



UNIVERSIDAD CENTRAL "MARTA ABREU" DE LAS VILLAS  
VERITATE SOLA NOBIS IMPONETUR VIRILISTOGA. 1948

*Facultad de Ingeniería Eléctrica  
Departamento de Electroenergética*

# *Trabajo de Diploma*

*Título: Efecto de Diferentes Parámetros en la  
Resistencia de Puesta a Tierra en un Terreno Homogéneo.*

*Autor: Nesto Largo Rodríguez  
Tutor: Dr. Angel Valcárcel Rojas*

*Santa Clara*

*2008*

*"Año 50 de la Revolución"*



**Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas**



**Facultad de Ingeniería Eléctrica**

**Departamento de Electroenergética**

***TRABAJO DE DIPLOMA***

**Título: “*Efecto de Diferentes Parámetros en la Resistencia de Puesta a Tierra en un Terreno Homogéneo.*”**

**Autor: *Nesto Largo Rodríguez***

E-mail: [nesto@uclv.edu.cu](mailto:nesto@uclv.edu.cu)

**Tutor: *Dr. Ángel Valcárcel Rojas***

E-mail: [valca@uclv.edu.cu](mailto:valca@uclv.edu.cu)

**Dpto. de Electroenergética**

**Facultad de Ingeniería Eléctrica. UCLV**

**Santa Clara**

**2008**

**“Año 50 de la Revolución”**

Hago constar que el presente trabajo de diploma fue realizado en la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas como parte de la culminación de estudios de la especialidad de Ingeniería en Automática, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Institución, para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total y que además no podrá ser presentado en eventos, ni publicados sin autorización de la Universidad.

---

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido realizado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple con los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referido a la temática señalada.

---

Firma del Autor

---

Firma del Jefe de Departamento  
donde se defiende el trabajo

---

Firma del Responsable de  
Información Científico-Técnica

*Agradecimiento:*

*A mi familia y en especial a mis padres Ernesto y Ramona por su entrega y esfuerzo en todo este tiempo.*

*A mi hermano por su apoyo y ayuda incondicional.*

*A todos mis amigos que me han acompañado y alentado en el transcurso de mi carrera.*

*A mi tutor Angel Valcárcel que sin su dedicación no se hubiese completado este trabajo.*

*Y a todos aquellos que de una forma u otra han colaborado en mi vida estudiantil.*

*A todos muchas gracias.*

*El aprendizaje no sólo exige escuchar y poner en práctica, sino también olvidar y después volver a recordar.*

**John Gray**

## **Tarea técnica**

Para el desarrollo de este trabajo diploma nos enfocamos en diferentes aspectos y tareas como son:

- a) Utilización del MatLab para correr el programa SistPTEEx.
- b) Determinación del efecto de diferentes parámetros en la resistencia de puesta a tierra en un terreno homogéneo.
- c) Análisis del comportamiento e interacción de sistemas de puesta a tierra interconectados e independientes.

El trabajo está estructurado de la siguiente forma:

En el capítulo 1 se realiza una descripción sobre la resistencia de tierra y se plantea una serie de conceptos necesarios para este trabajo.

En el capítulo 2, se describe el programa SistPTEEx explicando en que se basa y mostrando las diferentes tareas que puede realizar.

El Capítulo 3 se muestra los resultados obtenidos.

Como resultado del trabajo se arriban a un conjunto de conclusiones que dejan bien claro el efecto de diferentes parámetros en el comportamiento de los sistemas de puesta a tierra.

---

Firma del Autor

---

Firma del Tutor

## RESUMEN

En el presente trabajo se expone las características y bondades de un programa para el proyecto y análisis de Sistemas de puesta a tierra aplicando la teoría de las imágenes de Maxwell. Con la ayuda de este programa se ha podido comprobar el efecto de diferentes parámetros en el comportamiento de los sistemas de puesta a tierra, en este caso considerando que el terreno tiene una resistividad homogénea en todo su volumen. Entre los resultados más significativos están:

- La resistencia de puesta a tierra disminuye con el incremento del diámetro de los electrodos verticales y horizontales de una manera continua, en contradicción con algunos autores.
- La longitud de los electrodos verticales tiene una influencia significativa en la magnitud de la resistencia de puesta a tierra, destacándose su efecto para longitudes entre 1.5 m y 3 m.
- El método desarrollado en el programa utilizado permite conocer el comportamiento de sistemas de puesta a tierra interconectados o independientes.

Los resultados obtenidos permiten aclarar ciertos aspectos en los cuales muchos ingenieros que trabajan en el tema tienen serias dudas e incluso empresas de prestigio nacional como es el caso de COPEXTEL S.A, ejecuta proyectos de puesta a tierra en los cuales no se tienen en cuenta o se aplican de manera equivocada criterios de diseño que en este trabajo quedan bien definidos.

## INDICE

INTRODUCCION.....	1
<b>CAPITULO 1 ESTUDIO GENERAL DE LOS SISTEMA DE PUESTA A TIERRA.</b>	
1.1 Introducción.....	2
1.2 Clasificación de los sistemas de puesta a tierra.....	2
1.3 Requisitos de una puesta a tierra.....	3
1.4 Factores principales para el proyecto de una puesta a tierra.....	5
1.5 Seguridad de las personas y equipos en instalaciones eléctricas.....	11
1.6 Efectos de la corriente en el ser humano.....	14
<b>CAPITULO 2 PROGRAMA PARA EL ANALISIS DE LA PUESTA A TIERRA</b>	
2.1 Introducción.....	16
2.2 Método de las imágenes de Maxwell.....	16
2.3 Método general de solución de puestas a tierra compuestas.....	19
2.4 Programa para el Proyecto y Análisis de Sistemas de Puesta.....	22
<b>CAPITULO 3 ANALISIS DE LOS RESULTADOS</b>	
3.1 Introducción.....	25
3.2 Efecto de la resistividad del terreno en la resistencia de puesta a tierra.....	25
3.3 Efecto de la profundidad de enterramiento del electrodo en la resistencia de puesta a tierra.....	29
3.4 Efecto del diámetro de los electrodos en la resistencia de puesta a tierra.....	33
3.5 Efecto de la longitud del electrodo en la resistencia de puesta a tierra.....	36
3.6 Efecto de la cantidad de conductor de una malla.....	42
3.7 Incremento de la exactitud en los cálculos con el método de las imágenes de Maxwell.....	45
3.8 Interacción entre sistemas de puesta a tierra.....	47
3.8.1 Sistemas interconectados.....	47
3.8.2 Sistemas independientes.....	48

<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>50</b>
<b>REFERENCIA.....</b>	<b>51</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>52</b>

## **CAPITULO I**

### **ESTUDIO GENERAL DE LOS SISTEMAS DE PUESTA A TIERRA.**

#### **1.1. Introducción:**

Las instalaciones eléctricas de cualquier tipo, por razones de seguridad para el personal que las opera, es necesario que todas las estructuras metálicas se mantengan al menor potencial posible respecto a tierra, tanto bajo condiciones de operación normales como bajo condiciones de falla.

La posibilidad de que en cualquiera de las partes metálicas accesibles al contacto con las personas se presenten potenciales respecto a tierra peligrosos se puede reducir considerablemente, e incluso llegar a eliminarse, mediante la puesta a tierra de las mismas.

El valor de la resistencia de la puesta a tierra debe ser lo más pequeño posible a fin de limitar la tensión. Sin embargo, una puesta a tierra no puede considerarse como buena solo por presentar un bajo valor de resistencia, ya que es necesario que se cumpla que el producto de la corriente de falla multiplicado por la impedancia de la puesta a tierra dé un valor de tensión que no sea peligroso para el hombre y que, además, satisfaga los requerimientos de operación de la instalación.

#### **1.2. Clasificación de los sistemas de puesta a tierra:**

Los sistemas de puesta a tierra tienen diferentes clasificaciones de acuerdo a la función que realizan, entre ellas tenemos:

##### **PUESTA A TIERRA DE PROTECCION**

Es la que conecta conductivamente los elementos metálicos expuestos de una instalación, aquellos elementos conductores, normalmente sin tensión (carcasa, tubería, crucetas, etc.) pero que pueden adquirir eventualmente un potencial respecto a tierra al ocurrir una falla en la instalación.

##### **PUESTA A TIERRA DE OPERACION O FUNCIONAMIENTO**

Para el correcto funcionamiento de los sistemas eléctricos y de algunas de sus componentes es necesario en muchas ocasiones establecer una conexión a tierra en

determinados puntos. Ejemplos de este tipo de puesta a tierra son la conexión a tierra del neutro de los generadores y de los transformadores conectados en estrella, la conexión a tierra de los pararrayos, cables protectores, supresores de sobretensión en instalaciones de bajo voltaje, etc.

### PUESTA A TIERRA DE SERVICIO

En los trabajos de reparación y mantenimiento de muchas instalaciones es necesario conectar a tierra temporalmente las partes normalmente energizadas a fin de evitar accidentes debido a la reconexión indebida de la misma o a las tensiones inducidas por sistemas energizados cercanos.[1]

### 1.3. Requisitos de una puesta a tierra

Requisitos de proyecto: son los que establecen las características generales de la puesta a tierra.

Requisitos de diseño: características que deben tener los constituyentes de una puesta a tierra, para que sea efectiva, duradera, soporte las sollicitaciones máximas (mecánicas y eléctricas) a que puede estar sometida, etc.

Los requisitos normales de proyecto de una puesta a tierra son:

- La puesta a tierra o sistema deberá tener, como máximo, un determinado valor de resistencia establecido.
- La puesta a tierra o sistema deberá tener, como máximo, un determinado valor de impedancia a impulso establecido.
- La puesta a tierra o sistema deberá abarcar un área tal que abarque todos los elementos de la instalación que puedan adquirir potenciales peligrosos al ocurrir un drenaje de corriente. Además los elementos de la puesta a tierra deben estar dispuestos de manera que se cumpla con los requerimientos de seguridad para las personas que trabajan o transitan en su interior o contorno.
- Deben tenerse en cuenta los posibles riesgos que pueden presentarse para los equipos instalados en el interior o exterior de la instalación protegida, y realizar las acciones necesarias para disminuir estos riesgos de daño a un mínimo, considerando aspectos de costo/beneficio.

- Las normas nacionales e internacionales establecen los niveles de resistencia de puesta a tierra para cada instalación e incluso fabricantes de equipos eléctricos y electrónicos que requieren de conexión a tierra

Para su funcionamiento, establecen los niveles de resistencia de puesta a tierra que garantizan el correcto funcionamiento de su equipo. Por ejemplo:

- Hay normas que establecen el límite de resistencia de puesta a tierra de redes de computadora, de menos de 1  $\Omega$ , otras en menos de 2  $\Omega$ .
- Para instalaciones industriales y de servicio de entre 1 y 5  $\Omega$ .
- Para subestaciones grandes entre 1 y 3  $\Omega$ , para subestaciones de distribución entre 1 y 5  $\Omega$  y para bancos de transformadores menos de 10  $\Omega$ .
- Para estructuras de transmisión entre 10 y 30  $\Omega$ , según el voltaje y la resistividad del terreno.

Los requisitos de diseño de una puesta a tierra dependen de las características particulares de esta y de las condiciones del medio en que se encuentra. Los requisitos normalmente considerados son:

- Los diferentes elementos constituyentes de la puesta a tierra deberán poder conducir las corrientes máximas que eventualmente puedan circular por ellos, durante el posible máximo tiempo, sin exceder la temperatura máxima permisible. Esta temperatura depende del material de la puesta a tierra y del tipo de unión usado entre sus partes. Este requerimiento es aplicable tanto a los elementos (electrodos) que forman la puesta a tierra propiamente dicha, como los elementos de unión entre la puesta a tierra, y los equipos y estructuras (cables de unión, prensas, conectores, etc.).
- Los elementos de la puesta a tierra deberán soportar sin deterioro, los esfuerzos mecánicos a que pueden estar sometidos durante las faenas de construcción.
- El material empleado en la construcción de la puesta a tierra deberá ser resistente a eventuales ataques corrosivos del terreno y de la atmósfera.
- No se usarán en la puesta a tierra, materiales que pudieran producir corrosión galvánica de importancia en otros elementos metálicos enterrados. Elementos que

pueden ser afectados son tuberías de diferente uso, bases de estructuras, anclajes de estructuras de líneas atirantadas, etc.

- Se deberán sobredimensionar y proteger los conductores de conexión a la puesta a tierra en aquellos casos en que el calentamiento normalmente aceptado en otras circunstancias, pudiera dar lugar a incendios debido a la presencia de materiales de fácil combustión o inflamables.
- En zonas con emanaciones gaseosas inflamables, deberá recurrirse a métodos adecuados para evitar en su casi totalidad, posibles arcos eléctricos entre partes metálicas o entre estas y el terreno. [1]

#### **1.4. Factores principales para el proyecto de una puesta a tierra**

Un proyecto de puesta a tierra esta determinado en gran medida por los siguientes factores:

- Tiempo de duración del transitorio.
- Resistividad(es) del terreno.
- Resistividad superficial del terreno.
- Dimensiones de la puesta a tierra.
- Geometría de los electrodos de la puesta a tierra

##### **Tiempo de duración del transitorio:**

Es el tiempo durante el cual una persona o equipo pueden quedar eventualmente sometidos a una sollicitación eléctrica en una instalación y el que perdura la condición anormal o de falla que provoca la circulación de corrientes hacia el terreno. Este tiempo depende en gran medida de la prontitud con que actúan las protecciones de las componentes del sistema.

##### **Reconexiones contra falla:**

Es común que las líneas de transmisión y distribución dispongan de elementos de control que reconectan automáticamente estas, después de ser abiertas por la ocurrencia de una falla que puede ser de carácter transitorio (rayo, rama llevada por el viento, etc.). En las líneas de transmisión se suele realizar una sola reconexión automática, después de ser despejada una falla. En sistemas de distribución se utilizan de 1 a 4 reconexiones, que se realizan 0.1 a 0.5 segundos después de despejada la falla; si la falla persiste, la línea se desconecta definitivamente. En la situación descrita, si una persona ha quedado sometida a una sollicitación peligrosa en el primer instante de ocurrida una falla, es probable que

continúe en esas condiciones de riesgo durante las siguientes fallas provocadas por las reconexiones. Hasta la fecha, no existen antecedentes concretos que descarten un posible efecto acumulativo de varias sollicitaciones consecutivas con tiempos relativamente cortos entre ellas. Por tanto, es recomendable considerar como tiempo total de la sollicitación, la suma de los tiempos parciales de duración de cada falla.

### **Resistividad del terreno:**

La resistividad del terreno es el factor determinante en la magnitud de la resistencia de una puesta a tierra y la misma depende de:

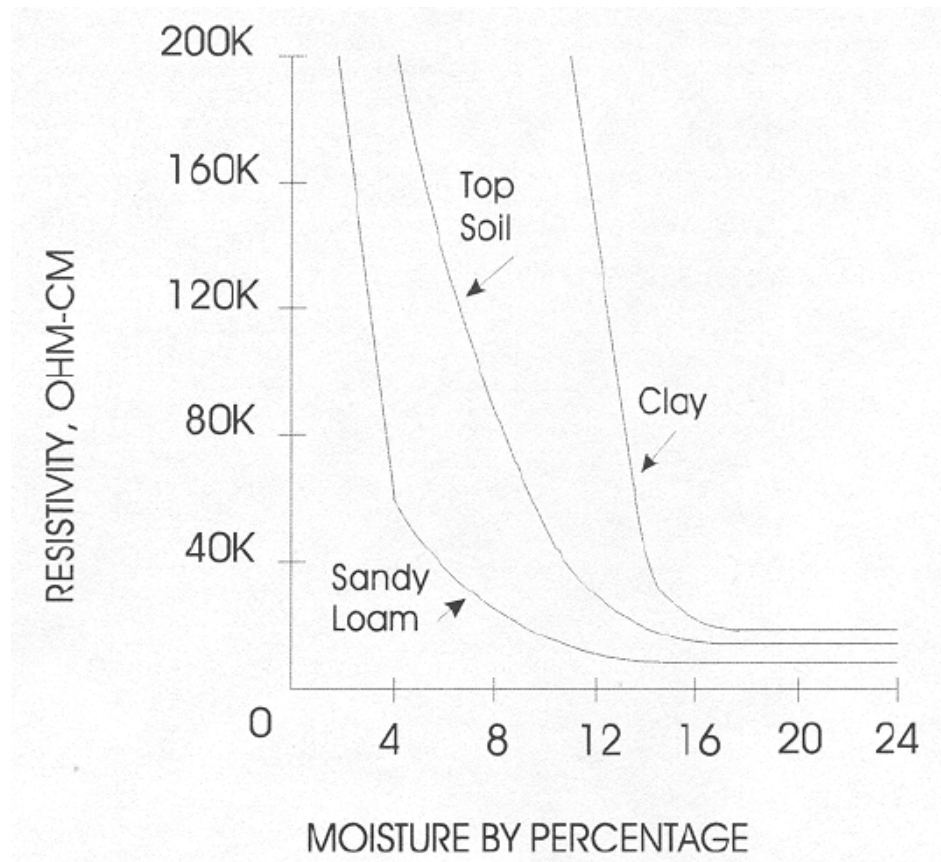
- Tipo de terreno.
- Humedad del terreno.
- Salinidad del terreno.
- Temperatura del terreno.
- Granulometría del terreno.
- Compacticidad del terreno.
- Estratografía.
- Otros factores.

