

UCLV
Universidad Central
"Marta Abreu" de Las Villas



FEM
Facultad de
Educación Media

TRABAJO DE DIPLOMA

CIENCIAS EXACTAS

APLICACIONES DE LAS FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA EN EL
10MO GRADO

Autor: Jorge Luis Irigoyen Milian

Tutor: M Sc: Reinaldo Sánchez Ruiz

,Julio y 2020

Santa Clara

Este documento es Propiedad Patrimonial de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, y se encuentra depositado en los fondos de la Biblioteca Universitaria “Chiqui Gómez Lubian” subordinada a la Dirección de Información Científico Técnica de la mencionada casa de altos estudios.

Se autoriza su utilización bajo la licencia siguiente:

Atribución- No Comercial- Compartir Igual



Para cualquier información contacte con:

Dirección de Información Científico Técnica. Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas. Carretera a Camajuaní. Km 5½. Santa Clara. Villa Clara. Cuba. CP. 54 830

Teléfonos.: +53 01 42281503-1419

Resumen

La escuela debe garantizar que los estudiantes adquieran gradual y sistemáticamente una formación matemática sólida, pues la enseñanza de esta asignatura los dota de conocimientos para enfrentar la solución de problemas diversos, desarrolla su pensamiento lógico y contribuye a la formación de la concepción científica del mundo.

Uno de los cambios de la Matemática como asignatura en el currículo del preuniversitario dentro del nuevo proceso de perfeccionamiento iniciado, en la educación media superior, radica en que la formulación y solución de problemas se convierte en el eje central de trabajo con sus contenidos y debe contribuir a hacer evidente las implicaciones de la matemática en la vida. En ese sentido, se ha detectado que las aplicaciones de las funciones numéricas se utilizan escasamente en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y que en los libros de textos no aparecen suficientes problemas propuestos que tengan como contenido dichas aplicaciones. De ahí, se hace necesario proponer problemas con aplicaciones de las funciones numéricas y para ello se selecciona la Unidad 2 del décimo grado. Como resultado del proceso investigativo, se obtiene una propuesta de problemas con aplicaciones de las funciones de proporcionalidad inversa a la vida. La propuesta ha sido valorada positivamente por los especialistas y contribuye a la formación integral de los estudiantes.

Palabras claves: funciones numéricas, Matemática, proceso de enseñanza aprendizaje, solución de problemas

Summary

The school must guarantee the students acquiring gradual and systematically a training mathematics solid, for the teaching of this subject the gives of knowledge helps to give solution of problems various, develops its thought logical and contributes to the training of the conception scientific of world. One of the changes of the mathematics as subject in the curriculum of this level of teaching inside of new process of improvement initiated, in this kind of teaching, lies in that the formulation and solution of problems is becomes in the axis central of work with its contents and must contribute to do evident the implications of the mathematics in the life, it has detected that the applications of the numeric functions is used scarcely in the process of teaching learning of the mathematics and that in the books of texts not appear sufficient problems proposed that have as contents such applications of there, is ago necessary propose problems with applications of the numeric functions and for it is select the unit 2 of tenth degree. As result of process investigative, is obtained a proposal of problems with applications of the functions of proportionality reverse to the biology, the chemistry, the physics, this proposal has been valued favourably for the specialists and contributes to the training integral of the students.

Key words: numeric functions, mathematics, process of teaching learning, solution of problems.

ÍNDICE

Introducción..... 1

Desarrollo..... 5

1. El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el décimo grado.... 5

1.1. La solución de problemas. 6

1.2 Las funciones. 9

2.1 Diagnóstico y/o Determinación de necesidades..... 10

Propuesta de problemas con aplicaciones de las funciones de proporcionalidad inversa para el décimo grado. 14

Problemas para la aplicación de la función de proporcionalidad inversa..... 15

Valoración de la propuesta de problemas mediante la aplicación del método de criterio de especialista..... 24

Resultados de la valoración de la propuesta 24

Conclusiones..... 26

Recomendaciones..... 26

Bibliografía 27

Anexos

Introducción

Uno de los principales objetivos del proceso de enseñanza aprendizaje escolar cubano es la asimilación por los estudiantes de los conocimientos científicos de su época y la formación en su personalidad de una concepción que implica una actitud científica hacia los fenómenos de la realidad natural y social y de valores morales en correspondencia con las aspiraciones de nuestra sociedad.

Una de las asignaturas que aporta en este empeño es la Matemática, sobre todo si se tiene en cuenta su carácter integrador, generalizador y su incidencia en el desarrollo armónico y multifacético de la personalidad y la conciencia de los estudiantes.

La escuela debe garantizar que los estudiantes adquieran gradual y sistemáticamente una formación matemática sólida, pues la enseñanza de esta asignatura los dota de conocimientos para enfrentar la solución de problemas diversos, desarrolla su pensamiento lógico y contribuye a la formación de la concepción científica del mundo.

La Matemática como asignatura en el currículo del preuniversitario le corresponde contribuir a hacer evidente las implicaciones de la misma en la vida. Dentro de sus contenidos, las funciones numéricas tienen muchas aplicaciones. Estas permiten la comprensión de planteamientos trascendentales para la supervivencia humana y la solución de problemas en diferentes áreas. Como parte del proyecto de investigación “ Alternativas metodológicas para el trabajo con los libros de texto en la Matemática de la Educación Media” desarrollado en el departamento de Ciencias Exactas de la facultad de Educación Media de la Universidad Central “ Marta Abreu” de Las Villas y teniendo en cuenta los resultados de las indagaciones realizadas en el décimo grado, se pudo constatar que los estudiantes presentan dificultades en las propiedades de las funciones estudiadas y no se aprovechan suficientemente las potencialidades de sus aplicaciones en diferentes fenómenos naturales, sociales y en otras ciencias, además, existen pocos problemas en los libros de la educación media superior con este fin y no se es sistemático al proponer problemas en clases relacionados con las mismas.

Existen investigadores que han trabajado, la solución de problemas matemáticos, entre ellos Polya (1984); Shoenfeld (1985); Ballester (1995); Campistrous y Rizo (1996); Llivina

(1999); Ferrer (2000). También la literatura revisada aborda la aplicación de las funciones numéricas; sin embargo, el tratamiento de esta, en los programas de estudio de la educación media superior es limitado al tener pocos problemas, escasas orientaciones metodológicas y poca variedad en las aplicaciones.

A partir de la situación anterior se plantea como **problema científico**:

¿Cómo contribuir a la aplicación de las funciones de proporcionalidad inversa en la Unidad 2 “Funciones lineales y cuadráticos. Funciones potenciales. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones” en el décimo grado del Instituto Preuniversitario Urbano (IPU) “Carlos Chesalle, de Santo Domingo?

Objeto de estudio: el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

Objetivo: Proponer problemas con aplicaciones de las funciones de proporcionalidad inversa en la Unidad 2 “Funciones lineales y cuadráticos. Funciones potenciales. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones” del décimo grado del Instituto Preuniversitario Urbano (IPU) “Carlos Chesalle, de Santo Domingo.

Interrogantes Científicas

1. ¿Cuáles son los fundamentos teórico metodológicos de la aplicación de las funciones numéricas en el preuniversitario?
2. ¿Cuál es el estado actual que existe en la aplicación de las funciones numéricas en el décimo grado del Instituto Preuniversitario Urbano (IPU) “Carlos Chesalle, de Santo Domingo”?
3. ¿Qué problemas contribuyen a la aplicación de las funciones de proporcionalidad inversa en la Unidad 2 “Funciones lineales y cuadráticos. Funciones potenciales. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones” del décimo grado del IPU “Carlos Chesalle, de Santo Domingo”?
4. ¿Qué valoraciones aportan los especialistas acerca de los problemas con aplicaciones de las funciones de proporcionalidad inversa en la Unidad 2 “Funciones lineales y cuadráticos. Funciones potenciales. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones” del décimo grado del IPU “Carlos Chesalle, de Santo Domingo”?

Tareas científicas

1. Determinación de los fundamentos teórico metodológicos de la aplicación de las funciones numéricas en el preuniversitario.
2. Determinación del estado actual que existe en la aplicación de las funciones numéricas en el décimo grado del IPU “Carlos Chesalle, de Santo Domingo”
3. Elaboración de problemas que contribuyan a la aplicación de las funciones de proporcionalidad inversa en la Unidad 2 “Funciones lineales y cuadráticos. Funciones potenciales. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones” del décimo grado del IPU “Carlos Chesalle, de Santo Domingo”.
4. Valoración por criterio de especialistas sobre los problemas con aplicaciones de las funciones de proporcionalidad inversa en la Unidad 2 “Funciones lineales y cuadráticos. Funciones potenciales. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones” del décimo grado del IPU “Carlos Chesalle, de Santo Domingo”.

