

“Manual para el diseño de losas planas apoyadas sobre muros de albañilería”

Trabajo de Diploma

23/06/2014

UNIVERSIDAD CENTRAL “MARTA ABREU” DE LAS VILLAS

FACULTAD DE CONSTRUCCIONES

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

Diplomante: Amaury Suárez Hernández.

Tutor: Dr. Ing. Juan José Hernández Santana.

Pensamiento

Pensamiento.

*La lógica es la forma más sencilla
de contestar un examen
sin haber estudiado...
pero hasta de eso carecen muchos.*

Agradecimientos

Agradecimientos.

Agradezco a mi familia en primer lugar:

la del Reparto Solí, la del Rubí, la de Rancho Grande.

A mi tutor.

A mi novia y sus padres. También a su amiga Danay que la tengo que estar soportando.

A mis profesores a lo largo de la vida.

A mis compañeros, en especial los del cuarto y entre ellos a Dayron.

También a los del otro cuarto, el cuarto del Cayo.

A mis amigos de caza.

De forma general a todo el que me ha ayudado, que puede que ni lo sepan porque a veces una palabra basta o una actitud determina.

Quien me intentó ayudar o se preocupó por este momento de mi vida, que no dude que le estoy agradecido.

No mencioné a todos porque son muchas personas y porque además, no tienen que estar escrito, en mi memoria van.

Dedicatoria

Dedicatoria.

*A mis padres,
que han hecho más que yo para que hoy este aquí.*

A mis abuelos.

*A mis cuatro hermanos,
Alyanet, Chavely, Mauro y mi tía.*

*A mi sobrino,
“piti”.*

*A mi familia no de sangre pero si de corazón,
esa que llaman política.*

*A mis amigos,
ellos saben quiénes son.*

Y a dos personas bien especiales:

*A mi niña grande,
mi novia;*

*y a quien no saco un instante de mi alma porque no tiene sustitución,
a mami, mi abuela Elia.*

Resumen.

En el presente trabajo de diploma se estudia el diseño de losas planas rectangulares apoyadas sobre muros de albañilería, el objetivo general del trabajo es desarrollar un manual de diseño basado en el Método del Pórtico Equivalente.

Para ello se llevó a cabo una revisión y análisis bibliográfico de la literatura nacional e internacional más actualizada, que se expone en el estado del conocimiento sobre el diseño de losas planas rectangulares de hormigón armado trabajando en dos direcciones.

Se analizaron las consideraciones del Método del Pórtico Equivalente para cuando existen muros sirviendo como apoyos en las losas, siendo la distribución de momento hacia las franjas de diseño el principal aspecto de análisis. Posteriormente se diseñaron diferentes tipos de losas, siempre apoyadas sobre muros de albañilería, y se compararon los resultados obtenidos con los resultados para cuando se diseña con el Método de los Coeficientes.

El Manual de Diseño se elaboró en el programa Microsoft Excel pues este programa se encuentra presente en prácticamente cualquier ordenador, este hecho hace que sea más fácil el uso y el trabajo con el Manual de Diseño, el mismo se concentró en ofrecer el espaciamiento del acero de refuerzo de la losa en cada franja de diseño y en ambas direcciones.

Índice.

PENSAMIENTO.....	I
AGRADECIMIENTOS.....	II
DEDICATORIA.....	III
RESUMEN.....	IV
ÍNDICE.....	V
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1: ESTADO DEL CONOCIMIENTO SOBRE EL DISEÑO DE LOSAS PLANAS RECTANGULARES DE HORMIGÓN ARMADO TRABAJANDO EN DOS DIRECCIONES.....	6
1.1. <i>Generalidades.....</i>	6
1.2. <i>Forma de trabajo de losas rectangulares.....</i>	8
1.3. <i>Comportamiento de losas rectangulares trabajando en dos direcciones apoyadas en los cuatro bordes sobre muros.....</i>	9
1.4. <i>Peralto de losas rectangulares trabajando en dos direcciones.....</i>	11
1.4.1 Losas sin vigas interiores.....	11
1.4.2 Losas con vigas interiores.....	13
1.5. <i>Métodos de diseño de losas rectangulares que trabajan en dos direcciones.....</i>	14
1.5.1 Método de Marcus.....	14
1.5.2 Método de Kalmanok.....	16
1.5.3 Método de Diseño Directo.....	16
1.5.4 Método del Pórtico Equivalente.....	21
1.6. <i>Conclusiones Parciales del Capítulo.....</i>	25
CAPÍTULO 2: MÉTODO DEL PÓRTICO EQUIVALENTE PARA EL DISEÑO DE LOSAS PLANAS RECTANGULARES APOYADAS SOBRE MUROS DE ALBAÑILERÍA.....	26
2.1 Modelación de las condiciones de apoyo de losas rectangulares.....	26
2.2 Peralto de losas rectangulares trabajando en dos direcciones apoyadas sobre muros de albañilería en todos sus bordes.....	27
2.3 Análisis de la carga viva.....	30
2.4 Clasificación de los pórticos equivalentes y determinación del ancho de las franjas de diseño.....	35
2.5 Distribución de momento hacia las franjas de diseño.....	37
2.6 Comparación de los Métodos de Diseño.....	40
2.7 Ejemplos.....	43
2.8 Conclusiones Parciales del Capítulo.....	53
CAPÍTULO 3: PROPUESTA DEL MANUAL DE DISEÑO DE LOSAS PLANAS RECTANGULARES APOYADAS SOBRE MUROS DE ALBAÑILERÍA.....	54
3.1 Descripción del Manual.....	54
3.2 Trabajo con el Manual.....	55
3.3 Ejemplo.....	59
3.4 Conclusiones Parciales del Capítulo.....	61
CONCLUSIONES GENERALES.....	62
RECOMENDACIONES.....	63
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	64
BIBLIOGRAFÍA.....	65

Introducción.

Las losas o placas, como popularmente son más conocidas en Cuba, son elementos estructurales que trabajan predominantemente a flexión. Las mismas pueden servir de entrepiso o cubierta y también se pueden encontrar apoyadas sobre el terreno, aunque este último caso no se incluye en este estudio.

Las losas pueden trabajar en una o dos direcciones, dependiendo de cómo se deformen al actuar las cargas, siendo los factores determinantes, la relación de las luces y los tipos y ubicación de los apoyos.

Sirviendo de apoyo pueden estar tabiques o columnas, donde las columnas en ocasiones presentan capiteles y/o ábacos. Los paneles de losa pueden además, presentar vigas en los bordes.

Entre los métodos de diseño podemos encontrar: el Método de Marcus, el Método de Kalmanok, el Método del Pórtico Equivalente (M.P.E), etc. Actualmente el A.C.I reconoce al Método del Pórtico Equivalente como el más adecuado por sus bases teóricas, pero no obstante, aclara que: *los sistemas de losas se pueden diseñar mediante cualquier procedimiento que satisfaga las condiciones de equilibrio y compatibilidad geométrica, si se demuestra que la resistencia de diseño, en cada sección, es como mínimo, igual a la resistencia requerida por los artículos 9.2 y 9.3 y que se verifican todas las condiciones de servicio, incluyendo los valores límites establecidos para las flechas.*

También existen programas computacionales para diseñar. En los ordenadores *aparece primero la discretización de las losas como si se tratase de emparrillados y más tarde el análisis mediante elementos finitos, este último de imposible ejecución sin un soporte informático adecuado.*

Cuando comenzaron a aparecer estos programas se *tenía el grave problema de tener que acertar en la elección de una discretización correcta de los elementos que permitiera una lectura de resultados suficientemente fiable. Esto se traducía muchas veces en unas laboriosas entradas de datos, no siempre*

Introducción

exentas de errores. Actualmente en la interpretación de los resultados que brindan los programas es donde se centran los inconvenientes, muchas veces se interpretan de manera errónea o simplemente no se sabe a qué responden y por lo tanto son inutilizables en la práctica.

Un método de cálculo manual siempre es una herramienta necesaria y puede resultar en ocasiones más cómodo e inclusive presentar sus ventajas. En todos los casos no se amerita un trabajo complicado para diseñar por lo que realizarlo mediante métodos manuales es más factible que desarrollar la modelación y el diseño en programas computacionales para estos fines.

Las losas apoyadas sobre muros de albañilería se diseñan tradicionalmente por el Método de Marcus o utilizando las Tablas de Kalmanok, ya estos métodos van siendo sustituidos por otros con mayor alcance y es el M.P.E el que se ha ido adoptando. En Cuba es muy común encontrar las viviendas con losas apoyadas sobre muros de albañilería y el M.P.E no tiene definido un procedimiento detallado para este tipo de losas; por lo tanto, como *Situación Problémica* se plantea la necesidad de diseñar losas planas apoyadas sobre muros de albañilería mediante el M.P.E.

Surge así el *Problema Científico*:

¿Será posible basarse en el Método del Pórtico Equivalente para elaborar un manual de diseño para las losas planas apoyadas sobre muros de albañilería?

Hipótesis:

Si el Método del Pórtico Equivalente se interpretara para losas planas simplemente apoyadas sobre muros de albañilería los resultados obtenidos serían lo suficientemente confiables como para establecer un algoritmo de diseño.

Introducción

Objetivos del Trabajo:

Objetivo General:

Desarrollar un manual de diseño para losas planas apoyadas sobre muros de albañilería mediante el M.P.E.

Objetivos Específicos:

1. Realizar un análisis crítico de las bases teóricas de los métodos de diseño más utilizados en Cuba:
 - Método de los Coeficientes del ACI 63 (Marcus).
 - Método de Kalmanok.
 - Método del Pórtico Equivalente.
 - Otros métodos que se vayan considerando durante la investigación.
2. Desarrollar el procedimiento de diseño del M.P.E para resolver losas planas apoyadas sobre muros de albañilería en todos sus bordes.
3. Ejecutar un análisis comparativo de los métodos desarrollando ejemplos para conocer las semejanzas o diferencias en los resultados.
4. Elaborar un manual para diseñar losas planas apoyadas sobre muros de albañilería basado en el M.P.E.

Tareas de Investigación:

Búsqueda de la bibliografía que trate sobre los métodos de diseño de losas y los fundamentos teóricos de los mismos.

Realizar diseños de losas mediante diversos métodos variando las condiciones y características de estas losas.

Introducción

Comparar los resultados de los diseños obtenidos y valorar las ventajas y desventajas de cada método.

Confeccionar el manual para el diseño de losas planas apoyadas sobre muros de albañilería.

Estructura del Trabajo de Diploma:

- Resumen: Brinda una síntesis de la investigación realizada.
- Índice: Contiene la ubicación de cada capítulo.
- Introducción: Se detallan los elementos del diseño investigativo.
- Desarrollo: Incluye el contenido de cada capítulo.
 - Capítulo I: Estado del conocimiento sobre el diseño de losas planas rectangulares de hormigón armado trabajando en sus dos direcciones.
 - Capítulo II: Método del Pórtico Equivalente para el diseño de losas planas rectangulares apoyadas sobre muros de albañilería.
 - Capítulo III: Propuesta del manual de diseño de losas planas rectangulares apoyadas sobre muros de albañilería.
- Conclusiones.
- Referencias Bibliográficas.
- Bibliografía.
- Anexos.

Introducción

La novedad de la investigación se manifiesta en que se ofrecerá una nueva herramienta de diseño para las losas planas apoyadas sobre muros de albañilería. Se esclarecerán los conceptos que ofrece el M.P.E sobre el tipo de losas tratadas y además, desde el punto de vista pedagógico podría facilitar la comprensión e impartición de los métodos más complejos.

Justificación de la investigación:

Esta investigación se lleva a cabo puesto que los métodos de diseño tradicionales van siendo sustituidos por otros más actuales de mayor fundamento teórico, el M.P.E es uno de estos y resulta complicado el trabajo con el mismo, este motivo hace que en algunas situaciones se rechace. Es indispensable una interpretación del M.P.E que ofrezca una vía simple para resolver algunos casos de losas, en esta investigación son losas apoyadas sobre muros de albañilería. Aunque el diseño basado en los programas computacionales es más potente que el diseño manual, puede ser más engorroso modelar la losa de esta forma que realizar un rápido trabajo manual. También se pretende proveer al diseñador de una nueva herramienta para ser utilizada sin necesidad de mucha laboriosidad; si bien es cierto que a simple vista no presenta una gran complejidad el diseño de este tipo de losas, actualmente se realizan en la mayoría de los casos, según la experiencia del albañil y sin un verdadero respaldo teórico.

Capítulo 1: Estado del conocimiento sobre el diseño de losas planas rectangulares de hormigón armado trabajando en dos direcciones.

1.1. Generalidades.

Las losas son elementos destinados a resolver, básicamente, el sistema estructural horizontal de una edificación, y su uso más extendido se aprecia en las soluciones de entresijos y cubiertas, pudiéndose ofrecer la siguiente definición general para este tipo de elemento estructural: “Las Losas son elementos estructurales planos o superficiales en los que predominan dos dimensiones frente a la tercera, y sobre los cuales las cargas actúan perpendicularmente a su plano medio, incluido su propio peso.” **(Hernández Santana, 2011)**

En lo referente a las normativas para el diseño estructural del hormigón armado las publicaciones del American Concrete Institute (A.C.I) han servido de marco referencial para casi todos los países de América Latina, por lo general estos países, incluyendo a Cuba, desarrollan sus normas de diseño adaptando las consideraciones del Código A.C.I. a las particularidades del país. El Código A.C.I. está sumamente desarrollado y respaldado por numerosas investigaciones, experimentos y prácticas de laboratorio, hace decenas de años que salen sus publicaciones, siendo objeto de revisión y actualización en cada nueva edición que se realiza, es por ello que los métodos de diseño que presentan son rápidamente acogidos por el resto de los países.

Cuando se trata de diseñar losas que trabajan en las dos direcciones, los métodos de diseño presentan sus mayores diferencias a la hora de determinar las sollicitaciones internas de la losa, esto ocurre por el difícil y complicado comportamiento de dichos elementos y debido al distinto enfoque teórico que pueda tener cada método.

Existen tres enfoques fundamentales que son los más usados para determinar las sollicitaciones que generan las cargas exteriores:

- Teoría de la Elasticidad Clásica

- Métodos aproximados derivados de la Teoría de la Elasticidad
- Teoría Plástica o Líneas de Rotura

Muchos métodos parten de resolver una ecuación diferencial de 4to Orden deducida por Lagrange. Se le imponen las condiciones de la losa y se resuelve la ecuación, así se han desarrollado varios manuales y varias tablas de coeficientes para algunos tipos específicos de losas. **(Hernández Santana, 2011)**

El "Manual para el cálculo de placas" de A. S. Kalmanok es una de las obras más terminadas para estos fines, como también lo son las tablas que aparecen en el libro "Theory of Plates and Shells" de Timoshenko. **(Hernández Santana, 2011)**

El método 3 del Código A.C.I de 1963. Desarrollado originalmente por Marcus y utilizado ampliamente en Europa, fue introducido en los Estados Unidos por Rogers. Desde 1963 se utiliza en forma amplia para losas apoyadas en los bordes por muros, vigas de acero o vigas monolíticas de concreto, cuya altura total no sea menor que aproximadamente tres veces el espesor de la losa. Aunque no formó parte del Código ACI de 1977 o de versiones posteriores, se permite su uso continuo bajo la disposición del Código actual con relación a que un sistema de losa puede diseñarse utilizando cualquier procedimiento que satisfaga las condiciones de equilibrio y de compatibilidad geométrica, siempre y cuando se demuestre que la resistencia de diseño en cada sección es por lo menos igual a la resistencia requerida, y que se cumplen los requisitos de funcionalidad. **(Nilson, 2001)**

Hasta la edición 1989 del Código (revisada en 1992), el artículo R13.6.3.3 incluía un "Método de Rigidez Modificado" que reflejaba la distribución original, y que permitía confirmar que las ayudas para el diseño y el software basados en la distribución original en función de la relación de rigidez α_{ec} aún eran aplicables. El "Método de Rigidez Modificado" se eliminó del artículo R13.6.3.3 en la edición 1995 del Código y el comentario. **(P.C.A.)**

Actualmente existen dos métodos que propone el Código A.C.I para el diseño de losas rectangulares, estos son, el Método de Diseño Directo (M.D.D) y el Método del Pórtico Equivalente (M.P.E).