**Tipo de terreno:** La variación de la resistividad según la composición del terreno es muy grande, tropezándose con la dificultad de que los diferentes tipos de terreno no están delimitados como para saber, de antemano, el valor de la resistividad en el punto elegido para efectuar la puesta a tierra. Sucede, incluso, que para una misma clase de terreno, situado en distintos lugares, la resistividad puede ser sensiblemente diferente. Algunos valores que pueden tomarse como referencia para diferentes tipos de terrenos se muestran en la Tabla 1.4.1.

**Tabla 1.4.1 Resistividades para distintos tipos de terreno.**

<b>NATURALEZA DEL TERRENO</b>	<b>RESISTIVIDAD EN <math>\Omega</math> - m</b>
<b>Terrenos Pantanosos</b>	<b>De algunas unidades a 30</b>
<b>Limo</b>	<b>20 a 100</b>
<b>Humus</b>	<b>10 a 150</b>
<b>Turba Húmeda</b>	<b>5 a 100</b>
<b>Arcilla Plástica</b>	<b>50</b>
<b>Marga y Arcillas Compactas</b>	<b>100 a 200</b>
<b>Margas del jurásico</b>	<b>30 a 40</b>
<b>Arena Arcillosa</b>	<b>50 a 500</b>
<b>Arena Silícea</b>	<b>200 a 300</b>
<b>Suelo Pedregoso Cubierto de Césped</b>	<b>300 a 500</b>
<b>Suelo Pedregoso Desnudo</b>	<b>1,500 a 3,000</b>
<b>Calizas Blandas</b>	<b>100 a 300</b>
<b>Calizas Compactas</b>	<b>1,000 a 5,000</b>
<b>Calizas Agrietadas</b>	<b>500 a 1,000</b>
<b>Pizarras</b>	<b>50 a 300</b>
<b>Roca de Mica, Feldespato o Cuarzo</b>	<b>500</b>
<b>Granito y Gres procedentes de Alteraciones</b>	<b>1,500 a 10,000</b>
<b>Roca Ígnea</b>	<b>5,000 a 15,000</b>

**Humedad del terreno:** Otro factor de importancia en el valor y estabilidad de la resistencia de una puesta a tierra es la cantidad de agua contenida en el terreno y las variaciones de ésta a lo largo de las estaciones, ya que una pequeña variación en el porcentaje de humedad contenida puede producir una variación apreciable en la resistencia de la puesta a tierra; así se tiene, por ejemplo, que los resultados obtenidos para un electrodo vertical hincado en un terreno de arcilla roja muestran que el valor de la resistencia específica del terreno aumentó de 3-4 veces con una disminución de la humedad de un 10% (del 20 al 10 %); mientras que para valores mayores de un 20% no se presentó ninguna variación apreciable en su resistencia. Esta variación provoca que el valor de la resistencia de la puesta a tierra cambie en dependencia de las precipitaciones. En general se puede plantear que a medida que el grado de humedad aumenta, cuyo principal efecto es disolver las sales contenidas en el terreno, la resistencia disminuye con rapidez, pero a partir de cifras del orden del 15% en peso, esta disminución es mucho menos acusada a causa de que se alcanza prácticamente la saturación del terreno. Ver figura 1.4.1.



**Figura 1.4.1 Influencia del contenido de humedad en la resistividad el terreno.**

Como no siempre es posible efectuar todas las mediciones de la resistividad del terreno bajo las condiciones de mínimo contenido de humedad es conveniente afectar las mediciones de ésta por el denominado factor de sequedad del terreno ( $F_s$ ).

**Salinidad del terreno:** La resistividad del terreno depende de su composición química lo que determina la cantidad de sales disueltas en el agua que él contiene. Una pequeña cantidad de sal disuelta puede reducir la resistividad considerablemente, lo que explica porque suelos similares, para diferentes localidades, tienen diferentes resistividades.

Así se tiene que para terrenos de alta resistividad, en los cuales es necesario bajar la resistencia de una puesta a tierra, se obtienen buenos resultados si en lugar de electrodos verticales convencionales se usan tubos galvanizados horadados, los que periódicamente se llenan de una solución salina. Las sales más comunes son: la sal común, el cloruro de calcio, el sulfato de cobre, el sulfato de magnesio, etc.

**Temperatura del terreno:** La resistividad del terreno asciende a medida que desciende la temperatura y ese efecto se acentúa al alcanzarse los 0 °C hasta el punto que, a medida que es mayor la cantidad de agua en estado de congelación, se va reduciendo el movimiento de los electrolitos lo que influye directamente en la resistividad del terreno, elevándose ostensiblemente la misma.

Para valores de temperatura superiores a la temperatura de congelación el efecto es menos apreciable, aunque entre algunos grados y 25 °C puede llegar a reducirse a la mitad.

**Granulometría:** Es un elemento importante que influye, a la vez, sobre la porosidad y el poder de retener la humedad y también sobre la calidad del contacto con los electrodos, incrementándose la resistividad con el tamaño de los granos. Esta es la razón por la que el valor de la resistividad de la grava sea superior a la de la arena y la de esta superior a la de la arcilla.

Los suelos de granos gruesos se prestan mal al establecimiento de buenas redes de tierra, circunstancia que se puede paliar rodeando la superficie de los electrodos de un cierto espesor de tierra fina o de otro material más conductor.

**Compacticidad:** La resistividad se ve afectada por el grado de compacticidad del terreno disminuyendo al aumentar esta. Por esta razón es que cuando se efectúa un movimiento de tierra, si ésta no se compacta artificialmente, la resistividad del terreno irá disminuyendo con el tiempo y no es hasta aproximadamente dos años después que no alcanza su valor estable.

**Estratigrafía:** La resistividad de un terreno es la correspondiente a la resultante de las diversas capas de que está constituido. Puede suceder que una sola capa presente una resistividad tan baja que la influencia de las demás sea imperceptible, tal como ocurre cuando se alcanza la zona de humedad permanente o el manto freático.

**Otros factores:** Existen otros factores distintos a los ya enumerados que son capaces de modificar apreciablemente la resistividad del terreno pero que, por su naturaleza eléctrica, sólo pueden surgir posteriormente al establecimiento de la red de tierra, tales como:

1. El efecto de los gradientes de potencial elevados.
2. El calentamiento del suelo a consecuencia de la circulación de corrientes de puesta a tierra elevadas o de forma prolongada.

### Resistividad superficial del terreno

Los valores tolerables de voltaje entre pies y entre manos y pies, dependen en gran medida del valor de la resistividad de la parte superior del terreno que cubre la puesta a tierra. Esta resistividad determina la resistencia de contacto de cada pie con el terreno. Considerando lo anterior, una forma usada comúnmente para lograr valores tolerables suficientemente altos, es aumentar artificialmente la resistividad del área abarcada por la puesta a tierra.

**Tabla 1.4.2 Resistividades típicas de Hormigones**

Número	Descripción del material de superficie	Resistividad de la muestra $\Omega.m$	
		Seco	Húmedo
1	Granito	$140 \times 10^6$	1300 (agua superficial, 45 $\Omega.m$ )
2	Granito molido 1.5 pulg. (0.04 mts.)	4000	1200 (agua llovida, 100W)
3	Granito molido 0.75 – 1 pulg. (0.02 – 0.025 mts)	-----	6513 (10 min. después de drenar agua a 45 $\Omega.m$ )
4	Granito limpio 1 – 2 pulg. (0.025 – 0.05 mts.)	$1.5 \times 10^6$ a $4.5 \times 10^6$	5000 (agua de lluvia, 100 $\Omega.m$ )
5	Granito limpio 2 – 4 pulg. (0.05 – 0.1 mts.)	$2.6 \times 10^6$ a $3 \times 10^6$	10,000 (agua de lluvia, 100 $\Omega.m$ )
6	Piedra caliza	$7 \times 10^6$	2000-3000 (agua superficial 45 $\Omega.m$ )
7	Granito limpio similar a la grava 0.75 pulg. (0.02 mts)	$2 \times 10^6$	10,000
8	Granito lavado,	$10 \times 10^6$	5,000
9	Granito lavado #57 (0.75plg) (0.02m)	$190 \times 10^6$	800 (agua superficial, 45 $\Omega.m$ )
10	Asfalto	$2 \times 10^6$ a $30 \times 10^6$	10,000 a $6 \times 10^6$
11	Concreto	$1 \times 10^6$ a $1 \times 10^9$ <sup>a</sup>	21 a 100

### Dimensiones de la puesta a tierra.

El valor de la resistencia de una puesta a tierra, para una misma constitución del terreno (resistividades y estratos), depende en gran medida de su dimensión principal. Para los electrodos elementales: barras y conductores horizontales, esta dimensión principal es su longitud, influyendo en menor medida el diámetro. Si se trata de una malla de tierra, la dimensión principal que determina mayoritariamente su resistencia es el radio equivalente (radio de un círculo de igual área que la malla de tierra), influyendo en menor grado el tipo

de conductor, la cantidad total de éste y su profundidad de enterramiento. Así, la relación de resistencia entre una puesta a tierra rectangular formada solo por conductores periféricos y una plancha metálica de iguales dimensiones, es de 1 a 0.72 aproximadamente, en un terreno homogéneo.

### **Geometría de la puesta a tierra**

Una puesta a tierra puede tener como requisito único el poseer un determinado valor máximo de resistencia. En este caso, la solución más adecuada es utilizar un electrodo o un conjunto de electrodos, que signifique un costo mínimo. La decisión entre diferentes opciones dependerá en gran medida de la disponibilidad del terreno, características mecánicas de este, posibilidad de utilizar métodos especiales, etc. Para puestas a tierra que sirven a instalaciones que cubren un área determinada, la solución básica puede ser el construir una puesta a tierra constituida por un rectángulo periférico, que tenga como máximo el valor de resistencia establecido. Sin embargo, es posible que la solución empleada con el objetivo de cumplir solo con el valor máximo de resistencia establecido, no satisfaga el requerimiento de seguridad para las personas y equipos dentro o en los contornos de la instalación, debido a la existencia de solicitaciones de voltaje superiores a lo tolerable. De ser así, es necesario agrupar los electrodos de una forma tal que se cumpla, además, con este segundo objetivo, dando a la puesta a tierra una geometría conveniente. [1]

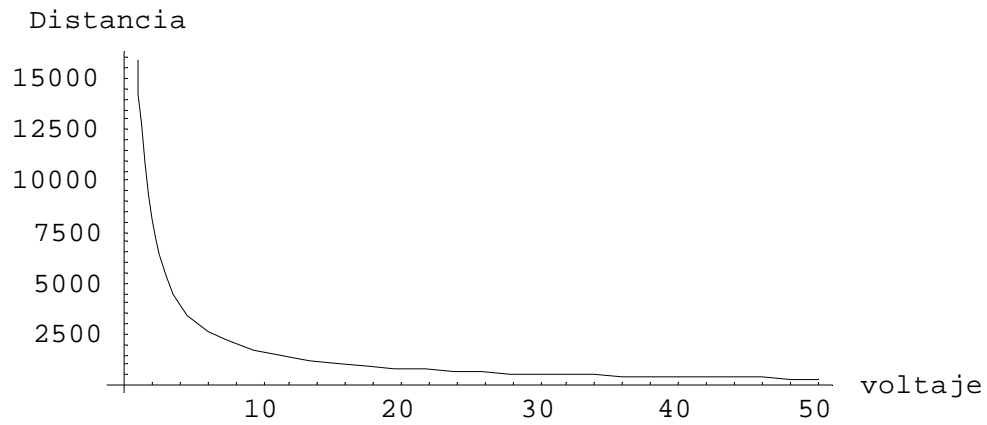
### **1.5. Seguridad de las personas y equipos en instalaciones eléctricas.**

La tensión en cualquier punto alrededor de un electrodo vertical se puede determinar como:

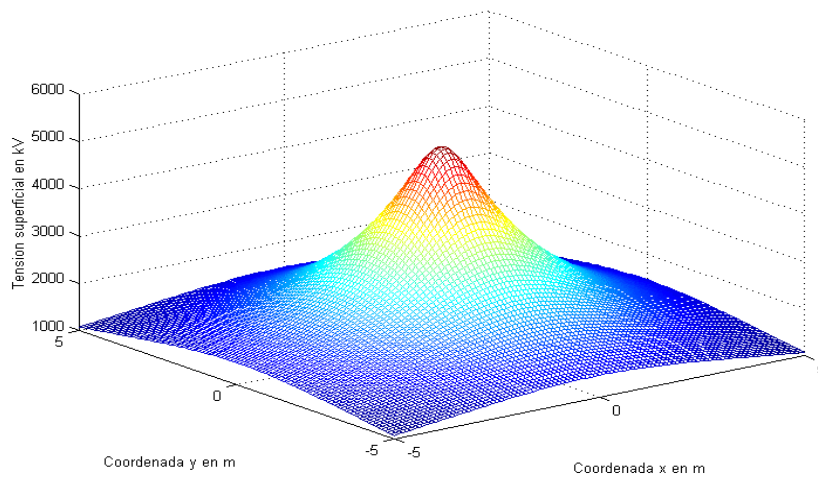
$$\phi_s(r) = \frac{\rho I}{2\pi l} \ln \frac{(l+t) + \sqrt{(l+t)^2 + r^2}}{t + \sqrt{t^2 + r^2}}$$

Despejando la distancia (r) de la ecuación anterior, es posible conocer a que distancia del electrodo persisten valores de potencial que pueden ser peligrosos para las personas. La figura 1.5.1 muestra la variación de tensión sobre el terreno en la medida que aumenta la distancia de un electrodo vertical de 3 m de longitud y 5/8 de pulgada enterrado a partir de una profundidad de 0.5 m y en el que se inyecta una corriente de 1000 A. Las figuras 1.5.2,

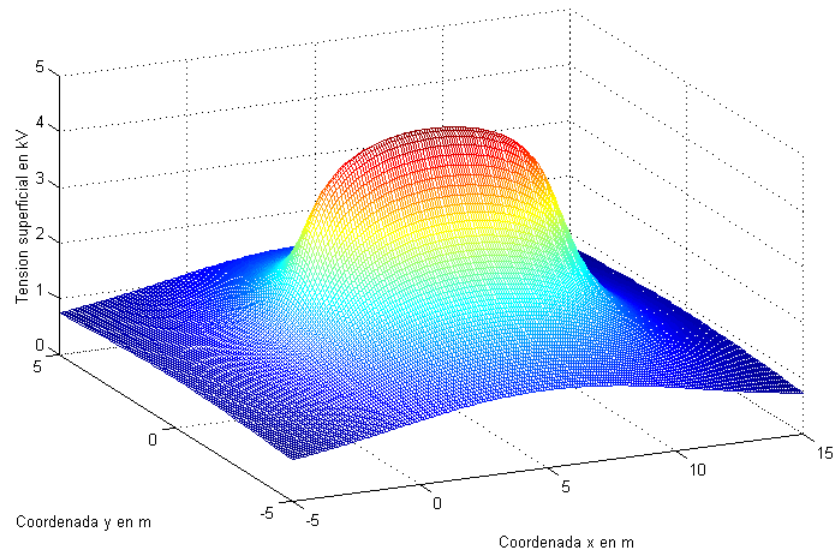
1.5.3 y 1.5.4 muestran la variación en forma tridimensional de este potencial superficial para un electrodo vertical, uno horizontal y una malla.



