TESIS DE GRADO

Título:

Monografía: Recomendaciones para la modelación por el Método de los Elementos Finitos.

Autor: Allian Omar Mejias Leiva

Tutor: Dr. Ing. Luis O. Ibañez Mora

Curso 2009 - 2010

Índice

INTRODUCCIÓN i

Capitulo 1: Estado del Arte. 6

1.1 Resumen 6

1.2 Introducción 6

1.3 Estudio de la metodología para la revisión y diseño de obras ingenieriles. 7

1.3.1 Recomendaciones metodológicas para la modelación. Generalidades. 7

1.3.2 Metodología para la modelación de problemas ingenieriles. 7

1.4 Estudio, crítica, metodología y aspectos generales del empleo de la modelación por MEF de obras estructurales. 8

1.4.1 El método de los Elementos Finitos. 9

1.4.2 Fundamentos de la Modelación de Elementos Finitos. 15

1.4.3 Tipos de Elementos Finitos. 16

1.4.4 Selección del tipo de Elementos 21

1.4.5 Aplicaciones del MEF 23

1.5 Conclusiones parciales del capitulo 26

Capítulo 2: Recomendaciones para la modelación por elementos Finitos de problemas de Ingeniería. 27

2.1 Resumen 27

2.2 Introducción 27

2.3 Efecto de la Geometría. Mallado. 29

2.4 Efecto de las condiciones de contorno. 36

2.5 Efecto del modelo del material 38

2.4 Efecto de las cargas. Ámbito de aplicación 43

2.5 Software que se utilizan en la Facultad de Construcciones de la UCLV. 44

2.6 Conclusiones 45

Capitulo 3. Aplicación de la Modelación en problemas geotécnicos. 46

3.1 Resumen 46

3.2 Introducción 46

3.3 Modelo de pilotes en deformación axialsimetrica: 47

3.3 Ejemplo 1. Cimentaciones sobre pilotes en un suelo friccional (φ) 50

3.4 Ejemplo 2. Cimentación sobre pilote en Suelos Cohesivos 51

3.5 Comparación con resultados de Pruebas de carga. 53

3.6 Ejemplo 3. Cimentación corrida en suelo Cohesivo 54

3.7 Ejemplo 4. Cimentación corrida en suelo Friccional 58

3.8 Conclusiones 62

Capitulo 4. Recomendaciones para la modelación por elementos finitos. 63

4.1 Resumen 63

4.2 Introducción 63

4.3 Estudio de la metodología para la revisión y diseño de obras ingenieriles. 63

4.4 Estudio, crítica, metodología y aspectos generales del empleo de la modelación por MEF de obras estructurales. 66

4.6 Efecto de las condiciones de contorno 77

4.7 Efecto del modelo del material 79

4.8 Efecto de las cargas 80

Conclusiones 81

Recomendaciones. 82

Bibliografía. 83

Pensamiento

La ciencia no sirve sino para darnos una idea de cuan vasta es nuestra ignorancia.

Félecité de Lamennais

Agradecimientos

Quiero agradecerle a todos los que de una forma u otra me ayudaron e hicieron posible que este sueño se convirtiera en realidad y darle un especial reconocimiento a:

Mi mamá y papá por confiar y apoyarme en todo.

Mis abuelos (Gilberto, Evelio, Hilda y Patria) por consentirme y darme consejos.

Mi tía Tamara, mi prima Anabel y Abel por su ayuda incondicional.

Mi tío Gilbertico, mis primos Yanniel y Yicel y Yamilet por acogerme en Camagüey.

Mi novia Liuska que me apoyó, aconsejó, que en gran medida es una de las personas que más peso llevó a lo largo de estos años y que siempre estuvo cerca en los momentos buenos y malos.

Mis suegros Mariluz y Luisito que fueron mis segundos padres.

A mi padrastro el Moro y mi madrastra Tata.

A todos mis amigos (Jiamny, Jesús, el Chino, Alexander, Javier, Alain, Reidys, Eduardo, Deny, Luisito, Daymar, Adrian, Yury, y a los que no mencioné que por favor me perdonen) por haber compartido y pasado tantos momentos juntos.

A todos los buenos amigos que tengo en el grupo.

Y por último pero no menos importante a mi tutor Luis Ibañez Mora por ayudarme y dedicarme tanto tiempo para que este trabajo de diploma se conformara.

Dedicatoria

A mi familia, por haberme comprendido y ayudado en estos años de estudio.

A mi novia, por estar siempre a mi lado.

A todos los profesores y trabajadores de la facultad, que durante los cinco años han sabido inculcar en mi todo el conocimiento y el amor por esta profesión.

A mí, por lograr un sueño que comenzó años atrás y que hoy estoy a solo pasos de sentirme realizado.

Resumen

RESUMEN

En este trabajo diploma se presentan las recomendaciones para la modelación por elementos finitos de problemas ingenieriles y su aplicación en la solución de problemas geotécnicos. Las recomendaciones propuestas se basan en las tendencias actuales para el análisis y diseño de obras civiles, incluyendo un análisis (mas detalladamente en el sigma/w) de los software con los que se dispone en nuestra Facultad.

Para ello se realiza una búsqueda bibliográfica relacionada con la aplicación del MEF en la ingeniería civil y la geotecnia, agrupando los criterios para la correcta modelación de un problema. Se realiza un estudio de los aspectos a tener en cuenta para la selección de la geometría, el mayado, las condiciones de contorno, el modelo del material y las cargas, así como las potencialidades de las herramientas computacionales a nuestro alcance.

El resultado final resulta ser un material de interés práctico profesional y de utilidad didáctica para la aplicación de los métodos numéricos en problemas ingenieriles, al brindar recomendaciones a estudiantes y profesionales de la construcción. A su vez este documento final forma parte de los resultados finales de un Proyecto Ramal del MICONS, relacionado con la modelación de Obras de Ingeniería.

Introducción

INTRODUCCIÓN

El método de elementos finitos constituye en la actualidad el procedimiento de cálculo más utilizado en Mecánica Estructural y Mecánica de Sólidos. Su uso está también muy extendido en la resolución de problemas de Transferencias de Calor, y empieza a cobrar importancia en otras áreas, como la Mecánica de Fluidos o el Electromagnetismo.

El conocimiento de estas técnicas numéricas resulta actualmente casi imprescindible para aquellos que se desenvuelven en el ámbito de la Ingeniería Civil y la Ingeniería Mecánica, ya que la mayor parte de los análisis de los estados tensionales que se llevan a cabo en la industria están basados en ellas. A pesar de su gran difusión actual, los procedimientos de elementos finitos tal y como lo entendemos hoy son relativamente modernos. Su nacimiento y desarrollo es una consecuencia de de la disponibilidad de herramientas electrónicas de cálculo cada vez más potente. Puede decirse, por tanto, que estas técnicas son un resultado más de la revolución informática en el mundo.

Justificación del trabajo Diploma:

Este Trabajo de Diploma formará parte de un proyecto ramal de investigación del MICONS, que pretende agrupar la documentación relacionada con la modelación de obras ingenieriles, con el fin de aumentar la eficiencia y rapidez en la solución de dichos problemas. Se proporciona una panorámica general de los aspectos del método de los elementos finitos (MEF) necesarios para los técnicos y profesionales en su aplicación práctica. En este sentido, el documento puede resultar útil también para aquellos que, busquen una formación básica que les permita utilizar programas basados en el MEF conociendo las líneas generales del mismo.

Planteamiento y definición del problema.

Actualmente, al resolver problemas reales ingenieriles se utilizan programas comerciales de cálculo, que tienen muchas veces en su concepción una base en los métodos numéricos, sin conocer por parte de los usuarios los conceptos básicos indispensables, como la generación de la geometría, las forma de aplicación de las cargas o las condiciones de contorno, el modelo del material y otras aspectos que influyen directamente en los resultados finales del análisis.

¿Será esta monografía una herramienta útil para los especialistas ya que pretende agrupar los conceptos básicos para hacer un uso práctico correcto de las técnicas de la modelación por elementos finitos, ya probadas, que incorporan los programas de cálculo?

Hipótesis:

La confección de una monografía que incluya las recomendaciones para la modelación por elementos finitos permitirá a proyectistas y especialistas contar con una herramienta que facilite la solución de problemas ingenieriles de alta complejidad.

Objetivo General:

Para el desarrollo de la investigación se consideró el siguiente objetivo general*: Elaborar una monografía relacionada con las recomendaciones para el análisis de problemas ingenieriles a través del MEF.*

Objetivos específicos:

Para dar cumplimiento al objetivo general anterior se desarrollaron los siguientes **objetivos específicos:**

1. Realizar una búsqueda bibliográfica relacionada con el MEF, principios y aplicaciones de este.
2. Confeccionar recomendaciones para la modelación de problemas ingenieriles aplicando el MEF.
3. Aplicar o proponer en problemas reales la aplicación de dichas recomendaciones.

Tareas de investigación:

Para dar cabal cumplimiento a los objetivos antes planteados se realizarán las siguientes tareas de investigación:

1. Búsqueda bibliográfica sobre la aplicación del MEF en la solución de problemas ingenieriles.
2. Búsqueda bibliográfica sobre los aspectos a tener en cuenta para la modelación de problemas ingenieriles de alta complejidad.
3. Estudio y crítica de los aspectos a tener en cuenta en la generación de modelos para el análisis por MEF. (Mallado, geometría, condiciones de contorno, carga, materiales)
4. Estudio de las potencialidades de los software a nuestro alcance.
5. Confección de una monografía que incluya los aspectos anteriormente tratados.
6. Aplicar las recomendaciones anteriores en problemas reales

Metodología de la Investigación:

Para realizar la actual investigación se define las siguientes etapas, las cuales se complementan entre sí.

Etapa I: Definición de la problemática.

- Definición del tema y problema de estudio.
- Recopilación bibliográfica.
- Formación de la base teórica general.
- Planteamiento de las hipótesis.
- Definición de los objetivos.
- Definición de tareas científicas.

Redacción de la introducción.

Etapa II: Estudio, análisis y crítica de los últimos adelantos científicos relacionados con el tema.

-Estudio de la metodología para la revisión y diseño de obras ingenieriles.

-Estudio y critica del empleo de la modelación por MEF.

Redacción del Capítulo I.

Se da cumplimiento al objetivo específico 1

Etapa III: Recomendaciones para la modelación por elementos Finitos de problemas de Ingeniería.

- Efecto de la Geometría. Mallado

- Efecto de las condiciones de contorno

- Efecto del modelo del material

- Efecto de las cargas

- Software al alcance en la Facultad de Construcciones de la UCLV

Redacción del Capítulo II.

Se da cumplimiento al objetivo específico 2

Etapa IV: Aplicación de la Modelación en problemas geotécnicos.

- Aplicación en Cimentaciones sobre pilotes.

- Aplicación en cimentaciones superficiales

- Redacción del Capítulo III.

Se da cumplimiento al objetivo específico 3

Etapa V: Confección de la Monografía.

Redacción del capítulo IV.

Se da cumplimiento al objetivo específico 3

Etapa VI. Redacción definitiva de la tesis.

Aporte Científico:

La realización de este trabajo concentrará las tendencias actuales para el análisis de problemas ingenieriles a través de la modelación por elementos finitos.

Campo de Aplicación.

Después de finalizado el trabajo se contará con una herramienta para una mejor modelación de problemas ingenieriles con la aplicación de métodos numéricos. Serán las Empresas de Proyecto las primeras en beneficiarse con los resultados de la investigación y su puesta en práctica, así como en la docencia.

Capítulo 1

Capítulo 1: Estado del Arte.

1.1 Resumen

En este capítulo se analizan los temas relacionados con las metodologías para la modelación de problemas ingenieriles y los diferentes aspectos en que se divide este. Se seguirá el enfoque que se refleja (Quevedo 2002), el cual agrupa en un esquema sencillo y preciso, todas las etapas por la cual transita el proceso de modelación estructural y las relaciones entre ellas.

Además se presentan algunos conceptos básicos de la teoría de elementos finitos que nos ayudará a entender cómo funciona y como deben ser usado. Se tratarán conceptos referentes a la aplicación del método en los distintos tipos de elementos estructurales (sólidos mecánicos).

Para ello se realizó una búsqueda biográfica actualizada de las diferentes técnicas que se utilizan tanto en la metodología de la modelación en general, como en la modelación por el método de los elementos finitos.

1.2 Introducción

Antes de adentrarnos en el tema de la modelación deberíamos definir su concepto, que no es más que "*simplificar o reducir el medio real a uno físico en el cual sea posible aplicar las ecuaciones constitutivas que gobiernan el problema. Se define como relaciones constitutivas las expresiones matemáticas de las leyes físicas que gobierna el problema que se estudia"* [Jiménez (1986)].

La modelación es el método de manejo práctico o teórico de un sistema por medio del cual se estudiará este, pero no como tal, sino por medio de un sistema auxiliar natural o artificial, el cual, desde el punto de vista de los intereses plateados, concuerda con el sistema real que se estudie. Es decir, es el método que opera de forma practica o teórica como un "objeto", no de forma directa, sino utilizando cierto sistema auxiliar (natural o artificial) el cual se encuentra en una determinada correspondencia objetiva con el "objeto" modelado y está en condiciones de sustituir el "objeto" que se estudia en determinadas etapas de la investigación, permitiendo obtener determinada información susceptible de comprobaciones experimentales.

El método de los elementos finitos, es un procedimiento basado en técnicas computacionales, que puede ser usado para analizar estructuras y diferentes sistemas continuos. Es un método numérico versátil, y que es ampliamente aplicado para resolver problemas que cubren casi todo el espectro de análisis ingenieriles. Sus aplicaciones comunes, incluyen el comportamiento de sistemas estáticos, dinámicos y térmicos. Los avances en el hardware, han facilitado y aumentado la eficiencia del software de elementos finitos, para la solución de sistemas complejos de ingeniería sobre computadores personales. Los resultados obtenidos con el análisis de elementos finitos, son raramente *exactos*. Sin embargo, una solución adecuada puede ser obtenida, si se usa un modelo apropiado de elementos finitos. Si el objetivo del ingeniero, es el desarrollo de código de elementos finitos, entonces una profunda comprensión de la teoría de elementos finitos es esencial. Si el objetivo, es el uso del código de elementos finitos, entonces para el análisis

es necesario tener:

1. Básica comprensión de los conceptos fundamentales del método de los elementos finitos

2. Práctica, incluyendo el conocimiento de las capacidades y limitaciones, en el programa computacional que va a ser usado.

1.3 Estudio de la metodología para la revisión y diseño de obras ingenieriles.

1.3.1 Recomendaciones metodológicas para la modelación. Generalidades.

La modelación es un proceso que a lo larga de la historia ha evolucionado y para poder ordenar de forma racional todos sus aspectos y etapas, se han establecido en el propio desarrollo de la ingeniería las diferentes técnicas de modelación, que tratan de estudiar no el problema real, el que ya sabemos que no podemos conocer en su totalidad, sino un modelo del mismo, que simule lo más eficientemente posible su comportamiento, y a partir de la respuesta dada por dicho modelo interpretar la posible respuesta de la estructura real. Resulta evidente que utilizando el procedimiento anterior es necesario introducir en el diseño una seguridad adecuada, a través de diferentes métodos, que garantice un correcto funcionamiento de la estructura a lo largo de su vida útil, dentro de la mayor economía posible (Jiménez Salas 1981; Quevedo 1995).

A la hora de enfrentar cualquier problema ingenieril innumerables son las formas de resolverlos y en muchos casos el modelo propuesto solo puede ser soluble con la aplicación de potentes programas de computación con base en diferentes Métodos Numéricos. Diferentes autores coinciden que los procedimientos a la hora de resolver un problema [Sowers (1977)] deben seguir la siguiente secuencia:

1- Identificar el problema en su totalidad y después simplificarlo, dividiéndolo en partes y fijando factores significativos.
2- Utilizar las teorías apropiadas con las tolerancias permitidas, impuestas por sus limitaciones.
3- Utilizar modelos físicos o matemáticos cuando se compruebe que las teorías son inadecuadas.
4- Los resultados de los estudios teóricos y con medios deben ser interpretadas a la luz de la experiencia.
5- Las lagunas en el conocimiento del problema deben llenarse intuitivamente.
6- Las soluciones deben ser reevaluadas y revisadas cuando la observación del funcionamiento real de la obra demuestre que son inadecuadas.

1.3.2 Metodología para la modelación de problemas ingenieriles.

Se han establecido diferentes esquemas para tratar de explicar el proceso de modelación de los problemas ingenieriles, algunos generales (Melli Piralla 1986; Sowers 1975), y otros particulares para el caso de los problemas de la geotecnia (Becker 1996; Meyerhof 1970), donde los análisis son mucho más complejos dada la heterogeneidad de los suelos y lo difícil que resulta contar con resultados representativos en sus condiciones naturales. En todos los casos se trata de estudiar el problema a partir de subdividirlo en diferentes aspectos, normalmente en el estudio del comportamiento de los materiales, las cargas y el esquema de la estructura o el terreno, que puedan a su vez ser evaluados (su comportamiento) por modelos más simples. Para los fines del trabajo el esquema (figura 1) mostrado (Quevedo 1995), expresa de forma simplificada el proceso de modelación.

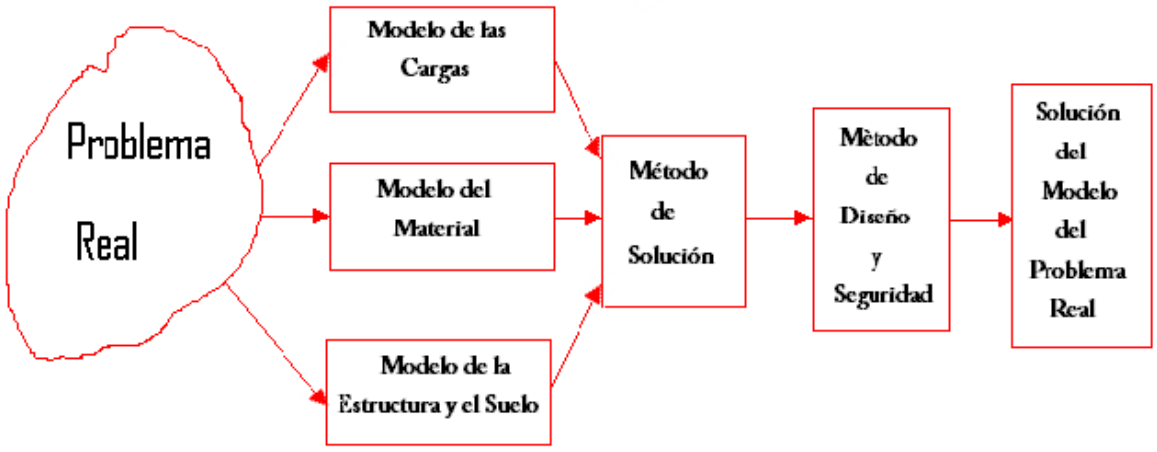


Figura 1.1 Esquema simplificado del proceso de la modelación

- **Problema Real**

Como se puede apreciar en el esquema anterior, el estudio del problema real es representado esquemáticamente de forma muy irregular dada su complejidad para el análisis. Una buena interpretación del problema es fundamental para la optimización del tiempo y los recursos.

- **Modelo de las cargas**

Se plantean los modelos de las cargas o acciones externas, en lo que se ha avanzado de forma significativa en los últimos años con el empleo de las técnicas probabilísticas, en este caso la modelación de las cargas la dividiremos de forma general en:

1. Magnitud (Variabilidad), como se sabe las cargas son variables aleatorias, para saber su magnitud generalmente se determinan por técnicas probabilísticas (carga de uso, carga de viento, cargas producidas por un sismo etc.), pero si no se conocen se toma un número de muestras para ensayar y obtener resultados estadísticos.
2. Forma de aplicación, que se define como la forma de representar, esquematizar las cargas "reales" a formas conocidas para facilitar el cálculo.
3. Tiempo de aplicación
4. Combinación de cargas que no es más que la posibilidad que tienen las cargas de estar actuando a la vez. La obtención de la combinación pésima o más desfavorable en la estructura es uno de los procesos más importantes y decide, en ocasiones, la racionalidad y la seguridad de la estructura. Estas combinaciones de cargas se producen no solo con efectos de diferentes orígenes, sino también por la ocurrencia diversa de un solo tipo de carga. Medina y Ruiz plantean que estas combinaciones deben cumplir los siguientes requisitos:
   -Deben ser reales, lógicas y factibles.
   -Deben ser compatibles y racionales.
   -Deben ser relativamente frecuentes.

- **Modelo del material**

Las ecuaciones constitutivas de un material definen su respuesta frente a un conjunto de acciones, formadas por fuerzas externas, suministro de calor u otro agente. El comportamiento del material ante estos aspectos se investiga mediante ensayos. En general, estos ensayos son muy simples, ya que en otro caso su interpretación sería muy difícil o imposible de lograr (Jiménez Salas 1981; Álvarez 1998; Recarey 1999).

Los modelos de los materiales, en lo cual de igual forma existe un gran desarrollo a escala internacional, para determinar el comportamiento del material podemos dividir el modelo en:

1. Modelo que defina el comportamiento del material y dentro de los más conocidos citamos algunos como en la figura 1.2:

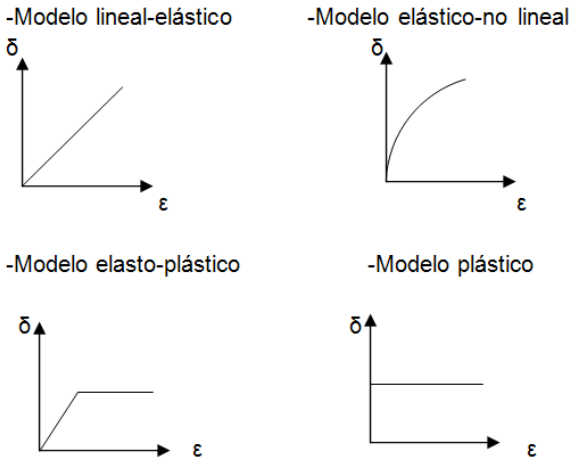


Figura 1.2. Modelos del Material

2. Determinación de los valores de los parámetros del modelo del material como (Cohesión, Angulo de Fricción Interna, c- φ, μ Eo γ), entre otros dependiendo del material y el modelo en el que usted este definiendo el comportamiento del material.

Otros autores (Oller 1996) definen a los modelos constitutivos como una formulación matemática capaz de describir el funcionamiento físico macroscópico de un *"sólido ideal"* que resulta, luego de aplicar hipótesis simplificativas sobre un *"sólido real"*, de lo que se deduce que los modelos constitutivos solo representan una *"realidad condicionada"* por ciertas *"hipótesis simplificativas"* y, por tanto, su utilización debe realizarse consecuentemente con ellas.

En la literatura especializada aparecen varios puntos de vista para presentar una clasificación de los modelos constitutivos (Bazant 1979; Chen 1980, 1982; ASCE 1982; Buyukozturk 1985). La clasificación planteada por Oller (1988; 1996); Recarey (1999) es una de las más aceptadas en la actualidad. La misma subdivide los modelos constitutivos para el caso de geomateriales en cinco grupos, incluyendo las nuevas tendencias y formas de modelación, en la siguiente tabla aparece detallada esta clasificación.

MODELO CONSTITUTIVO	FORMULACIÓN	REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA
Modelos basados en la elasticidad lineal y no lineal	Elástico o de Cauchy	(Desai 1984; Jiménez Salas 1981)
	Hiperelástico o de Green	(Chen 1982; ASCE 1982; Jiménez Salas 1981; Desai 1984)
	Hipoelásticos; formulación diferencial	(Álvarez 1998; Desai 1984; Jiménez Salas 1981; Bathe 1979; Sáenz 1964)
Modelos basados en la teoría de plasticidad	Plasticidad perfecta	(Desai 1984; Jiménez Salas 1981; Chen 1980)
	Plasticidad con ablandamiento, con o sin degradación de rigidez	(Dougill 1985; Jiménez Salas 1981; Oller 1988)
	Plasticidad con endurecimiento, con o sin degradación de rigidez	(Klisinski y Simo 1987; Han 1986; Chen 1982; Jiménez Salas 1981; Chen W. 1980; Chen 1975; Bazant 1979)
	Plasticidad con endurecimiento más zona inerte[1]	(Kleiber 1983, 1986; Frantziskonis 1987)
Modelos basados en la teoría endocrónica[2] de la plasticidad		(ASCE 1982, Recarey 1999)
Modelos basados en la teoría del daño	Modelo de Daño Plástico.	(Oller 1988, 1996)
Modelos de fractura	Fisura distribuida	(Slate 1984; Hillerborg 1976; Rashid 1968)
	Fisura discreta	(Nilson 1968; Ngo 1967)
	Basado en mecánica de la fractura	(Elices 1985); (Jirásek 1998); (Borst 1998); (Bazant 2000)

[1] Zona donde el material no tiene capacidad de responder a las acciones externas, con una ley tensión-deformación constante e igual a cero durante todo el proceso de carga.

[2] Estudio de la evolución histórica del material.

Tabla 1.1 *Clasificación de los modelos constitutivos para el caso de los geomateriales según (Oller 1988, 1996).*

- **Modelo de la estructura y el terreno**

Para los modelos de la estructura y el terreno se deben de tener varios aspectos. Se define lo que se modela como:

1. **Definir como modelar la estructura (en 3D o en 2D).** Para modelar la estructura debemos tener en cuenta los siguientes aspectos:
   - Simetría de las formas.
   - Simetría de las cargas.
   - Conexiones longitudinales y transversales.
   - Importancia del problema analizado.

   Un requisito indispensable para que una estructura pueda ser modelada en 3D es que esta tiene que tener conexiones longitudinales.

2. **Modelación de los elementos**. Tenemos que aclarar que la modelación de un elemento en 1D es muy simplificada cuando las cargas no están contenidas en un plano. Un elemento modelado en 3D permite conocer los esfuerzos en cualquier punto. Un elemento modelado en 2D nos permite conocer los esfuerzos en su sección transversal y un elemento modelado en 1D permite conocer todos los esfuerzos en su eje centroidal.

3. **Uniones e interacciones con el terreno.** Cuando se va a modelar las uniones es vital conocer la diferencia que existe entre las uniones elemento- elemento y los vínculos a tierra, en la actualidad, dominar estos conceptos a la hora de modelar y diseñar en programas computacionales nos brindará resultados más seguros.

En la figura 1.3 se muestran uniones de igual nombre pero de concepciones diferentes.

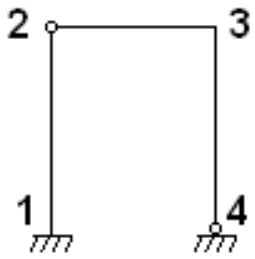


Figura 1.3. Pórtico representativo de una estructura.

Como podemos ver (1-3) empotramiento y (2-4) articulación son de nombres iguales, en 1 y 4 se toma como hipótesis EI=infinito (∞), es decir que la rigidez es infinita, ya que no se consideran desplazamientos, mientras que en 2 y 3 si se admiten los desplazamientos (EI = constante).

Es importante que el investigador, ingeniero, proyectista etc. analice la interacción del suelo y la estructura como un fenómeno único en la medida que la complejidad de su modelo le permita. Un estudio del comportamiento del suelo y la estructura como un todo, arrojaría resultados más cercanos al comportamiento real; aunque se debe aclarar que este nivel de detalle implica más tiempo y por ende más dinero que invertir, por lo que su trabajo en este sentido debe ser proporcional a la importancia y significación de su objeto de obra en cuestión.

En la modelación del comportamiento real del suelo, las propiedades del mismo son obtenidas de ensayos, que en lo posible tratan de reproducir el comportamiento del suelo en el estado de carga de la estructura real que se pretende estudiar. El resultado de estos ensayos muestra el comportamiento del suelo.

4. **Rigidez,** esta depende de la geometría y las características del material y es importante tener en cuenta este aspecto en los problemas ingenieriles porque a veces no toda la geometría aporta rigidez.

- **Método de solución**

Por método de solución definimos al proceso mediante el cual generamos una idealización matemática del problema real que pretende representar la conducta real de la estructura a ser construida. Por ello este proceso conlleva a la toma de decisiones respecto a los siguientes aspectos: La geometría de la estructura, las propiedades del material que la constituyen, la magnitud y ubicación de las cargas permanentes y variables, los tipos de elementos que la pueden representar con mayor fidelidad (1,2 ó 3 dimensiones), las conexiones internas entre estos elementos, los apoyos externos y la interacción de la estructura con el medio circundante (suelo, líquidos u otros materiales).

En resumen, los métodos de solución no son más que integrar el modelo de las cargas, de los materiales y el de la estructura y el suelo a través de diferentes procedimientos matemáticos para obtener la solución del modelo del problema real, tales como:

1. Método de solución lineal elástica.

El problema elástico es el problema físico-matemático de encontrar los desplazamientos y las tensiones en un sólido deformable elástico, partiendo de la forma original del sólido, de las fuerzas actuantes sobre el mismo y de los desplazamientos impuestos de algunos puntos de la superficie del sólido.

El problema lineal elástico es un tipo particular de problema elástico en que tanto la ecuación constitutiva, como la relación entre deformaciones y desplazamientos vienen dadas por ecuaciones lineales. En este caso el problema generalmente se puede reducir a un problema mixto de Dirichlet-Von Neumann sobre un dominio del espacio que coincide con la forma del cuerpo elástico antes de la deformación.