Para llevar a cabo esta investigación, se utilizan diversos métodos del nivel teórico, del nivel empírico y métodos matemáticos y/o estadísticos

Métodos teóricos.

Histórico-lógico: se utiliza en la elaboración del marco teórico conceptual de la investigación, lo que permite establecer la concepción del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y la aplicación de las funciones numéricas.

Inductivo-deductivo: se utiliza a lo largo del proceso de investigación para conformar la propuesta y en la elaboración de conclusiones y recomendaciones de carácter generalizador.

Analítico-sintético: se emplea a través del proceso investigativo desarrollado, en la determinación de las regularidades del objeto y campo de investigación, en el diseño y la dinámica de los problemas para la aplicación de las funciones numéricas, así como en el análisis de los resultados y la elaboración de conclusiones.

Métodos empíricos

Análisis de documentos: se utiliza para la determinación del marco teórico de la investigación y para la determinación de necesidades y potencialidades.

Observación: se emplea durante las clases de Matemática para constatar el nivel de implicación de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Encuesta: se aplica a los estudiantes para conocer el estado de su preparación en la aplicación de las funciones numéricas, así como su disposición para aprender este contenido y a los docentes para constatar la aplicación de las funciones numéricas por los estudiantes y la pertinencia de preparar a sus estudiantes.

Consulta a especialistas: se emplea para valorar la aplicabilidad, la novedad y la necesidad de la propuesta, entre otros aspectos de interés.

Del nivel matemático y/o estadístico:

Se utiliza el análisis porcentual para el procesamiento de los resultados del proceso pedagógico, así como gráficos y tablas que ofrecen mejor representación de los resultados.

Población y muestra: La investigación se desarrolló en el preuniversitario Carlos Chesalle, ubicado en el Consejo Popular “El Jardín”, municipio de Santo Domingo, provincia de Villa Clara. De una población de 56 estudiantes que cursan el décimo grado, se tomó como muestra a los 56, lo que representa el 100% de la población. El criterio muestral utilizado fue el no probabilístico intencional porque el investigador imparte clases en todo ese universo y en su práctica pedagógica ha corroborado que existe insuficiencias en las aplicaciones de las funciones de proporcionalidad inversa. El tema a investigar forma parte del banco de problemas de la escuela.

El aporte práctico lo constituyen los problemas con aplicaciones de las funciones de proporcionalidad inversa en décimo grado.

La novedad consiste en ofrecer una propuesta de problemas para la aplicación de las funciones de proporcionalidad inversa que se adecua a las características de la concepción teórica asumida, tiene en cuenta las particularidades de la Matemática y de su proceso de enseñanza aprendizaje en el décimo grado.

Desarrollo

1. El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en el décimo grado.

Nuestro país está inmerso en una revolución educacional sin precedentes, con la suprema aspiración de alcanzar una cultura general integral para todos los sectores de la población. En este sentido, la educación científica y, en particular la asignatura Matemática, debe enfrentar el reto de la formación científica y tecnológica de la población en correspondencia con el actual contexto nacional e internacional.

En los programas de Matemática actuales del Preuniversitario para cada grado se declaran los objetivos generales de la asignatura y lo que los estudiantes deben ser capaces de dominar al concluir este nivel. Entre los objetivos generales de la asignatura en el preuniversitario se encuentra: “Formular y resolver problemas relacionados con el desarrollo económico, político y social, local, nacional, regional y mundial y con fenómenos y procesos científicos-ambientales, que requieran conocimientos y habilidades relativos al trabajo con los números reales, (...) las funciones, las funciones elementales, (...) y que promuevan el desarrollo de la imaginación, de modos de la actividad mental, de sentimientos y actitudes, que le permitan ser útiles a la sociedad y asumir conductas revolucionarias y responsables ante la vida” (MINED, 2005). Ello significa que los problemas deben representar verdaderos desafíos para los estudiantes y, a partir de estos, enseñar conceptos nuevos.

En el “Programa de Matemática de décimo grado” (2006) se plantea los cambios a que se debe dirigir esencialmente el proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura. Dentro de esos cambios se encuentran la contribución a la educación político-ideológica, económico-laboral y científico-ambientalista; la potenciación del desarrollo de los estudiantes, mediante tareas cada vez más complejas, incluyendo el carácter interdisciplinario y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y creatividad; el estudio de los nuevos contenidos matemáticos en función de resolver nuevas clases de problemas de modo que la solución de problemas sea un medio de fijar y adquirir nuevos conocimientos; la planificación, orientación y control del trabajo independiente de forma sistemática, variada y diferenciada; y la utilización de las tecnologías de la informática y la comunicación.

Una de las formas de ordenamiento del contenido matemático para su enseñanza según Ballester y otros (1992) son las llamadas líneas directrices. Estas líneas desempeñan un rol importante en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, y se definen como “(...) lineamientos que penetran todo el curso escolar con respecto a los objetivos parciales a lograr, los contenidos que deben ser objetos de apropiación y a los métodos a elegir” (Ballester, y otros, 1992, p.57). Las líneas directrices, incluyen “correspondencias y funciones” y “formular y resolver problemas”. Esta última según Ballester y otros (2002) “(...) retoma aspectos positivos de la directriz “Matematizar problemas extramatemáticos” y le incorpora nuevos elementos en correspondencia con un enfoque socio cultural, que pretende dar realce a la búsqueda de problemas y su formulación como una fase previa a su resolución. Los problemas se presentan como punto de partida ante los nuevos conocimientos y no solo como problemas de particular importancia para la fijación de estos” . Esto se corresponde a criterio del autor de la presente investigación, con uno de los principales cambios en la Matemática en el Tercer proceso de perfeccionamiento educacional, donde el trabajo con problemas se convierte en un aspecto esencial de este proceso.

1.1. La solución de problemas.

La resolución de problemas ha sido tradicionalmente un tema polémico en las escuelas. Particularmente los profesores de Matemática han dedicado sus mayores esfuerzos para que sus alumnos se esfuercen en resolver problemas.

En relación con el concepto de problema matemático son varias las definiciones que se han dado. Entre ellas las de Polya (1945), Labarrere (1987), Ballester (1992), Schoenfeld (1993), De Guzmán (1994) y Campistrous y Rizo (1996). El autor de esta investigación asume la concepción de Campistrous y Rizo (1996), que plantea: “Se denomina problema a toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida y la persona debe querer hacer la transformación”. Respecto a la estructura de los problemas, se expresan diferentes criterios, en dependencia de la concepción teórica asumida sobre los problemas y los tipos de problemas matemáticos considerados. Sin embargo, coinciden en que los problemas se

caracterizan por tener una situación inicial conocida (datos) y una situación final desconocida (incógnita), siendo su vía de solución desconocida y la misma se obtiene a través de procedimientos heurísticos. El autor de esta investigación opina que en la estructura de todo problema matemático pueden encontrarse los elementos siguientes: datos, condiciones y preguntas. Los datos comprenden magnitudes, números y relaciones matemáticas explícitas entre los números. Las condiciones son las relaciones matemáticas no explícitas entre lo dado y lo buscado, vinculadas con la estrategia de solución, como las derivadas de los significados prácticos de las operaciones de cálculo, propiedades, teoremas, recursos matemáticos a utilizar, no declarados en el problema. La pregunta es la incógnita, lo que hay que averiguar. El libro *How to solve it* (1945), escrito por George Polya es muy conocido por las técnicas de solución de problemas. En este se establecen cuatro etapas o pasos:

- 1) Comprender el enunciado del problema.
- 2) Encontrar una vía de solución (análisis) y elaborar un plan de solución.
- 3) Realizar el plan de solución elaborado (síntesis).
- 4) Comprobar la solución y evaluarla críticamente.

Estas etapas han sido trabajadas y enriquecidas por otros autores, entre los cuales se encuentran especialistas cubanos como Labarrere (1987), Ballester (1992), Campistrous y Rizo(1996), entre otros. Existen diversos puntos de vistas para clasificar los problemas. Autores como Polya (1945), Labarrere (1987), Guzmán (1996), García (1998), Sánchez (2002), entre otros, han hecho su clasificación atendiendo a diferentes parámetros. Sánchez (2002) los clasifica en problemas de aplicación y problemas puramente matemáticos. Al clasificarlos define como problemas de aplicación “(...) aquellos que surgen de manera directa o que pueden producirse en la práctica cotidiana, simulación de la realidad o de una parte de esta, y que para su solución es necesario la aplicación de herramientas y/o medios propiamente matemáticos.” y como problemas puramente matemáticos “(...) aquellos en los cuales solamente se hace referencia a objetos matemáticos (números, relaciones y operaciones aritméticas, ecuaciones, funciones, figuras geométricas, etcétera)” (p. 33).