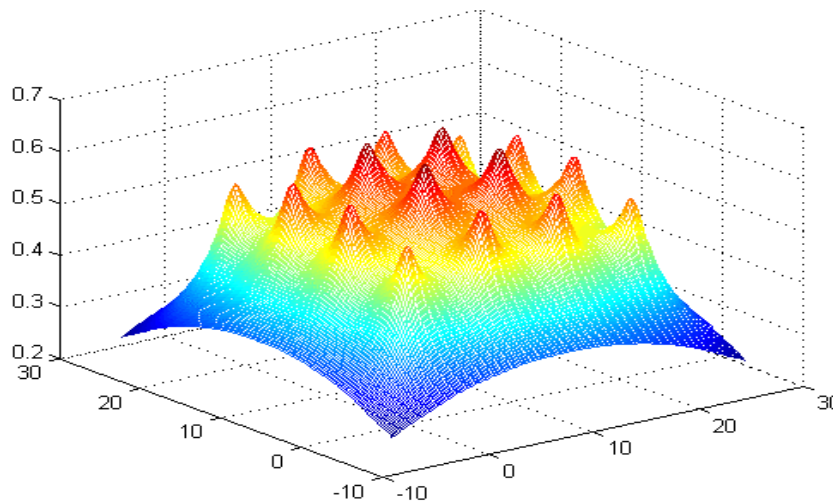
**Figura 1.5.1 Variación de la tensión a través de la distancia con referencia a un electrodo.**



**Figura 1.5.2 Tensión superficial alrededor de una barra vertical de 3 m 5/8", por la cual penetra una corriente de 1000 A.**



**Figura 1.5.3 Tensión superficial alrededor de un conductor horizontal de 10 m 4/0 AWG, por el cual penetra una corriente de 1000 A.**



**Figura 1.5.4 Tensión superficial alrededor de una malla de 16 electrodos, por la cual penetra una corriente de 1000 A. [1]**

### 1.6 Efectos de la corriente en el ser humano

La corriente eléctrica puede ocasionar diferentes efectos en el ser humano, entre ellas:

- Quemaduras

- Parálisis respiratoria.
- Fibrilación ventricular.
- La muerte.

Para los fines particulares que interesan en el proyecto y análisis de una puesta a tierra, estos efectos se pueden delimitar por los siguientes parámetros característicos:

**Umbral o límite de percepción:** es el mínimo valor de corriente que es percibido por el ser humano.

**Límite de contracción muscular:** es el mínimo valor de corriente para el cual se hace difícil o imposible soltar de las manos el objeto con voltaje que ocasiona la circulación de corriente por el cuerpo humano.

**Límite de fibrilación ventricular:** Corriente de suficiente magnitud que al pasar a través del corazón, puede afectar las paredes musculosas de los ventrículos y ocasionar un funcionamiento irregular y descoordinado de ellos.

Solicitaciones de voltaje típicas en una instalación:

a) entre manos

$$V_{mmtol} = \frac{116}{\sqrt{t}}$$

b) entre pies

$$V_{pptol} = \frac{116 + 0.232 R_p}{\sqrt{t}}$$

c) entre mano y pie.

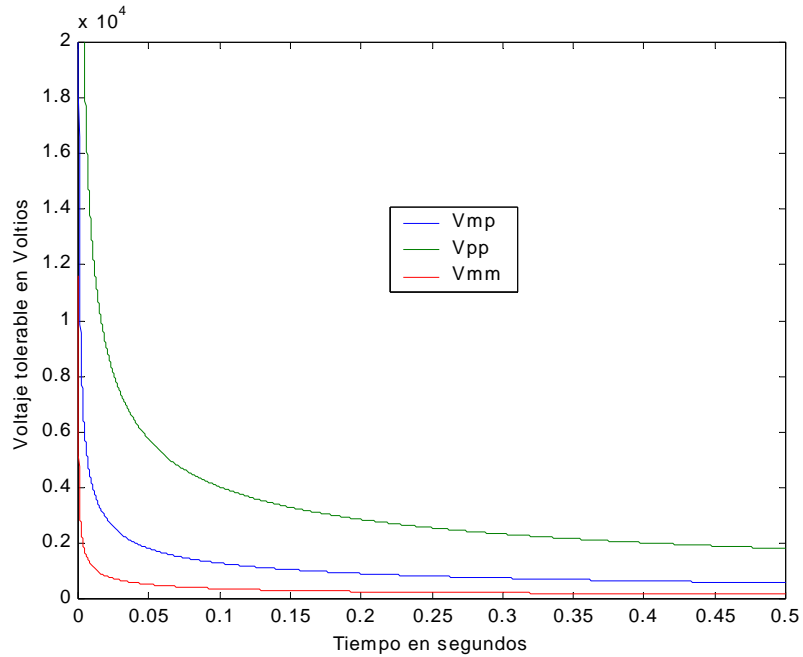
$$V_{mptol} = \frac{116 + 0.058 R_p}{\sqrt{t}}$$

Donde:

t = es el tiempo de contacto con la corriente en segundos

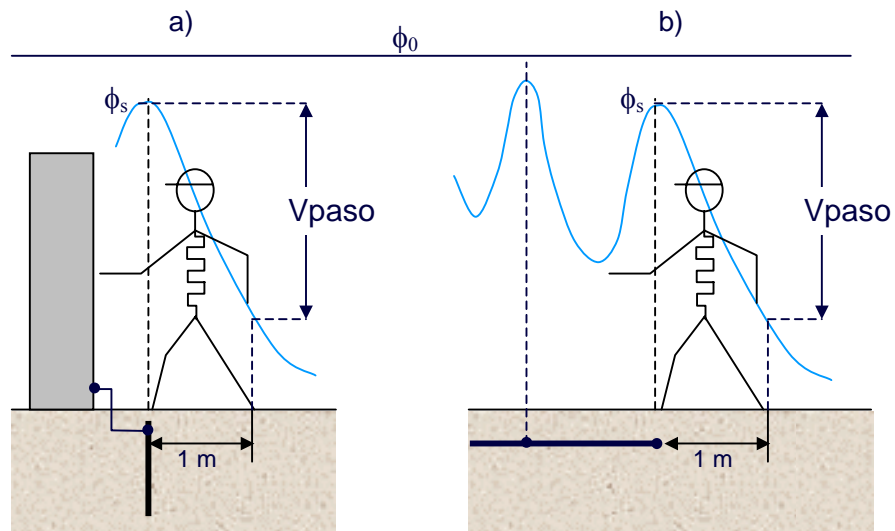
R<sub>p</sub> = es la resistencia de contacto de los pies con el terreno en Ω.

La figura 1.6.1 muestra las variaciones de estos tres potenciales en el tiempo para una R<sub>p</sub> de 5000 Ω.



**Figura # 1.6.1. Voltajes tolerables entre pies, entre manos y entre mano y pie para una  $R_p$  de  $5000 \Omega$**

Los sistemas de puesta a tierra, fundamentalmente las mallas de las subestaciones se diseñan en función de las tensiones de paso y de contacto las cuales se muestran en la figura 1.6.2

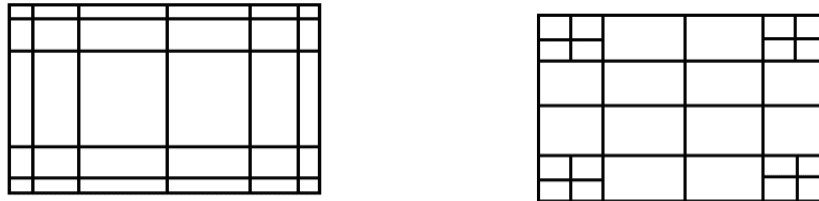


**Figura # 1.6.2. Solicitaciones de voltaje entre pies  $V_{paso}$  en los contornos de una puesta a tierra. [1]**

## 2.1-Introducción.

El desarrollo alcanzado por los sistemas de cómputo, ha permitido la implementación de programas para el proyecto y análisis de sistemas de puesta a tierra, basados en algoritmos matemáticos de gran exactitud desarrollados hace muchos años, pero que su complejidad impidieron su desarrollo y aplicación más extensiva, dando lugar a numerosos métodos aproximados, que si bien han garantizado resultados aceptables desde el punto de vista práctico, sus inherentes errores son razón suficiente que justifica no continuar aplicándolos.

El método de las imágenes de Maxwell aplicado al proyecto y análisis de sistemas de puesta a tierra, es un método que pudiera clasificarse como semiexacto, que permite el diseño de sistemas de gran complejidad considerando tanto la existencia de terrenos de resistividad homogénea como de terrenos multiestratificados, garantizando niveles de exactitud que comparados por ejemplo con el método propuesto por la IEEE para el diseño de mallas de tierra de subestaciones, en su norma STD 80 del 2000, en dependencia de las dimensiones de la malla puede reducir errores de hasta un 20%. Por otra parte este método de la IEEE realiza el diseño solo de mallas rectangulares de reticulado uniforme en toda su área, mientras que el método propuesto permite diseños como los mostrados en la Figura 2.1.1 y aún más complejos. [2], que mejoran los niveles de potenciales superficiales y de contacto, optimizan el diseño o se restringen a un área dimensiones y formas determinadas.



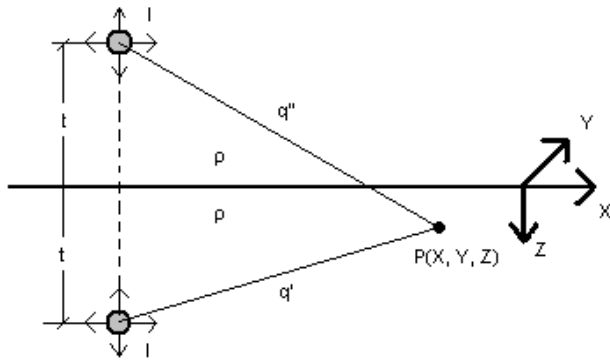
a) separación progresiva de conductores.

b) cruces en esquina.

**Figura 2.1.1 Configuraciones para el mejoramiento de la tensión de paso en las esquinas y periferias de mallas de tierra.**

## 2.2-Método de las imágenes de Maxwell.

Este método consiste básicamente en considerar un medio infinito de resistividad  $\rho$ , en el cual, además del efecto de la esfera real, está presente el efecto de una esfera igual, reflejada en la superficie que representa la separación entre ambos medios. En este caso, considerando que el terreno tiene una conductividad mucho mayor que el aire, la corriente dispersada por la imagen tiene una magnitud y signo igual a la esfera real (figura 2.2.1) [1] [2]



**Figura 2.2.1 Fuente puntual de corriente y su imagen.**

El potencial en el punto  $P(x, y, z)$  del terreno, está dado entonces, por la suma de los potenciales producidos en ese punto por la esfera real y la esfera imagen:

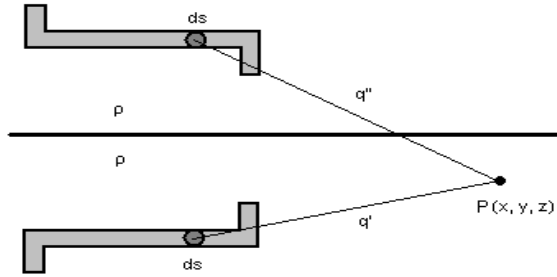
$$\phi_P = \frac{\rho I}{4\pi q'} + \frac{\rho I}{4\pi q''} \quad (1)$$

La expresión anterior es la base para el cálculo del potencial producido en un punto del terreno por un electrodo de forma cualquiera. El electrodo se supone dividido en elementos infinitesimales cada uno de los cuales se asemeja a una pequeña esfera o fuente puntual de corriente. El potencial total es la suma (integral) de los potenciales infinitesimales producidos por cada una de las fuentes puntuales en que se divide el electrodo. Así, para un electrodo elemental de cualquier forma, el potencial producido por un elemento de este, en un punto  $P(x, y, z)$  del terreno, vale:

$$d\phi_P = \frac{\rho dI}{4\pi q'} + \frac{\rho dI}{4\pi q''} \quad (2)$$

donde el punto  $P$  queda determinado por un sistemas de coordenadas convenientemente elegido. Normalmente, el valor de  $z$  se mide a partir de la superficie del terreno.

Para un electrodo de forma general como el mostrado en la Figura 2.2.2.



**Figura 2.2.2 Electrodo de forma general.**

La corriente dispersada por un elemento  $ds$  del electrodo elemental vale:

$$dI = i(s)ds \quad (3)$$

Donde  $ds$  es la longitud del elemento, medida en la dirección axial del electrodo; e  $i(s)$  es la densidad lineal de dispersión de corriente hacia el terreno, variable a lo largo del electrodo.

Por tanto:

$$d\phi_P = \frac{\rho ds}{4\pi} \left[ \frac{i(s)}{q'} + \frac{i(s)}{q''} \right] \quad (4)$$

En términos generales, la resistencia propia de un electrodo y la mutua entre dos electrodos se puede definir como la relación entre la variación del potencial en un electrodo  $i$ , dividido por la variación de corriente dispersada por el propio electrodo o la relación entre la variación del potencial en un electrodo  $i$ , dividido por la variación de corriente dispersada en el otro electrodo  $j$ , manteniéndose constante las restantes corrientes. En otros términos:

$$R_{ii} = \frac{\partial \phi_i}{\partial I_i} \quad o \quad R_{ij} = \frac{\partial \phi_i}{\partial I_j} \quad (5)$$

Luego el potencial en cualquier punto P del terreno está definido como:

$$\phi_p = \frac{\rho I}{4\pi l} \int_i^{t+l} \left( \frac{1}{q'} + \frac{1}{q''} \right) ds \quad (6)$$

En función de la exactitud con que se determine la solución de la ecuación anterior, será la exactitud que se obtenga en las expresiones de las resistencias propias y mutuas entre electrodos [1][2]

### 2.3-Método general de solución de puestas a tierra compuestas.

La mayoría de las puestas a tierra usadas en la práctica están formadas por una combinación apropiada de diferentes electrodos elementales interconectados entre sí. Este conjunto de electrodos tiene generalmente dos objetivos: por un lado, obtener un valor de resistencia que no sobrepase lo requerido, lo que es difícil obtener con un simple electrodo, y por otro lado reducir las sollicitaciones de voltaje en el interior y contorno de la puesta a tierra mediante una disposición adecuada de sus componentes.

Para un conjunto de  $n$  electrodos elementales, cada uno de los cuales dispersa una corriente  $I$ . El potencial de cada electrodo se obtiene como la suma algebraica del potencial producido por la propia corriente dispersada, más los potenciales inducidos en este por cada una de las corrientes dispersadas en los restantes electrodos. Así para un conjunto de electrodos elementales:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \phi_{11} + \phi_{12} + \phi_{13} + \dots + \phi_{1n} = R_{11}I_1 + R_{12}I_2 + R_{13}I_3 + \dots + R_{1n}I_n \\ \phi_2 &= \phi_{21} + \phi_{22} + \phi_{23} + \dots + \phi_{2n} = R_{21}I_1 + R_{22}I_2 + R_{23}I_3 + \dots + R_{2n}I_n \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \dots + \quad \cdot \\ \phi_n &= \phi_{n1} + \phi_{n2} + \phi_{n3} + \dots + \phi_{nn} = R_{n1}I_1 + R_{n2}I_2 + R_{n3}I_3 + \dots + R_{nn}I_n \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \dots + \quad \cdot \end{aligned} \quad (7)$$

Donde:  $I_i$  es la corriente dispersada por el electrodo  $i$ .

$R_{ii}$  es la resistencia propia del electrodo  $i$ .

$R_{ij}$  ( $i \neq j$ ) es la resistencia mutua entre los electrodos  $i$  y  $j$ .

