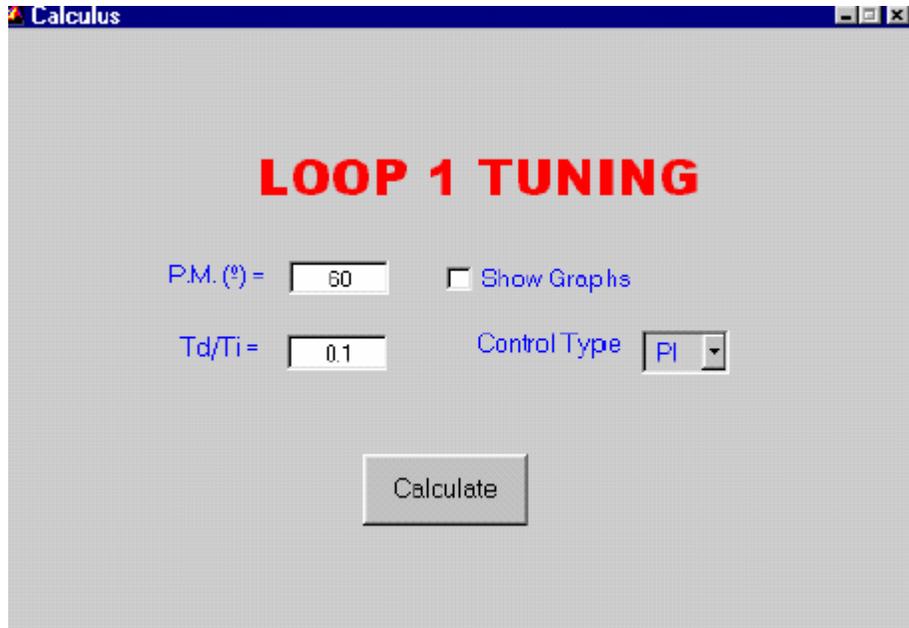
num11 =	<input type="text" value="4.3"/>	num12 =	<input type="text" value="1.8"/>
den11 =	<input type="text" value="[383 1]"/>	den12 =	<input type="text" value="[383 1]"/>
to11 =	<input type="text" value="40"/>	to12 =	<input type="text" value="140"/>
num21 =	<input type="text" value="1.2"/>	num22 =	<input type="text" value="2.5"/>
den21 =	<input type="text" value="[281 1]"/>	den22 =	<input type="text" value="[281 1]"/>
to21 =	<input type="text" value="80"/>	to22 =	<input type="text" value="40"/>

Ventana de configuración del proceso

Decoupling Configuration

num11 =	<input type="text" value="[1]"/>	num12 =	<input type="text" value="-0.75"/>
den11 =	<input type="text" value="[1]"/>	den12 =	<input type="text" value="1"/>
num21 =	<input type="text" value="-0.56"/>	num22 =	<input type="text" value="[1]"/>
den21 =	<input type="text" value="[1]"/>	den22 =	<input type="text" value="[1]"/>

Ventana de configuración de desacoplos.



Ventana de diseño SISO para el lazo 1