Para aplicar este método es necesario conocer: Los esfuerzos (cargas y geometría) y las deformaciones (propiedades del material). Es importante señalar que en este método de solución no se puede conocer la rotura del material, porque como se vio en su gráfico la deformación se considera infinita.

Como solución directa de este método podemos dar el siguiente orden:

1. Encontrar el tensor de esfuerzo.
2. Aplicar las ecuaciones físicas.
3. Comprobar la compatibilidad.
4. Aplicar las ecuaciones geométricas y obtener el campo de desplazamiento.

Método de solución elasto-plástico.

En los materiales elásticos, en particular en muchos metales dúctiles, un esfuerzo de tracción pequeño lleva aparejado un comportamiento elástico. Eso significa que pequeños incrementos en la tensión de tracción comporta pequeños incrementos en la deformación, si la carga se vuelve cero de nuevo el cuerpo recupera exactamente su forma original, es decir, se tiene una deformación completamente reversible. Sin embargo, se ha comprobado experimentalmente que existe un límite, llamado límite elástico, tal que si cierta función homogénea de las tensiones supera dicho límite entonces al desaparecer la carga quedan deformaciones remanentes y el cuerpo no vuelve exactamente a su forma. Es decir, aparecen deformaciones no-reversibles.

Este tipo de comportamiento elasto - plástico descrito es el que se encuentra en la mayoría de metales conocidos, y también en muchos otros materiales. El comportamiento perfectamente plástico es algo menos frecuente, e implica la aparición de deformaciones irreversibles por pequeña que sea la tensión, la arcilla de modelar y la plastilina se aproximan mucho a un comportamiento perfectamente plástico. Otros materiales además presentan plasticidad con endurecimiento y necesitan esfuerzos progresivamente más grandes para aumentar su deformación plástica total.

La plasticidad de los materiales está relacionada con cambios irreversibles en esos materiales. A diferencia del comportamiento elástico que es termodinámicamente reversible, un cuerpo que se deforma plásticamente experimenta cambios de entropía, como desplazamientos de las dislocaciones. En el comportamiento plástico parte de la energía mecánica se disipa internamente, en lugar de transformarse en energía potencial elástica.

- **Métodos de diseño y de seguridad.**

En la ingeniería existen toda una serie de incertidumbres, al trabajar en lo fundamental con parámetros aleatorios, que no permiten acometerlo de forma que se logre simplemente una igualdad entre la función de las cargas o esfuerzos actuantes y las cargas o esfuerzos resistentes, debiéndose introducir en el mismo una seguridad adecuada que permita el correcto funcionamiento de las estructuras dentro de una probabilidad razonable y con la máxima economía posible.

En el desarrollo histórico de la ingeniería se han utilizado distintos métodos de diseño, donde han cambiado en lo fundamental la forma de introducir la seguridad en el mismo, siendo los siguientes:

- Método de la Esfuerzos Admisibles. (MEA)
- Método del Factor de Seguridad Global. (MFSG)
- Método de los Estados Límites. (MEL)

Método de los Esfuerzos Admisibles.

Uno de los primeros Métodos de diseño fue el de las Esfuerzos Admisibles cuya ecuación fundamental es:

$$Y_{1k} \leq Y_{2_{admisible}}$$

En esta ecuación

Y_{1k} - función de los esfuerzos actuantes, determinados a partir de las cargas características.

$Y_{2_{admisible}}$ - valor del esfuerzo admisible del material con que se trabaja.

En este método, que está muy ligado con el uso de modelos lineales y elásticos del material, toda la seguridad en el diseño se introduce al definir el esfuerzo admisible, el que siempre es un valor muy pequeño, lejos de la falla y que le garantice un comportamiento lineal.

Es bueno aclarar que al determinar la función Y_{1k} a partir de las cargas características se introduce en el diseño una cierta seguridad que muchas veces no es valorada, al desconocerse en la mayoría de los casos la relación entre carga media y característica.

En el diseño estructural este método dejo de utilizarse hace varias décadas, debido fundamentalmente al hecho que no existía base científica para establecer el valor del esfuerzo admisible del material ($Y_{2\,(admisible)}$) y en la práctica los valores que se fijaban eran muy bajos, para lograr el comportamiento lineal del material, que no permitían un correcto aprovechamiento de su capacidad resistente y por tanto traía consigo diseños irracionales. Lo anterior contribuyó al empleo de modelos plásticos para la interpretación del comportamiento de los materiales simulando la falla, que permitió trabajar con estados tensionales superiores a los límites lineales y por tanto un mejor aprovechamiento de su capacidad resistente.

Método del Factor de Seguridad Global.

Demostrada la inefectividad, sobre todo económica, del Método de los Esfuerzos Admisibles y con el éxito en el uso de los modelos plásticos de comportamiento de los materiales surge el Método del Factor de Seguridad Global, cuya ecuación es:

$$Y_{1k} \leq Y_2 / K$$

siendo: Y_{1k} - función de los esfuerzos actuantes, determinados a partir de las cargas características.

Y_2 - función de los esfuerzos resistentes de rotura, determinados con los valores medios de la resistencia de los materiales.

K - factor de seguridad global.

En este método la función Y_{1k} es igual al caso anterior, mientras que la función Y_2 simula capacidad resistente en la falla, con el uso de modelos plásticos, introduciendo la seguridad a

través del coeficiente de seguridad global K, que tiene que tomar todas las incertidumbres en el diseño y como por tanto como regla es un valor alto para alejar el estado tensional de trabajo del de falla.

El principal problema de este método es la forma en que se fija el valor de K, lo cual se realiza de forma totalmente empírica y solo basado en la experiencia práctica, por lo que normalmente introduce más seguridad de la requerida y resulta muy difícil condicionarlo a factores tan importantes como la variabilidad de las propiedades físico-mecánicas del suelo y de las cargas (Blázquez 1984; D'Andrea 1981; Meyerhof 1970).

Método de los Estados Límites.

Como resultado de posteriores investigaciones, donde se trataba de darle un mayor nivel científico al establecimiento de la seguridad requerida en el diseño, surge el Método de los Estados Límites. Dentro del diseño estructural su generalización en la práctica se remonta al inicio de la segunda mitad del siglo XX (Allen 1991; Becker 1996; Day P. 1999; Keldish 1951), y en la actualidad prácticamente es el único método de diseño utilizado.

En este método se establecen dos condiciones límites de diseño:

1. 1er Estado Límite: estado en que se diseña para lograr la resistencia y estabilidad de la estructura, con los valores de cálculo.
2. 2do Estado Límite: estado que garantiza el servicio y utilización de la estructura, se chequean factores como la deformación y la fisuración de la misma para los valores reales de servicio.

El Método de los Estados Límite (MEL) se fundamenta en la obtención de un diseño donde las cargas y las tensiones a las que está sometido el material que constituyen el elemento a diseña, así como las deformaciones y los desplazamientos que en ella se originan, tanto en el periodo de construcción como durante su vida útil, estén ceca de los límites permisibles para cada caso y nunca sobrepase ninguno de ellos. Este método también es conocido como el Método de los Coeficientes Parciales (Orr 1999), pues su filosofía se basa en la introducción de la seguridad no a través de un coeficiente global, como en el MFSG, sino con la utilización de varios coeficientes parciales, unos aplicados a las cargas actuantes, otros aplicados a las propiedades resistentes de los materiales y en algunos casos un tercer coeficiente que toma en cuenta aspectos que no pueden ser evaluados matemáticamente como la importancia la de la obra, las condiciones de trabajo, etc. Se considera frecuentemente como suficiente, tomar tres grupos de coeficientes de seguridad. Ellos se dividen en:

- Coeficientes de seguridad aplicables a las cargas (γf).
- Coeficientes de seguridad para la resistencia del material (γg).
- Coeficientes de seguridad adicional para evaluar las condiciones de trabajo general del elemento (γs).

La ecuación que rige el diseño del 1er Estado Límite es:

$$Y_1^* \leq Y_2^* / \gamma s$$

donde:

Y_1^* - función de las cargas actuantes con sus valores de cálculo

Y_2^* - función de las cargas resistentes con su valor de cálculo.

γs - Coeficiente de seguridad adicional, que depende de las condiciones de trabajo generales de la obra y el tipo de fallo.

Para este estado límite se realiza el diseño como si fuera a ocurrir la falla y se garantiza su no existencia con la introducción de los coeficientes de seguridad. En este método se le da respaldo matemático y estadístico a los coeficientes de seguridad, pero esto se hace de forma independiente, sin tener en cuenta la interacción entre las cargas y los materiales resistentes como variables de un mismo evento.

Es importante detenerse en la forma de obtener Y_2^*, pues hay quienes, influenciado por el procedimiento utilizado tradicionalmente en el diseño estructural, la obtienen con la aplicación de los coeficientes parciales de los materiales a los valores característicos de las propiedades resistentes de los materiales (Orr 1999; Day R. 1997; ITC 1996), lo que implica la aplicación de la seguridad en dos etapas, una de los valores medios a los característicos y otra de estos últimos a los de cálculo, mientras hay otro enfoque donde Y_2^* la obtienen aplicando de los coeficientes parciales de los materiales directamente a sus valores medios (SNIP 1984; Quevedo 1987).

El primero de los enfoques ha dado buenos resultados en el diseño de elementos de hormigón armado, pues en esencia en dicho material existen dos momentos que influyen en la variabilidad final del material, uno cuando se fabrica el hormigón y otro cuando se coloca en obra, mientras que los resultados obtenidos en el caso de la geotecnia no siempre han sido satisfactorios, trayendo consigo en algunas oportunidades exceso en la seguridad introducida (Day R. 1997).

El enfoque de Norteamérica (Becker 1996; Kulhawy 2002), que es tomado por la mayoría de los países Latinoamericanos en el diseño estructural, difiere en algo del anterior, siendo su ecuación general la siguiente:

$$Y_1^* \leq \varphi . Y_{2k}$$

En este enfoque la función Y_1* se determina de igual forma que en el caso anterior, aunque no necesariamente con los mismos valores de los coeficientes de cargas, mientras Y_{2k} es la capacidad resistente del elemento determinada con los valores característicos de las propiedades de los materiales, en tanto φ es un coeficiente de reducción de la capacidad resistente del elemento, determinado a partir del análisis de la variabilidad de la función Y_2 de forma experimental. Este es un método mucho más simple que el anterior, pero que resulta más complejo de importar pues el valor φ está fundamentado en una amplia experimentación y respaldo teórico bajo las condiciones de trabajo de Norteamérica, muy distinta de la de nuestros países, resultando muy complejo poder realizar variaciones a los valores de dicho coeficiente.

La ecuación del 2do Estado Limite es similar:

$$Y_{1} \leq Y_{2_{límite}}$$

donde:

Y_1 - función de las deformaciones, vibraciones u oscilaciones, o de las grietas en la estructura bajo las cargas de servicio.

$Y_{2\ límite}$ - función de las deformaciones, oscilaciones, o abertura de de fisuras límites en el elemento considerado.

En este estado límite se analizará el comportamiento del material, de forma tal que se verifique el comportamiento lineal del material o del mismo para el nivel de carga que se analiza, de acuerdo a las hipótesis que se han asumido en la modelación de EL que se chequea, ya sean deformacionales, fisuras, oscilaciones, etc. Garantizando que se cumplan estas condiciones, se puede calcular las deformaciones que sufre el elemento por métodos lineales, los cuales son los más empleados en la actualidad para este fin. Además según se establece en los códigos siempre que el parámetro que deformacional que caracteriza el material sea el Modulo de Deformación, es necesario chequear el comportamiento lineal del mismo. De lo contrario será necesario pasar a valorar los métodos para el que el cálculo de deformaciones que toma en cuenta el posible comportamiento no lineal del material, que en general, son de carácter más complejo.

El MEL es considerado un método semi-probabilístico, al aplicar esta técnica de forma independiente a las dos principales variables aleatorias que intervienen en el diseño, las cargas y la capacidad resistente del elemento, enfoque que sin duda es práctico, pero no representativo del problema analizado, donde ambas variables inciden en una misma ecuación de diseño. Es precisamente lo anterior el principal señalamiento que se le realiza al MEL, pasándose en la actualidad a la aplicación de los métodos probabilísticos, al menos desde el punto de vista investigativo, donde se ha alcanzado un gran desarrollo en los últimos años.

1.4 Estudio, crítica, metodología y aspectos generales del empleo de la modelación por MEF de obras estructurales.

Desde tiempos ancestrales el papel del ingeniero ha sido básicamente el mismo, tratar de conocer e interpretar los mecanismos de la naturaleza para así poder modificarla al servicio del hombre. Para ello ha utilizado sus conocimientos, intuición, experiencia y los medios naturales a los que en cada momento ha tenido disponibles. Con el gran poder de cómputo que se tiene en estos días, el ingeniero dispone de grandes ventajas para poder llevar a cabo su misión y abordar cada día retos mas ambiciosos en la solución de nuevos problemas, cuyos aspectos políticos, económicos, científicos o tecnológicos pueden tener un mayor impacto en la mejora de la calidad de vida del hombre. Encontramos así aplicaciones de los métodos numéricos en los ámbitos más diversos desde sectores tecnológicos tan clásicos como la ingeniería estructural o la aerodinámica de aviones, hasta aplicaciones más sofisticadas como ingeniería de alimentos, ingeniería medica, diseño de fármacos, biología, etc.

En la actualidad, gracias a la gran evolución que han tenido los métodos numéricos y su implementación en potentes computadoras, es posible, por ejemplo, modelar el choque de un vehículo o hacer el análisis aerodinámico estructural de un avión, resolviendo en cada caso sistemas algebraicos de ecuaciones con varios cientos de miles (a veces de millones) de incógnitas.

Crear un modelo apropiado es el paso más crucial en el análisis por medio de elementos finitos. El objetivo es desarrollar el patrón de nodos más apropiado, que genere una cantidad suficiente de elementos y obtener resultados sin derrochar interpretación de datos y tiempo de cálculo. El modelo debe ser siempre basado en un conocimiento conceptual del sistema físico y

un juicio anticipado del comportamiento de la estructura. Junto a la comprensión del comportamiento del sistema, el analista debe hacer un esfuerzo para comprender los conceptos pertinentes de la teoría de los elementos finitos. Fallar en el proceso implicaría obtener resultados sin sentido.

Calcular las deformaciones, tensiones y esfuerzos, con métodos clásicos de análisis, se logra a través de la solución manual de sus ecuaciones, y sus condiciones de frontera. El uso de métodos clásicos, es probablemente la mejor forma de analizar estructuras simples; no obstante, su uso es poco aconsejable cuando el sistema es complejo. En estos casos la mejor alternativa, es usualmente una solución obtenida con el método de los elementos finitos.

La primera diferencia entre los métodos clásicos y los elementos finitos son la forma de ver la estructura y el consiguiente procedimiento de solución. Los métodos clásicos consideran la estructura como continúo, cuyo comportamiento es gobernado por ecuaciones diferenciales parciales u ordinarias. El método de elementos finitos considera la estructura como el ensamble de un número finito de partículas pequeñas. El comportamiento de las partículas, y de toda la estructura, es obtenida por la formulación de un sistema algebraico de ecuaciones que puede ser solucionado por medio de un computador. Las partículas de tamaño finito, son llamadas *elementos finitos*. Los puntos donde los elementos finitos son interconectados, son conocidos como *nodos*, y el procedimiento de selección de nodos es llamado *discretización* o *modelización*, ver Figura 1.4.

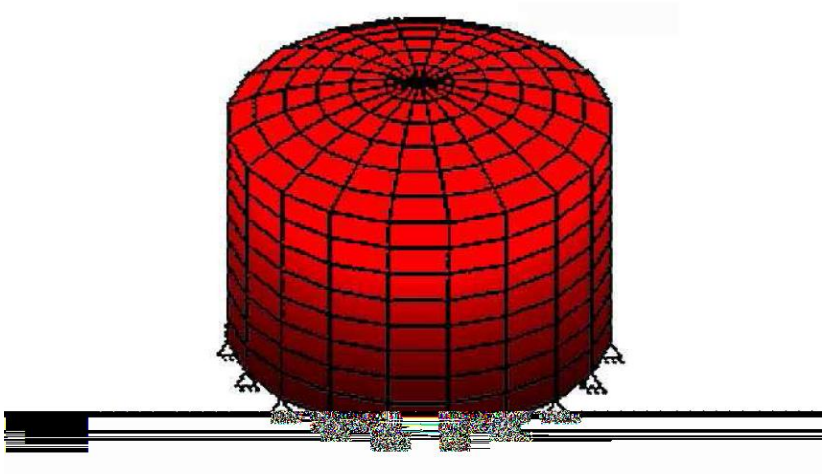


Figura 1.4.: Tanque cilíndrico modelado con elementos finitos

1.4.1 El método de los Elementos Finitos.

El MEF está pensado para ser usado en computadoras y permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a un problema físico sobre geometrías complicadas. El MEF se usa en el diseño y mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. La variedad de problemas a los que puede aplicarse ha crecido enormemente, siendo el requisito básico que las ecuaciones constitutivas y ecuaciones de evolución temporal del problema a considerar sean conocidas de antemano.

El MEF permite obtener una solución numérica aproximada sobre un cuerpo, estructura o dominio (medio continuo) —sobre el que están definidas ciertas ecuaciones diferenciales en forma débil o integral que caracterizan el comportamiento físico del problema— dividiéndolo en un número elevado de subdominios no-intersectantes entre sí denominados «elementos finitos». El conjunto de elementos finitos forma una partición del dominio también denominada discretización. Dentro de cada elemento se distinguen una serie de puntos representativos llamados «nodos». Dos nodos son adyacentes si pertenecen al mismo elemento finito; además, un nodo sobre la frontera de un elemento finito puede pertenecer a varios elementos. El conjunto de nodos considerando sus relaciones de adyacencia se llama «malla».

La generación de la malla se realiza usualmente con programas especiales llamados generadores de mallas, en una etapa previa a los cálculos que se denomina pre-proceso. De acuerdo con estas relaciones de adyacencia o conectividad se relaciona el valor de un conjunto de variables incógnitas definidas en cada nodo y denominadas grados de libertad. El conjunto de relaciones entre el valor de una determinada variable entre los nodos se puede escribir en forma de sistema de ecuaciones lineales (o linealizadas). La matriz de dicho sistema de ecuaciones se llama matriz de rigidez del sistema. El número de ecuaciones de dicho sistema es proporcional al número de nodos.

Típicamente el método de los elementos finitos se programa computacionalmente para calcular el campo de desplazamientos y, posteriormente, a través de relaciones cinemáticas y constitutivas las deformaciones y tensiones respectivamente, cuando se trata de un problema de mecánica de sólidos deformables o más generalmente un problema de mecánica de medios continuos.

Descripción matemática del método.

El desarrollo de un algoritmo de elementos finitos para resolver un problema definido mediante ecuaciones diferenciales y condiciones de contorno requiere en general cuatro etapas:

1. El problema debe reformularse en forma variacional.
2. El dominio de variables independientes (usualmente un dominio espacial para problemas dependientes del tiempo) debe dividirse mediante una partición en subdominios, llamados elementos finitos. Asociada a la partición anterior se construye un espacio vectorial de dimensión finita, llamado espacio de elementos finitos. Siendo la solución numérica aproximada obtenida por elementos finitos una combinación lineal en dicho espacio vectorial.
3. Se obtiene la proyección del problema variacional original sobre el espacio de elementos finitos obtenido de la partición. Esto da lugar aún sistema con un número de ecuaciones finito, aunque en general con un número elevado de ecuaciones incógnitas. El número de incógnitas será igual a la dimensión del espacio vectorial de elementos finitos obtenido y, en general, cuanto mayor sea dicha dimensión tanto mejor será la aproximación numérica obtenida.
4. El último paso es el cálculo numérico de la solución del sistema de ecuaciones.

Los pasos anteriores permiten construir un problema de cálculo diferencial en un problema de álgebra lineal. Dicho problema en general se plantea sobre un espacio vectorial de dimensión no-finita, pero que puede resolverse aproximadamente encontrando una proyección sobre un espacio sub - espacio de dimensión finita, y por tanto con un número finito de ecuaciones (aunque en general el número de ecuaciones será elevado típicamente de miles o incluso centenares de miles). La discretización en elementos finitos ayuda a construir un algoritmo de proyección sencillo, logrando además que la solución por el método de elementos finitos sea generalmente exacta en un conjunto finito de puntos. Estos puntos coinciden usualmente con los vértices de los elementos finitos o puntos destacados de los mismos. Para la resolución concreta del enorme sistema de ecuaciones algebraicas en general pueden usarse los métodos convencionales del álgebra lineal en espacios de dimensión finita.

¿Cómo trabaja el MEF en la práctica?

El MEF es un método numérico de resolución de ecuaciones diferenciales. La solución obtenida por MEF es sólo aproximada, coincidiendo con la solución exacta sólo en un número finito de puntos llamados **nodos**. En el resto de puntos que no son nodos, la solución aproximada se obtiene interpolando a partir de los resultados obtenidos para los nodos, lo cual hace que la solución sea sólo aproximada debido a ese último paso.

El MEF convierte un problema definido en términos de ecuaciones diferenciales en un problema en forma matricial que proporciona el resultado correcto para un número de finito de puntos e interpola posteriormente la solución al resto del dominio, resultando finalmente sólo una solución aproximada. El conjunto de puntos donde la solución es exacta se denomina conjunto nodos. Dicho conjunto de nodos forma una red, denominada malla formada por retículos. Cada uno de los retículos contenidos en dicha malla es un "elemento finito". El conjunto de nodos se obtiene dividiendo o discretizando la estructura en elementos de forma variada (pueden ser superficies, volúmenes y barras).

Desde el punto de vista de la programación algorítmica modular las tareas necesarias para llevar a cabo un cálculo mediante un programa MEF se dividen en:

- **Pre proceso**, que consiste en la definición de geometría, generación de la malla, las condiciones de contorno y asignación de propiedades a los materiales y otras propiedades. En ocasiones existen operaciones cosméticas de regularización de la malla y pre condicionamiento para garantizar una mejor aproximación o una mejor convergencia del cálculo.
- **Cálculo**, el resultado del pre proceso, en un problema simple no-dependiente del tiempo, permite generar un conjunto de *N* ecuaciones y *N* incógnitas, que puede ser resuelto con cualquier algoritmo para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Cuando el problema a tratar es un problema no-lineal o un problema dependiente del tiempo a veces el cálculo consiste en una sucesión finita de sistemas de *N* ecuaciones y *N* incógnitas que deben resolverse uno a continuación de otro, y cuya entrada depende del resultado del paso anterior.

- **Post proceso**, el cálculo proporciona valores de cierto conjunto de funciones en los nodos de la malla que define la discretización, en el postproceso se calculan magnitudes derivadas de los valores obtenidos para los nodos, y en ocasiones se aplican operaciones de suavizado, interpolación e incluso determinación de errores de aproximación.

Pre proceso y generación de la malla

La malla se genera y esta en general consta de miles (e incluso centenares de miles) de puntos. La información sobre las propiedades del material y otras características del problema se almacena junto con la información que describe la malla. Por otro lado las fuerzas, los flujos térmicos o las temperaturas se reasignan a los puntos de la malla. A los nodos de la malla se les asigna una densidad por todo el material dependiendo del nivel de la tensión mecánica u otra propiedad. Las regiones que recibirán gran cantidad de tensión tienen normalmente una mayor densidad de nodos (densidad de malla) que aquellos que experimentan poco o ninguno. Puntos de interés consisten en: puntos de fractura previamente probados del material, entrantes, esquinas, detalles complejos, y áreas de elevada tensión. La malla actúa como la red de una araña en la que desde cada nodo se extiende un elemento de malla a cada nodo adyacente. Este tipo de red vectorial es la que lleva las propiedades del material al objeto, creando varios elementos.

Las tareas asignadas al pre proceso son:

1. El continuo se divide, mediante líneas o superficies imaginarias en un número de elementos finitos. Esta parte del proceso se desarrolla habitualmente mediante algoritmos incorporados a programas informáticos de mallado durante la etapa de pre proceso.
2. Se supone que los elementos están conectados entre sí mediante un número discreto de puntos o “nodos”, situados en sus contornos. Los desplazamientos de estos nodos serán las incógnitas fundamentales del problema, tal y como ocurre en el análisis simple de estructuras por el método matricial.
3. Se toma un conjunto de funciones que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro de cada “elemento finito” en función de los desplazamientos nodales de dicho elemento.
4. Estas funciones de desplazamientos definirán entonces de manera única el estado de deformación del elemento en función de los desplazamientos nodales. Estas deformaciones, junto con las propiedades constitutivas del material, definirán a su vez el estado de tensiones en todo el elemento, y por consiguiente en sus contornos.
5. Se determina un sistema de fuerzas concentradas en los nodos, tal que equilibre las tensiones en el contorno y cualesquiera cargas repartidas, resultando así una relación entre fuerzas y desplazamientos de la forma $F = k \cdot u$, que como vemos es similar a la del cálculo matricial.

Cálculo y resolución de sistemas de ecuaciones

En un problema mecánico lineal no-dependientes del tiempo, como un problema de análisis estructural estático o un problema elástico, el cálculo generalmente se reduce a obtener los desplazamientos en los nodos y con ellos definir de manera aproximada el campo de desplazamientos en el elemento finito.

Cuando el problema es no-lineal en general la aplicación de las fuerzas requiere la aplicación incremental de las fuerzas y considerar incrementos numéricos, y calcular en cada incremento algunas magnitudes referidas a los nodos. Algo similar sucede con los problemas dependientes del tiempo, para los que se considera una sucesión de instantes, en general bastante cercanos en el tiempo, y se considera el equilibrio instantáneo en cada instante. En general estos dos últimos tipos de problemas requieren un tiempo de cálculo sustancialmente más elevado que en un problema estacionario y lineal.

Post proceso

Actualmente, el MEF es usado para calcular problemas tan complejos, que los ficheros que se generan como resultado del MEF tienen tal cantidad de datos que resulta conveniente procesarlos de alguna manera adicional para hacerlos más comprensible e ilustrar diferentes aspectos del problema. En la etapa de post-proceso los resultados obtenidos del la resolución del sistema son tratados, para obtener representación gráficas y obtener magnitudes derivadas, que permitan extraer conclusiones del problema.

El post-proceso del MEF generalmente requiere software adicional para organizar los datos de salida, de tal manera que sea más fácilmente comprensible el resultado y permita decidir si ciertas consecuencias del problema son o no aceptables. En el cálculo de estructuras por ejemplo, el post-proceso puede incluir comprobaciones adicionales de si una estructura cumple los requisitos de las normas pertinentes, calculando si se sobrepasan tensiones admisibles, o existe la posibilidad de pandeo en la estructura.

Tipos de análisis ingenieriles

El programador puede insertar numerosos algoritmos o funciones que pueden hacer al sistema comportarse de manera lineal o no lineal. Los sistemas lineales son menos complejos y normalmente no tienen en cuenta deformaciones plásticas. Los sistemas no lineales toman en cuenta las deformaciones plásticas, y algunos incluso son capaces de verificar si se presentaría fractura en el material.

Algunos tipos de análisis ingenieriles comunes que usan el método de los elementos finitos son:

- **Análisis estructural** consiste en modelos lineales y no lineales. Los modelos lineales usan parámetros simples y asumen que el material no es deformado plásticamente. Los

modelos no lineales consisten en tensionar el material más allá de sus capacidades elásticas. La tensión en el material varía con de deformación.

- **Análisis vibracional** es usado para probar el material contra vibraciones aleatorias, choques e impactos. Cada uno de estos incidentes puede actuar en la frecuencia natural del material y puede causar resonancia y el consecuente fallo.
- **Análisis de fatiga** ayuda a los diseñadores a predecir la vida del material o de la estructura, enseñando el efecto de los ciclos de carga sobre el espécimen. Este análisis puede mostrar las áreas donde es más posible que se presente una grieta. El fallo por fatiga puede también enseñar la tolerancia al fallo del material.

Resultados del MEF

El MEF se ha vuelto una solución para la tarea de predecir los fallos debidos a tensiones desconocidas enseñando los problemas de la distribución de tensiones en el material y permitiendo a los diseñadores ver todas las tensiones involucradas. Este método de diseño y prueba del producto es mejor al ensayo y error en donde hay que mantener costos de manufactura asociados a la construcción de cada ejemplar para las pruebas.

Las grandes ventajas del cálculo por ordenador se pueden resumir en:

- Hace posible el cálculo de estructuras que, bien por el gran número de operaciones que su resolución presenta (entramados de muchos pisos, por ejemplo) o por lo tedioso de las mismas (entramados espaciales, por ejemplo) las cuales eran, en la práctica, inabordables mediante el cálculo manual.
- En la mayoría de los casos reduce a límites despreciables el riesgo de errores operativos.

Limitaciones

En general el MEF tal como se usa actualmente tiene algunas limitaciones:

- El MEF calcula soluciones numéricas concretas y adaptadas a unos datos particulares de entrada, no puede hacerse un análisis de sensibilidad sencillo que permita conocer como variará la solución si alguno de los parámetros se altera ligeramente. Es decir, proporciona sólo respuestas numéricas cuantitativas concretas no relaciones cualitativas generales.
- El MEF proporciona una solución aproximada cuyo margen de error en general es desconocido. Si bien algunos tipos de problemas permiten acotar el error de la solución, debido a los diversos tipos de aproximaciones que usa el método, los problemas no-lineales o dependientes del tiempo en general no permiten conocer el error.
- En el MEF la mayoría de aplicaciones prácticas requiere mucho tiempo para ajustar detalles de la geometría, existiendo frecuentemente problemas de mal condicionamiento de las mallas, desigual grado de convergencia de la solución aproximada hacia la solución exacta en diferentes puntos, etc. En general una simulación requiere el uso de numerosas pruebas y ensayos con geometrías simplificadas o casos menos generales

que el que finalmente pretende simularse, antes de empezar a lograr resultados satisfactorios.