El sistema anterior de ecuaciones se puede escribir en forma resumida como:

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1i} & \cdots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2i} & \cdots & R_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdots & \cdot \\ R_{i1} & R_{i2} & \cdots & R_{ii} & \cdots & R_{in} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdots & \cdot \\ R_{n1} & R_{n2} & \cdots & R_{ni} & \cdots & R_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdot \\ I_i \\ \cdot \\ I_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

o, en forma resumida:  $[\Phi] = [R] [I]$

La matriz de resistencias  $[R]$  es simétrica, ( $R_{i,j} = R_{j,i}$ ), con todos sus términos mayor que cero. Además, para una determinada fila, el término  $ii$  de la diagonal (resistencia propia del electrodo  $i$ ) es siempre mayor que los otros términos (resistencias mutuas con los otros electrodos). En el caso de puestas a tierra de geometría simétrica, los términos de la diagonal son iguales entre sí, o parcialmente iguales.

Si se considera a continuación que los electrodos de la figura están interconectados galvánicamente entre sí, se puede asumir que todos poseen un mismo potencial  $\phi_0$  lo que es válido con gran aproximación para las frecuencias industriales. Entonces:

$$\phi_1 = \phi_2 = \cdots = \phi_i = \cdots = \phi_n \quad (9)$$

Por definición, la resistencia de puesta a tierra del conjunto de electrodos se determina como la relación entre el potencial de esta y la corriente total dispersada:

$$R = \frac{\phi_0}{I_{tot}} = \frac{\phi_0}{\sum_i I_i} \quad (10)$$

Por lo tanto, para calcular la resistencia del conjunto es necesario determinar las corrientes dispersadas por cada uno de los electrodos elementales, lo que implica alguna forma de solución de la expresión de la lámina anterior. Una forma clásica de solución de  $[I]$  es premultiplicar por la matriz inversa de  $[R]$ , obteniéndose:

$$[I] = [R]^{-1} [\phi] = [R]^{-1} [1] \phi_0 \quad (11)$$

donde  $[R]^{-1} = [G]$ , es la matriz inversa de R también simétrica.

Así, la solución de [I] puede expresarse como:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdot \\ I_i \\ \cdot \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1i} & \cdots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2i} & \cdots & G_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdots & \cdot \\ G_{i1} & G_{i2} & \cdots & G_{ii} & \cdots & G_{in} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdots & \cdot \\ G_{n1} & G_{n2} & \cdots & G_{ni} & \cdots & G_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ 1 \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \phi_0 \quad (12)$$

De donde, las corrientes dispersadas por los electrodos son:

$$\begin{aligned} I_1 &= \phi_0 (G_{11} + G_{12} + G_{13} + \cdots + G_{1n}) \\ I_2 &= \phi_0 (G_{21} + G_{22} + G_{23} + \cdots + G_{2n}) \\ \cdot & \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdots \quad \cdot \\ I_i &= \phi_0 (G_{i1} + G_{i2} + G_{i3} + \cdots + G_{in}) \\ \cdot & \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdots \quad \cdot \\ I_n &= \phi_0 (G_{n1} + G_{n2} + G_{n3} + \cdots + G_{nn}) \end{aligned} \quad (13)$$

La corriente dispersada por un determinado electrodo i es:

$$I_i = \phi_0 \sum_{j=1}^n G_{ij} \quad (14)$$

y la corriente total dispersada por la puesta a tierra:

$$I_{tot} = \sum_{i=1}^n I_i = \phi_0 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n G_{ij} \quad (15)$$

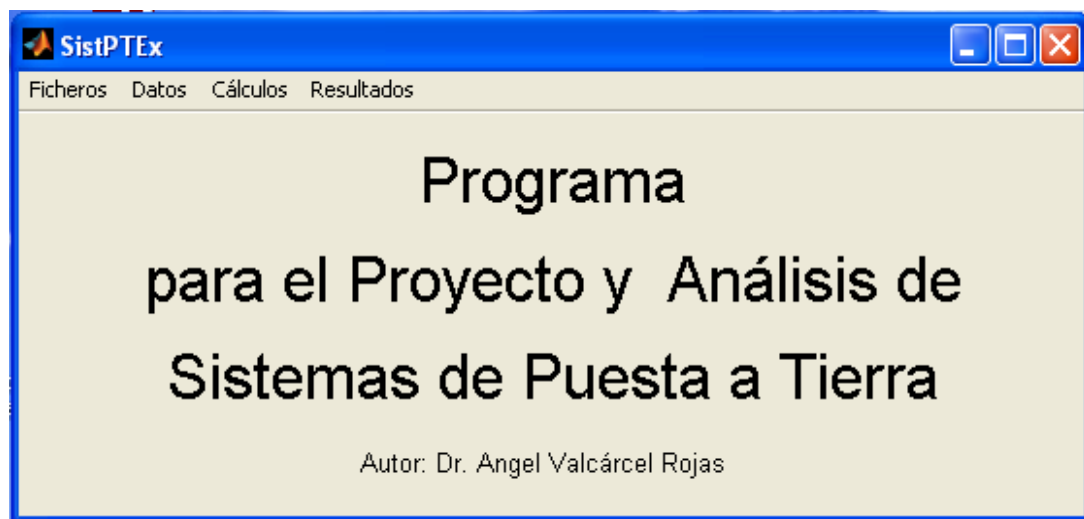
La resistencia de puesta a tierra del conjunto, es:

$$R = \frac{\phi_0}{I_{tot}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n G_{ij}} \quad (16)$$

El denominador de la expresión anterior corresponde a la suma de todos los términos  $G_{ij}$  de la matriz  $[G]$ . [2]

#### 2.4-Programa para el Proyecto y Análisis de Sistemas de Puesta a Tierra.

Basado en la metodología descrita anteriormente está programado en MatLab el software SistPTEx con un ambiente amistoso fácil de trabajar, la figura 2.4.1 muestra su ventana principal.

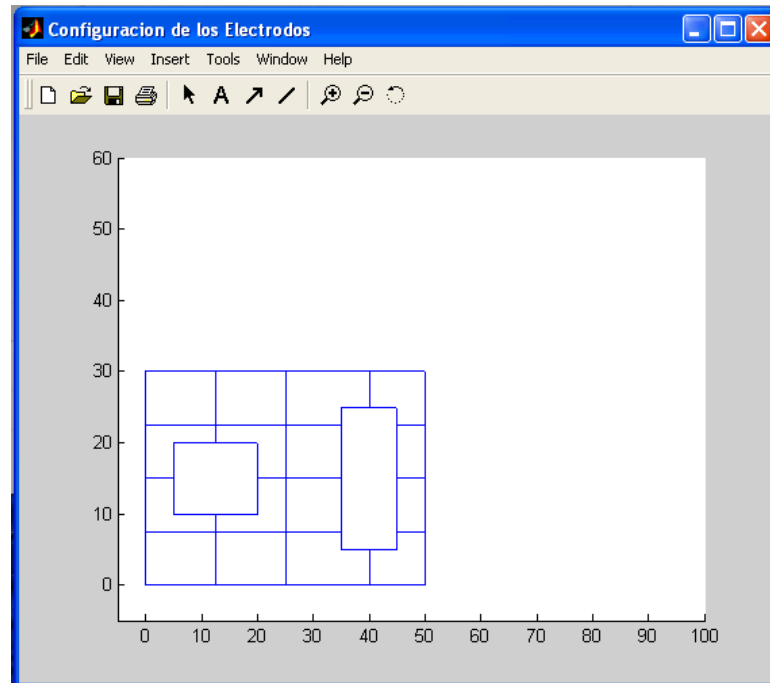


**Figura 2.4.1 Ventana principal**

El programa permite trabajar tanto con terrenos considerados homogéneos (caso de análisis en este trabajo) como multiestratificados y realizar las siguientes operaciones:

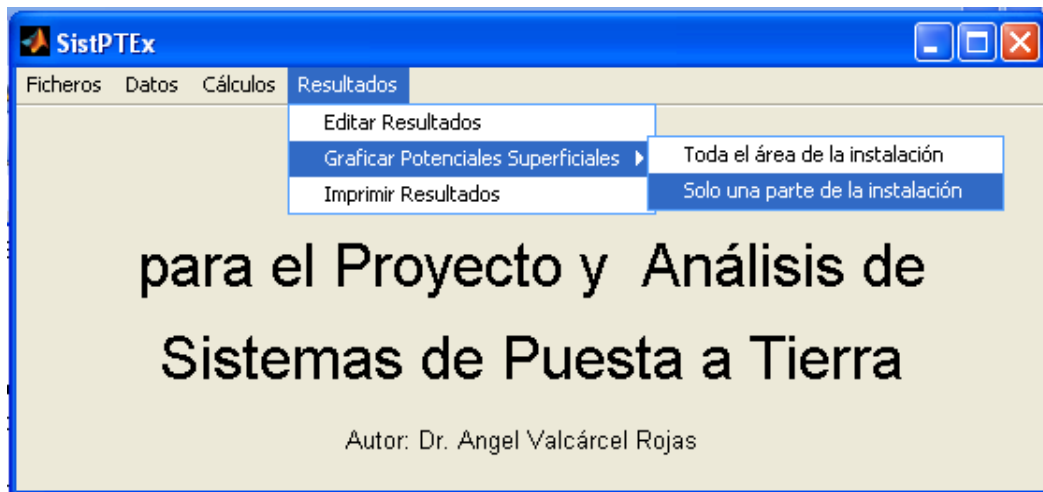
- Editar cualquier tipo de configuración de electrodos convencionales (ver Figura 2.4.2).
- Determinar la resistencia de conexión a tierra del sistema editado.

- Determinar un sistema que cumpla con restricciones de espacio y de resistencia deseada.
- Determinar la malla de tierra de una subestación específica de reticulado uniforme y optimización de los electrodos.
- Determinar a partir de una malla de reticulado uniforme una malla óptima con espaciamiento progresivo de los conductores.
- Determinar la interacción entre mallas o sistemas independientes o interconectados.



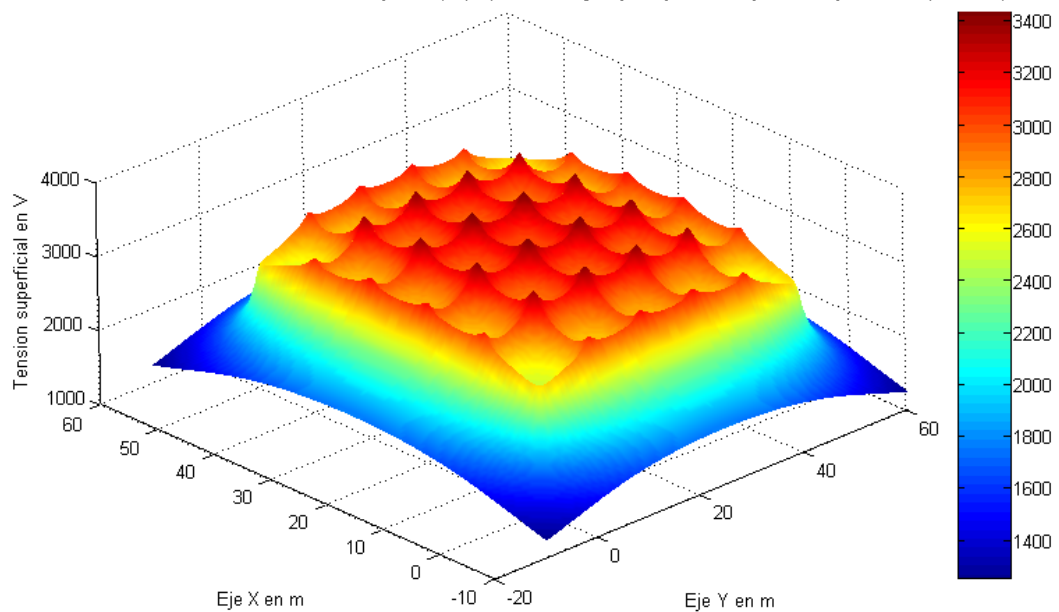
**Figura 2.4.2 Gráfico en planta de un sistema formado por electrodos horizontales de estructura irregular.**

Los resultados que brinda el programa pueden ser editados en pantalla o con salida a impresora y además permite mostrar una gráfica en tres dimensiones de los potenciales superficiales y de contacto del sistema para una determinada corriente drenada al terreno, indicando las coordenadas y la magnitud de la mayor tensión de contacto sobre la superficie de la instalación (ver figuras 2.4.3 y 2.4.4). [1]



**Figura 2.4.3. Resultados del programa.**

La tensión de contacto máxima es 928.8175 V en el punto (3,5,3,5) siendo mayor que la permisible por el cuerpo humano (419.635 V)



**Figura 2.4.4. Potenciales superficiales del sistema diseñado.**

### 3.1- Introducción.

Con la ayuda del programa SistPTEx se propone realizar un análisis de diferentes factores que inciden en la resistencia de las puestas a tierra de los sistemas de aterramiento, en este caso considerando que el terreno tiene una resistividad uniforme. Además se hace un análisis del comportamiento de sistemas de puesta a tierra interconectados e independientes.

### 3.2- Efecto de la resistividad del terreno en la resistencia de puesta a tierra.

En este caso se usaron tres tipos de electrodos, el horizontal, el vertical y la malla para ver el efecto en la resistencia de puesta a tierra al variar la resistividad del terreno. Se mantuvieron constante las dimensiones de los electrodos y la profundidad de enterramiento; y solo se varió la resistividad del terreno obteniéndose los resultados que se muestran en la tabla 3.2.1.

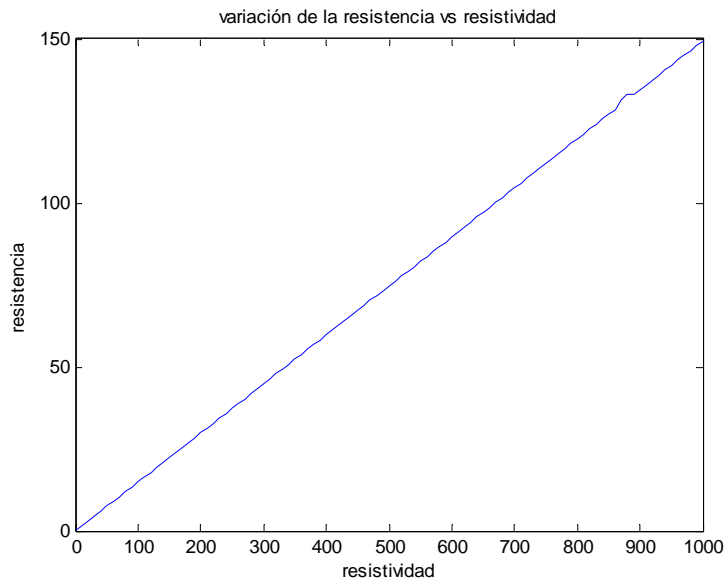
**Tabla 3.2.1 Variación de la resistencia de puesta a tierra con la resistividad del terreno**

Resistividad ( $\Omega.m$ )	Resistencia electrodo horizontal ( $\Omega$ )	Resistencia electrodo vertical ( $\Omega$ )	Resistencia malla ( $\Omega$ )
1	0.14941	0.30887	0.021869
10	1.4941	3.0887	0.21869
20	2.9882	6.1774	0.43739
30	4.4823	9.2661	0.65608
40	5.9764	12.3549	0.87478
50	7.4706	15.4436	1.0935
60	8.9647	18.5323	1.3122
70	10.4588	21.621	1.5309
80	11.9529	24.7097	1.7496
90	13.447	27.7984	1.9682
100	14.9411	30.8872	2.1869
110	16.4352	33.9759	2.4056
120	17.9293	37.0646	2.6243
130	19.4234	40.1533	2.843
140	20.9175	43.242	3.0617
150	22.4117	46.3307	3.2804
160	23.9058	49.4195	3.4991
170	25.3999	52.5082	3.7178
180	26.894	55.5969	3.9365
190	28.3881	58.6856	4.1552