A criterio del autor esta clasificación satisface los propósitos de esta investigación en tanto se realiza a partir del origen de los problemas. En la solución de problemas debe enseñarse a los niños desde los primeros grados a utilizar estrategias diversas en la resolución de problemas, entiéndase recursos heurísticos y meta cognitivos. La utilización de materiales manipulativos, la realización de dibujos, el esbozo de figuras, la construcción de modelos lineales, tablas de doble entrada o diagramas, la conveniencia de un tanteo inteligente, de aprovechar las utilidades de calculadoras o medios informáticos, de buscar relaciones, establecer analogías, de analizar casos particulares, de medir y comparar, de monitorear lo que se hace por diversas vías, son algunos de los recursos que deben aprender progresivamente.

Es importante que los alumnos interioricen cómo los recursos heurísticos y meta cognitivos se pueden aplicar en diversas áreas matemáticas, para que las aprecien como estrategias generales de pensamiento y no como recetas para clases particulares de problemas. Precisamente debe ejercitarse a los alumnos para que transfieran estas estrategias de resolución de problemas de un dominio a otro.

El docente debe tener la convicción de que más que la obtención de resultados correctos, lo que interesa son las experiencias, capacidades, convicciones o creencias y cualidades de la personalidad que desarrollen los educandos en el proceso de resolución de problemas. Eso determinará las decisiones que tome en el aula acerca del tiempo y el modo en que debe desarrollarse la actividad reflexiva dentro de la clase.

Él tiene la responsabilidad de hacer consciente de ello a los alumnos, de manera que, en los análisis retrospectivos y prospectivos del proceso de resolución, estos valoren en qué medida lo aprendido puede resultar útil en próximas ocasiones, dónde han residido los principales obstáculos y aprendan a conocerse a sí mismos para saber cuáles son las estrategias cognitivas y meta cognitivas que más se avienen a sus propios estilos de aprendizaje. Estos análisis deben servir a la vez al docente para diagnosticar a sus alumnos —saber qué placer experimentan haciendo matemática, cómo razonan, cómo regulan su actividad, cuáles son sus expectativas y motivaciones, entre otros aspectos y redirigir su enseñanza. Debe estar prevenido, además, sobre las estrategias que utilizan los alumnos, para poder actuar sobre ellas. En resumen, los conocimientos sobre la solución

de problemas matemáticos son útiles para la vida. Dentro de los contenidos matemáticos tienen gran aplicación las funciones numéricas. Estas se emplean en la Física Escolar para el estudio de la mecánica, en los mercados para comprar y vender mercancías, en el deporte para el diseño del césped de los estadios, en la biología para el estudio de las poblaciones y en la medicina para determinar concentraciones de medicamentos en sangre, entre otras. La formulación y solución de problemas es sin duda un eje central para hacer evidente estas y otras aplicaciones de las funciones numéricas.

1.2 Las funciones.

Las funciones adquieren un significado específico en relación con la ciencia matemática, puesto que generalmente toda investigación matemática trata de relaciones, correspondencias y funciones.

El concepto de función ha sido definido por varios autores. El autor asume las siguientes definiciones, como aquellas que con más claridad serán entendibles hoy en la enseñanza media en Cuba:

“Función es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento, llamado $f(x)$, de un conjunto B .” (Stewart J, 2011)

“Una función es una correspondencia que a cada elemento de un conjunto A asocia un único elemento de un conjunto B .” (Matemática 8vo grado MINED,)

“Sean dados dos conjuntos X e Y si a cada elemento $x \in X$ se le hace corresponder por una cierta relación uno y solamente un elemento $y \in Y$, el cual denotaremos por $y = f(x)$, entonces se dice que sobre el conjunto X está definida la función f .” (Sánchez C, 1982).

“Dados dos conjuntos X y Y cualesquiera, una función f de X en Y (en símbolos $f: X \rightarrow Y$) es una correspondencia que a cada elemento $x(x \in X)$ le hace corresponder un único elemento y ($y \in Y$) que se denota como $y=f(x)$ ”. (Manual de ejercicios de Matemática para la Educación Media Superior. Primera Parte.)

Según Stewart (2011), existen cuatro formas de representar una función: verbal (mediante una descripción en palabras), algebraica (mediante una fórmula explícita), visual (por medio de una gráfica) y numérica (por medio de una tabla de valores). En la educación media se

trabaja con representaciones en forma descriptiva, mediante diagramas, tablas y gráficos. Además, se pueden representar en forma de ecuaciones. La línea directriz “Correspondencias y funciones” tiene un significado especial para la enseñanza de la Matemática. Esto se evidencia en el desarrollo del pensamiento funcional desde los primeros grados, por su importancia en la explicación de procesos de cambio y evolución, lo que justifica su presencia en todos los niveles y grados.

Dentro de los objetivos de esta línea directriz en la educación media superior se reconoce “Formular y resolver problemas extramatemáticos que se modelan mediante funciones elementales y sucesiones o que requieran describir aproximadamente una curva empírica haciendo cambios de variables y aprovechando las ventajas de un asistente matemático, aplicando integradamente los conocimientos y habilidades de las distintas áreas matemáticas y las adquiridas en otras disciplinas, de manera que puedan hacer valoraciones sobre hechos, fenómenos y procesos de la realidad nacional e internacional”. (Álvarez, Almeida, & Villegas, 2014, p.70).

Entre las funciones que se imparten en el décimo grado del preuniversitario se encuentra la siguiente:

La correspondencia que a cada $x \in \mathbf{R}$, con $x \neq 0$, le asocia el número real $f(x) = \frac{k}{x}$, con $k > 0$, se denomina **función de proporcionalidad inversa**. En este caso k es la constante de proporcionalidad.

Representación de la función como un conjunto de pares ordenados:

$$f = \left\{ (x; y) : y = \frac{k}{x}, x \in \mathbf{R}; x \neq 0; k > 0 \right\}$$

La función de proporcionalidad inversa tiene grandes aplicaciones pues sirven de modelo para el análisis de diferentes situaciones de la vida.

2.1 Diagnóstico y/o Determinación de necesidades.

Para la determinación de necesidades se utiliza una muestra constituida por 56 estudiantes. Los estudiantes cursan el décimo grado del IPU Carlos Chesalle, ubicado en el Consejo Popular “El Jardín”, municipio de Santo Domingo, provincia de Villa Clara. Con

este propio fin se emplean el análisis de documentos, la encuesta y la observación. El análisis de documentos incluye el programa director de Matemática, los programas de Matemática de preuniversitario vigentes, el libro de Matemática de décimo grado y las orientaciones metodológicas. La encuesta se aplica a los estudiantes para conocer la frecuencia del uso de las aplicaciones de los contenidos matemáticos, en especial de las funciones, las limitaciones que pudieran tener para su uso, así como su disposición para aprender este contenido; mientras que 8 docentes de Matemática pertenecientes a preuniversitarios del municipio se encuestan para constatar la aplicación de las funciones numéricas por los estudiantes y la pertinencia de preparar a sus estudiantes. La observación se realiza a cinco turnos de clases de Matemática con el objetivo de constatar si se utilizan problemas de aplicación de las funciones en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Para el estudio de los documentos se procede a elaborar una guía (Anexo 1). Los resultados obtenidos se muestran a continuación: El programa director de Matemática orienta en los objetivos, solucionar problemas en los que se apliquen los conocimientos y habilidades adquiridos sobre el significado de las operaciones de cálculo, la proporcionalidad y el tanto por ciento. También indica identificar relaciones funcionales y sus propiedades, a partir de tablas, diagramas, ecuaciones, gráficas u otras formas de representación, y utilizarlas en la modelación de situaciones prácticas. Los programas de Matemática de Preuniversitario (2005, 2006 ,2007), tienen entre sus objetivos resolver problemas relacionados con el desarrollo económico, político y social, local, nacional, regional y mundial y con fenómenos y procesos científicos-ambientales, que requieran conocimientos y habilidades relativos, entre otros, a las funciones elementales. El análisis del Programa de la asignatura en el décimo grado (2006 y el nuevo del perfeccionamiento) permiten constatar en ambos la aplicación de las funciones de proporcionalidad inversa a situaciones de la práctica y otras ciencias. Las orientaciones metodológicas tienen poca información sobre su tratamiento. Al analizar el libro de Matemática de décimo grado (1990) se observa que no existen problemas con aplicaciones de las funciones de proporcionalidad inversa, en contradicción con los objetivos generales de la asignatura para el nivel, el grado y la unidad.