Pasos para el Análisis de Elementos Finitos:

Normalmente, el análisis de elementos finitos involucra siete pasos. Pasos 1, 2, 4,5 y 7 requieren decisiones realizadas por el usuario del programa de elementos finitos. El resto de los pasos son realizados automáticamente por el programa de computadora.

1. *Discretización o modelado de la estructura:* La estructura es dividida en una cantidad finita de elementos, con ayuda de un *preprocesador*. Este paso es uno de los más cruciales para obtener una solución exacta del problema, de esta forma, determinar el tamaño o la cantidad de elementos en cierta área o volumen del elemento a analizar representa una ventaja del método, pero a la vez implica que el usuario debe estar muy conciente de estopara no generar cálculos innecesarios o soluciones erróneas.

2. Definir las propiedades del elemento**:** En este paso el usuario debe definir las propiedades del elemento.

3**.** Ensamblar las matrices de rigidez de los elementos: La matriz de rigidez de un elemento, consiste de coeficientes los cuales pueden ser derivados del equilibrio, residuos ponderados o métodos de energía. La matriz de rigidez del elemento se refiere a los desplazamientos nodales al ser aplicadas fuerzas en los nodos (K*F = U). El ensamble de las matrices de rigidez, implica la aplicación de equilibrio para toda la estructura.

4**.** Aplicación de las cargas: Fuerzas externas concentradas o fuerzas uniformes y momentos son especificados en este paso.

5**.** Definir las condiciones de frontera: Las condiciones de apoyo deben ser dadas, por ejemplo, si el desplazamiento de ciertos nodos es conocido. Usando los elementos de la frontera se pueden determinar las reacciones en los mismos.

6. Solucionar el sistema de ecuaciones algebraicas lineales: La secuencial aplicación de los pasos descritos, conduce a un sistema de ecuaciones algebraicas simultáneas, donde los desplazamientos nodales son desconocidos.

7. Calcular los esfuerzos: El usuario puede entonces calcular los esfuerzos, reacciones, deformaciones u otra información relevante. El *post-procesador* ayuda a visualizar la salida en forma gráfica.

1.4.2 Fundamentos de la Modelación de Elementos Finitos.

Consideraciones del modelado

El objetivo del análisis por medio del método de los elementos finitos, es determinar de forma

precisa la respuesta de un sistema modelado con una cantidad finita de elementos y sujeto a unas cargas determinadas. En la generación de un modelo por elementos finitos, siempre se tiene presente que se esta desarrollando un modelo el cual es una idealización de un sistema físico real. Con muy pocas excepciones, como el del análisis estático de vigas simples, marcos y sistemas de membranas, el método de elementos finitos no genera una solución 'exacta'. Sin embargo, con un modelo adecuado, se puede obtener una solución precisa. Cuando la formulación analítica de un problema es difícil de desarrollar, FEM (Finite Element Method) provee uno de los más fiables métodos para atacar el problema.

En la creación de un modelo FEM, se debe esforzar por la precisión y la eficiencia computacional. En la mayoría de los casos, el uso de un modelo complejo y muy refinado no es justificable, aunque este probablemente genere mayor exactitud computacional a expensas de un innecesario incremento en el tiempo de procesamiento. El tipo y la complejidad del modelo dependen sobre todo del tipo de resultados requeridos. Como regla general, un modelo de elementos finitos puede empezar con un modelo simple. Los resultados de este modelo sencillo, combinados con la comprensión del comportamiento del sistema, puede ayudar a decidir si es necesario refinar el modelo y en que parte del mismo.

1.4.3 Tipos de Elementos Finitos.

Esta sección describe muchas características sobresalientes de los elementos más utilizados; denominados, *truss, beam, plane stress, plane strain, axisymmetric, membrane, plate, shell, solid ó brick, tetrahedral, hexahedral, boundary, y gap*. Los programas comerciales de elementos finitos poseen una gran cantidad de elementos en sus librerías. Sin embargo, la mayoría de las estructuras y aplicaciones mecánicas pueden ser solucionadas con los elementos básicos ya mencionados.

Dependiendo la dimensión, los elementos básicos se pueden dividir en tres categorías: elemento de *línea*, *área* y *volumen*. Truss, beam y los elementos de restricción, son de línea. Plane stress, plain strain, axisymmetric, membrane, plate y shell son elementos de área. Solid ó brick, tetrahedral y hexahedral son elementos de volumen. Los criterios para la selección del elemento apropiado para cada aplicación se verán más adelante.

- Elementos **'Truss'**

El elemento truss, es un elemento caracterizado básicamente por que solo puede comportarse como un miembro sometido a dos fuerzas (se sabe por tanto que estas cargas deben estar dirigidas a lo largo del eje longitudinal del elemento). En una estructura los elementos se pueden modelar como un elemento Truss si cumplen estos tres requerimientos:
a. Su longitud es mucho mayor que su alto o ancho (entre 8 y 10 veces);
b. Esta es conectada con el resto de la estructura con pasadores que no transfieren momentos.;
c. Las cargas externas solo son aplicadas en el extremo de los elementos, y son paralelas al mismo (Carga Axial).

Los elementos Truss solo pueden ser sometidos a tracción o compresión. De esta forma, la única propiedad de la sección que se debe especificar es el área axial del elemento. La figura 1.5 muestra la geometría y las fuerzas nodales en un elemento truss tridimensional. Como se muestra en la figura, un elemento truss tridimensional posee tres grados de libertad por nodo, esto es tres desplazamientos sobre los ejes globales X, Y, Z.

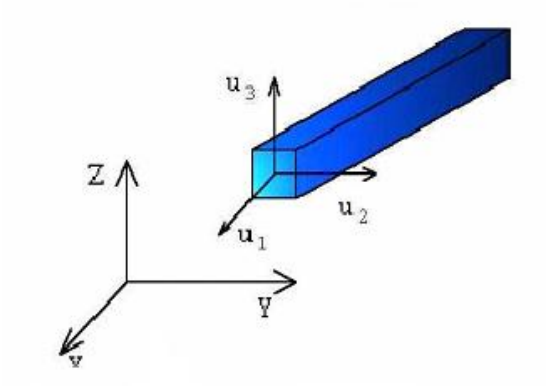


Figura 1.5 Elemento Tridimensional Truss

- Elementos **'Beam'**

El elemento Beam, es probablemente el más usado. Además de sus aplicaciones obvias en estructuras, muchos otros sistemas, como uniones mecánicas, sistemas de conductos, tuberías y vigas en puentes pueden ser modeladas con el elemento 'beam'.

Para miembros estructurales para ser modelados con elementos 'Beam', una de sus dimensiones debe ser mucho mayor, por lo menos 10 veces más grande que las otras dos. Contrario al elemento truss, el elemento beam puede estar sometido a cargas transversales y/o momentos flectores en adición a la tracción y compresión. La geometría y los desplazamientos/rotación son mostrados en la figura 1.6. Note que el elemento beam tridimensional posee seis grados de libertad por nodo, esto es, tres desplazamientos y tres rotaciones sobre los ejes globales X, Y, Z.

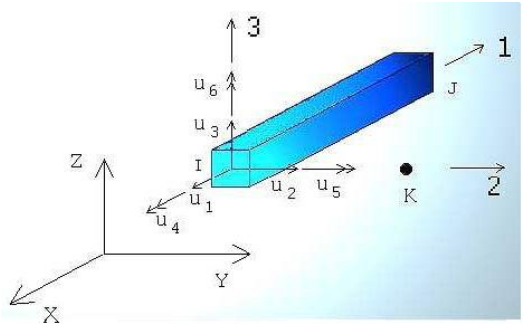


Figura 1.6 Elemento beam tridimensional.

Los perfiles comunes de elementos beam, son la sección I, sección en T, caja, circular y canales. Dentro de las propiedades de la sección, se debe especificar el área axial, la resistencia a la torsión y el momento de inercia.

- Elementos **'Elásticos bidimensionales'**

Hay tres tipos de elementos bidimensionales:

1. Plane Stress Elements (Esfuerzo plano)
2. Plane Strain Elements (Deformación plana)
3. Axisymmetric Elements (Elementos Axisimétricos).

Elementos sometidos a Esfuerzo Plano y Deformación Unitaria Plana

Para el caso de análisis plano existen principalmente dos tipos de elementos: Triangular y Cuadrilátero (Figura1.7). Dependiendo el tipo del tipo de esfuerzo al que esta sometido el elemento, este se debe modelar como esfuerzo plano o deformación unitaria plana.

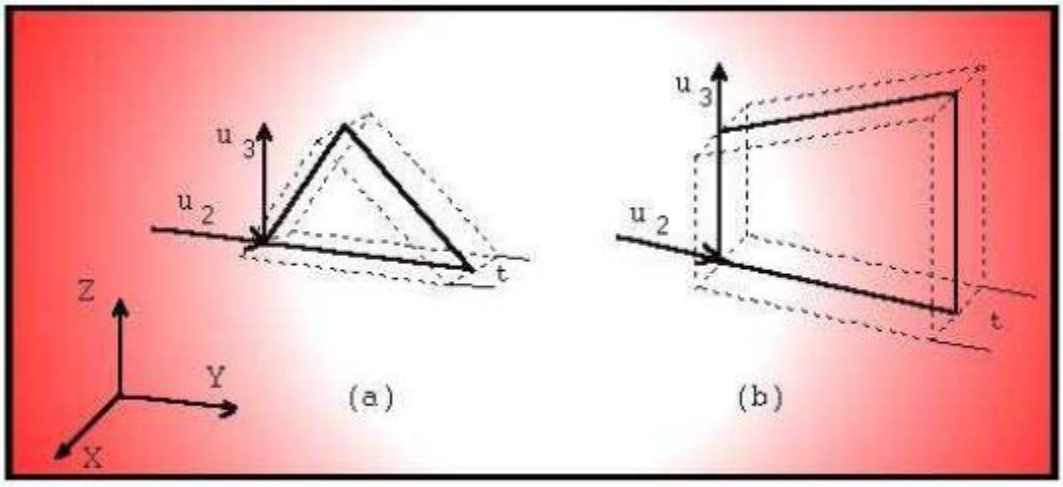


Figura 1.7 Elemento bidimensional en esfuerzo plano: (a) Triangular; (b) Cuadrilátero.

Como regla, se prefieren los elementos cuadriláteros a los triangulares por razones de isotropía geométrica. Sin embargo, se sugiere el uso de elementos triangulares cuando se presentan irregularidades en la geometría del elemento a modelar, como se muestra en la figura 1.8.

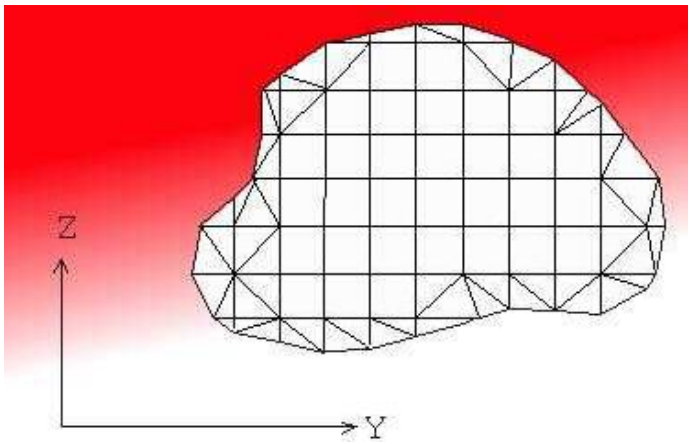


Figura 1.8 Elementos cuadriláteros y triangulares.

- Elementos **'Axisimétricos'**

Tanques de acero y concreto, rotores, conchas, toberas y contenedores son algunos ejemplos representativos de estructuras axisimétricas. De forma similar a las estructuras tridimensionales que están bajo condición de esfuerzo plano o deformación plana, las estructuras axisimétricas sometidas a cargas axisimétricas, pueden ser analizadas en un modelo bidimensional. Para analizar una estructura axisimétrica, como un cilindro de pared delgada t, sujeta a una presión constante p, el modelo es la intersección del cilindro con el plano YZ como se muestra en la figura 1.9 (a).

La carga p, es aplicada al modelo de elementos finitos como se muestra en la figura 1.9 (b). Cuadriláteros y triángulos axisimétricos poseen dos grados de libertad en cada nodo, figuras. 1.9 (c) y (d).

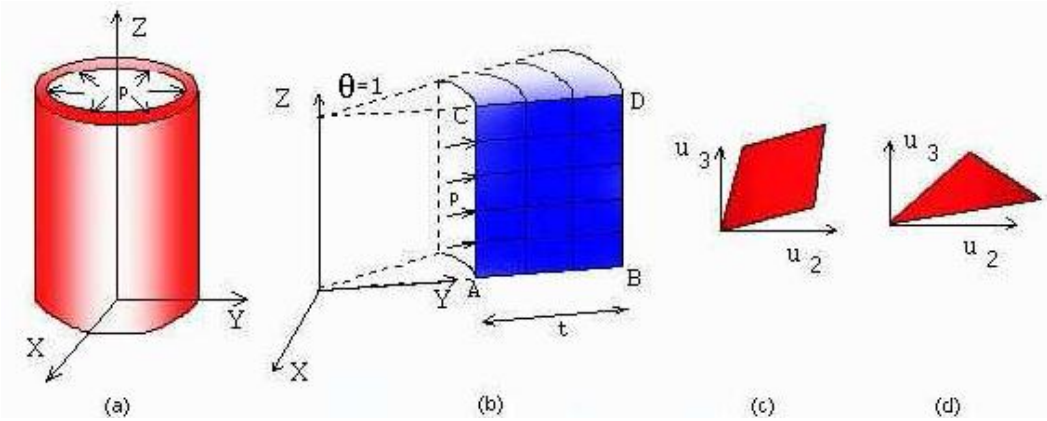


Figura 1.9 (a) Cilindro bajo presión interna; (b) Modelo Axisimétrico; (c) Elemento Cuadrilátero; (d) Elemento Triangular.

- Sólidos elásticos tridimensionales ó elementos **'Brick'**

Los elementos sólidos son elementos tridimensionales con tres grados de libertad de traslación por nodo, ver figura 1.10. Los nodos son usualmente introducidos en la intersección de los tres planos, o la mitad de la intersección de dos planos Un elemento brick de 8 nodos, con sus respectivos grados de libertad se puede apreciar en la figura 1.10.

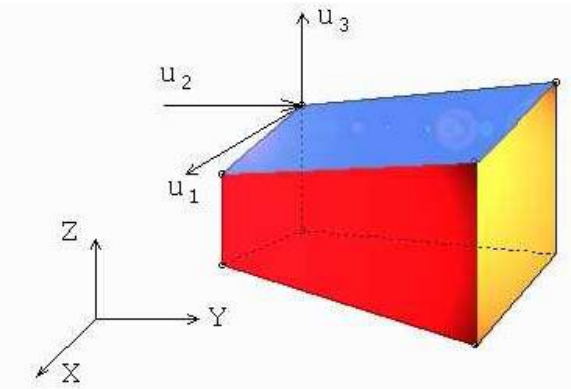


Figura 1.4.7 Elemento brick y sus grados de libertad por nodo (8 nodos).

Se usan para mallar dominios continuos. En la práctica muchas estructuras requieren el uso de elementos que consideren los efectos tridimensionales. Por ejemplo, para modelizar con precisión una presa de hormigón, es necesario utilizar elementos sólidos (ver Fig.6):

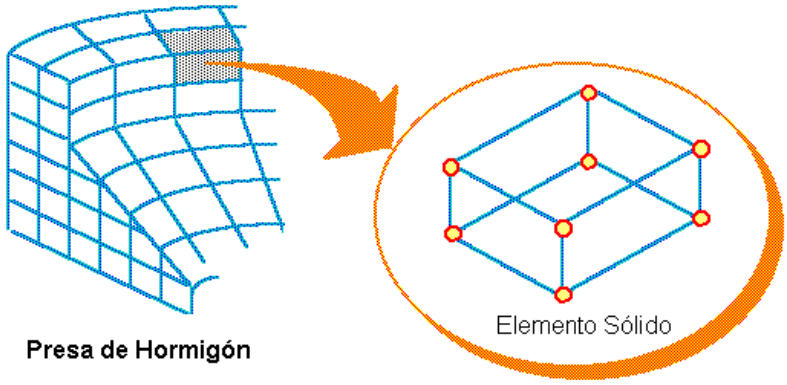


Fig. 6: Modelo de Elementos Finitos de una Presa usando elementos sólidos 3-D

El elemento brick puede proveer información acerca de la variación tridimensional de los esfuerzos y deformaciones del elemento.

- Elementos **'Tetrahedral' y 'Hexahedral'**

Así como los elementos brick, los elementos 'tetrahedral' y 'hexahedral' pueden ser usados para modelar estructuras tridimensionales. El tetraedro puede ser visto como un triangulo en

tercera dimensión, como se ve en a figura 1.11, mientras que el hexaedro puede ser visto como un cuadrilátero extendido en la tercera dimensión. Se puede apreciar entonces que el hexaedro tiene la misma geometría del elemento brick de 8 nodos. La diferenta entre estos dos, es la formulación y precisión computacional. Por lo general los elementos tetraedro y el hexaedro poseen solo tres grados de libertad por nodo, y la precisión de estos elementos se puede incrementar colocando nodos en la mitad de los lados.

Figura 1.11 (a) Tetraedro de 4nodos; (b) tetraedro de 10nodos.

1.4.4 Selección del tipo de Elementos

Antes de seleccionar el tipo de elemento para el modelo de una estructura, se debe primero dibujar un bosquejo del sistema físico indicando su geometría, condiciones de frontera, cargas y discontinuidades geométricas o de material. El bosquejo debe además incluir un sistema de coordenadas globales y las dimensiones de la estructura.
Después, se debe examinar si el modelo puede ser reducido, o simplificado. Esfuerzo plano, deformación plana y modelos axisimétricos, permiten la reducción de problemas tridimensionales a bidimensionales. Además la presencia de planos de simetría permite modelar sólo una parte de la estructura. El uso apropiado de la simetría en modelos estáticos ya fue discutido.
El bosquejo de un sistema físico, puede ayudar en la selección del elemento apropiado. Por ejemplo, para modelar cargas transversales o axiales en elementos mecánicos, eléctricos y estructuras civiles, se pueden usar elementos beam o truss.

Elementos de esfuerzos planos son apropiados para modelar en el plano de acción, placas y vigas cortas. Elementos de deformación plana son usualmente utilizados para modelar paredes de contención y largos diques. Los elementos axisimétricos son usados para modelar estructuras que son rotacionalmente simétricas sobre uno de los ejes y cargado simétrico o anti-simétricamente sobre el mismo eje, como los cilindros sometidos a presión interna.

La selección del tipo de elemento o elementos también depende del tipo de resultados esperados. Por ejemplo el cilindro mostrado en la figura 1.12.con los extremos empotrados y sujeto a una carga puntual, puede ser modelado de diferentes formas:

a. Un modelo de viga puede ser usado si se está interesado en una aproximación de la deflexión del elemento.
b. Un modelo usando elementos Shell/Plate puede ser usado si el objetivo es obtener un cálculo de los esfuerzos.

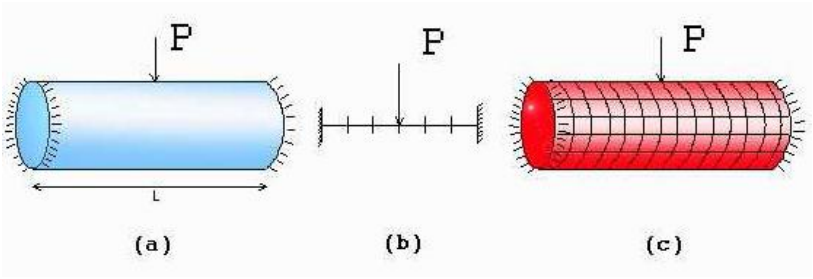


Figura 1.12 (a) Cilindro con extremos empotrados y carga puntual en la mitad; (b) Modelo de viga; (c) Modelo con elementos Plate/Shell.

Ciertos problemas pueden ser solucionados con más de un tipo de análisis. Por ejemplo, el cilindro bajo presión interna mostrado en la figura 1.13 puede ser analizado de tres formas diferentes:

a. Un problema de deformación plana. En este caso la geometría del modelo consiste en una sección circular obtenida por la intersección del cilindro con el plano YZ. Por el uso de elementos de deformación plana, se pueden obtener resultados que son válidos para una sección del cilindro que está lejos de los extremos empotrados.
b. Un problema axisimétrico. El modelo usando elementos axisimétricos, es mostrado en la figura 1.9. En este modelo todos los nodos sobre los lados AB y CD están restringidos, y la presión p es aplicada en el lado AC. Las deformaciones y esfuerzos obtenidos del análisis del modelo axisimétrico es válido para toda la estructura. Note que se puede analizar el cilindro con este modelo, porque la carga también es axisimétrica.
c. Una estructura tridimensional. El cilindro es modelado usando elementos plate como se muestra en la figura 1.12 (c). Este modelo es el más elaborado pero menos eficiente, puede ser una opción, si las cargas no fueran axisimétricas.

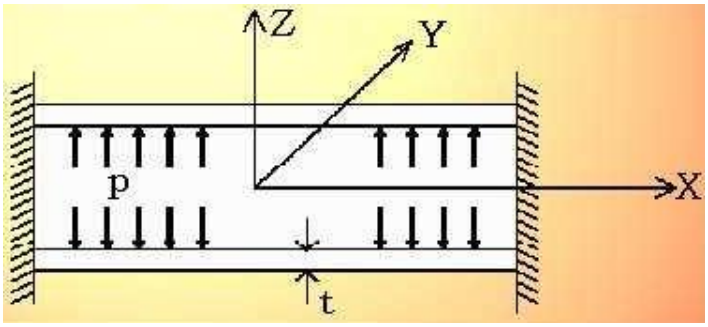


Figura 1.13 Cilindro bajo presión interna

1.4.5 Aplicaciones del MEF

Existen hoy en día, un gran número de estructuras en ingeniería civil, que son modelados desde su concepción utilizando técnicas de elementos finitos. Ejemplos de ellas puede ser un edificio de Administrativas, el cual se muestra en la Figura 1.14. Para modelarlo se utilizaron mas de 10,000 elementos de lamina plana, los cuales representan los materiales que forman la estructura (concreto y acero),

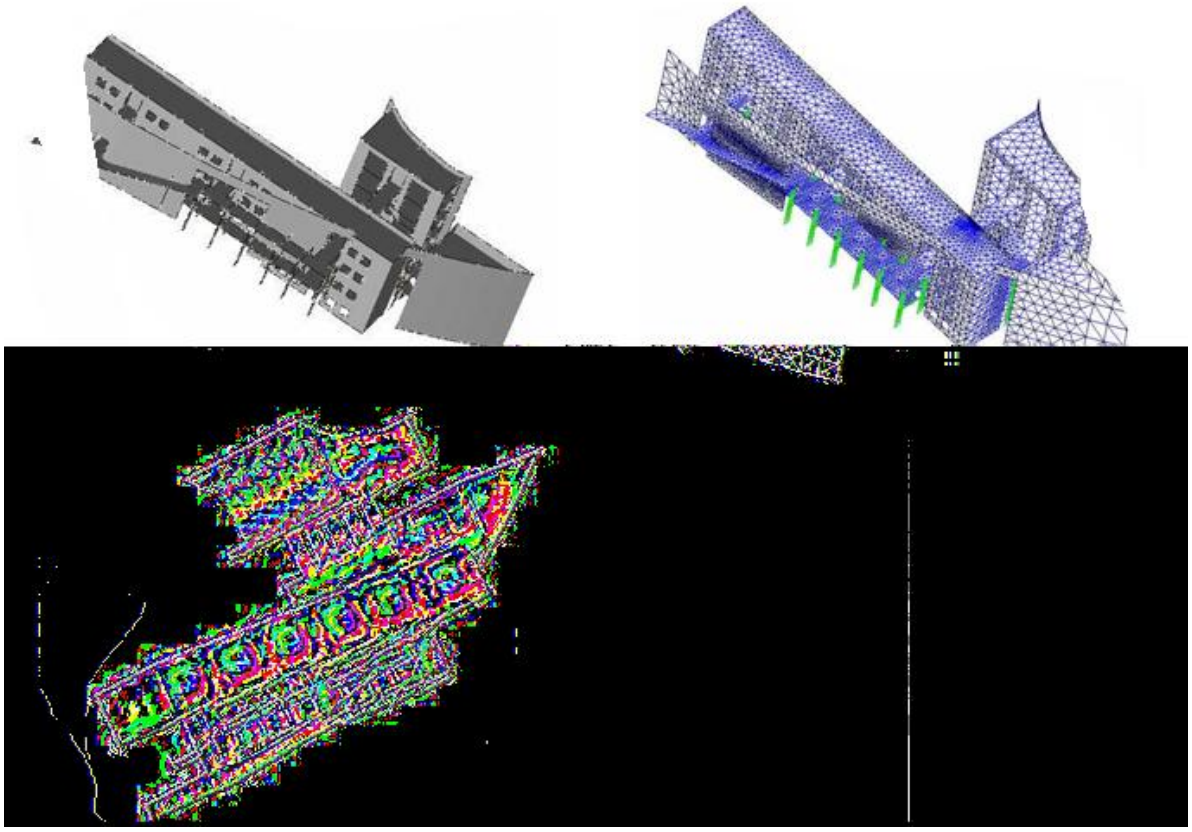


Figura 1.14. Edificio Administrativo

Los métodos numéricos también pueden ser utilizados para estudiar el comportamiento de estructuras que son fabricadas en serie. Un ejemplo típico de esta aplicación es el modelado numérico de casas habitación de interés social. En este caso es muy importante hacer el modelado integral de la estructura, para ver su comportamiento como un todo y poder tomar acciones tanto de diseño como posibles reparaciones cuando sufre daño en condiciones de servicio. Un ejemplo práctico puede verse en la Figura 1.15.

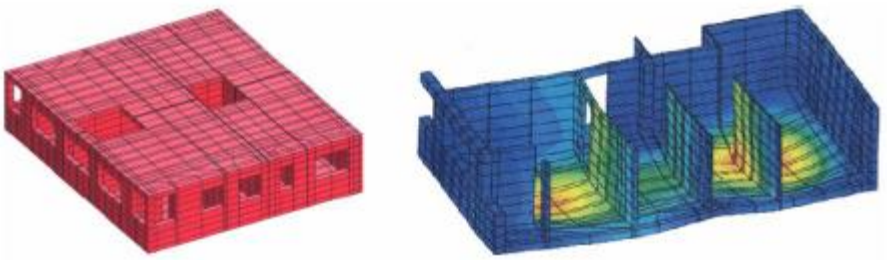


Figura 1.15. Modelado de una vivienda

También es posible hacer la simulación numérica entre dos sólidos, cada uno de ellos con un comportamiento diferente. Un ejemplo típico es la interacción entre una cimentación (zapata) y el suelo sobre el que se apoya. El objetivo es determinar la máxima capacidad de carga que puede soportar el suelo en condiciones de servicio. En la Figura 1.16 pude verse el resultado de una simulación numérica de la interacción suelo-estructura.

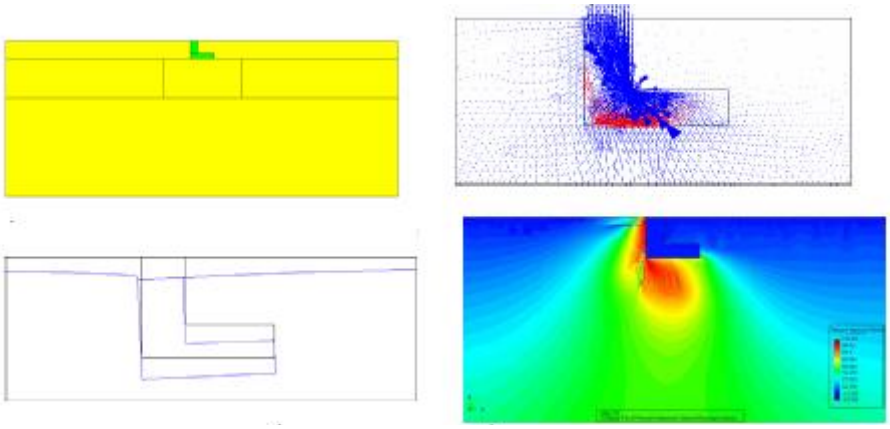


Figura 1.16. Modelado de la interacción entre dos cuerpos diferentes

En ocasiones es muy importante hacer el análisis de estructuras que fueron construidas hace muchos años. Estas estructuras pueden tener ya daños estructurales y es muy importante poder predecir si la estructura es estable o bien si requiere algún tipo de reparación. También es importante modelar el tipo de reparación, qué materiales se utilizarán y qué estrategia constructiva se va a utilizar. Un ejemplo de este tipo de modelaciones puede verse en la Figura 1.17, en donde se presentan los resultados de un análisis de daño sobre las naves centrales de la catedral de Barcelona.