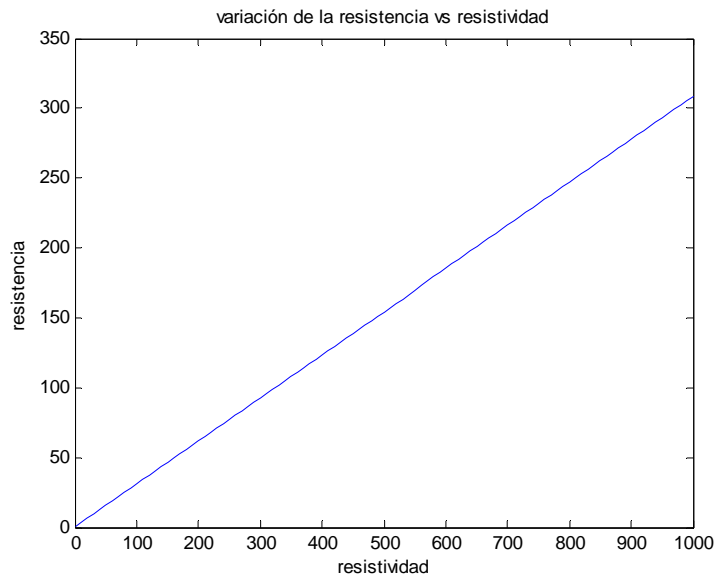
200	29.8822	61.7743	4.3739
<b>Resistividad (<math>\Omega</math>.m)</b>	<b>Resistencia electrodo horizontal (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Resistencia electrodo vertical (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Resistencia malla (<math>\Omega</math>)</b>
210	31.3763	64.863	4.5926
220	32.8704	67.9518	4.8113
230	34.3645	71.0405	5.03
240	35.8587	74.1292	5.2487
250	37.3528	77.2179	5.4674
260	38.8469	80.3066	5.6861
270	40.341	83.3953	5.9047
280	41.8351	86.4841	6.1234
290	43.3292	89.5728	6.3421
300	44.8233	92.6615	6.5608
310	46.3174	95.7502	6.7795
320	47.8115	98.8389	6.9982
330	49.3056	101.9276	7.2169
340	50.7998	105.0164	7.4356
350	52.2939	108.1051	7.6543
360	53.788	111.1938	7.873
370	55.2821	114.2825	8.0917
380	56.7762	117.3712	8.3104
390	58.2703	120.4599	8.5291
400	59.7644	123.5487	8.7478
410	61.2585	126.6374	8.9665
420	62.7526	129.7261	9.1852
430	64.2468	132.8148	9.4039
440	65.7409	135.9035	9.6226
450	67.235	138.9922	9.8412
460	68.7291	142.081	10.0599
470	70.2232	145.1697	10.2786
480	71.7173	148.2584	10.4973
490	73.2114	151.3471	10.716
500	74.7055	154.4358	10.9347
510	76.1996	157.5245	11.1534
520	77.6938	160.6133	11.3721
530	79.1879	163.702	11.5908
540	80.682	166.7907	11.8095
550	82.1761	169.8794	12.0282
560	83.6702	172.9681	12.2469
570	85.1643	176.0568	12.4656
580	86.6584	179.1456	12.6843
590	88.1525	182.2343	12.903
600	89.6466	185.323	13.1217
610	91.1407	188.4117	13.3404
620	92.6349	191.5004	13.5591
630	94.129	194.5891	13.7777
640	95.6231	197.6779	13.9964
650	97.1172	200.7666	14.2151
660	98.6113	203.8553	14.4338
670	100.1054	206.944	14.6525
680	101.5995	210.0327	14.8712
690	103.0936	213.1214	15.0899
700	104.5877	216.2102	15.3086
710	106.0819	219.2989	15.5273

720	107.576	222.3876	15.746
<b>Resistividad (<math>\Omega</math>.m)</b>	<b>Resistencia electrodo horizontal (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Resistencia electrodo vertical (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Resistencia malla (<math>\Omega</math>)</b>
730	109.0701	225.4763	15.9647
740	110.5642	228.565	16.1834
750	112.0583	231.6537	16.4021
760	113.5524	234.7425	16.6208
770	115.0465	237.8312	16.8395
780	116.5406	240.9199	17.0582
790	118.0347	244.0086	17.2769
800	119.5288	247.0973	17.4956
810	121.023	250.186	17.7142
820	122.5171	253.2748	17.9329
830	124.0112	256.3635	18.1516
840	125.5053	259.4522	18.3703
850	126.9994	262.5409	18.589
860	128.4935	265.6296	18.8077
870	131.4817	268.7183	19.0264
880	132.9758	271.8071	19.2451
890	132.9758	274.8958	19.4638
900	134.47	277.9845	19.6825
910	135.9641	281.0732	19.9012
920	137.4582	284.1619	20.1199
930	138.9523	287.2506	20.3386
940	140.4464	290.3394	20.5573
950	141.9405	293.4281	20.776
960	143.4346	296.5168	20.9947
970	144.9287	299.6055	21.2134
980	146.4228	302.6942	21.4321
990	147.9169	305.7829	21.6507
1000	149.4111	308.8717	21.8694

En las figuras 3.2.1, 3.2.2 y 3.2.3 se muestran las variaciones para cada uno de los sistemas mencionados (electrodo horizontal, electrodo vertical y malla de tierra). En todos los casos se observa una proporcionalidad prácticamente lineal entre la resistividad del terreno y la resistencia de puesta a tierra.

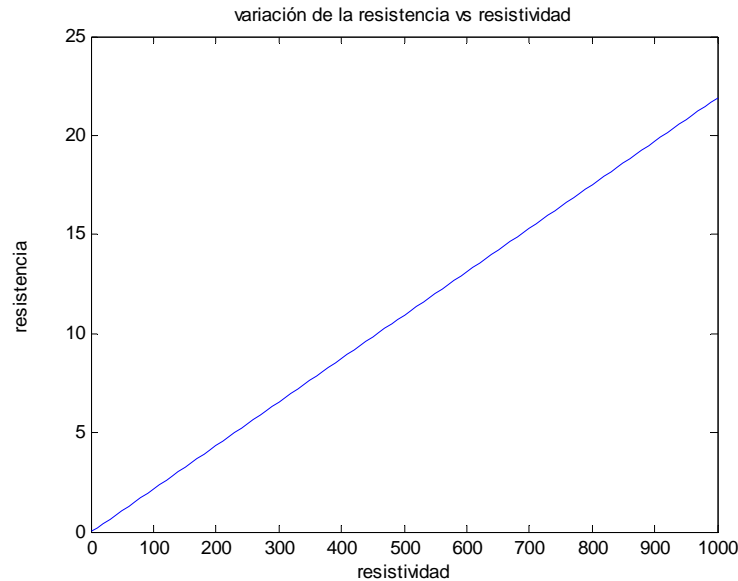


**Figura 3.2.1 Electrodo horizontal**  
**Profundidad de enterramiento del electrodo 0.5 m**  
**Diámetro del electrodo 0.01 m**  
**Longitud del electrodo 10 m**



**Figura 3.1.2 Electrodo vertical**  
**Profundidad de enterramiento del electrodo 0.5 m**  
**Diámetro del electrodo 0.02 m**

### Longitud del electrodo 3 m



**Figura 3.1.3 Malla de tierra**  
**Profundidad de enterramiento del electrodo 0.5 m**  
**Diámetro del electrodo 0.01 m**  
**Malla de 10 cuadrículas 20m<sup>2</sup>**

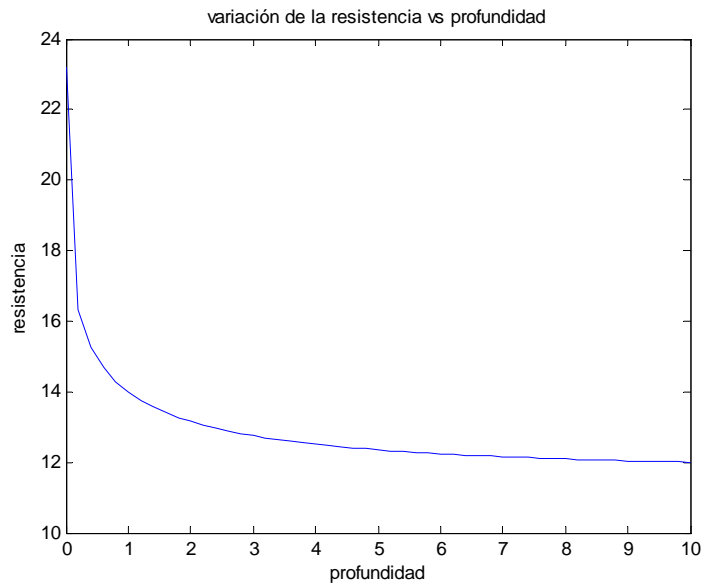
### 3.3- Efecto de la profundidad de enterramiento del electrodo en la resistencia de puesta a tierra.

En este caso se mantuvieron constantes la resistividad del terreno y las dimensiones de los electrodos con el objetivo de verificar el efecto en la resistencia de puesta a tierra al variar la profundidad de enterramiento de los electrodos con respecto a la superficie, la tabla 3.3.1 muestra los resultados obtenidos.

**Tabla 3.3.1 Variación de la resistencia de puesta a tierra con la profundidad de enterramiento de los electrodos con respecto a la superficie.**

Profundidad (m)	Resistencia electrodo horizontal ( $\Omega$ )	Resistencia electrodo vertical ( $\Omega$ )	Resistencia malla ( $\Omega$ )
0	23.2193	32.3177	2.4636
0.2	16.3072	31.4717	2.2567
0.4	15.2658	31.0459	2.2067
0.6	14.681	30.7514	2.1689

<b>Profundidad (m)</b>	<b>Resistencia electrodo horizontal (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Resistencia electrodo vertical (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Resistencia malla (<math>\Omega</math>)</b>
0.8	14.2824	30.5292	2.1363
1	13.9852	30.3535	2.1067
1.2	13.7518	30.21	2.0794
1.4	13.562	30.0901	2.054
1.6	13.4038	29.9882	2.0301
1.8	13.2695	29.9004	2.0076
2	13.1538	29.8237	1.9863
2.2	13.0529	29.7562	1.9661
2.4	12.9641	29.6963	1.9469
2.6	12.8854	29.6426	1.9286
2.8	12.815	29.5943	1.9111
3	12.7517	29.5506	1.8944
3.2	12.6946	29.5108	1.8784
3.4	12.6426	29.4745	1.8631
3.6	12.5952	29.4411	1.8484
3.8	12.5519	29.4104	1.8343
4	12.512	29.3819	1.8207
4.2	12.4752	29.3556	1.8076
4.4	12.4413	29.3311	1.7951
4.6	12.4097	29.3083	1.783
4.8	12.3804	29.2869	1.7713
5	12.3531	29.267	1.76
5.2	12.3276	29.2482	1.7492
5.4	12.3038	29.2305	1.7387
5.6	12.2814	29.2139	1.7286
5.8	12.2604	29.1982	1.7188
6	12.2406	29.1834	1.7093
6.2	12.2219	29.1693	1.7002
6.4	12.2043	29.156	1.6913
6.6	12.1877	29.1433	1.6827
6.8	12.1719	29.1313	1.6744
7	12.1569	29.1198	1.6664
7.2	12.1427	29.1089	1.6586
7.4	12.1292	29.0985	1.6511
7.6	12.1164	29.0885	1.6438
7.8	12.1041	29.079	1.6367
8	12.0924	29.0699	1.6298
8.2	12.0813	29.0611	1.6231
8.4	12.0706	29.0527	1.6166
8.6	12.0604	29.0447	1.6103
8.8	12.0507	29.0369	1.6042
9	12.0413	29.0295	1.5982
9.2	12.0323	29.0224	1.5925
9.4	12.0237	29.0155	1.5868
9.6	12.0154	29.0088	1.5814
9.8	12.0075	29.0024	1.5761
10	11.9998	28.9962	1.5709



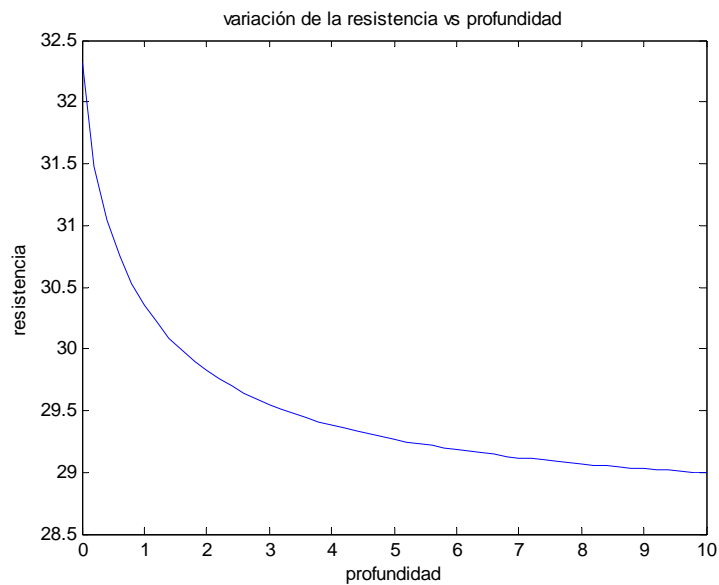
**Figura 3.3.1 Electrodo horizontal**

**Resistividad del terreno 100 ohm m**

**Diámetro del electrodo 0.01 m**

**Longitud del electrodo 10 m**

Como se puede observar en la figura 3.3.1 mientras mayor sea la profundidad de enterramiento del electrodo menor es la resistencia de puesta a tierra, hasta una profundidad de aproximadamente 1 m, a partir de la cual la disminución en resistencia no compensa los esfuerzos y costos necesarios para enterrar el electrodo. Entre 0 y 1 metro de profundidad se produce una reducción en resistencia de un 40 %.



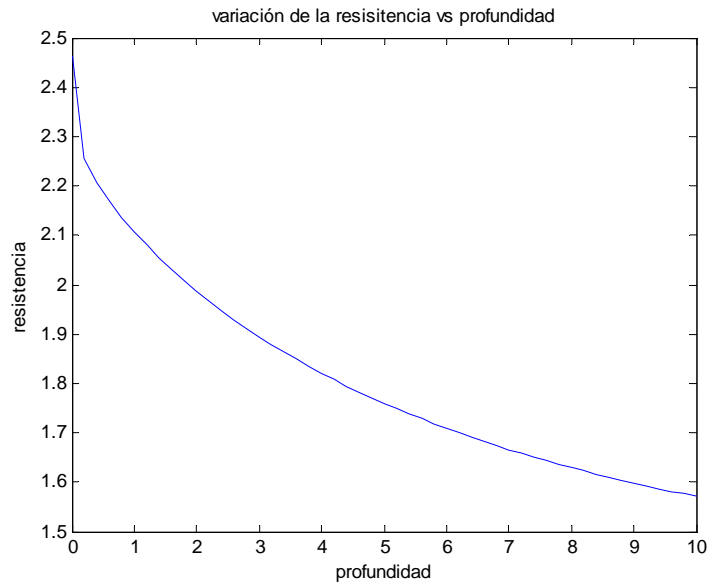
**Figura 3.3.2 Electrodo vertical**

**Resistividad del terreno 100 ohm m**

**Diámetro del electrodo 0.02 m**

**Longitud del electrodo 3 m**

En el caso del electrodo vertical (figura 3.3.2) se mantiene una situación similar a la anterior pero menos marcada, con una disminución de resistencia de un 10.3 % para una variación en profundidad entre 0 y 10 m, presentándose también las mayores variaciones entre 0 y 1 m de profundidad de enterramiento (6 %).



**Figura 3.3.3 Malla de tierra**  
**Resistividad del terreno 100 ohm m**  
**Diámetro del electrodo 0.0117 m**  
**Malla de 10 cuadrículas 20m<sup>2</sup>**

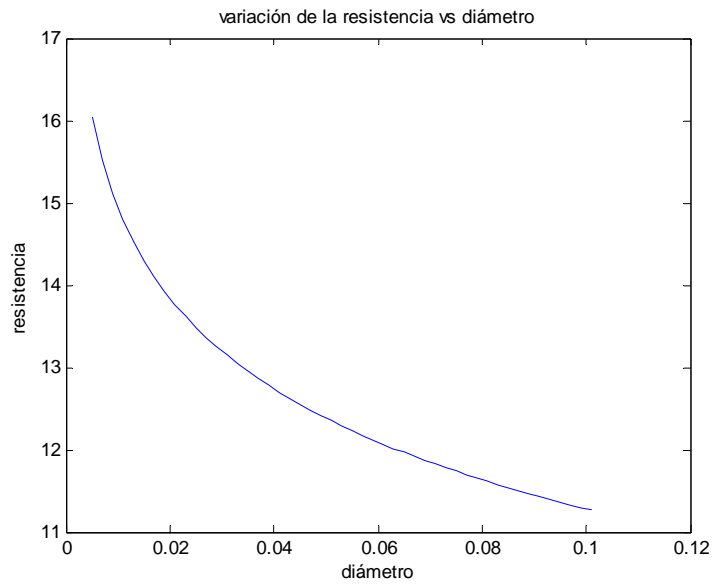
En la malla de tierra (ver figura 3.3.3) la variación entre 0 y 10 m de profundidad es de un 36 %, de una manera prácticamente continua, aunque como se puede observar en la figura, se presenta una primera disminución relativamente marcada entre 0 y 0.5 m de profundidad. Este caso los costo y esfuerzos necesarios al buscar mayor profundidad de enterramiento son muy superiores a los dos casos anteriores.