En la encuesta (Anexo 2) participan 56 estudiantes de décimo grado del IPU “Carlos Chesalle”

A la pregunta sobre la frecuencia de haber solucionado en clases problemas con aplicaciones de los contenidos matemáticos que le han impartido sus profesores en décimo grado, el 5,3% respondió ocasionalmente, el 35,7% respondió que rara vez, el 48,3% respondió que nunca y el 10,7% restante la dejó en blanco.

A la interrogante sobre la frecuencia de haber solucionado en clases problemas con aplicaciones de las funciones, el 89,3% respondió nunca y el 10,7% restante la dejó en blanco.

A la pregunta sobre si conocen las aplicaciones de las funciones en la vida solo el 3,60% conoce alguna de ellas, el 85,7% no las conoce y el 10,7% restante la dejó en blanco.

Sobre las principales limitaciones que a criterio de los estudiantes afectan la utilización en clase de aplicaciones de las funciones, el 78,6% de ellos contestó que son pocos los problemas en el libro de Matemática de décimo grado que aborden esta temática, el 78,6% de los estudiantes planteó que el profesor no lo utiliza en clases, el 53,6% contestó que seguro que eran muy difíciles, el 78,6% coincidió en que no se cuenta con un material adicional que refleje las aplicaciones de las funciones, el 10,7% planteó que no sabían y el 10,7% la dejó en blanco.

A la interrogante de si le gustaría conocer, en la vida o en las ciencias en general, la utilidad de la matemática y en particular de las funciones, el 82,1% dijo que sí, y el 17,9% dijo que no.

Se realizó una encuesta (Anexo 3) a 8 profesores de matemática de preuniversitario.

A la primera interrogante sobre si consideraba suficiente los problemas de aplicaciones de las funciones, que aparecen en los libros de texto de matemática, el 100% dijo que no.

A la pregunta sobre si existen indicaciones en las Orientaciones Metodológicas de Matemática sobre la aplicación de las funciones matemáticas, el 12,5% dijo que sí, el 50% dijo que no y el 37,5% restante no recordaba.

A la interrogante sobre si en su departamento se realizan actividades metodológicas relacionadas con las aplicaciones de las funciones, el 37,5% dijo que rara vez y el 62,5% dijo que nunca.

A la pregunta sobre si utiliza en el proceso de enseñanza aprendizaje que dirige las aplicaciones de las funciones matemáticas, el 37,5% dijo que ocasionalmente y el 62,5% restante dijo que nunca, debido a la falta de tiempo y a la falta de ejercicios apropiados.

A la interrogante sobre si propone en sus clases, que los estudiantes investiguen sobre las aplicaciones de las funciones matemáticas, el 25% dijo que sí porque así pueden profundizar en el tema y el 75% dijo que no porque no hay suficiente tiempo y no es un objetivo a evaluar.

A la pregunta sobre si considera pertinente que los estudiantes conozcan las aplicaciones de las funciones matemáticas, el 100% opina que sí pues ven la utilidad de la Matemática para una mejor comprensión de la naturaleza y la vida.

La observación a clases (Anexo 4) realizada en un total de cinco clases ofrece como resultados:

En ninguna de las 5 clases observadas se evidenció el tratamiento de problemas de aplicación de las funciones. Tampoco se dejaron propuestos para estudio independiente.

Después de dar a conocer los resultados de estos métodos empíricos se llega a la conclusión que:

1. En los programas de la asignatura se expresa como uno de sus objetivos el estudio de los contenidos matemáticos, específicamente las funciones numéricas, a partir de sus aplicaciones en la vida.
2. En los libros son insuficientes los problemas con estas características, particularmente en el libro de Matemática de décimo grado.
3. El uso de problemas de aplicaciones de las funciones es nulo en el proceso de enseñanza aprendizaje de las funciones numéricas; aunque los profesores consideran pertinente la preparación de los estudiantes sobre el tema, pero plantean como una dificultad la falta de bibliografía y el tiempo disponible.

4. Los estudiantes muestran disposición a incorporar en su aprendizaje este contenido.

Propuesta de problemas con aplicaciones de las funciones de proporcionalidad inversa para el décimo grado.

La propuesta da respuesta a las demandas del perfeccionamiento, toda vez que tiene como eje central la formulación y solución de problemas para el trabajo con las funciones. Ella consiste en problemas que evidencian la aplicación de las funciones de proporcionalidad inversa a la vida y las ciencias en general y que complementan el libro de Matemática de décimo grado. En su solución, se utilizan los conocimientos sobre el concepto de función de proporcionalidad inversa, su gráfica y propiedades, así como el uso de los asistentes matemáticos.

Esta se propone como parte de las líneas directrices “Formular y resolver problemas” y “Correspondencias y funciones”, además, responde plenamente a los objetivos del décimo grado toda vez que uno de ellos es “Representar situaciones de la práctica, la ciencia o la técnica mediante modelos analíticos y gráficos y viceversa, extraer conclusiones a partir de esos modelos acerca de las propiedades y relaciones que se cumplen en el sistema estudiado, aplicando para ello los conceptos, relaciones y procedimientos relativos al trabajo con (...) las funciones elementales, (...)” (MINED, 2005, p.12)

La propuesta está diseñada para ser aplicada en la Unidad 2 del programa actual o en la Unidad 3 del programa del perfeccionamiento del 10mo grado.

Esta propuesta no fue posible aplicar por la suspensión de las actividades docentes en la Enseñanza Media Superior debido a la aparición del coronavirus en Cuba. De todas maneras el autor tenía previsto lo siguiente: en la clase de introducción del nuevo contenido (sobre funciones de proporcionalidad inversa) empezar esta utilizando uno de estos problemas, por ejemplo el 2 incisos a,b y c hasta llegar a la ecuación en que se expresa este tipo de función y plantearles a los estudiantes que este es un nuevo tipo de funciones que se estudiará, luego definir la función según el texto y seguir con sus propiedades. Dentro de las dos clases de ejercitación de esta parte utilizar al menos otro de los problemas, así como, en las clases de consolidación de final de la Unidad, pero sobre todo

utilizarlos en las actividades independientes extra clases, con su respectivo control, debido a la falta de tiempo dentro de las clases presenciales.

El autor, escuchando el parecer del tutor y de su profesora de Estadística, teniendo en cuenta que este contenido es nuevo para estos estudiantes y con muy pocas frecuencias para abordarlo, tenía concebido al final de todo lo anteriormente explicado realizar una evaluación escrita donde se realizara una valoración cuantitativa y cualitativa por elementos del conocimiento abordado en esa etapa, que permitiera llegar a conclusiones sobre esta propuesta.

Problemas para la aplicación de la función de proporcionalidad inversa.

1. Una empresa, que se dedica a elaborar y gestionar campañas de propaganda sobre marcas comerciales, ha realizado un estudio sobre la relación existente entre el número de personas que trabajan como repartidoras de una remesa de 10 000 folletos informativos de una marca de ordenadores y los días que precisan para finalizar el trabajo. Los resultados se reflejan en la siguiente tabla.

Número de días(x)	Número de personas(y)
2	90
5	36
10	19
18	10
20	9

a) La empresa está interesada en utilizar el anterior estudio para organizar próximos repartos de parecidas características. ¿Existe algún tipo de relación entre las dos magnitudes consideradas? ¿Esta relación cumple con la definición de función estudiada?

- b) Escribe la función que consideres más adecuada para ajustar los anteriores valores.
- c) ¿Cuál de los anteriores valores se aleja más de la función ajustada?
- d) Estima el número de días necesarios para repartir 10000 folletos si se han contratado 15 trabajadores.
2. En el cumpleaños de Sara algunos de sus compañeros de clase le compran un regalo que costó 50 pesos. Ese dinero lo pagarán a partes iguales entre los que participen.
- a) ¿Qué tipo de relación, directa o inversa, existe entre la cantidad de participantes en la compra y el dinero a pagar por cada uno?
- b) ¿Esta relación es una función? ¿Por qué?
- c) En caso afirmativo escribe la ecuación que representa lo que pagará cada uno en función de la cantidad de participante.
- d) Representa la gráfica de la función en general. En cuál de las partes está incluida la situación dada.
- e) Determina el dominio, la imagen, ceros y monotonía de la función en general.
- f) ¿Cuáles son sus asíntotas?
- g) ¿Qué significado tiene la asíntota horizontal para el problema?
3. Con una llave se tarda 8 horas en llenar una piscina pequeña.
- a) ¿Qué tipo de relación existe, directa o inversa, entre el número de llaves y las horas que se tarda en llenar una piscina?
- b) ¿Esta relación es una función, por qué?
- c) En caso afirmativo escribe la ecuación que representa el tiempo de llenado en función de la cantidad de llaves.
- d) Determina el dominio, imagen, ceros y monotonía de la función general.
- e) Representa la función general gráficamente.
- f) ¿Cuántas horas tardará en llenarse con 4 llaves?