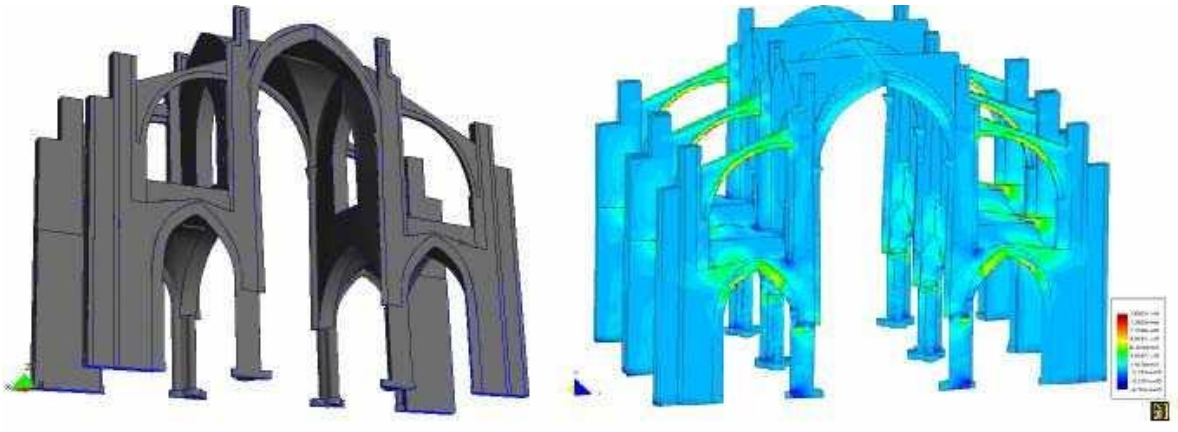


Figura 1.17. Modelación de una catedral en España

En nuestro país se han realizado trabajos similares en el Palacio de los Capitanes Generales y el instituto superior de Artes

En la Figura 1.18 se presenta un modelo de estudio de una presa en arco. En este tipo de estructuras debe tomarse en cuenta la capacidad de la roca sobre la cual se cimentará la cortina de la presa, la interacción con el fluido y garantizar que si se presenta una acción sísmica, la presa no se colapsará.

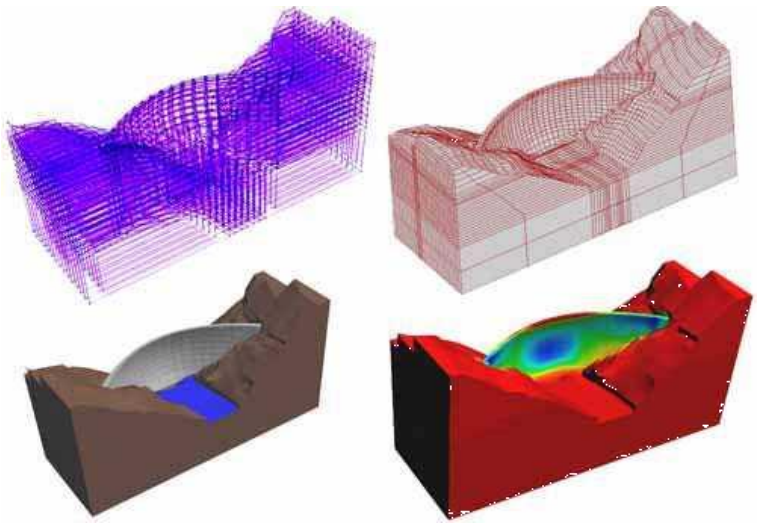


Figura 1.18. Modelación de una cortina de presas en forma de arco

1.5 Conclusiones parciales del capitulo

Después de analizada lo referente a la modelación en el campo de la Ingeniería civil y el empleo del MEF arribamos a las siguientes conclusiones parciales:

1. La modelación de problemas ingenieriles reales en esencia no es más que el análisis de los siguientes aspectos: Identificar y analizar el problema con todas sus incertidumbres y su complejidad, Establecer los modelos que permiten idealizar el problema lo más fielmente posible y a la vez te facilite su estudio, aplicar diferentes métodos de diseños para obtener la solución del modelo del problema real, y finalmente introducir de alguna forma un margen de seguridad, que garantice que la solución obtenida sea lo más representativa posible de la real y que siempre las posibles diferencias puedan ser tomadas por la seguridad introducida
2. El MEF proporciona sólo respuestas numéricas cuantitativas concretas no relaciones cualitativas generales.
3. En el MEF la mayoría de aplicaciones prácticas requiere mucho tiempo para ajustar detalles de la geometría.
4. En general una simulación requiere el uso de numerosas pruebas y ensayos antes de empezar a lograr resultados satisfactorios.

Capítulo 2

Capítulo 2: Recomendaciones para la modelación por elementos Finitos de problemas de Ingeniería.

2.1 Resumen

En el presente capítulo se analizaran y expondrán distintas recomendaciones para la modelación por elementos finitos y una variedad de formas en las que estas se pueden aplicar en problemas ingenieriles. También se realiza un estudio de los software al alcance en la Facultad de Construcciones.

Para conformar estas recomendaciones se tratan en dicho capítulo los aspectos referentes a, Efecto de la geometría que en esencia analiza el mallado, Efecto de las condiciones de contorno que recrea el ambiente del proceso de la modelación, Efecto del modelo del material y Efecto de las cargas.

2.2 Introducción.

Existen varias alternativas para la modelación y cada una constituye un método (Analítico, Empíricos y Numéricos). Los métodos numéricos son aquellos en los que la solución analítica es inabordable por la complejidad matemática que requiere y que hoy en día con la ayuda del cálculo electrónico se tiene una respuesta rápida. Dentro de estos métodos se puede citar el Método de las Diferencias Finitas (MDF) y el Método de los Elementos Finitos (MEF).

Para el empleo de ambos métodos será imprescindible conocer los parámetros que definen el medio que se desea modelar como pudieran ser su geometría y la relación tensión – deformación. En el campo de la modelación matemática se destacan los trabajos desarrollados por León(1997) para el estudio de la interacción estática suelo-estructura, los de la ETS de Oviedo [Simancas (1999)] para el caso de cimentaciones superficiales y el modelo matemático desarrollado en el país para el caso de la hinca de pilotes [Sánchez(1982)].

En la bibliografía consultada Randolph (1994), Fernández (1998), Mata (1998), Gusmão(2000) entre otros acuden a la utilización del Método de los Elementos Finitos [Zinkiewics(1999)] y el comportamiento no lineal del suelo para la solución de problemas tensión deformación en diferentes obras geotécnicas y en el análisis del comportamiento de pilotes bajo el efecto de carga horizontal. Como tendencia mundial se aprecia la utilización de elementos deslizantes o interface para modelar la interacción entre la cara del pilote y el suelo. Los parámetros que caracterizan estos modelos suelen ser muy variables en función del tipo de obra y problema a resolver, para el caso de macizos rocosos Rivero (1984) y Soriano (1994) se acude a la fricción en la falla, mientas que para la interface suelo – acero o suelo – hormigón se recurre a valores empíricos que oscilan entre 1/2 o 2/3 de los valores obtenidos en el ensayo triaxial.

En la modelación del comportamiento real del suelo, las propiedades del mismo son obtenidas de ensayos que en lo posible tratan de reproducir el comportamiento del suelo en el estado de carga de la estructura real que se pretende estudiar. El resultado de estos ensayos muestran que el comportamiento del suelo es no lineal, dependiendo en gran medida de la presión de

confinamiento que se tenga. De aquí la aplicación de modelos de comportamiento no lineal según Kondner(1963), Altaee y Brau(1997) cuyo uso viene unido a la aplicación del MEF.

La utilización de diferentes tipologías en las mallas utilizadas en la modelación es también un aspecto que se ha desarrollado en los últimos años con la utilización de análisis en tres dimensiones, sin la necesidad de recurrir a simplificaciones que se hacen en los actuales programas que analizan el estado tensional plano. Mestat (1994a,b) hace una excelente recopilación de las combinaciones de mallas utilizadas y su aplicación a cada problema práctico. Trabajos como los de Sales (1998a, 2000b), Oteo (1982), Mata (1998), Fernández (1998), entre otros muchos, se han desarrollado con la aplicación de programas computacionales con base en los diferentes métodos numéricos.

Con en el impetuoso desarrollo de la industria de la computación y la programación se han desarrollado varios sistemas basados en diferentes métodos numéricos con grandes potencialidades para el análisis de los problemas tensión deformación en los suelos y la roca. Entre ellos podemos mencionar el FLAC (1996), que realiza un análisis en tres dimensiones, con base matemática en las diferencias finitas; el SIGMAW (1995), el PLAXIS (1990), ANSYS (1996) y ABAQUS (1995), con base matemática en los elementos finitos, que realizan un análisis espacial, excepto el SIGMAW. Se debe señalar, además, el elevado precio en el mercado internacional de estos softwares.

Varias son las bondades que brindan estos sistemas, las cuales inciden en que en la actualidad se abran nuevos horizontes al campo de la modelación estructural, su uso no solo se enmarca en la solución de problemas complejos donde los métodos analíticos son insuficientes. Existen tendencias actuales donde se aplican procedimientos numéricos para estudiar los elementos estructurales, permitiendo caracterizar su comportamiento ante la acción de la carga y arribar a conclusiones que formarán parte de los documentos normativos; este es el principal uso que tendrá la modelación en este trabajo. En Cuba se reportan investigaciones, en las que se aplican los conceptos de modelación para dar solución a problemas relacionados con el mundo de la geotecnia y cimentaciones; en los últimos tiempos se han destacado los trabajos desarrollados por (Cobelo 2004) vinculados a la aplicación del MEF y su implementación computacional en el caso de cimientos laminares cónicos para estructuras tipo torre, donde se evalúa el trabajo conjunto de la lámina y el suelo de soporte. Por otra parte, (Ibáñez 2001) obtiene una metodología para el diseño geotécnico de cimentaciones profundas, avalada por la modelación matemática de fenómenos típicos a estos elementos.

En investigaciones similares, (Simanca 1999) modela problemas asociados con la capacidad de carga de la base de las cimentaciones superficiales. Otros investigadores (Recarey 1999) presentan la modelación del estado tenso-deformacional de un material en un punto en el dominio del tiempo y su extrapolación a un medio continuo, para el estudio del fenómeno de interacción terreno-estructura u otro problema de ingeniería, desde un punto de vista no estacionario. Por otro lado, (Álvarez 1998) usa la modelación numérica para la predicción del comportamiento tenso - deformacional de las presas de materiales locales, reproduciendo el proceso constructivo y teniendo en cuenta la no-linealidad de los suelos y (León 1997) aborda la problemática asociada con la interacción estática del suelo con estructuras reticulares.

2.3 Efecto de la Geometría. Mallado.

Adentrándonos en el proceso de modelación debemos de partir del mallado. Una malla de elementos finitos para la solución de un problema debe tener en cuenta lo esencial de la geometría de la estructura y las capas de suelo que se ponen en contacto para la solución del problema (heterogeneidad de los materiales, presencia de discontinuidad). Pero la malla debe ser en sí, el fruto de un compromiso entre la capacidad de cálculo posible (numero máximo de grados de libertad) y la precisión aceptable sobre los resultados numéricos. La malla utilizada debe ser construida considerando los siguientes puntos.

1 Todas las simetrías compatibles con el problema mecánico (geometría, condiciones límites, cargas) deben ser utilizadas a fin de reducir el tamaño del sistema estudiado.
2 La malla debe ser suficientemente fina en las zonas más solicitadas, quiere decir, en las zonas donde existan grandes variaciones de los desplazamientos y las tensiones. Estas variaciones son coaccionadas ya sea por una carga, o por la presencia de una singularidad geométrica (ángulo brusco, cambio de espesor), por los contornos geométricos de fuerte curvatura (cavidades), o también por las características mecánicas localmente muy leves o muy fuertes en correspondencia a este medio ambiente [Mesat (1993)].
3 El tamaño de los elementos debe estar, en la medida de lo posible de tal forma que la relación entre la mayor dimensión del elemento y la menor dimensión este cercana a la unidad. En particular, en las zonas de fuertes gradientes, los triángulos tendrán similitud, en lo posible, a los triángulos equiláteros, los cuadriláteros a los cuadrados, y los hexaedros a los cúbicos, para no introducir perturbaciones en los cálculos numéricos (distorsión de los elementos).
4 En las zonas menos solicitadas, los elementos de gran tamaño son generalmente colocados en el lugar para alcanzar las fronteras exteriores. No hay reglas precisas para establecer él tamaño de los elementos, es suficiente argumentar un aumento progresivo regular lejos de las zonas sensibles.

Para los problemas bidimensionales las mallas cuadradas pueden ser fácilmente utilizadas, en el mismo grado de la singularidad. En cambio, para los problemas tridimensionales las mallas refinadas son difíciles de realizar, pues el tamaño de los sistemas matriciales puede pasar más allá de las capacidades de las computadoras actuales (en caso de los cálculos no lineales complejos). En consecuencia con la modelación, es frecuente la utilización en el caso de problemas tridimensionales soluciones bidimensionales.

El resultado de la aplicación de métodos automáticos de mallado puede provocar la aparición de una cierta cantidad de elementos cuya forma es poco regular. Esto es debido en general a la necesidad del método de ajustarse de forma precisa a la geometría del modelo, o bien a la existencia de regiones con diferente densidad de mallado, lo que provoca la aparición de "zonas de transición" en las que la malla presenta una calidad deficiente.

Para eliminar estos defectos pero sin alterar el número de nudos y elementos del mallado se ha creado un método que se basa en la modificación automática de las coordenadas de los nudos afectados. Este método, denominado "método de las restricciones de distancia", parte en primer lugar de la detección de los elementos defectuosos, para lo cual se debe establecer un criterio que permita determinar qué elementos del conjunto se consideran así.

La regularidad de un elemento viene determinada por la longitud de sus lados y el valor de los ángulos que estos lados forman entre sí. El método que se va a exponer considera que el mallado a corregir estará integrado por hexaedros, tetraedros, pirámides o prismas de base triangular, si bien su aplicación es válida para cualquier tipo de elemento. En general, al modelo a mallar se le hace corresponder una determinada densidad de mallado, que puede variar en distintas regiones del modelo. Esta densidad supone asignar un tamaño ideal a los lados de cada elemento L en el caso hipotético de que éstos fueran perfectamente regulares.

La definición del elemento ideal no plantea ningún problema en el caso de hexaedros. Sin embargo, el criterio no está tan claro en el caso de prismas de base triangular, tetraedros o pirámides. En el método presentado se ha optado por una solución concreta, en la cual se ha considerado que el prisma es la mitad de un cubo, mientras que la pirámide está definida de modo que los lados de la base tengan la misma dimensión que la altura, coincidiendo dicha base con la cara de un cubo ideal. Para el tetraedro se considera que el elemento ideal es aquél en que todos sus lados tienen una dimensión igual al lado de un cubo ideal.

Obviamente, la definición de elemento ideal puede ser modificada si se desea. Sin embargo, esto no afecta en absoluto a la esencia del método.

Ahora bien, aunque las longitudes de los lados de los cubos, pirámides o prismas coincidan con la distancia ideal, estos elementos pueden no ser de buena calidad, ya que pueden existir deficiencias derivadas de la distorsión angular. Sin embargo, este problema no aparece en los tetraedros, en los cuales una deformación angular del elemento implica una deformación de sus lados.

Así pues y teniendo en cuenta que, como se verá más adelante, el método desarrollado utiliza el concepto de distancia. Para solucionar este problema se consideran los tetraedros en que estos elementos pueden ser descompuestos sin introducir ningún nudo nuevo. Como ya se ha indicado, el tetraedro es un elemento que no se puede distorsionar sin variar las longitudes de los lados. Por lo tanto, a partir de ahora, el método no trabajará ya con los elementos finitos como tales, sino con los tetraedros a que pueden dar lugar.

A continuación se consideran los lados de esos tetraedros, lados que corresponden a distancias entre los distintos nudos de los elementos finitos, pero que no necesariamente tienen por qué ser aristas de los mismos. Cuando los valores de esas distancias coincidan con las distancias que debe haber entre los nudos del elemento cuando éste es perfectamente regular, se ha conseguido el elemento ideal (no distorsionado).

En la Tabla 2.1 se representan los diferentes tetraedros en que pueden ser descompuestos los distintos elementos y las distancias ideales que deberán tener los lados de estos tetraedros.

Por lo tanto, para definir los nudos cuyas coordenadas deben ser modificadas, se compararán las longitudes de los lados de los tetraedros anteriormente citados con las que deberían tener si correspondieran a un elemento ideal. Cuando la diferencia supere la tolerancia admitida, se estará ante una "distancia" inaceptable y las coordenadas de los nudos correspondientes deberán ser modificadas.

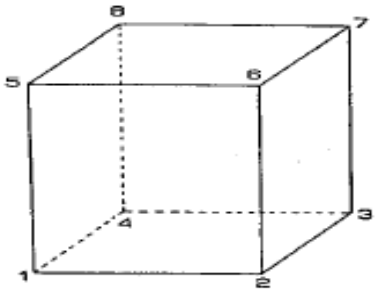
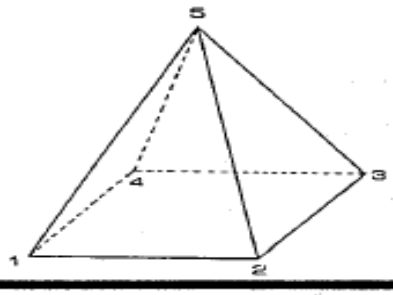
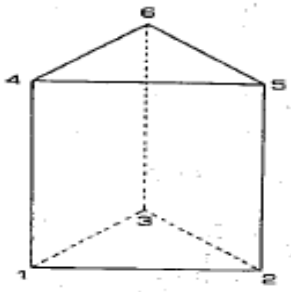
ELEMENTOS	TETRAEDROS	BARRAS	LONGITUDES IDEALES
	2-5-6-7 4-5-7-8 2-3-4-7 1-2-4-5 2-4-5-7	2-5 2-6 2-7 5-6 5-7 6-7 4-5 4-7 4-8 5-8 7-8 2-3 2-4 3-4 3-7 1-2 1-4 1-5	L√2 L L√2 L L√2 L L√2 L√2 L L L L L√2 L L L L L
	1-2-3-5 1-3-4-5	1-2 2-3 1-3 1-5 2-5 3-5 3-4 1-4 4-5	L L L√2 L√(3/2) L√(3/2) L√(3/2) L L L√(3/2)
	3-4-5-6 1-3-4-5 1-2-3-5	1-2 1-3 1-4 1-5 2-3 2-5 3-4 3-5 3-6 4-5 4-6 5-6	L√2 L L L√2 L L L√2 L√2 L L√2 L L

Tabla 2.1. Longitudes ideales para los diferentes elementos finitos.

Cuando una "distancia" defectuosa pertenece simultáneamente a elementos con distinta densidad de mallado asignada a cada uno de ellos, la longitud ideal de la misma será diferente según el elemento que se considere. Por ello, para salvar estos casos, se impone la condición de que la distancia ideal sea la media aritmética de las distancias ideales correspondientes a cada uno de los elementos afectados.

Una vez definidas las "distancias" defectuosas dentro del modelo, se debe modificar su geometría de manera que se obtenga una malla lo más próxima posible a la malla ideal. Para conseguir esto se modifican las posiciones de los nudos afectados en la malla.
Esta modificación debe seguir unas ciertas reglas, de forma que se considera llegar a la forma más próxima a la ideal en los elementos.

Así pues, la esencia del método es que sobre cada par de nudos afectados se impondrán unas "restricciones de distancia", que dependerán de la densidad de mallado correspondiente asignada a la región del modelo, en la que se encuentra el elemento (de ahora en adelante denominaremos elemento a cada par de nudos entre los que se define una distancia).

Estas restricciones se pueden imponer de dos formas:

1) Estudiar la malla total en conjunto. De este modo, en un único paso se impondrán todas las condiciones y se obtendrá la solución. Esta primera forma es poco práctica ya que el efecto de la corrección de un elemento defectuoso es inapreciable en zonas de la malla que estén' alejadas del citado elemento. Además, la solución del problema se obtiene por medio de la resolución de un sistema de ecuaciones cuyo orden depende del número de nudos que se tengan en cuenta. Si se considera la malla total, en conjunto, el número de nudos aumenta y el orden del sistema de ecuaciones es mayor, con lo cual el tiempo de resolución se alarga considerablemente, teniendo en cuenta además que esta variación es no lineal.

2) Estudiar el problema total como una serie de subproblemas parciales. De esta forma se reduce el tiempo de cálculo sin afectar la precisión de los resultados. El ahorro de tiempo es debido a que hay zonas de la malla que son lo suficientemente regulares, como para que no se sometan al proceso. Además, la descomposición del problema total en varios subproblemas independientes produce una disminución importante del orden de los sistemas de ecuaciones y por consiguiente del tiempo de cálculo.

Se sugiere seguir las siguientes recomendaciones (Modelos planos):

1. En problemas que presenten cargas concentradas y/o discontinuidades geométricas, aplicar el principio de St. Venant para hallar las regiones que requieren una malla refinada. Básicamente, el principio dice que las cargas concentradas o discontinuidades geométricas causan sólo tensiones y deformaciones en las zonas próximas a la carga o discontinuidad.
   El principio de St. Venant es también útil para determinar el nº de elementos requerido en diferentes áreas del modelo. Basándonos en este principio, sólo áreas dentro de la

longitud de atenuación de la carga aplicada o discontinuidad requieren una malla refinada. Áreas fuera de la longitud de atenuación pueden discretizarse con una malla grosera

2. Por lo general, un análisis de tensiones requiere una malla más densa que un análisis de desplazamientos. Los análisis térmicos requieren mallas aún más densas. Si fuera necesario, realizar estudios de convergencia.

3. Colocar nodos en apoyos, puntos de aplicación de cargas y en general donde sea necesario obtener información de desplazamientos, tensiones o temperaturas.

   Por ejemplo, en un análisis modal hay que mallar con los nodos necesarios para representar con precisión los modos de vibración deseados, mallando con dos elementos por onda respecto al último nodo de mayor interés, figura 2.2.

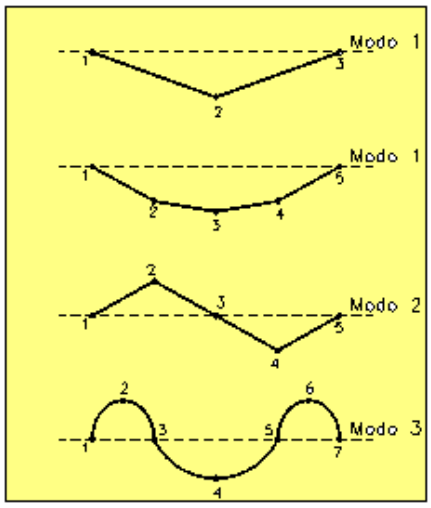


Figura 2.2 Colocación de nodos donde es necesario obtener los desplazamientos, tensiones o temperaturas.

4. Siempre que sea posible, usar mallado uniforme (igual separación entre nodos). En regiones de transición de alta a baja densidad de malla, no cambiar las dimensiones de los elementos adyacentes por un factor mayor de 2. Si fuera necesario, hacer la transición sobre una serie de elementos para mantener este factor.

   En áreas normales, tratar de mantener una malla uniforme. El mallado uniforme es fácil de crear en el ordenador y además los resultados y comportamiento de un mallado uniforme son más fáciles de interpretar.

   El mallado no uniforme sólo está justificado en zonas de transición o en regiones de geometría rara, figura 2.3.

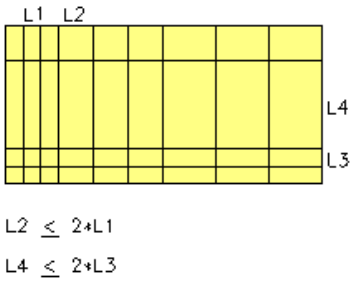


Figura 2.3 Proporciones recomendads de mallado no uniforme.

5. Mallar siempre que sea posible con cuadriláteros en vez de elementos triangulares. Usar elementos triangulares (ver figura 2.4) sólo para transiciones de malla o por exigencias geométricas.

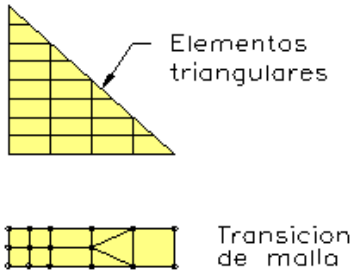


Figura 2.4 Mallado triangular

Los elementos cuadriláteros son generalmente más exactos que los triángulos. Esto es particularmente cierto para elementos sólidos.

La excepción de esta regla se encuentra en el uso de elementos placa en problemas de flexión pura y en problemas no lineales donde los elementos triangulares se ha demostrado que dan resultados veraces

6. Para elementos triangulares y cuadriláteros, la relación largo/ancho o "**Aspect Ratio**" (verlo en la figura 2.5) debe ser lo más cercana a 1.0. Se permiten Ratios de hasta 5, pero siempre que sea posible se mantendrá por debajo de 3.

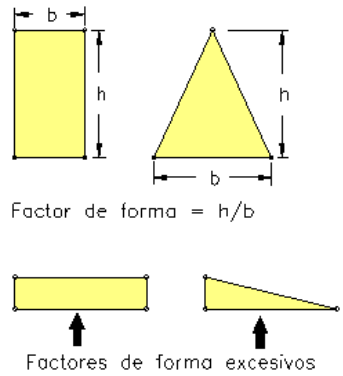


Figura 2.5 Relación de dimensiones (Factor de Forma) de elementos cuadrados y triangulares.

7. Los elementos triangulares y cuadriláteros no deben presentar ángulos extremadamente agudos u obtusos. No se permiten desviaciones superiores a 30º del ángulo óptimo equilátero en elementos triangulares y del ángulo recto en cuadriláteros, ver figura 2.6

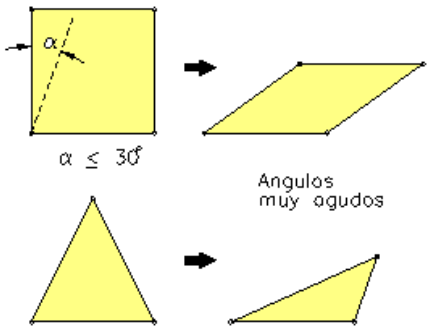


Figura 2.6 Desviacion permisible en elementos triangulares y cuadriláteros.

Las tensiones en elementos se derivan de funciones de interpolación basadas en formas razonables del elemento.

Elementos de longitud cero, excesivamente curvados u oblicuos producirán resultados impredecibles o causarán problemas durante la ejecución del programa.

8. Las superficies curvadas pueden mallarse con elementos planos, pero el ángulo barrido no debe ser mayor de 15º y los nodos del elemento deben estar en el mismo plano, figura 2.7

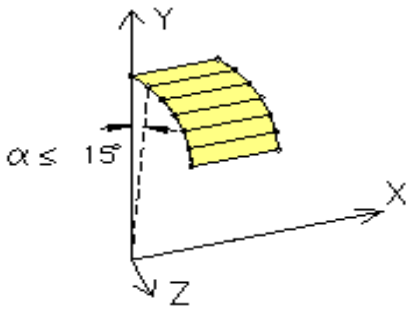


Figura 2.7 Mallado de superficies curvas con elelmentos planos

9. Los elementos no deben abarcar zonas de cambios de espesor o con discontinuidades geométricas, lo que causaría errores numéricos y resultados inexactos. En estos casos es recomendable añadir nodos adicionales y usar elementos de menor tamaño, figura 2.8

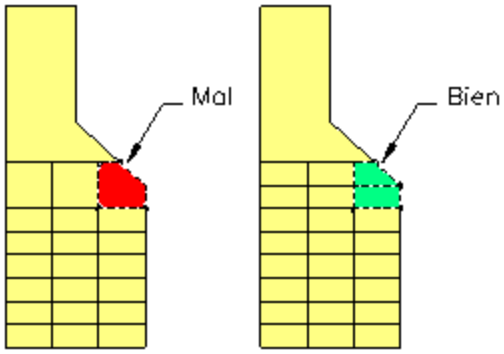


Figura 2.8 Mallado en zonas de cambios geomótricos.

Para Discontinuidades Geométricas se recomienda:

En agujeros, grietas y cambios localizados de la geometría, pueden ser caracterizados como discontinuidades geométricas. El modelamiento de discontinuidades geométricas, depende del interés en la precisión del cálculo de las deformaciones y esfuerzos en la proximidad de la discontinuidad. Si no esta interesado en las deformaciones y esfuerzos en la discontinuidad, se puede usar un modelo global de la estructura que posea una malla “gruesa” alrededor de la discontinuidad. Si el objetivo obtener las respuesta cerca de la discontinuidad, un modelo local puede ser usado. Contrario al modelo global, el modelo local, usa una malla refinada en las proximidades de la discontinuidad.

Hay dos aproximaciones básicas para modelar agujeros, grietas y entalles:

a. El primero, involucra el uso de un modelo local con una malla refinada alrededor de la discontinuidad. Este método, usualmente requiere una malla detallada que pueda modelar de forma precisa la región alrededor de la discontinuidad.

b. Si el factor concentrador de esfuerzo K se conoce de la bibliografía o datos experimentales, un modelo preliminar que calcule el esfuerzo alrededor de la discontinuidad, puede ser usado.

Cuando hay un cambio drástico en la geometría, se puede usar una malla más refinada en la región donde los cambios se localizan, ver Figura 3.4.1. También, se pueden combinar diferentes tipos de elementos en la misma modelización, tanto elementos unidimensionales, con bidimensionales, así con tridimensionales.