1.2. Forma de trabajo de losas rectangulares.

Las losas rectangulares tienen dos formas fundamentales de transmitir las cargas a los apoyos, lo que es llamado forma de trabajo de la losa. Esta forma de trabajo de la losa puede ser en una dirección o en dos direcciones.

En planta, las losas pueden presentar diferentes geometrías. Las losas rectangulares son las más frecuentes y su forma de trabajo depende de dos razones fundamentales:

- Las condiciones de sustentación que posea el elemento en cuanto a cantidad y ubicación de los apoyos.
- La rectangularidad que posea la losa.

El primer criterio es definitorio siempre que exista al menos un borde que se encuentre libre, mientras que el segundo es aplicable sólo a losas que se encuentren apoyadas en sus cuatro bordes. **(Hernández Santana, 2011)**

Si es la rectangularidad el factor decisivo de acuerdo con las condiciones de sustentación que posea la losa, entonces, se considera trabajando en una dirección si $\frac{L_l}{L_c} \geq 2$, en caso contrario trabaja en las dos direcciones.

En las losas que trabajan en dos direcciones es más difícil determinar su comportamiento, esto ocurre porque cuando se apoyan sobre todos los bordes no se comporta de igual forma a cuando tienen algún borde libre, tampoco será igual cuando los apoyos sean muros a cuando sean columnas, ni cuando presenten vigas en los bordes o interiores a cuando no las tengan.

Como se puede apreciar es realmente diverso el comportamiento de una losa cuando trabaja en dos direcciones puesto que son varias las condiciones y las características que pueden presentar. Debido a esto son varios los métodos de

diseño que existen para resolver las losas que trabajan en sus dos direcciones, cada método tiene sus hipótesis y particularidades, la mayor parte se basan en condiciones específicas de las losas y resuelven un determinado número de casos, no sirviendo para todos.

En Cuba lo más común es encontrar losas planas rectangulares apoyadas en muros de albañilería. Generalmente, al construir la losa, la apoyan directamente sobre una hilada de bloques, ladrillos, etc. El procedimiento puede resumirse como sigue: funden una pequeña viga encima del muro existente, llamada cerramento, encima de este cerramento colocan la hilada del mampuesto, dejando aberturas entre cada mampuesto para poder colocar el encofrado de la losa, posteriormente funden la losa. No existe presencia de vigas de borde que hagan aporte torsional a la losa.

1.3. Comportamiento de losas rectangulares trabajando en dos direcciones apoyadas en los cuatro bordes sobre muros. (Nilson, 2001)

Cuando se aplica una carga uniformemente distribuida en losas que trabajan en dos direcciones y están soportadas a lo largo de sus cuatro bordes por vigas monolíticas de hormigón relativamente altas y rígidas, por muros o por vigas principales de acero, estas se deflectan conformando una superficie en forma de plato en vez de una en forma cilíndrica como ocurre con losas que trabajan en una dirección. Aquí los soportes de borde son bastante rígidos de manera que se puede considerar que éstos no ceden bajo la carga.

Esto significa que en cualquier punto la losa tiene curvatura en las dos direcciones principales y puesto que los momentos flectores son proporcionales a las curvaturas, también existen momentos en ambas direcciones. Para resistir estos momentos, la losa debe reforzarse en las dos direcciones, al menos por dos capas de barras perpendiculares con respecto a los dos pares

Capítulo 1

de bordes. La losa debe diseñarse para tomar una parte proporcional de la carga en cada dirección.

Suponiendo un modelo de losa conformado por dos conjuntos de tres franjas cada uno, se puede lograr una mejor interpretación del comportamiento de la losa misma. Las dos franjas centrales se deflecan, sin embargo, las franjas extremas no sólo se deflecan sino que también se tuercen.

Este alabeo produce esfuerzos y momentos de torsión que son más pronunciados cerca de las esquinas. En consecuencia, la carga total de la losa es tomada no sólo por los momentos flectores en las dos direcciones, sino también por los momentos de torsión. Por esta razón, los momentos flectores en losas elásticas son menores que los que resultarían del cálculo que supone un conjunto de franjas desconectadas y cargadas con w_a y w_b .

Por ejemplo, para una losa cuadrada simplemente apoyada $w_a = w_b = \frac{w}{2}$. Si únicamente estuviera presente la flexión, el momento máximo para cada franja sería:

$$\left(\frac{w}{2}\right) * \frac{l^2}{8} = 0,065wl^2$$

La teoría exacta de flexión de placas elásticas demuestra que, en realidad, el momento máximo de esta losa cuadrada es apenas $0,048wl^2$, así que en este caso los momentos de torsión alivian los momentos flectores en casi el 25%.

Los mayores momentos ocurren donde la curvatura es más aguda. Esto ocurre para el centro de la luz de la franja corta central. Supongamos que la carga se incrementa hasta que esta sección se ve sobre esforzada, de manera que el acero en el centro de la franja esté en fluencia.

Si la franja fuera una viga aislada, esta condición significaría la falla; sin embargo, al considerar la losa como un todo se observa que no se presentará

una falla inmediata. Las franjas vecinas (tanto las paralelas como las perpendiculares a esta), al ser en realidad monolíticas con ella, van a tomar la fracción de cualquier carga adicional que la franja vecina no pueda soportar, hasta que ellas a su vez empiecen a fluir.

Esta redistribución inelástica continuará hasta que, en un área relativamente grande de la porción central de la losa, todos los aceros en ambas direcciones estén en fluencia; solamente entonces se presentará la falla de toda la losa. A partir de este razonamiento, demostrado con ensayos, se concluye que las losas no necesitan diseñarse para el máximo momento absoluto en cada una de las dos direcciones (como el valor de $0,048wl^2$ puesto como ejemplo anteriormente), sino únicamente para un momento promedio menor en cada una de las dos direcciones en la porción central de la losa.

Por ejemplo, uno de los métodos analíticos de uso general permite diseñar la anterior losa cuadrada para un momento de $0,036wl^2$. En comparación con el momento máximo elástico real de $0,048wl^2$, se observa que se logra una reducción en el momento gracias a la redistribución inelástica.

1.4. Peralto de losas rectangulares trabajando en dos direcciones.

1.4.1 Losas sin vigas interiores.

El espesor mínimo de las losas sin vigas interiores que se extiendan entre los apoyos y que tienen una relación entre lados no mayor que 2, debe cumplir con lo requerido en la tabla 1.1 y no debe ser inferior que los siguientes valores **(A.C.I., 2008)**:

- i. Losas sin ábacos125 mm

- ii. Losas con ábacos100 mm

Capítulo 1

Los ábacos deben cumplir con (A.C.I., 2008):

- Proyectarse bajo la losa al menos un cuarto del espesor de la losa adyacente.
- Extenderse en cada dirección desde la línea central de apoyo por una distancia no menor a un sexto de la longitud del vano medida al centro de los apoyos en esa dirección.

Espesores mínimos de losas sin vigas interiores						
F _y (MPa)	Sin ábacos			Con ábacos		
	Paneles exteriores		Paneles interiores	Paneles exteriores		Paneles interiores
	Sin vigas de borde	Con vigas de bordes		Sin vigas de borde	Con vigas de bordes	
280	$l_n/33$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/40$	$l_n/40$
420	$l_n/30$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/36$	$l_n/36$
520	$l_n/28$	$l_n/31$	$l_n/31$	$l_n/31$	$l_n/34$	$l_n/34$

Tabla 1.1

Para construcción en dos direcciones, l_n , es la luz libre en la dirección larga, medida entre cara de los apoyos en losas sin vigas y entre caras de las vigas, para losas con vigas u otros apoyos en otros casos.

Para obtener F_y entre los valores dados en la tabla, el espesor mínimo debe obtenerse por interpolación lineal.

Losas con vigas entre las columnas a lo largo de los bordes exteriores. El valor de α_f para la viga de borde no debe ser menor que 0,8.

Los límites en la tabla 1.1 son aquellos que han evolucionado a través de los años en los reglamentos de construcción. Las losas que se ajusten a estos límites no han tenido problemas sistemáticos relacionados con la rigidez para

cargas a corto y largo plazo. Naturalmente, esta conclusión se aplica únicamente en el dominio de experiencias anteriores en cargas, medio ambiente, materiales, condiciones de borde, y vanos. **(A.C.I., 2008)**

1.4.2 Losas con vigas interiores.

El espesor mínimo (h) para losas con vigas que se extienden entre los apoyos en todos los lados debe ser **(A.C.I., 2008)**:

- i. Para α_{fm} igual o menor que 0.2, se aplican disposiciones de losas sin vigas interiores.
- ii. Para α_{fm} mayor que 0.2 pero no mayor que 2.0, h no debe ser menor que:

$$h = \frac{l_n(0,8 + \frac{f_y}{1400})}{36 + 5\beta(\alpha_{fm} - 0,2)} \quad (1.1)$$

pero no menor que 125 mm.

- iii. Para α_{fm} mayor que 2.0, h no debe ser menor que:

$$h = \frac{l_n(0,8 + \frac{f_y}{1400})}{36 + 9\beta} \quad (1.2)$$

pero no menor que 90 mm.

- iv. En bordes discontinuos debe disponerse una viga de borde que tenga una relación de rigidez α_f no menor de 0.80, o bien aumentar el espesor mínimo requerido por las ecuaciones (1.1) ó (1.2), por lo menos un 10 por ciento en el panel que tenga un borde discontinuo.

El término l_n en (ii) e (iii) corresponde a la luz libre en la dirección larga medida cara a cara de las vigas. El término β en (ii) y (iii) corresponde a la relación de la luz libre en la dirección larga a la luz libre en la dirección corta de la losa. **(A.C.I., 2008)**

Por otra parte el espesor mínimo en losas apoyadas en los cuatro bordes sobre muros o vigas de gran rigidez se toma usualmente igual a 1/180 veces el perímetro del panel. **(Nilson, 2001)**

1.5. Métodos de diseño de losas rectangulares que trabajan en dos direcciones.

1.5.1 Método de Marcus.

Entre las limitaciones más importantes del método están que:

- El método se aplica para cargas verticales solamente.
- La losa debe estar apoyada en todos sus bordes por muros, vigas de acero o vigas monolíticas de concreto.
- La altura total de las vigas de borde no debe ser menor que aproximadamente tres veces el espesor de la losa.

La última de las restricciones es impuesta porque uno de los supuestos en que se basa el método es que los apoyos son rígidos. Específicamente, el método asume que los apoyos no se deflecan bajo la acción de las cargas y toda la deformación ocurre en la losa únicamente. **(Ramírez Hunter, 2007)**

Las restricciones que existen para aplicar este método son resultado de varios supuestos simplificadores que se hacen sobre el comportamiento del sistema formado por la losa y los apoyos. **(Ramírez Hunter, 2007)**

El método utiliza tablas de coeficientes de momento que cubren varias condiciones. Estos coeficientes se basan en análisis elásticos pero también tienen en cuenta la redistribución inelástica. En consecuencia, el momento de diseño en cada dirección es menor en cierta cantidad que el momento máximo elástico en esa dirección. Los momentos en las franjas centrales en las dos direcciones se calculan a partir de:

$$M_a = C_a * w * l_a^2$$

$$M_b = C_b * w * l_b^2$$

Dónde:

C_a y C_b : coeficientes de momento tabulados.

w : carga uniforme.

l_a y l_b : longitud de la luz libre en las direcciones corta y larga, respectivamente.

El método establece que cada panel debe dividirse, en ambas direcciones, en una franja central cuyo ancho es la mitad del ancho del panel y en dos franjas de borde o franjas de columna con un ancho igual a un cuarto del ancho del panel. Los momentos en las dos direcciones son mayores en la porción central de la losa que en las regiones cercanas a los bordes. Por tanto, el método establece que toda la franja central se diseña para el momento de diseño total tabulado. Para las franjas de borde, este momento se supone que disminuye desde su valor máximo en el borde de la franja central, hasta un tercio de su valor en el borde del panel. **(Nilson, 2001)**

En un borde continuo de losa se generan momentos negativos de manera similar al caso de los apoyos interiores de vigas continuas. También, la magnitud de los momentos positivos depende de las condiciones de continuidad en todos los cuatro bordes. **(Nilson, 2001)**

Los momentos negativos en bordes discontinuos se suponen iguales a un tercio de los momentos positivos para la misma dirección. Estos momentos deben tenerse en cuenta en el diseño puesto que la rigidez torsional de la viga de borde o del muro de apoyo suministra en general un grado de restricción en los bordes discontinuos. **(Nilson, 2001)**

Para los momentos positivos se va a presentar, si acaso, muy poca rotación en los bordes continuos cuando la carga muerta actúa sola porque las cargas en los dos paneles adyacentes tienden a producir rotaciones opuestas que se cancelan entre sí o se balancean aproximadamente. Para esta condición, los bordes continuos pueden considerarse empotrados y los coeficientes apropiados para los momentos positivos ocasionados por carga muerta se

determinan mediante una tabla que es diferente a la que se utiliza para la carga viva puesto que los máximos momentos positivos generados por carga viva se obtienen cuando la carga viva se coloca únicamente en el panel particular y no en los paneles adyacentes. En este caso sí se presentaría algo de rotación en todos los bordes continuos. Como aproximación se supone que existe un 50% de restricción para calcular estos momentos ocasionados por carga viva. **(Nilson, 2001)**

1.5.2 Método de Kalmanok.

Las tablas confeccionadas por A. S. Kalmanok contienen un gran número de losas con distintas configuraciones y cargas actuando. Los coeficientes dados son utilizados para los cálculos en la franja central y deben ser multiplicados por:

$$\frac{p * a^4}{D} \text{ para el caso de las flechas y cuando } \frac{a}{b} \leq 1$$

$$p * a^2 \text{ para los restantes valores y cuando } \frac{a}{b} \leq 1$$

$$\frac{p * b^4}{D} \text{ para el caso de las flechas y cuando } \frac{b}{a} \leq 1$$

$$p * b^2 \text{ para los restantes valores y cuando } \frac{b}{a} \leq 1$$

Dónde

$$D = \frac{E_c * h^3}{12 * (1 - \gamma^2)}$$

p: carga actuante.

a y b: longitud de la luz libre en cada dirección.

Para determinar las franjas de diseño y los momentos que actúan, el proceder es similar al del Método de Marcus, descrito anteriormente.