4. Una familia tiene un acuario y pretende alimentar durante 30 días a los 50 peces que viven en él. Para ello compra un pedido de alimentos.

a) Si cuando llega al acuario se dan cuenta de que son en realidad 75 peces, ¿cuánto tiempo les durará la comida?

b) ¿Qué función proporciona el tiempo que durará la comida en relación con el número de peces del acuario?

5. Un marco en forma de triángulo tiene un área de 200 centímetros cuadrados.

a) Escribe la función teniendo presente las variables base y altura, represéntala gráficamente.

b) A medida que aumenta la base, ¿qué le pasa a la altura?

6. Varias ONG tienen almacenes en forma de ortoedro en donde guardan alimentos para enviarlos en caso de catástrofes naturales. Todos tienen 5 metros de altura y un volumen de 500 metros cúbicos.

a) Escribe la función teniendo presente las variables ancho y largo.

b) ¿Cuáles son sus asíntotas?

7. A Manuel le sobra una barra de pan y la guarda en el congelador. Su temperatura en grados Celsius sigue la función:

$$f(t) = \frac{20}{t+1} - 2$$

Donde t son los minutos transcurridos desde que la guardó.

a) ¿Qué temperatura tenía la barra de pan en el momento en que la puso en el congelador?

b) Representa la función gráficamente utilizando el Geogebra.

c) Determina las propiedades de esta función en general.

c) ¿Cuál es la asíntota horizontal de esta función? ¿Qué significado tiene?

8. En un centro escolar, los alumnos inauguran un aula para emplearla como taller de lectura. Para acondicionarla reciben unas donaciones que siguen la función:

$$y = 100 - \frac{100}{x + 1}$$

Donde x es el número de días transcurridos desde la inauguración, e y , el dinero donado ese día.

- Atendiendo al planteamiento, ¿cuál debe ser el dominio de la función?
- Al tercer día de la inauguración, cuánto dinero han recaudado
- ¿Cuáles son sus asíntotas?
- Represente gráficamente la función utilizando el Geogebra.

9. El número de amonestaciones por día en un instituto viene dado por la función

$$y = \frac{10}{x+4} + 2, \text{ donde } x \text{ es el número de días transcurridos de curso.}$$

- ¿Cuántas amonestaciones hubo el primer día?
- Representa la función mediante traslaciones verticales y horizontales.
- Determina las propiedades de esta función en general.
- ¿Cuál es su asíntota horizontal? ¿Qué representa?

10. En una cocina se enciende un horno eléctrico y se observa que su temperatura en grados Celsius sigue una función $T(t) = 850 - \frac{800}{t}$, donde t es el tiempo transcurrido en minutos,

- ¿Cuál es la temperatura al cabo de diez minutos?
- Representa esta función gráficamente, utiliza el Geogebra.
- Determina las propiedades de esta función en general.
- ¿Cuándo habrá mayor temperatura al cabo de un minuto o al cabo de 10 min ?. Explique por qué.

Respuesta de los problemas propuestos

1. a) A la vista de los datos, el número de días y el de repartidores son magnitudes inversamente proporcionales. Sí cumple con la definición de función.

b) En casi todos los casos, el producto de los valores de las dos magnitudes es 180. Por tanto, si x es el número de días e y el de trabajadores se puede considerar que $y = \frac{180}{x}$

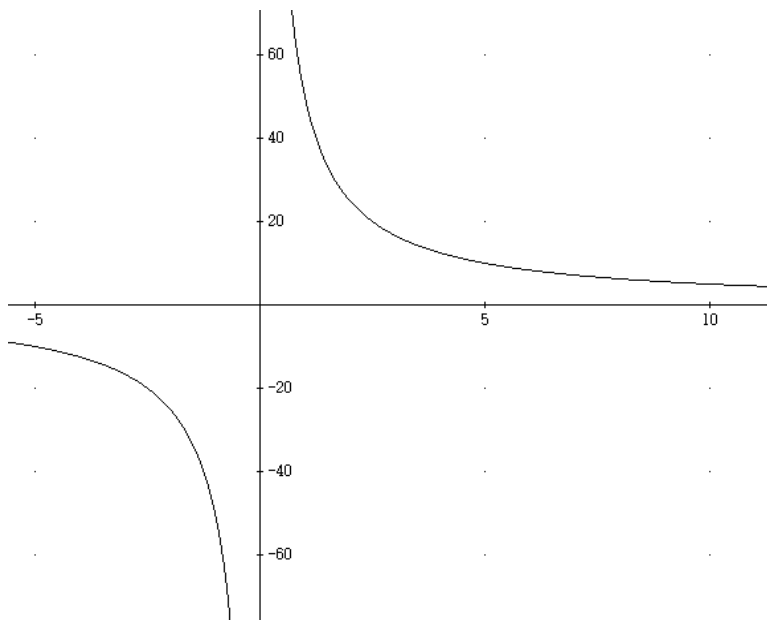
c) El único caso que se aleja, y no en gran medida, del valor de la función es cuando han trabajado 19 personas y han tardado 10 días.

d) $\frac{180}{15} = 12$

2. a) La relación que existe es inversamente proporcional puesto que en la medida que aumenta la cantidad de participantes en la compra del regalo disminuye el dinero a pagar entre todos .

b) es una función porque cumple con su definición.

c) $y = \frac{50}{x}$



d)

En este caso, debido al contexto del problema, la situación planteada está incluida en la rama superior de la hipérbola; ya que x e y deben ser números positivos.

e) Dominio: $\{ x \in \mathbb{R}: x \neq 0 \}$ Imagen: $\{ y \in \mathbb{R}: y \neq 0 \}$, Ceros no tiene, Decreciente $x < 0$, decreciente $x > 0$

f) Asíntota vertical: $x = 0$

Asíntota horizontal: $y = 0$

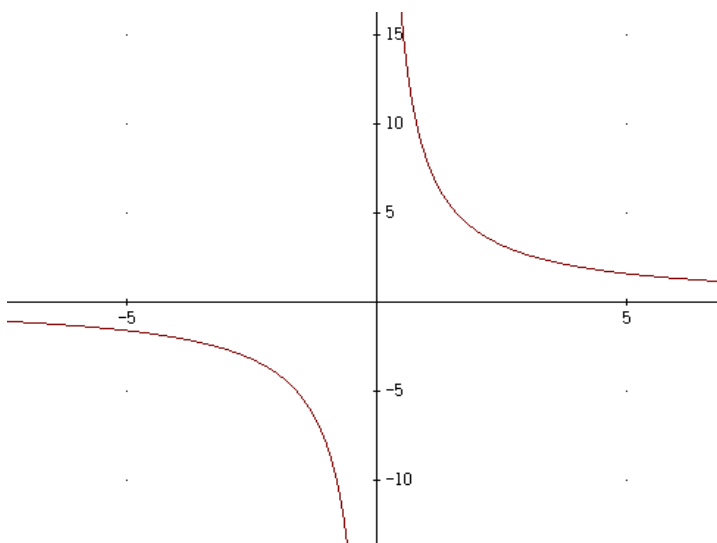
g) La asíntota horizontal $y = 0$ quiere decir que al aumentar el número de compañeros que participan, la cantidad que pagará cada uno es menor y se aproximará cada vez más a 0.

3. a) La relación que existe es inversamente proporcional porque a medida que aumente el número de llaves disminuye el tiempo de llenado de la piscina

b) es una función porque cumple con la definición de función .

c) la ecuación que representa esta función es $t = 8/x$ donde x es el número de llaves y t el tiempo transcurrido

d) Igual que en el ejercicio anterior.