### **3.4- Efecto del diámetro de los electrodos en la resistencia de puesta a tierra.**

En este caso se mantienen constantes la profundidad de enterramiento, la resistividad del terreno y la longitud de los electrodos para comprobar el efecto en la resistencia de puesta a tierra al variar el diámetro de los electrodos. En la tabla 3.4.1 se muestran los resultados.

**Tabla 3.4.1. Variación de la resistencia de puesta a tierra con el diámetro de los electrodos.**

<b>Diámetro (m)</b>	<b>Resistencia electrodo horizontal (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Resistencia electrodo vertical (<math>\Omega</math>)</b>	<b>Resistencia malla (<math>\Omega</math>)</b>
0.005	16.0439	38.2284	2.7064
0.007	15.5089	36.4452	2.6905
0.009	15.1087	35.1137	2.6784
0.011	14.7895	34.0509	2.6686
0.013	14.5238	33.1664	2.6604
0.015	14.2962	32.409	2.6533
0.017	14.0971	31.7467	2.6471
0.019	13.9202	31.1584	2.6414
0.021	13.7611	30.6292	2.6363
0.023	13.6164	30.1483	2.6317
0.025	13.4839	29.7078	2.6273
0.027	13.3615	29.3012	2.6233
0.029	13.2479	28.9239	2.6196
0.031	13.1419	28.5718	2.616
0.033	13.0426	28.2419	2.6127
0.035	12.9491	27.9315	2.6096
0.037	12.8607	27.6385	2.6066
0.039	12.7771	27.3609	2.6037
0.041	12.6976	27.0974	2.601
0.043	12.622	26.8465	2.5983
0.045	12.5497	26.607	2.5958
0.047	12.4806	26.3781	2.5934
0.049	12.4144	26.1588	2.5911
0.051	12.3509	25.9483	2.5888
0.053	12.2898	25.746	2.5866
0.055	12.231	25.5512	2.5845
0.057	12.1742	25.3635	2.5825
0.059	12.1195	25.1823	2.5805
0.061	12.0665	25.0072	2.5785
0.063	12.0153	24.8378	2.5767
0.065	11.9657	24.6737	2.5748
0.067	11.9175	24.5147	2.5731
0.069	11.8708	24.3604	2.5713
0.071	11.8255	24.2106	2.5696
0.073	11.7814	24.0649	2.568
0.075	11.7385	23.9233	2.5663
0.077	11.6967	23.7854	2.5647
0.079	11.656	23.6511	2.5632
0.081	11.6163	23.5202	2.5617
0.083	11.5776	23.3926	2.5602
0.085	11.5398	23.268	2.5587
0.087	11.5028	23.1464	2.5573
0.089	11.4668	23.0275	2.5559
0.091	11.4315	22.9114	2.5545
0.093	11.397	22.7978	2.5531
0.095	11.3632	22.6866	2.5518
0.097	11.3301	22.5779	2.5505
0.099	11.2978	22.4713	2.5492

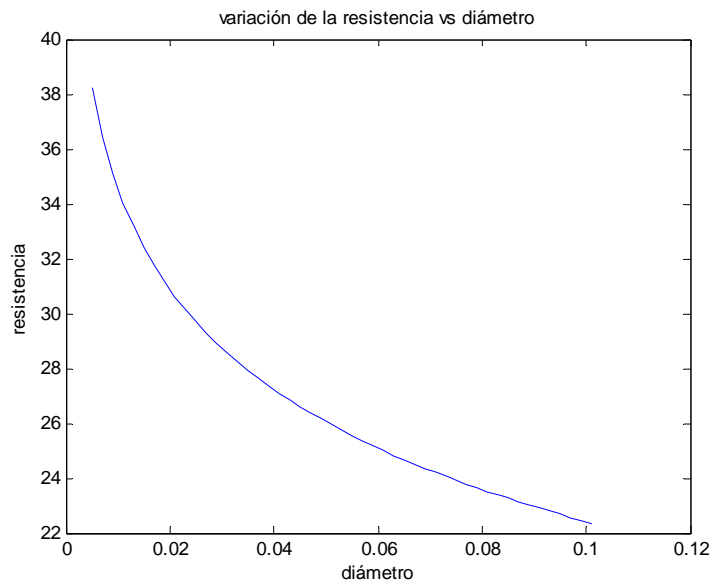


**Figura 3.4.1 Electrodo horizontal**

**Resistividad del terreno 100 ohm m**

**Profundidad de enterramiento del electrodo 0.5 m**

**Longitud del electrodo 10 m**

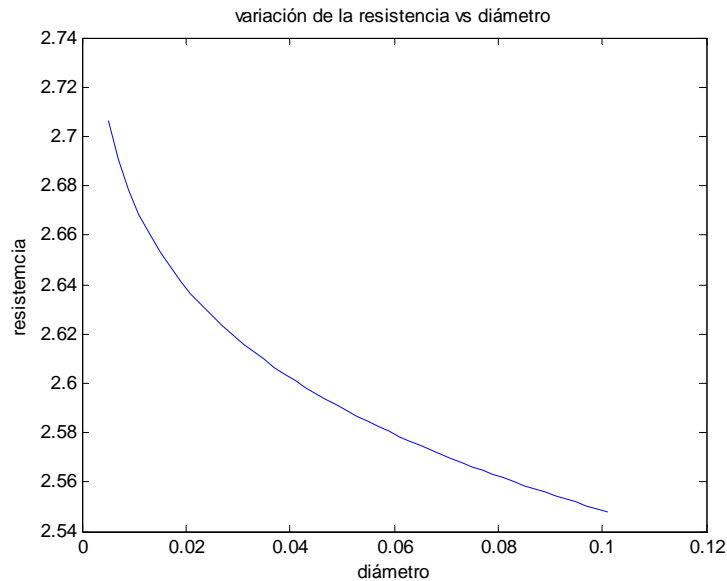


**Figura 3.4.2 Electrodo vertical**

**Resistividad del terreno 100 ohm m**

**Profundidad de enterramiento del electrodo 0.5 m**

**Longitud del electrodo 3 m**



**Figura 3.4.3 Malla de tierra**  
**Resistividad del terreno 100 ohm m**  
**Profundidad de enterramiento del electrodo 0.5 m**  
**Malla de 10 cuadrículas 20m<sup>2</sup>**

Como se observa en las figuras 3.4.1, 3.4.2 y 3.4.3 el diámetro de los electrodos es un factor que influye en la variación de la resistencia de puesta a tierra, mientras mayor es el diámetro menor es la resistencia con una tendencia a la estabilización pero siempre disminuyendo. En [17] se hace referencia a una mayor estabilización y a una disminución no significativa a partir de un diámetro de 0.02 m, en el valor de la resistencia de puesta a tierra con el diámetro de los electrodos. En este trabajo se ha comprobado que en el caso de los electrodos verticales y horizontales esa disminución es significativa, no siendo así en las configuraciones en malla donde las variaciones son realmente no significativas.

### **3.5- Efecto de la longitud del electrodo en la resistencia de puesta a tierra.**

En este caso se utilizaron como datos constantes la profundidad de enterramiento, la resistividad del terreno y el diámetro del electrodo para comprobar el efecto en la resistencia de puesta a tierra de la longitud del electrodo. (Las tablas 3.5.1, 3.5.2 y 3.5.3

muestran los resultados obtenidos para electrodo horizontal, electrodo vertical y malla respectivamente).

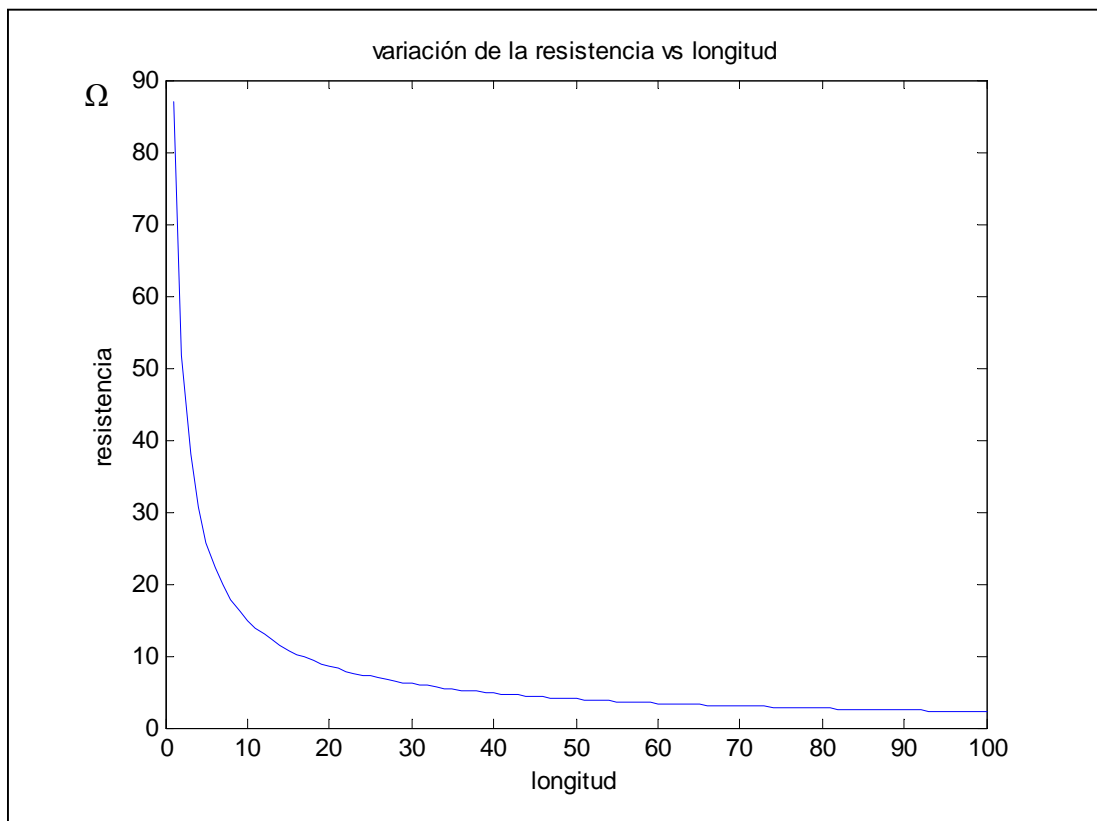
### Electrodo horizontal

**Tabla 3.5.1. Variación de la resistencia de puesta a tierra con la longitud.**

Longitud (m)	Resistencia electrodo horizontal ( $\Omega$ )	Longitud (m)	Resistencia electrodo horizontal ( $\Omega$ )
1	86.9561	45	4.3574
2	51.8265	46	4.2777
3	38.1411	47	4.2011
4	30.6092	48	4.1274
5	25.7657	49	4.0564
6	22.3578	50	3.988
7	19.8146	51	3.922
8	17.8357	52	3.8584
9	16.2473	53	3.7969
10	14.9411	54	3.7375
11	13.846	55	3.6801
12	12.9133	56	3.6245
13	12.1084	57	3.5707
14	11.406	58	3.5186
15	10.7871	59	3.4681
16	10.2373	60	3.4192
17	9.7452	61	3.3717
18	9.3021	62	3.3256
19	8.9007	63	3.2808
20	8.5352	64	3.2373
21	8.201	65	3.195
22	7.894	66	3.1539
23	7.6109	67	3.114
24	7.3491	68	3.075
25	7.106	69	3.0372
26	6.8798	70	3.0003
27	6.6687	71	2.9643
28	6.4711	72	2.9293
29	6.2858	73	2.8951
30	6.1117	74	2.8618
31	5.9476	75	2.8293
32	5.7929	76	2.7976
33	5.6465	77	2.7667
34	5.508	78	2.7364
35	5.3766	79	2.7069
36	5.2518	80	2.678
37	5.1331	81	2.6498
38	5.0201	82	2.6222
39	4.9123	83	2.5953
40	4.8094	84	2.5689
41	4.711	85	2.5431
42	4.6169	86	2.5178
43	4.5268	87	2.493

Longitud (m)	Resistencia electrodo horizontal ( $\Omega$ )	Longitud (m)	Resistencia electrodo horizontal ( $\Omega$ )
44	4.4403	88	2.4688
89	2.4451	95	2.3124
90	2.4219	96	2.2918
91	2.3991	97	2.2715
92	2.3768	98	2.2517
93	2.3549	99	2.2322
94	2.3335	100	2.213

En el caso de los electrodos horizontales como se aprecia en la figura 3.5.1 la resistencia disminuye con la longitud del electrodo estabilizándose para longitudes cercanas a los 100 metros.



**Figura 3.5.1. Electrodo horizontal**  
**Resistividad del terreno 100 ohm m**  
**Profundidad de enterramiento del electrodo 0.5 m**  
**Diámetro del electrodo 0.01 m**

La longitud del electrodo es un parámetro que influye en la variación de la resistencia de puesta a tierra, esta disminuye mientras aumenta la longitud del electrodo hasta cerca de los 20m que es donde ya se mantiene casi constante.

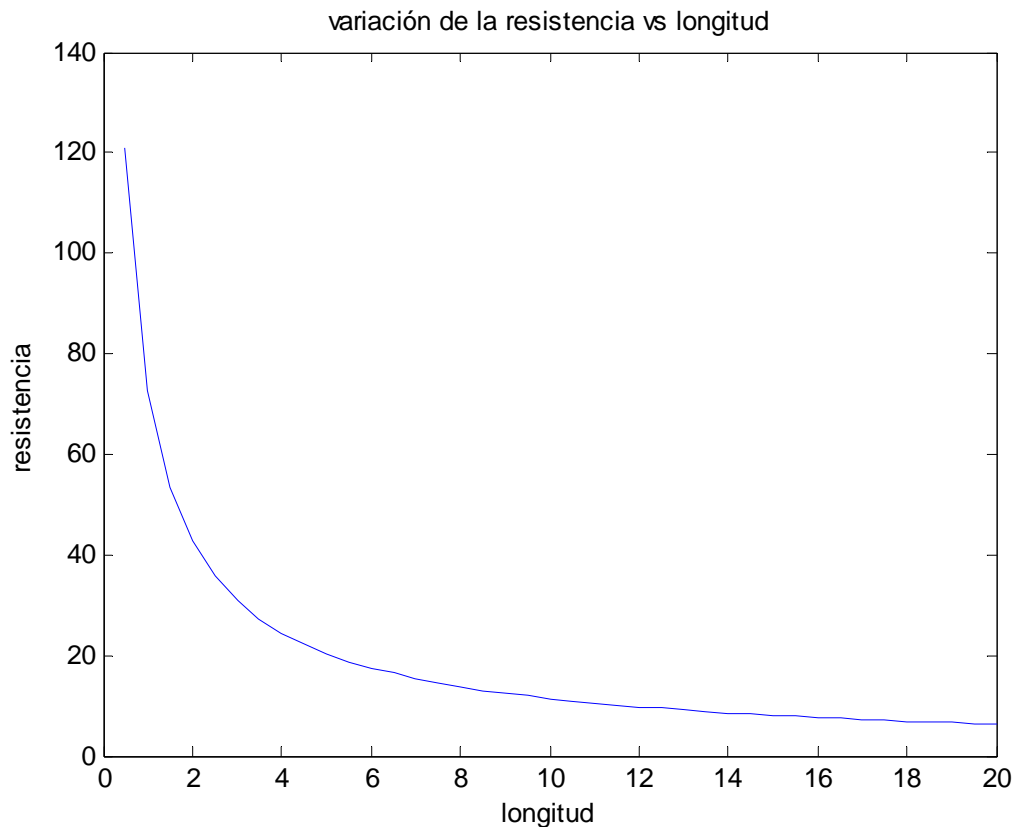
### **Electrodo vertical**

**Tabla 3.5.2 Variación de la resistencia de puesta a tierra con la longitud.**

<b>Longitud (m)</b>	<b>Resistencia electrodo vertical (<math>\Omega</math>)</b>
0.5	120.7975
1	72.7324
1.5	53.3877
2	42.6562
2.5	35.7452
3	30.8872
3.5	27.2684
4	24.4589
4.5	22.209
5	20.3633
5.5	18.8195
6	17.5076
6.5	16.3779
7	15.394
7.5	14.5289
8	13.7618
8.5	13.0765
9	12.4605
9.5	11.9034
10	11.397
10.5	10.9346
11	10.5105
11.5	10.12
12	9.7593
12.5	9.425
13	9.1142
13.5	8.8244
14	8.5536
14.5	8.3
15	8.0618
15.5	7.8377
16	7.6265
16.5	7.4271
17	7.2384
17.5	7.0597

Longitud (m)	Resistencia electrodo vertical ( $\Omega$ )
18	6.89
18.5	6.7289
19	6.5755
19.5	6.4294
20	6.29

Para los electrodos verticales se observa una disminución significativa entre 0.5 y 3 m de longitud, un 74.5 % de disminución y entre 1.5 y 3 m de 42.15 %. Los electrodos verticales se fabrican de 3 m de longitud y 5/8'' de diámetro, es práctica frecuente en COPEXTEL S.A. cortar los electrodos a la mitad (1.5 m) para facilitar el hincado de estos, lo cual obliga ha realizar instalaciones que ocupan una mayor área y mayor movimiento de tierra.