2.4 Efecto de las condiciones de contorno.

Las condiciones de contorno estructurales incluyen:

-Restricciones de desplazamientos

-Fuerzas aplicadas en nudos

-Presiones sobre los elementos

-Temperaturas en nudos

-Cargas volumétricas o de inercia (gravedad)

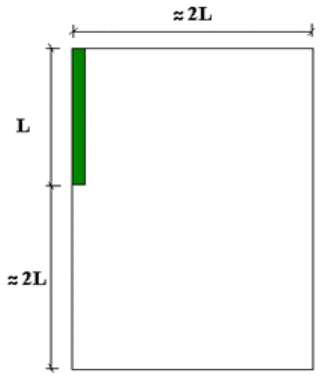
Para obtener un modelo estructural correcto, se limita el problema real (el cual presenta infinitos grados de libertad) considerando que las dimensiones geométricas del medio son finitas. Para lograr esto se simplifica el fenómeno a un espacio acotado de dimensión finita colocando una serie de restricciones o condiciones de bordes en el perímetro exterior del modelo, las cuales no afectan la solución final del mismo.

Las condiciones de contorno vienen dadas de la forma siguiente:

- Fronteras laterales: Restringido el desplazamiento horizontal y libre el vertical.
- Frontera inferior: Restringido el desplazamiento vertical y libre en el sentido horizontal.

Distancias Horizontales y Verticales para las diferentes tipos de estructuras.

En pilotes aislados la distancia horizontal y vertical recomendada será dos veces la longitud de pilote respectivamente (figura 2.9)



(Figura 2.9)

En cimentos aislados rectangulares la distancia horizontal recomendada es de 1.5 veces el lado mayor de este, como se muestra en la figura 2.10 y la distancia vertical es de 3 veces dicho lado.

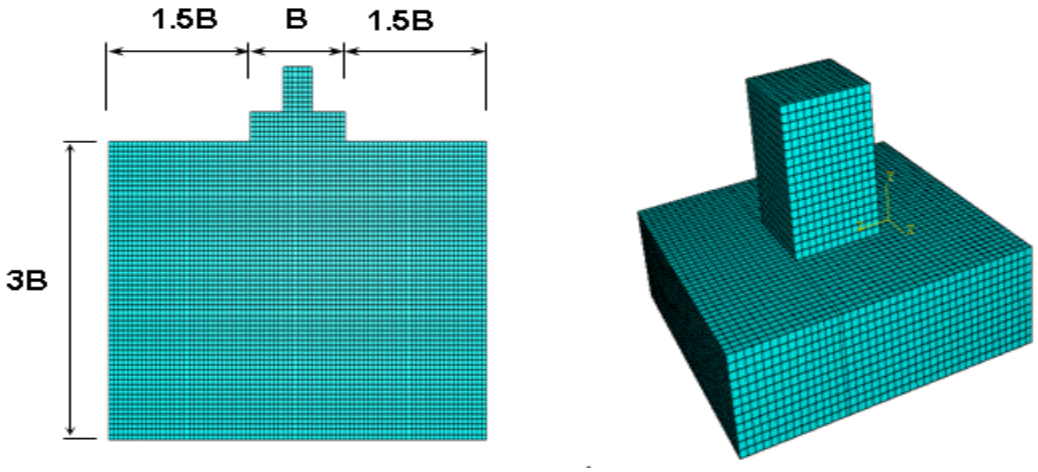


Figura 2.10

En cimentaciones en balsa se recomienda para la distancia horizontal dos veces el lado mayor de esta y para la distancia vertical tres veces dicho lado (figura 2.11)

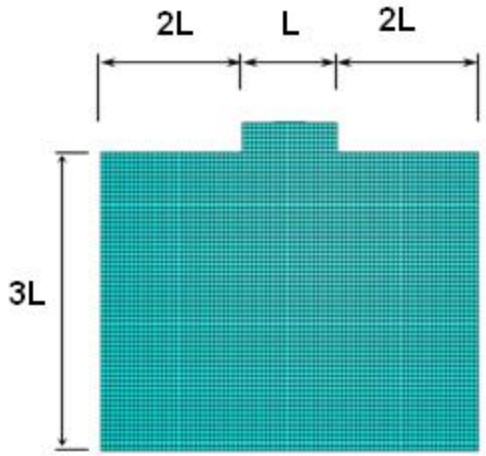


Figura 2.11

2.5 Efecto del modelo del material

Si se conoce el comportamiento elemental del material del dominio, se necesitan procedimientos para extender tal comportamiento a todo el problema y resolver para las condiciones de contorno impuestas.

Los modelos de los materiales podemos definirlos como: Modelos Lineales, Modelos Elásticos, Modelos Plásticos, Modelos no Lineales, Modelos surgidos por la combinación de estos Modelos y otros menos usados como Modelos Reológicos, etc.

En el MEF se pueden dar principalmente tres tipos de problemas no lineales. El primer tipo es el caso no- linealidad física o del material que da lugar a leyes constitutivas no lineales. El segundo tipo son las no linealidades geométricas, derivadas de variaciones no infinitesimales

en la geometría de los dominios elásticos y el tercer caso es le no linealidad física y geométrica en conjunto.

El primer tipo, el caso de leyes constitutivas no lineales, es el más fácil de comprender y aparece en problemas en los que tensiones y deformaciones no son linealmente dependientes, pero en los cuales sigue siendo válida la hipótesis de pequeños desplazamientos, es decir, se puede establecer el equilibrio en la geometría indeformada. Este tipo de problemas son relativamente frecuentes, por ejemplo, en el análisis elasto-plástico de estructuras.

En el caso de tener no- linealidad geométrica a pesar de contar con leyes constitutivas lineales la relación entre las fuerzas y desplazamientos es no lineal. Este tipo de problemas es el caso de grandes desplazamientos. Un problema típico de esta clase es el estudio elástico del pandeo de estructuras.

El último caso es el más general y engloba la situación de tener leyes constitutivas no lineales y grandes desplazamientos. Esta situación es la que se presenta en el conformado plástico de metales, en los que hay grandes desplazamientos y comportamiento no lineal.

Los métodos de resolución de estos tres tipos de problemas no lineales son prácticamente iguales por lo que se explicará la metodología de resolución del primer tipo de ellos. La forma de resolver problemas de este tipo es relativamente sencilla de comprender.

La resolución de problemas no lineales mediante el MEF se realiza con alguna de las tres técnicas siguientes: técnicas incrementales, métodos iterativos o de Newton y por último técnicas de resolución mixtas.

En discontinuidad de los Materiales:

Las propiedades del material, pueden ser modelados como se plantea para las “discontinuidades geométricas”, esto es, con la ayuda de modelos globales y locales.

Para materiales isotrópicos, la relación de Poisson, no debe ser cercana a 0.5. Además, para una relación de Poisson cercana cero, la estructura puede perder al menos toda su rigidez, y como consecuencia los resultados pueden ser erróneos.

Para materiales anisotrópicos, el límite teórico de la relación de Poisson y el modulo de Young, a lo largo de la dirección especificada, debe ser verificada con el fin de evitar soluciones inadecuadas.

Referencia de las propiedades de los materiales (SIG-MAN)

Parámetros que definen las Propiedades de un material según sus comportamientos necesarios para la modelación computacional en el SIG-MAN (de la tabla 2.2 a la 2.5).

Lineal-Elástico	
E Módulo	Modulo de Young
Coef. Poisson	Valor Constante en todo el material

Tabla 2.2.Parámetro del modelo

Modelo Elástico (Anisótropo)	
Coef. Poisson (1)	Valor del coef en la dirección de x (vx)
E Modulo (2)	Módulo de Young en la dirección de y (Ey)
Coef. Poisson (2)	Coef de la relación entre las deform en (x) y en (y) debido a las esfuerzos en (y) (vx)
G	Modulo Cortante
Angle	Angulo inclinación del plano

Tabla 2.3 Parámetro del modelo

.

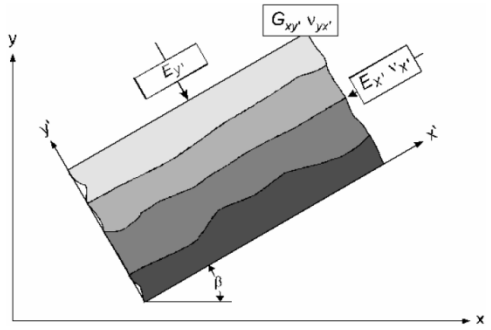


Figura 2.12 Esquema idealizado de un material anisótropo

Modelo Elástico no lineal	
E Modulo	Modulo de Deformación Inicial
Poisson's Ratio	Modulo de Poisson
K(load)	Modulo de Rigidez
n(exponent)	Valor que describe la function de cambio de rigidez bajo esfuerzos de confinamiento
K(ur)	Modulo para la descarga
K(bulk)	Modulo para la carga de rotura
m(exponent)	Describe la relación entre el modulo de rotura y el esfuerzo
Min. P. Ratio*	Mínimo valor de modulo de poisson en la rotura
Pa	Presión admosferica
Rf	Coeficiente empirico
Cohesion Phi	Cohesión y angulo de fricción interno
Phi B	Coeficiente para evaluar la presión de agua
S3 (min)	Esfuerzo principal menor
E (min)	Modulo de deformacióm

**El valor máximo del Coef. De Poisson es de 0.49 y el valor mínimo de 0.01

Tabla 2.4 Parámetro del modelo

Modelo Elasto-Plástico	
E Modulus	Modulo de Elasticidad inicail
Poisson's Ratio	Modulo de poisón
Cohesion	Cohesión
Phi	Angulo de fricción interna
Dilation Angle	Angulo de diltanacia
Phi B	Coeficiente para evaluar la presión de agua

Tabla 2.5 Parámetro del modelo

Otros programas en función de sus potencialidades definen otros modelos de comportamiento del material. Pero hay que señalar que siempre que se utilice un modelo del material se debe contar con una adecuada experimentación que permita caracterizar su real comportamiento, pues el uso de correlaciones puede conllevar a resultados erróneos.

En los últimos tiempos se han formulado una gran cantidad de criterios de fluencia o discontinuidades plásticas, algunos de ellos funcionan mejor para los materiales metálicos, otros se adecuan mejor a los geomateriales.

Dentro de los criterios de fluencia o discontinuidades plásticas que se reportan en la literatura, se pueden mencionar:

- CRITERIO DE RANKINE, DE LA MÁXIMA TENSIÓN DE TRACCIÓN: Este criterio fue formulado por Ranking en 1876 y se caracteriza por depender de un solo parámetro, la máxima resistencia uniaxial de tracción $\sigma_t^{máx}$, el cual es apropiado para establecer de forma sencilla el límite donde comienza el proceso de fractura en un punto del sólido
- CRITERIO DE TRESCA, DE LA MÁXIMA TENSIÓN DE CORTANTE: Este criterio fue formulado por Tresca en 1864 y depende, al igual que el anterior, de un solo parámetro, la máxima resistencia a cortante $\sigma^{máx}$, es apropiado para representar el comportamiento de los metales y su mayor limitación viene dada por la falta de continuidad de sus derivadas. De acuerdo con este criterio, se alcanza la fluencia cuando el valor de la función de endurecimiento plástico se iguala a la máxima resistencia a cortante, $K(k) = \sigma^{máx}(k)$.
- CRITERIO DE VON MISES, DE TENSIÓN CORTANTE OCTAÉDRICA: Fue formulado por Von Mises en 1913 y depende, al igual que los anteriores, de un solo parámetro, la máxima resistencia al cortante octaédrica σ^{max}_{oct}. Este criterio es el más usado para representar el comportamiento de los materiales metálicos. De acuerdo con él, se alcanza la fluencia plástica cuando el valor de la función de endurecimiento plástico se iguala a la máxima resistencia a cortante octaédrico, $K(k) = \sigma^{max}_{oct}(k)$.

- CRITERIO DE MOHR-COULOMB: Fue formulado por Coulomb en 1773 y desarrollado con más profundidad por Mohr en 1882. Este criterio depende de dos parámetros, la cohesión (C) y el ángulo de fricción interna entre partículas (φ). Es muy usado para establecer de forma sencilla el límite donde comienza el proceso de fractura en materiales friccionales y de forma general, considera que la resistencia en un punto (σ) crece con el rozamiento entre partículas y esta, a su vez, depende de la tensión normal (σ_n) y la cohesión entre ellas.
- CRITERIO DE DRUCKER-PRAGER: Formulado por Drucker-Prager en 1952, es considerado como una aproximación del criterio de Mohr-Coulomb, su formulación matemática surge de una generalización del criterio de Von Mises, para incluir la influencia de la presión hidrostática influenciada por una función del ángulo de rozamiento interno (φ), al igual que el criterio de Mohr-Coulomb depende de dos parámetros: la cohesión (c) y el ángulo de fricción interna entre partículas (φ).

➢ **FACTORES DE INCERTIDUMBRE. Asociados a los materiales**

- Calidad y homogeneidad del material
- Dispersión en los ensayos experimentales
- Adecuación a las condiciones reales de servicio
- Fenómenos de fluencia y relajación
- Degradación debida a causas físicas y químicas
- Efectos cíclicos y dinámicos
- Fatiga, etc.

2.4 Efecto de las cargas. Ámbito de aplicación

Cargas: Es la denominación que se le dan a las fuerzas externas activas que actúan sobre una estructura, es decir, aquellas que son capaces de producir estados tensiónales internos o solicitaciones, así como cambios en las distancias entre dos puntos de un cuerpo.

El origen de las cargas suele se muy diverso, en ella caben el peso propio del elemento, de relleno y terminaciones de piso; la carga de servicio para cuya función se diseña el elemento o estructura; acciones de retracción del hormigón fresco; cambios de temperatura; asentamiento o giro en un cimiento; presión del viento; sismo, etc. El estudio de las mismas requiere de un tratamiento diferenciado, que se inicia con esta asignatura y se complementa con otras de la carrera.

Las cargas pueden ser:

Repartidas (distribuidas): pueden distribuirse sobre un volumen (kN/m^3), superficie (kN/m^2) o una longitud (kN/m). Ejemplo:

- Sobre un volumen: peso del agua en un tanque

-Sobre una superficie: Cargas producto de las personas sobre una losa de hormigón.

- Si actúan sobre una viga son sustituidas por una carga continua a lo largo de esta

Concentradas: Cuando las cargas superficiales están distribuidas sobre una superficie relativamente pequeña, pueden sustituirse por una **fuerza concentrada** equivalente (**resultante**)

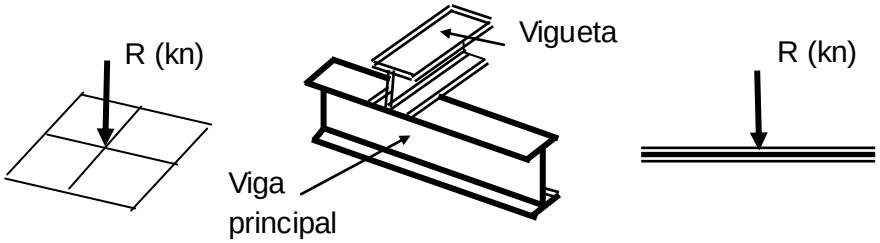


Figura 2.13.

Ejemplo:

- Carga vertical que baja desde una estructura hacia los cimientos;

- Carga que transmite un vigueta sobre una viga principal, etc.

Realmente las cargas concentradas no existen, es una abstracción mas (modelación) que se hace para el análisis y que bien fundamentada no tiene incidencia en los resultados finales.

Las cargas que se usan para el análisis de estructuras, en ingeniería, vienen expresadas en los códigos o normas oficiales de cada país, salvo raras excepciones, y son el resultado de amplios y profundos estudios estadísticos y de laboratorios, y son por lo tanto un modelo de la acción física real que tendrá la estructura.

2.5 Software que se utilizan en la Facultad de Construcciones de la UCLV.

Dentro de los programas con que contamos en la Facultad de Construcciones que trabajan con el método de los elementos finitos podemos citar el Geoslope, Plaxis, Abacus,Staad Pro y Sap 2000

Dentro del Paquete Geoslope se encuentra el Sigma/W en el cual se pueden modelar problemas tensionales y deformacionales planos e incluye los modelos de suelo Mohr-Coulomb y Can Clay, entre otros. Su aplicación esta relaciona con problemas geotécnicos, lográndose modelar en el mismos ensayos de carga y determinación de cargas de rotura. De todos los sistemas, a pesar de realizar un análisis plano y axial simétrico, es de fácil manejo, y no requiere de un gran número de pasos para definir el modelo. El sistema Plaxis permite analizar en 2D y 3D problemas geotécnicos, fundamentalmente relacionados con cimentaciones, presas de tierras y tabla estacas. En el mismo se pueden modelar problemas de capacidad de carga estados tensionales y deformacionales, incluyendo una biblioteca de materiales que describen fundamentalmente el comportamiento del suelo, el hormigón y el acero. En este sistema es de destacar que el mallado es autogenerado por el mismo, y el usuario, puede en función del

problema analizado densificar la malla, lo que se traduce en mayor precisión en los cálculo y requerimiento computacional.

El Abacus, considerado como una de la más potente herramienta, permite el análisis en 3D para diferentes modelos de materiales obteniéndose estados tensionales y deformacionales, carga de rotura, etc. En el mismo el mallado es creado por el usuario, incluyendo un gran cantidad de tipos de elementos y permitiendo introducir los criterios de resistencia de los materiales a modelar. De todos los sistemas, a pesar de su versatilidad, es de mayor complejidad en su aplicación, por la cantidad de datos de entrada necesarios para la corrida

El SAP 2000 y el Staad Pro analizan y diseñan estructuras de hormigón, acero, madera y otros materiales, se puede trabajar en 2D y 3D es aplicable para estructuras, no para problemas geotécnicos. Las recomendaciones aquí tratadas son validad para el mallado del modelo, y aunque incluyen elementos tipo sólido de 8 nodos, su aplicación esta vinculada a estructuras de hormigón armado.

En la literatura internacional, podemos citar otros software como el COSMOS, ANSYS y más recientemente el MIDAS, con las misma potencialidades a los anteriormente citados y de mayor uso en la Ingeniería Mecánica.

En nuestra opinión, la selección del software a utilizar dependerá del tipo de problema a modelar, la capacidad de respuesta computacional (Hardware) y el conocimiento que se tenga del mismo, o sea los datos que son necesarios para su corrida, y los resultados que el mismo brindan en función de las necesidades del ingeniero.

2.6 Conclusiones

Después de estudiadas las recomendaciones para la modelación por MEF, se establecen las siguientes conclusiones:

1. En la modelación por elementos finitos es de vital importancia el mallado, la determinación de las condiciones de contorno, y asignar las propiedades de los materiales.
2. Los resultados obtenidos deben ser comprobados con resultados reales experimentales, que en la actualidad este proceso se conoce como calibrar el modelo.
3. A nivel mundial se han desarrollado diferentes modelos para caracterizar el comportamiento de los materiales definiendo los criterios de rotura y las propiedades que deben asignarse. Con el desarrollo de la computación han surgido programas cada vez más potentes para resolver problemas ingenieriles y como tendencia el análisis de dichos problemas en 3 dimensiones.
4. La selección del modelo a analizar 1D ,2D o 3D depende de la complejidad del problema, la capacidad computacional y los niveles de detalles que se quieren alcanzar.

Capítulo 3

Capítulo 3. Aplicación de la Modelación en problemas geotécnicos.

3.1 Resumen

Este capítulo presenta (solamente en el programa el SIGMA/W) los procedimientos involucrados en el análisis de problemas de tensión deformación simple. Los pasos ejecutados con los que se definieron y resolvieron los problemas son plasmados.

Además se abordan algunas recomendaciones prácticas para la utilización del Método de los Elementos Finitos (MEF) que frecuentemente se utilizan para la modelación en problemas de tensión deformación, deformaciones plásticas y fallas en cimentaciones: sobre pilotes en suelos (ø) y suelo (c), y en cimentaciones corridas en suelos (ø) y suelo (c), que en muchos casos se obvian arrojando resultados alejados de la realidad.

Para ello se exponen criterios de gran uso en la bibliografía internacional. Se ejemplifica a través de comparaciones los resultados obtenidos a través de la modelación con otras formulaciones, comprobándose la valides del modelo propuesto.

3.2 Introducción

En este capitulo se va a realizar la modelación a través del programa SIGMA/W de un cimiento sobre pilote y corrido en suelo friccional y cohesivo. Para ello se hace uso de las recomendaciones estudiadas en el capitulo 2. Como el objetivo de este trabajo es netamente didáctico solo se comentaran el valor práctico de los resultados obtenidos

El SIGMA/w es un programa que analiza problemas relacionados con las estructuras de tierra, su formulación comprensiva hace posible analizar problemas simples y " muy complejos. Con una base numérica en el método de los elementos finitos, el SIGMA/W analiza la tensión y la deformación en el diseño estructuras de obras geotécnicas.

Por ejemplo, usted puede realizar un análisis simple de la deformación elástico lineal o un análisis sofisticado de tensión no linear elástico-plástico muy eficaz. También puede modelar la generación de presión de poro-agua y la dispersión de las respuestas en una estructura de tierra ante las cargas externas. SIGMA/W tiene la aplicación en el análisis y diseño de problemas geotécnicos, en proyectos de la ingeniería civiles, y mineros.

La aplicación más común del SIGMA/W es computar deformaciones causadas por los trabajos de tierra como las fundiciones, terraplenes, excavaciones y túneles. La figura 3.1 muestra un caso típico de un tanque fluido-lleno en la superficie. Esta figura presenta la deformación a una escala exagerada con una malla deformada. La Figura 3.2 muestras el cambio asociado en la tensión vertical en la tierra causada por la carga aplicada.

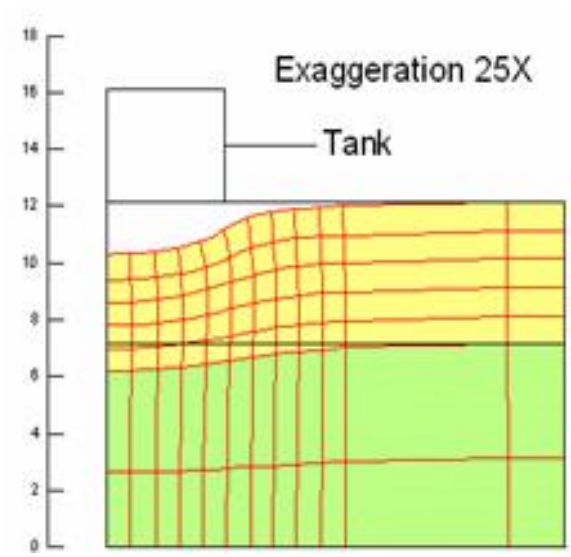


Figura 3.2.1 Deformaciones bajo el tanque

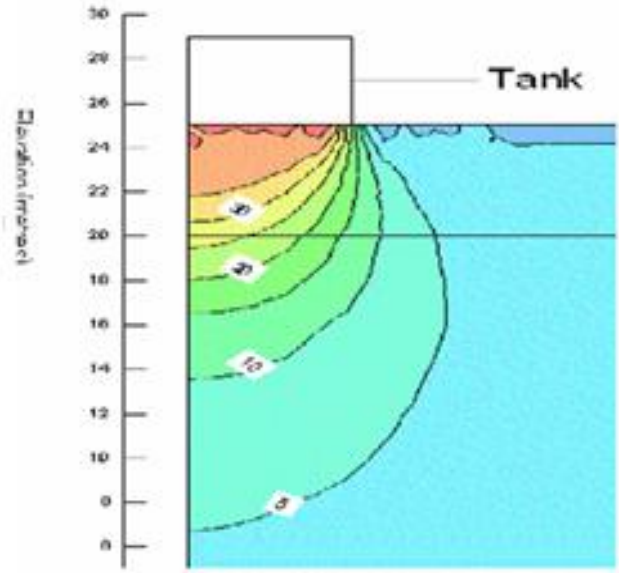


Figura 3.2.2 Variaciones de las tensiones.

Este es solo un ejemplo de lo que dicho programa puede modelar. Es valido aclarar que los modelos que se van a confeccionar son modelos planos y axialsimétricos ya que el programa aplicado no permite realizar modelos en 3D.

3.3 Modelo de pilotes en deformación axialsimetrica:

La malla de un pilote aislado, situado en un suelo homogéneo semi-infinito debe ser realizada teniendo en cuenta las recomendaciones siguientes:

Los límites verticales de la malla deben ser fijados al menos dos veces la altura o el largo (L) del pilote y el límite vertical inferior al menos dos veces el lado L debajo del punto (3L desde la superficie), porque las condiciones límites de los desplazamientos no influyen sobre el comportamiento del pilote.

La interacción entre el pilote y el suelo (cara y el punto) son representados por los elementos finitos de interacción compatibles con los elementos más utilizados para describir el suelo (Elementos de interfase).

La malla de un pilote aislado debe ser relativamente estrecha cuando se acerca a las interacciones, quiere decir, a la punta del pilote y a lo largo de la cara del mismo.

La relación entre la forma (relación de la menor dimensión de un elemento con la mayor dimensión) de los elementos cerca del pilote deberá estar limitado a 1/5.

El lado B (según la dirección horizontal) del primer elemento directamente adyacente al pilote debe ser al menos tal que B=0.1D donde D es el diámetro del pilote. En la figura 3.1 se puede apreciar lo anterior expuesto.

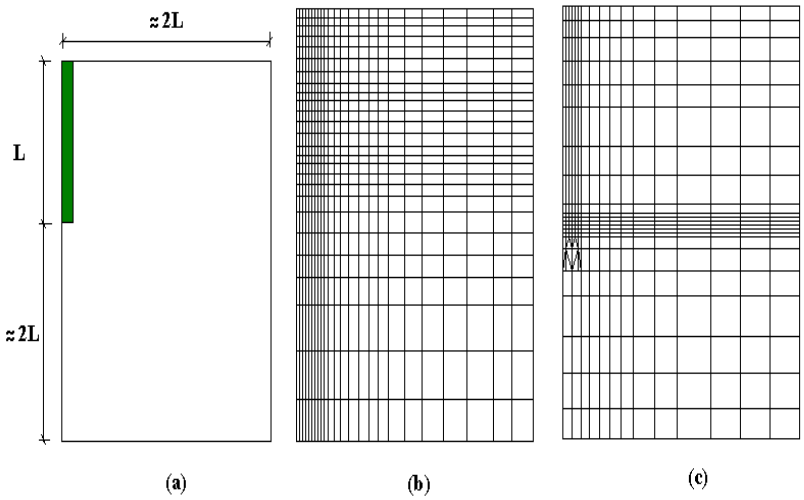


Figura 3.1. Representación del modelo axial - simétrico para el caso del pilote simple.

Descripción del modelo propuesto para la modelación del pilote aislado.

A continuación se procede a la modelación de un pilote aislado siguiendo las recomendaciones anteriormente expuestas, utilizando el sistema SIGMA/W (1995). Como la discretización del continuo siempre trae consigo una aproximación a la solución del problema, se proponen 5 modelos (tabla 3.1) iniciales: MODELO 1, MODELO 2, MODELO 3, MODELO 4 Y MODELO 5. El objetivo principal es determinar aquel modelo con que mayor precisión se obtenga de carga de rotura. La diferencia entre los modelos está dada por la cantidad de los elementos verticales y horizontales utilizados y el espesor de los elementos adyacentes a la cara del pilote.

Modelo	Divisiones Verticales	Divisiones horizontales	Superficie Deslizamiento	Cantidad Elementos
MODELO1	38	80	0.4·D	3040
MODELO 2	40	100	0.2·D	4000
MODELO 3	45	100	0.1·D	4500
MODELO 4	50	120	0.1·D	6000
MODELO 5	60	120	0.1·D	7200

Tabla 3.1 Modelos planteados con el sistema SIGAMA/W(1995).

Las características físicas mecánicas para el suelo estudiado son:

Densidad : 18.5 kN/m3

Ángulo de fricción interna : 25°

Ángulo de dilatancia : 0

Cohesión : 0 kPa

Tensión de tracción : 0

Se considera un pilote de hormigón de 10 metros de longitud y un diámetro de 0.8 metros, (figura 3.2)

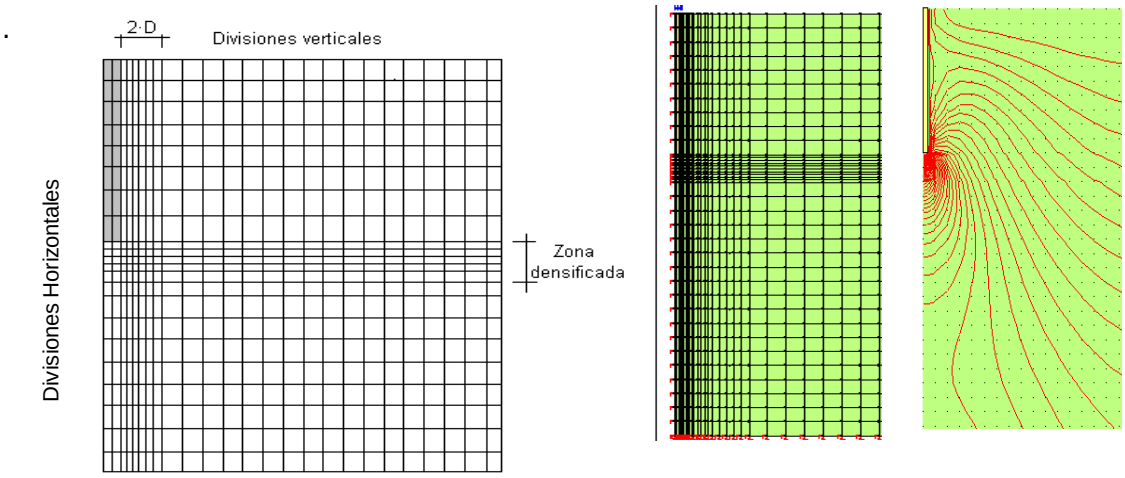


Figura 3.2. Mallado para el modelo propuesto. Programa SIGMA/W.