1.5.3 Método de Diseño Directo.

Capítulo 1

Con la publicación de A.C.I 318-83, el Método de Diseño Directo simplificó enormemente el análisis de los momentos de los sistemas de losas en dos direcciones, ya que se eliminaron todos los cálculos de las rigideces para determinar los momentos de diseño en un tramo extremo. Las expresiones para calcular la distribución en función de la relación de rigidez α_{ec} fueron reemplazadas por una tabla de coeficientes de momento para distribuir los momentos totales en los tramos finales. Otro cambio introducido fue que la anterior ecuación aproximada para transferencia de momento no balanceado entre la losa y una columna interior también se simplificó, eliminando el término de α_{ec} . A partir de estos cambios el Método de Diseño Directo se transformó en un procedimiento de diseño verdaderamente directo, uno que permite determinar todos los momentos de diseño mediante la aplicación de coeficientes de momento. Además, se incorporó un nuevo artículo 13.6.3.6, que contiene un requisito especial para el corte debido a la transferencia de momento entre una losa sin vigas y una columna de borde, y que se aplica cuando se utilizan los coeficientes de momento aproximados de 13.6.3.3.

(P.C.A.)

Una vez que se ha seleccionado una altura de losa, el Método de Diseño Directo, el cual básicamente consiste en un procedimiento de análisis en tres pasos, implica: (1) determinar el momento estático mayorado total para cada tramo, (2) dividir el momento estático mayorado total en un momento positivo y otro momento negativo en cada tramo, y (3) distribuir los momentos positivos y negativos a las franjas de columna y las franjas intermedias en la dirección transversal. **(P.C.A.)**

Para efectuar el análisis el sistema de losas se divide en franjas de diseño compuestas por una franja de columna más dos medias franjas intermedias.

(P.C.A.)

Una franja de columna es una franja de diseño con un ancho a cada lado del eje de la columna igual a $0,25l_1$ ó $0,25l_2$, el que sea menor. Las franjas de columna incluyen las vigas, si las hay. Una franja central es una franja de diseño limitada por dos franjas de columna. **(A.C.I., 2008)**

Capítulo 1

El Método de Diseño Directo sólo es aplicable cuando se satisfacen las siguientes limitaciones **(P.C.A.)**:

1. En cada dirección debe haber tres o más tramos continuos.
2. Los paneles de losa deben ser rectangulares, con una relación entre la luz mayor y la luz menor (medidas entre los centros de los apoyos) no mayor que 2.
3. Las longitudes de las luces sucesivas en cada dirección (medidas entre los centros de los apoyos) no deben diferir en más de 1/3 de la luz mayor.
4. Las columnas no deben estar desalineadas respecto de cualquier eje que une centros de columnas sucesivas más de 10% de la luz (en la dirección del desalineamiento).
5. Las cargas deben ser uniformemente distribuidas, y la sobrecarga no mayorada o de servicio no debe ser mayor que dos veces la carga permanente no mayorada o de servicio ($L/D \leq 2$).
6. Para las losas en dos direcciones con todos sus lados apoyados en vigas, la rigidez relativa de las vigas en dos direcciones perpendiculares debe satisfacer los requisitos mínimos y máximos especificados en el artículo 13.6.1.6.
7. No está permitida la redistribución de momentos negativos de acuerdo con el artículo 8.4.

En el método la distribución de momentos hacia las franjas de diseño se aplica como sigue **(A.C.I., 2008)**:

- Momentos mayorados en franjas de columna:
 - Las franjas de columna deben ser diseñadas para resistir las siguientes fracciones, en porcentaje, del momento negativo mayorado interior:

l_2 / l_1	0,5	1,0	2,0
$\alpha_f l_2 / l_1 = 0$	75	75	75
$\alpha_f l_2 / l_1 \geq 1,0$	90	75	45

Tabla 1.2

Capítulo 1

Para otros valores que no aparecen en la tabla debe interpolarse linealmente entre los valores dados o simplemente se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$75 + 30 \left(\frac{\alpha_1 l_2}{l_1} \right) \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right)$$

Siempre que:

$$\frac{\alpha_1 l_2}{l_1} \geq 1 \quad \text{en la ecuación se toma este término como 1}$$

- Las franjas de columnas deben ser diseñadas para resistir las siguientes fracciones en porcentaje, del momento negativo exterior mayorado:

l_2 / l_1		0,5	1,0	2,0
$\alpha_1 l_2 / l_1 = 0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 2,5$	75	75	75
$\alpha_1 l_2 / l_1 \geq 1,0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 2,5$	90	75	45

Tabla 1.3

Para otros valores que no aparecen en la tabla debe interpolarse linealmente entre los valores dados o simplemente se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$100 - 10\beta_t + 12\beta_t \left(\frac{\alpha_1 l_2}{l_1} \right) \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right)$$

Siempre que:

$$\frac{\alpha_1 l_2}{l_1} \geq 1 \quad \text{en la ecuación se toma este término como 1}$$

Capítulo 1

$\beta_t \geq 2,5$ en la ecuación se toma este término como 2,5

Las variables β_t y C se calculan como se muestra a continuación:

$$\beta_t = \frac{(E_{cb} * C)}{(2E_{cb} * I_s)} \quad C = \sum (1 - 0,63 \frac{x}{y}) \frac{x^3 y}{3}$$

Cuando se usen muros como apoyos a lo largo de ejes de columnas, aquellos se pueden considerar como vigas muy rígidas con un valor de $\alpha_{f1} l_2 / l_1$ mayor que la unidad.

Cuando el apoyo exterior consista en un muro perpendicular a la dirección en la que se determinen los momentos, β_t se puede considerar igual a cero si el muro es de albañilería sin resistencia a la torsión, y β_t , se puede tomar como 2,5 para un muro de concreto con alta resistencia torsional y que es monolítico con la losa.

- Las franjas de columnas deben diseñarse para resistir las siguientes fracciones, en porcentaje, de los momentos positivos mayorados:

l_2 / l_1	0,5	1,0	2,0
$\alpha_{f1} l_2 / l_1 = 0$	60	60	60
$\alpha_{f1} l_2 / l_1 \geq 1,0$	90	75	45

Tabla 1.4

Para otros valores que no aparecen en la tabla debe interpolarse linealmente entre los valores dados o simplemente se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$60 + 30 \left(\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} \right) \left(1,5 - \frac{l_2}{l_1} \right)$$

Siempre que:

$\frac{\alpha_1 l_2}{l_1} \geq 1$ en la ecuación se toma este término como 1

Para losas con vigas entre los apoyos, la porción de la losa localizada en la franja de columnas debe ser diseñada para resistir la porción de los momentos de la franja de columna que no sean resistidos por las vigas.

- Momentos mayorados en vigas.

Las vigas entre los apoyos deben ser diseñadas para resistir el 85 por ciento de los momentos de la franja de columna si $(\alpha_1 l_2 / l_1)$ es igual o mayor que uno.

- Momentos mayorados en las franjas centrales.

La fracción de los momentos mayorados positivo y negativo no resistida por las franjas de columnas debe asignarse proporcionalmente a cada mitad de las franjas centrales correspondientes.

Cada franja central debe ser diseñada para resistir la suma de los momentos asignados a sus dos mitades de franja central.

Una franja central adyacente y paralela a un borde apoyado en un muro, debe ser diseñada para resistir el doble del momento asignado a la mitad de la franja central correspondiente al primer eje de apoyos interiores.

1.5.4 Método del Pórtico Equivalente.

El Método del Pórtico Equivalente convierte un sistema aporticado tridimensional con losas en dos direcciones en una serie de pórticos bidimensionales (vigas placa y columnas), un sistema en el cual cada pórtico

se extiende en la totalidad de la altura de la estructura. El ancho de cada pórtico equivalente se extiende hasta la mitad de la luz entre los centros de las columnas. El análisis completo del sistema de losas en dos direcciones consiste en analizar una serie de pórticos interiores y exteriores equivalentes que atraviesan la estructura transversal y longitudinalmente. Para cargas gravitatorias, las vigas placa en cada entrepiso o cubierta (nivel) se pueden analizar de forma independiente, considerando empotrados los extremos más alejados de las columnas. **(P.C.A.)**

El análisis elástico mediante el Método del Pórtico Equivalente se aplica a estructuras en las cuales las columnas están dispuestas formando un patrón básicamente ortogonal, con hileras de columnas dispuestas en forma longitudinal y transversal. El método de análisis se aplica a losas con o sin vigas entre apoyos. **(P.C.A.)**

En lo referente a las franjas de diseño y la distribución de los momentos en estas franjas una vez se hallan obtenidos, se siguen las mismas indicaciones dadas para el M.D.D.

Los siguientes aspectos son fundamentales para el desarrollo del método **(A.C.I., 2008)**:

- i) Debe considerarse que la estructura está constituida por pórticos equivalentes a lo largo de los ejes de columnas longitudinales y transversales a lo largo de toda la estructura.
- ii) Cada pórtico debe consistir en una fila de columnas o apoyos y franjas de viga-losa limitadas lateralmente por el eje central del panel a cada lado del eje de columnas o apoyos.
- iii) Debe suponerse que las columnas o apoyos están unidos a las franjas de viga-losa mediante elementos torsionales transversales a la dirección del vano para el cual se están determinando los momentos, extendiéndose hasta los ejes centrales de los paneles adyacentes a cada lado de la columna.
- iv) Los pórticos adyacentes y paralelos a un borde deben estar limitados por dicho borde y el eje central del panel adyacente.

- v) Cada pórtico equivalente puede analizarse como un todo. Alternativamente, para cargas gravitacionales, se permite unos análisis independientes de cada piso o cubierta con los extremos lejanos de las columnas consideradas como empotrados.
- vi) Cuando las vigas-losa son analizadas separadamente, se permite determinar el momento en un apoyo dado suponiendo que la viga-losa está empotrada en cualquier apoyo distante dos vanos del considerado, siempre que la losa continúe más allá de dicho punto.

Para calcular las rigideces en el pórtico se deben atender los aspectos que se indican a continuación **(A.C.I., 2008)**:

- Vigas-losa:

Se permite determinar el momento de inercia del sistema de vigas-losa en cualquier sección transversal fuera del nudo o capitel de la columna usando el área bruta de concreto.

Debe tenerse en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo de los ejes de los sistemas de vigas-losa.

El momento de inercia de vigas-losa desde el centro de la columna hasta la cara de la columna, ménsula o capitel, debe suponerse igual al momento de inercia del sistema de vigas-losa en la cara de la columna, ménsula o capitel, dividido por $(1 - \frac{c_2}{l_2})^2$, donde c_2 y l_2 se miden transversalmente a la dirección del vano para el cual se determinan los momentos.

- Columnas:

Se permite determinar el momento de inercia de las columnas en cualquier sección transversal fuera de nudos o capiteles de columnas, usando el área bruta de concreto.

Debe tenerse en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo de los ejes de las columnas.

El momento de inercia de las columnas en el nudo, desde la parte superior a la parte inferior del sistema viga-losa, debe suponerse infinito.

- Elementos torsionales:

Deben suponerse elementos torsionales con una sección transversal constante en toda su longitud, que consiste en la mayor de a), b), y c):

a) Una porción de losa que tenga un ancho igual al de la columna, ménsula o capitel, en la dirección del vano para el cual se determinan los momentos.

b) Para sistemas monolíticos o totalmente compuestos, la porción de losa especificada en (a) más la parte de la viga transversal arriba y abajo de la losa.

c) La viga transversal, como se define en 13.2.4.

Cuando las vigas se unen a las columnas en la dirección del vano para el cual se determinan los momentos, la rigidez torsional debe multiplicarse por la relación entre el momento de inercia de la losa con la viga y el momento de inercia de la losa sin viga.

Momentos mayorados.

En apoyos interiores, la sección crítica para el momento negativo mayorado (tanto en la franja de columna como en las franjas centrales) se debe tomar en el borde de los apoyos rectilíneos, pero a no más de $0.175l_c$, del centro de la columna. **(A.C.I., 2008)**

En los apoyos exteriores provistos de ménsulas o capiteles, la sección crítica para el momento negativo mayorado en el vano perpendicular a un borde, debe considerarse situada a una distancia del borde del elemento de soporte no mayor de $1/2$ de la proyección de la ménsula o capitel más allá de la cara del elemento de apoyo. **(A.C.I., 2008)**

Los apoyos circulares o en forma de polígono regular deben tratarse como apoyos cuadrados que tengan la misma área, con el objeto de localizar la sección crítica para el momento negativo de diseño. **(A.C.I., 2008)**

1.6. Conclusiones Parciales del Capítulo.

- 1- El Método de Marcus y las Tablas de Kalmanok tienen mucha similitud así que trabajar con uno de ellos puede ser suficiente.
- 2- El Método de Diseño Directo presenta muchas restricciones para su uso por lo que no se adecúa a las losas de las viviendas en Cuba.
- 3- El aspecto fundamental a analizar en las losas, independientemente del método que se utilice dentro de los descritos, es la distribución de los momentos en las franjas de diseño.
- 4- Para enfocar el Método del Pórtico Equivalente a las losas apoyadas sobre muros de albañilería, considerar el muro como una viga de rigidez infinita es la suposición fundamental que sirve de punto de partida para el resto de las consideraciones.

Capítulo 2: Método del Pórtico Equivalente para el diseño de losas planas rectangulares apoyadas sobre muros de albañilería.

El M.P.E como ya se comentó en el Capítulo 1, convierte un sistema aporricado tridimensional con losas en dos direcciones en una serie de pórticos bidimensionales. El análisis completo del sistema de losas en dos direcciones consiste en analizar una serie de pórticos interiores y exteriores equivalentes que atraviesan la estructura transversal y longitudinalmente.

Precisamente, se pretende establecer un procedimiento basado en este método, para diseñar losas apoyadas sobre muros de albañilería. Los planteamientos establecidos por el A.C.I referente a la aplicación del M.P.E cuando las losas presentan muros sirviendo de apoyo se discuten a lo largo del capítulo.

Además, los resultados obtenidos mediante el M.P.E se comparan con los resultados obtenidos al utilizar herramientas o métodos más tradicionales, tales como: el Método de Marcus y las Tablas de Kalmanok.

Antes de pasar a la discusión y comparación del M.P.E se desarrollan varios aspectos vitales para un correcto diseño. Entre estos aspectos está, la modelación de las condiciones de apoyo, la determinación del peralte de la losa y la disposición de la carga viva.

2.1 Modelación de las condiciones de apoyo de losas rectangulares.

Al modelar las condiciones de apoyo de las losas existe un consenso generalizado en cuanto a las siguientes consideraciones:

- a) El empotramiento será considerado para modelar la losa en un borde seleccionado siempre que:
 - i. Exista continuidad de la losa en el borde, usualmente proporcionada por otra losa contigua de dimensiones comparables.
 - ii. Cuando un muro extremo este integrado a la losa en el borde.
 - iii. Si existe una viga de borde de gran rigidez torsional (de gran sección).

- b) La articulación será considerada para modelar la losa en un borde seleccionado siempre que:
- Esté presente una viga de borde de poca rigidez torsional (de peralte mayor al de la losa, pero no una viga de gran sección transversal) sin losa contigua.
 - Exista como apoyo un muro no integrado a la losa.