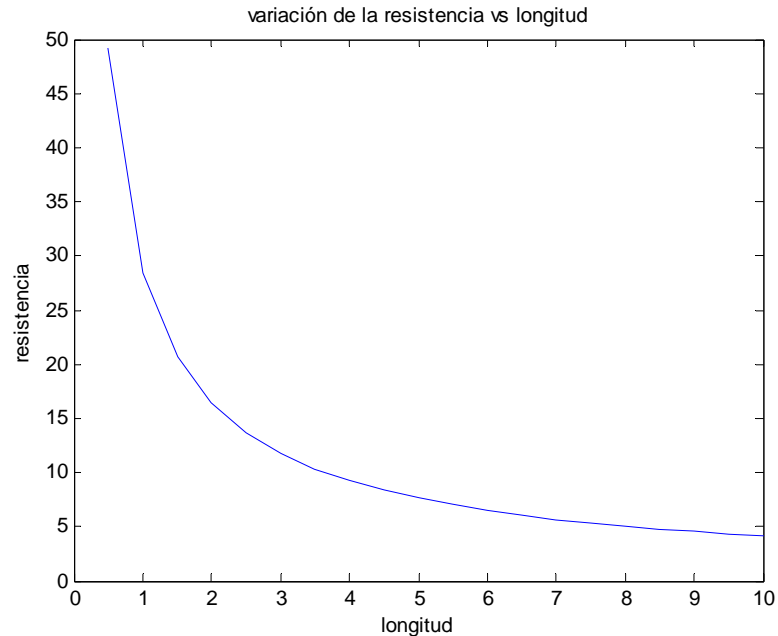


**Figura 3.5.2 Electrodo vertical**  
**Resistividad del terreno 100 ohm m**  
**Profundidad de enterramiento del electrodo 0.5 m**  
**Diámetro del electrodo 0.02**

## Malla de tierra

Tabla 3.5.3 Variación de la resistencia de puesta a tierra con la longitud.

Longitud (m)	Resistencia malla ( $\Omega$ )
0.5	49.2653
1	28.3999
1.5	20.6413
2	16.41
2.5	13.6931
3	11.7826
3.5	10.3585
4	9.2523
4.5	8.3665
5	7.6401
5.5	7.0329
6	6.5174
6.5	6.0741
7	5.6885
7.5	5.35
8	5.0503
8.5	4.7831
9	4.5432
9.5	4.3268
10	4.1303



**Figura 3.5.3 Malla de tierra**  
**Resistividad del terreno 100 ohm m**  
**Profundidad de enterramiento del electrodo 0.5 m**  
**Diámetro del electrodo 0.0117 m**

Como era de esperar en las mallas también un aumento de sus dimensiones manteniendo la misma cantidad de cuadrículas provoca una disminución de la resistencia, lo que está asociado a un aumento de su área. En el siguiente epígrafe se mantiene constante el área y se incrementa la cantidad de conductor en su interior.

### 3.6- Efecto de la cantidad de conductor de una malla.

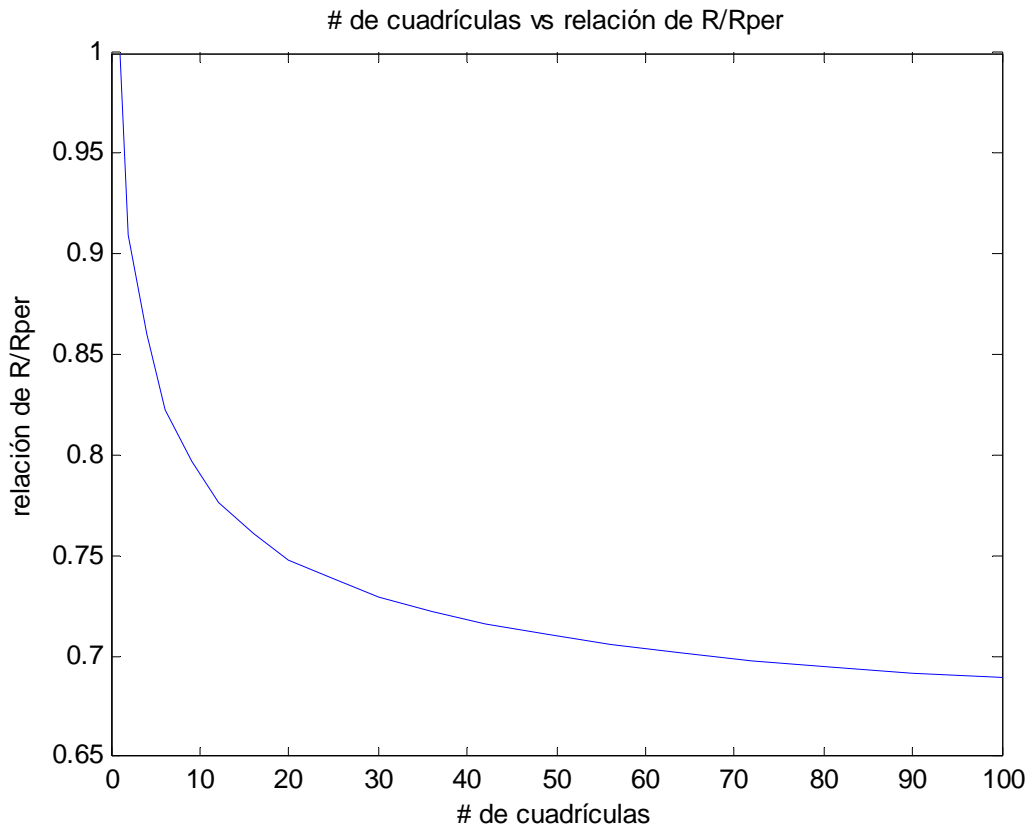
En este caso se mantiene fija el área de la malla (50 m x 50 m) y se incrementa progresivamente la cantidad de módulos o cuadrículas. La tabla 3.6.1 muestra los resultados obtenidos .

**Tabla 3.6.1. Efecto de la cantidad de conductores en el interior de una malla.**

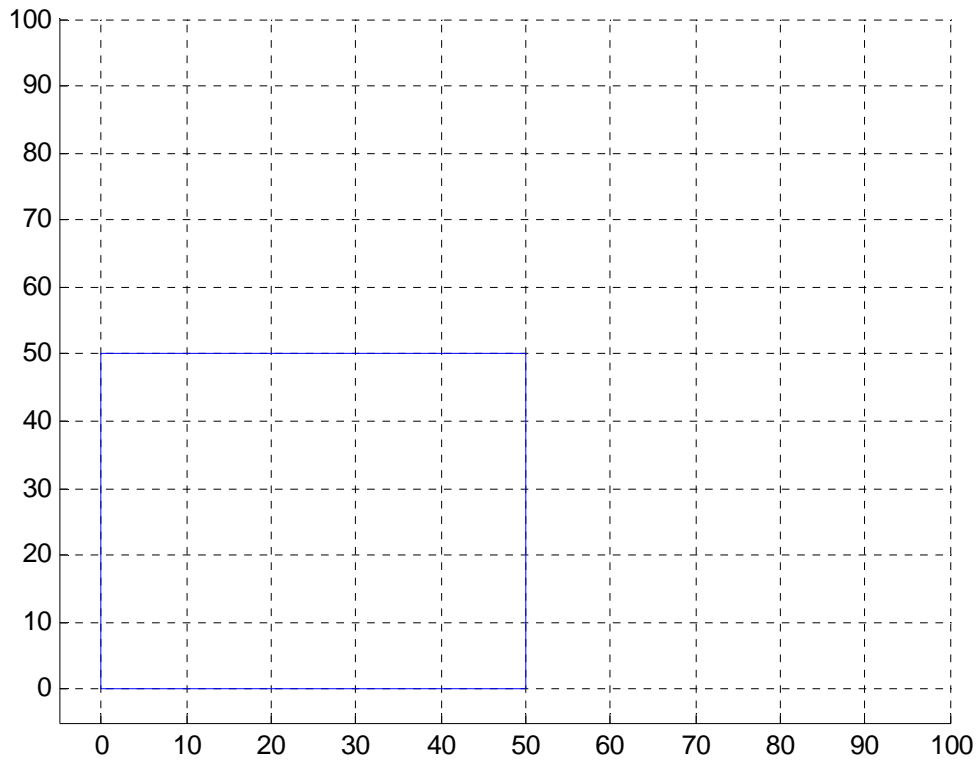
Malla perimetral Resistencia ( $\Omega$ )	Malla reticulada Resistencia ( $\Omega$ )	Malla Retic/Malla perim	# de cuadrículas
1.3267	1.3267	1	1
1.3267	1.2068	0.909625386	2
1.3267	1.1418	0.860631642	4
1.3267	1.091	0.822341147	6
1.3267	1.0573	0.796939775	9
1.3267	1.0298	0.776211653	12
1.3267	1.0096	0.760985905	16
1.3267	0.99254	0.748126931	20
1.3267	0.97921	0.738079445	25
1.3267	0.9676	0.729328409	30
1.3267	0.95816	0.72221301	36
1.3267	0.94978	0.715896586	42
1.3267	0.94275	0.710597724	49
1.3267	0.93642	0.705826487	56
1.3267	0.93098	0.701726087	64
1.3267	0.92604	0.698002563	72
1.3267	0.92171	0.694738826	81
1.3267	0.91774	0.691746439	90
1.3267	0.91421	0.689085701	100

Como se observa tanto en la tabla 3.6.1. como en la figura 3.6.1 la reducción que se logra entre una malla perimetral (figura 3.6.2) y una malla de 100 cuadrículas (figura 3.6.3) es de apenas un 31 %, o sea que en una malla es determinante su área perimetral, un incremento

en la cantidad de conductores internos solo provoca disminuciones pequeñas en la magnitud de la resistencia de puesta a tierra.

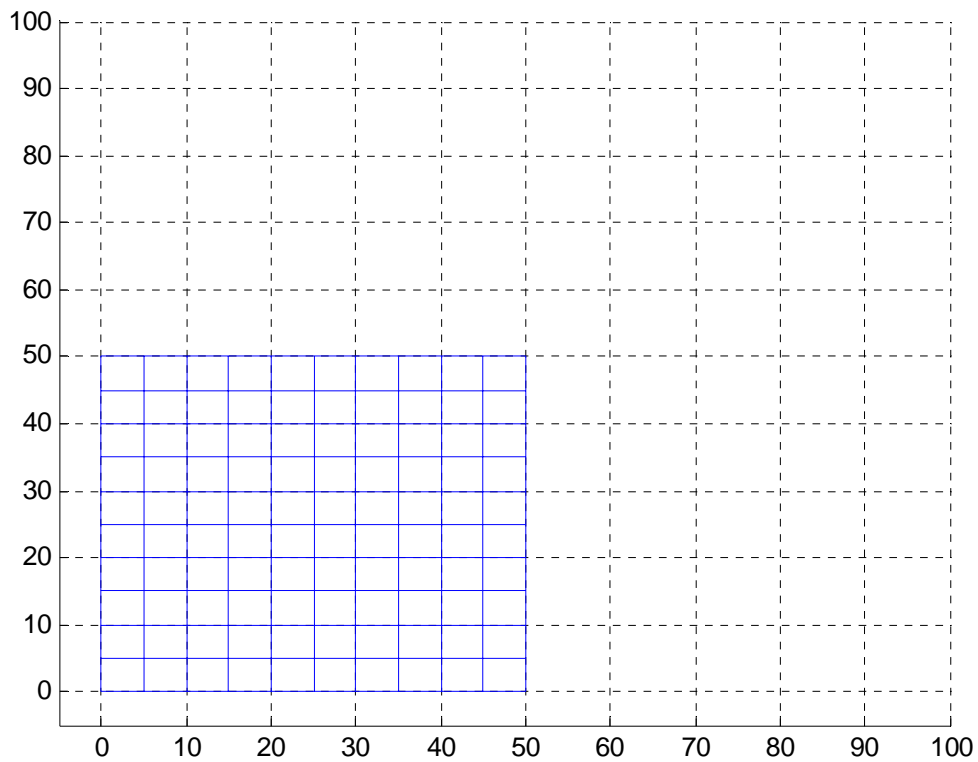


**Figura 3.6.1 Cantidad de conductores en el interior de una malla.**



Resistividad del terreno.....	100 ohm m
Diámetro de los conductores.....	0.0133 m
Profundidad de enterramiento.....	0.5 m
Corriente inyectada en el terreno.....	3500 A
Tiempo de duración de la corriente.....	0.15 s
Resistividad superficial del terreno.....	1500 ohm m
Espesor de la capa superficial.....	0.15 m

**Figura 3.6.2. Malla perimetral de 50 m x 50 m.**



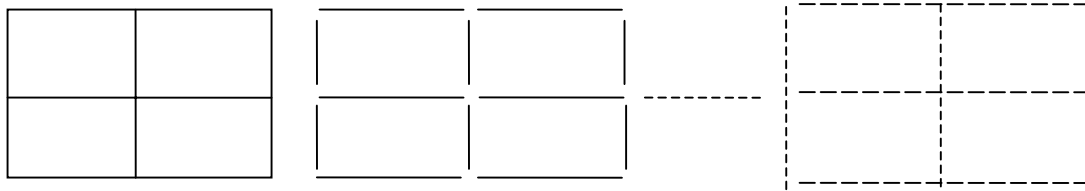
Resistividad del terreno.....	100 ohm m
Diámetro de los conductores.....	0.0133 m
Profundidad de enterramiento.....	0.5 m
Corriente inyectada en el terreno.....	3500 A
Tiempo de duración de la corriente.....	0.15 s
Resistividad superficial del terreno.....	1500 ohm m
Espesor de la capa superficial.....	0.15 m

**Figura 3.6.3. Malla de 100 cuadrículas.**

### **3.7-Incremento de la exactitud en los cálculos con el método de las imágenes de Maxwell.**

Para valorar la posibilidad de incremento en la exactitud en el método de las imágenes de Maxwell, se parte de una malla de 10 m x 10 m, de cuatro módulos (ver figura 3.7.1), en la

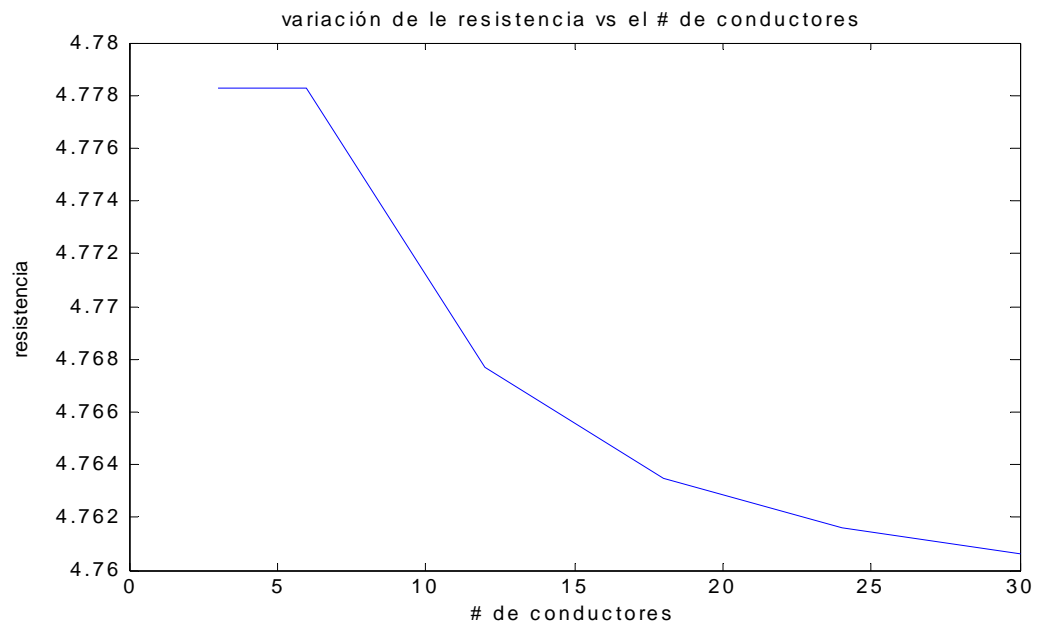
que a la hora de introducir los datos de los conductores que la conforman, estos se pueden segmentar tal y como se muestra en la figura 3.7.1.