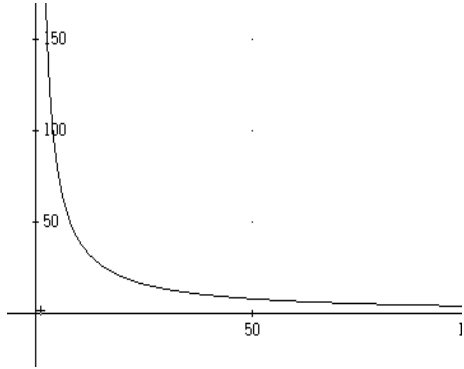
e)

f) con 4 llaves tarda 2 horas

4 a) Como son magnitudes inversamente proporcionales, la comida durará $(30 \cdot 50) : 75 = 20$ días

b) Se multiplica el número de días que es 30 por el número de peces que es 50 y nos queda la ecuación $Y = \frac{1500}{x}$

5 a) si x es la base, y es la altura $A = x \cdot y / 2$, $200 = x \cdot y / 2$, $y = 400/x$



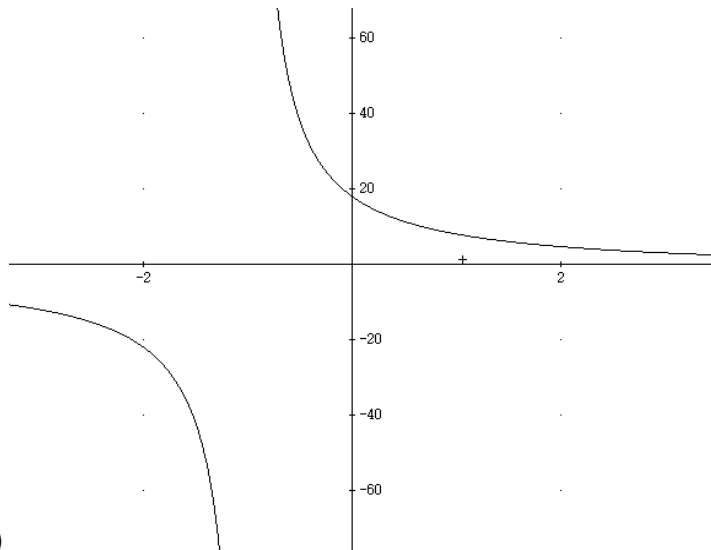
b) A medida que aumenta la base disminuye la altura

6.

a) $X * Y * 5 = 500 \Rightarrow X * Y = 100 \Rightarrow y = \frac{100}{x}$. donde x es el ancho e y el largo.

b) Sus asíntotas son. $y = 0$ e $x = 0$

7. a) $f(0) = 20 - 2 = 18 \Rightarrow$ En el momento de ponerla en el congelador tenía 18°C .



b)

este gráfico es en general, para el problema solo sería la curva para t mayor que cero

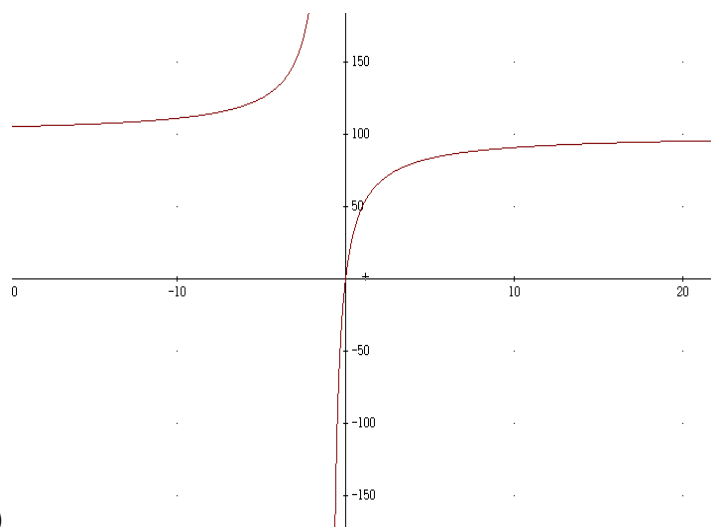
c) Dominio $\{ x \in \mathbb{R} : x \neq -1 \}$ Imagen $\{ y \in \mathbb{R} : y \neq -2 \}$ Cero $x=9$ Monotonía Decreciente $x < -1$,
Decreciente $x > -1$

d) Asíntota horizontal: $y=-2$. Quiere decir que la temperatura de la barra, cuando pasa mucho tiempo, tiende a acercarse a -2°C .

8 a) Dominio $\{ x \in \mathbb{N} : x > 0 \}$

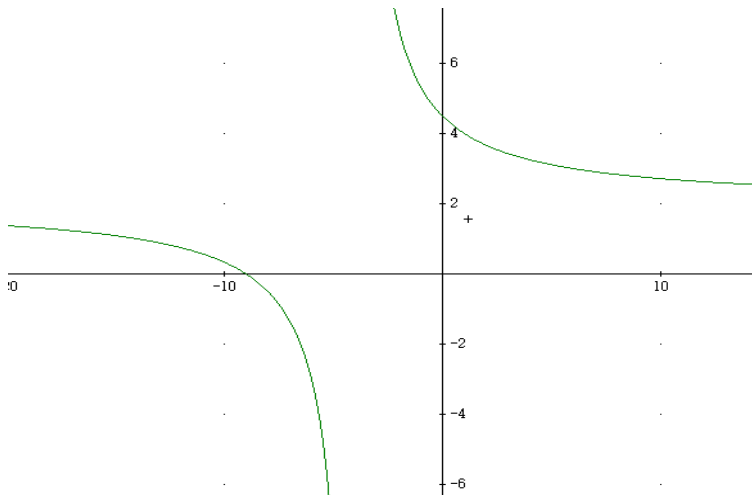
b) $y = 100 - 100/(3+1) = 100 - 25 = 75$ pesos

c) $x = -1, y = 100$



d)

9a) Si $x=1 \Rightarrow Y=10/(1+4)+2=2+2=4$ amonestaciones.

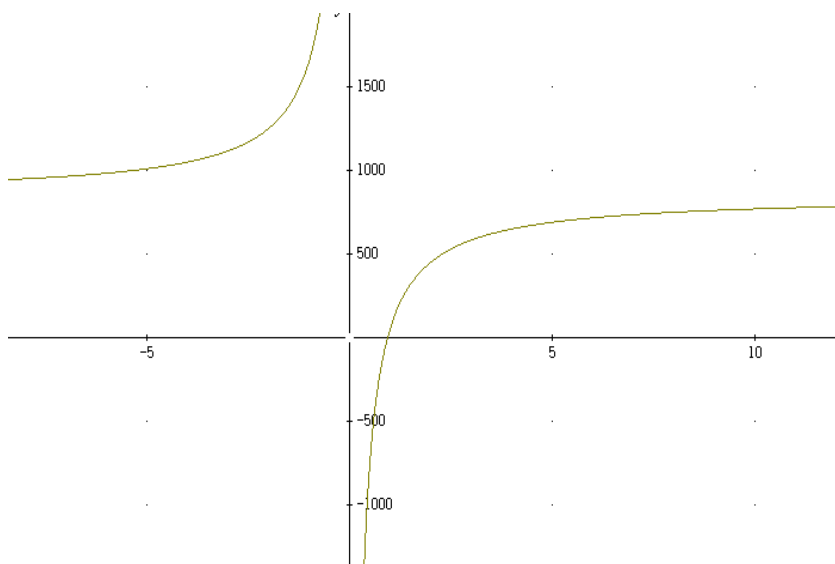


b)

c) Dominio $\{ x \in \mathbb{R}: x \neq -4 \}$ Imagen $\{ y \in \mathbb{R}: y \neq 2 \}$ Cero $x = -9$ Monotonía Decreciente $x < -4$, Decreciente $x > -4$

d) Su asíntota horizontal es $y = 2$ e indica que a medida que avanza el curso, las amonestaciones por día tienden a 2.

10. a) la temperatura al cabo de 10 min es de 770°C .



b)

c) Dominio $\{ x \in \mathbb{R}: x \neq 0 \}$ Imagen $\{ y \in \mathbb{R}: y \neq 850 \}$ Cero $x = 800/850$ Monotonía Creciente $x < 0$, Creciente $x > 0$

d) la temperatura al cabo de 10 min es de 770°C que es superior a la de al cabo de 1 min que solo es de 50°C , por lo que llegamos a la conclusión que siempre que aumente el tiempo va a aumentar la temperatura.

Valoración de la propuesta de problemas mediante la aplicación del método de criterio de especialista

La propuesta se somete a criterios de especialistas, con el objetivo de evaluar la pertinencia y factibilidad de los problemas para la aplicación de la función de proporcionalidad inversa y su posterior aplicación en la práctica pedagógica con los estudiantes de décimo grado del IPU “Carlos Chesalle, de Santo Domingo”. Para la utilización del mismo, se tuvo en consideración la determinación de los aspectos a evaluar por los especialistas (Anexo 5), la selección de los especialistas según los criterios determinados, la recopilación de sus criterios, el procesamiento de la información y la reestructuración de elementos de la propuesta derivada del juicio de los especialistas. Se seleccionan 8 especialistas según su experiencia como profesores de Matemática, su nivel profesional y académico. Una vez recopilada y analizada la información ofrecida por estos, se precisan aspectos importantes que permitieron el perfeccionamiento de la propuesta de problemas a partir de los señalamientos realizados.