Según lo planteado anteriormente, los bordes de las losas apoyadas sobre muros de albañilería deben modelarse como articulación. Esto ocurre porque los muros de albañilería no se integran a la losa. Inclusive, según la bibliografía consultada, cuando existen muros de este tipo encima de un borde (en el caso de una losa de entrepiso), se continúa modelando este borde como articulación, esto ocurre porque es despreciable la restricción que ofrece el muro superior sobre el giro de la losa en dicho borde.

Al borde que no presenta losa contigua y en su modelación se considera como una articulación, se le denomina borde discontinuo.

2.2 Peralto de losas rectangulares trabajando en dos direcciones apoyadas sobre muros de albañilería en todos sus bordes.

En losas apoyadas sobre muros de albañilería en todos sus bordes se presentan bordes discontinuos a menos que se trate de un panel interior (panel con losas contiguas en todos los bordes), el A.C.I plantea que se deben proveer estos bordes con vigas de borde que tengan al menos una relación de rigidez (α_f) igual 0,80, de lo contrario el peralte obtenido mediante las ecuaciones 2.1 ó 2.2, según sea la que se utilice, debe ser aumentado en al menos un 10%.

$$h = \frac{l_n \left(0,8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 5\beta(\alpha_{fm} - 0,2)} \quad (2.1)$$

$$h = \frac{l_n \left(0,8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta} \quad (2.2)$$

Donde:

$$\alpha_f = \frac{E_{cb} * I_b}{E_{cs} * I_s} \quad (2.3)$$

$$\beta = \frac{l_l}{l_c} \quad (2.4)$$

La normativa del A.C.I indica que la ecuación 2.1 es utilizada cuando α_{fm} (promedio de las α_f que existen en el panel) es mayor que 0,2 pero no mayor que 2,0; mientras que la ecuación 2.2 se usa cuando α_{fm} es mayor que 2,0. Además, los muros en los cuales se apoyan las losas se consideran como vigas de rigidez infinita, siguiendo esta consideración, para el tipo de losas que se viene tratando α_{fm} sería entonces mayor que 2,0 y debido a esto, la ecuación correcta a utilizar es la 2.2.

Es importante aclarar también que cuando α_{fm} sea mayor que 2, el peralte no debe ser menor que 90 mm.

Entonces, para calcular el peralte de losas rectangulares trabajando en sus dos direcciones apoyadas sobre muros de albañilería para los paneles que presenten bordes discontinuos la ecuación a utilizar es la 2.5, en los paneles que no presenten los bordes discontinuos simplemente se sigue utilizando la ecuación 2.2.

Lo más usual es que la losa se diseñe para un peralte constante en todos los paneles, por lo tanto, la ecuación 2.5 regirá la determinación del peralto en las losas que se vienen tratando.

$$h = 1,1 * \frac{l_n \left(0,8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta} \quad (2.5)$$

Pero nunca menor que 90 mm.

Por otra parte, Nilson sugiere que para estas losas, se calcule el peralto como sigue:

$$h = \frac{2(l_{n1} + l_{n2})}{180} \quad (2.6)$$

Capítulo 2

Si se observan las ecuaciones 2.5 y 2.6, se puede apreciar que en ambas influye la geometría del panel pero solo en la ecuación 2.5 se tiene en cuenta la calidad del acero, la rectangularidad y la influencia de los bordes discontinuos.

En la tabla 2.1 se compara el peralto obtenido mediante las dos vías planteadas, el peralto calculado mediante la ecuación 2.6 es inferior al calculado mediante la ecuación 2.5, acentuándose más la diferencia cuando la tensión de fluencia del acero es mayor.

Tabla 2.1: Comparación de expresiones para el cálculo del peralto.

Método		A.C.I		Nilson
Tensión de fluencia (MPa)		300	420	
Luces (m)		Peralto (cm)		
3	3	7,44	8,07	6,67
4	3	9,30	10,08	7,78
5	3	10,94	11,86	8,89
6	3	12,40	13,44	10,00
4	4	9,92	10,76	8,89
5	4	11,81	12,80	10,00
6	4	13,52	14,67	11,11
5	5	12,40	13,44	11,11
6	5	14,30	15,51	12,22
6	6	14,88	16,13	13,33

Un hecho interesante que no ocurre cuando se trabaja con la ecuación 2.5, es que cuando se trabaja con la ecuación 2.6 cualquier panel que tenga igual perímetro obtendrá igual peralto, o sea, para un panel de 6 m de luz libre en una dirección y 3 m en la otra, el peralto obtenido es el mismo que para un panel de 5 m de luz libre en una dirección y 4 m en la otra. Se puede llegar a la conclusión que en la ecuación 2.6 se le resta importancia a la luz larga.

Además, las sugerencias del A.C.I para determinar el peralte de las losas están basadas en el cumplimiento de los requerimientos mínimos en cuanto a deformación.

Según la discusión que se viene siguiendo, se recomienda utilizar la ecuación 2.5 para determinar el peralte de losas rectangulares apoyadas sobre muros de albañilería y si por alguna razón se desea disminuir el peralte obtenido, entonces es necesario comprobar que las deformaciones se encuentran dentro de lo permisible.

2.3 Análisis de la carga viva.

El A.C.I plantea determinar los momentos máximos mayorados de la siguiente forma:

- a) Cuando $\frac{w_{cu}}{w_{cp}} \leq \frac{3}{4}$, propone determinar los momentos máximos mayorados con la carga viva total mayorada distribuida en todos los paneles.
- b) Cuando $\frac{w_{cu}}{w_{cp}} > \frac{3}{4}$, permite suponer que el momento positivo máximo mayorado en un panel ocurre, colocando solo $\frac{3}{4}$ del total de la carga viva mayorada sobre el panel y sobre paneles alternos; y se permite suponer que el momento máximo negativo mayorado ocurre con $\frac{3}{4}$ del total de la carga viva colocada solo en los paneles adyacente.
- c) En ningún caso, los momentos mayorados deben considerarse menores que los que se presentan con la carga viva total mayorada distribuida en todos los paneles.

Además, el A.C.I en sus comentarios plantea que el considerar únicamente $\frac{3}{4}$ de la carga viva mayorada total para el patrón de carga que produce el momento máximo, se basa en el hecho de que los momentos máximos positivo y negativo debidos a la carga viva no pueden ocurrir simultáneamente y que la redistribución de los momentos máximos es posible que ocurra antes que se presente la falla. Este procedimiento permite, en efecto, algunos sobreesfuerzos locales bajo la carga viva mayorada total, si ésta se distribuye en la forma prescrita; pero aun así, asegura que la capacidad última del

Capítulo 2

sistema de losa después de la redistribución de momentos no es menor que la requerida para resistir las cargas vivas y cargas permanentes mayoradas en todos los paneles.

Para discutir los planteamientos del A.C.I se desarrollan algunos ejemplos.

Los valores de las cargas y la densidad del hormigón se toman como:

$$w_{cu} = 3 \text{ kN/m}^2$$

$$w_{cp} = 2 \text{ kN/m}^2$$

$$\gamma_{\text{hormigón}} = 24 \text{ kN/m}^3$$

Las luces libres son de 4 m por lo que el peralte es $h = 10 \text{ cm}$ suponiendo acero G-40.

Si se siguen las indicaciones del A.C.I para determinar los momentos máximos mayorados la disposición de carga debe ser: carga carga viva total mayorada distribuida en todos los paneles. Esto es así puesto que:

$$\frac{w_{cu}}{w_{cp}} = \frac{3}{2 + 0,1 * 24} = \frac{3}{4,4} < \frac{3}{4}$$

Aunque se determinó la disposición de carga según el A.C.I, en los ejemplos también se aplicará la carga viva mayorada cargando y descargando los paneles.

Los valores de las cargas mayoradas son:

$$q_{cu}^* = 10,08 \text{ kN/m}$$

$$q_{cp}^* = 11,088 \text{ kN/m}$$

l) Para el caso de dos luces continuas.

La carga de uso para este caso se puede colocar en dos variantes, actuando en ambos vanos o en un solo vano, en la figura 2.1 a) y b) se muestran de una y otra forma, respectivamente.

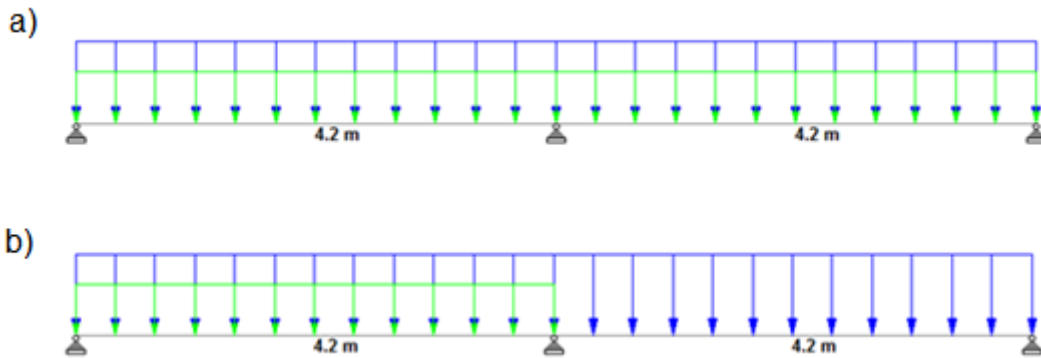


Figura 2.1. Combinación de carga viva para 2 luces.

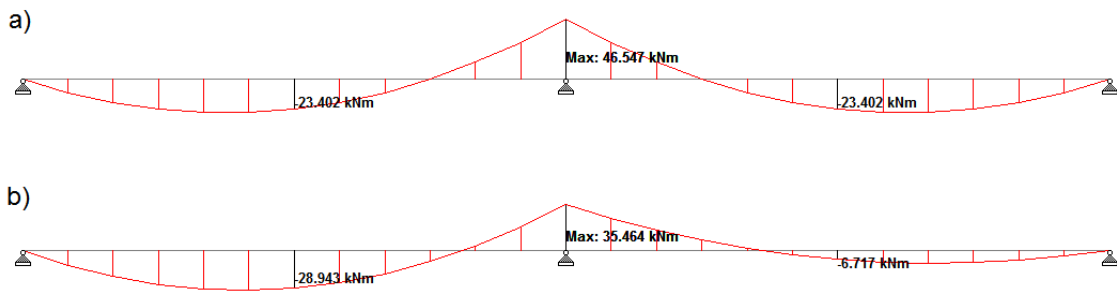


Figura 2.2. Momentos flectores para las combinaciones de la figura 2.1

Cuando ocurrirá la variante de la figura 2.1 a), aparece el mayor momento negativo sobre el apoyo interior, figura 2.2 a), por otra parte, cuando ocurra la variante de la figura 2.1 b), aparece el mayor momento positivo entre apoyos, 2.2 b).

II) Para el caso de tres luces continuas.

La carga de uso para este caso se puede colocar de cinco formas, actuando en todos los vanos, en un vano exterior, en el vano interior, en los vanos exteriores y en dos vanos adyacentes, se muestran en la figura 2.3 a), b), c), d) y e), respectivamente.

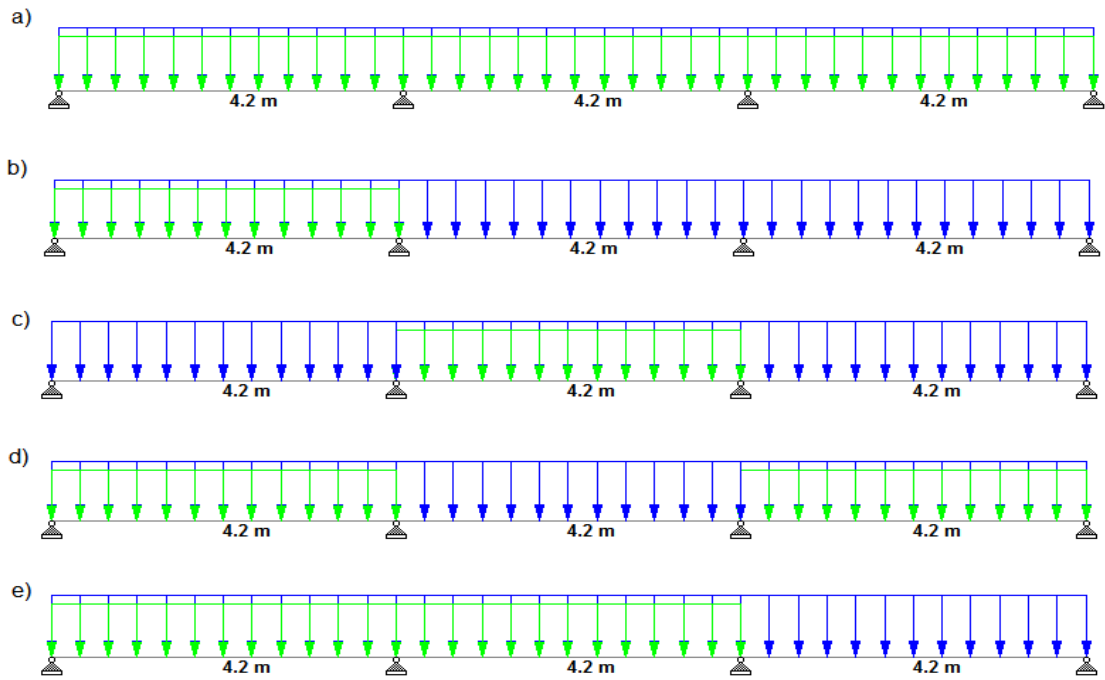


Figura 2.3. Combinación de carga viva para 3 luces.

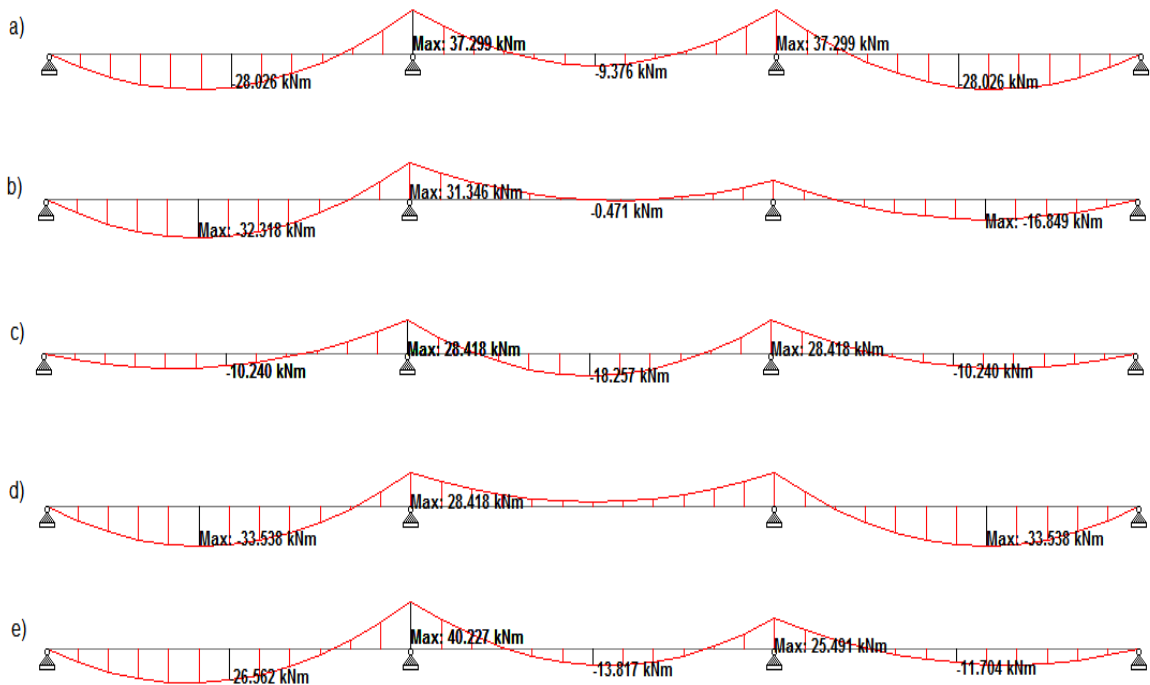


Figura 2.4. Momentos flectores para las combinaciones de la figura 2.3

Capítulo 2

Analizando los gráficos de momentos mostrados en la figura 2.4, se aprecia que los máximos momentos negativos aparecen en los apoyos interiores cuando las cargas se encuentran aplicadas de la forma mostrada en la figura 2.3 e). Los máximos momentos positivos aparecen, en el vano interior, cuando la carga está aplicada como se muestra en la figura 2.3 c), mientras que en los vanos exteriores, cuando la carga está aplicada como se muestra en la figura 2.3 d).