**Figura 3.7.1 Segmentación de los conductores en busca de mayor exactitud.**

**Tabla 3.7.1 Resultados obtenidos.**

# de conductores	Resistencia (ohm)	$1-(r_3/\text{resistencia})$
3	4.7783	0
6	4.7783	0
12	4.7677	-0.00222329
18	4.7635	-0.00310696
24	4.7616	-0.00350722
30	4.7606	-0.00371802



**Figura 3.7.2 Efecto de la segmentación de los conductores en la exactitud del método.**

Como se observa la exactitud que se logra al segmentar los conductores no es lo suficientemente significativa, más aún si se tienen en cuenta las dificultades a la hora de

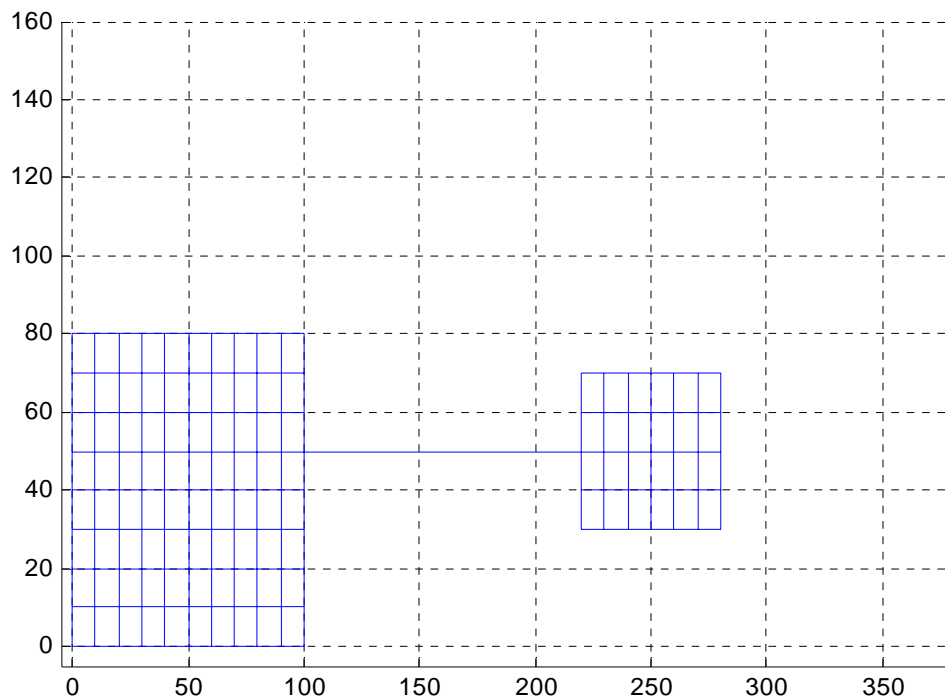
introducir los datos y el tiempo de ejecución del programa que se incrementa en función de la cantidad de conductores.

### **3.8- Interacción entre sistemas de puesta a tierra.**

El programa SistPTEx permite el análisis del comportamiento de sistemas de puesta a tierra interconectados y de la interacción de sistemas independientes pero próximos entre sí.

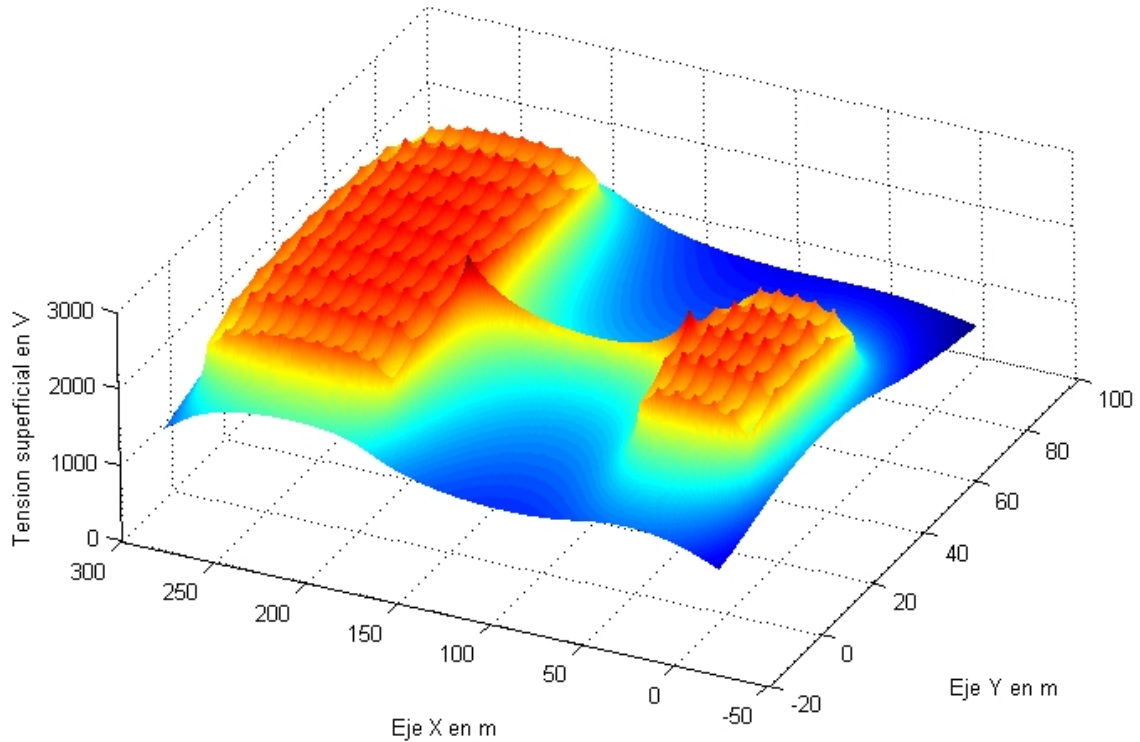
#### **3.8.1- Sistemas interconectados.**

La figura 3.8.1.1 muestra dos sistemas de puesta a tierra interconectados, lo cual permite reducir los niveles de resistencia de conexión a tierra y por otra parte garantiza lo que se conoce como equipotencialidad.



**Figura 3.8.1.1 Interconexión de dos mallas de tierra.**

En la figura 3.8.1.2 se muestran los potenciales superficiales que aparecen en las dos mallas al producirse una inyección de corriente de 4000 A en la malla de la izquierda.

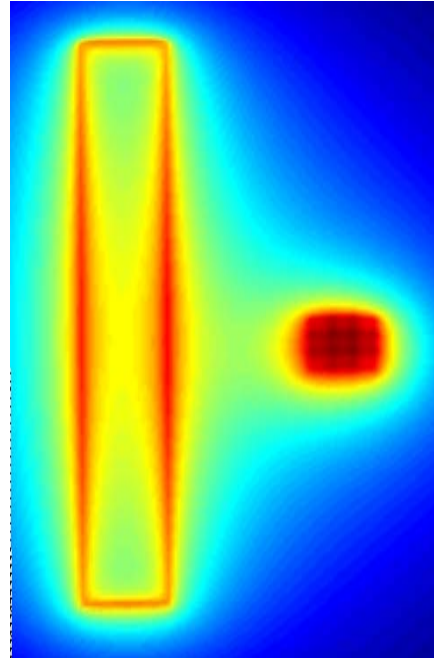
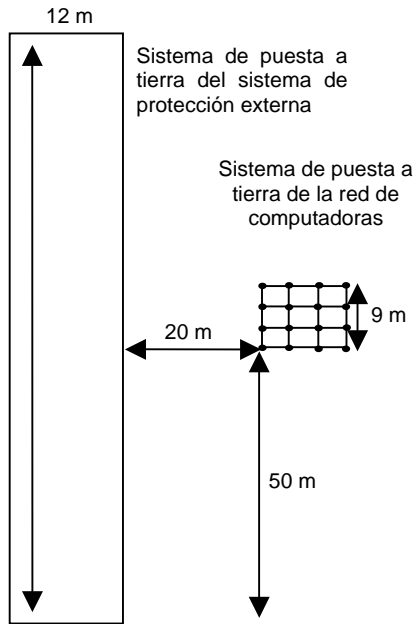


**Figura 3.8.1.2 Potenciales superficiales en las dos mallas interconectadas.**

### 3.8.2 – Sistemas independientes

Es común la existencia de edificaciones que por diseño de construcción tienen un sistema de protección exterior contra impactos directos de rayo, que drenan corriente cuando son impactados por este fenómeno atmosférico a una instalación de puesta a tierra de determinadas características. Producto del desarrollo tecnológico en ese edificio se instala una red de computadoras, que por exigencias de garantía de la empresa suministradora, necesitan de una instalación de puesta a tierra de características muy particulares, y sin tener en cuenta la existencia de la instalación antes mencionada, se ejecuta esta otra que por disponibilidad de espacio puede quedar muy cerca.

El uso de un programa como el SistPTEx, permite comprobar los niveles de potencial que pueden parecer en la puesta a tierra de la red de computadoras (transferibles al equipamiento y a las personas), que pueden causar grandes daños materiales e incluso la pérdida de vidas humanas. En la figura 3.8.2.1 se muestran los potenciales transferidos a la red de tierra de computadora producto de un impacto de rayo de 10 kA en el sistema de protección exterior de la edificación y drenado al terreno por su sistema de puesta a tierra.



a) Sistemas de puesta a tierra.

b) Potenciales superficiales.

**Figura 3.8.2.1 Sistemas de puesta a tierra (a) y potenciales superficiales (b) en ambas instalaciones.**

Como se puede apreciar hay una transferencia de potencial hacia al sistema de puesta a tierra de la red de computadoras (en este caso con un rayo de 10 kA, es superior a los 2500 V), suficiente para dañar el equipamiento y a las personas que estén trabajando en él. Esta es una situación muy frecuente y causa daños incalculables.

## Conclusiones:

- En un terreno homogéneo la resistencia de puesta a tierra es linealmente a la resistividad del terreno tanto con electrodos horizontales como verticales y en mallas de tierra.
- Para electrodos horizontal y vertical la profundidad de enterramiento tiene influencia hasta 1 m de profundidad y para las mallas hasta 0.5 m, no siendo significativo las disminuciones en la resistencia de conexión a tierra con un aumento mayor de la profundidad lo que implicaría también aumentos considerables en los esfuerzos de excavación.
- Al aumentar el diámetro de los electrodos verticales y horizontales simples disminuye significativamente la resistencia de puesta a tierra con una tendencia a la estabilización pero siempre disminuyendo, no siendo así para las configuraciones en malla en las que el aumento en el diámetro no disminuye significativamente la resistencia de conexión a tierra.
- La longitud del electrodo también influye en la variación de la resistencia de puesta a tierra, mientras mayor longitud menor es la resistencia de puesta a tierra.
- El área perimetral de una malla es determinante para el valor de la resistencia de puesta a tierra, cualquier incremento de la cantidad de conductores internos provoca disminuciones pequeñas.
- La segmentación de los conductores no es significativa en la exactitud del método de las imágenes de Maxwell.

**Referencia:**

- [1] Valcárcel, Ángel C. “Sistemas de puesta a tierra y protección de equipos electrónicos sensibles”. Monografía, Centro de Estudios Electroenergéticos, UCLV, Santa Clara, 2007.
- [2] Almirall. J. L., “Temas de Ingeniería Eléctrica”, Tomo II. Editorial Pueblo y Educación. Habana, Cuba.

## **Bibliografia:**

1. Gillies, D.A., Ramberg, H.C., *Methods for Reducing Induced Voltages in Secondary Circuits*. IEEE Trans., VolPas-86, No.7 July 1967.
2. Bewley, L.V., *Two-Dimensional Fields in Electrical Engineering*, The MacMillan Company, New York, 1948.
3. Nussbaum, A., *Electromagnetic Theory for Engineers and Scientists*, Prentice-Hall, Inc., 1965.
4. Rudenberg, R., *Fundamentals Considerations on Ground Currents*, Electrical Engineering, January, 1945. (Reprducido en Norma ANSI/IEEE Std 80-1986, Appendix H).
5. Iakobs, A., *Concerning Evaluation of Grounding Grids in Non-Uniform Media*, *Elektrichestvo*, No.5, 24-26, 1967.
6. Buccheri, P.L., Campoccia, A., Cataliotti, V., *Contributo al Dimensionamientodi Dispensori di Terra Semplice*, L' Energia Elettrica, No.7, 1970.
7. Ledoux, Ch.P., Huguier, Ph., *Influence de la Longeur d'un Conducteur Enfoui sur a Résistance ou son Impédance Effective de Terre en Courrant Continu et en Courrant Alternatif*, Revue Generale d' Electricite, Février 1964.
8. Obsion, A. B., *Calculation of Certain Types of Compound Earthing Devices*, *Elektrichestvo*, No. 4, 1958.
9. Mc Cracken, D. D., Dom, W.S., *Numerical Methods and Fortram Programing*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1965.
10. Marongiu, I., *Metodo di Calcolo Semplicado della Resistenza di Terra di un Sistema di Dispensori Molteplici in Parallelo*, L' Elettrotecnica, vol, LXII, No.11, Novembre 1975.
11. Garrett, D.L., Holley, H.J., *Calculation of Substation Grounding System Resístanse Ucing Matriz Techniques*, IEEE Trans., Vol. PAS-99, No. 5 Sept/Oct 1980.
12. Tagg, G.F., *Earth Resistances*, Pitman Publishing corporation, 1964.

13. Liew, A.C., Lim, C.F., *On the Calculation of Resistance of the Multiple Driven Rod electrode*, Electric Power System Research, 7(1984) 39-44.
14. Schwarz, S.J. *Analytical Expressions for the Resistance of Grounding systems*, IEEE Trans., Vol. 73, pt. III, August 1954.
15. Ortuondo, Pedro, "Proyecto y análisis de sistemas de puesta a tierra". Santiago de Chile, 1996.
16. Valcárcel, Ángel C. "Sistemas de puesta a tierra y protección de equipos electrónicos sensibles". Monografía, Centro de Estudios Electroenergéticos, UCLV, Santa Clara, 2007.
17. Almirall. J. L., "Temas de Ingeniería Eléctrica", Tomo II. Editorial Pueblo y Educación. Habana, Cuba.