En la tabla 3.2 se muestra la carga última obtenida en cada modelo, con el sistema SIGMA/W, teniendo en cuenta los datos anteriormente expuestos:

Tabla 3.2. Carga de rotura.

MODELO	Carga última (kN)
MODELO 1	8458
MODELO 2	5495
MODELO 3	2700
MODELO 4	2560
MODELO 5	2500

Como se aprecia, en la medida en que aumenta el número de elementos verticales, se obtiene resultados más precisos. Este hecho viene dado fundamentalmente por el espesor que se le asigne al elemento adyacente a la cara del pilote, elemento de interfase, el cual como ya se mencionó tendrá propiedades especificas. Se decide la utilización del MODELO 5 ya que como se aprecia la diferencia con el resultado obtenido en el MODELO 4 es menor de un 3% y continuar aumentando el número de elementos en la modelación requería un mayor esfuerzo computacional sin grandes variaciones en el resultado final.

3.4 Ejemplo 1. Cimentaciones sobre pilotes en un suelo friccional (φ)

Con el objetivo de demostrar la validez del modelo propuesto se realizan varios ejemplos para el caso de un pilote de 10 metros apoyado en un suelo friccional (φ) y en un suelo cohesivo (C). En estos casos se evalúa la influencia de estos factores en la capacidad de carga de la cimentación y el grado de aproximación entre los resultados obtenidos. El principal resultado de los modelos lo constituye la carga vertical resultante sobre el pilote (Np), a partir de la cual se calcula la capacidad de carga.

Los datos utilizados fueron los siguientes:

Pilote: Modelo elástico

Material: Hormigón.

Longitud: 10 metros.

Terreno: Modelo elasto – plástico, criterio de rotura Morh – Coulomb.

Factor de reducción en la interface R=2/3 (Arena) y ½ (Arcillas).

A continuación se muestran (tabla 3.3 y tabla 3.4) los resultados obtenidos aplicando el modelo propuesto con el sistema SIGMA/W y otras normativas:

Tabla 3.3 Carga de rotura por diferentes normativas, suelo friccional, D = 0.8 metros

Carga de Rotura (kN)				
φ°	Norma Cubana	Berezantev	Caquot Kerisel	Modelo Propuesto
25°	1594	1867	4564	2500
30°	3388	2891	8419	4100
35°	9030	7757	16217	10250
40°	10128	14711	33207	21034

Tabla 3.4. Carga de rotura por diferentes normativas, suelos cohesivos, D = 0.8 metros

Carga de Rotura (kN)			
Cohesión	Reese (1984)	Caquot Kerisel	Modelo Propuesto
40 kPa	1045	1238	1067
80 kPa	1427	2384	1481
120 kPa	1568	3530	1918

Los resultados obtenidos por el modelo propuesto se encuentran en el rango de las normativas analizadas, lo que nos indica la validez del modelo estudiado y su posterior aplicación. Para los suelos friccionales la Propuesta de Norma Cubana (1989) limita el valor de Zc entre 3·D y 22·D, además de utilizar bajos valores del coeficiente de capacidad de carga Nq que influyen en los resultados finales. Todo lo contrario ocurre con los resultados obtenidos por Caquot-Kerisel (1964), donde se emplean altos coeficientes de capacidad de carga (Nq). En suelos cohesivos la diferencia entre los resultados está dada por el coeficiente de adherencia utilizado(α) por las diferentes formulaciones.

3.5 Ejemplo 2. Cimentación sobre pilote en Suelos Cohesivos

Se realizan 24 ejemplos, para pilotes de 5 y 10m de longitud, con diámetros de 0,4m; 0.8m y 1.2 m cada uno, en un suelo cohesivo con cohesión de 40kPa, 80kPa, 120kPa y 160kPa.

Las normativas consultadas concuerdan con expresar el aporte en punta en función de la cohesión y el diámetro del pilote:

$qp = C \cdot Nc \cdot dsc$

donde el coeficiente Nc toma valores entre 6 y 12[Jiménez (1994)].

En la tabla 3.5 se muestran los valores de aporte en punta obtenidos:

Tabla 1. Aporte en punta (Q_p) en kN.

		Longitud 5 metros.			Longitud 10 metros.		
C (kPa)	Diámetro (m)	0.4	0.8	1.2	0.4	0.8	1.2
40		52	150	302	58	158	304
80		75	228	480	96	230	465
120		118	409	943	103	400	947

160	147	703	1149	151	700	1153

Comparación con resultados de Pruebas de carga.

Para la comparación del modelo con resultados de pruebas de cargas en suelos cohesivos se comparan los resultados de 3 pruebas de cargas consultadas en la literatura [Rocha (1998)]:

P - 1: Pilote de 14 metros de longitud y 0.18 metros de diámetro que atraviesa dos estratos de suelos

P - 2: Pilote de 6 metros de longitud y 0.3 metros de diámetro que atraviesa dos estratos arcillo limosos de baja compresibilidad.

P - 3: Pilotes de 0.30 metros de diámetro que atraviesan 3 estratos de suelo. En este caso se ensayaron 5 pilotes de entre 8 y 9 metros de longitud (E1, E2, E3, E4 y E5)

En la tabla 3.6 presentan los valores de carga última de trabajo aplicando diferentes formulaciones y en la figura 3.3 se muestran las curvas de carga vs deformación de las pruebas de cargas.

Tabla 3.6 Resultados de las pruebas de cargas y otras formulaciones.

Ensayo	Qu (kN)	Modelo (kN)	% Dif.	Sowers (kN)	% Dif.	Caquot (kN)	% Dif.	Reese (kN)	% Dif.
P –1	262	256	-3	250	- 4	341	+23	291	+12
P – 2	240	225	-7	260	+ 5	290	+17	240	0
P – 3	320	311	-3	330	+ 2	466	+32	330	-4

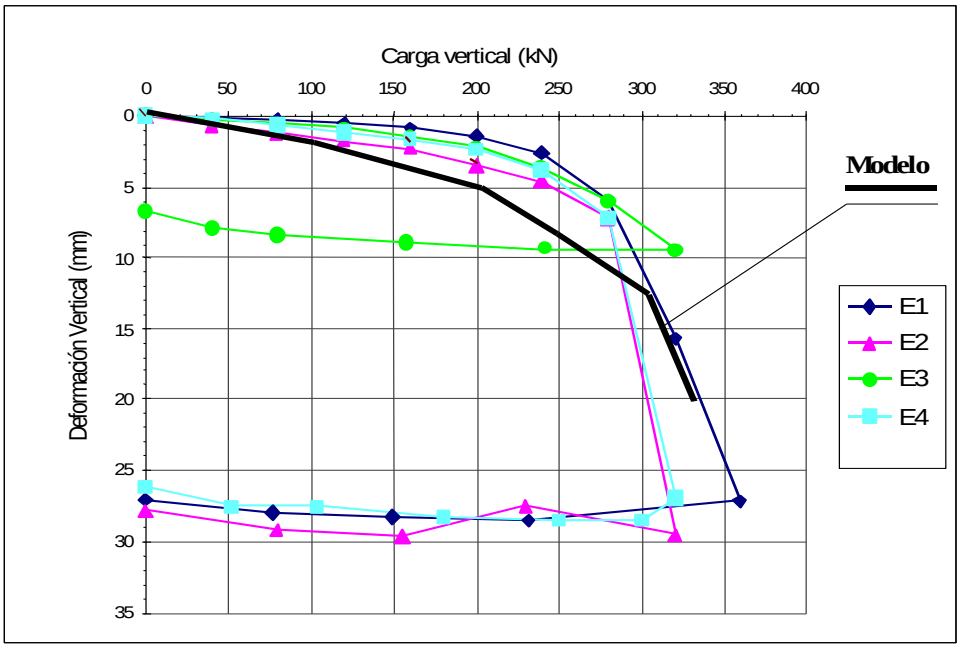


Figura 3.3. Curva carga vs. deformación (Prueba de carga). E1, E2, E3, E4 representan pilotes de igual diámetro y diferentes longitudes.

Para el caso de los suelos cohesivos las diferencias entre la carga estimada y la de rotura son pequeñas dado fundamentalmente por la similitud en los coeficientes de capacidad de carga (Nc) y de adherencia(α) utilizados en los cálculos. Para el caso de la formulación propuesta por Caquot – Kerisel (1964) se sobrestima la carga de rotura para los pilotes ensayados, debido a los altos coeficientes de capacidad de carga que utiliza. En base a estos resultados queda demostrada la validez del modelo.

3.6 Comparación con resultados de Pruebas de carga.

Para la comparación del modelo con resultados de pruebas de cargas en suelos friccionales se comparan los resultados de 2 pruebas de cargas consultadas en la literatura [Ayres (1998)].

P-1: Pilote de 8 metros de longitud y 0.32 metros de diámetro que atraviesa 3 estratos areno arcillosos.

P-2: Pilote cuadrados de 10 metros de longitud y 0.25 metros de ancho B, que atraviesa dos estratos de suelos arenosos.

En la tabla 3.7 se presentan los valores de carga última de trabajo aplicando diferentes formulaciones:

Tabla 3.7. Resultados de las pruebas de cargas y otras formulaciones.

	Qu (kN)	Modelo (kN)	% Dif.	Berezantzev (kN)	% Dif.	Caquot (kN)	% Dif.
P –1	423	425	+1	439	+4	600	+30
P – 2	1050	1005	-3	1011	+4	1200	+50

Estos resultados demuestran la validez de la modelación utilizada. Para el caso de la formulación de Caquot-Kerisel, con el uso de elevados coeficiente de capacidad de carga (Nq), se sobrestima la capacidad de carga del pilote, por lo que no se recomienda la aplicación de esta formulación. Tanto los valores obtenidos con el modelo, así como con la formulación de Berezantzev, de gran aceptación a nivel internacional, se aproximan a los resultados a los de la prueba de carga, demostrándose la validez del modelo propuesto.

3.7 Ejemplo 3. Cimentación corrida en suelo Cohesivo

A continuación se modela un cimiento corrido en suelo cohesivo con C=100 kPa, para ello se genera una malla siguiendo las recomendaciones del Capítulo 2.

En la tabla 3.8 se muestra los cinco tipos de modelos que se usaron para la construcción de la malla.

Modelo	Divisiones Verticales	Divisiones horizontales	Cantidad Elementos
MODELO1	38	80	3040
MODELO 2	40	100	4000
MODELO 3	45	100	4500
MODELO 4	50	120	6000
MODELO 5	60	120	7200

Como el cimiento corrido es simétrico se procede a modelar solamente del problema, considerando que el contorno lateral se puede desplazar en la dirección vertical (eje Y), y el contorno inferior es indesplazable. Como se observa en la figura 3.4 en los puntos bajo la carga se densifica la malla.

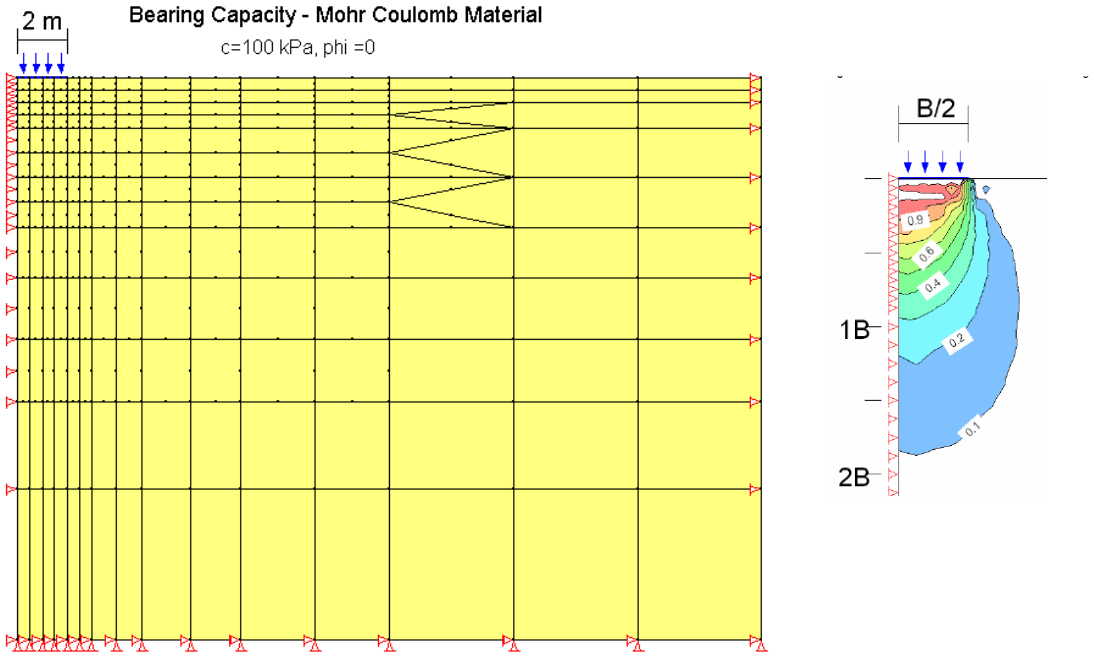


Figura 3.4 Malla de un Cimiento Corrido en el SIGMAN

A continuación se determina la carga de rotura incrementando la carga en un proceso cíclico. (ver figura 3.5)

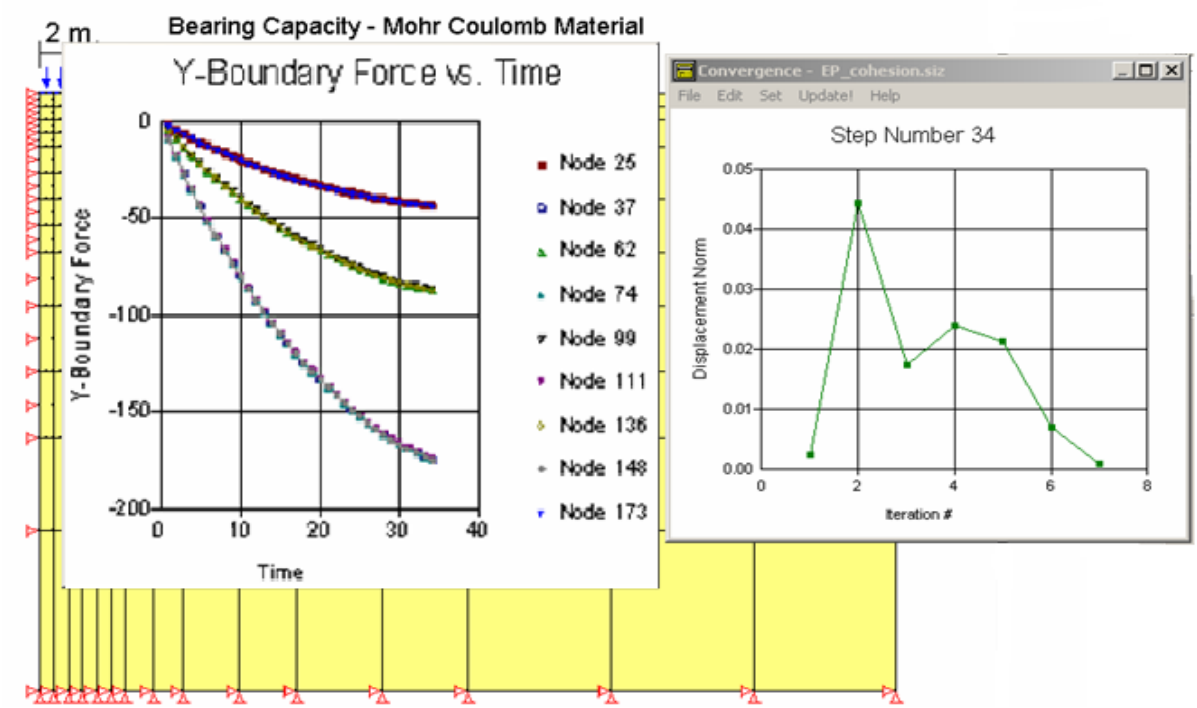


Figura 3.5. Proceso para determinar el número de iteración en la que se produce la rotura.

Como resultado de la modelación se obtiene que la carga de rotura sea del orden de los 520 kN/m que corresponde con la iteración número 34 (figura 3.6).

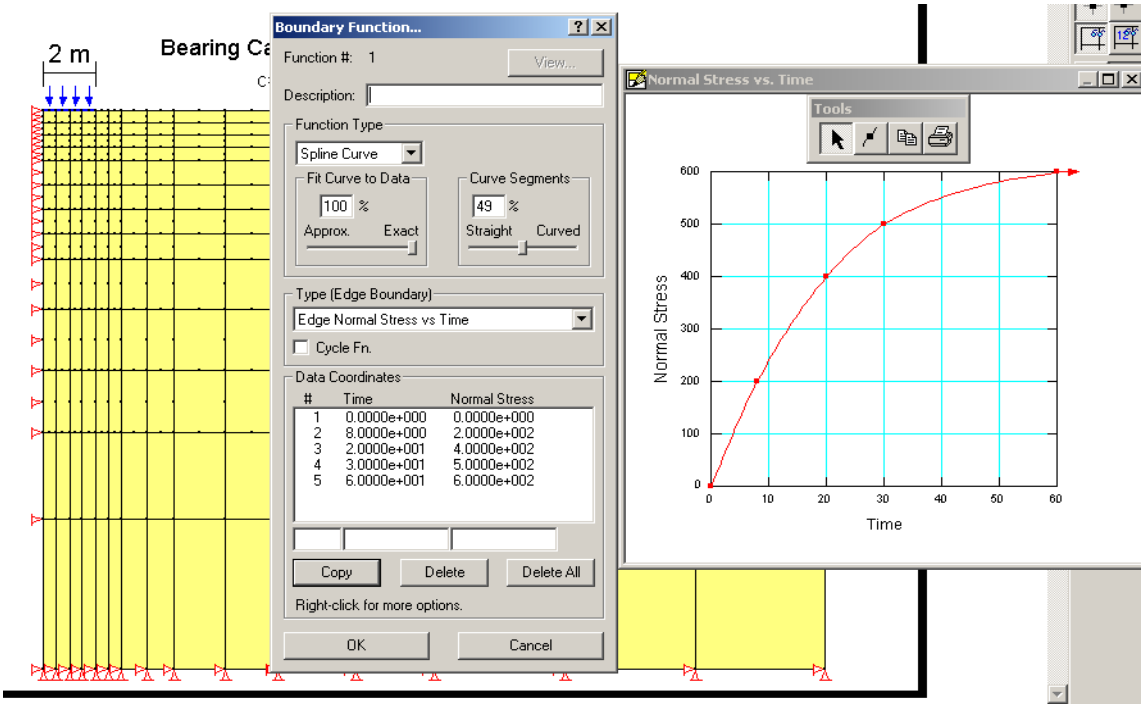


Figura 3.6 Determinación de la carga de rotura.

También se obtienen los desplazamientos máximos que ocurren en el eje del cimiento (figura 3.7)

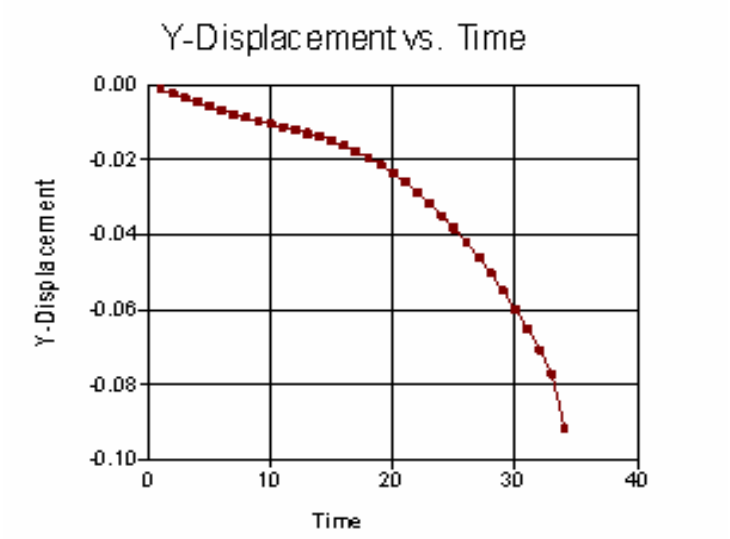


Figura 3.7 Desplazamientos verticales máximos del cimiento

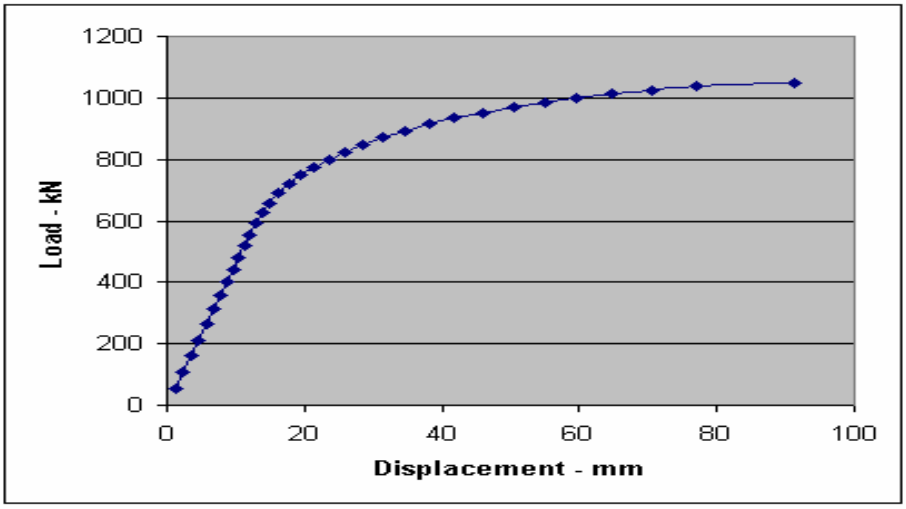


Figura 3.8 Curva de deformación vs. carga concentrada en el eje del cimiento

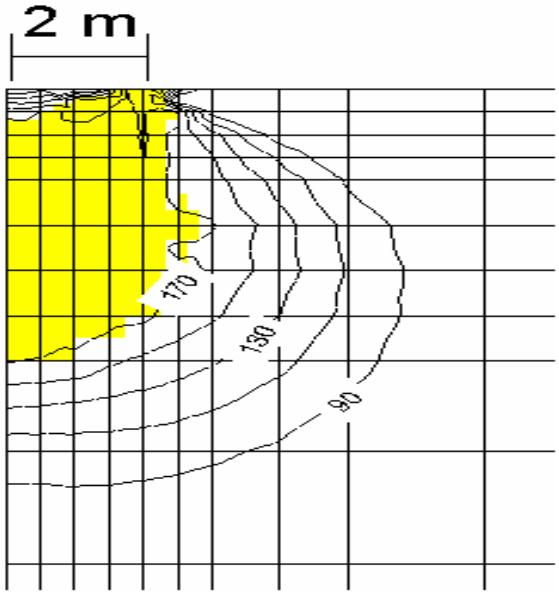


Figura 3.8 Estado tensional en la base de la cimentación

Como resultado de la modelación y aplicando las recomendaciones anteriormente vista, se puede apreciar que es factible modelar el comportamiento de un cimiento bajo un determinado estado de carga y a su vez obtenemos la carga de rotura de dicho elemento, aunque el ejemplo

analizado es un cimiento corrido es valido señalar que existe otros programas el Ábacos que al hacer el analices espacial permite modelar cimientos cuadrados o rectangulares.

3.8 Ejemplo 4. Cimentación corrida en suelo Friccional

Para el caso de un Cimiento Corrido en un suelo (φ), aunque la secuencia de pasos es la misma que en el ejemplo anterior se hace necesario modelar el problema en diferentes etapas.

Ya que la resistencia a cortante depende del estado tensional y en este caso actúa el peso propio se debe analizar primero el Modelo con Peso Propio y después con la carga externa aplicada. En la modelación de Estructuras de Sostenimiento de tierra como las tablas de estacas se realiza un análisis igual, pero modelando las diferentes etapas de excavación del suelo o sea para la correcta modelación de un problema ingenieril se debe tener en cuenta los distintos estados tensionales que actúan en la secuencia constructiva.

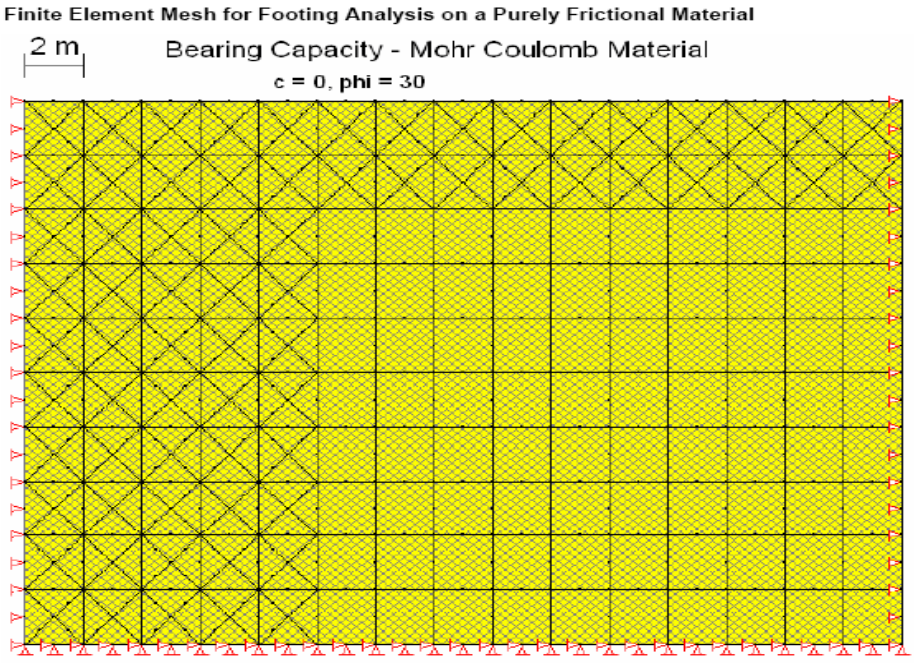


Figura 3.7.1 Generación de la malla, Peso Propi

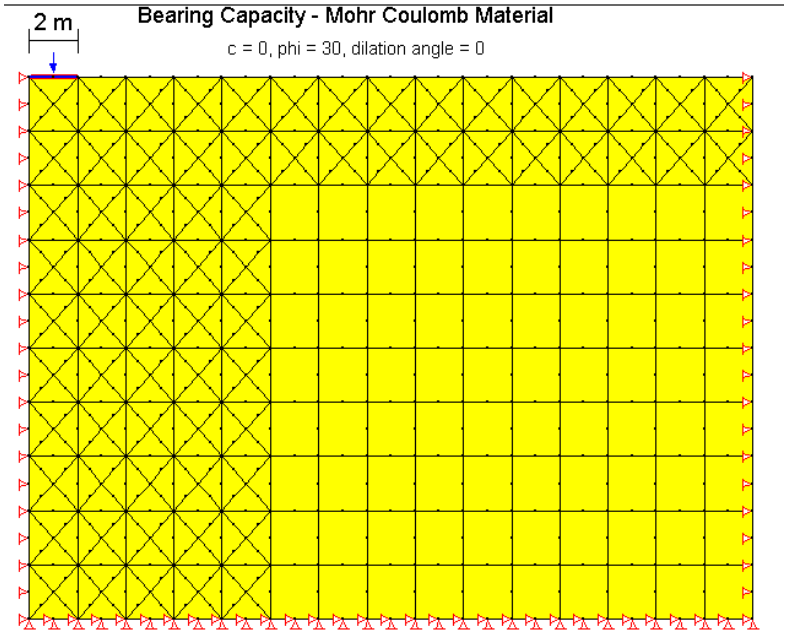


Figura 3.7.2 Generación de la malla

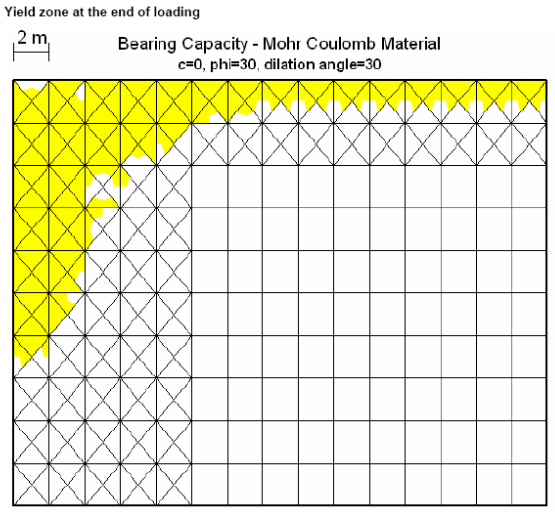


Figura 3.7.3 Generación de la malla. Datos Generales.