Analizando estos ejemplos y comparando los valores de momento para cuando todos los paneles se encuentran cargados y para cuando en realidad ocurren los momentos máximos, la diferencia existente entre uno y otro caso no es considerable. Además, el hecho de que la combinación de carga para los momentos máximos mayorados no sea la misma, permite que exista redistribución de los momentos.

Queda claro entonces que es aceptable determinar los momentos máximos mayorados cuando $\frac{w_{cu}}{w_{cp}} \leq \frac{3}{4}$ con la carga viva actuando en todos los paneles, aun cuando no es la combinación de cargas críticas.

Los momentos no dependen solo de las cargas sino también de las luces e inclusive, de la cantidad de vanos existentes; deteniendonos en el caso de dos vanos contiguos, cuando las luces entre uno y otro vano sean diferente, el valor del momento en el centro de la luz para el vano mas pequeño puede aproximarse a cero cuando la carga viva esta aplicada en todos los vanos. Este hecho puede traer confusiones; por lo tanto, al determinar los momentos críticos, aun cuando se ha demostrado que es posible aplicar las simplificaciones del A.C.I, se buscarán los momentos máximos con la verdadera combinación en que estos ocurren.

Estas combinaciones son:

- Para encontrar el momento positivo máximo mayorado en un panel, se coloca la carga viva sobre el panel y sobre paneles alternos.
- Para determinar el momento maximo negativo mayorado en un apoyo, se coloca la carga viva solo en los paneles adyacentes a este.

2.4 Clasificación de los pórticos equivalentes y determinación del ancho de las franjas de diseño.

Las losas al ser diseñadas mediante el M.P.E se dividen en una serie de pórticos equivalentes que atraviesen la estructura longitudinal y transversalmente. Cada pórtico consiste en una fila de apoyos limitadas lateralmente por el eje central del panel a cada lado del eje de apoyos.

Cuando se formen pórticos a partir de un eje de apoyos exteriores, se nombran pórticos exteriores y cuando se formen a partir de un eje de apoyos interiores, se nombran pórticos interiores. Tal aclaración aunque pueda parecer trivial es importante para establecer las peculiaridades al trabajar con uno u otro pórtico.

Los pórticos exteriores tienen un ancho que va desde el eje central del panel al borde exterior del apoyo, o sea, se incluye todo el ancho del apoyo; por otra parte, los pórticos interiores tienen un ancho que va de eje a eje central de los paneles que comprende.

Para diseñar, los paneles son divididos en franjas de columna y en franjas intermedias. En la figura 2.5 se ilustra como determinar el ancho de estas franjas, donde:

l_1 : Luz corta en la dirección en que se determinan los momentos, medida centro a centro de los apoyos.

l_2 : Luz perpendicular a la anterior.

El método siempre usa la luz corta para determinar la franja de columna. Si la franja de columna se encuentra en el exterior, se incluye todo el ancho del apoyo.

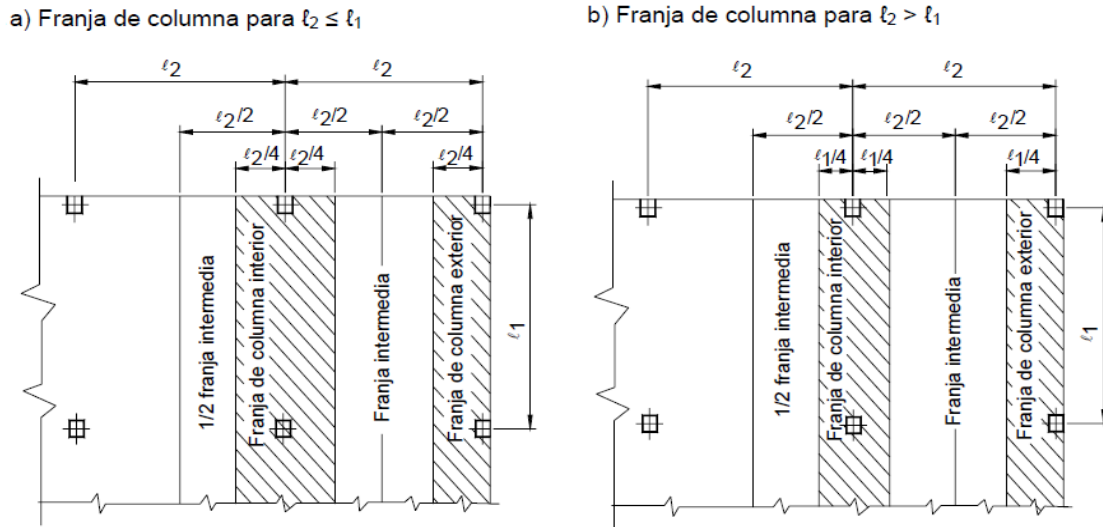


Figura 1.5. Determinación de los anchos de las franjas de diseño.

El hecho de que el M.P.E siempre utilice la luz corta, es para tomar en cuenta la tendencia que tienen los momentos de concentrarse alrededor de la línea de columnas cuando la longitud de la franja de diseño es menor que su ancho.

Sabiendo ya cuales son las franjas de diseño, no existe inconveniente en plantear que los pórticos exteriores están formados por una franja de columna exterior y una semi-franja intermedia; mientras que, los pórticos interiores están formados por una franja de columna interior y dos semi-franjas intermedias, semi-franjas estas que corresponden a paneles distintos por lo que si estos paneles son de luces diferentes, no serán iguales.

A continuación se muestra la figura 2.6 con las dimensiones de las franjas de diseño en una losa donde cada panel presente luces diferentes. Está representada en una sola dirección, las líneas discontinuas simbolizan los ejes centrales de los paneles.

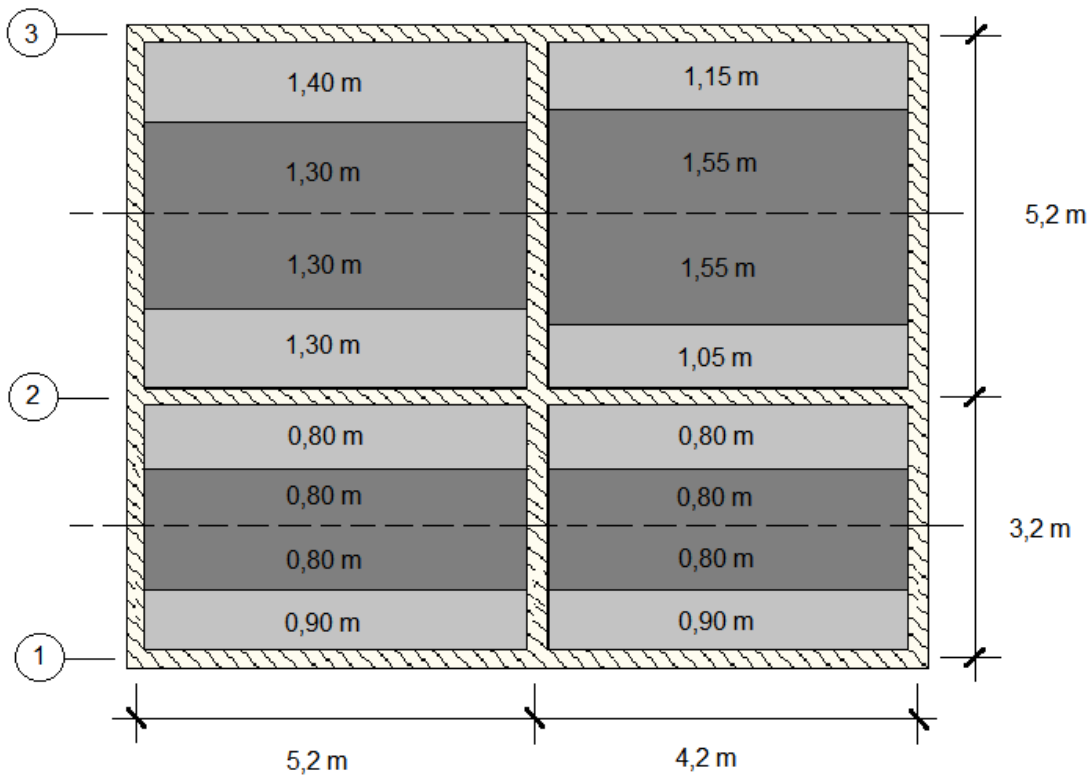


Figura 2.6. Determinación de los anchos de las franjas. Ejemplo.

Como se puede ver, aunque los vanos sean contiguos necesariamente el ancho de las franjas o semi-franjas de diseño no tienen que ser iguales, sino que de un panel a otro varían.

2.5 Distribución de momento hacia las franjas de diseño.

Un muro sirviendo de apoyo a una losa cuando se trabaja con el M.P.E se supone que son vigas de rigidez infinita y además sin resistencia a la torsión en la unión muro-losa, lo que se traduce en $\alpha_{f1} \frac{l_2}{l_1} > 1$ y $\beta_t = 0$.

Para calcular el % de los momentos a distribuir hacia las franjas de columna se utilizan las tablas o las ecuaciones que se encuentran en el Capítulo 1, en el caso de losas apoyadas sobre muros de albañilería, de acuerdo a las consideraciones del párrafo anterior, se pueden reescribir las ecuaciones como sigue:

$$\%M_{neg.interior}^* = 75 + 30 \left(1 - \frac{l_2}{l_1}\right) \quad 2.7$$

$$\%M_{positivo}^* = 60 + 30 \left(1,5 - \frac{l_2}{l_1}\right) \quad 2.8$$

Para los casos de losas apoyadas sobre muros de albañilería, el momento mayorado negativo exterior siempre es cero puesto que la modelación planteada supone articulaciones en los extremos, por este motivo no se ha tenido en cuenta su ecuación.

Si en la ecuación 2.8 hacemos una serie de transformaciones:

$$\%M_{positivo}^* = 60 + 30 \left(1,5 - \frac{l_2}{l_1}\right)$$

$$\%M_{positivo}^* = 60 + 30 \left(1 + 0,5 - \frac{l_2}{l_1}\right)$$

$$\%M_{positivo}^* = 60 + 15 + 30 \left(1 - \frac{l_2}{l_1}\right)$$

$$\%M_{positivo}^* = 75 + 30 \left(1 - \frac{l_2}{l_1}\right)$$

Como se puede apreciar, llegamos a la ecuación 2.7. Esto quiere decir que el % de momento mayorado positivo y negativo a distribuir en las franjas de diseño es el mismo.

Cuando en la franja de columna existen vigas, estas toman una porción del momento mayorado que le corresponde a la franja dejando a la losa el resto. Si la viga cumple con que $\alpha_{f1} \frac{l_2}{l_1} > 1$, entonces toma el 85% del momento que actúa en la franja.

¿Qué sucede entonces si en vez de una viga es un muro el que se encuentra en la franja de columna?

Siguiendo con la consideración de que el muro es una viga de rigidez infinita (el muro es indeformable bajo la acción de la losa), es apropiado decir no solo que $\alpha_{f1} \frac{l_2}{l_1} > 1$ sino también que $\alpha_{f1} \frac{l_2}{l_1} \gg 1$. Esta conclusión señala que el 85% del

momento asignado a las vigas cuando $\alpha_{f1} \frac{l_2}{l_1} > 1$ sería poco comparado con la gran rigidez del muro, o sea, el muro debe tomar todo el momento actuante en la franja de columna. No obstante, el A.C.I plantea que cuando los apoyos sean muros los momentos negativos se deben considerar uniformemente distribuidos a lo largo de l_2 , por lo tanto, el espaciamiento para momento negativo obtenido en la franja intermedia es el que se debe usar también para armar la franja de columna. Esta franja no se puede dejar sin reforzar para momento positivo tampoco, o bien se arma siguiendo las recomendaciones mínimas o bien diseñándola para un momento igual a una fracción del momento que actúa en la franja central, tal como hacen en el Método de Marcus y en las Tablas de Kalmanok.

Las franjas intermedias toman el total del momento máximo mayorado menos el % correspondiente a la franja de columna, esto vendría siendo:

$$\%M^* = 100 - \left[75 + 30 \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right) \right]$$

$$\%M^* = 100 - 75 - 30 \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right)$$

$$\%M^* = 25 - 30 \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right) \quad 2.10$$

Este % de distribución al aplicarse en un pórtico exterior obtiene un valor de momento que corresponde a una semi-franja de diseño y cuando se aplica en un pórtico interior obtiene un valor de momento que corresponde a dos semi-franjas intermedias.

Como las franjas intermedias son diseñadas para la suma de los momentos correspondientes a cada una de las semi-franjas que la componen, en el pórtico interior se tiene que dividir proporcionalmente hacia cada semi-franja intermedia el momento obtenido. Para lograr esto basta con multiplicar dicho momento por la relación que se expresa en la ecuación 2.11.

$$\frac{l_{sf1}}{l_{sf1} + l_{sf2}} \quad 2.11$$

Donde:

l_{sf1} es el ancho de la semi-franja intermedia a la cual se le determina el % de momento mayorado.

l_{sf2} es el ancho de la otra semi-franja intermedia.

Nótese que de no existir l_{sf2} es porque se trata de un pórtico exterior y por lo tanto la ecuación 2.11 sería igual uno.

2.6 Comparación de los Métodos de Diseño.

A modo de demostrar la validez del procedimiento propuesto se compara el espaciamiento del acero de refuerzo obtenido mediante el Método de Marcus y el M.P.E. Solo se compara el diseño de la franja intermedia en cada dirección para varios tipos de losas, cuando se expresa *Losa 2 x 1*, significa que existen dos vanos en la dirección longitudinal y una en la dirección transversal. En cada caso se declara la dirección de diseño, de no ser así es porque corresponde el mismo diseño para ambas direcciones. En todos los casos se supondrán barras N^o 10, con un recubrimiento de 3 cm y resistencia del hormigón 30 MPa. Además, las cargas, la densidad del hormigón y el tipo de acero van a ser:

$$w_{cu} = 3 \text{ kN/m}^2$$

$$w_{cp} = 2 \text{ kN/m}^2$$

$$\gamma_{\text{hormigón}} = 24 \text{ kN/m}^3$$

Barras de acero G-40

Todos los paneles tienen una luz libre de 4 m en las dos direcciones. El peralte de la losa es $h = 10 \text{ cm}$.