Resultados de la valoración de la propuesta

En la valoración de la propuesta de los problemas para la aplicación de la función de proporcionalidad inversa, los especialistas que fueron 8 consideran:

El aspecto 1, acerca de la calidad de los problemas, fue evaluado como muy adecuado por el 100% de los especialistas. No se realizan argumentaciones, ni observaciones al respecto.

La evaluación a la adecuación de los problemas a las características del grado, aspecto 2, fue de muy adecuado por el 75% de los especialistas consultados. El resto lo evaluó como bastante adecuado (25%). Algunos señalan las dificultades que pueden presentar los estudiantes en el trabajo con el Geogebra y el poco tiempo que el programa le dedica a crear habilidades en el trabajo con este tipo de funciones.

El aspecto 3, en el que se solicitaban valoraciones sobre la contribución a la preparación del estudiante para la vida, recibió la categoría muy adecuado por el 87,5% de los especialistas, el resto lo evaluó como bastante adecuado (12,5%). La concepción desarrolladora de la propuesta, aspecto 4, recibió valoraciones de muy adecuado por los 8 especialistas.

El aspecto 5 referido a las posibilidades para su puesta en práctica, fue evaluado como muy adecuado por el 100% de los especialistas.

El análisis integrador de los aspectos sometidos al criterio de los especialistas permitió determinar cómo tendencia, la aceptación de la propuesta, pues las opiniones emitidas se ubican en las categorías de bastante adecuado y muy adecuado, lo que ratifica sus posibilidades reales de aplicación y sus amplias ventajas de factibilidad en el contexto pedagógico para el que ha sido concebida.

Conclusiones

1. La solución de problemas facilita la asimilación de nuevos conocimientos, y desarrolla formas peculiares de interrelación con la sociedad y el ambiente por lo que es el eje central del trabajo con los contenidos de la Matemática.
2. El diagnóstico de los estudiantes del décimo grado del IPU “Carlos Chesalle, de Santo Domingo” permite constatar las carencias en la aplicación de las funciones numéricas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática
3. La aplicación de las funciones de proporcionalidad inversa se realiza teniendo en cuenta el estudio del estado actual de la teoría al respecto y la determinación de un grupo de problemas que sirven de ejemplo en este proceso.
4. Los problemas propuestos son valorados favorablemente por los especialistas consultados, los que están de acuerdo en su pertinencia para contribuir a solucionar un importante problema de la práctica pedagógica.

Recomendaciones

1. Continuar profundizando en las diferentes concepciones teóricas y las experiencias prácticas en la solución de problemas con aplicaciones de las funciones numéricas.
2. Aplicar los problemas con aplicaciones de la función de proporcionalidad inversa en la práctica pedagógica en diferentes centros del territorio.

Bibliografía

- Acosta Hernández, S., Gort Sánchez, M., Quintana Valdés, A., Báez Arbesú, L., García de la Vega, L., González Dogil, C., . . . Domínguez Escobar, O. (2014). *Matemática 8vo grado*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Acosta Hernández, S., Quintana Valdés, A., Gort Sánchez, M., Báez Arbesú, L., Cantero Pérez, R., & Arenas Cantón, J. (2015). *Matemática 9no Grado*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Addine, F., & García, G. (2004). Componentes del proceso de enseñanza aprendizaje. En C. d. autores, *Temas de Introducción a la Formación Pedagógica* (págs. 158-170). La Habana: Pueblo y Educación.
- Álvarez de Zayas, C. (1999). *Didáctica, la escuela en la vida*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Álvarez Pérez, M., Almeida Carazo, B., & Villegas Jiménez, E. V. (2014). *El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. DOCUMENTOS METODOLÓGICOS*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Álvarez Pérez, M. (2008). *Manual de ejercicios de Matemática para la Educación Media Superior*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Ballester Pedroso, S., Santana de Armas, H., Hernández Montes de Oca, S., Cruz, I., Arango González, C., García García, M., . . . Torres Fernández, P. (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática Tomo I*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., & Byleen, K. E. (2012). *Précalculo. Funciones y Gráficas*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Campistrous Pérez, L., & Rizo, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La

Habana: Pueblo y Educación.

Campistrous Pérez, L., Cuadrado González, Z., Rivero Álvarez, H., Naredo Castellanos, R., Durán Jorrín, A., Palacios Peña, J., & Rizo Cabrera, C. (1990). *Matemática Onceno grado*. La Habana: Pueblo y Educación

Campistrous Pérez, L., Miyar Echemendía, O., Naredo Castellanos, R., Rivero Álvarez, H., Montes de Oca Méndez, E., & Durán Jorrín, A. (1989). *Matemática 10mo Grado*. La Habana: Pueblo y Educación.

Clements, K. (1999). Planteamiento y resolución de problemas: ¿ Es relevante Polya para las matemáticas escolares del siglo XXI? *Suma* 30, 27-36.

Cruz, M (2002). Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la Matemática. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Holguín.I.S. 'José de la Luz y Caballero.

De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la Matemática. *REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN*, 19-58.

De Guzmán, M. (13 de 4 de 2017). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. Obtenido de Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura: <http://www.oei.es/historico/oeivirt/edumat.htm>

García Cruz, J. A. (14 de 3 de 2017). *La Didáctica de las Matemáticas: una visión general*. Obtenido de Gobierno de Canarias: <http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm>

Godino, Juan D. (2012). Proporcionalidad y su Didáctica para maestros. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3_Proporcionalidad.pdf

González, Daniel (1996) La capacitación de los maestros en la enseñanza de la

formulación de problemas matemáticos Tesis en opción al título de Master en Educación Avanzada. Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. La Habana.

Jiménez Milián, M. H. (2010). *Análisis Matemático en R*. La Habana: Pueblo y Educación.

Labarrere Sarduy, A. F. (1987). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. La Habana: Pueblo y Educación.

Labarrere Sarduy, A. F. (1988). *Como enseñar a los estudiantes de primaria a resolver problemas*. La Habana: Pueblo y Educación.

Llivina, M.J. (1999): Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. La Habana

Massón, C. R. (2004). La política educativa y los cambios en la Secundaria Básica Cubana. *Didáctica; teoría y práctica [Addine, F. ed.]*. Editorial Pueblo y Educación. *La Habana*, 33-42.

MINED. (1998): Programa Director de Matemática. Material Impreso. La Habana.

MINED (2004) Educación Preuniversitaria. Documento rector para la implementación de las transformaciones. Curso escolar 2004/2005, Ministerio de Educación. Ciudad de La Habana, en formato digital.

MINED. (2005). *Programa de Matemática 11no Grado*. La Habana: Pueblo y Educación.

MINED. (2006). *Programa de Matemática 10mo grado*. La Habana: Pueblo y Educación.

Ochoa Rojas, R. (2008). *Funciones y temas afines*. La Habana: Pueblo y Educación.

Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical model*. . New Jersey:

Princeton.

Pólya, G., & Pedersen, J. (1984). On Problems with Solutions Attainable in More Than One Way. *The Two-Year College Mathematics Journal*, 218-228.

Sánchez, C. (1982). *Análisis Matemático Tomo I*. La Habana: Pueblo y Educación.

Santos-Trigo, Manuel. (2014). Resolución de Problemas: El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las Matemáticas. https://www.researchgate.net/publication/270568553_Resolucion_de_Problemas_El_Trabajo_de_Alan_Schoenfeld_Una_propuesta_a_Considerar_en_el_Aprendizaje_de_las_Matematicas

Schöenfeld, A. H. (1985). Ideas y tendencias en la resolución de problemas. En *La enseñanza de las matemáticas a debate* (pág. 47). Madrid.

Stewart, J. (2011). *Cálculo con trascendentes tempranas*. La Habana: Pueblo y Educación.

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2007). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo*. Santa Fé: Cengage Learning.

Suárez Salvador, Joaquín. (2018). La aplicación de las funciones numéricas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática. Tesis de Diploma en opción al título de Licenciado en Educación. UCLV. VC. CUBA.