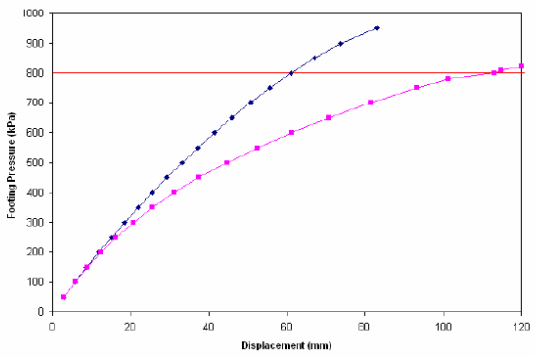


Figura 3.7.4 Curva carga deformación.

Al igual que en el caso anterior se determina la carga de rotura incrementando la carga en un proceso cíclico. (ver figura 3.7.5)

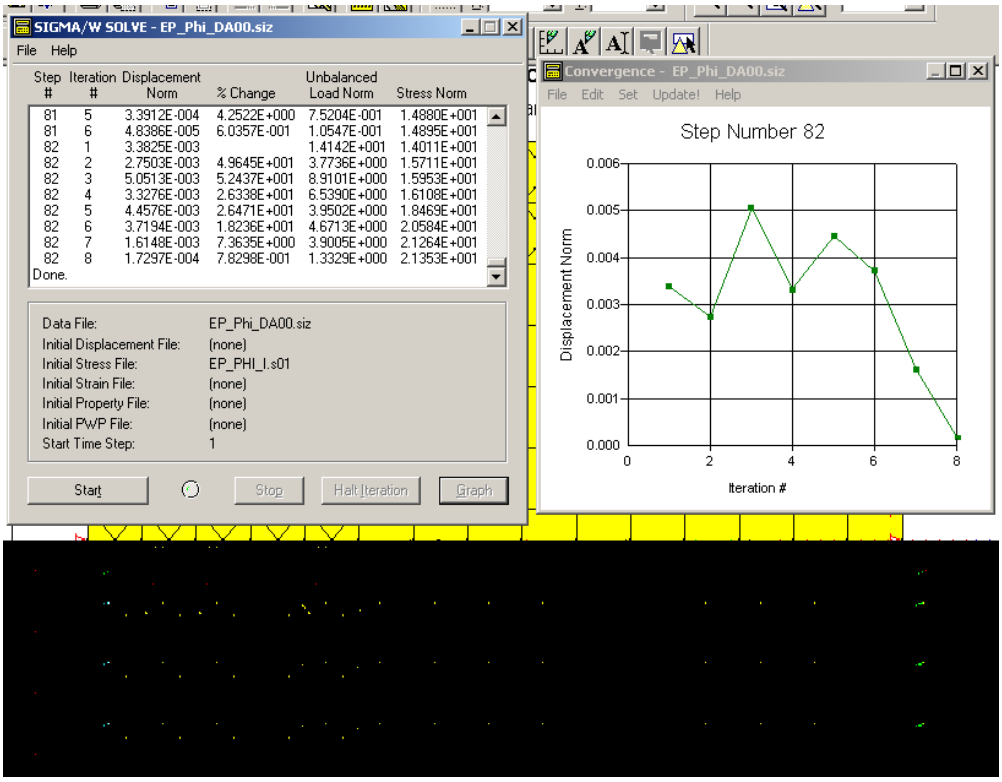


Figura 3.7.6 Escalones de Carga.

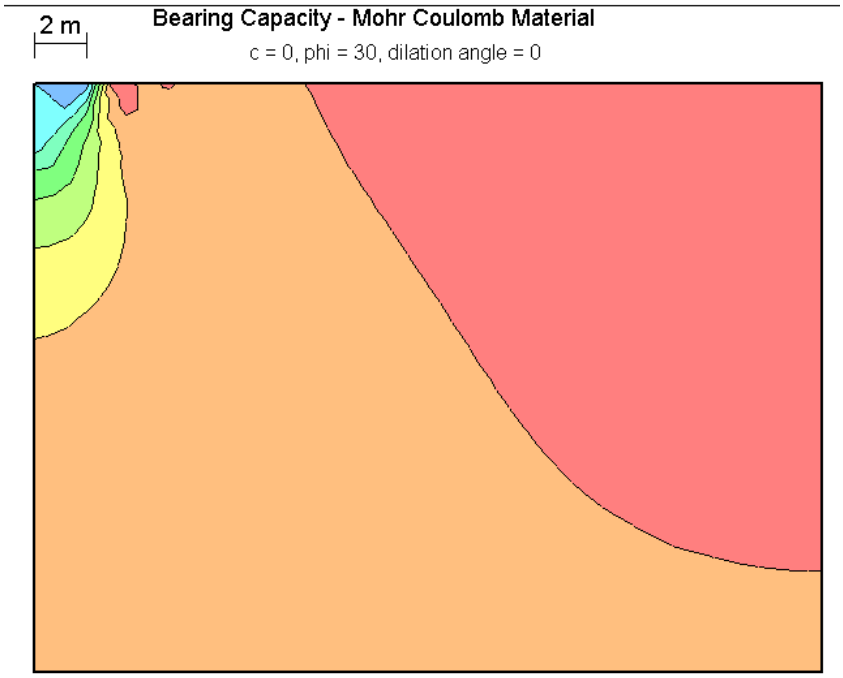


Figura 3.7.7 .Grafico de Deformaciones en el eje X

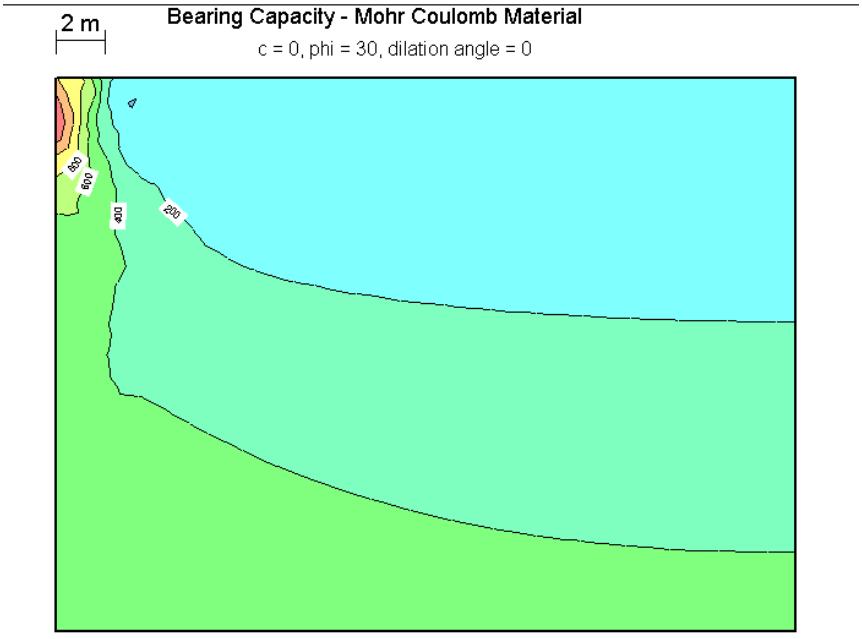


Figura 3.7.8 Estado tensional.

3.9 Conclusiones

Después de estudiadas las recomendaciones para la modelación por MEF, se establecen las siguientes conclusiones:

1. La modelación utilizando el software SIGMA/W tiene como limitante que solo pueden ser análisis planos.
2. La interacción entre la cimentación y el suelo (cara y el punto) son representados por los elementos finitos de interacción (Elementos de interfase).
3. La malla debe ser relativamente estrecha cuando se acerca a las interacciones, quiere decir, a las caras del la cimentación.
4. La relación entre la forma (relación de la menor dimensión de un elemento con la mayor dimensión) de los elementos cerca del cimiento deberá estar limitado a 1/5.
5. Como las solicitaciones son obtenidas directamente de un proceso iterativo (cíclico), en problemas de gran envergadura la experiencia puede ayudar a que este proceso sea menos engorroso.

Capítulo 4

Capítulo 4. Recomendaciones para la modelación por elementos finitos.

4.1 Resumen

En esta monografía se analizan los temas relacionados con la metodología para la modelación de problemas ingenieriles y los diferentes aspectos en que se divide este. Además se presentan algunos conceptos básicos de la teoría de elementos finitos que nos ayudará a entender cómo funciona y como deben ser usado. Se tratarán conceptos referentes a la aplicación del método en los distintos tipos de elementos estructurales (sólidos mecánicos).

También se exponen las distintas recomendaciones para la modelación por elementos finitos con una variedad de formas en las que estas se pueden aplicar en problemas ingenieriles, y los aspectos referentes a: Efecto de la geometría, Efecto de las condiciones de contorno, Efecto del modelo del material y Efecto de las cargas.

4.2 Introducción.

A continuación se resumen los aspectos tratados en los epígrafes anteriores de manera que sirvan de guías para estudiantes o profesionales que se inicien en el complejo mundo de la modelación por elementos finitos.

4.3 Estudio de la metodología para la revisión y diseño de obras ingenieriles.

La modelación es un proceso que a lo larga de la historia ha evolucionado y para poder ordenar de forma racional todos sus aspectos y etapas, se han establecido en el propio desarrollo de la ingeniería diferentes técnicas de modelación.

En todos los casos se trata de estudiar el problema a partir de subdividirlo en diferentes aspectos, normalmente en el estudio del comportamiento de los materiales, las cargas y el esquema de la estructura o el terreno, que puedan a su vez ser evaluados (su comportamiento) por modelos más simples. Para los fines de este trabajo el esquema (figura 4.1) mostrado (Quevedo 1995), expresa de forma simplificada el proceso de modelación.

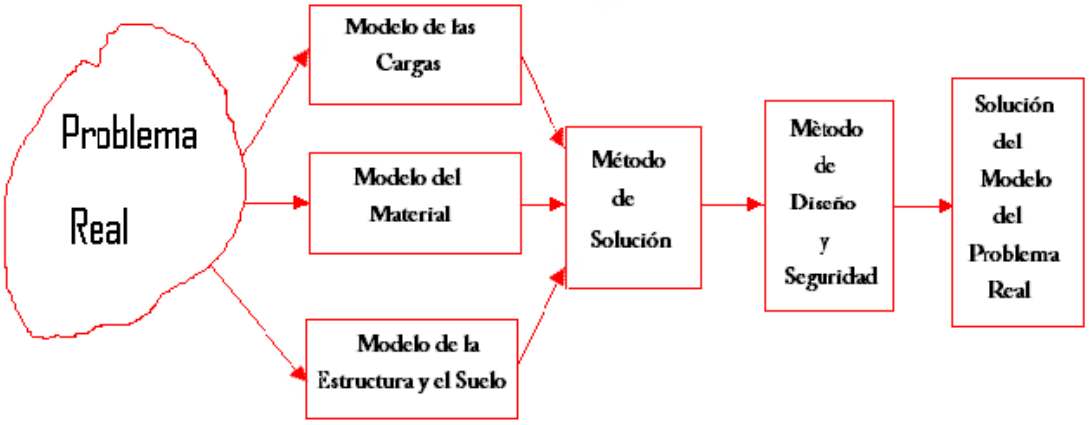


Figura 4.1 Esquema simplificado del proceso de la modelación

Modelo de las Cargas

- Magnitud (Variabilidad), como se sabe las cargas son variables aleatorias, para saber su magnitud generalmente se determinan por técnicas probabilísticas (carga de uso, carga de viento, cargas producidas por un sismo etc.), pero si no se conocen se toma un número de muestras para ensayar y obtener resultados estadísticos.
- Forma de aplicación, que se define como la forma de representar, esquematizar las cargas "reales" a formas conocidas para facilitar el cálculo.
- Tiempo de aplicación
- Combinación de cargas que no es más que la posibilidad que tienen las cargas de estar actuando a la vez. Medina y Ruiz plantean que estas combinaciones deben cumplir los siguientes requisitos:

-Deben ser reales, lógicas y factibles.

-Deben ser compatibles y racionales.

-Deben ser relativamente frecuentes.

Modelo del material

- Determinación de los valores de los parámetros del modelo del material como (Cohesión, Angulo de Fricción Interna, c- φ, μ Eo γ), entre otros dependiendo del material y el modelo en el que usted este definiendo el comportamiento del material.

Modelo de la estructura y el suelo

- **Definir como modelar la estructura (en 3D o en 2D).**

-Simetría de las formas.

-Simetría de las cargas.

-Conexiones longitudinales y transversales.

-Importancia del problema analizado.

- **Modelación de los elementos.** Para definir como modelar los elementos (1D-2D-3D) debemos tener en cuenta:

-Los planos en que están contenidas las cargas.

-El nivel de información que se quiera llegar.

- **Uniones e interacciones con el terreno.** Cuando se va a modelar las uniones es vital conocer la diferencia que existe entre las uniones elemento- elemento y los vínculos a tierra.
  Es importante que el investigador, ingeniero, proyectista etc. analice la interacción del suelo y la estructura como un fenómeno único en la medida que la complejidad de su modelo le permita. Un estudio del comportamiento del suelo y la estructura como un todo, arrojaría resultados más cercanos al comportamiento real.
- **Rigidez,** esta depende de la geometría y las características del material y es importante tener en cuenta este aspecto en los problemas ingenieriles porque a veces no toda la geometría aporta rigidez.

Método de Solución

Por método de solución definimos al proceso mediante el cual generamos una idealización matemática del problema real que pretende representar la conducta real de la estructura.

- **Método de solución lineal elástica**.

Como solución directa de este método podemos dar el siguiente orden:

Encontrar el tensor de esfuerzo.

Aplicar las ecuaciones físicas.

Comprobar la compatibilidad.

Aplicar las ecuaciones geométricas y obtener el campo de desplazamiento

- **Método de solución elasto-plástico.**
- **Método de solución plástico.**

Métodos de diseño y de seguridad.

- **Método de la Esfuerzos Admisibles. (MEA)**

Y1k ≤ Y2admisible donde: Y1k- función de los esfuerzos actuantes, determinados a partir de las cargas características.

Y2admisible - valor del esfuerzo admisible del material con que se trabaja.

- **Método del Factor de Seguridad Global. (MFSG)**

Y1k ≤ Y2 / K : donde: Y1k- función de los esfuerzos actuantes, determinados a partir de las cargas características.

Y2- función de los esfuerzos resistentes de rotura, determinados con los valores medios de la resistencia de los materiales.

K- factor de seguridad global.

- **Método de los Estados Límites. (MEL)**

La ecuación que rige el diseño del 1er Estado Límite es:

Y1 ≤ Y2*/γ s* donde: Y1*- función de las cargas actuantes con sus valores de cálculo.

Y2*- función de las cargas resistentes con su valor de cálculo.

γs- Coeficiente de seguridad adicional, que depende de las condiciones de trabajo generales de la obra y el tipo de fallo

La ecuación del 2do Estado Limite es similar: Y1≤*Y2límite*

donde: Y1- función de las deformaciones, vibraciones u oscilaciones, o de las grietas en la estructura bajo las cargas de servicio.

Y2 *límite*- función de las deformaciones, oscilaciones, o abertura de fisuras límites en el elemento considerado.

4.4 Estudio, crítica, metodología y aspectos generales del empleo de la modelación por MEF de obras estructurales.

¿Cómo trabaja el MEF en la práctica?

El MEF es un método numérico de resolución de ecuaciones diferenciales. La solución obtenida por MEF es sólo aproximada. Desde el punto de vista de la programación algorítmica modular las tareas necesarias para llevar a cabo un cálculo mediante un programa MEF se dividen en:

- Pre proceso, que consiste en la definición de geometría, generación de la malla, las condiciones de contorno y asignación de propiedades a los materiales y otras propiedades. .
- Cálculo permite generar un conjunto de *N* ecuaciones y *N* incógnitas, que puede ser resuelto con cualquier algoritmo para la resolución de sistemas de ecuaciones.
- Post proceso, se calculan magnitudes derivadas de los valores obtenidos para los nodos, y en ocasiones se aplican operaciones de suavizado, interpolación e incluso determinación de errores de aproximación.

Pasos para el Análisis de Elementos Finitos:

- *Discretización o modelado de la estructura:* La estructura es dividida en una cantidad finita de elementos.
- Definir las propiedades del los elementos: En este paso el usuario debe definir las propiedades del elemento.
- Ensamblar las matrices de rigidez de los elementos. La matriz de rigidez del elemento se refiere a los desplazamientos nodales al ser aplicadas fuerzas en los nodos (K*F = U).
- Aplicación de las cargas: Fuerzas externas concentradas o fuerzas uniformes y momentos son especificados en este paso.
- Definir las condiciones de frontera
- Solucionar el sistema de ecuaciones algebraicas lineales.
- Calcular los esfuerzos: El usuario puede entonces calcular los esfuerzos, reacciones, deformaciones u otra información relevante. El *post-procesador* ayuda a visualizar la salida en forma gráfica.

Tipos de análisis ingenieriles

El programador puede insertar numerosos algoritmos o funciones que pueden hacer al sistema comportarse de manera lineal o no lineal. Algunos tipos de análisis ingenieriles comunes que usan el método de los elementos finitos son:

Análisis estructural consiste en modelos lineales y no lineales.

Análisis vibracional es usado para probar el material contra vibraciones aleatorias, choques e impactos.

Análisis de fatiga ayuda a los diseñadores a predecir la vida del material o de la estructura, enseñando el efecto de los ciclos de carga sobre el espécimen

Tipos de elementos

A menudo los tipos de elementos a ser usado serán evidentes del problema físico y de la geometría del cuerpo. Consideremos brevemente varios tipos de elementos finitos que están sujetos a cierta estática y acepciones de la cinemática.

Los elementos más utilizados; denominados, *truss, beam, plane stress, plane strain, axisymmetric, membrana, plate, shell, solid ó brick, tetrahedral, hexahedral, Boundary, y gap*.

- Elementos **'Truss'**

El Truss es un elemento ampliamente usado en la ingeniería estructural (Fig. 4.2) por ejemplo para modelar construcciones de marcos y puentes. Solo puede ser sometido a tracción o compresión. De esta forma, la única propiedad de la sección que se debe especificar es el área axial del elemento (se sabe por tanto que estas cargas deben estar dirigidas a lo largo del eje longitudinal del elemento).

En una estructura los elementos se pueden modelar como un elemento Truss si cumplen estos tres requerimientos:

a) Su longitud es mucho mayor que su alto o ancho (entre 8 y 10 veces); **b)** Esta es conectada con el resto de la estructura con pasadores que no transfieren momentos.; **c**) Las cargas externas solo son aplicadas en el extremo de los elementos, y son paralelas al mismo (Carga Axial).

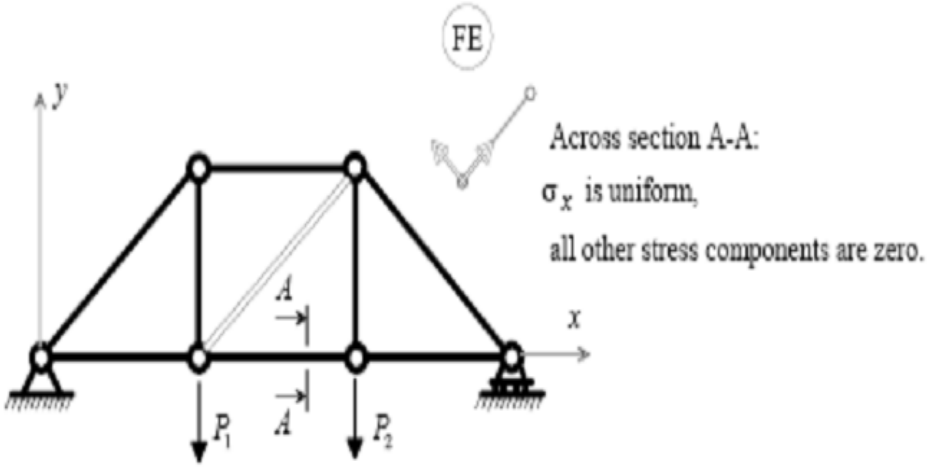


Figura 4.2. Elemento Truss. Condición de carga uniaxial

- **Elementos 'Beam'**

Para miembros estructurales (Fig. 4.3) ser modelados con elementos 'Beam', una de sus dimensiones debe ser mucho mayor, por lo menos 10 veces más grande que las otras dos. Contrario al elemento truss, el elemento beam puede estar sometido a cargas transversales y/o momentos flectores en adición a la tracción y compresión. El elemento Beam, es probablemente el más usado.

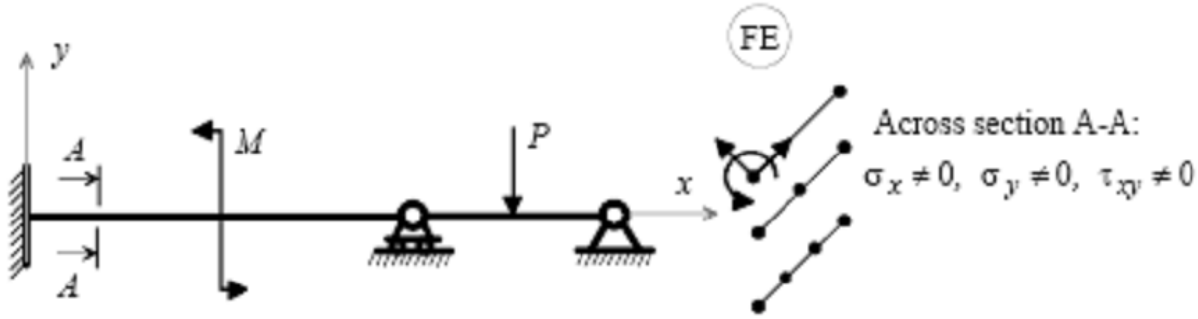


Figura 4.3. Elemento Beam bajo carga concentrada y momento.

- La tensión plana y los elementos de tensión plana.

Los elementos de tensión plana se emplean para modelar las membranas, las acciones en el plano de los beams y plate (Fig. 4.4). En cada uno de estos casos de tensión bidimensional existe una situación en el plano x-y en que las tensiones son iguale a cero.

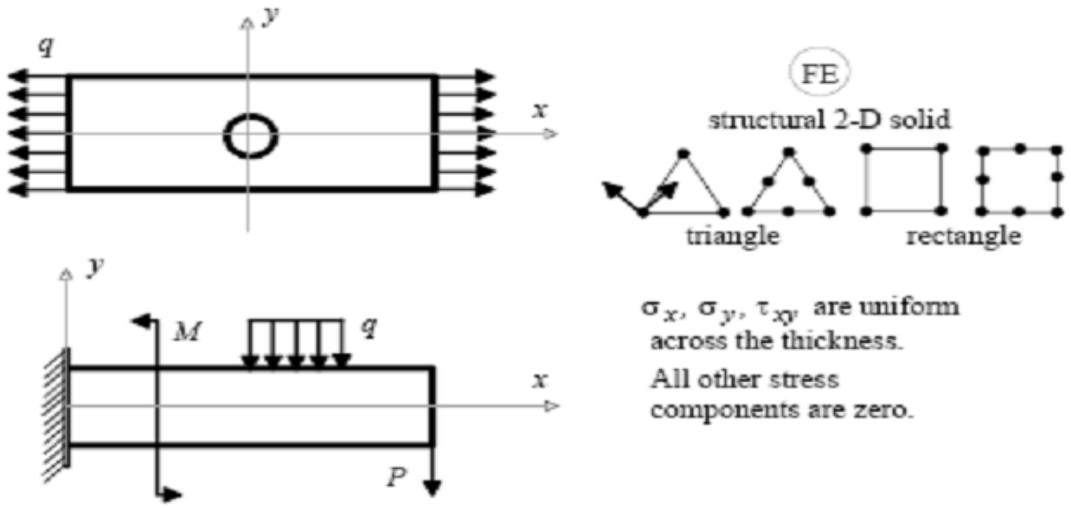


Figura 4.4 Elementos de tensión plana

Los elementos de deformación plana se usan para representar un tramo (de espesor de la unidad) de una estructura en qué los componentes de la tensión son cero. Esta situación se presenta en el análisis de un dique largo reteniendo la pared. Figura 4.5

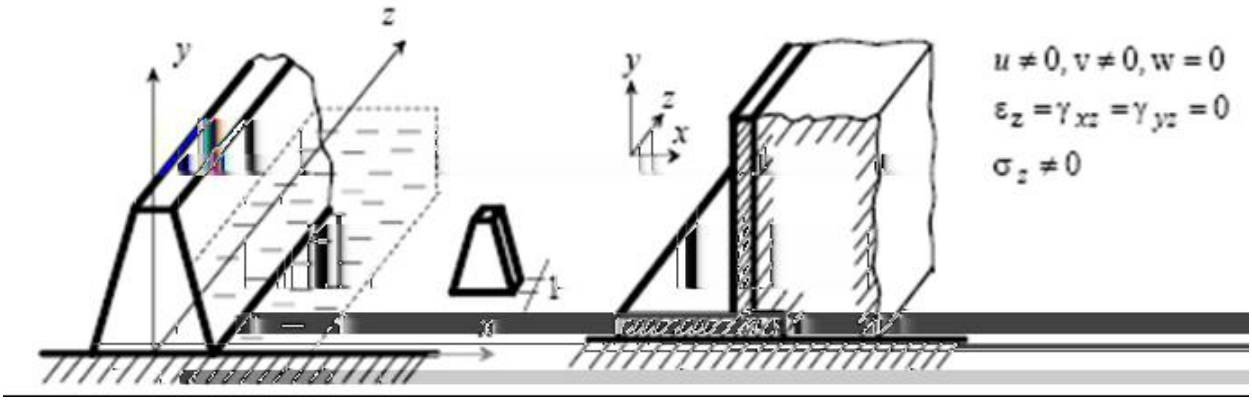


Figura 4.5 Condición de deformación plana. Un dique y un muro sosteniendo la presión de agua y tierra respectivamente.

- **Elementos 'Axisimétricos'**

Tanques de acero y concreto, rotores, conchas, toberas y contenedores son algunos ejemplos representativos de estructuras axisimétricas. De forma similar a las estructuras tridimensionales que están bajo condición de esfuerzo plano o deformación plana, las estructuras axisimétricas sometidas a cargas axisimétricas, pueden ser analizadas en un modelo bidimensional. Para analizar una estructura axisimétrica, como un cilindro de pared delgada t, sujeta a una presión constante p, el modelo es la intersección del cilindro con el plano YZ como se muestra en la figura 4.6 (a).

La carga p, es aplicada al modelo de elementos finitos como se muestra en la figura 4.6 (b). Cuadriláteros y triángulos axisimétricos poseen dos grados de libertad en cada nodo, figuras. 4.6 (c) y (d).

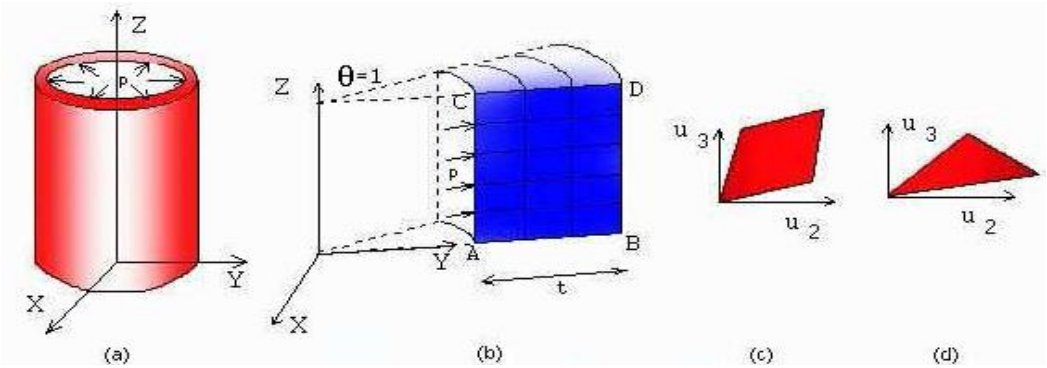


Figura 4.6 (a) Cilindro bajo presión interna; (b) Modelo Axisimétrico; (c) Elemento Cuadrilátero; (d) Elemento Triangular.

- Plate y elementos Shell

La básica proposición en el análisis de los elementos Plate y Shell son que la estructura (Fig. 4.7) sea delgada en una dimensión y por consiguiente las siguientes suposiciones pueden hacerse:

1) La tensión a través del espesor (del plate/shell son cero)

2) Las partículas del material que están originalmente en una línea recta perpendicular a la superficie del medio del plate/shell, permanecen en una línea recta durante las deformaciones. En la teoría de Kirchhoff, las deformaciones de la sección son despreciadas y la línea recta permanece perpendicular a la superficie del medio durante las deformaciones. En la teoría de Mindlin, las deformaciones de la sección son incluidas y por consiguiente la línea originalmente normal a la superficie del medio no permanece en general perpendicular a la superficie del medio durante las deformaciones.

En ciertos problemas, el cuerpo dado no puede representarse como la unión de sólo un tipo de elementos. En cosas así nosotros tenemos que usar dos o más tipos de elementos para su idealización. Los ejemplos de esto serían el análisis de un ala del avión o el análisis de un cuerpo del automóvil.