Losa 1 x 1:

Al comparar los resultados del diseño de esta losa en la tabla 2.2, se puede ver que existe una gran diferencia de un método a otro en el espaciamiento de las barras, esto ocurre porque en la ecuación 2.10 se utilizó $l_2 = 4,2 m$, o sea, el valor de la luz; sin embargo, cuando se toma $l_2 = 2,2 m$, que no es más que el ancho del pórtico equivalente formado, se obtienen espaciamientos de barra semejantes, en la tabla 2.3 aparecen los nuevos resultados.

Cada vez que una losa en la dirección de diseño tiene solo una luz, se presenta el inconveniente antes mencionado. La solución fue calcular los % de distribución de momento para estos casos tomando l_2 en cada panel de losa como el ancho que este involucra para determinar los momentos. El momento que se afecta con este por ciento es el que provoca el panel que se desea diseñar. Lo antes dicho sugiere que es más conveniente no realizar un pórtico intermedio para estos casos, sino trabajar con la mitad del pórtico intermedio o con los pórticos exteriores.

Tabla 2.2: Diseño de la Losa 1 x 1 con $l_2 = 4,2 m$.

Luces libre 4 m	Ancho (m)	M^+ (kN-m)	S^+ (cm)
Marcus	2,0	11,612	19,260
MPE	2,1	24,450	9,216

Tabla 2.3: Diseño de la Losa 1 x 1 con $l_2 = 2,2 m$

Luces libre 4 m	Ancho (m)	M^+ (kN-m)	S^+ (cm)
Marcus	2,0	11,612	19,260
MPE	2,1	10,478	22,532

Losas 2 x 1:

Las tablas 2.4 y 2.5 expresan los resultados del diseño de esta losa en la dirección longitudinal y transversal, respectivamente. Los resultados obtenidos son similares.

Capítulo 2

Tabla 2.4: Diseño Longitudinal de la Losa 2 x 1.

Luces libre 4 m	Ancho (m)	M^+ (kN-m)	S^+ (cm)	M^- (kN-m)	S^- (cm)	M^+ (kN-m)	S^+ (cm)
Dirección Longitudinal							
Marcus	2,0	10,952	20,465	22,902	9,383	10,952	20,465
MPE	2,1	15,136	15,368	21,594	10,540	15,136	15,368

Tabla 2.5: Diseño Transversal de la Losa 2 x 1.

Luces libre 4 m	Ancho (m)	M^+ (kN-m)	S^+ (cm)
Dirección Transversal			
Marcus	2,0	9,478	23,764
MPE	2,1	9,336	25,381

Losa 2 x 2:

La tabla 2.6 responde al diseño para las dos direcciones pues es simétrica la losa, el M.P.E ofrece resultados más conservadores pero el análisis que este realiza es más ajustado al comportamiento real de la losa.

Tabla 2.6: Diseño de la Losa 2 x 2.

Luces libre 4 m	Ancho (m)	M^+ (kN-m)	S^+ (cm)	M^- (kN-m)	S^- (cm)	M^+ (kN-m)	S^+ (cm)
Marcus	2,0	9,478	23,762	16,128	13,655	9,478	23,762
MPE	2,1	14,447	16,137	20,612	11,080	14,447	16,137

2.7 Ejemplos.

Los ejemplos se calculan hasta determinar los momentos en las franjas de diseño y el ancho de estas.

Ejemplo 1.

En la figura 2.7 se observa la losa correspondiente a este ejemplo.

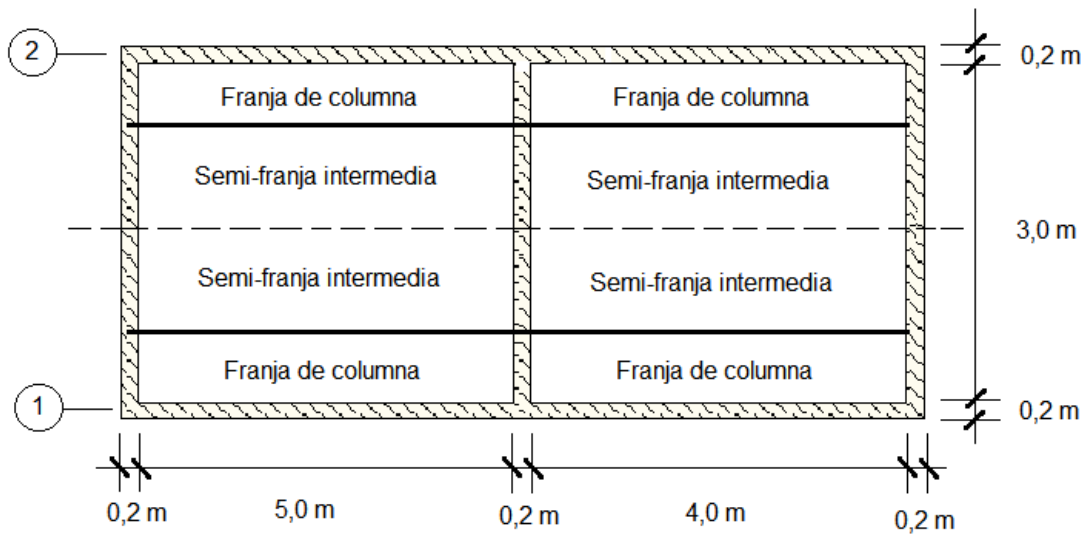


Figura 2.7. Losa. Ejemplo 1.

En esta losa se pueden formar 5 pórticos equivalentes, 2 cuando se trabaja longitudinalmente en la dirección de los dos vanos y 3 cuando se trabaja en la otra dirección. Este ejemplo se calcula solo para el primer caso.

Paso 1: Determinar el peralte de la losa.

Trabajando con el panel de 5 m x 3 m de luces libres se obtiene el mayor peralto:

$$h = 1,1 * \frac{l_n \left(0,8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta}$$

$$h = 1,1 * \frac{5 \left(0,8 + \frac{300}{1400} \right)}{36 + 9 * \frac{5}{3}}$$

$$h = 10,94 \text{ cm}$$

Aproximando por exceso:

$$h = 11,00 \text{ cm}$$

Paso 2: Determinar las cargas.

En la dirección que se está analizando se pueden conformar dos pórticos exteriores, estos son iguales y tienen un ancho de:

$$\frac{3}{2} + 0,2 = 1,7 \text{ m}$$

Las cargas actuantes son:

$$q_{cu}^* = 1,6 * (3 * 1,7) = 8,160 \text{ kN/m}$$

$$q_{cp}^* = 1,2 * ((2 + 0,10 * 24) * 2,2) = 9,466 \text{ kN/m}$$

Paso 3: Obtener los momentos en las secciones críticas.

En la figura 2.8 se muestra la modelación del pórtico equivalente con las combinaciones de carga para determinar los momentos de cálculos máximos.

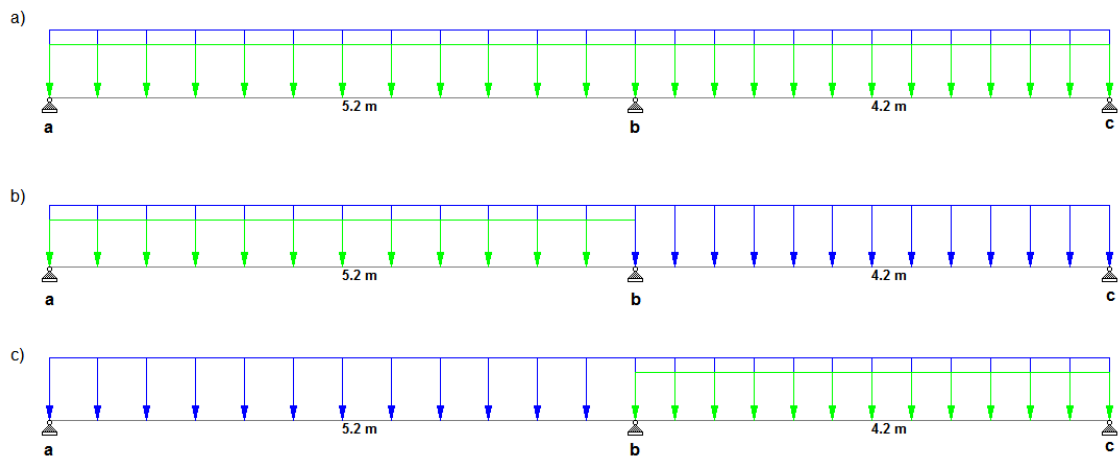


Figura 2.8. Combinaciones de carga. Ejemplo 1.

Capítulo 2

La combinación de carga de la figura 2.8 a) es para obtener el momento máximo negativo sobre el apoyo y las combinaciones de la figura 2.8 b) y c) son para determinar los momentos máximos positivos en los vanos a-b y b-c respectivamente.

A pesar de denominarlo pórtico equivalente, para estos casos de losas sobre muros la modelación es similar a la de vigas continuas puesto que no hay transmisión de momento a las columnas y no hay necesidad de calcular las rigideces de los elementos del pórtico como ocurre cuando existen columnas en los apoyos.

En la figura 2.9 se muestran los gráficos de momentos para los tres casos de cargas que se analizan.

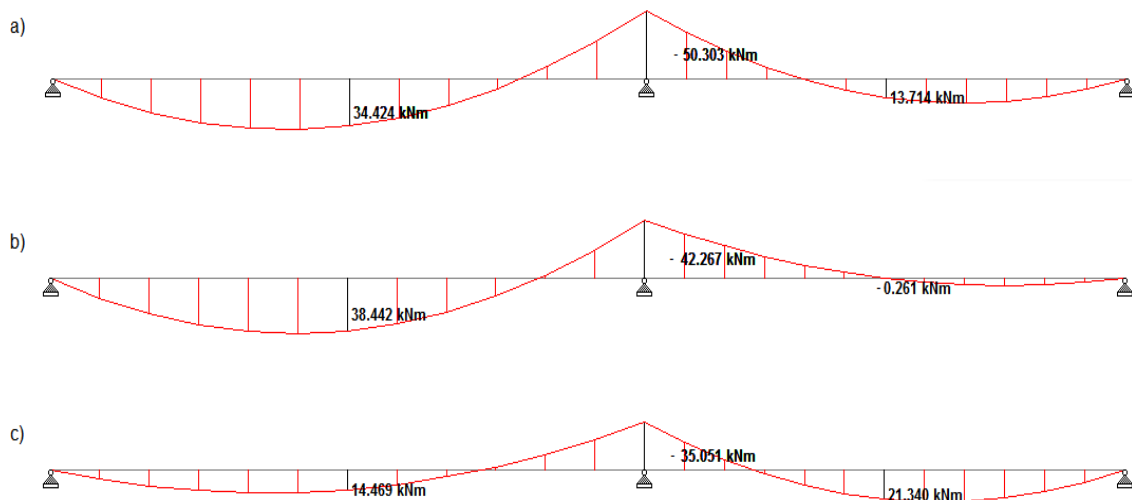


Figura 2.9: Gráficos de momento flector. Ejemplo 1.

Para determinar los momentos se utiliza generalmente el Método de Cross (los mostrados en la figura 2.9 se obtuvieron mediante el STADD-pro). Para este ejemplo, los momentos de extremo fijo, las rigideces y el factor de transporte corresponden al de una barra articulada en un extremo y empotrada en el otro, o sea:

$$M_{ef} = \frac{ql^2}{8} \quad K_{ab} = \frac{3EI}{l} \quad t_{ab} = 0$$

En la tabla 2.7 se muestran los resultados obtenidos para cada combinación de carga.

Tabla 2.7: Determinación de los momentos. Ejemplo1.

Disposición de las cargas	CP + CU		CP + CU (a-b)		CP + CU (b-c)	
Nudo	b		b		b	
Barra	b-a	b-c	b-a	b-c	b-a	b-c
α	0,447	0,553	0,447	0,553	0,447	0,553
M.E.F	-59,575	38,864	-59,575	20,872	-31,994	38,864
Distribución	9,253	11,457	17,293	21,410	-3,070	-3,801
Momento	-50,321	50,321	-42,282	42,282	-35,064	35,064

Ya se tienen los momentos en los nudos pero se necesitan los momentos máximos positivos y los momentos máximos negativos en las secciones críticas.

Para los momentos máximos positivos se acepta suponer que ocurren en el centro de la luz mientras que para los momentos máximos negativos es necesario encontrarlos en la cara de los apoyos.

Los momentos positivos en el centro de las luces se obtienen a partir de “colgar” de los nudos el gráfico de momento isostático:

$$M_{cl} = M_0 - \frac{M_A + M_B}{2}$$

Para el caso de **CP + CU (a-b)**:

$$M_{cl(a-b)} = \frac{17,626 * 5,2^2}{8} - \frac{0 + 42,282}{2}$$

$$M_{cl(a-b)} = 38,434 \text{ kN} * m$$

Para el caso de **CP + CU (b-c)**:

$$M_{cl(b-c)} = \frac{17,626 * 4,2^2}{8} - \frac{0 + 35,064}{2}$$

$$M_{cl(b-c)} = 21,333 \text{ kN} * m$$

Los momentos negativos en la cara del apoyo se obtienen a partir de evaluar en dicho punto la ecuación de momento correspondiente. Como las luces longitudinales no son iguales, el valor del momento negativo en cada cara del apoyo tampoco lo serán. Se acepta obtener solo el mayor de los dos, este ocurre en la cara adyacente a la luz menor.

$$M^- = 45,510 \text{ kN} * m$$

Paso 4: Distribuir los momentos en las secciones críticas hacia las franjas de diseño.

Como se discutió en epígrafes anteriores solo se distribuye el momento positivo y es hacia la franja intermedia, el % de momento a distribuir se calcula para cada vano.

$$\%M^* = 25 - 30 \left(1 - \frac{l_2}{l_1}\right)$$

$$\%M_{a-b}^* = 25 - 30 \left(1 - \frac{3,2}{5,2}\right)$$

$$\%M_{a-b}^* = 13,46$$

$$\%M_{b-c}^* = 25 - 30 \left(1 - \frac{3,2}{4,2}\right)$$

$$\%M_{b-c}^* = 17,86$$

Ahora al multiplicar el valor de los momentos por el % calculado anteriormente se obtienen los momentos que actúan en la semi-franja intermedia. Para el momento negativo se trabaja con el mayor % obtenido de entre los dos vanos que son adyacentes al apoyo donde ocurre este momento.

$$M_{a-b}^+ = 0,1346 * 38,434 = 5,173 \text{ kN} * m$$

$$M_{b-c}^+ = 0,1786 * 21,333 = 3,810 \text{ kN} * m$$

$$M^- = 0,1786 * 45,510 = 8,128 \text{ kN} * \text{m}$$

La franja intermedia se diseña para la suma de los momentos que actúan en sus dos mitades (existe una excepción y en el ejemplo 2 se podrá apreciar). En este caso al ser los pórticos iguales los momentos son iguales en las dos semi-franjas intermedias, cuando ocurre este hecho se puede diseñar una semi-franja y usar ese espaciamiento en toda la franja intermedia.

Paso 5: Cálculo del ancho de las franjas de diseño.