Anexos

Anexo 1

Guía para el análisis de documentos

Objetivo: Determinar necesidades de las aplicaciones de las funciones de proporcionalidad inversa en el décimo grado

Documentos a analizar:

- Programa director de Matemática
- Programas de Matemática de preuniversitario
- Libro de Matemática de décimo grado
- Orientaciones metodológicas

Aspectos a analizar:

- Orientaciones sobre la aplicación de las funciones numéricas en la asignatura Matemática en el nivel medio superior
- Presencia de la solución de problemas con aplicaciones de las funciones numéricas en los programas de la asignatura

Anexo 2 Encuesta a estudiantes

Objetivo: Conocer la frecuencia del uso de las aplicaciones de los contenidos matemáticos, en especial de las funciones, las limitaciones que pudieran tener para su uso, así como su disposición para aprender este contenido.

Estudiante:

Realizamos una investigación sobre la aplicación de las funciones numéricas, por parte de ustedes. Le rogamos responda las siguientes preguntas. Su ayuda será altamente valorada. Gracias.

1. ¿Has solucionado en clases problemas con aplicaciones de los contenidos matemáticos que te han impartido tus profesores en décimo grado?

a)___ Frecuentemente b)___ Ocasionalmente c)___ Rara vez d)___ Nunca

2. ¿Has solucionado en clases problemas con aplicaciones de las funciones matemáticas?

a)___ Frecuentemente

b)___ Ocasionalmente

c)___ Rara vez d)___

Nunca

3. ¿Conoces por tu experiencia o porque te hayan contado algunas de las aplicaciones que tienen las funciones en la vida?

4. Marca con una (X) ¿cuáles son las principales limitaciones que a tu criterio afectan la utilización en clase de aplicaciones de las funciones ?

a) ___ Pocos problemas en el libro de Matemática de décimo grado que aborden esta temática.

b) ___ El profesor no lo utiliza en clases.

c)___ Seguro que son muy difíciles.

d) ___ No contamos con un material adicional que refleje las aplicaciones de la función de proporcionalidad inversa.

e)___ No sé.

5. ¿Te gustaría conocer, en la vida o en las ciencias en general, la utilidad de la matemática y en particular de las funciones?

a) ___ Sí b) ___ No

Anexo 3 Encuesta a profesores

Objetivo: Constatar entre los profesores la aplicación de las funciones numéricas por los estudiantes, así como la pertinencia de la preparación de sus estudiantes.

Estimado profesor: Recabamos su colaboración para nuestro trabajo de investigación, sobre la aplicación de las funciones numéricas, por parte de los estudiantes, pues son ustedes la fuente de la que podemos nutrirnos. Gracias por su ayuda.

1. ¿Consideras suficientes los problemas, de aplicaciones de las funciones, que aparecen en los libros de texto de matemática?

---- Sí ----No

2. ¿Existen indicaciones en las Orientaciones Metodológicas de Matemática sobre la aplicación de las funciones matemáticas?

a) __ Sí b) __ No

3. ¿En su departamento se realizan actividades metodológicas relacionadas con las aplicaciones de las funciones?

Siempre ___ a veces ___ rara vez ___ nunca ___

4. ¿Utiliza en el proceso de enseñanza aprendizaje que dirige las aplicaciones de las funciones matemáticas?

a) __ Frecuentemente b) __ ocasionalmente c) __ nunca

4.1. En caso de señalar la última opción, explique las causas:

5. ¿Propone usted en sus clases, que los estudiantes investiguen sobre las aplicaciones de las funciones matemáticas?

a) Sí b) No

¿Por qué? _____

6. ¿Considera pertinente que los estudiantes conozcan las aplicaciones de las funciones matemáticas?

a) Sí b) No

¿Por qué? _____

Anexo 4 Guía de observación

Objetivo: Constatar si se utilizan en clases o de estudio independiente las aplicaciones de las funciones en el 10mo grado.

Aspectos a observar:

Uso o no por el profesor de problemas con aplicaciones de las funciones en clases o de estudio independiente.

Anexo 5 Indicadores para valorar los problemas propuestos

Aspectos para valorar los problemas propuestos por el método de “Criterio de especialistas”

Carta a especialistas.

Compañero (a):

Usted ha sido seleccionado por su calificación científica, experiencia y los resultados de su labor profesional, como especialista para valorar la propuesta de los problemas para la solución de problemas con aplicaciones de las funciones, por lo que el autor le solicita le ofrezca sus criterios acerca de la misma.

Datos.

Nombre y apellidos:

Especialidad: años de experiencia:

Categoría docente: Categoría científica o académica:

Profesión o cargo:

Aspectos a evaluar acerca de los problemas.	1	2	3	4	5
1. Calidad de los problemas.					
2. Adecuación de los problemas a las características del grado.					
3. Contribución a la preparación del estudiante para la vida.					
4. Concepción desarrolladora.					
5. Posibilidades para su puesta en práctica.					

Centro de trabajo

Por favor valore cada uno de los aspectos que se le proponen, teniendo en cuenta que hacia el valor 5 aumenta el grado de aceptación. La valoración debe acompañarla, siempre que sea necesario de argumentaciones, principalmente en caso de insuficiencias o sugerencias para su mejoría.

Gracias.

LEYENDA.

A continuación se explican las categorías en las que podrán ser evaluados los indicadores.

CATEGORÍAS.

Muy Adecuado (5): Se considera aquel aspecto que es óptimo y abarca todos y cada uno los componentes del objeto a evaluar, siendo capaz de resumir por si solo las cualidades del mismo en el contexto donde tiene lugar el hecho o fenómeno en el que se manifiesta. El mismo es un reflejo de la realidad objetiva en sus relaciones con los distintos componentes del proceso con los que interactúa.

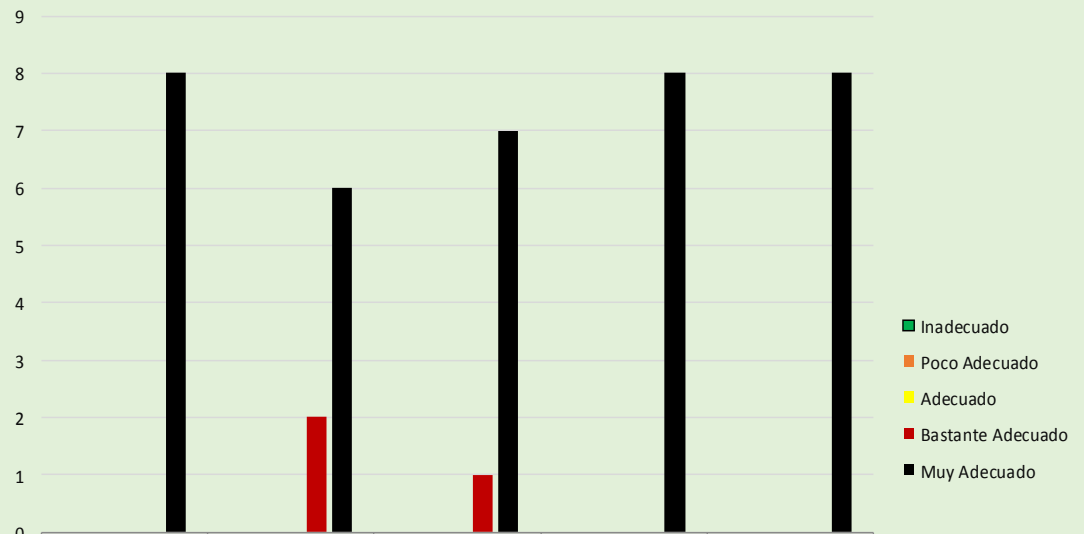
Bastante Adecuado (4): Se considera aquel aspecto que abarca en casi toda su generalidad al objeto, siendo capaz de abordarlo en un grado bastante alto, pero que puede ser considerado con elevada certeza en el momento de tomarlo en cuenta en el contexto donde tiene lugar.

Adecuado (3): Considera una parte importante de las cualidades del objeto a evaluar, las cuales pueden aportar juicios de valor, teniendo en cuenta que puede ser susceptible de perfección, partiendo de la complejidad de los hechos valorados y sus manifestaciones.

Poco Adecuado (2): Recoge solo algunos de los rasgos distintivos del hecho o fenómeno a evaluar, los que aportan pocos elementos valorativos.

Inadecuado (1): Procesos, aspectos, hechos o fenómenos que por su poco valor o inadecuación en el reflejo de las cualidades del objeto no proceden ser validados.

Chart Title



	Calidad de los problemas	Adecuación de los problemas a las características del grado	Contribución a la preparación del estudiante para la vida	Concepción desarrolladora	Posibilidades para su puesta en práctica
Inadecuado	0	0	0	0	0
Poco Adecuado	0	0	0	0	0
Adecuado	0	0	0	0	0
Bastante Adecuado	0	2	1	0	0
Muy Adecuado	8	6	7	8	8