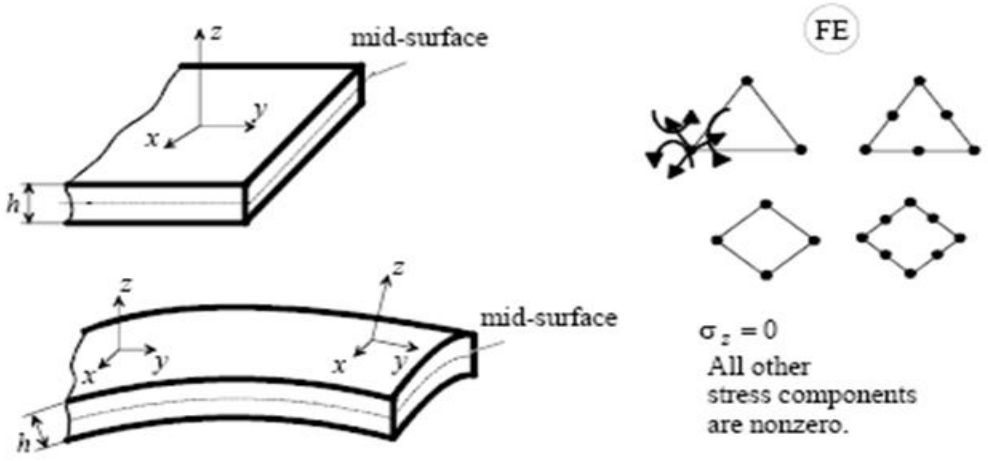


Figura 4.7 Estructuras de plate y Shell

- Sólidos elásticos tridimensionales ó elementos **'Brick'**

Los elementos sólidos son elementos tridimensionales con tres grados de libertad de traslación por nodo, ver figura 4.8. Los nodos son usualmente introducidos en la intersección de los tres planos, o la mitad de la intersección de dos planos Un elemento brick de 8 nodos, con sus respectivos grados de libertad se puede apreciar en la figura 4.8

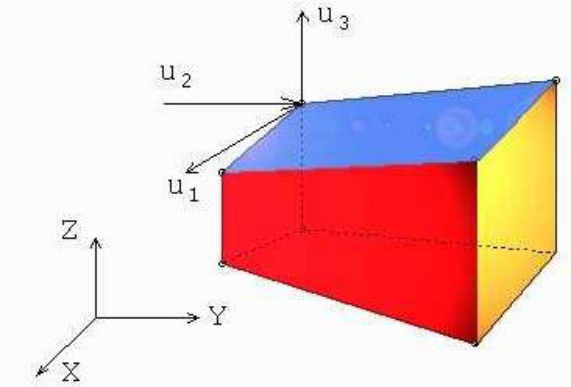


Figura 4.8 Elemento brick y sus grados de libertad por nodo (8 nodos).

El elemento brick puede proveer información acerca de la variación tridimensional de los esfuerzos y deformaciones del elemento.

4.5 Efecto de la Geometría. Mallado

Consideraciones generales para la construcción de la malla.

Una malla de elementos finitos para la solución de un problema debe tener en cuenta lo esencial de la geometría de la estructura y las capas de suelo que se ponen en contacto para la solución del problema (heterogeneidad de los materiales, presencia de discontinuidad). Pero la malla debe ser en sí, el fruto de un compromiso entre la capacidad de cálculo posible (numero máximo de grados de libertad) y la precisión aceptable sobre los resultados numéricos. La malla utilizada debe ser construida considerando los siguientes puntos.

5 Todas las simetrías compatibles con el problema mecánico (geometría, condiciones límites, cargas) deben ser utilizadas a fin de reducir el tamaño del sistema estudiado.

6 La malla debe ser suficientemente fina en las zonas más solicitadas, quiere decir, en las zonas donde existan grandes variaciones de los desplazamientos y las tensiones. Estas variaciones son coaccionadas ya sea por una carga, o por la presencia de una singularidad geométrica (ángulo brusco, cambio de espesor), por los contornos geométricos de fuerte curvatura (cavidades), o también por las características mecánicas localmente muy leves o muy fuertes en correspondencia a este medio ambiente [Mesat (1993)].

7 El tamaño de los elementos debe estar, en la medida de lo posible de tal forma que la relación entre la mayor dimensión del elemento y la menor dimensión este cercana a la unidad. En particular, en las zonas de fuertes gradientes, los triángulos tendrán similitud, en lo posible, a los triángulos equiláteros, los cuadriláteros a los cuadrados, y los hexaedros a los cúbicos, para no introducir perturbaciones en los cálculos numéricos (distorsión de los elementos).

8 En las zonas menos solicitadas, los elementos de gran tamaño son generalmente colocados en el lugar para alcanzar las fronteras exteriores. No hay reglas precisas para

establecer él tamaño de los elementos, es suficiente argumentar un aumento progresivo regular lejos de las zonas sensibles.

Se sugiere seguir las siguientes recomendaciones (Modelos planos):

10. En problemas que presenten cargas concentradas y/o discontinuidades geométricas, aplicar el principio de St. Venant para hallar las regiones que requieren una malla refinada. Básicamente, el principio dice que las cargas concentradas o discontinuidades geométricas causan sólo tensiones y deformaciones en las zonas próximas a la carga o discontinuidad.
    El principio de St. Venant es también útil para determinar el nº de elementos requerido en diferentes áreas del modelo. Basándonos en este principio, sólo áreas dentro de la longitud de atenuación de la carga aplicada o discontinuidad requieren una malla refinada. Áreas fuera de la longitud de atenuación pueden discretizarse con una malla grosera
11. Por lo general, un análisis de tensiones requiere una malla más densa que un análisis de desplazamientos. Los análisis térmicos requieren mallas aún más densas. Si fuera necesario, realizar estudios de convergencia.

12. Colocar nodos en apoyos, puntos de aplicación de cargas y en general donde sea necesario obtener información de desplazamientos, tensiones o temperaturas.

    Por ejemplo, en un análisis modal hay que mallar con los nodos necesarios para representar con precisión los modos de vibración deseados, mallando con dos elementos por onda respecto al último nodo de mayor interés, figura 4.9.

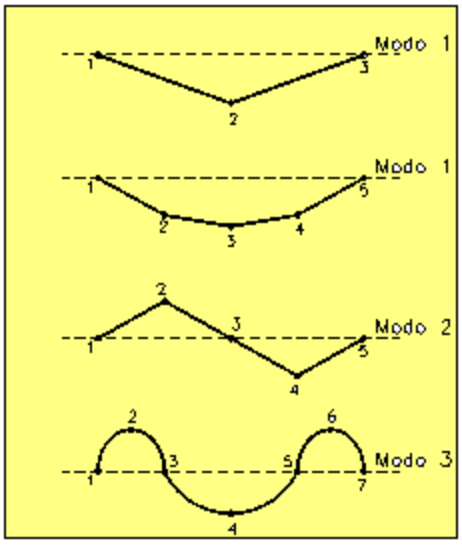


Figura 4.9 Colocación de nodos donde es necesario obtener los desplazamientos, tensiones o temperaturas.

13. Siempre que sea posible, usar mallado uniforme (igual separación entre nodos). En regiones de transición de alta a baja densidad de malla, no cambiar las dimensiones de los elementos adyacentes por un factor mayor de 2. Si fuera necesario, hacer la transición sobre una serie de elementos para mantener este factor.

    En áreas normales, tratar de mantener una malla uniforme. El mallado uniforme es fácil de crear en el ordenador y además los resultados y comportamiento de un mallado uniforme son más fáciles de interpretar.

    El mallado no uniforme sólo está justificado en zonas de transición o en regiones de geometría rara, figura 4.10.

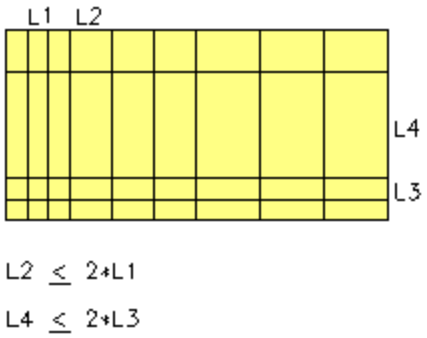


Figura 4.10 Proporciones recomendads de mallado no uniforme.

14. Mallar siempre que sea posible con cuadriláteros en vez de elementos triangulares. Usar elementos triangulares (ver figura 4.11) sólo para transiciones de malla o por exigencias geométricas.

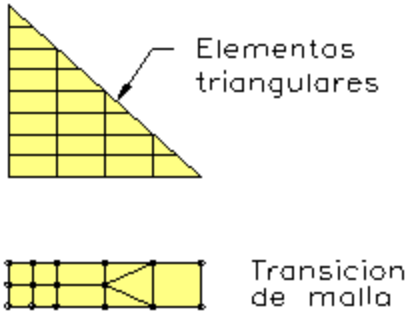


Figura 4.11 Mallado triangular

Los elementos cuadriláteros son generalmente más exactos que los triángulos. Esto es particularmente cierto para elementos sólidos.

La excepción de esta regla se encuentra en el uso de elementos placa en problemas de flexión pura y en problemas no lineales donde los elementos triangulares se ha demostrado que dan resultados veraces

15. Para elementos triangulares y cuadriláteros, la relación largo/ancho o "**Aspect Ratio**" (verlo en la figura 4.12) debe ser lo más cercana a 1.0. Se permiten Ratios de hasta 5, pero siempre que sea posible se mantendrá por debajo de 3.

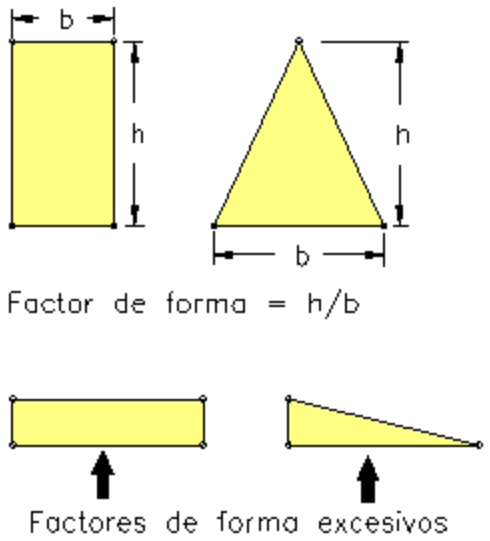


Figura 4.12 Relación de dimensiones (Factor de Forma) de elementos cuadrados y triangulares.

16. Los elementos triangulares y cuadriláteros no deben presentar ángulos extremadamente agudos u obtusos. No se permiten desviaciones superiores a 30º del ángulo óptimo equilátero en elementos triangulares y del ángulo recto en cuadriláteros, ver figura 4.13

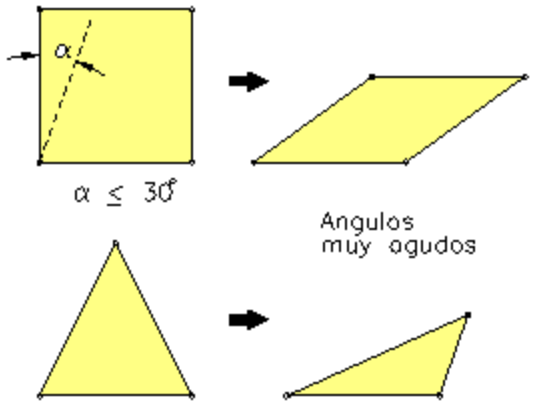


Figura 4.13 Desviacion permisible en elementos triangulares y cuadriláteros.

Las tensiones en elementos se derivan de funciones de interpolación basadas en formas razonables del elemento.

Elementos de longitud cero, excesivamente curvados u oblicuos producirán resultados impredecibles o causarán problemas durante la ejecución del programa.

17. Las superficies curvadas pueden mallarse con elementos planos, pero el ángulo barrido no debe ser mayor de 15º y los nodos del elemento deben estar en el mismo plano, figura 4.14

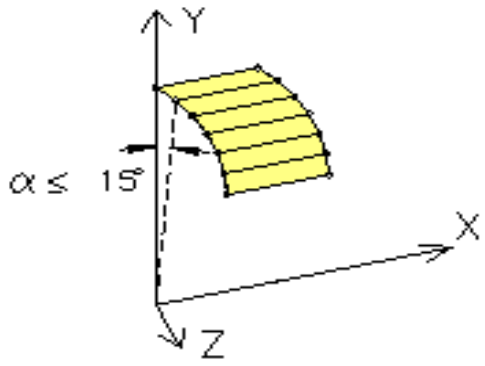


Figura 4.14 Mallado de superficies curvas con elelmentos planos

18. Los elementos no deben abarcar zonas de cambios de espesor o con discontinuidades geométricas, lo que causaría errores numéricos y resultados inexactos. En estos casos es recomendable añadir nodos adicionales y usar elementos de menor tamaño, figura 4.15

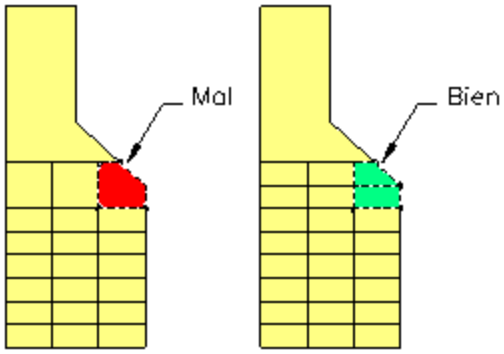


Figura 4.15 Mallado en zonas de cambios geomótricos.

Se recomienda en discontinuidades geométricas

Hay dos aproximaciones básicas para modelar agujeros, grietas y entalles:

a. El primero, involucra el uso de un modelo local con una malla refinada alrededor de la discontinuidad. Este método, usualmente requiere una malla detallada que pueda modelar de forma precisa la región alrededor de la discontinuidad.

b. Si el factor concentrador de esfuerzo K se conoce de la bibliografía o datos experimentales, un modelo preliminar que calcule el esfuerzo alrededor de la discontinuidad, puede ser usado.

Cuando hay un cambio drástico en la geometría, se puede usar una malla más refinada en la

región donde los cambios se localizan. También, se pueden combinar diferentes tipos de elementos en la misma modelización, tanto elementos unidimensionales, con bidimensionales, así con tridimensionales.

4.6 Efecto de las condiciones de contorno

Las condiciones de contorno estructurales incluyen:

-Restricciones de desplazamientos

-Fuerzas aplicadas en nudos

-Presiones sobre los elementos

-Temperaturas en nudos

-Cargas volumétricas o de inercia (gravedad)

Distancias Horizontales y Verticales para las diferentes tipos de estructuras.

-Pilote

La malla de un pilote aislado, situado en un suelo homogéneo semi-infinito debe ser realizada teniendo en cuenta las recomendaciones siguientes:

Los límites verticales de la malla deben ser fijados al menos dos veces la altura o el largo (L) del pilote y el límite vertical inferior al menos dos veces el lado L debajo del punto (3L desde la superficie), porque las condiciones límites de los desplazamientos no influyen sobre el comportamiento del pilote.

La interacción entre el pilote y el suelo (cara y el punto) son representados por los elementos finitos de interacción compatibles con los elementos más utilizados para describir el suelo (Elementos de interfase).

La malla de un pilote aislado debe ser relativamente estrecha cuando se acerca a las interacciones, quiere decir, a la punta del pilote y a lo largo de la cara del mismo.

La relación entre la forma (relación de la menor dimensión de un elemento con la mayor dimensión) de los elementos cerca del pilote deberá estar limitado a 1/5.

El lado B (según la dirección horizontal) del primer elemento directamente adyacente al pilote debe ser al menos tal que B=0.1D donde D es el diámetro del pilote. En la figura 4.16 se puede apreciar lo expuesto anteriormente.

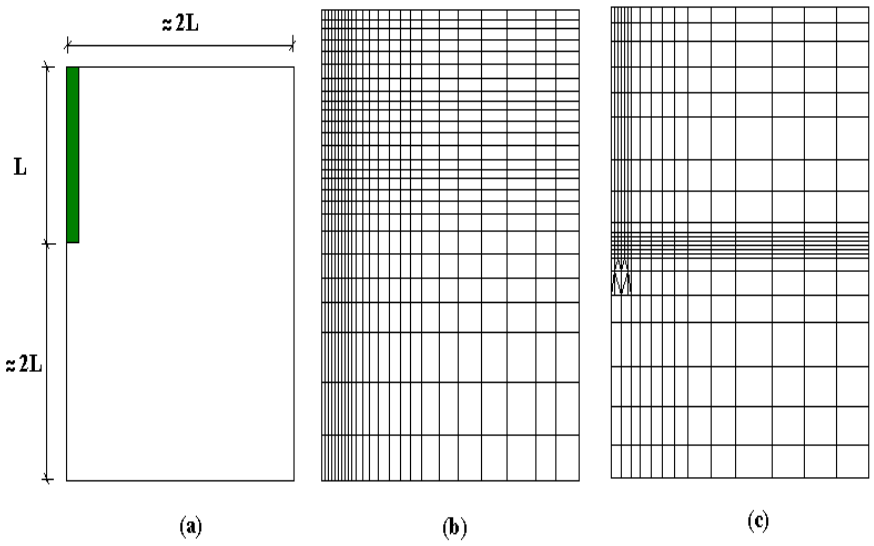


Figura 4.16 Modelación de un Pilote

En cimentos aislados rectangulares la distancia horizontal recomendada es de 1.5 veces el lado mayor de este, como se muestra en la figura 4.17 y la distancia vertical es de 3 veces dicho lado.

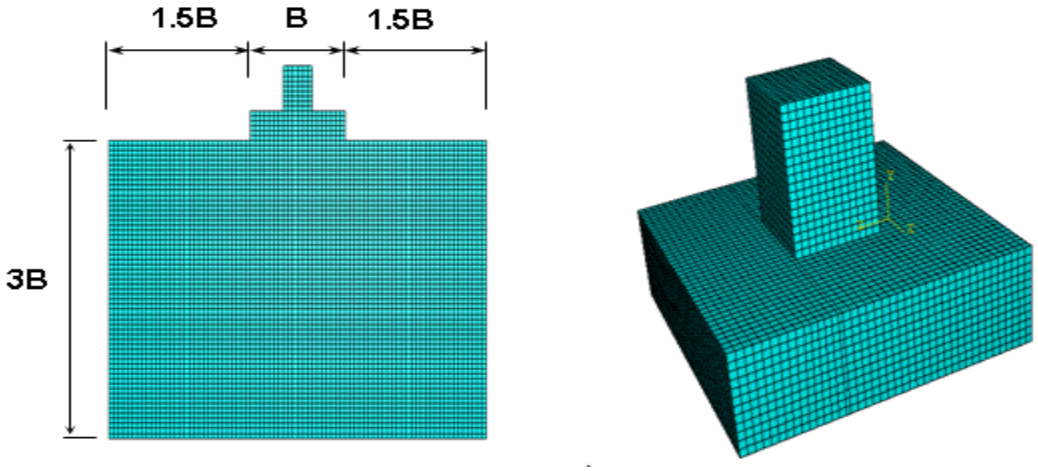


Figura 4.17 Modelación de un Cimiento Aislado

En cimentaciones en balsa se recomienda para la distancia horizontal dos veces el lado mayor de esta y para la distancia vertical tres veces dicho lado (figura 4.18)

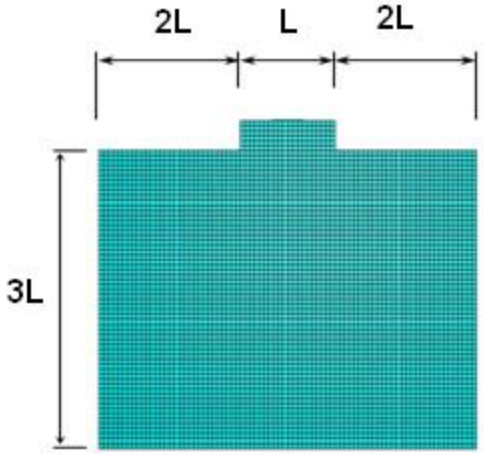


Figura 4.18

4.7 Efecto del modelo del material

Los modelos de los materiales podemos definirlos como: Modelos Lineales, Modelos Elásticos, Modelos Plásticos, Modelos no Lineales, Modelos surgidos por la combinación de estos Modelos y otros menos usados como Modelos Reológicos, etc.

- **FACTORES DE INCERTIDUMBRE. Asociados a los modelos de los materiales.**

  - Calidad y homogeneidad del material
  - Dispersión en los ensayos experimentales
  - Adecuación a las condiciones reales de servicio
  - Fenómenos de fluencia y relajación
  - Degradación debida a causas físicas y químicas
  - Efectos cíclicos y dinámicos
  - Fatiga, etc.

Tabla 4.1 Modelos para los distintos materiales de la construcción.

Material	Modelo	Rotura
Hormigón	**Lineal-elástico**	**Criterio de daño**
Acero	**Lineal-elástico**	**Rotura: Elasto-plástico**
Suelo	**Elasto-plástico**	**Anisótropo y Can Clay**
Madera	**Lineal-elástico**	**R de solicitación(ensayos)**

4.8 Efecto de las cargas

Cargas: Es la denominación que se le dan a las fuerzas externas activas que actúan sobre una estructura, es decir, aquellas que son capaces de producir estados tensiónales internos o solicitaciones, así como cambios en las distancias entre dos puntos de un cuerpo.

El origen de las cargas suele se muy diverso, en ella caben el peso propio del elemento, de relleno y terminaciones de piso; la carga de servicio para cuya función se diseña el elemento o estructura; acciones de retracción del hormigón fresco; cambios de temperatura; asentamiento o giro en un cimiento; presión del viento; sismo, etc. El estudio de las mismas requiere de un tratamiento diferenciado, que se inicia con esta asignatura y se complementa con otras de la carrera.

Las cargas pueden ser:

Repartidas (distribuidas): pueden distribuirse sobre un volumen (kN/m^3), superficie (kN/m^2) o una longitud (kN/m). Ejemplo:

- Sobre un volumen: peso del agua en un tanque

-Sobre una superficie: Cargas producto de las personas sobre una losa de hormigón.

- Si actúan sobre una viga son sustituidas por una carga continua a lo largo de esta

Concentradas: Cuando las cargas superficiales están distribuidas sobre una superficie relativamente pequeña, pueden sustituirse por una **fuerza concentrada** equivalente (**resultante**.

Ejemplo:

- Carga vertical que baja desde una estructura hacia los cimientos;

- Carga que transmite un vigueta sobre una viga principal, etc.

Realmente las cargas concentradas no existen, es una abstracción mas (modelación) que se hace para el análisis y que bien fundamentada no tiene incidencia en los resultados finales.

Las cargas que se usan para el análisis de estructuras, en ingeniería, vienen expresadas en los códigos o normas oficiales de cada país, salvo raras excepciones, y son el resultado de amplios y profundos estudios estadísticos y de laboratorios, y son por lo tanto un modelo de la acción física real que tendrá la estructura.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones.

En este trabajo han sido investigadas diferentes problemáticas relacionadas con: la metodología para la modelación de problemas ingenieriles, el estudio, crítica, metodología, recomendaciones y aspectos generales del empleo de la modelación por MEF de obras estructurales y la aplicación de la Modelación en problemas geotécnicos, llegando a conclusiones especificas en cada uno de ellos. A continuación, se hace énfasis en aquellas conclusiones, que engloban el aporte de este trabajo al tema objeto de estudio:

1. La modelación de problemas ingenieriles reales en esencia no es más que el análisis de los siguientes aspectos: Identificar y analizar el problema con todas sus incertidumbres y su complejidad, Establecer los modelos que permiten idealizar el problema lo más fielmente posible y a la vez te facilite su estudio, aplicar diferentes métodos de diseños para obtener la solución del modelo del problema real, y finalmente introducir de alguna forma un margen de seguridad, que garantice que la solución obtenida sea lo más representativa posible de la real y que siempre las posibles diferencias puedan ser tomadas por la seguridad introducida

2. El MEF proporciona sólo respuestas numéricas cuantitativas concretas no relaciones cualitativas generales.

3. En el MEF la mayoría de aplicaciones prácticas requiere mucho tiempo para ajustar detalles de la geometría.

4. En general una simulación requiere el uso de numerosas pruebas y ensayos antes de empezar a lograr resultados satisfactorios.

5. Los resultados obtenidos deben ser comprobados con resultados reales experimentales, que en la actualidad este proceso se conoce como calibrar el modelo.

6. La selección del modelo a analizar 1D ,2D o 3D depende de la complejidad del problema, la capacidad computacional y los niveles de detalles que se quieren alcanzar.

7. La modelación utilizando el software SIGMA/W tiene como limitante que solo pueden ser análisis planos.

Recomendaciones.

No obstante los resultados obtenidos en esta investigación, todavía quedan muchos aspectos de la metodología para la modelación por el método de los elementos finitos. Como recomendaciones y futuras líneas de investigación que continúen las presentadas en este trabajo se pueden destacar las siguientes:

1. En los aspectos relacionados con las recomendaciones de los modelos de los materiales, brindar de forma más especifica los parámetros y modelos constitutivos con los que se identifican los diferentes materiales usados para la construcción de obras ingenieriles.

2. Tratar estas aplicaciones y ejemplos resueltos con otros programas como el COSMOS, el Ábacos y el Praxis para poder modelar problemas de todo tipo y no tan solo los relacionados con problemas geotécnicos como lo hace el sigma/w.

Bibliografía

Bibliografía.

1. Botello Rionda, S. (2002). Ejemplos de Aplicación de los Métodos Numéricos a Problemas de Ingeniería, Centro de Investigación en Matemáticas A.C.

2. Bowles, J. E. (1984). Phisical and Geotechnical Properties of Soils. New York.

3. Bowles, J. E. d. E. E. M. G.-H. B. p. C., A and Kerisel, J. (1964): Tratado de Mecánica de Suelos. 1ed en Castellanos. Gaunthier-Villars, Paris, France (1984). Phisical and Geotechnical Properties of Soils. New York.

4. Cavendish, J. C. (1985). "An Approach to Automatic Threedimensional Finite Element. Mesh Generation." International Journal for Numerical Methods in
5. Engineering, **Vol. 21**.

6. Coll Sans, A. (2003). Mejora de la calidad de mallas para elementos finitos

7. Cubillos, A.-P. I. M. Introducción al Método de los Elementos Finitos. Universidad de Ibagué.

8. Esqueda, S. (2005). "APLICACIÓN DEL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS EN LA
9. SIMULACION DE CIMENTACIONES SUPERFICIALES."

10. Field, D. A. (1985). Automation of Tetrahedral Mesh Generation . Michigan, G.M.R.L.

11. Gaunthier, V. Tratado de Mecánica de Suelos París.

12. H.J. Puga, R. (2001). Mapping definition as interface between experimental optical technique
13. and computer modeling for study of mechanical strutures, Optical Engineering

14. Hormaza, V. M. (1995). "Un método de regularización de mallas de elementos finitos en modelos tridimensionales sólidos." Revista Internacional de Métodos Numéricos para cálculo y Diseño en Ingeniería

15. Ibañez Mora, L. C. (2001). Modelación matemática de las cimentaciones sobre Pilotes. Aplicaciones. Departamento de Ingeriería Civil Ciudad de La Habana, Intituto Superior PolitécnicoJosé Antonio Echeverría.

16. Ibañez Mora, L. C. (2003). Modelación por elementos finitos de pilotes en suelos cohesivos. Departamento de Ingeniería Civil Facultad de Construcciones. Santa Clara, Universidad Central Martha Abreu de Las Villas.

17. Ibañez Mora, L. O. (2003). Modelación por elementos finitos de pilotes en suelos friccionales. Departamento de Ing. Civil. Facultad de Construcciones, UCLV.

18. Jiménez Sala, J. A. (1994). Curso sobre pilotajes y cimentaciones especiales. Madrid, CEDEX.

19. Jouglard, C. E. (2002). Introducción al Método de Elementos Finitos: Conceptos de Mecánica de Sólidos. Facultad de Buenos Aires Buenos Aires, Universidad Tecnológica Nacional

20. Marroquin, J. L. (August 2002.). An accurate and efficient Bayesian method for automatic segmentation of
21. brain MRI.

22. Martínez, R. (Abril 1991). "Optimización de mallas bidimensionales en elementos finitos." Revista de obras Públicas.

23. Nguyen and Van-Phai (1982). "Automatic Mesh Generation with Tetrahedron Elements." International Journal for Numerical Methods in Engineering **Vol. 18**.

24. Oller, S. E. O. J. M. y. S. B. (1996). PLASTIC DAMAGE CONSTITUTIVE MODEL FOR COMPOSITE
25. MATERIALS, Int. Jor. of SOLIDS and STRUCTURES

26. R. Perucchio, M. S. y. A. K., "", I (1989). "Automatic Mesh Generation from Solid Models Based
27. on Recursive Spatial Descompositions." nternational Journal for Numerical Methods in Engineering, 8 **Vol. 2**.

28. Rodríguez Rebolledo, J. F. (2002). Aplicación del Método de los Elementos Finitos al Diseño de Cimentaciones Piloteadas. Barcelona, Editorial CIMNE Instituto de Ingeniería, UNAM Ciudad Universitaria.

29. Sowers, G. B. and G. F. Sowers (1975). Introducción a la Mecánica de Suelos y Cimentaciones. México, Editorial LIMUSA.

30. Wordenweber, B. (1981). Automatic Mesh Generation of 2 and 3 Dimension CurvilinearManifolds. Computer Laboratory Cambridge, U.K, University of Cambridge.

31. Yerry , M. A. and M. S. Stephard (1984). "Automatic Three-dimensional Mesh Generation by the Modified-octree Technique." nternational Journal for Numerical Methods in Engineering **Vol. 20**.

32. Zienkiewicz, O. C. (2004). El método de los elementos finitos. Barcelona, CIMNE.

33. Zienkiewicz, O. C. (2004.). El método de los elementos finitos. Barcelona, CIMNE.