Las franjas de diseño se determinan a partir de la menor luz existente en el panel, para ambos paneles la menor luz es 3,2 m.

$$\text{Ancho}_{f.columna} = \frac{3,2}{4} + 0,1 = 0,9 \text{ m}$$

$$\text{Ancho}_{f.intermedia} = 3,2 - 0,8 - 0,8 = 1,6 \text{ m}$$

Ejemplo 2.

En la figura 2.10 aparece la losa correspondiente a este ejemplo.

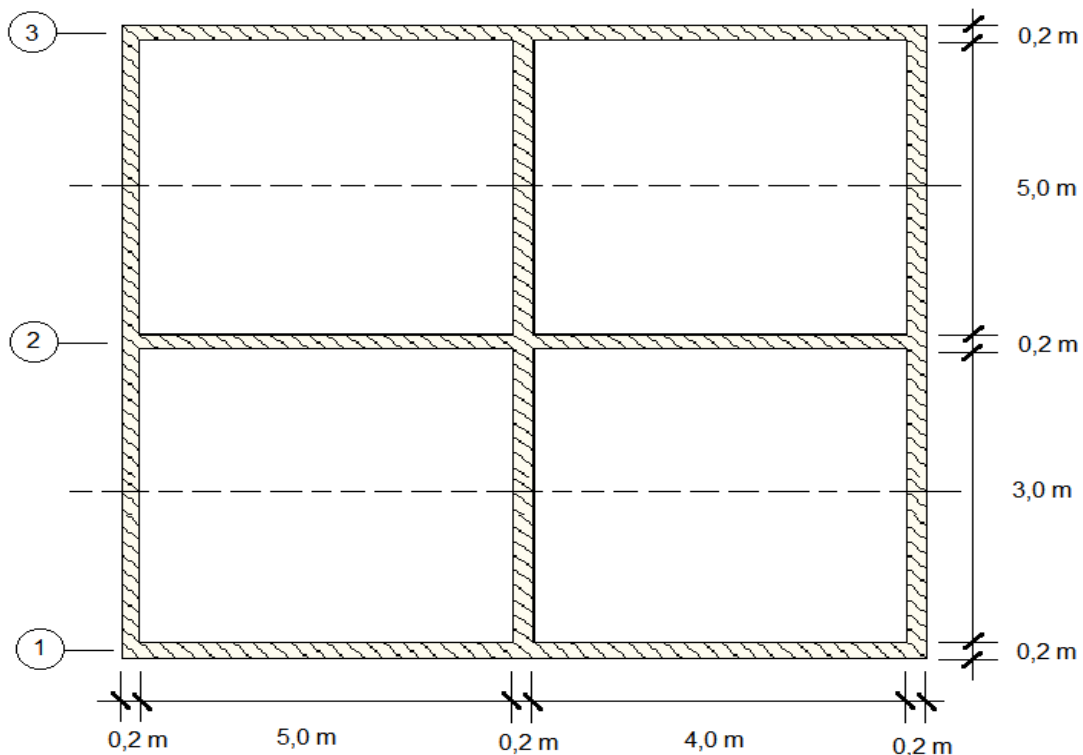


Figura 2.10. Losa. Ejemplo 2.

Capítulo 2

En esta losa se pueden formar 6 pórticos equivalentes, 3 en cada dirección. Al igual que en el ejemplo 1 el procedimiento se muestra para una dirección, esta dirección es la que tiene mayor longitud total.

De los tres pórticos equivalentes solo el pórtico interior es necesario calcular, esto ocurre debido a que el A.C.I plantea que una franja central adyacente y paralela a un borde apoyado sobre un muro, debe ser diseñada para resistir el doble del momento asignado a la mitad de la franja central correspondiente al primer eje de apoyos interiores.

En este caso, las dos franjas centrales que existen se encuentran adyacentes y paralelas a un borde apoyado sobre un muro. Esto quiere decir que se diseñan para el doble del momento correspondiente a la semi-franja intermedia que pertenece al pórtico interior, por este motivo carece de importancia calcular los pórticos exteriores.

Paso 1: Determinar el peralte de la losa.

Trabajando con el panel de 5 m x 5 m de luces libres se obtiene el mayor peralto:

$$h = 1,1 * \frac{l_n \left(0,8 + \frac{f_y}{1400} \right)}{36 + 9\beta}$$

$$h = 1,1 * \frac{5 \left(0,8 + \frac{300}{1400} \right)}{36 + 9 * \frac{5}{5}}$$

$$h = 12,40 \text{ cm}$$

Aproximando por exceso:

$$h = 13 \text{ cm}$$

Paso 2: Determinar las cargas.

Se está analizando el pórtico interior, tienen un ancho de:

$$\frac{3 + 5}{2} + 0,2 = 4,2 \text{ m}$$

Las cargas actuantes son:

$$q_{cu}^* = 1,6 * (3 * 4,2) = 20,16 \text{ kN/m}$$

$$q_{cp}^* = 1,2 * ((2 + 0,13 * 24) * 4,2) = 25,805 \text{ kN/m}$$

Paso 3: Obtener los momentos en las secciones críticas.

Con respecto al ejemplo 1 solo cambian la magnitud de las cargas, el procedimiento es el mismo. El valor de los momentos máximos mayorados obtenidos en este caso es:

$$M_{cl(a-b)} = 99,678 \text{ kN} * \text{m}$$

$$M_{cl(b-c)} = 54,585 \text{ kN} * \text{m}$$

$$M_{sc}^- = 118,683 \text{ kN} * \text{m}$$

Paso 4: Distribuir los momentos en las secciones críticas hacia las franjas de diseño.

$$\%M^* = 25 - 30 \left(1 - \frac{l_2}{l_1}\right)$$

$$\%M_{a-b}^* = 25 - 30 \left(1 - \frac{4,2}{5,2}\right)$$

$$\%M_{a-b}^* = 19,23$$

$$\%M_{b-c}^* = 25 - 30 \left(1 - \frac{4,2}{4,2}\right)$$

$$\%M_{b-c}^* = 25,00$$

Ahora al multiplicar el valor de los momentos por el % calculado anteriormente se obtienen los momentos que actúan en las dos semi-franjas intermedias que corresponden a este pórtico (en el ejemplo 1 no sucedía esto porque el pórtico era exterior y por lo tanto le correspondía solo una semi-franja intermedia).

$$M_{a-b}^+ = 0,1923 * 99,678 = 19,168 \text{ kN} * m$$

$$M_{b-c}^+ = 0,25 * 54,585 = 13,646 \text{ kN} * m$$

$$M^- = 0,25 * 118,683 = 29,671 \text{ kN} * m$$

Estos momentos se reparten para cada semi-franja intermedia, primero es necesario saber las dimensiones de las mismas, como este ejemplo es el mismo del epígrafe 2.4 las dimensiones ya se calcularon y se muestran en la figura 2.6 que aparece en dicho epígrafe:

- Para los paneles de luz transversal 5,2 m:

$$M_{a-b(s-fi)}^+ = 19,168 * \frac{1,3}{1,3 + 0,8} = 11,866 \text{ kN} * m$$

$$M_{b-c(s-fi)}^+ = 13,646 * \frac{1,55}{1,55 + 0,8} = 9,001 \text{ kN} * m$$

Para obtener el momento negativo es necesario usar las dos relaciones ya que la parte de la losa que apoya sobre el muro transversal se arma con el mismo espaciamiento a todo lo largo de este muro, la franja intermedia que requiera mayor refuerzo es la que determina:

$$M_{(s-fi)}^- = 29,671 * \frac{1,3}{1,3 + 0,8} = 18,368 \text{ kN} * m$$

$$M_{(s-fi)}^- = 29,671 * \frac{1,55}{1,55 + 0,8} = 19,570 \text{ kN} * m$$

Como los anchos de las franjas intermedias de estos dos paneles que tienen como luz transversal 5,2 m son distintas, el mayor momento negativo de los dos obtenidos no tiene motivos para ser el que mayor acero requiera. A simple vista se puede valorar cual debe ser el más crítico o simplemente se efectúan los cálculos para ambos momentos con sus respectivos anchos de franjas y se escoge el que menor espaciamiento de barras demande. Una solución rápida puede ser diseñar con el mayor de los dos momentos la franja intermedia de menor ancho.

- Para los paneles de luz transversal 3,2 m:

Capítulo 2

En este caso basta restarle al momento total de las dos semi-franjas el obtenido anteriormente.

$$M_{a-b(s-fi)}^+ = 19,168 - 11,866 = 7,302 \text{ kN} * m$$

$$M_{b-c(s-fi)}^+ = 13,646 - 9,001 = 4,645 \text{ kN} * m$$

$$M_{(s-fi)}^- = 29,671 - 18,368 = 11,303 \text{ kN} * m$$

$$M_{(s-fi)}^- = 29,671 - 19,570 = 10,101 \text{ kN} * m$$

Escoger el momento negativo más desfavorable en este caso es más sencillo puesto que las franjas intermedias en los dos paneles que tienen como luz transversal 3,2 m si tienen el mismo ancho.

Recuérdese que las franjas intermedias de cada panel se diseñan para la suma de los momentos que actúan en sus dos mitades, pero como se discutió en el comienzo de este ejemplo, las dos franjas intermedias de esta losa son excepciones de la regla.

2.8 Conclusiones Parciales del Capítulo.

1. Para calcular el peralto se debe suponer que la losa está apoyada sobre vigas con $\alpha_{fm} \geq 2$ y tener en cuenta la presencia de bordes discontinuos.
2. El M.P.E permite el diseño de losas en dos direcciones apoyadas sobre muros de albañilería. Para esto es necesario interpretar adecuadamente los siguientes aspectos:
 - La distribución de los momentos hacia la franja de columna e intermedia.
 - El porcentaje de momento que toma el muro en la franja de columna.
 - La distribución del refuerzo para los momentos negativos.
 - El efecto de muros paralelos a las franjas de diseño.
3. El M.P.E permite evaluar el comportamiento de la losa al aplicar la variabilidad de la carga viva en los distintos paneles.
4. Se recomienda prescindir de la recomendación de no aplicar la variabilidad de la carga viva cuando $\frac{w_{cu}}{w_{cp}} \leq \frac{3}{4}$.

Capítulo 3: Propuesta del manual de diseño de losas planas rectangulares apoyadas sobre muros de albañilería.

3.1. Descripción del Manual.

El manual se titula “Diseño de losas rectangulares apoyadas sobre muros de albañilería”, el diseño de las losas mediante este manual está basado en el M.P.E y se encuentra montado en Microsoft Excel debido a que es el programa de cálculo más utilizado de forma general.

Este manual está concebido para diseñar losas, como bien sugiere su título, apoyadas sobre muros de albañilería, estas losas deben tener entre una y tres luces en cada dirección.

El manual presenta dos hojas de cálculo, una primera hoja donde se introducen los datos y se obtienen los resultados y una segunda hoja donde se desarrollan los cálculos. El usuario solo tiene que trabajar en la primera hoja. La misma se observa en la figura 3.1.

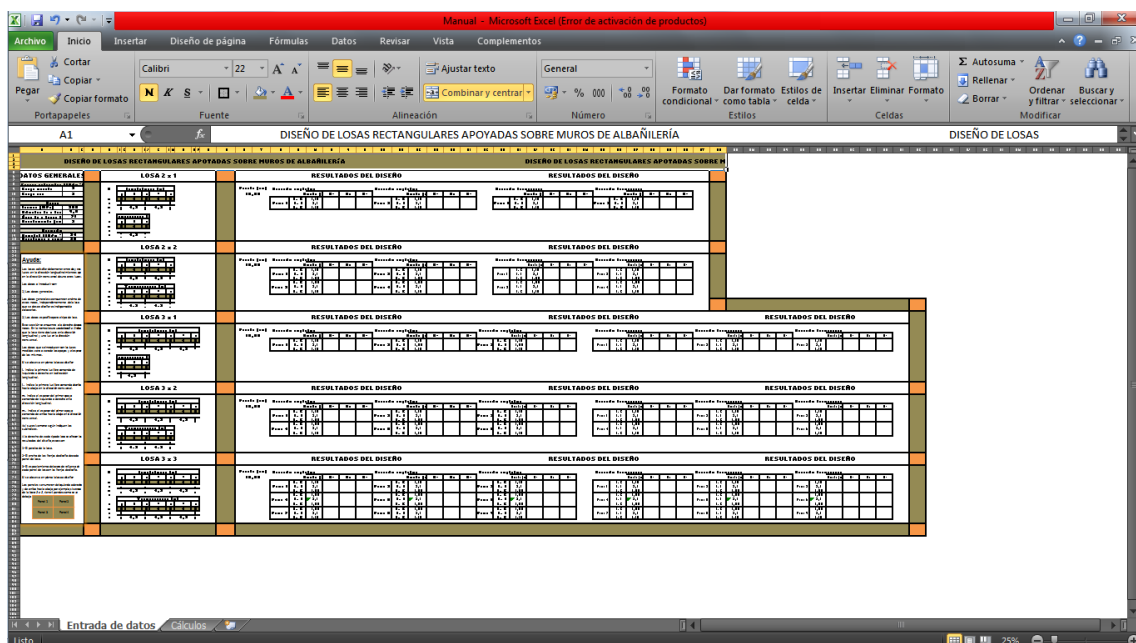


Figura 3.1: Hoja “Entrada de Datos”

Capítulo 3

Esta primera hoja se nombra “Entrada de datos”, para mayor comprensión y facilitar la explicación se divide en varias zonas:

- I. Zona de ayuda.
- II. Zona de datos generales.
- III. Zona de datos específicos.
- IV. Zona de resultados.

En la figura 3.2 aparecen señaladas estas zonas.

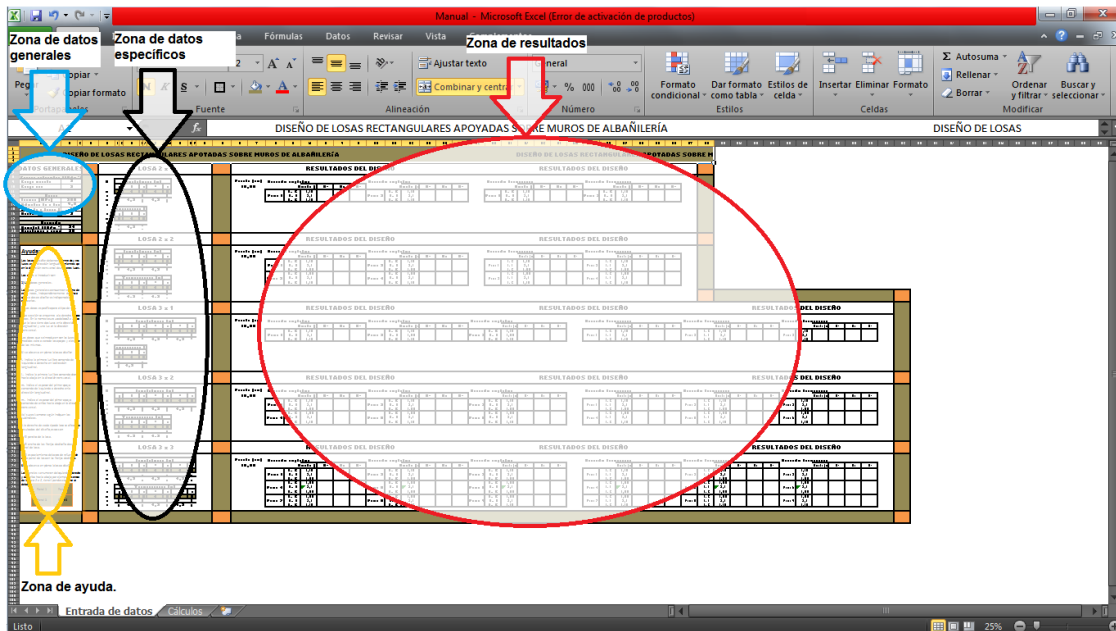


Figura 3.2: Zonas de trabajo.

3.2. Trabajo con el Manual.

Primeramente se debe leer la ayuda para familiarizarse con el manual y obtener una rápida orientación del procedimiento a seguir. Posteriormente se introducen los datos generales y los datos específicos. Los datos generales que se deben introducir se muestran en la figura 3.3. En las celdas correspondientes se ofrecen comentarios sugiriendo los valores a utilizar.

DATOS GENERALES	
Cargas actuantes (kN/m²)	
Carga muerta	2
Carga viva	3
Acero	
Resistencia a la fluencia- f_y (MPa)	300
Diámetro de la barra (mm)	9,5
Área de la barra (mm ²)	71
Recubrimiento (cm)	3
Hormigón	
Densidad (kN/m ³)	24
Resistencia característica- f'_c (MPa)	30

Figura 3.3: Datos Generales.

Las losas para trabajar en este manual se dividen según la cantidad de vanos que presentan en cada dirección, para mejor organización del trabajo a cada tipo de losa se le dedica un apartado individual en el cual se introducen las luces libres longitudinales y transversales y el espesor de los muros que sirven de apoyo. Estos son los llamados datos específicos y en la figura 3.4 se muestra como ejemplo una losa que tiene dos vanos en la dirección longitudinal y uno en la dirección transversal, en las celdas sombreadas es donde se introducen los datos.

En la zona de resultados se ofrece:

- i. El peralte de la losa.
- ii. El ancho de las franjas de diseño.
- iii. El espaciamiento de las barras de acero en cada franja de diseño.

Los resultados se brindan para cada panel de losa, primero se muestran los resultados del diseño en la dirección longitudinal y luego los resultados del diseño en la dirección transversal.

Los paneles se numeran de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo, por ejemplo, a una **LOSA 3 x 3** corresponde una numeración de paneles como se muestra en la figura 3.5.

Los paneles y el espaciamiento, al ofrecer los resultados, se fueron colocando con la continuidad existente según la dirección de trabajo.

S^+ indica el espaciamiento del refuerzo para resistir momento positivo.

$S^-(bc)$ indica el espaciamiento del refuerzo para resistir momento negativo en el borde continuo.

$S^-(bd)$ indica el espaciamiento del refuerzo para resistir momento negativo en el borde discontinuo.

El acero negativo en el borde discontinuo se recomienda pues puede aparecer por alguna causa no prevista. Por lo general se supone que el momento negativo en el borde discontinuo es un tercio del momento positivo.

En ningún caso los aleros de las losas se han considerado puesto que la influencia de los mismo no es significativa.

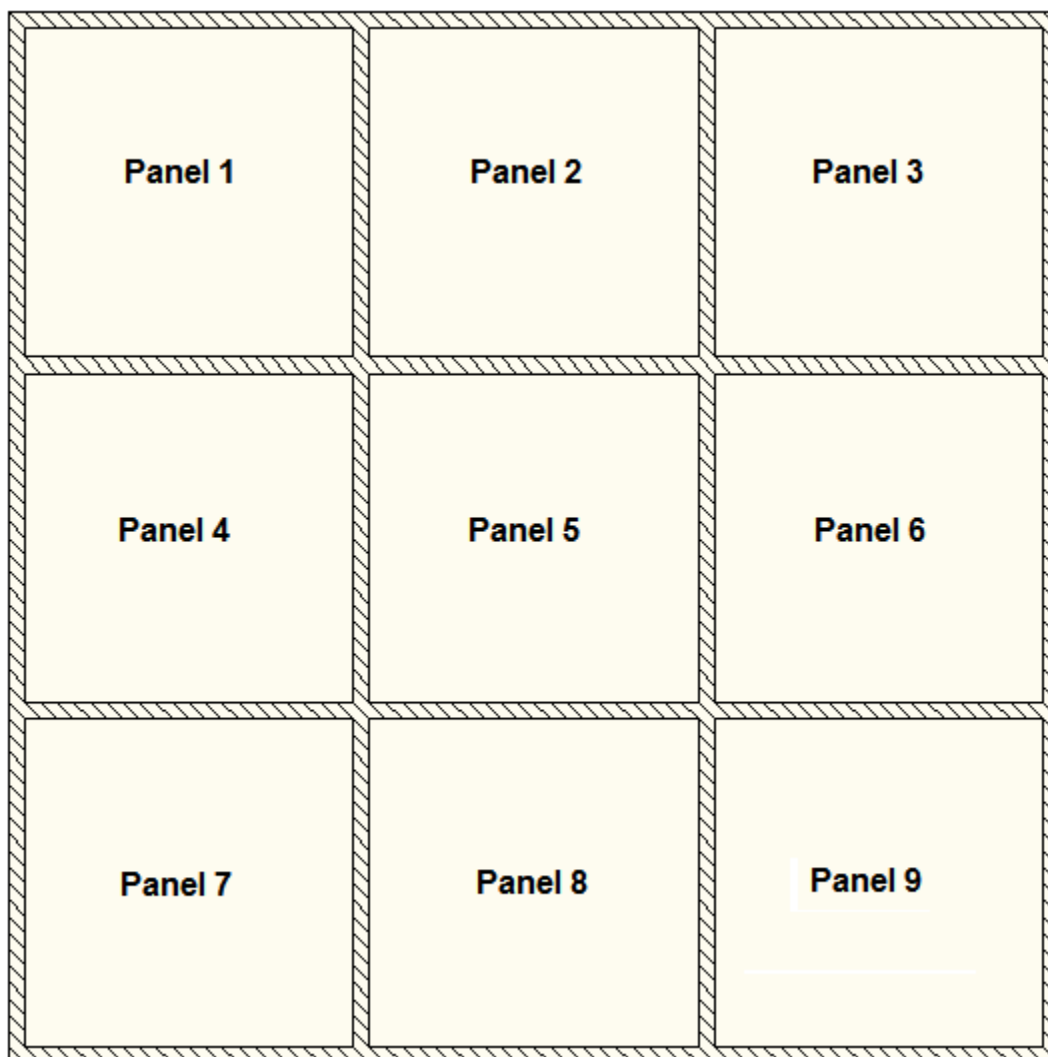


Figura 3.5: Numeración de Paneles.

3.3. Ejemplo.

El ejemplo que se desarrolla es el ejemplo 2 tratado en el Capítulo 2.

Paso 1: Colocar los datos generales.

Ya en la figura 3.3 aparecen estos datos.

Paso 2: Colocar los datos específicos.

En la figura 3.6 se ilustra cómo queda en el Manual.

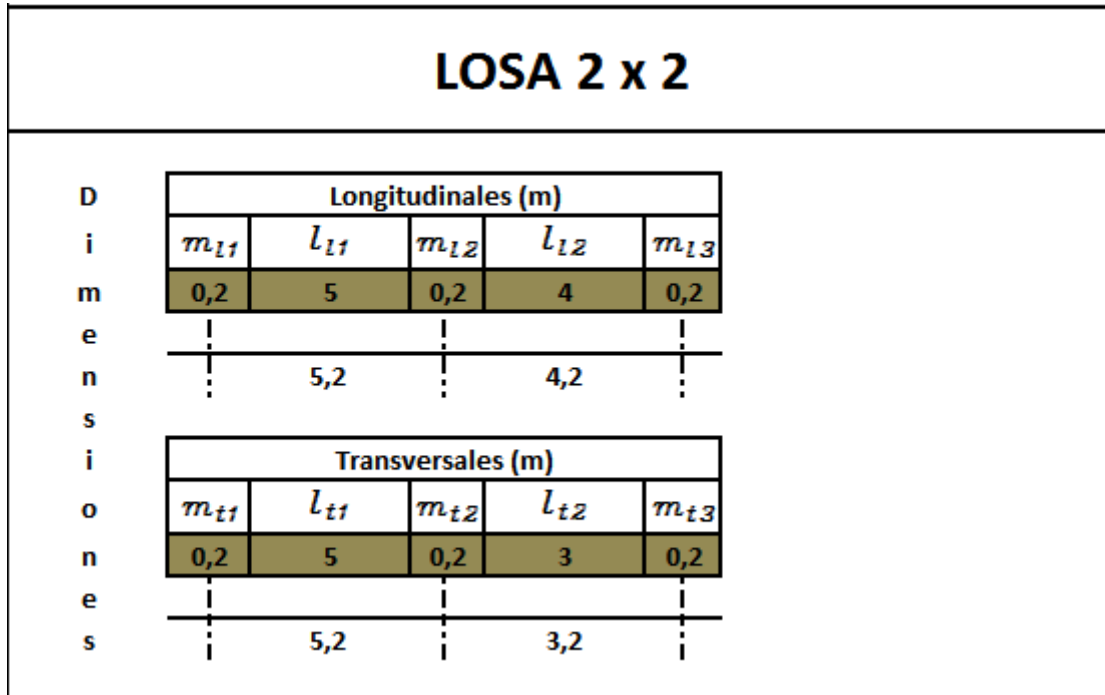


Figura 3.6: Datos Específicos. Ejemplo 2.

Solo queda obtener los resultados, en la figura 3.6 y 3.7 aparecen para la dirección longitudinal y transversal respectivamente. El peralte obtenido fue $h = 13 \text{ cm}$.

Dirección longitudinal		Espaciamiento del refuerzo (cm)			Dirección longitudinal		Espaciamiento del refuerzo (cm)				
		Ancho (m)	$S_{(bd)}^-$	S^+			$S_{(bc)}^-$	Ancho (m)	$S_{(bc)}^-$	S^+	$S_{(bd)}^-$
Panel 1	F. C	1,4	26	26	15	Panel 2	F. C	1,15	15	26	26
	F. I	2,6	26	18	15		F. I	3,1	15	26	26
	F. C	1,3	26	26	15		F. C	1,05	15	26	26
Panel 3	F. C	0,8	26	26	15	Panel 4	F. C	0,8	15	26	26
	F. I	1,6	26	18	15		F. I	1,6	15	26	26
	F. C	0,9	26	26	15		F. C	0,9	15	26	26

Figura 3.6: Resultados del Diseño Longitudinal. Ejemplo 2.

Dirección transversal		Espaciamiento del refuerzo (cm)			Dirección transversal		Espaciamiento del refuerzo (cm)				
		Ancho (m)	$S_{(bd)}^-$	S^+			$S_{(bc)}^-$	Ancho (m)	$S_{(bc)}^-$	S^+	$S_{(bd)}^-$
Panel 1	F. C	1,4	26	26	15	Panel 3	F. C	0,8	15	26	26
	F. I	2,6	26	15	15		F. I	3,6	15	26	26
	F. C	1,3	26	26	15		F. C	0,9	15	26	26
Panel 2	F. C	1,15	26	26	15	Panel 4	F. C	0,8	15	26	26
	F. I	2,1	26	15	15		F. I	2,6	15	26	26
	F. C	1,05	26	26	15		F. C	0,9	15	26	26

Figura 3.7: Resultados del Diseño Transversal. Ejemplo 2.

3.4. Conclusiones Parciales del Capítulo.

1. El Manual responde a los requerimientos del M.P.E.
2. Posee una presentación que favorece la introducción de datos y la lectura de los resultados.
3. Permite ampliar los casos de losas a diseñar bajo el mismo formato.

Conclusiones Generales

Conclusiones Generales.

1. El M.P.E ofrece respuesta teórica y práctica para el diseño de losas apoyadas sobre muros de albañilería en todos sus bordes.
2. El procedimiento seguido en el Manual de Diseño es una interpretación del M.P.E introduciendo algunas consideraciones particulares, lo que favorece una conceptualización única del comportamiento de losas en dos direcciones independientemente de las características de los apoyos.
3. El Manual propuesto favorece los cálculos para estos casos de una manera sencilla y confiable, facilitando su empleo por cualquier especialista.
4. Con el Manual se utilizan variantes de movilidad de la carga viva en las losas ofreciendo resultados más seguros.

Recomendaciones

Recomendaciones.

1. Introducir la metodología propuesta en los contenidos a explicar en la asignatura Hormigón Estructural II.
2. Para una 2^{da} versión del libro de texto “Hormigón Estructural. Diseño por Estados Límites” incluir un epígrafe con la solución de losas en dos direcciones apoyadas sobre muros de albañilería mediante el M.P.E.
3. Perfeccionar el Manual de cálculo y someterlo a prueba con proyectistas estructurales y alumnos de arquitectura.
4. Ampliar el Manual para losas apoyadas en muros y columnas simultáneamente.

Referencias Bibliográficas.

Referencias Bibliográficas.

1. A.C.I. 2008. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-08) and Commentary.
2. P.C.A. Notas sobre ``ACI 318-02 Requisitos para Hormigón Estructural`` con Ejemplos de Diseño.
3. HERNÁNDEZ SANTANA, J. J. H. C., JULIO A. 2011. Hormigón Estructural. Diseño por Estados Límites (Parte II).
4. NILSON, A. H. 2001. Diseño de Estructuras de Concreto. 12 ed. Santafé de Bogotá: McGraw-Hill Interamericana, S.A.
5. RAMÍREZ HUNTER, G. A. 2007. Estudio paramétrico para la comparación de diseño de losas por el Método 3 y por el Método del Marco Equivalente.

Bibliografía.

- 1- A.C.I. 2005. Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318S-05) y Comentario (ACI 318SR-05).
- 2- A.C.I. 2008. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-08) and Commentary.
- 3- HERNÁNDEZ SANTANA, J. J. H. C., JULIO A. 2011a. Hormigón Estructural. Diseño por Estados Límites (Parte I).
- 4- HERNÁNDEZ SANTANA, J. J. H. C., JULIO A. 2011b. Hormigón Estructural. Diseño por Estados Límites (Parte II).
- 5- KALMANOK, A. S. 1961. Manual para cálculo de placas, Editora Inter Ciencia.
- 6- LLOPIZ, C. R. 2001. Losas de Hormigón Armado. Tipos. Dimensionamiento. Capacidad Portante. Prescripciones Reglamentarias.
- 7- MARISTANY CARRERAS, J. 2000. Cálculo en roturas de losas fungiformes.
- 8- N.C. 2003a. Carga de Uso.
- 9- N.C. 2003b. Densidad de Materiales.
- 10-NILSON, A. H. 2001. Diseño de Estructuras de Concreto. 12 ed. Santafé de Bogotá: McGraw-Hill Interamericana, S.A.
- 11-P.C.A. Notas sobre ``ACI 318-02 Requisitos para Hormigón Estructural`` con Ejemplos de Diseño.
- 12-RAMÍREZ HUNTER, G. A. 2007. Estudio paramétrico para la comparación de diseño de losas por el Método 3 y por el Método del Marco Equivalente.
- 13-ROMO PROAÑO, M. Temas de Hormigón Armado.
- 14-SAN BARTOLOMÉ, Á. 1998. Análisis de edificios.